

Procjena suše U Hrvatskoj primjenom standardiziranog oborinsko-evapotranspiracijskog indeksa

Lončar - Petrinjak, Ivan

Master's thesis / Diplomski rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:399798>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-08-16**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
GEOFIZIČKI ODSJEK

Ivan Lončar-Petrinjak

Procjena suše u Hrvatskoj primjenom
standardiziranog
oborinsko-evapotranspiracijskog indeksa

Diplomski rad

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
GEOFIZIČKI ODSJEK

DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ FIZIKA-GEOFIZIKA
SMJER: METEOROLOGIJA I FIZIČKA OCEANOLOGIJA

Ivan Lončar-Petrinjak

Diplomski rad

**Procjena suše u Hrvatskoj primjenom
standardiziranog
oborinsko-evapotranspiracijskog indeksa**

Voditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Zoran Pasarić

Zagreb, 2022.

Velika zahvala mentoru, prof. dr. sc. Zoranu Pasariću na svesrdnoj pomoći, strpljenju i podarenom vremenu u ovom istraživanju. Hvala i članovima komisije prof. dr. sc. Zvjedani Bencetić Klaić te prof. dr. sc. Marijanu Heraku na njihovom vremenu i angažmanu. Zahvaljujem također Državnom hidrometeorološkom zavodu na ustupljenim podacima te posebice dr. sc. Kseniji Cindrić Kalin na pomoći oko obrade podataka i motivaciji.

Posebna zahvala mojoj obitelji na velikoj potpori bez koje ovaj rad ne bi bio moguć.

Sažetak

U radu je proučena mogućnost uporabe standardiziranog oborinsko-evapotranspiracijskog indeksa (SPEI) za ocjenu klime u Hrvatskoj. Indeks SPEI temelji se na vodnoj bilanci koja se određuje kao razlika između oborine i potencijalne evapotranspiracije na nekom području. Za razliku od njega, indeks SPI ovisi samo o oborini. Koristeći metodu L-momenata te Kolmogorov-Smirnovljev test ispitano je više teorijskih razdioba te je, kao najpogodnija za opis vodne bilance, izabrana troparametarska log-normalna razdioba. Pomoću te razdiobe izračunat je SPEI, dok je za SPI, kako je to uobičajeno, korištena gama razdioba. Račun je proveden na vremenskim skalama od 1, 3, 6 i 12 mjeseci za trideset i jednu glavnu meteorološku postaju u Republici Hrvatskoj. Detaljnije su analizirani i prikazani rezultati za četiri reprezentativne postaje za četiri Hrvatske regije: Osijek (Slavonija), Zagreb-Maksimir (središnja Hrvatska), Gospić (gorska Hrvatska) te Split-Marjan (Dalmacija). Dodatno su na postaji Zagreb-Maksimir pomoću oba indeksa analizirane suše koje su pogodile Hrvatsku 2003.-2004. te 2011.-2012. godine. Pokazano je da SPEI u nekim slučajevima s izraženim deficitom oborine znatno premašuje SPI po apsolutnoj vrijednosti, što je povezano s povišenom površinskom temperaturom zraka koja utječe na povećanu potencijalnu evapotranspiraciju i time povećava deficit raspoložive vode. Ovo ukazuje na prednosti koje bi SPEI mogao imati nad SPI kao mjera za ocjenu suše, kako u smislu intenziteta, tako i njezinog trajanja. Štoviše, ove prednosti bi uslijed globalnog zatopljenja u narednim desetljećima mogle biti sve važnije.

Ključne riječi: teorijska razdioba, prilagodba, indeks sušnosti, potencijalna evapotranspiracija, oborina, temperatura, vremenska skala

Drought estimation in Croatia using the standardized precipitation-evapotranspiration index

Abstract

In this work we examine the standardized precipitation-evapotranspiration index (SPEI) as a tool for the assessment of climate in Croatia. The SPEI Index is based on water balance which is defined as a difference between rainfall and potential evapotranspiration in a location of interest. Unlike SPEI, the SPI Index depends only on precipitation. In order to model the water balance several three-parameter theoretical distributions are considered using the method of L-moments together with the Kolmogorov-Smirnov statistical test. The best fit is obtained for the log-normal distribution which is subsequently used to calculate the SPEI, while the usual gamma distribution is used for the SPI. Calculations are performed on timescales of 1, 3, 6 and 12 months for 31 main meteorological station in the Republic of Croatia. Detailed analysis is done for four representative stations belonging to four Croatian climatological regions: Osijek (Slavonija), Zagreb-Maksimir (central Croatia), Gospić (highland Croatia) and Split-Marjan (Dalmacija). Additionally, the droughts that occurred in Croatia in 2003.-2004. and 2011.-2012. are analyzed by both indices for Zagreb-Maksimir station. It is shown that in some cases with considerable lack of rainfall the SPEI gives higher absolute values compared to the SPI, which is connected with higher surface air temperatures that significantly affect potential evapotranspiration, resulting in higher water demand. This points to advantages of SPEI over SPI as a measure of drought, both in a sense of intensity and duration. Moreover, these advantages could appear in greater importance over the next few decades due to global warming.

Keywords: theoretical distribution, adjustment, drought index, potential evapotranspiration, precipitation, temperature, time scale

Popis kratica

SPI	Standardizirani oborinski indeks (engl. <i>Standardized Precipitation Index</i> , SPI)
SPEI	Standardizirani oborinsko-evapotranspiracijski indeks (engl. <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index</i> , SPEI)
T	Temperatura zraka [$^{\circ}C$]
P	Oborina [mm]
PET	Potencijalna evapotranspiracija (engl. <i>Potential Evapotranspiration</i> , PET)
D	Razlika oborine i potencijalne evapotranspiracije [mm]
ML	Najveća vjerodostojnost (engl. <i>Maximum Likelihood</i> , ML)
KS	Kolmogorov-Smirnov
$KrVr$	Kritična vrijednost
$pe3, PE3$	Pearson tipa III distribucija
gev, GEV	Distribucija generaliziranih ekstremnih vrijednosti
$logn, LOGN$	Log-normalna distribucija
$GENLOG$	Generalizirana logistička distribucija
$GENPAR$	Generalizirana Paretova distribucija
SD	Distribucija uzorkovanja (engl. <i>Sampling Distribution</i> , SD)

Sadržaj

Popis kratica	4
1. Uvod	1
1.1 <i>Teorijska pozadina</i>	1
1.2 <i>Motivacija</i>	1
1.3 <i>Dosadašnja istraživanja</i>	1
2. Podaci i metode	3
2.1 <i>Podaci</i>	3
2.2 <i>Metoda L-momenata</i>	4
2.3 <i>Redna statistika L-momenata</i>	7
2.4 <i>Svojstva L-momenata</i>	9
2.5 <i>L-momenti uzorka</i>	10
2.6 <i>Standardizirani indeksi SPI i SPEI</i>	11
2.7 <i>Potencijalna evapotranspiracija PET</i>	14
2.8 <i>Određivanje najbolje teorijske distribucije za vodnu bilancu</i>	14
3. Rezultati	17
3.1 <i>Rezultati prilagodbe razdioba</i>	17
3.2 <i>Analiza rezultata za postaju Zagreb-Maksimir</i>	25
3.3 <i>Analiza suše 2003/04 na postaji Zagreb-Maksimir</i>	38
3.4 <i>Analiza suše 2011/12 na postaji Zagreb-Maksimir</i>	42
4. Zaključak	46
Literatura	48
Dodatak A	50
Dodatak B	53
Dodatak B nalazi se u digitalnom obliku na priloženom CD-u	
B1 Zagreb-Maksimir	53
B2 Osijek	55
B3 Gospić	64
B4 Split-Marjan	73

1. Uvod

1.1 Teorijska pozadina

Standardizirani oborinski indeks (engl. *Standardized Precipitation Index*, SPI) mjera je sušnosti ili kišnosti nekog područja u odabranom razdoblju i na zadanoj vremenskoj skali i zasniva se na količini oborine. Prednost tog indeksa je što može biti izračunat na različitim skalama što ga čini pogodnim za praćenje meteorološke, agronomske i hidrološke suše. No, glavni nedostatak mu je upravo to što se bazira samo na podacima količine oborine. Naime, iako je nedostatak oborine glavni faktor za nastajanje suše, na intenzitet i duljinu trajanja suše utječu i druge komponente poput temperature, vjetra, insolacije i sl. U slučajevima vrlo visokih temperatura izraženija je evaporacija vlage iz tla i evapotranspiracija biljnog svijeta što može utjecati na intenzitet suše. Stoga bi zbog ovih slučajeva vrijedilo razmotriti i utjecaj temperature na razinu sušnosti. Standardizirani oborinski evapotranspiracijski indeks (engl. *Standardized Precipitation Evapotranspiration Index*, SPEI) je mjera sušnosti/kišnosti poput SPI, ali se uz oborinu za proračun koristi i temperatura zraka te se računa potencijalna evapotranspiracija (engl. *Potential Evapotranspiration*, PET). Razlikom pale oborine i PET dobiva se vodna bilanca koja se koristi u računu za SPEI (Vicente-Serrano i sur., 2010). Naime, na niz vodne bilance prilagođava se teorijska razdioba a transformacijom njezine kumulativne funkcije na standardnu normalnu razdiobu dobiva se vrijednost indeksa. Cilj ovog istraživanja je utvrditi koja teorijska razdioba najbolje prati niz vodne bilance te razmotriti razlike između SPI i SPEI.

1.2 Motivacija

Globalnim klimatskim promjenama mijenjaju se i lokalne klime. Tako i u Republici Hrvatskoj raste prosječna površinska temperatura što prirodno daje osjećaj veće sušnosti. Trenutno se za službenu ocjenu klime u Hrvatskoj koristi standardizirani oborinski indeks (engl. *Standardized Precipitation Index*, SPI) koji uvažava odstupanje količine oborina od normale. Standardizirani oborinsko-evapotranspiracijski indeks (engl. *Standardized Precipitation Evapotranspiration Index*, SPEI) uvažava utjecaj temperature, odnosno potencijalne evapotranspiracije (PET) uslijed zagrijavanja tla i prizemnog zraka te povećanog isparavanja. Ispituje se koliko ta temperaturna karakteristika SPEI utječe na točnost ocjene klime u situaciji kada se klima mijenja te se javljaju sve veći i češći ekstremni meteorološki događaji koji naročito pogađaju agronomske djelatnosti, a produženim djelovanjem uzrokuju i hidrološke suše koje mogu dovesti do socioekonomske sušne krize kada potreba za kopnenim vodama nadilazi zalihe. Prema Perčec Tadić i sur. (2014) suša je, među ostalim prirodnim katastrofama, uzrok najvećih ekonomskih gubitaka (39%) u Hrvatskoj. Očekuje se da SPEI u nekoj mjeri prati trend porasta temperature te da u usporedbi sa SPI daje točniju ocjenu klime.

1.3 Dosadašnja istraživanja

Syed i sur. (2008) su pokazali da je oborina glavni faktor u kopnenim rezervama vode u tropima dok je evapotranspiracija bitnija u opisu varijabilnosti vodne bilance u srednjim geografskim širinama. Vicente-Serrano i sur. (2010) su istražili kvalitetu SPEI u relaciji

sa SPI i sc-PDSI (samo-kalibrirani Palmerov indeks sušnosti, engl. *self-calibrated Palmer Drought Severity Index*, sc-PDSI). Na jedanaest postaja na više lokacija u svijetu, u raznim klimama, analizirali su sposobnost SPEI u prepoznavanju sušnog razdoblja, odnosno njegovog trajanja i intenziteta, u više scenarija. Uspoređivali su vremenske nizove SPI i SPEI na više skala u više slučajeva povišenja površinske temperature zraka uslijed globalnog zatopljenja. Indeksi sc-PDSI i SPEI nisu se jako razlikovali od SPI u slučaju bez povišenja globalne temperature, no u slučaju povišenja sc-PDSI i SPEI su pokazali bržu reakciju na početak trajanja sušnog razdoblja i povećanje intenziteta suše. Ovaj zaključak vrijedi za svih jedanaest postaja, na svim skalama. Dodatno, Vicente-Serrano i sur. (2014) su pokazali da se povećano trajanje i intenzitet sušnih razdoblja u južnoj Europi javlja zbog povišenja temperature zraka. Mihajlović (2006) je analizirao sušu 2003-2004 godine i pokazao korisnost SPI u opisivanju suše, no za spomenuti period je zaključeno da je suša prema SPI bila velikih magnituda na skali od jednog mjeseca, dok na višim skalama nije. Cindrić i sur. (2016) pokazali su utjecaj intenzivnih epizoda *blockinga* nad središnjom Europom koja je spriječila dolazak vlažnog zraka i oborine sa sjevera. Također, usporedili su SPI i SPEI za zadano razdoblje i pokazali da postoji slaganje ovih dvaju indeksa. Razlike među njima nisu bile velike jer je glavni pogonitelj ove suše bio manjak oborine.

2. Podaci i metode

2.1 Podaci

Korišteni su podaci mjesečnih količina oborine i temperature zraka za 31 glavnu meteorološku postaju iz mreže postaja Državnog Hidrometeorološkog Zavoda (DHMZ), a koji se operativno koriste za ocjenu klime te sušnosti/kišnosti mjeseca na web stranici DHMZ-a. Popis postaja i raspodjela na regije po Gajić-Čapka i sur. (2015) su u tablici A2 u dodatku A. Referentno razdoblje za izračun parametara pripadne teorijske razdiobe je 1981.-2010. Odgovarajuća teorijska razdioba nalazi se metodom *L*-momenata a PET metodom po Thornthwaite (1948). Svi izračuni rađeni su u programskom jeziku *Python*.



Slika 2.1. Karta Hrvatske sa naznačenim postajama i pripadajućim regijama.

2.2 Metoda L -momenata

U statističkoj analizi često se podacima pridodaje teorijska distribucija koja ih najbolje opisuje. Parametri koji određuju tu razdiobu procijenjeni su nekom od metoda poput metode najveće vjerodostojnosti (engl. *Maximum Likelihood*, ML) koja procijenjuje parametre maksimizacijom funkcije vjerodostojnosti, ili metodom momenata koja procijenjuje parametre iz momenata uzorka koristeći veze između (teorijskih) momenata i parametara. No rezultati procjene mogu biti nepouzdana kada su uzorci mali a naročito kada postoje odstupajuće vrijednosti koje nose istu težinu kao i ostale. Procijenitelji momenata u tim slučajevima imaju neke nedostatke koji su u nekim statističkim analizama od velikog utjecaja na točnost rezultata i njihovu interpretaciju. Na primjer, Wallis i sur. (1974), su pokazali da procijenitelji nagnutosti g i spljoštenosti k mogu biti jako pristrani - g i k poprimaju ograničene vrijednosti koje ovise o veličini uzorka:

$$|g| \leq n^{1/2}, \quad k \leq n + 3. \quad (2.1)$$

Zbog ovih karakteristika postoji mogućnost da se kod dovoljno nagnutih distribucija ta nagnutost ne očita na uzorku fiksne veličine. Za takve slučajeve prikladnije je koristiti parametre oblika distribucije koji se temelje na L -momentima. Zbog prirode promatranih varijabli u ovom radu, čiji je uzorak malen te je razdioba često vrlo asimetrična i postoje znatna odstupanja, koristi se metoda otpornija na takve odstupajuće vrijednosti, a to je metoda L -momenata.

Teorija L -momenata razvila se oko *vjerojatnošću otežanih momenata* (engl. *Probability Weighted Moments*, PWM), Greenwood i sur. (1979). U toj metodi odstupajuće vrijednosti varijable nemaju istu težinu kao i ostale, jer se u računu momenata ne uzima potencirana vrijednost funkcije kvantila te varijable nego se potencira kumulativna vjerojatnost njenog događaja. Ova metoda detaljnije je opisana u Hosking i Wallis (1997), na kojem se bazira i sljedeće izlaganje.

Neka je X slučajna varijabla realne vrijednosti. Funkcija te slučajne varijable $g(X)$ ima očekivanje

$$E\{g(X)\} = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)dF(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx = \int_0^1 g(x(u))du \quad (2.2)$$

gdje je $u = F(x)$. PWM slučajne varijable X s kumulativnom distribucijskom funkcijom $F(\cdot)$ su prema Greenwood i sur. (1979) definirani kao

$$M_{p,r,s} = E[X^p\{F(X)\}^r\{1 - F(X)\}^s] \quad (2.3)$$

Ovdje su bitni slučajevi $\alpha_r = M_{1,0,r}$ i $\beta_r = M_{1,r,0}$ koji će se koristiti u linearnim kombinacijama za dobivanje L -momenata. Uzmimo $g(X) = X$, tada za distribuciju s funkcijom kvantila $x(u) = F^{-1}(u)$, jednadžbe (2.2) i (2.3) daju

$$\alpha_r = \int_0^1 x(u)(1 - u)^r du \quad (2.4)$$

$$\beta_r = \int_0^1 x(u)u^r du \quad (2.5)$$

Ove se jednadžbe mogu usporediti s jednadžbom definicije običnih momenata

$$E(X^r) = \int_0^1 \{x(u)\}^r du \quad (2.6)$$

gdje je vidljiva razlika u potenciranju članova. Za razliku od običnih momenata, koji uzimaju postupno veće potencije funkcije kvantila $x(u)$, PWM uzimaju redom veće potencije člana koji reprezentira kumulativnu vjerojatnost, odnosno u ili $1 - u$. Na slici 2.2 je grafički prikazan račun očekivanja slučajne varijable X . Plava linija označava funkciju kumulativne vjerojatnosti a zelena njen inverz koji odgovara funkciji kvantila iz jednadžbe (2.6) za $r = 1$, $F(x)^{-1} = x(u)$. Ako repovi funkcije kvantila dovoljno brzo teže svojim asimptotama ($x = 0$ u lijevo, $x = 1$ u desno), onda $E(X)$ ima konačnu vrijednost i to je, za razliku od običnih, jedini uvjet za postojanje viših L -momenata jer potencija r ne potencira ovu funkciju kvantila te ne može dovesti do divergencije integrala. Umjesto funkcije kvantila potencira se kumulativna funkcija vjerojatnosti koja je ograničena na vrijednosti $0 \leq F(x) \leq 1$.

Korist ovih vjerojatnošću otežanih momenata potvrđuje njihovo korištenje kao baze u metodama procjene parametara distribucija vjerojatnosti kod Landwehr i sur. (1979), Greis i Wood (1981), Wallis (1980, 1982), Hosking i sur. (1985) te Hosking i Wallis (1987). Određenim linearnim kombinacijama α_r i β_r dolazi se do L -momenata. Te linearne kombinacije dolaze iz integrala $x(u)$ koji je otežan setom ortogonalnih polinoma $P_r^*(u)$

$$\lambda_r = \int_0^1 x(u)P_{r-1}^*(u)du. \quad (2.7)$$

Polinomi $P_r^*(u)$ su *pomaknuti Legendreovi polinomi*. Pomaknuti su u smislu da su ortogonalni na intervalu $0 \leq u \leq 1$, odnosno na području vrijednosti vjerojatnosti, za razliku od običnih kojima je niža granica ortogonalnosti $u = -1$. Preko vjerojatnošću otežanih momenata, L -momenti se izražavaju kao

$$\lambda_1 = \alpha_0 = \beta_0 \quad (2.8)$$

$$\lambda_2 = \alpha_0 - 2\alpha_1 = 2\beta_1 - \beta_0 \quad (2.9)$$

$$\lambda_3 = \alpha_0 - 6\alpha_1 + 6\alpha_2 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \lambda_4 &= \alpha_0 - 12\alpha_1 + 30\alpha_2 - 20\alpha_3 \\ &= 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0, \end{aligned} \quad (2.11)$$

i generalno s

$$\lambda_{r+1} = (-1)^r \sum_{k=0}^r p_{r,k}^* \alpha_k = \sum_{k=0}^r p_{r,k}^* \beta_k. \quad (2.12)$$

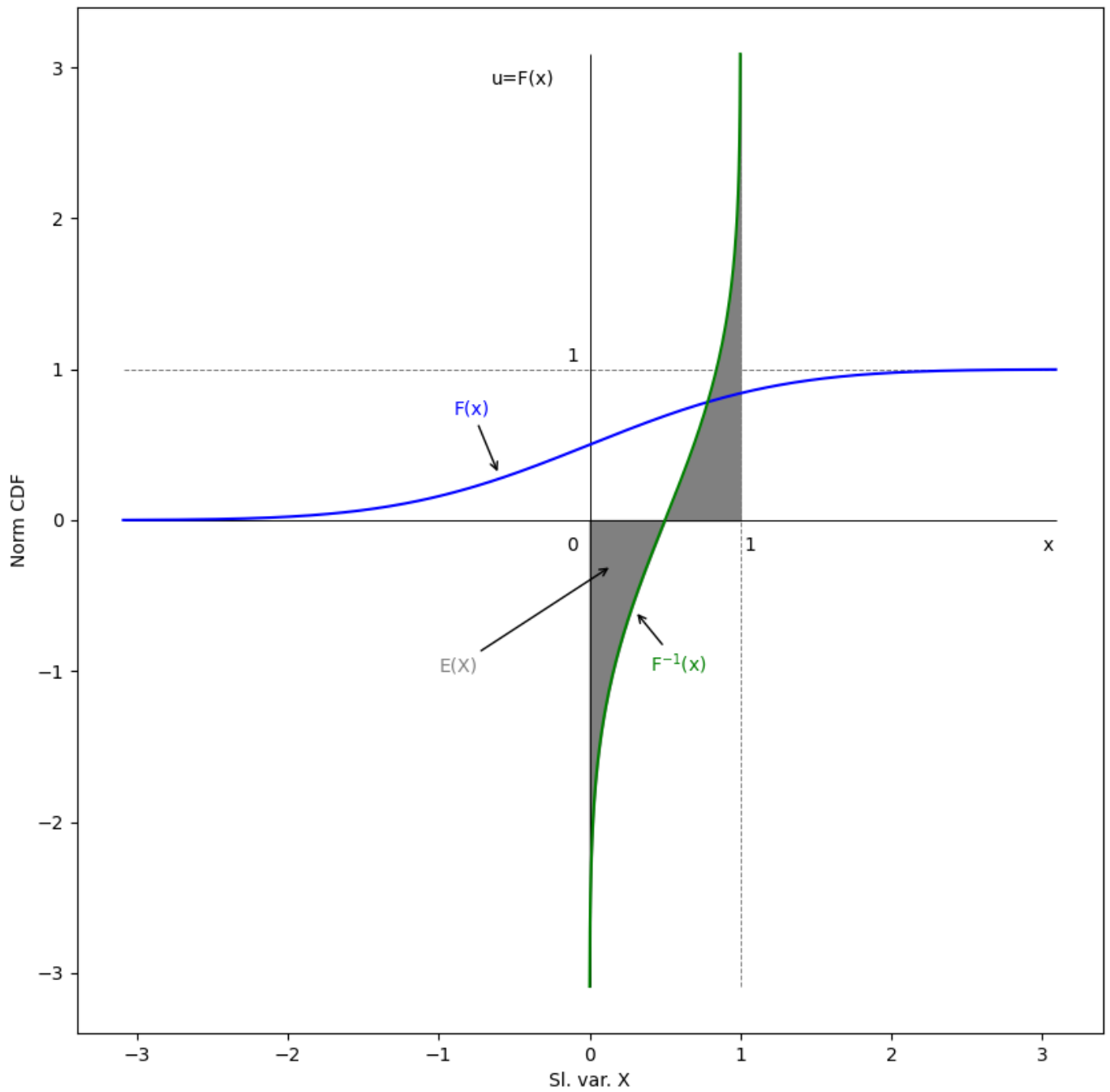
Prigodno je definirati bezdiomenzionalne oblike L -momenata, na način da se L -momenti viših redova dijele s mjerom skale, λ_2 . *Omjeri L -momenata* su tada

$$\tau_r = \lambda_r / \lambda_2, \quad r = 3, 4, \dots \quad (2.13)$$

Ovi omjeri daju mjeru oblika distribucije neovisno o njenoj skali. To su zapravo skalom normirani L -momenti redova od trećeg na dalje. Također se definira i L -CV, *koeficijent L -varijacije*

$$\tau = \lambda_2 / \lambda_1. \quad (2.14)$$

Da bi razlog primjene L -momenata bio očitiji, uspoređuju se sa standardnim momentima.



Slika 2.2. Skica metode momenata. Na skici je prikazana kumulativna funkcija distribucije plavom bojom te njezin inverz zelenom bojom. Vrijednost očekivanja slučajne varijable X naznačena je sivom bojom.

Prvi L -moment, λ_1 , je srednjak i jednak je prvome momentu μ . Drugi L -moment, λ_2 , se uspoređuje sa standardnom devijacijom, σ , koja je mjera skale. Naime vrijedi:

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}E(X_{2:2} - X_{1:2}), \quad \sigma^2 = \frac{1}{2}E(X_{2:2} - X_{1:2})^2, \quad (2.15)$$

pri čemu je $X_{2:2}$ veća, a $X_{1:2}$ manja od dvije nasumično odabrane vrijednosti. Obje veličine daju mjeru udaljenosti između dva nasumična elementa razdiobe, ali σ^2 daje relativno veću težinu većim razlikama. Ovdje se vidi kako je L -skala otpornija na ekstremne vrijednosti. Vrijedi nejednakost (Plackett, 1947)

$$\sigma \geq \sqrt{3}\lambda_2, \quad (2.16)$$

a jednakost se postiže samo za jednoliku razdiobu.

Koeficijent varijacije i L -varijacije, CV i L -CV su u međuodnosu slično kao i σ i λ_2 . Njihovi procijenitelji, označeni s \hat{C}_v i t , redom, zadovoljavaju relaciju (Barker, 1983)

$$\hat{C}_v \geq \left(\frac{3n}{n+1} \right)^{1/2} t. \quad (2.17)$$

Gledajući nagnutost te uspoređujući τ_3 i γ , općenita veza između njih ne postoji, ali u slučaju da razdioba ima teški desni rep tada γ ima znatno veću vrijednost od τ_3 . Štoviše, za neke razdiobe γ teži u beskonačnost dok τ_3 poprima konačnu i malu vrijednost (Hosking i Wallis, 1997).

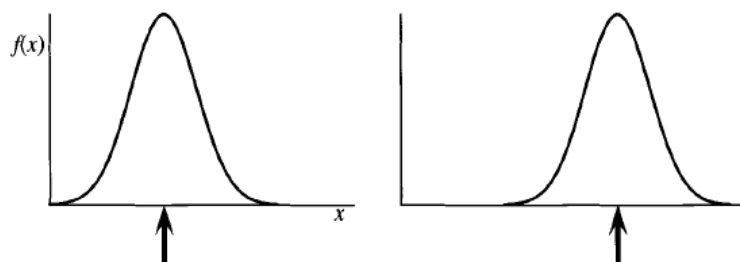
Hosking i Wallis (1997) su pokazali da L -nagnutost i L -spljoštenost imaju manju pristranost. Za razliku od običnih momenata, viši L -momenti postoje ako postoji srednjak razdiobe i to je ujedno jedini uvjet za njihovo postojanje. Na primjer, za generaliziranu distribuciju ekstremnih vrijednosti (GEV) treći i četvrti moment ne postoje ako je parametar oblika redom $k \leq -\frac{1}{3}$ i $k \leq -\frac{1}{4}$. Za te vrijednosti parametra k L -momenti poprimaju vrijednosti $\tau_3 = 0.403$ te $\tau_4 = 0.241$. Omjeri standardnih momenata nisu ograničeni dok omjeri L -momenata imaju granicu $|\tau_r| < 1$, što ih prirodno čini lakšim za interpretirati. Zbog ovog je L -momente moguće primjeniti na puno širu klasu varijabli i to ponajviše one varijable čiji uzorci od interesa u statističkim analizama budu mali. Ovo svojstvo je od velike važnosti u ovom radu s obzirom da je promatrana varijabla mjesečna količina *oborine*.

Glavna razlika između običnih momenata i L -momenata je ta da obični momenti daju veću težinu ekstremnim vrijednostima na repovima razdiobe, što se vidi iz jednadžbi (2.5) i (2.6). Povećanjem r težina repa razdiobe ($u \approx 1$) povećava se sa $\{x(u)\}^r$ u jednadžbi (2.6), a u jednadžbi (2.5) sa u^r . Za većinu razdioba $x(u)$ raste brže nego u , dok se u približava 1. Za razdiobe bez gornje granice $x(u) \rightarrow \infty$ kada $u \rightarrow 1$. Sličnost im je pak ta da daju dobre prve aproksimacije parametara razdiobe vjerojatnosti i relativno ih je jednostavno procijeniti iz podataka.

2.3 Redna statistika L -momenata

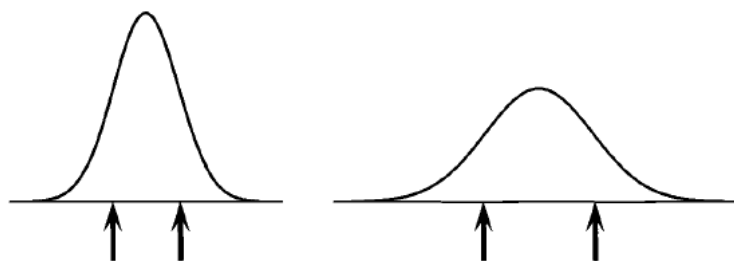
Intuitivni smisao L -momenata može se objasniti pomoću linearnih kombinacija opservacija iz uzorka čiji su članovi uzlazno sortirani. Neka je X slučajna varijabla te neka je iz nje izvučen uzorak duljine n . Ako s $X_{k:n}$ označimo k -tu najmanju vrijednost u tom uzorku, onda se sortirani uzorak može zapisati s $X_{1:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$. Vizualna interpretacija momenata dana je na slikama 2.3 - 2.6 iz Hosking i Wallis (1997).

Uzorak veličine 1 je jedna opservacija $X_{1:1}$. Ona nam daje informaciju samo o lokaciji distribucije - ako je distribucija pomaknuta većim vrijednostima tada bi očekivali veće vrijednosti ove opservacije.



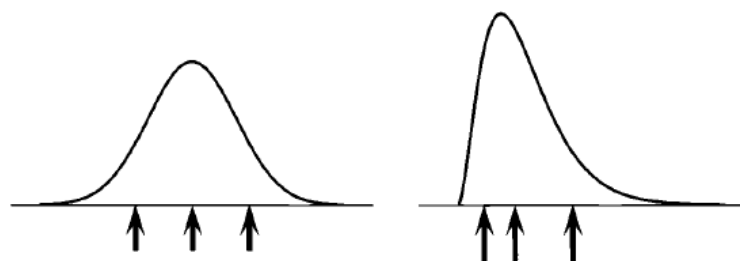
Slika 2.3. Skica prvog L -momenta, prema Hosking i Wallis (1997).

Uzorak veličine 2 su dvije opservacije, $X_{1:2}$ i $X_{2:2}$. Uzorak nam daje informaciju o skali razdiobe, odnosno rasapu podataka - ako su ove dvije vrijednosti bliske tada je rasap opservacija manji, i obrnuto.



Slika 2.4. Skica drugog L -momenta, prema Hosking i Wallis (1997).

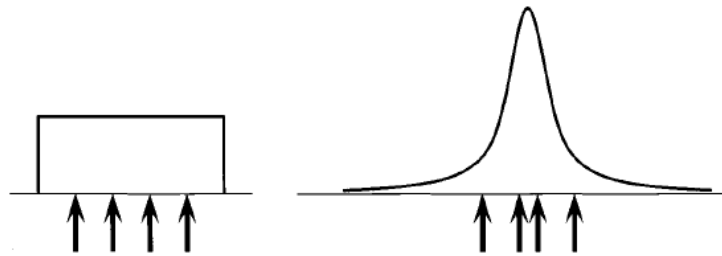
Uzorak veličine 3, $X_{1:3}$, $X_{2:3}$ i $X_{3:3}$ govori nam o nagnutosti distribucije. Ako je razdioba simetrična oko središnje vrijednosti tada će razlike dvaju krajnjih članova od srednjeg biti bliske vrijednosti, $X_{3:3} - X_{2:3} \approx X_{2:3} - X_{1:3}$, odnosno $X_{3:3} - 2X_{2:3} + X_{1:3} \approx 0$. Ako je razdioba nagnuta na desno, odnosno maksimum distribucije je desno od medijana i desni rep je *teži* od lijevog, onda je $X_{3:3} - X_{2:3} > X_{2:3} - X_{1:3}$ te će $X_{3:3} - 2X_{2:3} + X_{1:3}$ biti pozitivno. U slučaju nagnutosti na lijevo rezultat je obrnut te će $X_{3:3} - 2X_{2:3} + X_{1:3}$ biti negativno. Dakle, $X_{3:3} - 2X_{2:3} + X_{1:3}$ je, kao druga središnja razlika sortiranog niza, mjera nagnutosti razdiobe.



Slika 2.5. Skica trećeg L -momenta, prema Hosking i Wallis (1997).

Istim postupkom uzorak od 4 člana daje spljoštenost razdiobe. Treća središnja razlika je $X_{4:4} - 3X_{3:4} + 3X_{2:4} - X_{1:4}$, a ako se preuredi kao $(X_{4:4} - X_{1:4}) - 3(X_{3:4} - X_{2:4})$

tada se vidi mjera razlike između udaljenosti dva krajnja podatka i dva središnja. Ako distribucija ima spljošten oblik tada će ova razlika težiti u nulu, a ako ima izraženi maksimum tada će ova razlika biti veća i pozitivna.



Slika 2.6. Skica četvrtog L -momenta, prema Hosking i Wallis (1997).

Iz ovoga se vidi kako određene linearne kombinacije članova sortiranog niza podataka daju informacije o parametrima distribucije. L -momenti su definirani kao očekivane vrijednosti ovih linearnih kombinacija normiranih brojem članova u promatranom nizu. Iz toga dolazi L , (*Linearni*) u nazivu ovih momenata jer se oni konstruiraju iz linearnih kombinacija ovih rednih statistika. Ti momenti definirani su s

$$\lambda_1 = E(X_{1:1}) \quad (2.18)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}E(X_{2:2} - X_{1:2}) \quad (2.19)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{3}E(X_{3:3} - 2X_{2:3} + X_{1:3}) \quad (2.20)$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{4}E(X_{4:4} - 3X_{3:4} + 3X_{2:4} - X_{1:4}), \quad (2.21)$$

i općenito kao

$$\lambda_r = r^{-1} \sum_{j=0}^{r-1} (-1)^j \binom{r-1}{j} E(X_{r-j:r}) \quad (2.22)$$

Jednadžbe (2.7) i (2.22) su istovjetne. Očekivanje redne statistike se može zapisati kao

$$E(X_{r:n}) = \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!} \int_0^1 x(u)u^{r-1}(1-u)^{n-r} du, \quad (2.23)$$

2.4 Svojstva L -momenata

Najbitnije informacije daju L -momenti λ_1 i λ_2 te L -CV, odnosno τ , i omjeri τ_3 i τ_4 . Njihova svojstva, po Hosking (1989, 1990), su:

Egzistencija. Ako postoji srednjak distribucije tada postoje svi ostali L -momenti.

Jedinstvenost. Ako postoji srednjak distribucije tada L -momenti jedinstveno opisuju razdiobu. Ne postoje dvije distribucije sa istim L -momentima.

Terminologija:

1. λ_1 je L -lokacija, odnosno srednjak razdiobe.

2. λ_2 je L -skala.
3. τ je L -CV, odnosno koeficijent varijacije.
4. τ_3 je L -nagnutost.
5. τ_4 je L -spljoštenost.

Numeričke vrijednosti

1. λ_1 može poprimiti bilo koju vrijednost.
2. $\lambda_2 \geq 0$.
3. Za razdiobu koja uzima samo pozitivne vrijednosti, $0 \leq \tau < 1$.
4. Omjeri L -momenata zadovoljavaju $|\tau_r| < 1$ za sve $r \geq 3$.

Linearna transformacija. Neka su X i Y slučajne varijable s L -momentima λ_r i λ_r^* , respektivno, te pretpostavimo da je $Y = aX + b$. Tada vrijedi:

$$\lambda_1^* = a\lambda_1 + b \quad (2.24)$$

$$\lambda_2^* = |a|\lambda_2 \quad (2.25)$$

$$\tau_3 = (\text{sign } a)^r \tau_r, \quad r \geq 3. \quad (2.26)$$

Simetrija. Neka je X simetrična slučajna varijabla sa srednjakom μ , tako da je $Pr[X \geq \mu + x] = Pr[X \leq \mu - x]$ za sve x . Tada su svi omjeri L -momenata neparnog reda nula, to jest, $\tau_r = 0, r = 3, 5, \dots$

Teorijski L -momenti su izračunati za mnoge često korištene distribucije, a lista istih dana je u Hosking i Wallis (1997) u dodatku A.

2.5 L -momenti uzorka

Umjesto iz teorijskih razdioba, u praksi se L -momenti određuju iz uzorka konačne duljine. Procjena se zasniva na uzlazno sortiranom uzorku veličine n . Neka je tada $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$ sortirani uzorak. Može se pokazati da se L -momenti uzorka mogu općenito zapisati kao

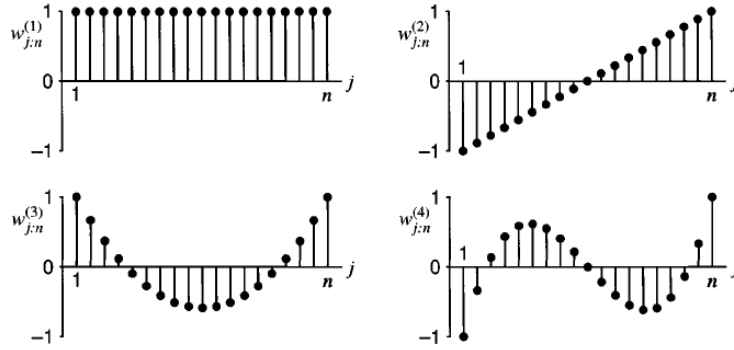
$$l_r = n^{-1} \sum_{j=1}^n w_{j:n}^{(r)} x_{j:n}. \quad (2.27)$$

Težine $w_{j:n}^{(r)}$ su prikazane na slici 2.7 za slučaj $n = 19$; ovo pokazuje relativni doprinos svakog opažanja svakom L -momentu uzorka. Ove težine imaju oblik koji odgovara polinomu stupnja $r - 1$ i reda j . Ako se pogleda notacija iz Neuman i Schonbach (1974), $w_{j:n}^{(r)}$ je diskretni Legendreov polinom $(-1)^{r-1} P_{r-1}(j-1, n-1)$.

Analogno jednadžbama (2.13) i (2.14), omjeri L -momenata uzorka definirani su s

$$t_r = l_r / l_2 \quad (2.28)$$

te L -CV uzorka s



Slika 2.7. Relativni doprinosi svake od opservacija svakom od prvih četiri L -momenta za uzorak veličine $n = 19$, prema Hosking i Wallis (1997).

$$t = l_2/l_1 \quad (2.29)$$

Ovo su prirodni procijenitelji τ_r i τ , respektivno. Ovi procijenitelji nisu nepristrani ali njihove pristranosti su zanemarivo male u uzorcima srednje i velike duljine (Hosking i Wallis, 1997).

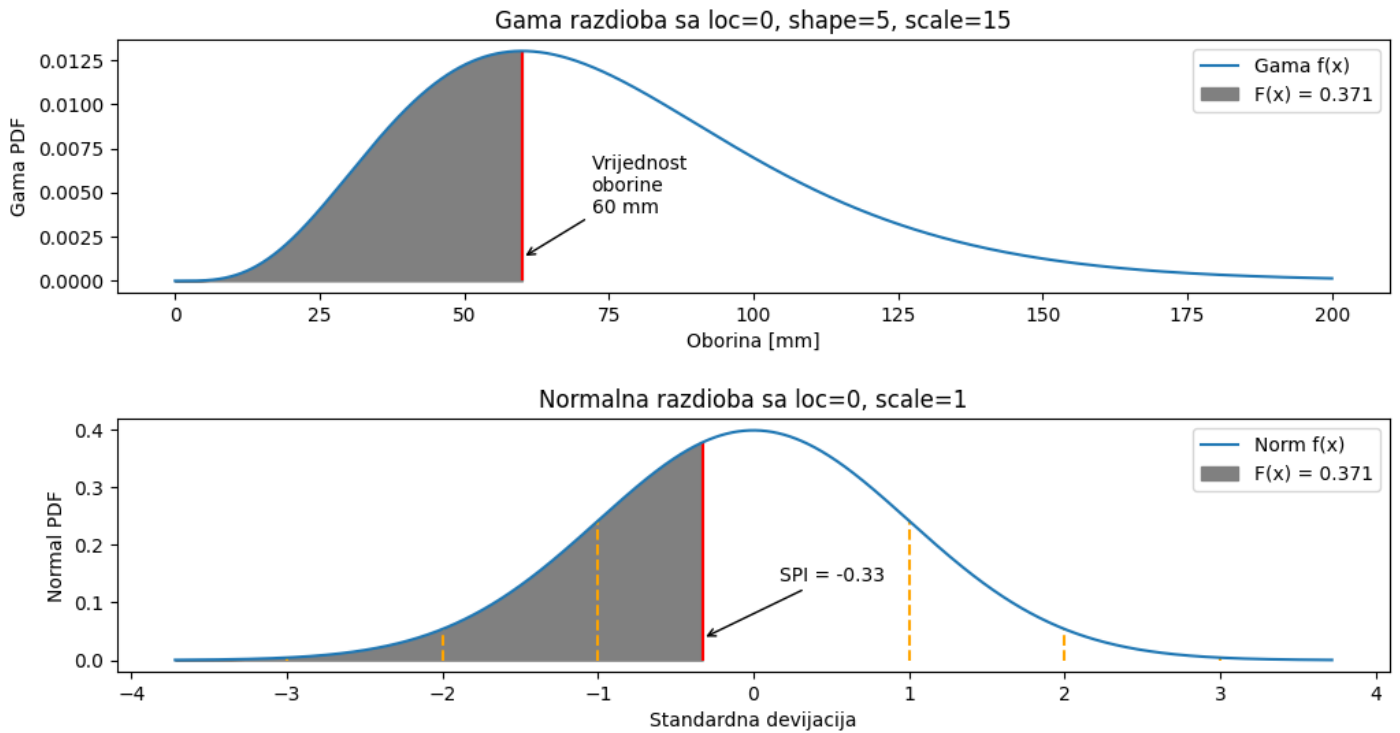
2.6 Standardizirani indeksi SPI i SPEI

Standardizirani oborinski indeks (engl. *Standardized Precipitation Index*, nadalje SPI) brojčana je mjera sušnosti ili kišnosti s obzirom na statistički manjak ili višak oborine. U klimatologiji se koristi za ocjenu klime. Ovaj indeks je koristan za opis suše, odnosno njenog trajanja i intenziteta na raznim vremenskim skalama, tako da se, ovisno o vremenskoj skali, može promatrati više tipova suša.

Indeks SPI se računa na sljedeći način: prvo se empirijskoj razdiobi čestina oborine na mjesečnoj ili višemjesečnoj skali prilagodi gustoća vjerojatnosti s gama razdiobom. Koristeći tu gama razdiobu, za svaku se osmotrenu (mjesečnu ili višemjesečnu) oborinu izračuna vrijednost kumulativne gustoće vjerojatnosti, tj. vjerojatnost da rečena oborina neće biti premašena. Konačno, iz tako dobivene kumulativne vjerojatnosti odredi se kvantil, ali prema standardnoj normalnoj razdiobi, tj. normalnoj razdiobi sa srednjakom nula i standardnom devijacijom jedan. Dakle, radi se o transformaciji gama slučajne varijable u standardnu normalnu varijablu tako da se čuvaju kumulativne vjerojatnosti.

Za određivanje parametara oblika i skale gama razdiobe iskorištena je metoda L -momenata. Parametar lokacije je prirodno fiksiran na nulu. Opće je poznato da klasična metoda momenata kod jače asimetričnih razdioba daje procjene koje su manje pouzdane od procjena dobivenih metodom maksimalne vjerodostojnosti. S druge strane, metoda maksimalne vjerodostojnosti nije izravno primjenjiva za prilagodbu gama razdiobe ukoliko postoje mjeseci bez oborine. Metoda L -momenata daje zadovoljavajuće prilagodbe na fizikalne uvjete u ovim slučajevima. Ovo je u skladu s primjedbom iz (Hosking i Wallis, 1997) da su L -momenti otporniji na ekstremne vrijednosti u skupu podataka.

Standardizirani oborinsko-evapotranspiracijski indeks (engl. *Standardized Precipitation-Evapotranspiration Index*, nadalje SPEI) je brojčana mjera poput SPI ali se razlikuju po tome što SPEI uzima u obzir i temperaturu koja pospješuje isparavanje i trans-



Slika 2.8. Skica izračuna SPI sa podliježećom gama razdiobom.

piraciju vode iz tla i bilja. Ovaj efekt opisuje *potencijalna evapotranspiracija* (engl. *Potential Evapotranspiration*, nadalje PET). Sušenje isparavanjem stvara dodatni deficit vode u tlu koji povećava intenzitet i trajanje suše. Zbog nedostatka tog svojstva, u nekim slučajevima, SPI pokazuje manju sušnost od one stvarne. Smatra se da SPEI u tim slučajevima točnije prikazuje sušnost.

Standardizirani oborinsko-evapotranspiracijski indeks, SPEI, definiran je kao standardizirana vrijednost neke bazne teorijske distribucije, $F(x)$. Obzirom da je u ovom slučaju varijabla od interesa *vodna bilanca*, tj. razlika između pale oborine i potencijalne evapotranspiracije, $F(x)$ mora biti neka troparametarska distribucija koja može opisati i negativne vrijednosti. Za procjenu parametara bazne distribucije također se koristi metoda *L-momenata*.

Za modeliranje SPEI u ovom radu razmatrano je pet razdioba: Pearsonova razdioba tipa III (PE3):

$$f(x) = \frac{(x - \xi)^{\alpha-1} e^{-(x-\xi)/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)},$$

$$F(x) = G\left(\alpha, \frac{x - \xi}{\beta}\right) / \Gamma(\alpha) \quad \text{za } \gamma > 0,$$

$$F(x) = 1 - G\left(\alpha, \frac{\xi - x}{\beta}\right) / \Gamma(\alpha) \quad \text{za } \gamma < 0,$$
(2.30)

gdje su $\alpha = 4/\gamma^2$, $\beta = \frac{1}{2}\sigma|\gamma|$ te $\xi = \mu - 2\sigma/\gamma$. Parametar μ je lokacija, σ skala a γ oblik. Potpuna gama funkcija označena je s Γ a funkcija G je djelomična gama funkcija

definirana s

$$G(\alpha, x) = \int_0^x t^{\alpha-1} e^{-t} dt. \quad (2.31)$$

Generalizirana razdioba ekstremnih vrijednosti (GEV):

$$\begin{aligned} f(x) &= \alpha^{-1} e^{-(1-k)y - e^{-y}}, \\ F(x) &= e^{-e^{-y}}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Pri tomu je y definiran s:

$$\begin{aligned} y &= -k^{-1} \log\{1 - k(x - \xi)/\alpha\} \quad \text{za } k \neq 0, \\ y &= (x - \xi)/\alpha \quad \text{za } k = 0, \end{aligned} \quad (2.33)$$

gdje je ξ parametar lokacije, α skale a k oblika.

Generalizirana logistička (GENLOG):

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\alpha^{-1} e^{-(1-k)y}}{(1 + e^{-y})^2}, \\ F(x) &= 1/(1 + e^{-y}). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Za y vrijedi kao i kod GEV distribucije

$$\begin{aligned} y &= -k^{-1} \log\{1 - k(x - \xi)/\alpha\} \quad \text{za } k \neq 0, \\ y &= (x - \xi)/\alpha \quad \text{za } k = 0, \end{aligned} \quad (2.35)$$

te su parametri redom isti kao i kod GEV, ξ je parametar lokacije, α skale a k oblika.

Generalizirana Paretova (GENPAR):

$$\begin{aligned} f(x) &= \alpha^{-1} e^{-(1-k)y}, \\ F(x) &= 1 - e^{-y}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Za y vrijedi kao i kod prijašnje dvije razdiobe

$$\begin{aligned} y &= -k^{-1} \log\{1 - k(x - \xi)/\alpha\} \quad \text{za } k \neq 0, \\ y &= (x - \xi)/\alpha \quad \text{za } k = 0, \end{aligned} \quad (2.37)$$

i parametri su nepromijenjeni, ξ je parametar lokacije, α skale a k oblika.

Log-normalna razdioba (LOGN):

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\ln((x - \mu)/\theta)}{2\sigma^2}\right), \\ F(x) &= \Phi\left(\frac{(\ln(\frac{x}{\theta})) - \mu}{\sigma}\right) \end{aligned} \quad (2.38)$$

s parametrima distribucije lokacije μ , skale θ i oblika σ .

2.7 Potencijalna evapotranspiracija PET

Za izračun SPEI potrebna je informacija o potencijalnoj evapotranspiraciji vode kako bi se našla vodna bilanca $D = P - PET$, gdje je P mjesečna količina oborine u milimetrima. PET se može izračunati na više načina. Ovdje je odabrana metoda po Thornthwaite (1948) jer zahtjeva podatke samo o mjesečnoj temperaturi dok druge metode zahtjevaju više meteoroloških parametara, poput insolacije, vlage u zraku, vjetra i ostalog. Tom metodom PET se računa na sljedeći način:

$$PET = 16K \left(\frac{10T}{I} \right)^m \quad (2.39)$$

gdje je T srednja mjesečna temperatura ($^{\circ}\text{C}$), I je indeks topline definiran kao suma 12 mjesečnih vrijednosti, i ,

$$i = \left(\frac{T}{5} \right)^{1.514}. \quad (2.40)$$

Pritom je m koeficijent koji ovisi o I : $m = 6.75 \times 10^{-7}I^3 - 7.71 \times 10^{-5}I^2 + 1.79 \times 10^{-2}I + 0.492$, a K je korekcija kao funkcija geografske širine i mjeseca,

$$K = \left(\frac{N}{12} \right) \left(\frac{NDM}{30} \right). \quad (2.41)$$

NDM je broj dana u promatranom mjesecu, a N je najveći broj sunčanih sati, koji je izračunat s

$$N = \left(\frac{24}{\pi} \right) \bar{w}_s, \quad (2.42)$$

gdje je \bar{w}_s satni kut izlazećeg sunca,

$$\bar{w}_s = \arccos(-\tan\phi \tan\delta), \quad (2.43)$$

ϕ je geografska širina u radianima a δ je deklinacija sunca u radianima,

$$\delta = 0.4093 \text{sen} \left(\frac{2\pi J}{365} - 1.405 \right), \quad (2.44)$$

dok je J srednji Julijanski dan mjeseca. Konačno, vodnu bilancu D za mjesec i čini razlika između precipitacije P , i potencijalne evapotranspiracije, PET, za taj mjesec,

$$D_i = P_i - PET_i. \quad (2.45)$$

2.8 Određivanje najbolje teorijske distribucije za vodnu bilancu

Kao kandidati za prilagodbu na vodnu bilancu razmatraju se sljedeće distribucije: Pearsonova razdioba tipa III (PE3), generalizirana razdioba ekstremnih vrijednosti (GEV), generalizirana logistička (GENLOG), generalizirana Paretova (GENPAR) te log-normalna distribucija (LOGN). Ove distribucije opisane su jednadžbama (2.30)-(2.38). Slike 3.1 - 3.4 prikazuju omjere *nagnutosti* i *spljoštenosti* empirijskih podataka (točkice) za sve postaje po regijama na skalama od 1, 3, 6 i 12 mjeseci u usporedbi s onima od promatranih teorijskih razdioba (linije). Vidljivo je generalno slaganje podataka s razdiobama PE3, GEV i LOGN time što se empirijski podaci grupiraju

oko tih distribucija bez većih odstupanja te se samo ove tri razdiobe razmatranju u daljnjem radu.

Ove tri teorijske razdiobe podvrgnute su Kolmogorov-Smirnov (KS) statističkom testu. Taj test zasniva se na ocjeni maksimalne apsolutne razlike između empirijske distribucije, $F_n(x)$, niza podataka duljine n i teorijske distribucije od interesa, $F(x)$. KS-test se temelji na tzv. *KS-statistici* koja predstavlja maksimalno zabilježeno odstupanje između empirijske i teorijske razdiobe:

$$KS_n = \max_x |F_n(x) - F(x)|. \quad (2.46)$$

Ako podaci dolaze iz teorijske distribucije $F(x)$, tada KS_n konvergira k nuli, kad $n \rightarrow \infty$. Uz uvjet da vrijedi nul-hipoteza, tj. da uzorak potječe iz pretpostavljene razdiobe $F(x)$, statistika $\sqrt{n}KS_n$ (u daljnjem KS-statistika) za dovoljno velike uzorke (veliki n) ima približno tzv. Kolmogorovljevu razdiobu i to neovisno o kontinuiranoj distribuciji $F(x)$, što znači da je test neparametarski (Wilks, 2011). Ako je vrijednost te statistike dobivena iz uzorka dovoljno velika onda se nul-hipoteza da podaci potječu iz pretpostavljene kontinuirane razdiobe $F(x)$ odbacuje. Postoji i jednostavna aproksimacija koja proširuje valjanost testa i na male uzorke (Wilks, 2011, formula 5.16). Sve rečeno vrijedi ako je teorijska razdioba zadana neovisno o opaženim podacima, što je klasični slučaj koji su proučavali Kolmogorov i Smirnov. Ako su parametri razdiobe, što najčešće jest slučaj, određeni prilagodbom iz podataka, onda su stvarne kritične vrijednosti testa značajno manje od kritičnih vrijednosti u klasičnom slučaju (Crutcher, 1975, Steinskog i sur. 2007, Wilks, 2011). Tada je teorijska razdioba dodatno prilagođena empirijskoj razdiobi (podacima) i tipična odstupanja između dviju distribucija su manja nego u klasičnom slučaju. Stoga bi nekritična primjena klasičnog testa vodila prečestom prihvaćanju nul-hipoteze, odnosno povećanju pogreške II vrste. Nadalje, u tom slučaju kritična vrijednost ovisi o konkretnoj teorijskoj razdiobi, a jednako tako i o duljini uzorka. Test prestaje biti neparametarski te nije lako teorijski odrediti nul-distribuciju, no ona se može relativno lako odrediti pomoću Monte Carlo simulacija kako slijedi: polazi se od zadane teorijske distribucije i zadanog broja podataka, tj. duljine uzorka, n . Iz rečene teorijske distribucije generira se puno, npr. 100000, slučajnih uzoraka duljine n , za svaki od njih se provede KS-test te se analizira razdioba tako dobivenih 100000 vrijednosti KS-statistike. U ovom slučaju, po konstrukciji svi generirani uzorci potječu iz zadane teorijske razdiobe, tj. vrijedi nul-hipoteza. Stoga je, za zadani nivo značajnosti α , kritična vrijednost KS-statistike dobro procijenjena $(1 - \alpha)$ -tim kvantom od rečenih 100000 vrijednosti.

Vremenski niz $D = P - PET$ odabrane postaje, skale i mjeseca uspoređen je sa svakom od triju odabranih teorijskih razdioba koje su prilagođene tom nizu. Da bi se minimizirala statistička pogreška tipa II dobivena KS-statistika uspoređuje se s kritičnom vrijednošću dobivenom gore opisanim postupkom za respektivnu generičku razdiobu čiji su parametri fiksni i određeni kao srednjak parametara svih postaja i skala. Rezultati pokazuju da sve tri distribucije, Pearsonova tipa III (PE3, izraz 2.30), generalizirana razdioba ekstremnih vrijednosti (GEV, 2.32) te log-normalna razdioba (LOGN, 2.38) dobro opisuju podatke na razini signifikantnosti $\alpha = 0.05$ (slika A1 i tablica A1 u dodatku A). Za izračun SPEI potrebno je odabrati jednu od ove tri distribucije. Kako sve tri razdiobe dovoljno dobro opisuju podatke, kao bitan faktor razmotreni su ekstremni slučajevi, odnosno kako razdioba opisuje podatke krajnjih vrijednosti, pogotovo one u donjem dijelu raspona podataka koji opisuju sušu.

Kod prilagodbi teorijskih razdiobi empirijskim podacima dolazi do problema sa

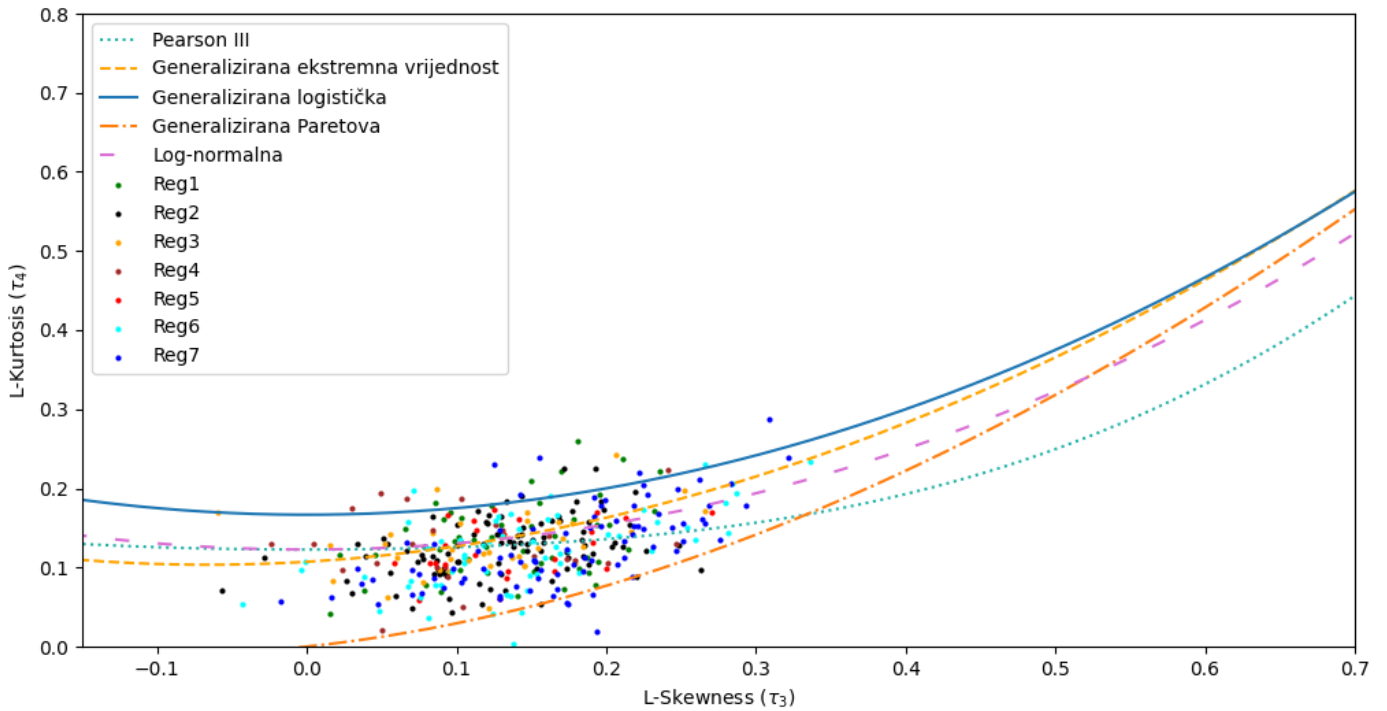
izračunom kumulativne vjerojatnosti za neke od ovih ekstrema jer se nalaze predaleko na jednom ili drugom kraju razdiobe, što ponekad rezultira da izračunata vrijednost SPEI bude beskonačno. Zbog jednostavnijeg crtanja i analize sve vrijednosti od SPI i SPEI manje od -4.5 su svedene na -4.5 , dok su vrijednosti veće od 4.5 svedene na 4.5 . To odgovara rasponu od četiri i pola standardne devijacije u pozitivnom i negativnom smjeru te dovoljno dobro kvalitativno opisuje ekstremni događaj. Razdioba koja je imala najmanje ovakvih slučajeva je bila LOGN sa 67 slučajeva (0.04% ukupnih podataka), pa PE3 sa 606 (0.35%) a najviše ih je imala GEV s 1565 (0.91%). Time je zaključeno da log-normalna razdioba najbolje opisuje ekstremne događaje te je ona korištena u daljnjem radu.

3. Rezultati

3.1 Rezultati prilagodbe razdioba

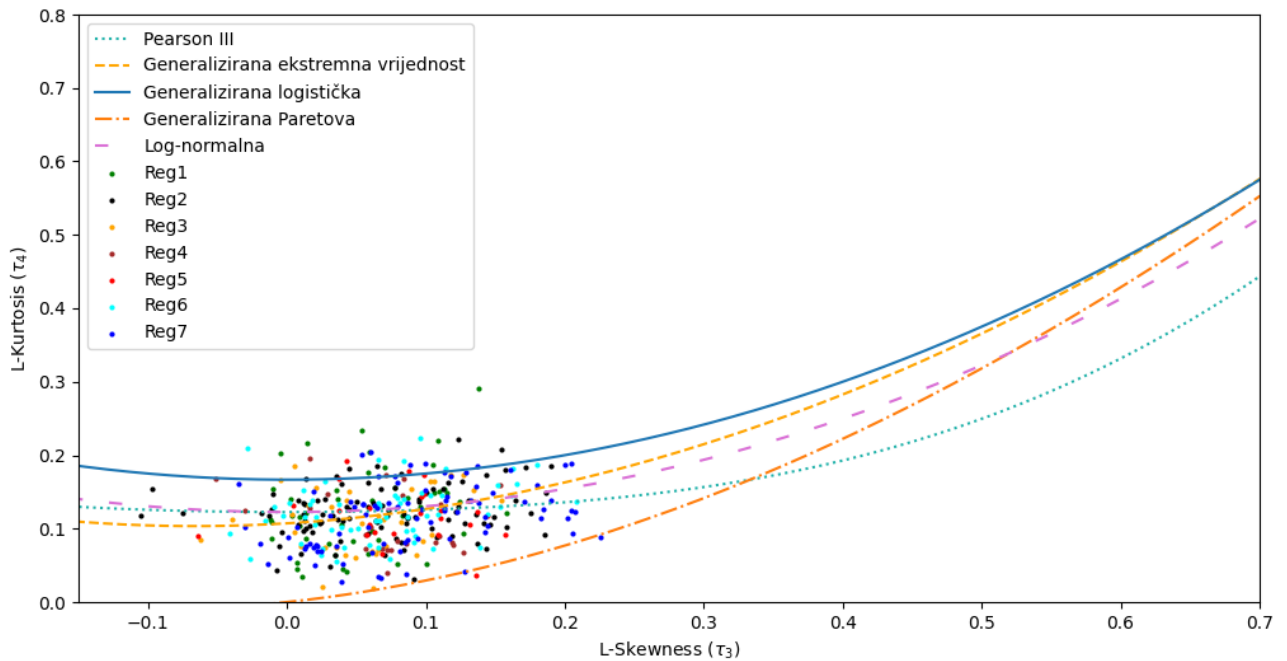
Na slikama 3.1 - 3.4 prikazani su grafovi odnosa omjera L -momenata τ_3 i τ_4 empirijskih podataka i razmatranih teorijskih razdioba za skale od 1, 3, 6 i 12 mjeseci. Empirijski podaci su prikazani u 7 boja gdje svaka odgovara jednoj regiji. Postaje su raspoređene po regijama te je za svaku postaju prikazano 12 točaka, po jedna za svaki mjesec u godini. Vidljivo je da generalizirana logistička razdioba i generalizirana Paretova razdioba ne odgovaraju ovim podacima dok se nijedna od preostale tri razdiobe ne može isključiti kao nepogodna za opis pripadajućih podataka. Povećanjem vremenske skale omjeri L -momenata empirijskih podataka konvergiraju nižim vrijednostima τ_3 i τ_4 i raspršenje im se smanjuje. To se objašnjava smanjenom varijabilnosti u vodnoj bilanci do koje dolazi na duljim vremenskim skalama. Za očekivati je da dulje vremenske skale budu povezane i s većim prostornim skalama, tj. da na duljim vremenskim skalama slične hidrološke prilike prevladavaju na bliskim postajama, pa i šire. Kako su postaje grupirane po regijama, od kojih svaka zasebno ima karakterističnu klimu, manifestacija njihovih karakteristika se može primjetiti kao razlika u području grupiranja točaka na grafu, što je očitije na višim skalama. Tako se primjerice regija 1 (Slavonija, zelene točkice), na skali od 12 mjeseci, grupira oko nagnutosti $\tau_3 \approx -0.02$ te našiljenosti $\tau_4 \approx 0.12$. To govori da će prosječna razdioba vodne bilance na skali od 12 mjeseci na području Slavonije biti nezamjetno nagnuta u lijevo i relativno slabo našiljena što znači da se kroz godinu dana može očekivati normalizacija vodne bilance oko medijana. S druge strane, regija 7 (Dalmacija, plave točkice) se grupira oko nagnutosti $\tau_3 \approx 0.04$ te našiljenosti $\tau_4 \approx 0.1$ što nam govori da će tipična distribucija vodne bilance na ovoj skali biti više nagnuta u desno, i nezamjetno manje našiljena, u usporedbi s prethodno spomenutom razdiobom. Ta nagnutost u desno znači da će desni rep biti dulji (ili *deblji*). To znači da se u ovoj regiji, u prosjeku, može očekivati veći raspon (ili intenzitet) ekstrema pozitivne bilance na skali od 12 mjeseci. Ovo se može povezati s brojem sušnih mjeseci kojeg pokazuju indeksi na skali od 12 mjeseci (slike 3.6, 3.7). Naime, na postaji Split-Marjan, kao reprezentativnoj postaji Dalmatinske regije, zamjećeno je primjetno manje sušnih mjeseci nego na postaji Osijek, što je u skladu s tendencijom postaja Slavonske regije da iskuse manje vlažnih ekstrema.

Omjer L-momenata za sve regije na vremenskoj skali od 1 mj.



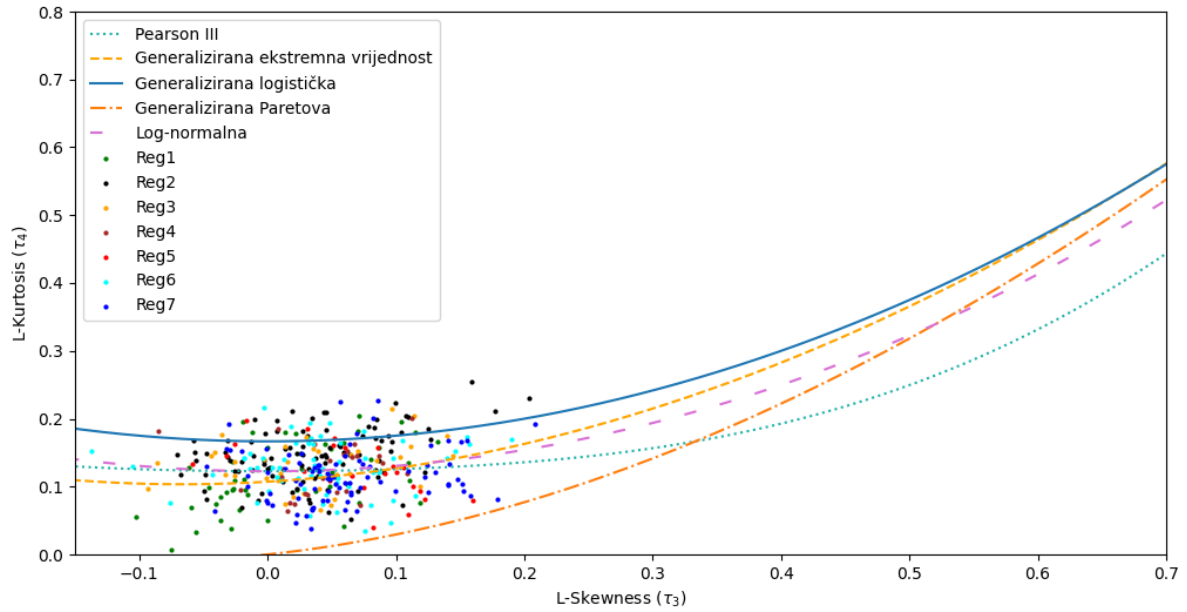
Slika 3.1. Omjeri τ_3 i τ_4 empirijskih podataka (točkice) i teorijskih razdioba (linije) za sve postaje na skali 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.

Omjer L-momenata za sve regije na vremenskoj skali od 3 mj.



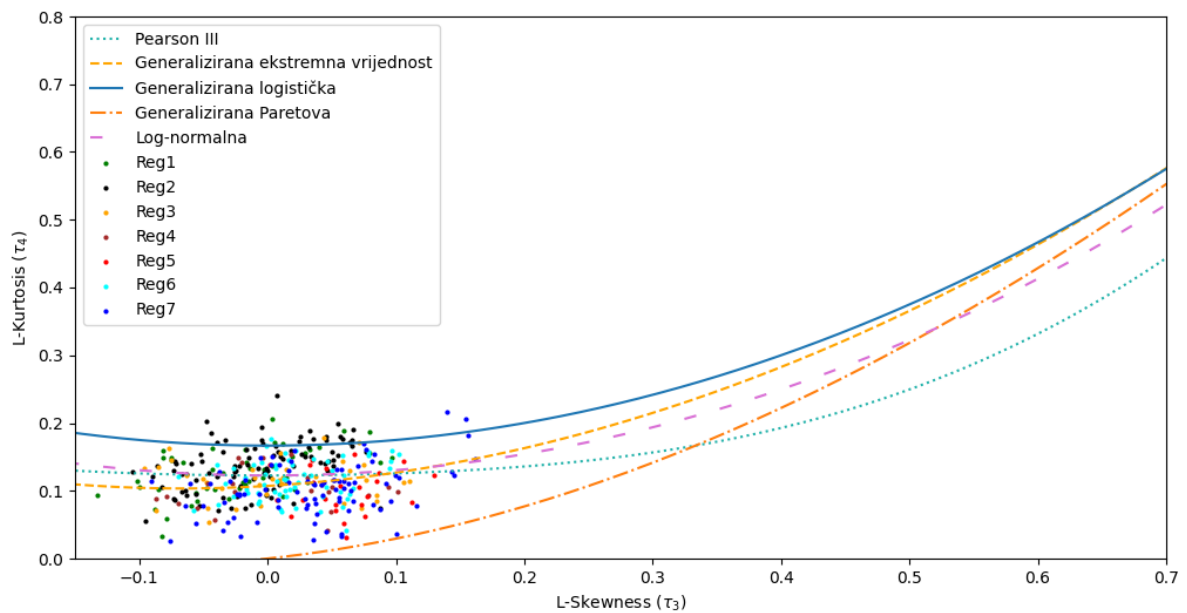
Slika 3.2. Omjeri τ_3 i τ_4 empirijskih podataka (točkice) i teorijskih razdioba (linije) za sve postaje na skali 3 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.

Omjer L-momenata za sve regije na vremenskoj skali od 6 mj.



Slika 3.3. Omjeri τ_3 i τ_4 empirijskih podataka (točkice) i teorijskih razdioba (linije) za sve postaje na skali 6 mjeseci za razdoblje 1962.-2019.

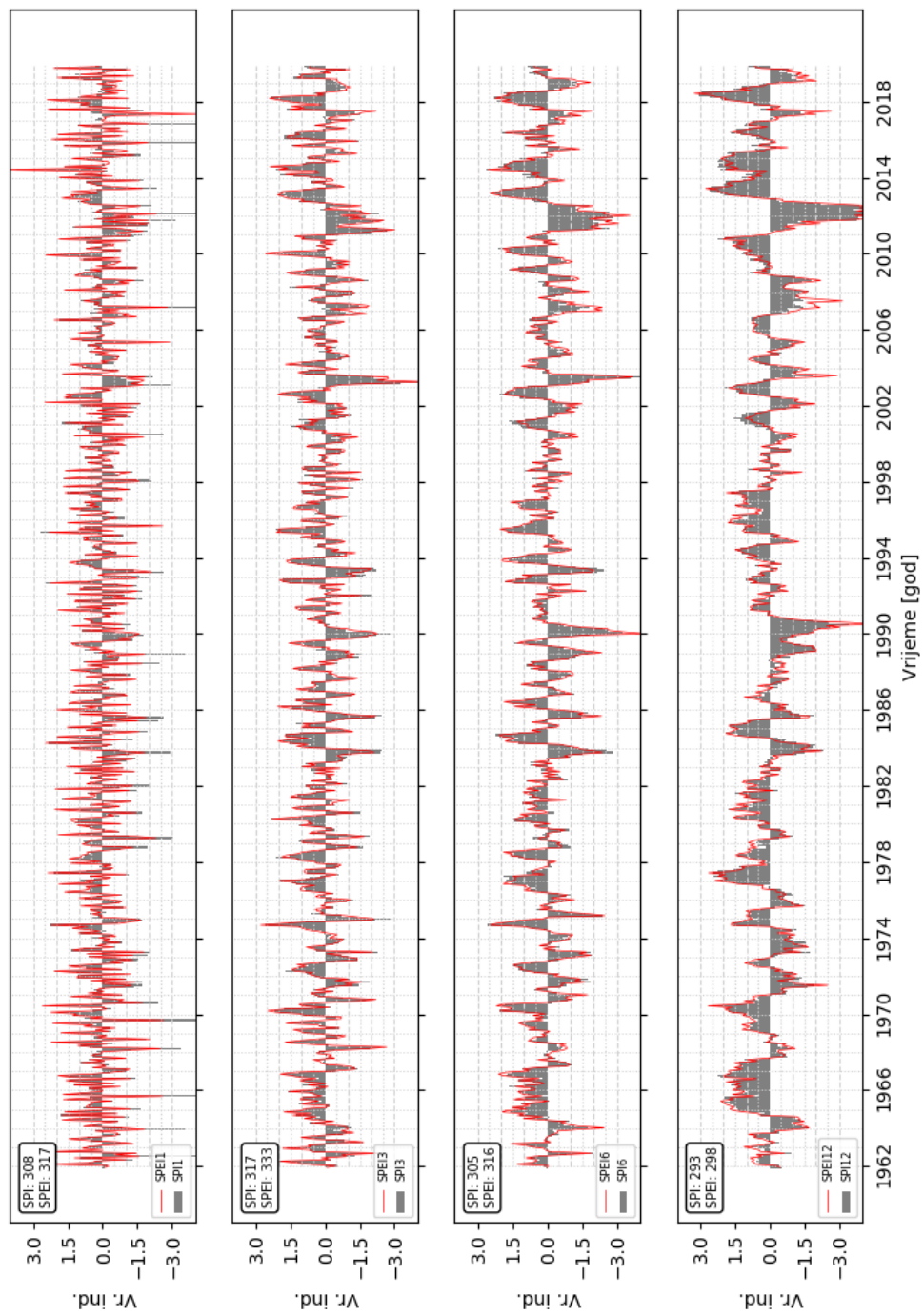
Omjer L-momenata za sve regije na vremenskoj skali od 12 mj.



Slika 3.4. Omjeri τ_3 i τ_4 empirijskih podataka (točkice) i teorijskih razdioba (linije) za sve postaje na skali 12 mjeseci za razdoblje 1962.-2019.

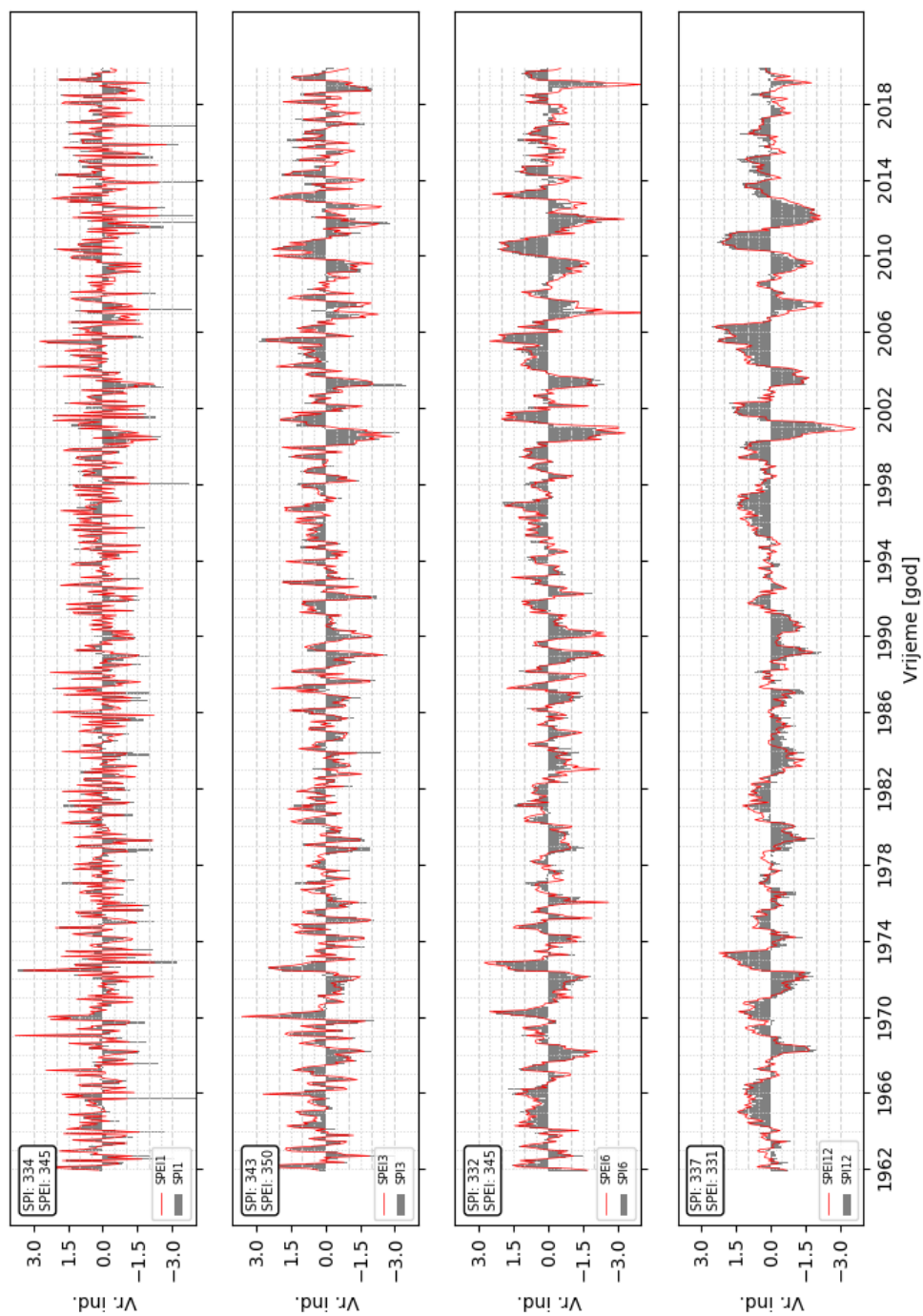
Na slikama 3.5 - 3.8 prikazani su SPI i SPEI na skalama od 1, 3, 6 i 12 mjeseci za postaje Gospić, Osijek, Split-Marjan i Zagreb-Maksimir. Prikazani su i brojevi sušnih mjeseci koje pokazuje svaki od indeksa (gore lijevo na grafu). Vidljivo je da SPEI prati SPI na svim postajama i vremenskim skalama kako je i očekivano. Na kraćim vremenskim skalama vidljiva je oscilacija između pozitivnih i negativnih vrijednosti oba indeksa s periodom od 1 do 3 mjeseca dok na duljim vremenskim skalama ove oscilacije poprimaju polugodišnji, godišnji a i višegodišnji karakter. Indeks SPEI daje generalno oštriju ocjenu sušnosti a to je posebno vidljivo za vrijeme sušnih razdoblja na većim skalama. Brojevi sušnih mjeseci se najviše razlikuju na kraćim skalama, gdje SPEI pokazuje više sušnih mjeseci, na kojima oscilacije između pozitivnih i negativnih vrijednosti indeksa imaju veću frekvenciju. Na postajama poput Zagreb-Maksimir i Split-Marjan, koje nisu bile u tolikoj mjeri obuhvaćene manjkom oborine 2003/4 i 2011/12, vidi se oštrija ocjena sušnosti zbog nadprosječno toplih ljetnih mjeseci. Glavni pogonitelj dugoročne suše u istočnoj Hrvatskoj 2011. godine bio je manjak oborina i to je prikazano podjednakim vrijednostima indeksa na postaji Osijek. U gorskoj Hrvatskoj, na postaji Gospić, razlike između dvaju promatranih indeksa su male zbog prirode ovog podneblja koje, za sada, nije podložno klimatskim promjenama u tolikoj mjeri. Na sve četiri postaje, na višim skalama, može se primjetiti prosječno vlažno razdoblje do 80-ih godina 20. stoljeća, nakon čega dolazi relativno sušno razdoblje do sredine 90-ih godina. Poslije suša koje smo imali krajem 20. stoljeća dolazi do većih i bržih oscilacija u ekstremima vlažnosti i sušnosti, s izraženijim sušnim razdobljima u kontinentalnoj Hrvatskoj koje prikazuje SPEI.

SPI, SPEI za Gospić, 1962-2019



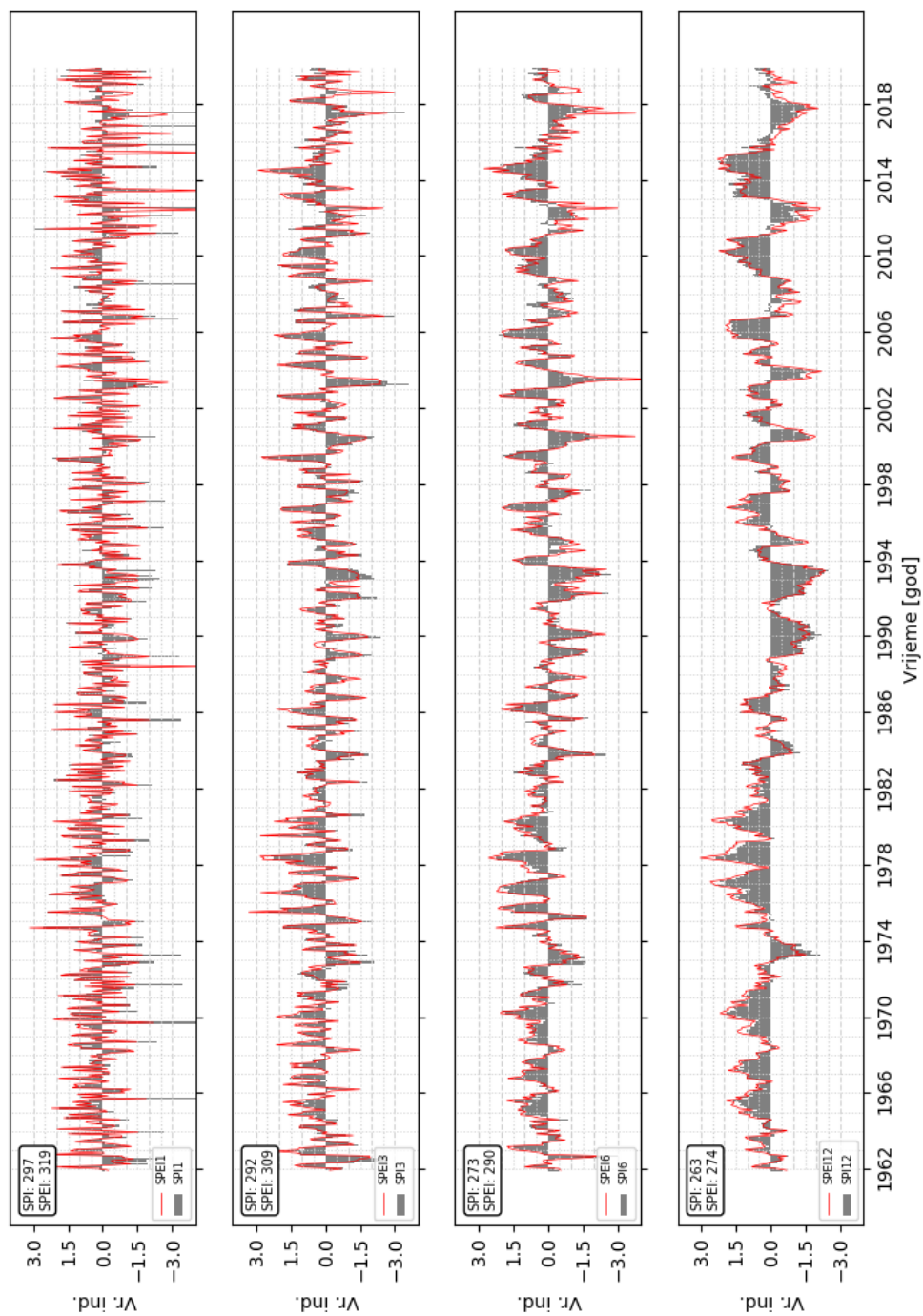
Slika 3.5. SPI i SPEI na skalama od 1, 3, 6 i 12 mjeseci za postaju Gospić, u razdoblju 1962.-2019. Brojevi sušnih mjeseci koje prikazuje svaki od indeksa prikazani su gore lijevo na grafu.

SPI, SPEI za Osijek, 1962-2019



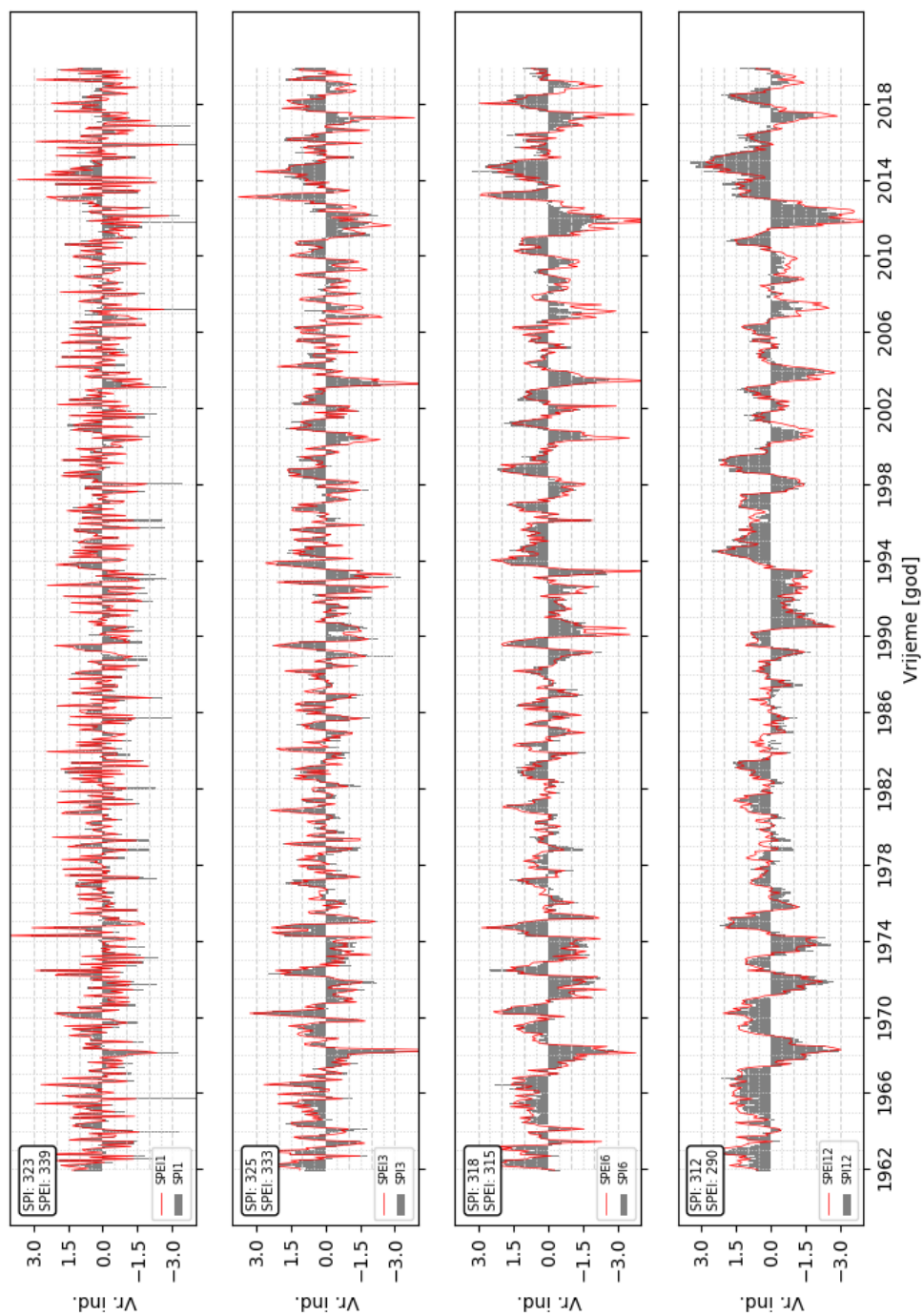
Slika 3.6. SPI i SPEI na skalama od 1, 3, 6 i 12 mjeseci za postaju Osijek, u razdoblju 1962.-2019. Brojevi sušnih mjeseci koje prikazuje svaki od indeksa prikazani su gore lijevo na grafu.

SPI, SPEI za Split - Marjan, 1962-2019



Slika 3.7. SPI i SPEI na skalama od 1, 3, 6 i 12 mjeseci za postaju Split-Marjan, u razdoblju 1962.-2019. Brojevi sušnih mjeseci koje prikazuje svaki od indeksa prikazani su gore lijevo na grafu.

SPI, SPEI za Zagreb - Maksimir, 1962-2019



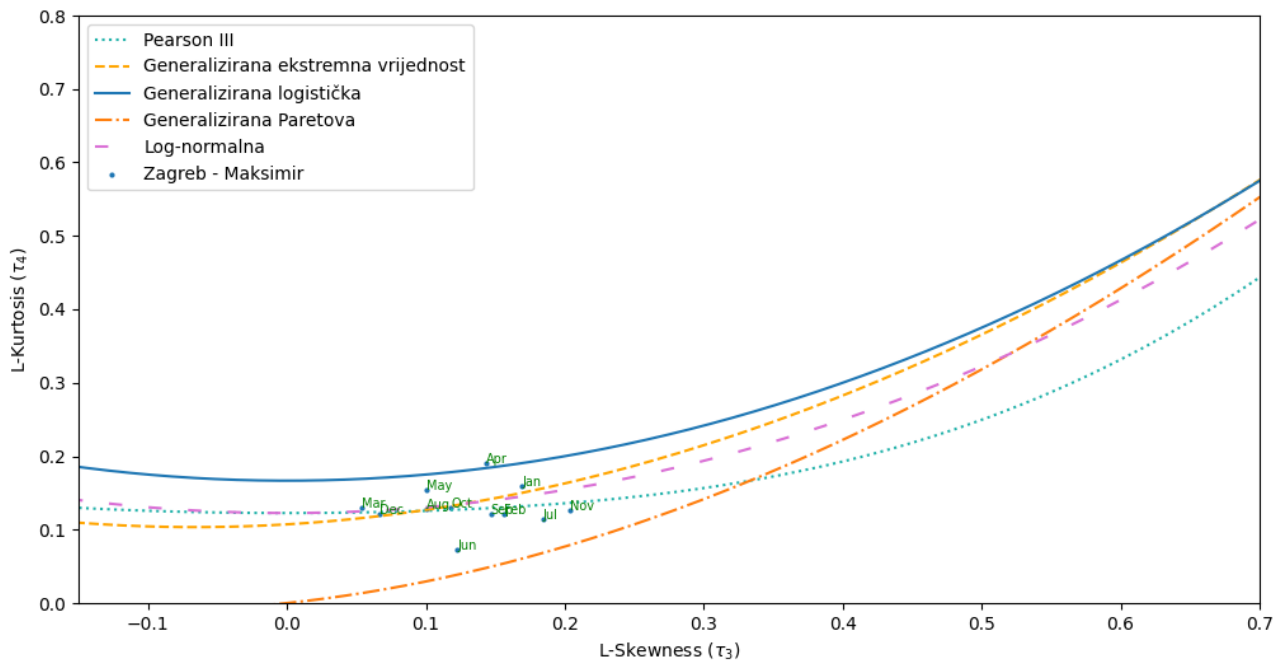
Slika 3.8. SPI i SPEI na skalama od 1, 3, 6 i 12 mjeseci za postaju Zagreb-Maksimir, u razdoblju 1962.-2019. Brojevi sušnih mjeseci koje prikazuje svaki od indeksa prikazani su gore lijevo na grafu.

3.2 Analiza rezultata za postaju Zagreb-Maksimir

Slika 3.9 prikazuje odnos omjera L -momenata izračunatih nizova bilance na postaji Zagreb-Maksimir na skali od jednog mjeseca s naznačenim mjesecima. Slika 3.10 prikazuje histograme kumulativnih vodnih bilanci na skali od jednog mjeseca za postaju Zagreb-Maksimir i pripadajuću log-normalnu razdiobu na svaki od dvanaest mjeseci. Iako podatke kumulativnih vodnih bilanci na svim skalama dobro opisuju sve tri od razmatranih razdioba, zbog preglednosti prikaza i u skladu s prethodno odabranom najpogodnijom teorijskom razdiobom, prikazana je samo log-normalna razdioba.

Prilagodbe gama razdiobe na podatke oborine te funkcija kumulativnih vjerojatnosti za podatke bilance na skali od 1 mjeseca za svih dvanaest mjeseci, za postaju Zagreb-Maksimir, su u dodatku B na slikama B1 i B2, redom.

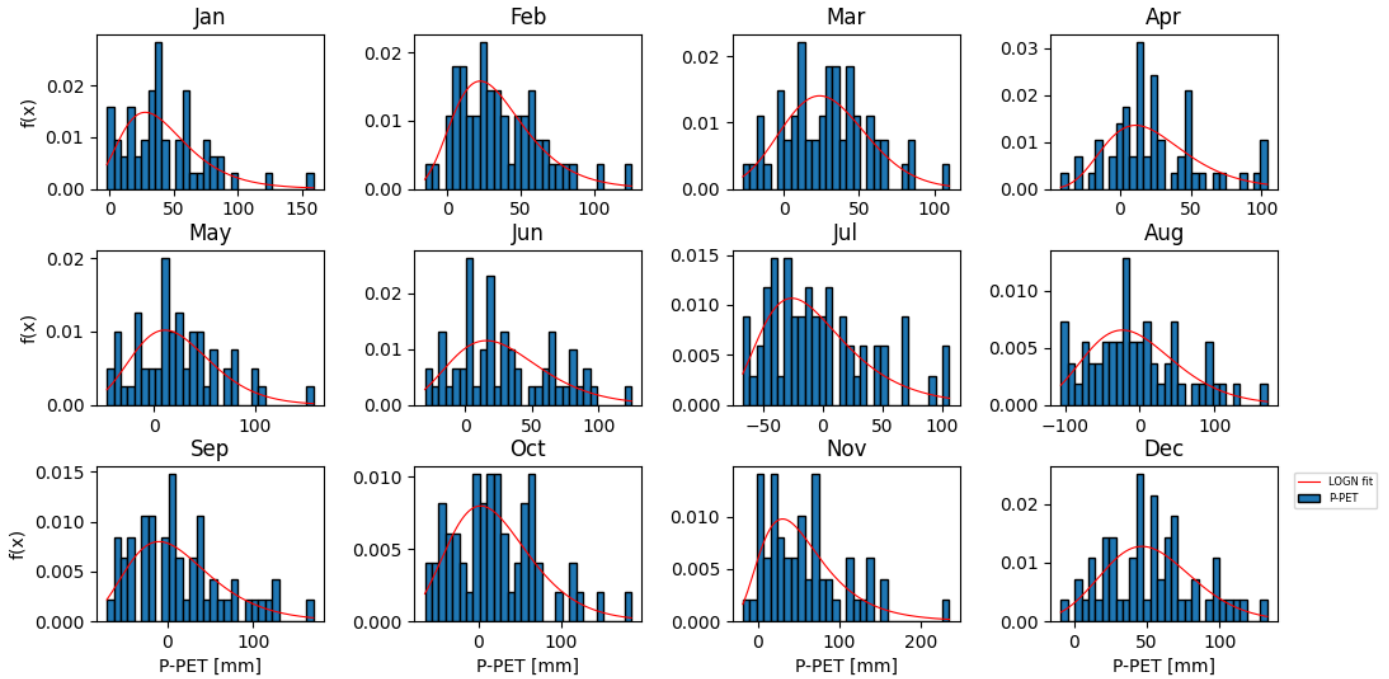
Omjer L-momenata za Zagreb - Maksimir za vremensku skalu od 1 mj.



Slika 3.9. Graf odnosa omjera L -momenata (odnos nagnutosti i spljoštenosti) podataka s postaje Zagreb-Maksimir na skali od 1 mjeseca. Točke pokazuju kako se odnose nagnutost i spljoštenost empirijskih podataka za svaki od 12 mjeseci, dok linije predstavljaju isto, ali za pojedine teorijske razdiobe.

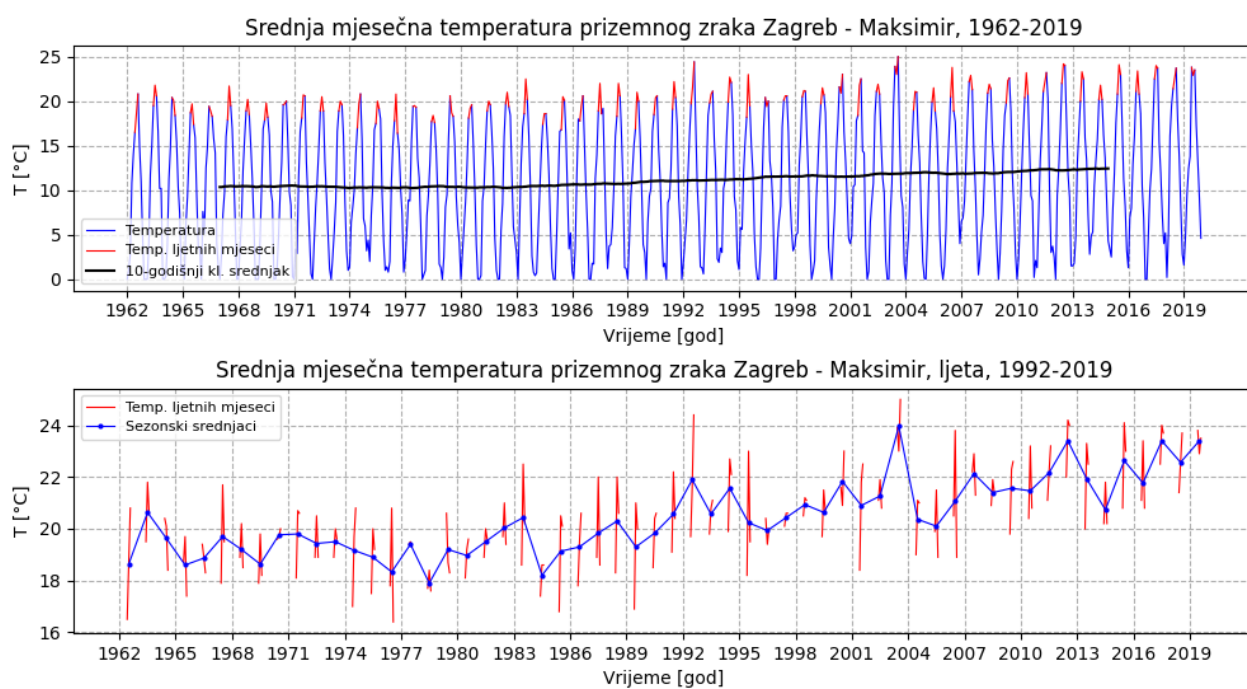
Analizom dobivenih nizova SPI, SPEI te njihovih razlika na skalama od 3, 6 i 12 mjeseci (slike 3.12 - 3.14) vidi se da SPEI uglavnom daje niže vrijednosti indeksa u mjesecima toplog dijela godine zbog utjecaja temperature na pospješivanje isparavanja vode. Ovaj fenomen je posebno izražen u drugoj polovici razmatranog razdoblja, što se slaže s vremenskim nizom srednjih mjesečnih temperatura (slika 3.11). Za kišnih razdoblja voda isparava te SPEI zapravo pokazuje sniženu vlažnost (niža pozitivna vrijednost indeksa) od SPI, a za sušnih perioda SPEI pokazuje veću sušnost (niža negativna vrijednost indeksa) nego SPI jer isparavanje stvara dodatni deficit vode i pojačava sušnost. U mjesecima hladnog dijela godine SPEI često pokazuje veće vrijednosti indeksa od SPI. Razlog tome je vrlo niska vrijednost PET koja ne može doprinjeti isparavanju vode. U ovom slučaju su podaci vodne bilance D i oborine P vrlo bliskih

Histogrami kumulativnih P-PET i modelirani PDF za Zagreb - Maksimir, skala 1 mj.



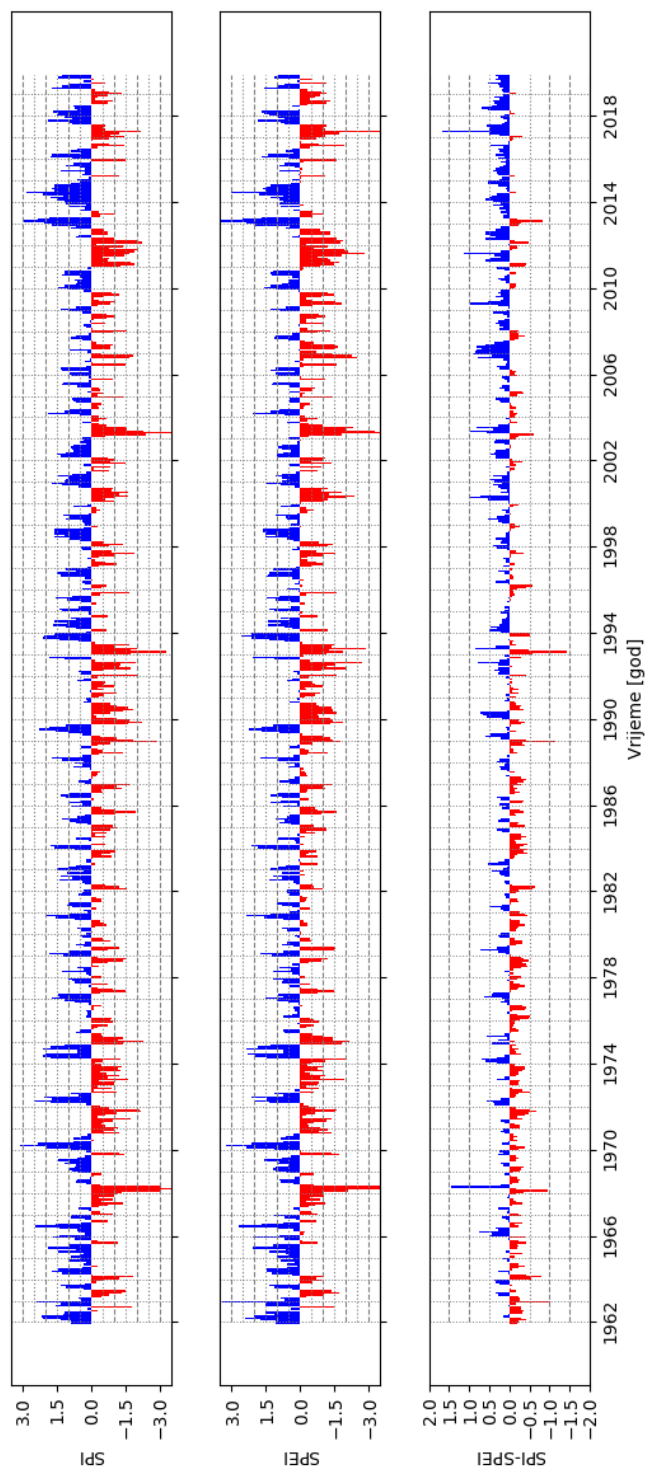
Slika 3.10. Histogrami mjesečnih vrijednosti vodne bilance, P-PET, i najbolje prilagođene log-normalne razdiobe za Zagreb-Maksimir na skali od 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.

vrijednosti ali se koriste različite podliježeće razdiobe za njihov opis (log-normalna i gama). Razdioba koja se koristi u izračunu SPEI prirodno pokazuje intenzivniju vlažnost u slučaju vrlo niske PET. Rezultati za reprezentativne postaje Slavonije, gorske Hrvatske i obalnog područja (Osijek, Gospić i Split-Marjan, redom) su u dodatku B. Vidljiv je uzlazni trend u razlici ovih indeksa pogotovo na većim skalama. To znači da kroz promatrani period raste intenzitet i trajanje suše prikazano indeksom SPEI u odnosu na SPI. Indeks SPEI pokazuje apsolutno veće vrijednosti suše iz razloga što uzima u obzir temperaturu prizemnog zraka koja uzrokuje povećano isparavanje i evapotranspiraciju koje izvlače vlagu iz tla. Isti učinak primjećen je i na ostalim postajama.



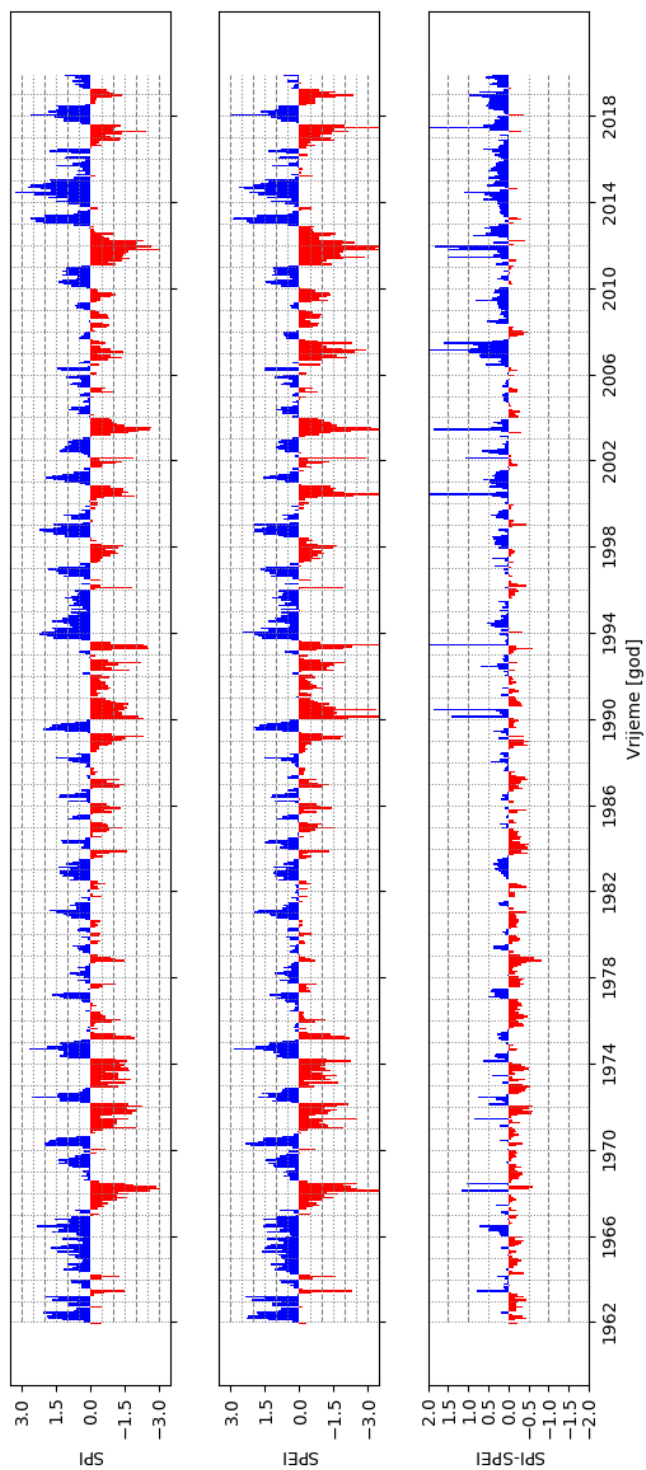
Slika 3.11. Srednje mjesečne temperature prizemnog zraka 1962.-2019. (gore) te ljetnih mjeseci 1962.-2019. (dolje) na postaji Zagreb-Maksimir. Crnom bojom naznačen je 10-godišnji klizni srednjak. Ljetni mjeseci označeni su crvenom bojom, a plavim točkama njihovi sezonski srednjaci.

SPI3, SPEI3 i razlika za Zagreb - Maksimir, 1962-2019



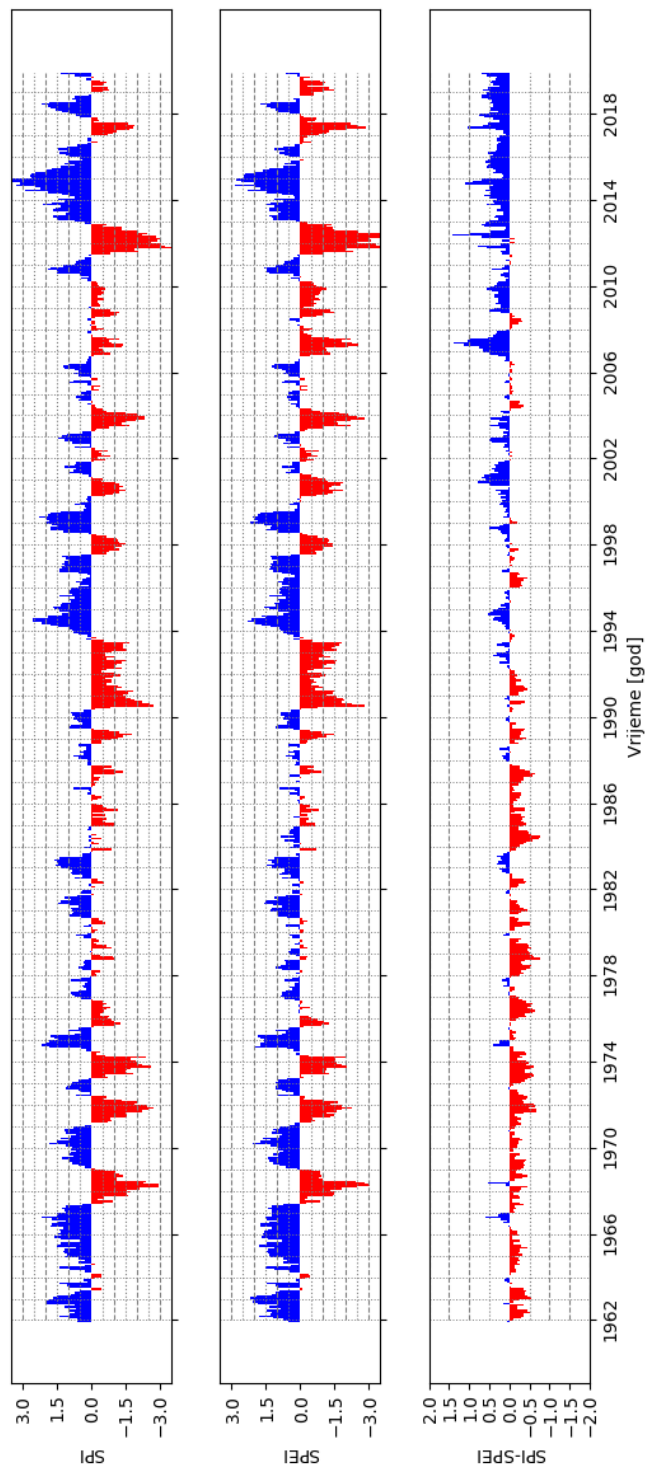
Slika 3.12. SPI3, SPEI3 i njihova razlika za Zagreb-Maksimir, razdoblje 1962.-2019.

SPI6, SPEI6 i razlika za Zagreb - Maksimir, 1962-2019



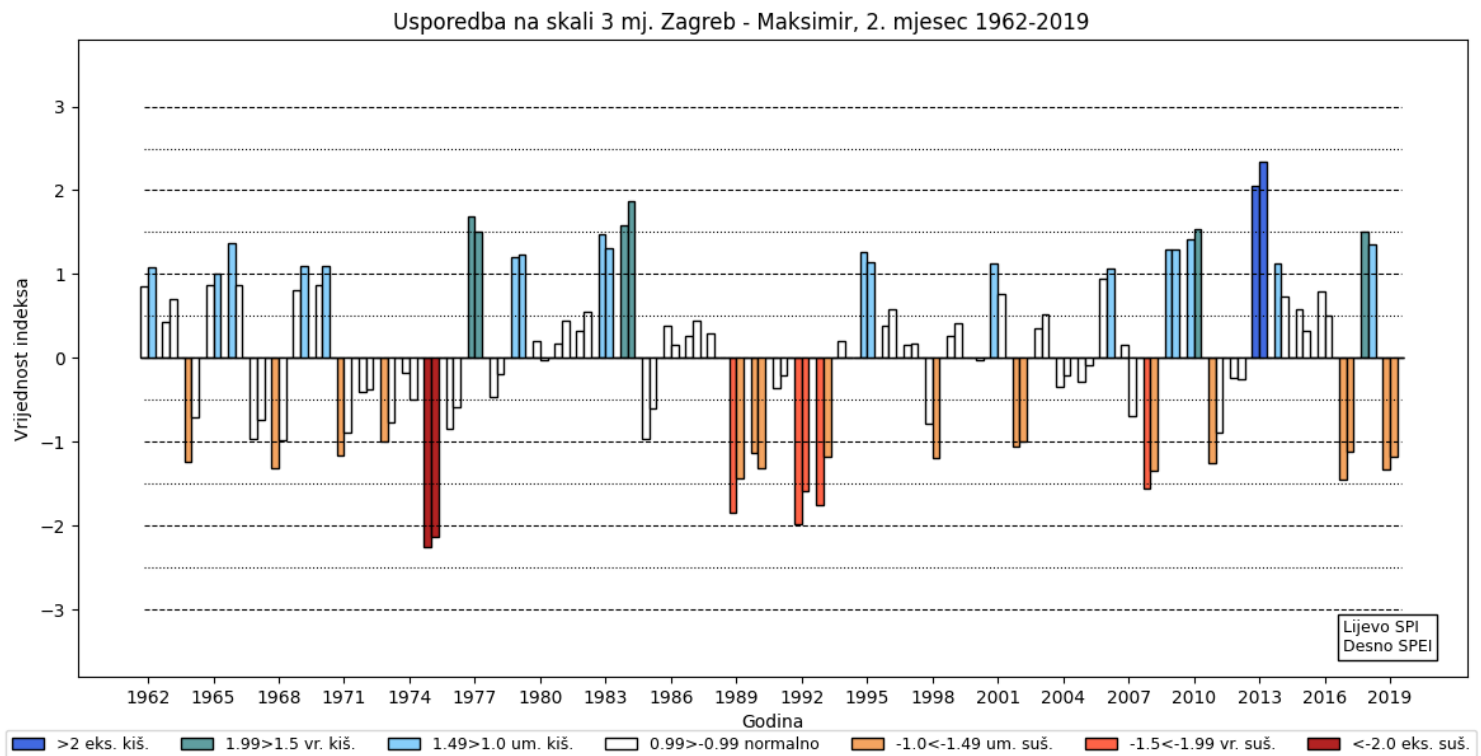
Slika 3.13. SPI6, SPEI6 i njihova razlika za Zagreb-Maksimir, razdoblje 1962.-2019.

SPI12, SPEI12 i razlika za Zagreb - Maksimir, 1962-2019



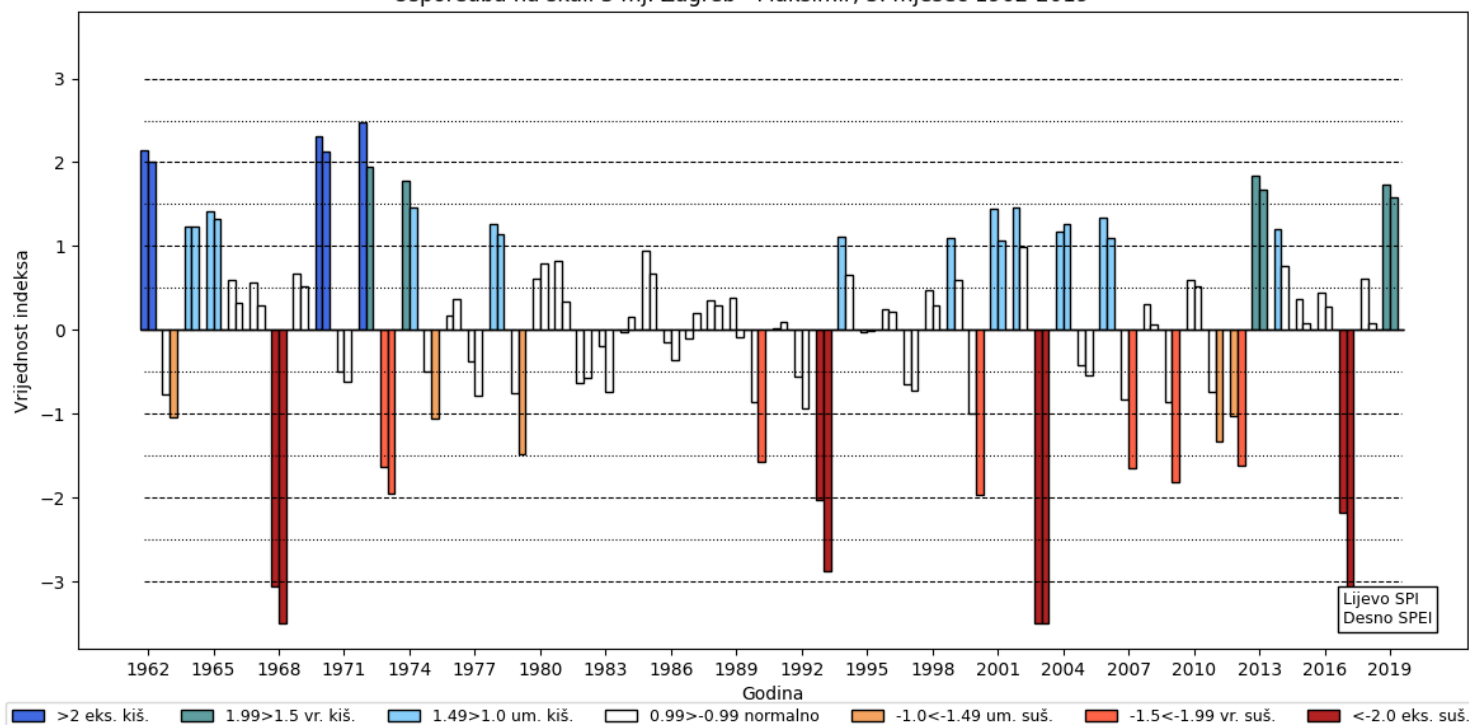
Slika 3.14. SPI12, SPEI12 i njihova razlika za Zagreb-Maksimir, razdoblje 1962.-2019.

Na slikama 3.15 - 3.18, za postaju Zagreb-Maksimir, usporedno su prikazani indeksi na skali od 3 mjeseca za veljaču, svibanj, kolovoz i studeni, što odgovara svim zimama, proljećima, ljetima te jesenima u razdoblju 1962.-2019. Ovako se vidi ocjena sušnosti po oba indeksa za istu sezonu, tako je na primjer na slici 3.17 vidljivo da je SPEI ocjenio ljeto i jesen 2003. godine kao osjetno sušnije nego SPI, što je i očekivano obzirom da je Europu te godine pogodio toplinski val. Na slici se vidi i slična situacija 2011./2012. godine, kada je zbog više epizoda atmosferskog *blockinga* bio spriječen dolazak hladnog vlažnog zraka sa sjevera (Cindrić i sur., 2016). Za razliku od SPI, SPEI u ocjeni sušnosti uračunava i utjecaj temperature ovog suhog toplog zraka. Uzrok relativno nižih vrijednosti SPEI vidljiv je na slici 3.11 gdje je prikazana srednja mjesečna temperatura zraka za razdoblje 1962.-2019. (gore), odnosno temperature samo ljetnih mjeseci (dolje). Rast temperature je evidentan, a u godinama 2003/4 su temperature ljetnih mjeseci dva ljeta za redom bile zamjetno veće od prosjeka ljetnih mjeseci (slika 3.11 dolje). Isti scenarij dogodio se i 2011./12, a u oba slučaja to je očitano indeksom SPEI koji je u ta dva razdoblja imao manju vrijednost od SPI.



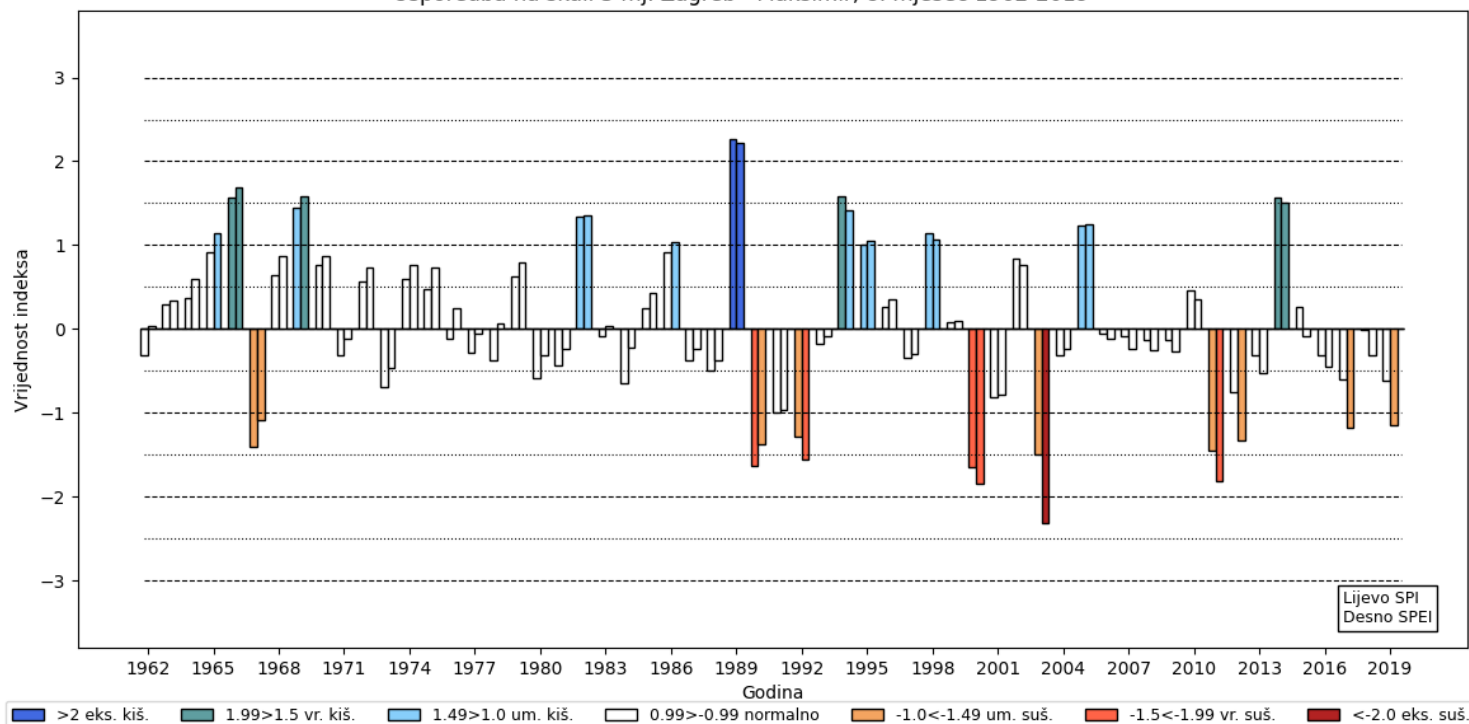
Slika 3.15. SPI, SPEI za zime u razdoblju 1962.-2019, Zagreb-Maksimir.

Usporedba na skali 3 mj. Zagreb - Maksimir, 5. mjesec 1962-2019



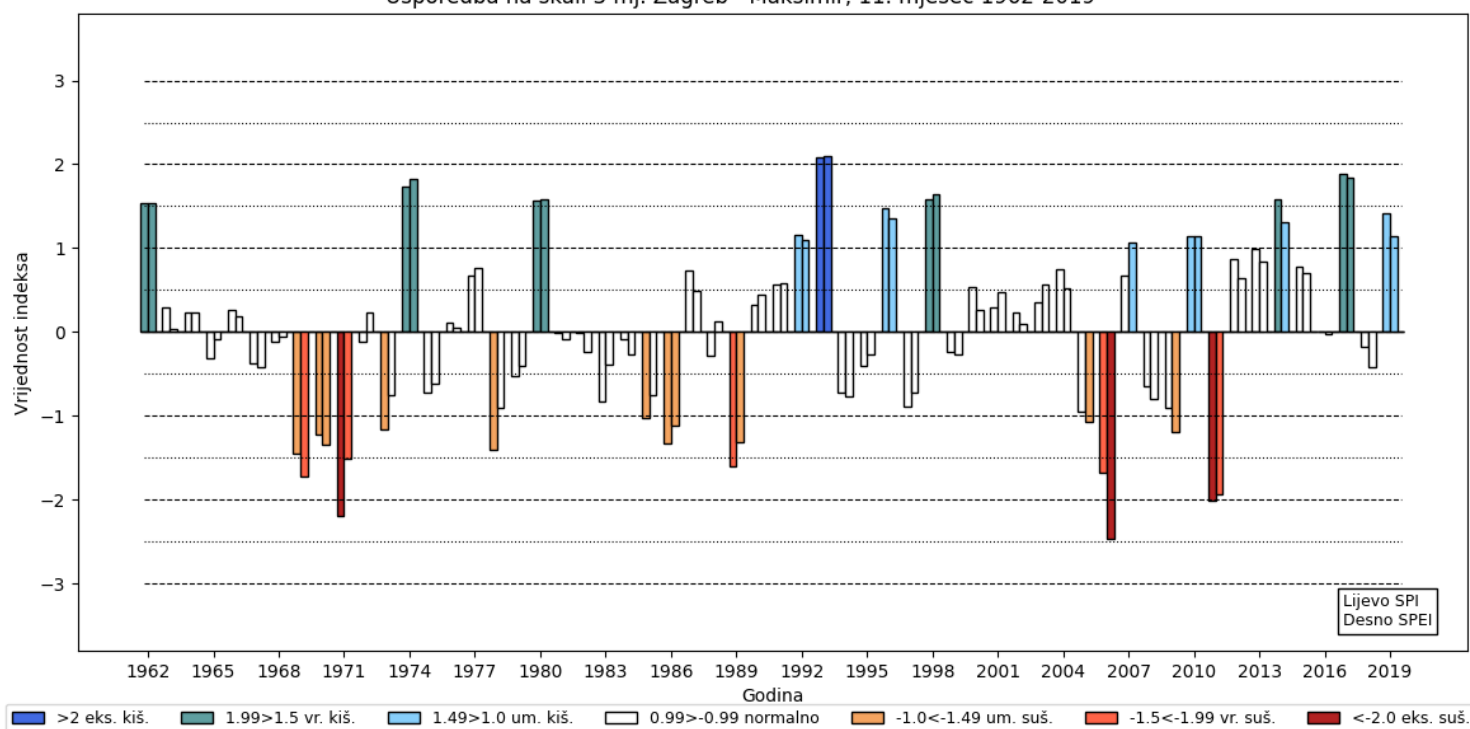
Slika 3.16. SPI, SPEI za proljeća u razdoblju 1962.-2019, Zagreb-Maksimir.

Usporedba na skali 3 mj. Zagreb - Maksimir, 8. mjesec 1962-2019



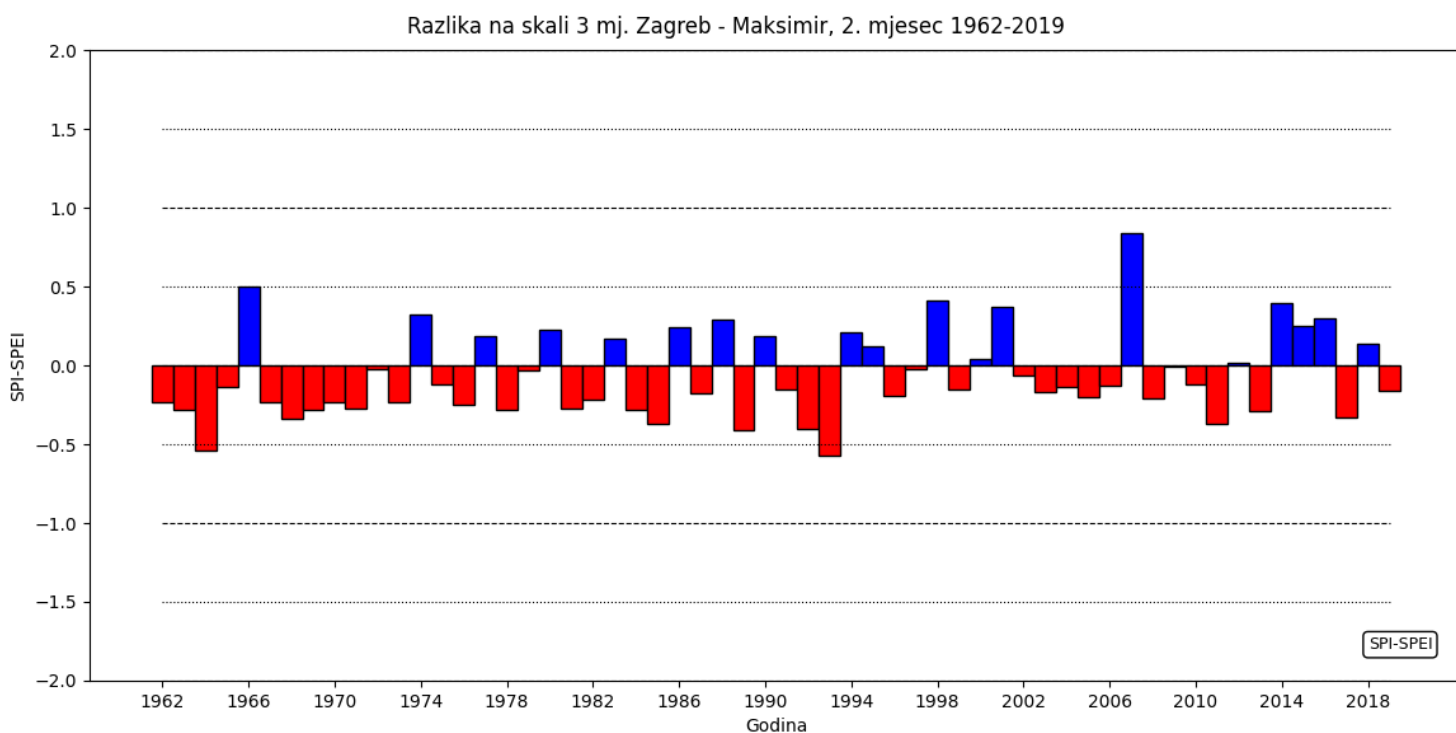
Slika 3.17. SPI, SPEI za ljeta u razdoblju 1962.-2019, Zagreb-Maksimir.

Usporedba na skali 3 mj. Zagreb - Maksimir, 11. mjesec 1962-2019

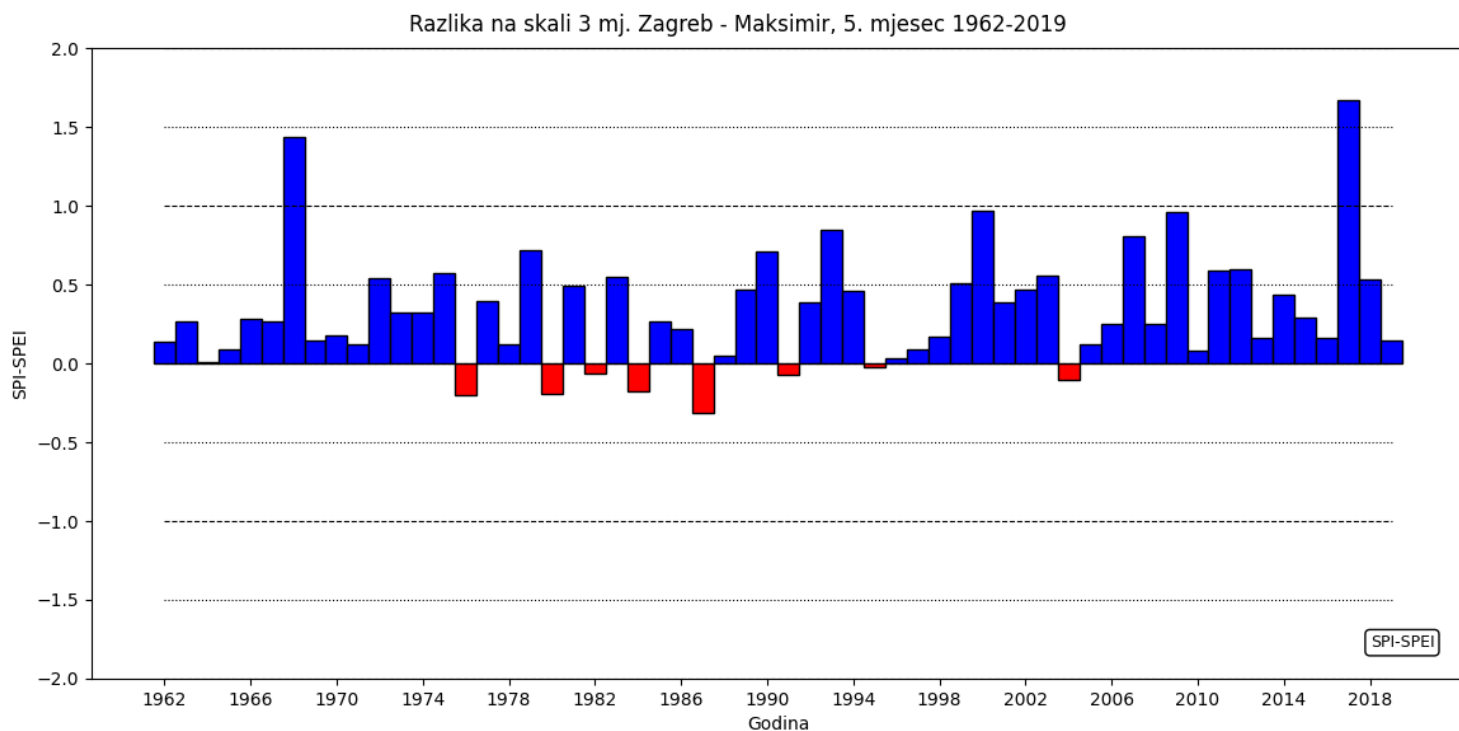


Slika 3.18. SPI, SPEI za jeseni u razdoblju 1962.-2019, Zagreb-Maksimir.

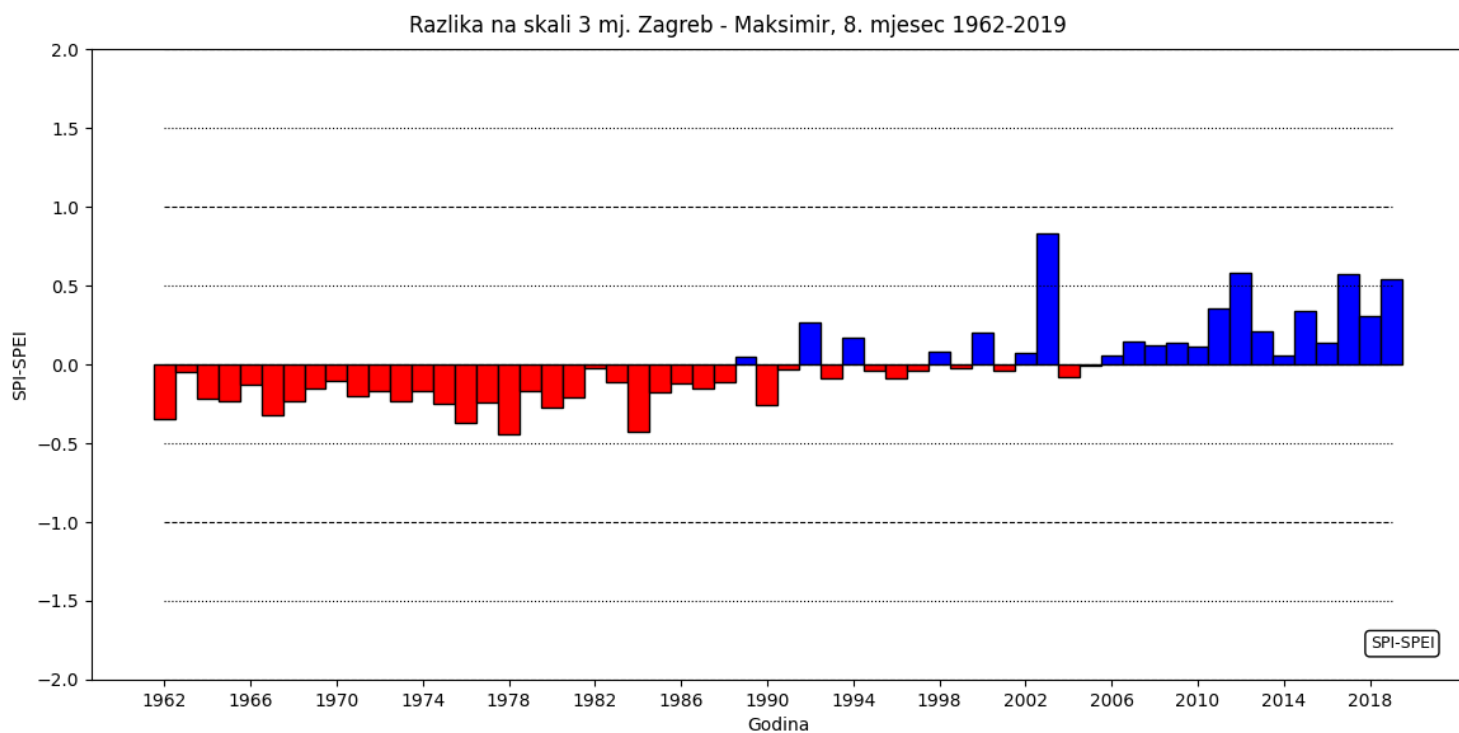
Sezonska razlika dvaju indeksa prikazana je na slikama 3.19 - 3.22. Ovdje je uzlazni trend razlika očitiji, ponajviše za ljeta i jeseni. Zimi SPEI ne pokazuje toliko veću sušnost zbog ionako niskih temperatura koje ne mogu toliko doprinjeti isparavanju. S druge strane, proljetne temperature su osjetno više te jako variraju. Kada se utjecaj ovih temperatura uključi u izračun indeksa tada SPEI skoro uvijek pokazuje veću sušnost jer SPI potpuno zanemaruje taj utjecaj. Zbog ovog je uzlazni trend razlika skoro neprimjetan. Na slikama 3.23 i 3.24 vidi se uzlazni trend u razlikama na skali od 6 mjeseci za veljaču i studeni što odgovara hladnom i toplom djelu godine. Primjećuje se da je uzlazni trend izraženiji za topli dio godine, dok je u hladnom djelu godine taj trend slabiji.



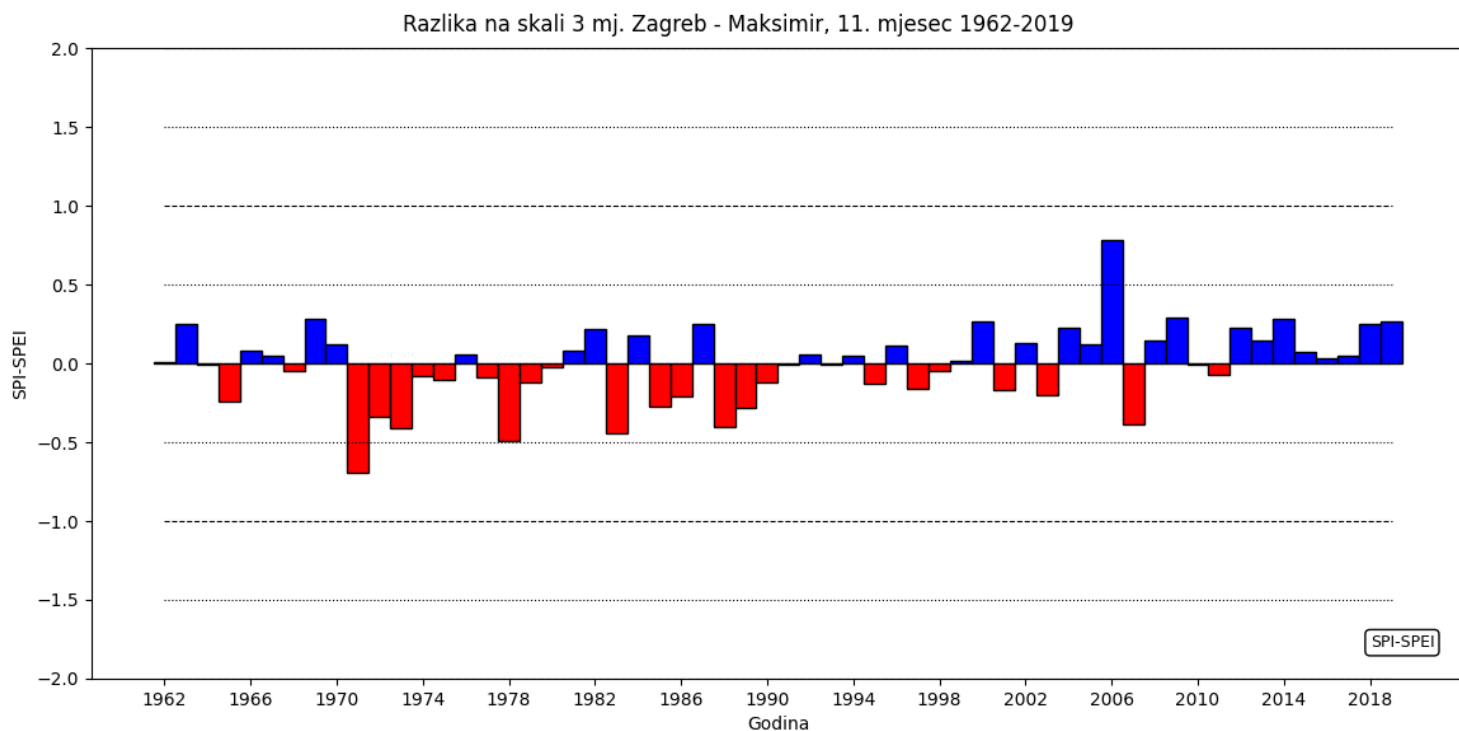
Slika 3.19. Razlika između SPI i SPEI za zime u razdoblju 1962.-2019., Zagreb-Maksimir.



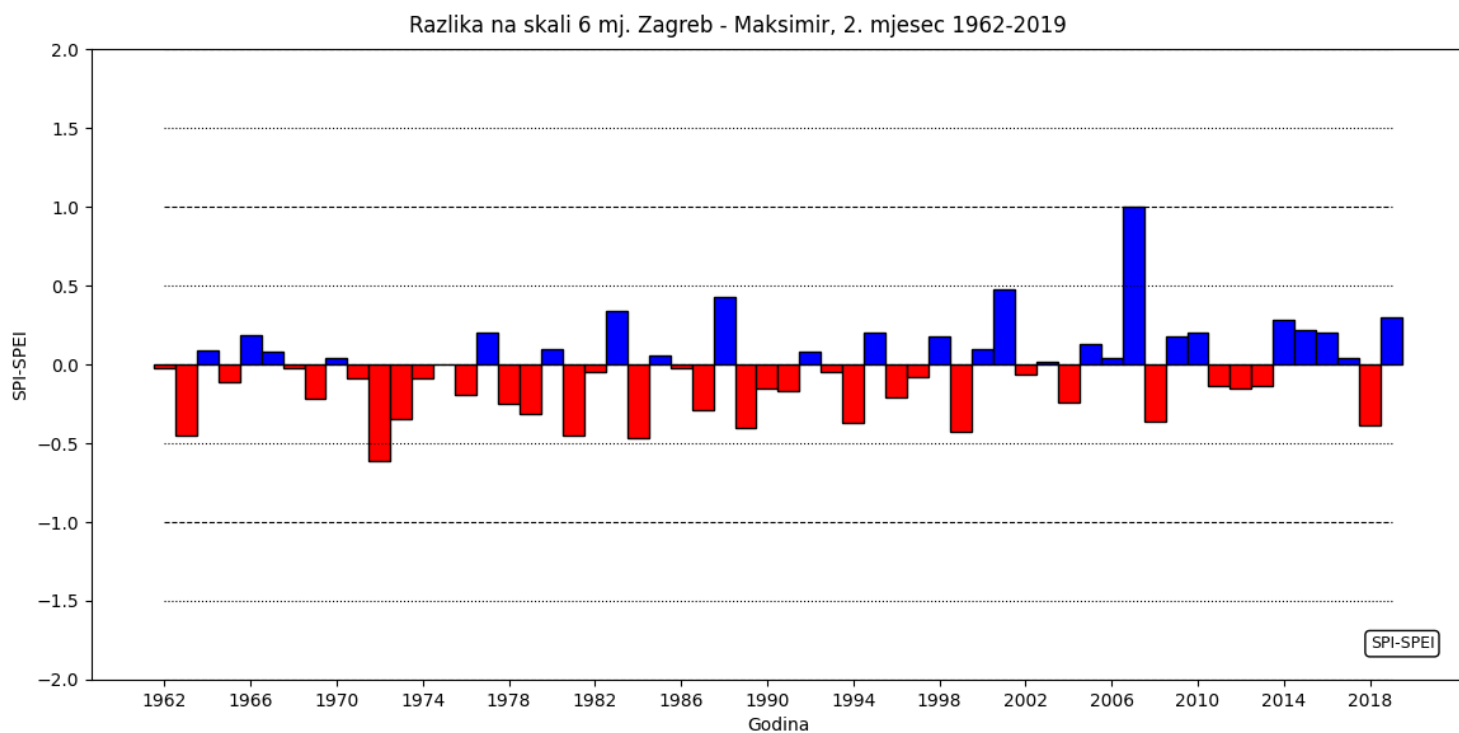
Slika 3.20. Razlika između SPI i SPEI za proljeća u razdoblju 1962.-2019., Zagreb-Maksimir.



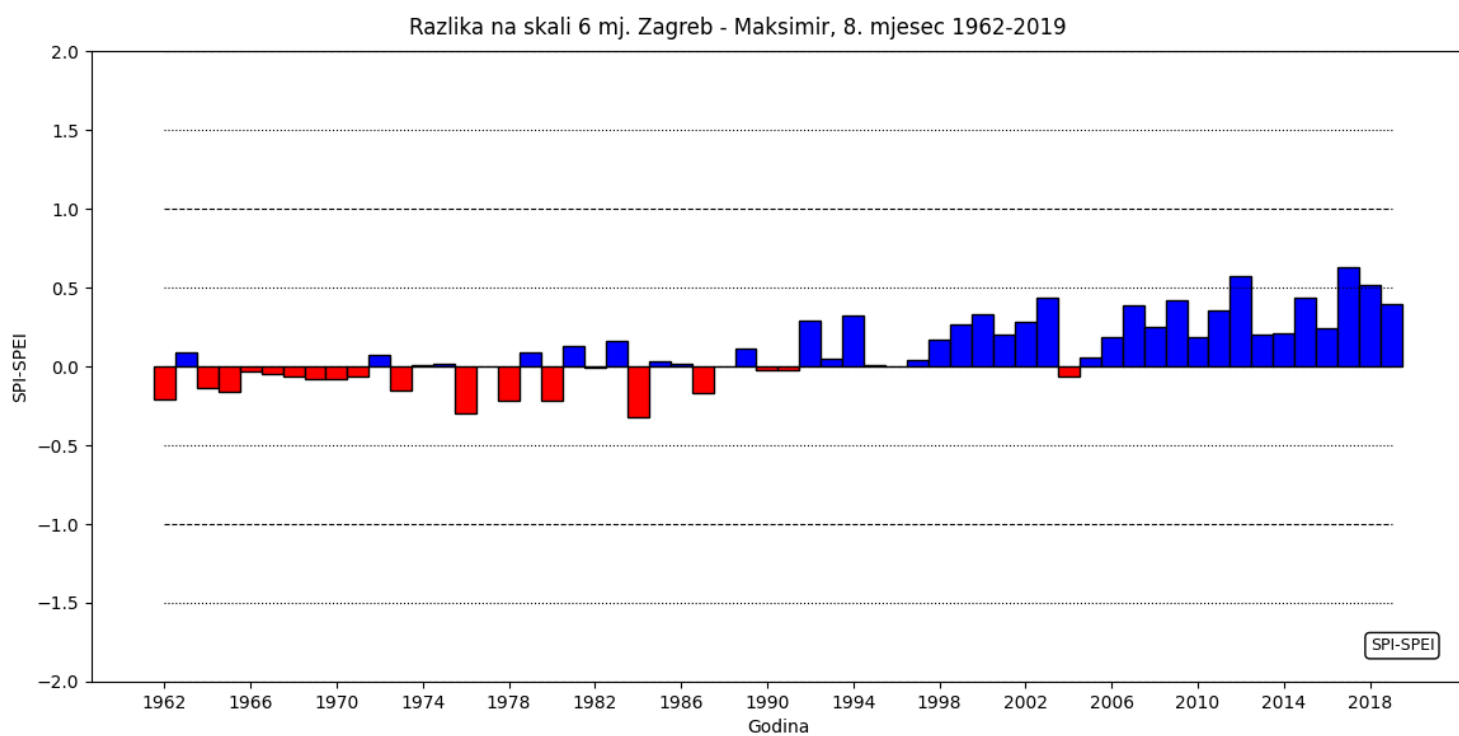
Slika 3.21. Razlika između SPI i SPEI za ljeta u razdoblju 1962.-2019., Zagreb-Maksimir.



Slika 3.22. Razlika između SPI i SPEI za jeseni u razdoblju 1962.-2019., Zagreb-Maksimir.



Slika 3.23. Razlika između SPI i SPEI za hladni dio godine u razdoblju 1962.-2019., Zagreb-Maksimir.

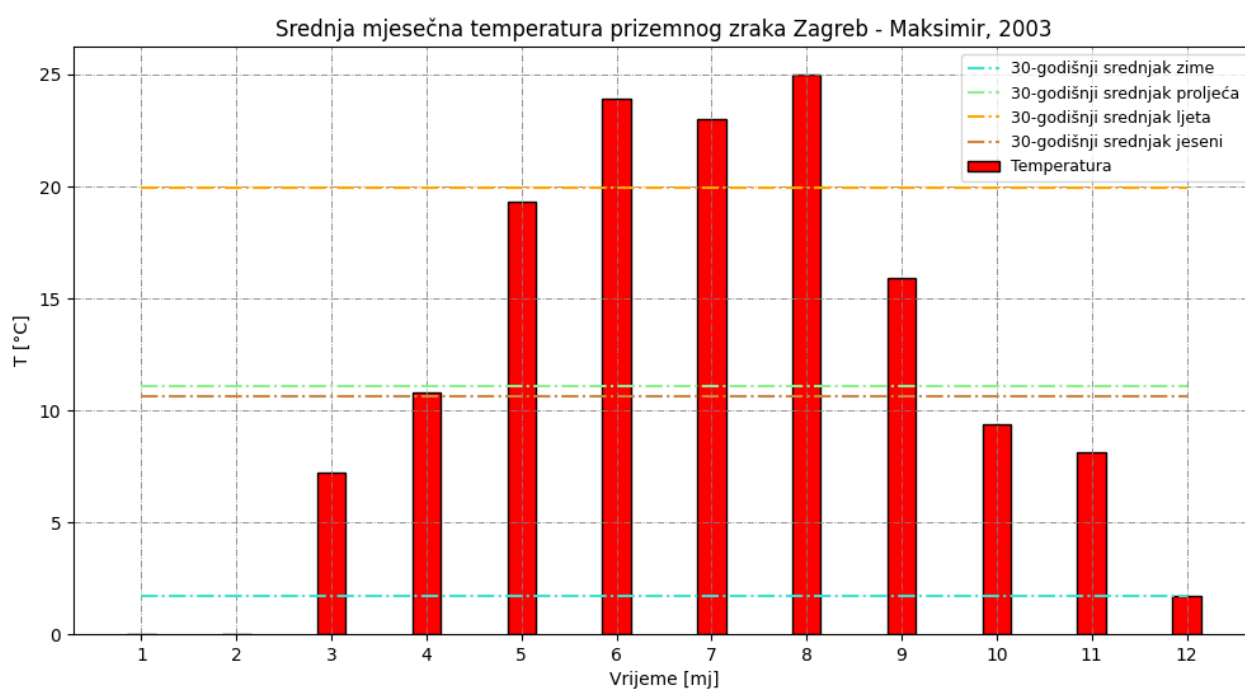


Slika 3.24. Razlika između SPI i SPEI za topli dio godine u razdoblju 1962.-2019., Zagreb-Maksimir.

3.3 Analiza suše 2003/04 na postaji Zagreb-Maksimir

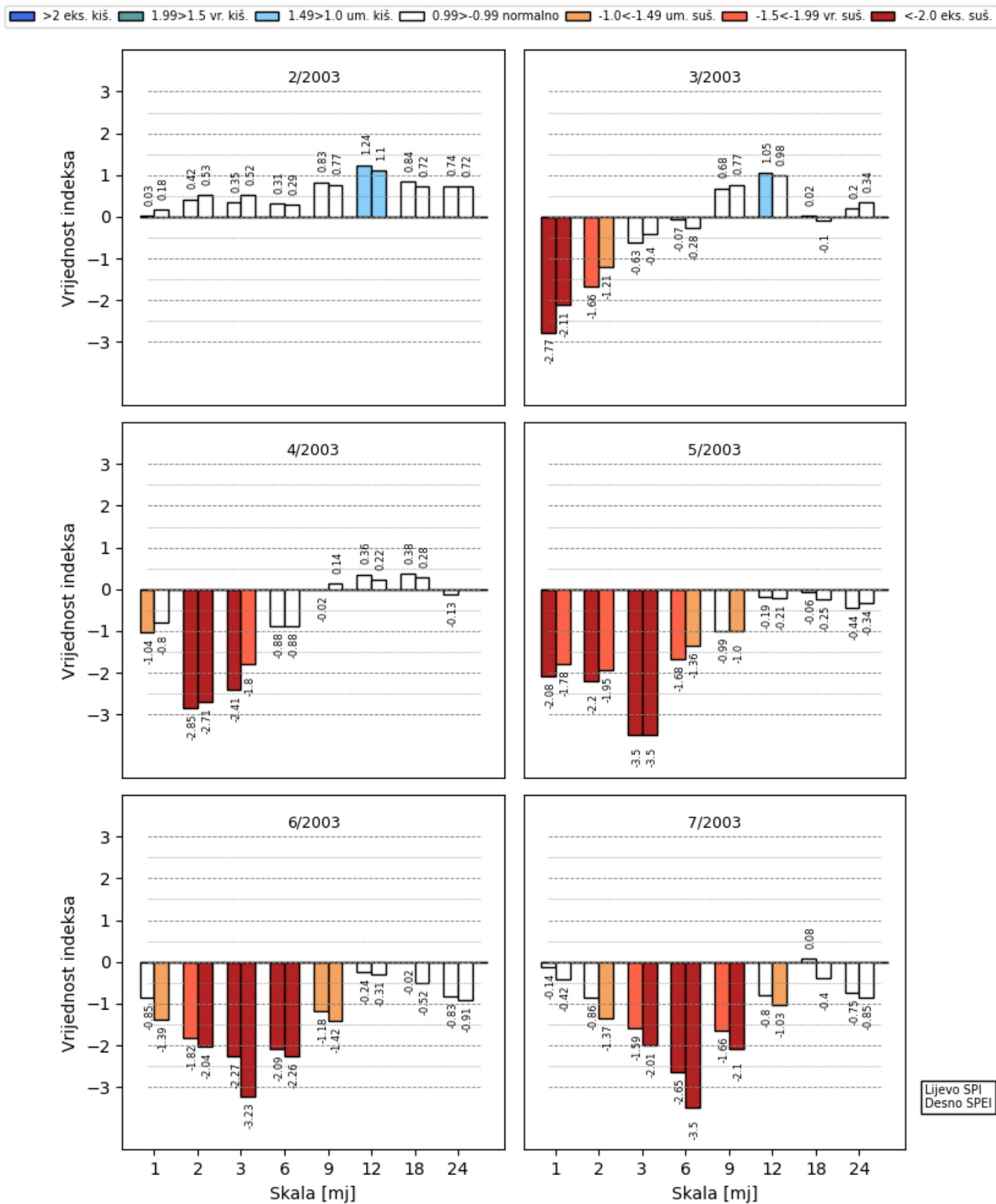
Suša 2003. godine započela je u ožujku i završila u travnju 2004. godine kada je palo dovoljno oborine da se nadoknadi hidrološki nedostatak. Bila je uzrokovana poljem visokog tlaka koje je ustrajalo nad Europom. Manjak oborine u ožujku te travnju i svibnju popraćen je rekordno toplim ljetom. Kombinacija ovih faktora rezultirala je katastrofalnom sušom koja je uništila veliki dio usjeva na svim zahvaćenim područjima, primjerice u Francuskoj, gdje je urod pšenice pao za oko 20%, dok je u Moldaviji pao i do 80%. Europska Unija je ukupno izgubila 10% uroda, a BDP cijele Europe je pao za 0.5% što je, u usporedbi sa gubitkom BDP-a u razdoblju 1981.-2010., dva puta više od godišnjeg prosjeka (https://en.wikipedia.org/wiki/2003_European_heat_wave, zadnje očitano u travnju 2022.). U Hrvatskoj je većim djelom bio zahvaćen kontinentalni dio, a posebice Slavonija gdje su smanjeni prinosu te su nastale velike agronomске i socioekonomske štete.

Na slici 3.25 je prikazana srednja mjesečna temperatura 2003. godine na postaji Zagreb-Maksimir. Vidi se veliko pozitivno odstupanje srednjih mjesečnih temperatura ljetnih mjeseci. Na slikama 3.26 - 3.27 usporedno su prikazani SPI i SPEI na više skala za mjesece od veljače do studenog 2003. godine te za veljaču i ožujak 2004. godine na postaji Zagreb-Maksimir. Vidljiv je utjecaj temperature zraka na povećanu potražnju vode u toplim mjesecima te postojanost ovog utjecaja kroz iduće mjesece usprkos povratka količine oborine k normalni, što se vidi kao povećanje vrijednosti SPI. Iako je već svibanj bio nadprosječno topao, vrijednost indeksa za taj mjesec je diktirao manjak oborine što je prikazano nižom vrijednosti indeksa SPI naspram SPEI. Niža vrijednost SPEI od SPI na skali od jednog mjeseca vidljiva je tek u lipnju, koji je bio znatno topliji od prosjeka (slika 3.25). Relativno značajna niža vrijednost SPEI je također primjećena idućih mjeseci na ostalim skalama osim na onima koje u osjetnoj mjeri obuhvaćaju ožujak, travanj i svibanj. Razlog tome je kombinacija manjka oborine i povećane prosječne temperature u tim mjesecima. Tako za lipanj na skali od 3 mjeseca SPEI ima osjetno manju vrijednost jer su obuhvaćene nadprosječna svibanjska i lipanjska temperatura ali ne i glavni manjak oborine u ožujku koji daje veću težinu SPI. U kolovozu na skali od 1 mjeseca su SPI i SPEI podjednaki zbog velikog manjka oborine koji igra veću ulogu od visoke temperature. Ovo sušno razdoblje trajalo je sve do rujna kada je opet palo dovoljno oborine da se indeksi na nižim skalama vrate prema normalni. Iako je u listopadu palo više od prosječne količine oborine (Mihajlović, 2006) SPEI i dalje, kao i za rujna, zbog visokih temperatura tog ljeta pokazuje veliku sušu na skali od devet mjeseci indicirajući da je hidrološka suša još uvijek prisutna. Na slici 3.27 na prikazima za veljaču i ožujak 2004. godine vidi se ostatak ove suše na skali od 12 mjeseci, no SPI i SPEI su sada podjednaki zbog približno normalnih temperatura i količina oborina u hladnom djelu 2004. godine.



Slika 3.25. Srednja mjesečna temperatura prizemnog zraka na postaji Zagreb-Maksimir za 2003. godinu i tridesetogodišnji sezonski srednjak za razdoblje 1973.-2004.

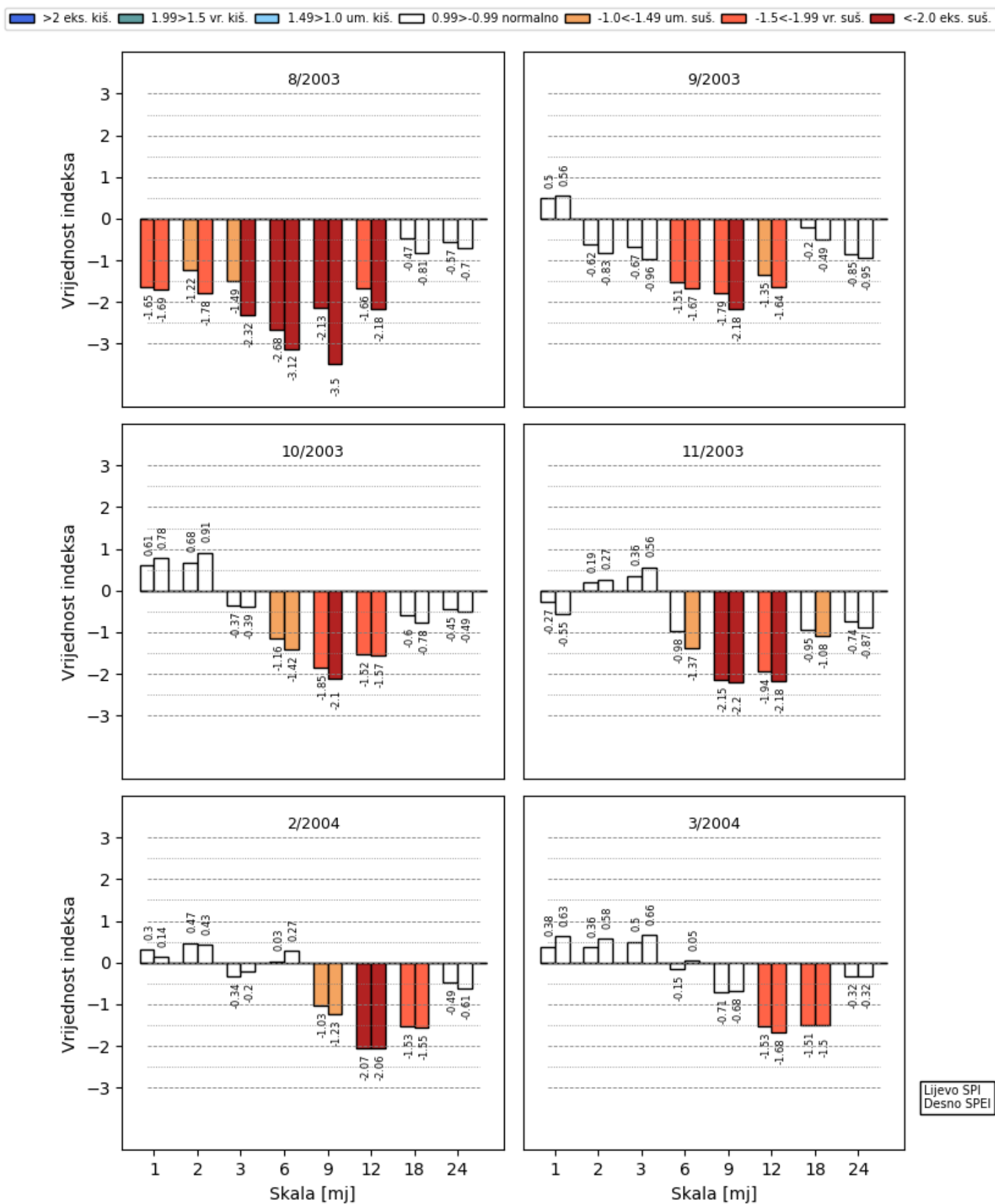
Zagreb - Maksimir



Lijevo SPI
Desno SPEI

Slika 3.26. Višeskalni prikazi SPI i SPEI za razdoblje od veljače do srpnja 2003. godine, Zagreb-Maksimir.

Zagreb - Maksimir



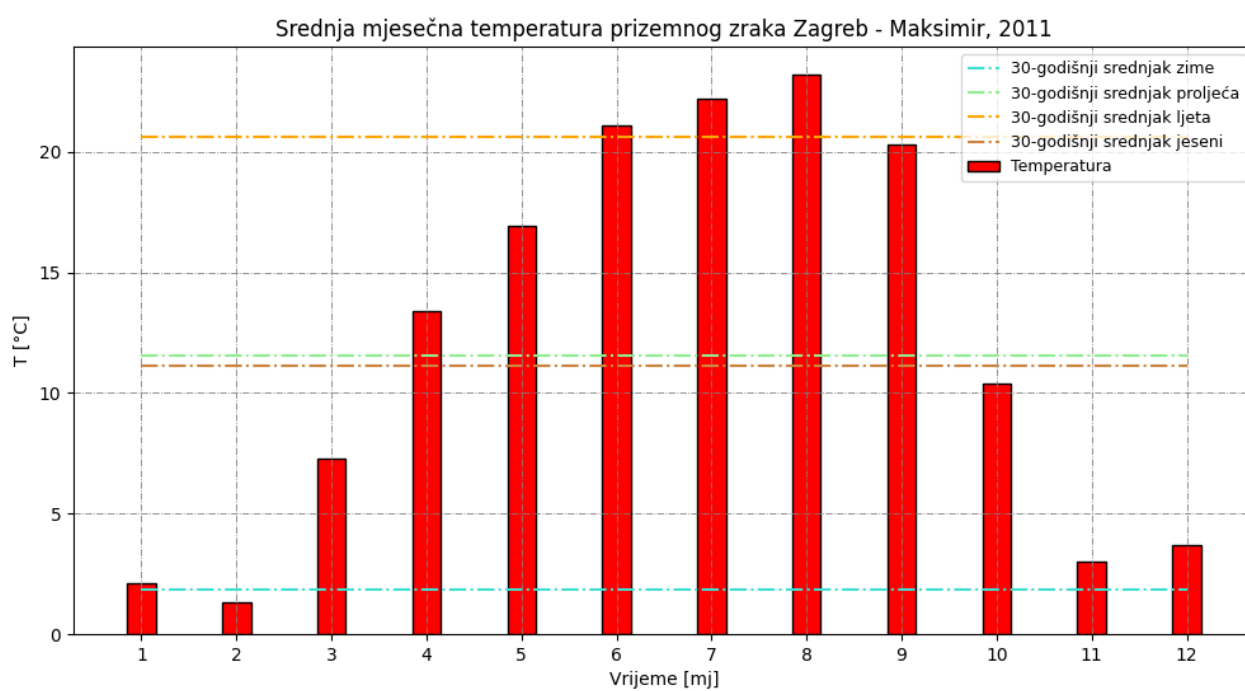
Lijevo SPI
Desno SPEI

Slika 3.27. Višeskalni prikazi SPI i SPEI za razdoblje od kolovoza do studenog 2003. godine te za veljaču i ožujak 2004. godine, Zagreb-Maksimir.

3.4 Analiza suše 2011/12 na postaji Zagreb-Maksimir

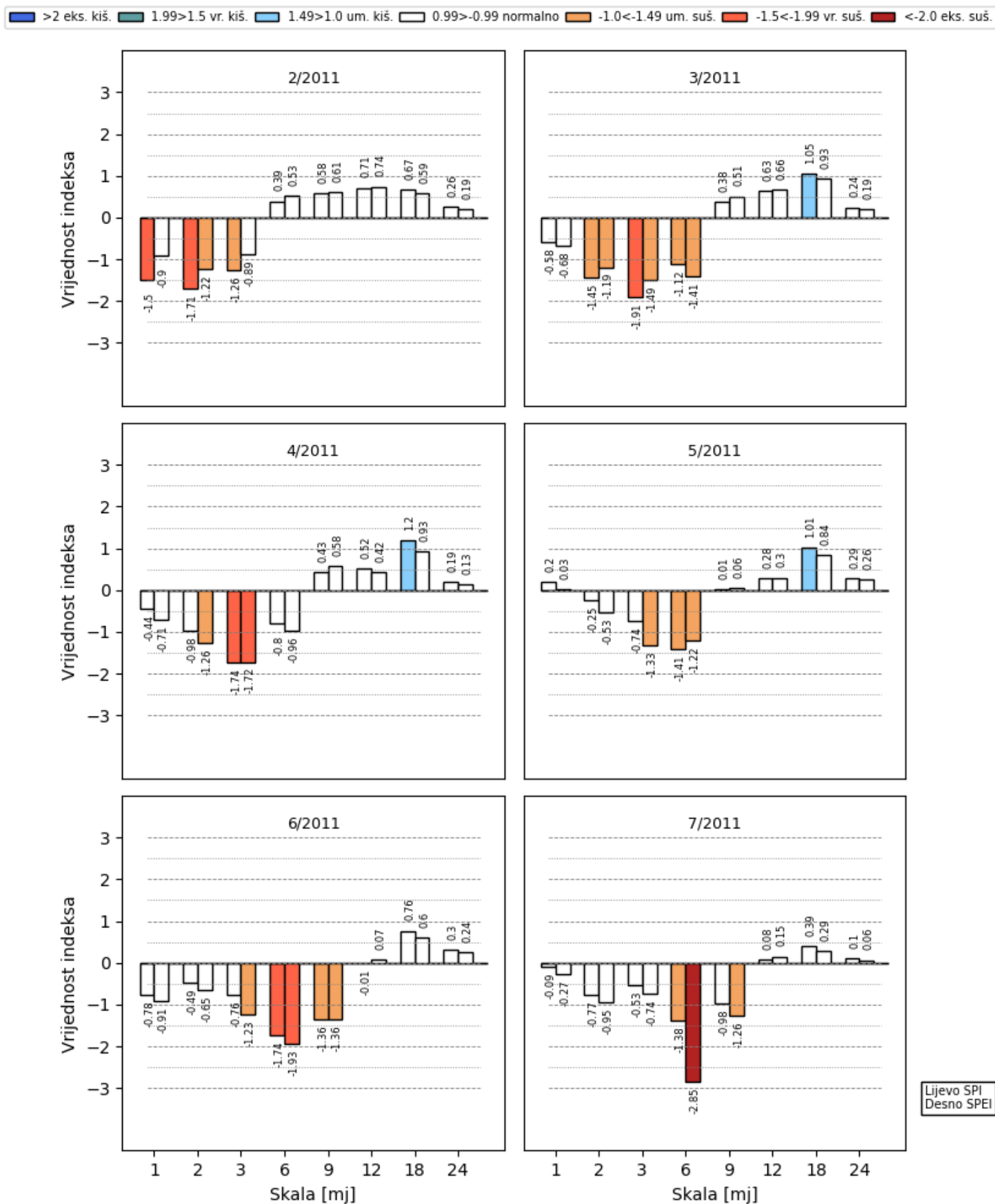
Početak 2011. godine s manjkom oborine u veljači započela je suša koja je pojačana ekstremno sušnim mjesecom studenim. Dodatno, ožujak 2012. godine je također bio ekstremno suh, te se ova suša efektivno produžila do svibnja 2012. godine. Netipična sušnost ovih ključnih mjeseci bila je uzrokovana dvijema epizodama *blokinga* nad Europom koje su spriječile dolazak hladnog i vlažnog zraka sa sjevera. Ekonomska šteta u Hrvatskoj 2011. godine je najvećim djelom bila rezultat ove suše i to sa udjelom od 80% (Cindrić i sur., 2016). Ova elementarna nepogoda nije zahvatila samo Europu, već su zahvaćena i područja Sjedinjenih Američkih Država te središnje Amerike, a u istočnoj Africi je ova suša dovela do ekstremne humanitarne krize, gdje je izvanredno stanje zbog manjka hrane trajalo od srpnja 2011. godine do početka 2012. godine. Vezano za globalni karakter ove katastrofe Cindrić i sur. (2016) su pokazali da *telekonekcije* između atmosferskih oscilacija mogu utjecati na karakter suše.

Prikaz niza mjesečnih temperatura 2011. godine za postaju Zagreb-Maksimir dan je na slici 3.28. Na slikama 3.29 - 3.30 prikazani su SPI i SPEI, za razdoblje od veljače do listopada 2011. godine te svibanj i lipanj 2012. godine, na više skala za postaju Zagreb-Maksimir. Manjka oborine bilo je već u veljači što je dodalo sušnosti kasnijih mjeseci na većim skalama, no utjecaj temperature na indeks vidljiv je tek u travnju na skali od 2 mjeseca, te u svibnju kada do izražaja dolaze nadprosječne proljetne temperature što rezultira nižom vrijednosti SPEI na skali od 3 mjeseca. Taj utjecaj konstantno povišenih temperatura vidljiv je na duljim skalama (6, 9 i 12 mjeseci) u idućim mjesecima a posebice u srpnju na skali od 6 mjeseci. Na nižim skalama prevladava SPI iz razloga što nisu svi mjeseci u tom periodu bili ekstremno suhi (oborine u svibnju, lipnju i srpnju su bile oko medijana) te je u tim mjesecima količina oborine diktirala vrijednosti oba indeksa na nižim skalama. U mjesecima nakon svibnja SPEI blago prevladava na većini zahvaćenih skala osim u kolovozu i studenom na skali od jednog mjeseca, kada je veću ulogu igrao manjak oborine. Prema Cindrić i sur. (2016) kolovoz i studeni 2011. godine na postaji Zagreb-Maksimir bili su vrlo do ekstremno sušni. Doseg utjecaja ove dugoročne suše vidi se na slikama za rujana i listopada, gdje se ona očituje na skalama do 12 mjeseci a intenzivirana je višim temperaturama u toplom djelu te godine. Usprkos prosječnim količinama oborine u 2012. godini, kroz SPEI se vidi utjecaj visokih temperatura na skalama od 12 i 18 mjeseci za svibanj i lipanj 2012. godine u kojoj je također ljeto bilo nadprosječno toplo. Ova hidrološka suša je evidentno trajala do ljeta 2012. godine te je njome uzrokovan veliki deficit vode u tlu vidljiv na slici 3.30 na duljim vremenskim skalama.



Slika 3.28. Srednja mjesečna temperatura prizemnog zraka na postaji Zagreb-Maksimir za 2011. godinu i tridesetogodišnji sezonski srednjak za razdoblje 1981.-2012.

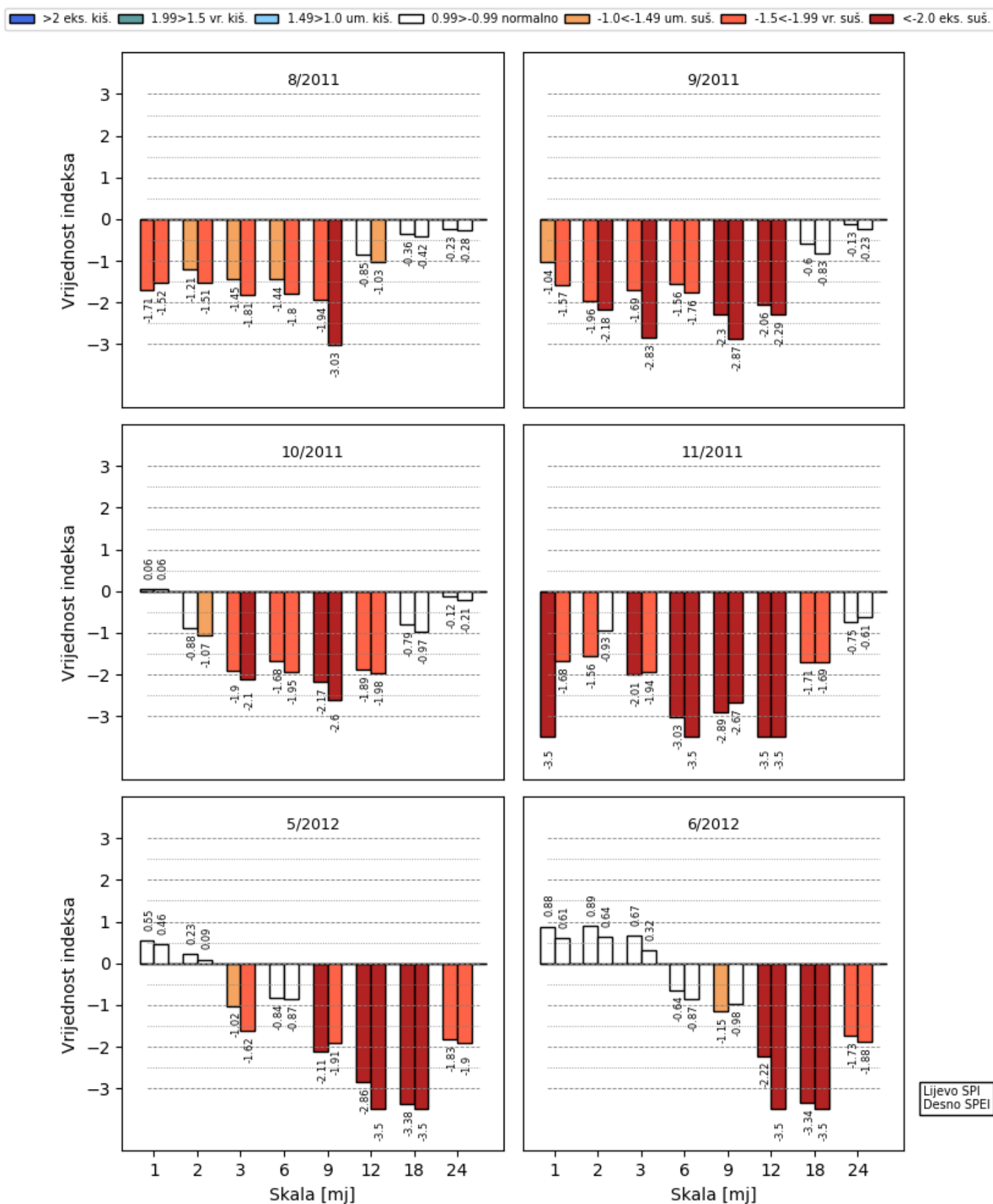
Zagreb - Maksimir



Lijevo SPI
Desno SPEI

Slika 3.29. Višeskalni prikazi SPI i SPEI za razdoblje od veljače do srpnja 2011. godine, Zagreb-Maksimir.

Zagreb - Maksimir



Lijevo SPI
Desno SPEI

Slika 3.30. Višeskalni prikazi SPI i SPEI za razdoblje od kolovoza do studenog 2011. godine te za svibanj i lipanj 2012. godine, Zagreb-Maksimir.

4. Zaključak

U ovom radu istražene su moguće prednosti standardiziranog oborinsko-evapotranspiracijskog indeksa, SPEI, u odnosu na dobro poznati i korišteni standardizirani oborinski indeks SPI. U tu svrhu potrebno je bilo izračunati potencijalnu evapotranspiraciju, PET, i odrediti pogodnu teorijsku razdiobu vodne bilance, $D = P - PET$, odnosno razlike između oborine P i potencijalne evapotranspiracije PET. U izračunu za SPI, kao prikladna teorijska razdioba, korištena je gama distribucija, dok je za vodnu bilancu, kao najprikladnija, određena troparametarska log-normalna razdioba. Za određivanje parametara gama i log-normalne distribucije, kod prilagodbe na podatke, korištena je metoda *L*-momenata jer se pokazala ponajboljom obzirom na prirodu promatranih varijabli - oborina može poprimiti i vrijednost nula, a dostupni skup podataka je relativno malen. Pokazalo se da je metoda *L*-momenata, u odnosu na klasičnu metodu momenata i metodu najveće vjerodostojnosti, otpornija na izdvojene (stršeće) vrijednosti u skupu podataka. Dodatno, ta je metoda relativno jednostavna, te je primjenjiva na široku klasu teorijskih distribucija.

Analizom dobivenih rezultata i grafičkih prikaza, vidi se da se vrijednosti indeksa SPI i SPEI približno podudaraju, s tim da postoji tendencija da SPEI po apsolutnom iznosu premaši SPI u razdobljima kada postoji manjak vode i obratno u razdobljima s viškom vode. U posebnim slučajevima za vrijeme sušnih i veoma toplih perioda SPEI daje značajno nižu ocjenu suše. Ovo je zamijećeno ponajviše u istočnoj kontinentalnoj, a zatim i u središnjoj Hrvatskoj. U gorskoj Hrvatskoj nisu zamijećena velika odstupanja, dok je u primorju i Dalmaciji vidljiv utjecaj povećane temperature ali ipak manji nego u kontinentalnoj Hrvatskoj. Na duljim vremenskim skalama primjećene su višegodišnje oscilacije u sušnim i mokrim razdobljima kroz razmatrani period 1962.-2019. Te višegodišnje oscilacije pokazuju kvazi-periodički karakter do 90-ih godina 20. stoljeća, nakon čega im se period skraćuje, dok ekstremne vrijednosti indeksa postaju veće i češće. Ovo razdoblje povećanih intenziteta, pokazanih indeksom SPEI, slaže se sa značajnim povećanjem površinske temperature zraka, koje također dovodi do češćih ekstremnih događaja (Vicente-Serrano i sur., 2014).

Razlika u indeksima vidljiva je i kada se promatraju sezonske vrijednosti. Prevladavanje sušnih sezona u 21. stoljeću vidljivo je na svim promatranim postajama. Zimi SPEI u odnosu na SPI ne pokazuje veliku promjenu u sušnosti zbog očekivano niskih temperatura koje ne pogoduju isparavanju. Proljeća, s druge strane, se doimaju značajno sušnijima kada se u izračun uključi utjecaj temperature te je vidljiv slabi trend porasta u sezonskoj razlici indeksa. Ljeti SPEI očekivano pokazuje značajan trend porasta intenziteta suše, a jesenski intenziteti sušnih i mokrih razdoblja ocijenjenih pomoću dva indeksa se ne razlikuju puno, no pozitivan trend je primjetan na kontinentalnim postajama. Neovisno o postaji, porast razlike indeksa vidljiv je na polugodišnjoj skali za topli dio godine.

Povećanjem učestalosti i intenziteta sušnih razdoblja uslijed zagrijavanja Zemljine površine mogu se očekivati češće lokalne elementarne nepogode koje donose agronomsku te socioekonomsku štetu. Upotreba indeksa SPI, koji ne ovisi o temperaturi zraka, može u takvim slučajevima sugerirati da je suša manje izražena od stvarne i time dovesti u zabludu potencijalne korisnike, proizvesti nepovoljne pravne i/ili fizičke posljedice, itd. Za očekivati je da bi korištenje indeksa SPEI barem ublažilo neke od ovih problema. Primjerice, veliki toplinski val 2003. godine značajno je snizio vrijednost SPEI u ljetnim

mjesecima, a Christidis i sur. (2015) su pokazali da se ovakvi toplinski valovi mogu očekivati češće u budućnosti. Oslanjajući se na nove podatke i modele utvrdili su da se ekstremno vruća ljeta sada mogu očekivati da se dogode dva puta u desetljeću, dok su se početkom ovog tisućljeća očekivala dva puta u stoljeću, što je velika promjena u povratnom periodu.

Literatura

- Abramowitz, M. i I. A. Stegun (1964). Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables.
- Balanda, K. P. i H. MacGillivray (1988). Kurtosis: a critical review. *The American Statistician* 42(2), 111–119.
- Barker, L. (1983). On gini's mean difference and the sample standard deviation. *Communications in Statistics-Simulation and Computation* 12(4), 503–505.
- Christidis, N., G. S. Jones, i P. A. Stott (2015). Dramatically increasing chance of extremely hot summers since the 2003 european heatwave. *Nature Climate Change* 5(1), 46–50.
- Cindrić, K., M. Telišman Prtenjak, I. Herceg-Bulić, D. Mihajlović, i Z. Pasarić (2016). Analysis of the extraordinary 2011/2012 drought in croatia. *Theoretical and applied climatology* 123(3), 503–522.
- Crutcher, H. L. (1975). A note on the possible misuse of the kolmogorov-smirnov test. *Journal of Applied Meteorology (1962-1982)*, 1600–1603.
- Gajić-Čapka, M., K. Cindrić, i Z. Pasarić (2015). Trends in precipitation indices in croatia, 1961–2010. *Theoretical and applied climatology* 121(1), 167–177.
- Greenwood, J. A., J. M. Landwehr, N. C. Matalas, i J. R. Wallis (1979). Probability weighted moments: definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form. *Water resources research* 15(5), 1049–1054.
- Greis, N. P. i E. F. Wood (1981). Regional flood frequency estimation and network design. *Water Resources Research* 17(4), 1167–1177.
- Hosking, J. R. (1990). L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)* 52(1), 105–124.
- Hosking, J. R. i J. R. Wallis (1987). Parameter and quantile estimation for the generalized pareto distribution. *Technometrics* 29(3), 339–349.
- Hosking, J. R. M. (1989). *Some theoretical results concerning L-moments*. IBM Thomas J. Watson Research Division.
- Hosking, J. R. M. i J. R. Wallis (1997). *Regional frequency analysis*.
- Hosking, J. R. M., J. R. Wallis, i E. F. Wood (1985). Estimation of the generalized extreme-value distribution by the method of probability-weighted moments. *Technometrics* 27(3), 251–261.
- Landwehr, J. M., N. Matalas, i J. Wallis (1979). Probability weighted moments compared with some traditional techniques in estimating gumbel parameters and quantiles. *Water resources research* 15(5), 1055–1064.

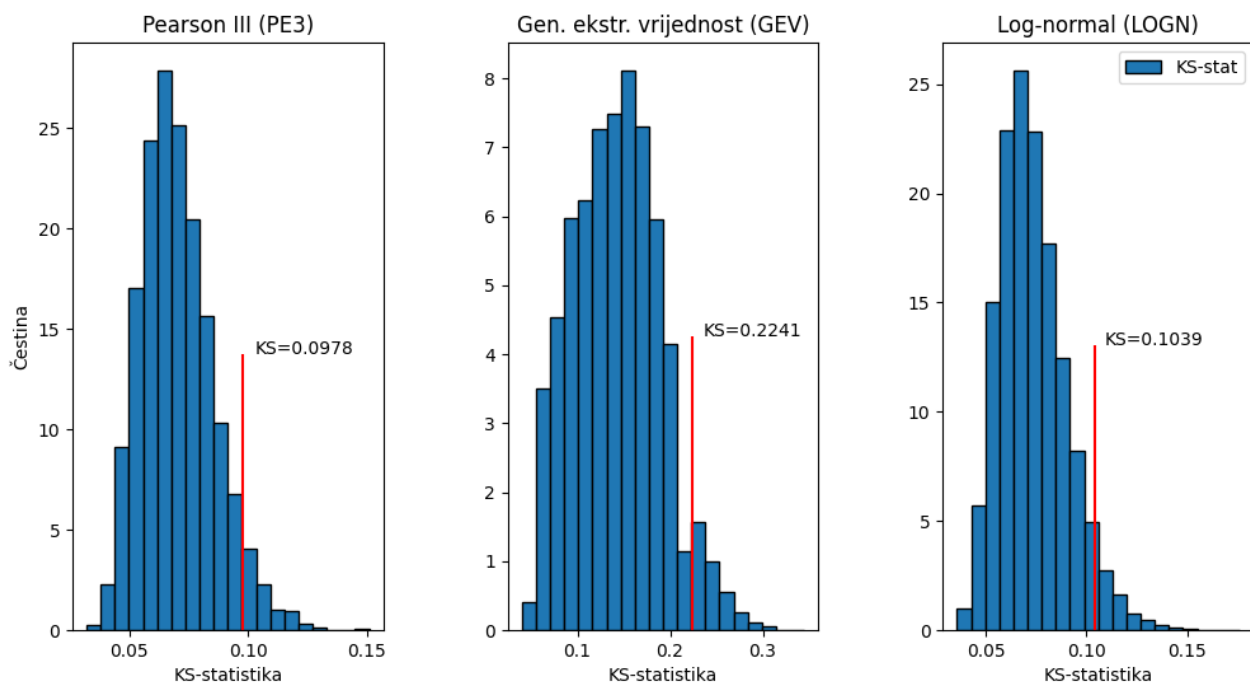
- Mihajlović, D. (2006). Monitoring the 2003–2004 meteorological drought over pannonian part of croatia. *International Journal of Climatology: A Journal of the Royal Meteorological Society* 26(15), 2213–2225.
- Neuman, C. P. i D. I. Schonbach (1974). Discrete (legendre) orthogonal polynomials—a survey. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 8(4), 743–770.
- Perčec Tadić, M., M. Gajić-Čapka, K. Zaninović, i K. Cindrić (2014). Drought vulnerability in croatia. *Agriculturae Conspectus Scientificus* 79(1), 31–38.
- Plackett, R. (1947). Limits of the ratio of mean range to standard deviation. *Biometrika* 34(1/2), 120–122.
- Steinskog, D. J., D. B. Tjøstheim, i N. G. Kvamstø (2007). A cautionary note on the use of the kolmogorov–smirnov test for normality. *Monthly Weather Review* 135(3), 1151–1157.
- Syed, T. H., J. S. Famiglietti, M. Rodell, J. Chen, i C. R. Wilson (2008). Analysis of terrestrial water storage changes from grace and gldas. *Water Resources Research* 44(2).
- Thornthwaite, C. W. (1948). An approach toward a rational classification of climate. *Geographical review* 38(1), 55–94.
- Vicente-Serrano, S. M., S. Beguería, i J. I. López-Moreno (2010). A multiscalar drought index sensitive to global warming: the standardized precipitation evapotranspiration index. *Journal of climate* 23(7), 1696–1718.
- Vicente-Serrano, S. M., J.-I. Lopez-Moreno, S. Beguería, J. Lorenzo-Lacruz, A. Sanchez-Lorenzo, J. M. García-Ruiz, C. Azorin-Molina, E. Morán-Tejeda, J. Revuelto, R. Trigo, i sur. (2014). Evidence of increasing drought severity caused by temperature rise in southern europe. *Environmental Research Letters* 9(4), 044001.
- Wallis, J. (1980). Risk and uncertainties in the evaluation of flood events for the design of hydrologic structures.
- Wallis, J. (1982). Hydrologic problems associated with oilshale development. *Environmental Systems and Management*, edited by S. Rinaldi, 85–102.
- Wallis, J. R., N. C. Matalas, i J. R. Slack (1974). Just a moment! *Water Resources Research* 10(2), 211–219.
- Wallis, J. R. i E. F. Wood (1985). Relative accuracy of log pearson iii procedures. *Journal of Hydraulic Engineering* 111(7), 1043–1056.
- Wilks, D. S. (1990). Maximum likelihood estimation for the gamma distribution using data containing zeros. *Journal of climate*, 1495–1501.
- Wilks, D. S. (2011). *Statistical methods in the atmospheric sciences*, Volume 100. Academic press.

Dodatak A

	pe3	gev	logn
Razdioba			
KrVr	0.0978	0.2241	0.1039
Bilogora	0.0726	0.0729	0.0722
Bjelovar	0.0724	0.0731	0.0731
Daruvar	0.0684	0.0686	0.0696
Dubrovnik	0.0698	0.0694	0.0702
Gospić	0.0728	0.0717	0.0739
Gradište	0.0703	0.0708	0.0745
Hvar	0.0693	0.0694	0.0699
Karlovac	0.0743	0.075	0.0755
Knin	0.0707	0.0689	0.0717
Komiža	0.0685	0.0686	0.07
Križevci	0.0742	0.0766	0.0756
Lastovo	0.0717	0.0689	0.0725
Makarska	0.0672	0.0673	0.0716
Mali Lošinj	0.0701	0.0694	0.0773
Ogulin	0.0722	0.0735	0.074
Osijek	0.0721	0.0719	0.0739
Parg	0.0701	0.0702	0.0725
Pazin	0.0701	0.0693	0.0706
Ploče	0.0713	0.0721	0.0745
Puntijarka	0.0737	0.0722	0.0781
Rab	0.0704	0.0715	0.076
Rijeka	0.0693	0.0701	0.0712
Senj	0.0694	0.0697	0.0694
Sisak	0.0683	0.0705	0.0714
Slavonski Brod	0.0714	0.0701	0.0783
Split - Marjan	0.0687	0.0688	0.0731
Šibenik	0.0725	0.0706	0.0723
Varaždin	0.0693	0.0709	0.0716
Zadar	0.0669	0.0679	0.0704
Zagreb - Maksimir	0.068	0.0686	0.071
Zavižan	0.07	0.0716	0.0743

Tablica A1. Rezultati Kolmogorov-Smirnov testa. Prikazane su kritične vrijednosti (KrVr) distribucija određene Monte Carlo simulacijom. Rezultat testa za svaku postaju i distribuciju je srednjak svih mjeseca na svim skalama.

Razdiobe uzorkovanja KS-statistika za tri ispitane teorijske razdiobe



Slika A1. Razdiobe uzorkovanja KS-statistika dobivene pomoću Monte Carlo simulacija za tri teorijske distribucije: Pearsonova tipa III (lijevo), razdioba ekstremnih vrijednosti (sredina) i log-normalna razdioba (desno). Iz svake od razdioba generirano je 100000 uzoraka duljine 58 (što odgovara broju godina) te je izračunata KS-statistika. Na svakom grafu označene su kritične vrijednosti za nivo značajnosti 95%.

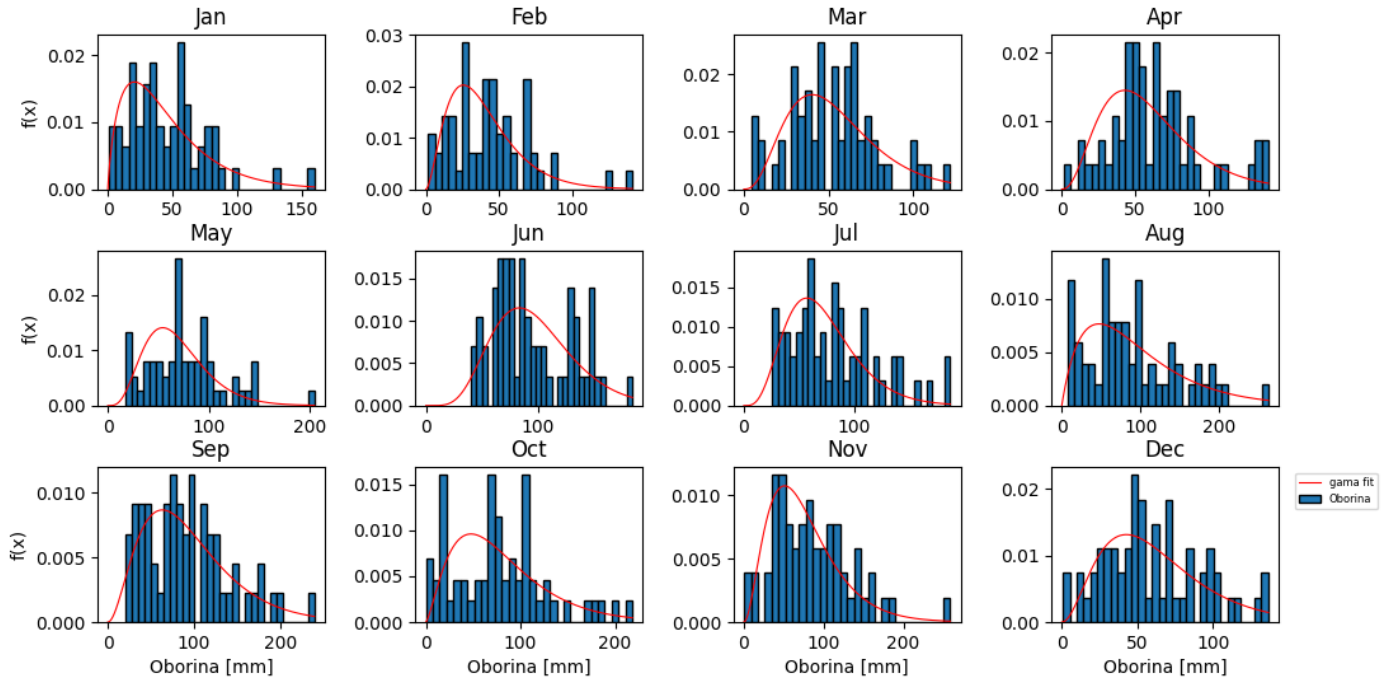
Regija	Postaja
1	Daruvar
	Gradište
	Osijek
	Slavonski Brod
2	Bilogora
	Bjelovar
	Karlovac
	Križevci
	Puntijarka
	Sisak
	Varaždin
	Zagreb-Maksimir
3	Gospić
	Knin
	Ogulin
4	Parg
	Zavižan
5	Rijeka
	Senj
6	Mali Lošinj
	Pazin
	Rab
	Šibenik
	Zadar
7	Dubrovnik
	Hvar
	Komiža
	Lastovo
	Makarska
	Ploče
	Split-Marjan

Tablica A2. Popis postaja grupiranih u regije po Gajić-Čapka i sur. (2015).

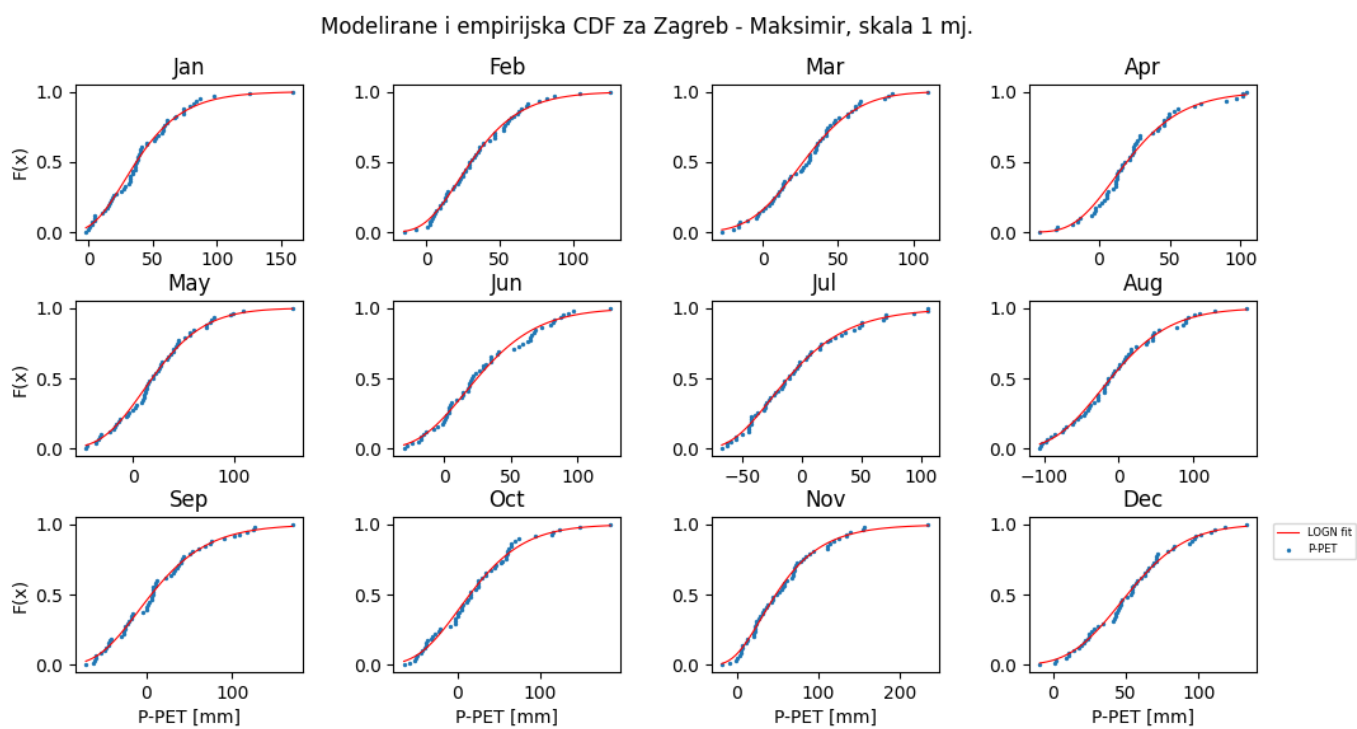
Dodatak B

B1 Zagreb-Maksimir

Histogrami kumulativnih oborina i najbolje prilagođene gama razdiobe za Zagreb - Maksimir, skala 1 mj.



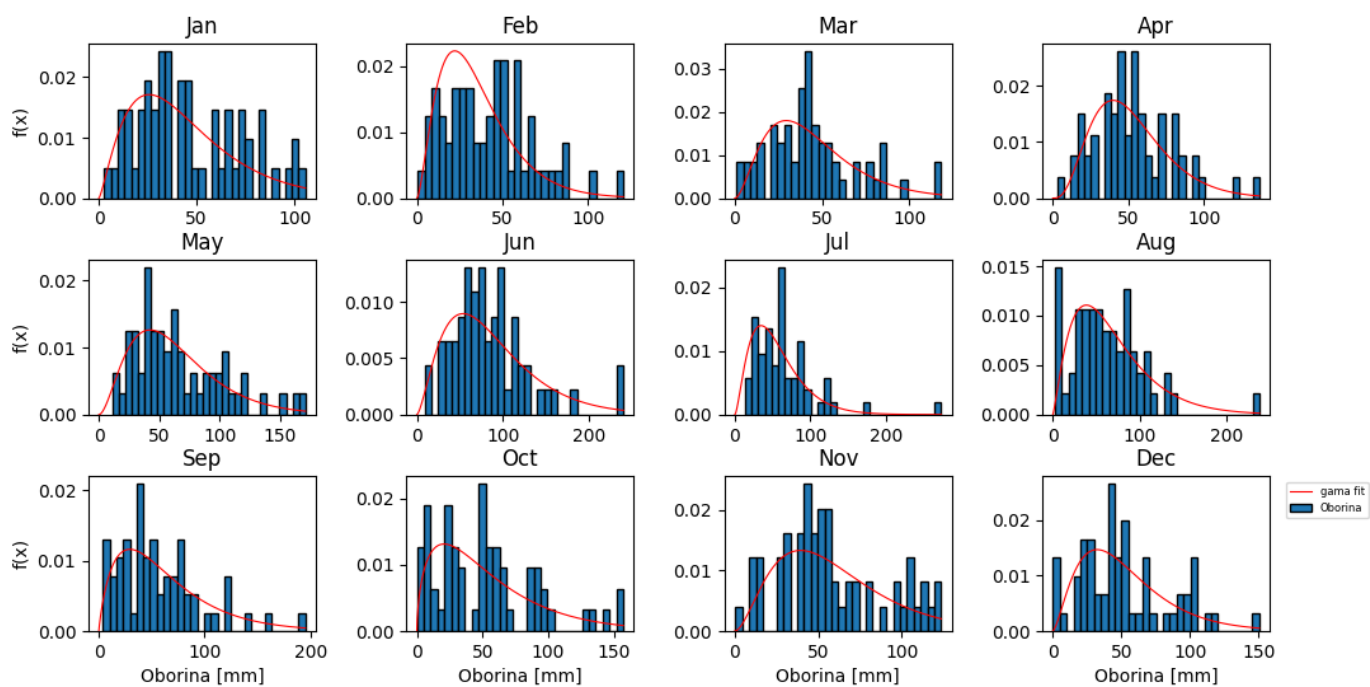
Slika B1. Mjesečne vrijednosti oborine i prilagođene gama razdiobe za Zagreb-Maksimir na skali od 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.



Slika B2. Mjesečne kumulativne vjerojatnosti podataka vodne bilance i prilagođena teorijska log-normalna razdioba za Zagreb-Maksimir na skali od 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.

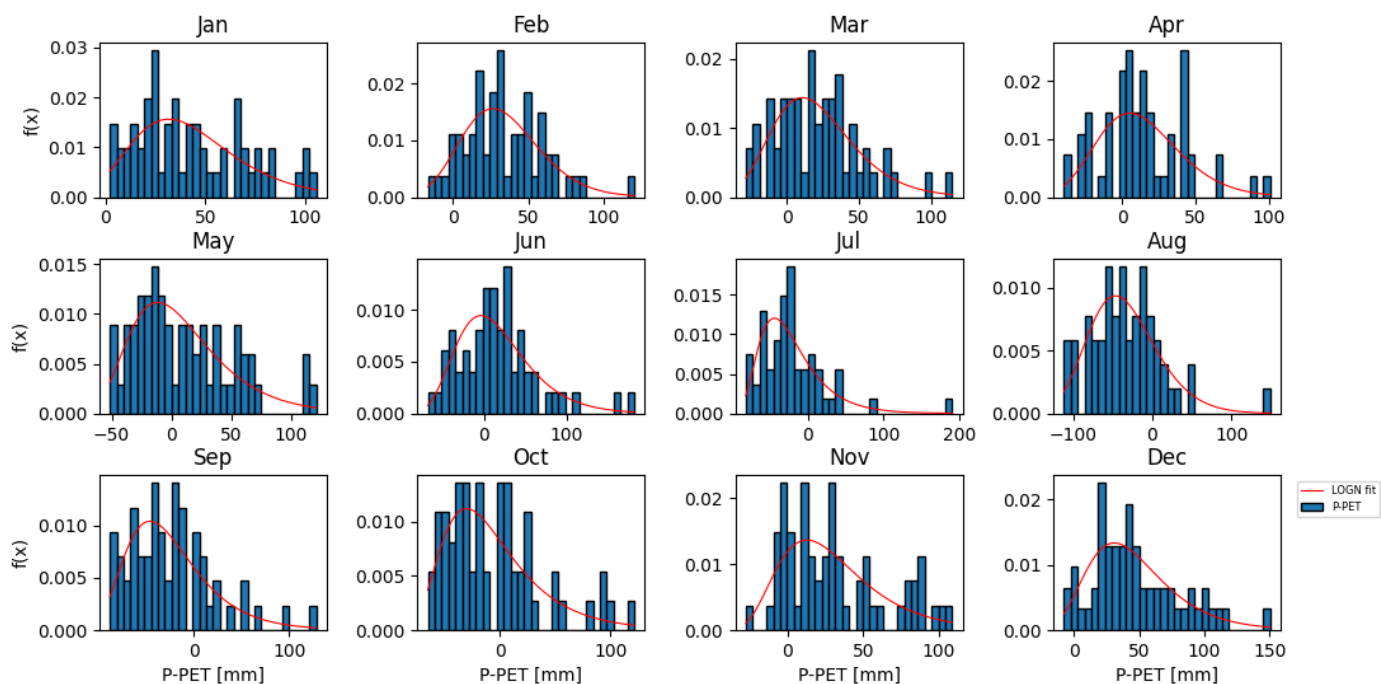
B2 Osijek

Histogrami kumulativnih oborina i najbolje prilagođene gama razdiobe za Osijek, skala 1 mj.



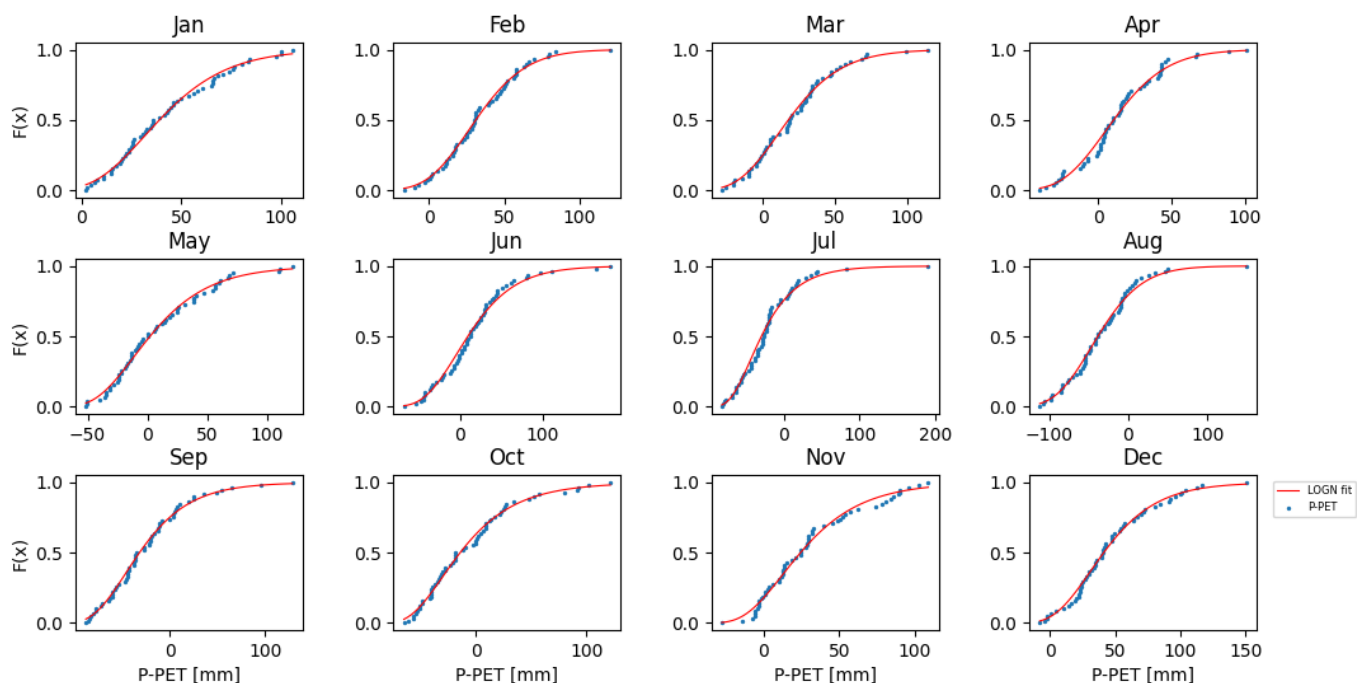
Slika B1. Mjesečne vrijednosti oborine i prilagođene gama razdiobe za Osijek na skali od 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.

Histogrami kumulativnih P-PET i modelirani PDF za Osijek, skala 1 mj.

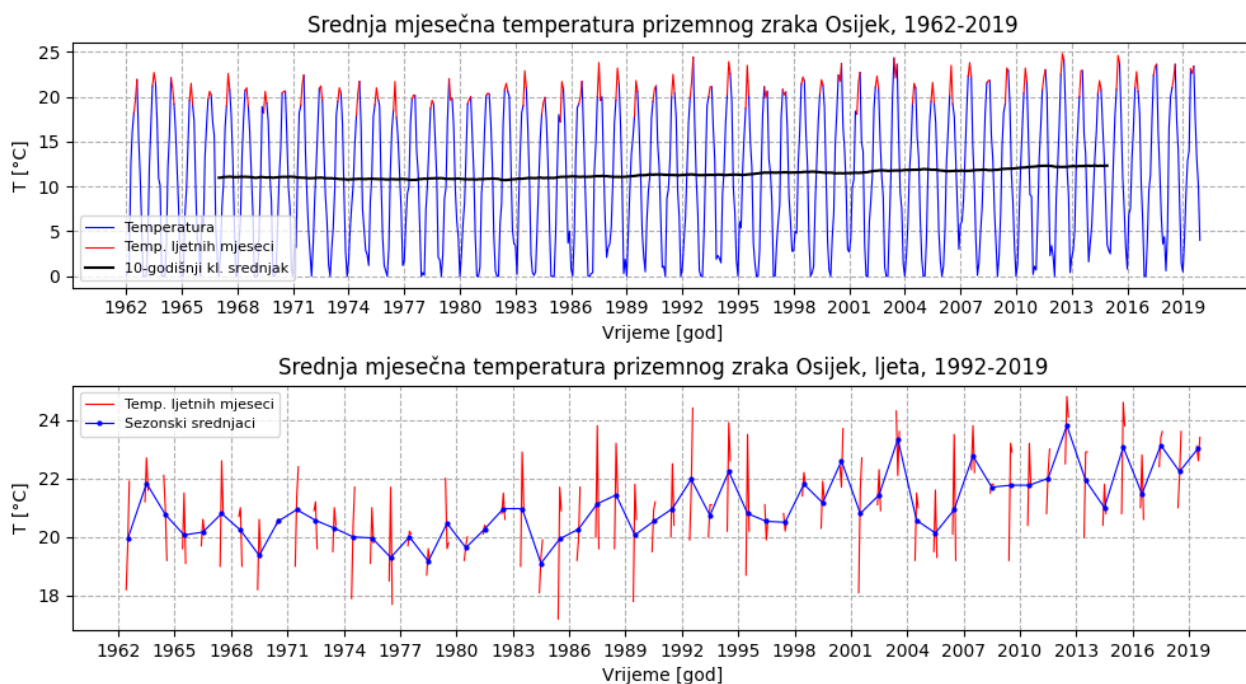


Slika B2. Histogrami mjesečnih vrijednosti vodne bilance, P-PET, i najbolje prilagođene log-normalne razdiobe za Osijek na skali od 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.

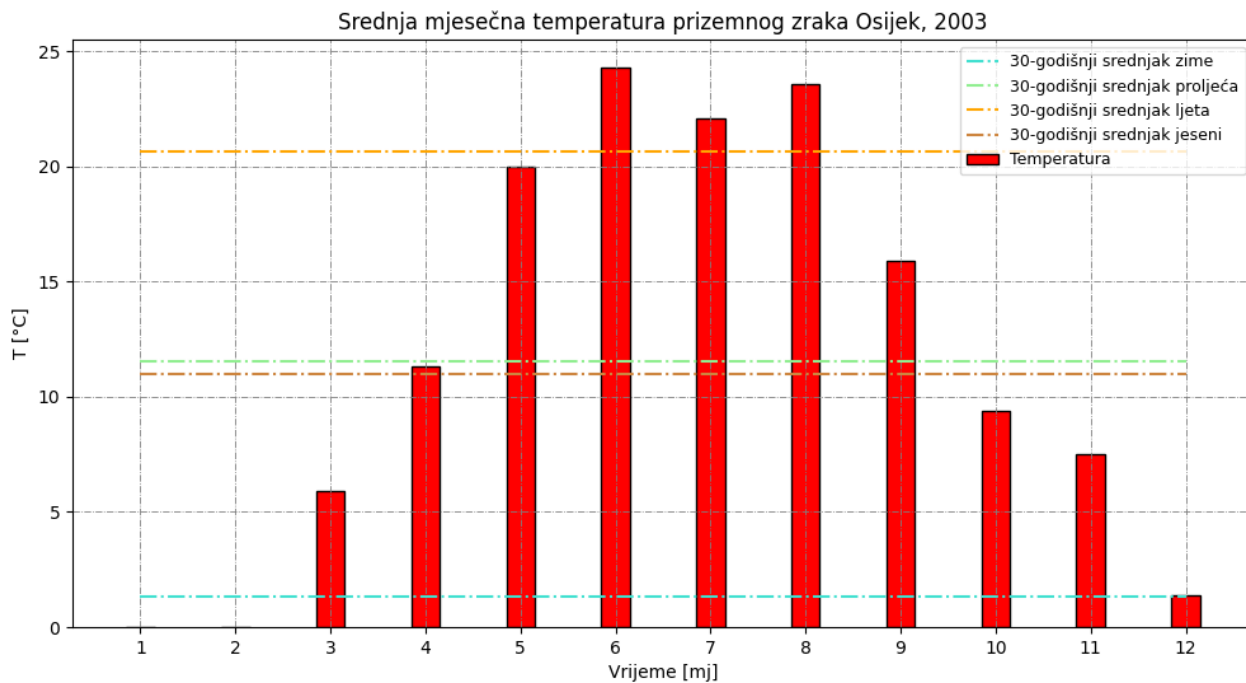
Modelirane i empirijska CDF za Osijek, skala 1 mj.



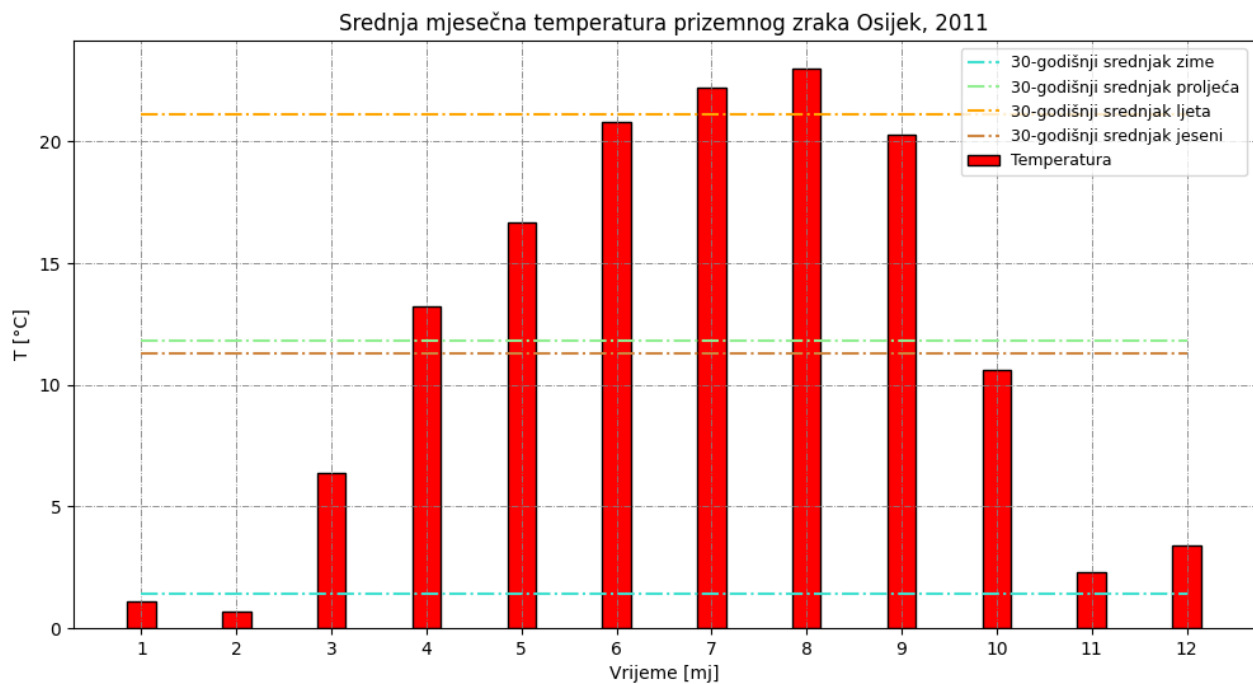
Slika B3. Mjesečne kumulativne vjerojatnosti podataka vodne bilance i prilagođena teorijska log-normalna razdioba za Osijek na skali od 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.



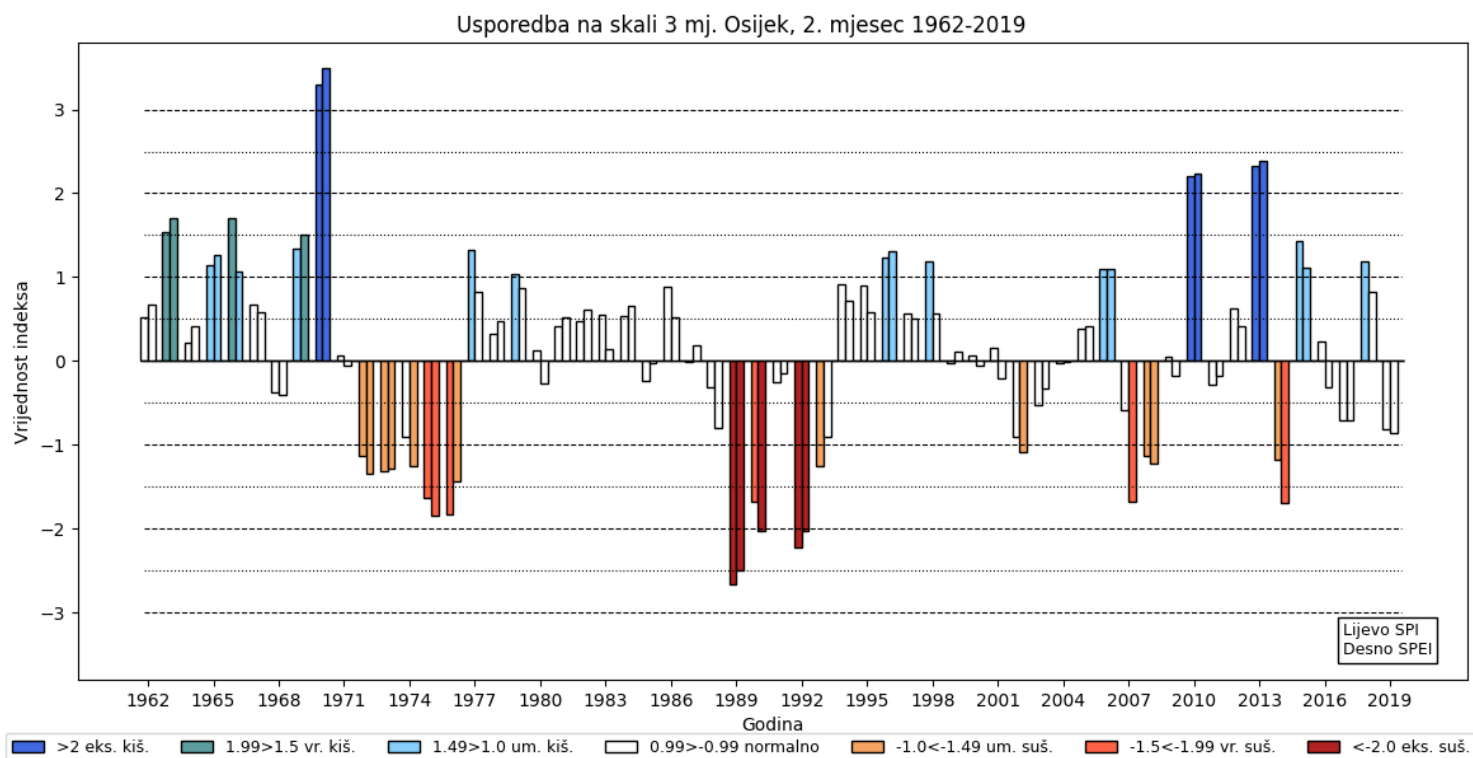
Slika B4. Srednje mjesečne temperature prizemnog zraka 1962.-2019. (gore) te ljetnih mjeseci 1962.-2019. (dolje) na postaji Osijek. Crnom bojom naznačen je 10-godišnji klizni srednjak. Ljetni mjeseci označeni su crvenom bojom, a plavim točkama njihovi sezonski srednjaci.



Slika B5. Srednja mjesečna temperatura prizemnog zraka na postaji Osijek za 2003. godinu i tridesetogodišnji sezonski srednjak za razdoblje 1973.-2003.

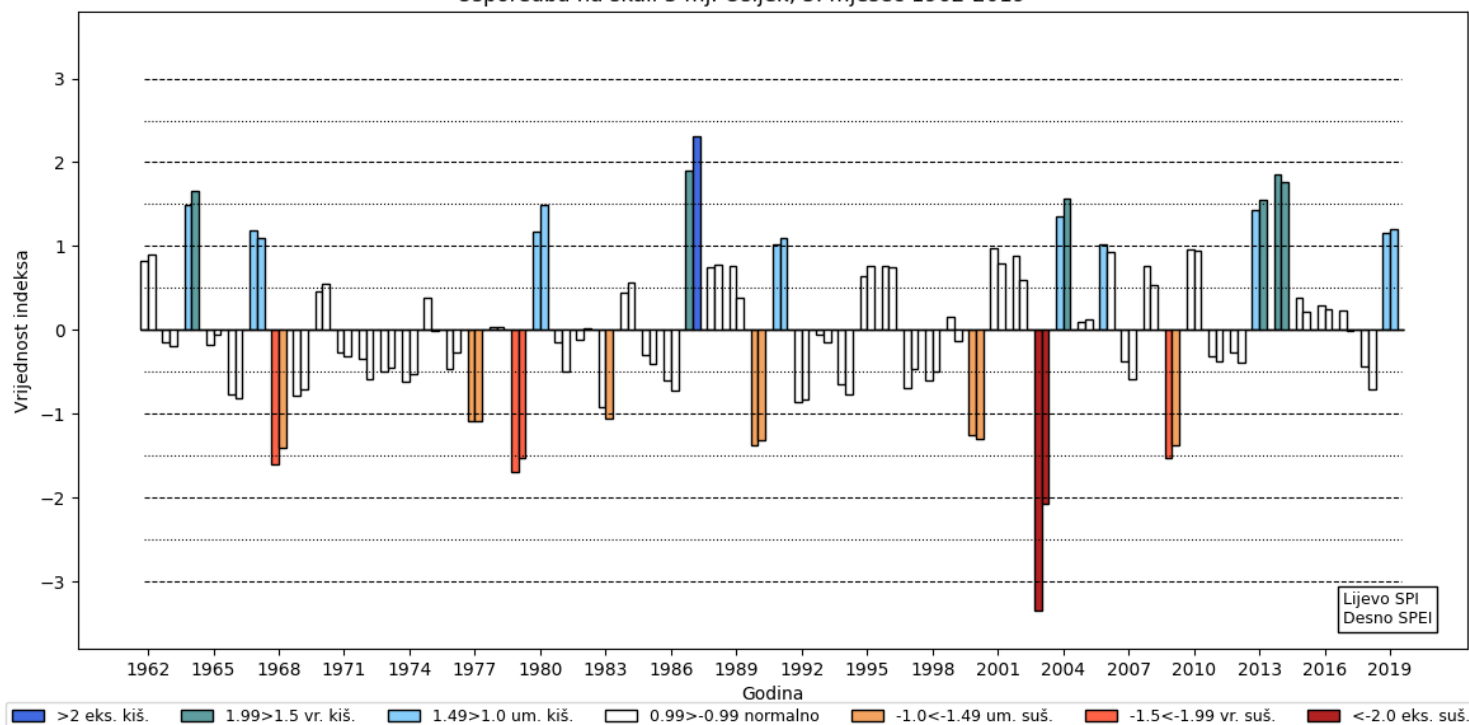


Slika B6. Srednja mjesečna temperatura prizemnog zraka na postaji Osijek za 2011. godinu i tridesetogodišnji sezonski srednjak za razdoblje 1973.-2003.



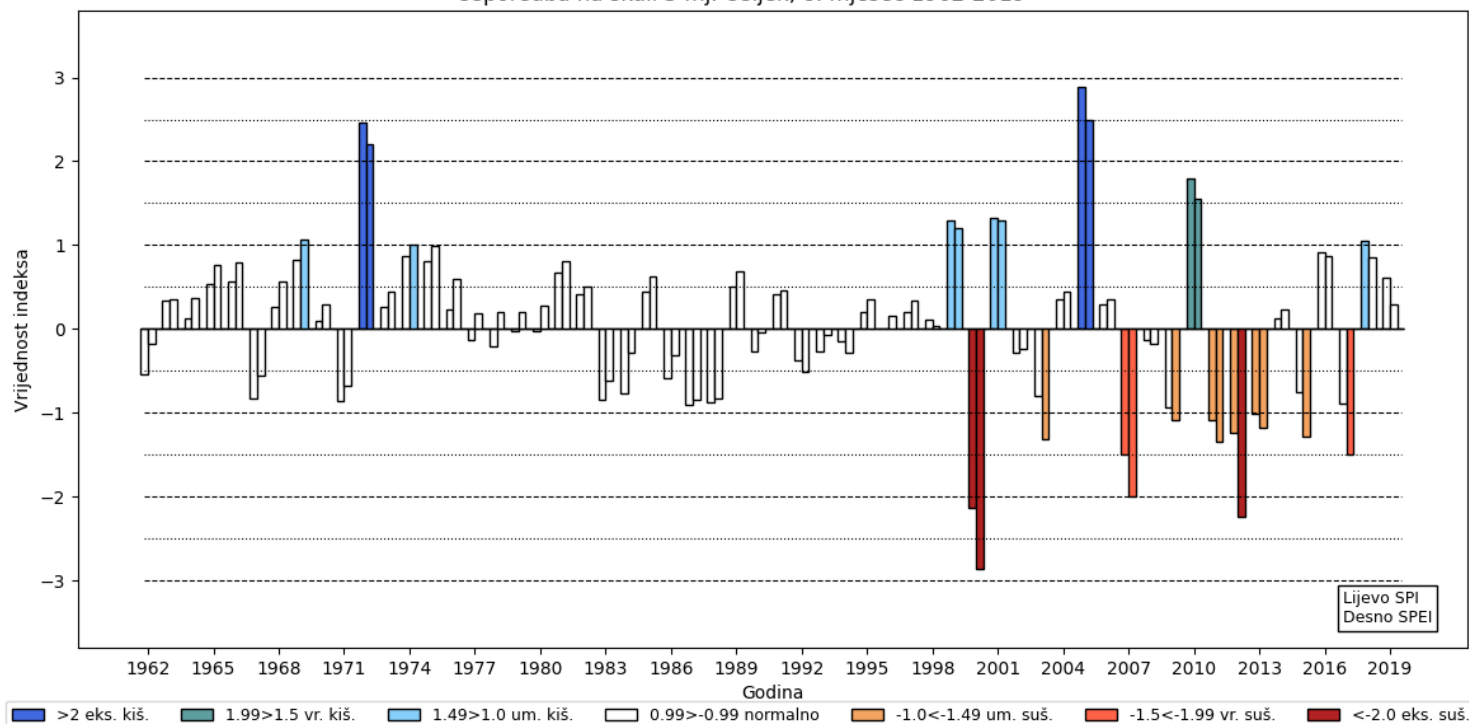
Slika B7. SPI, SPEI za zime u razdoblju 1962.-2019., Osijek.

Usporedba na skali 3 mj. Osijek, 5. mjesec 1962-2019



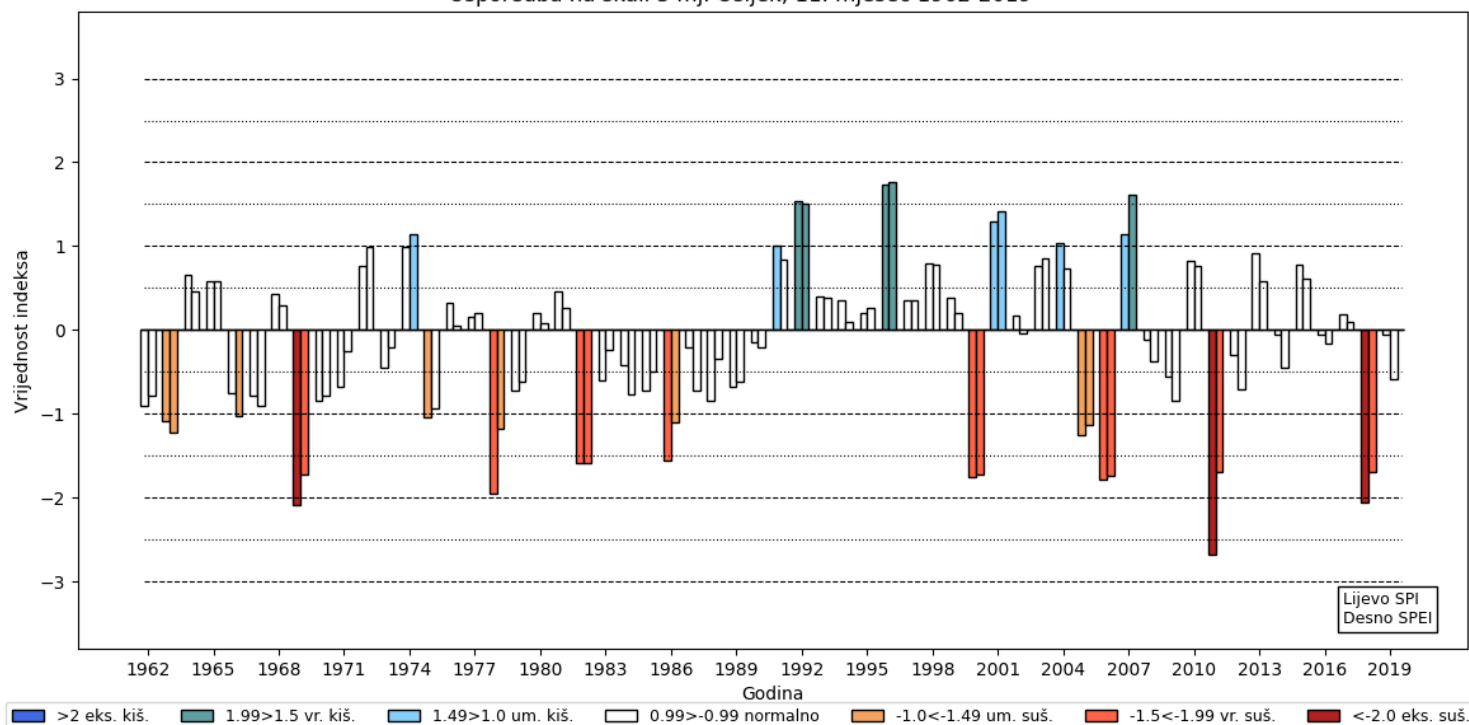
Slika B8. SPI, SPEI za proljeća u razdoblju 1962.-2019., Osijek.

Usporedba na skali 3 mj. Osijek, 8. mjesec 1962-2019



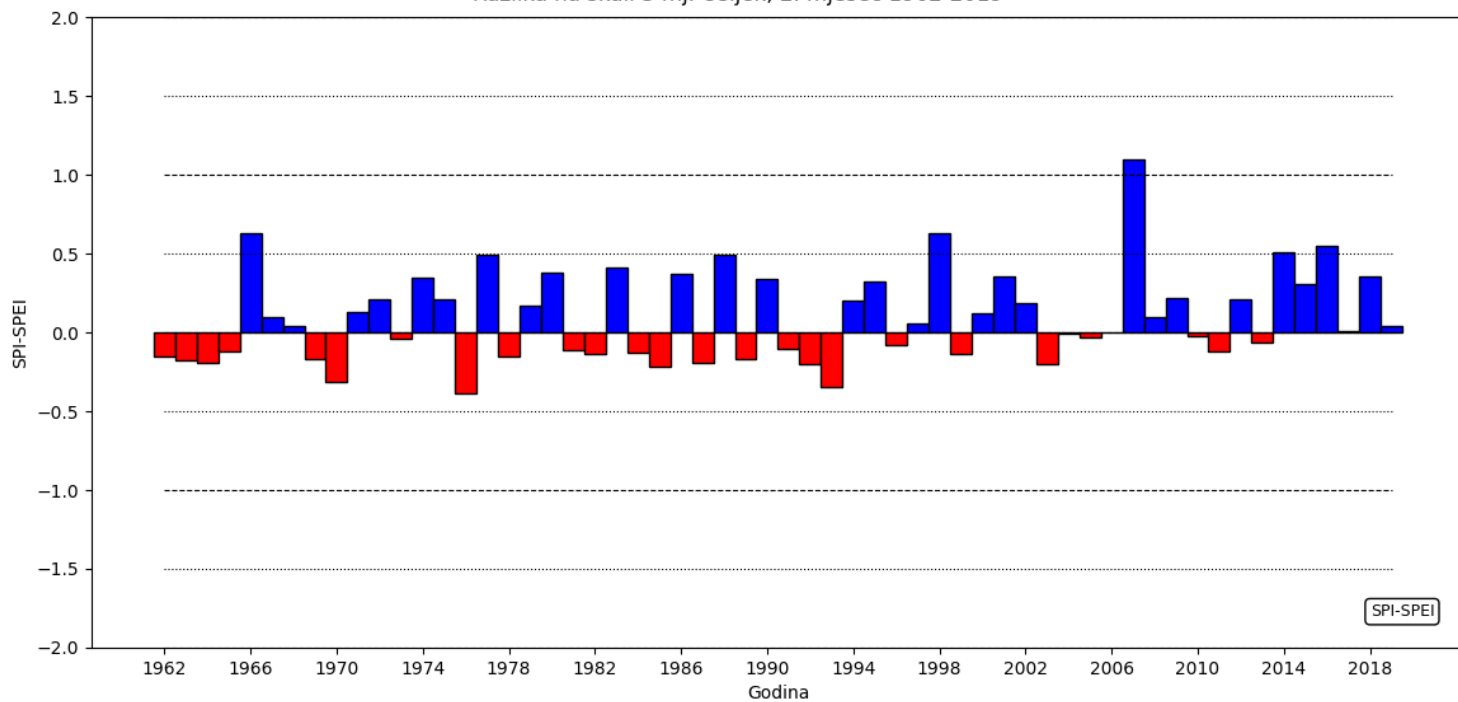
Slika B9. SPI, SPEI za ljeta u razdoblju 1962.-2019., Osijek.

Usporedba na skali 3 mj. Osijek, 11. mjesec 1962-2019

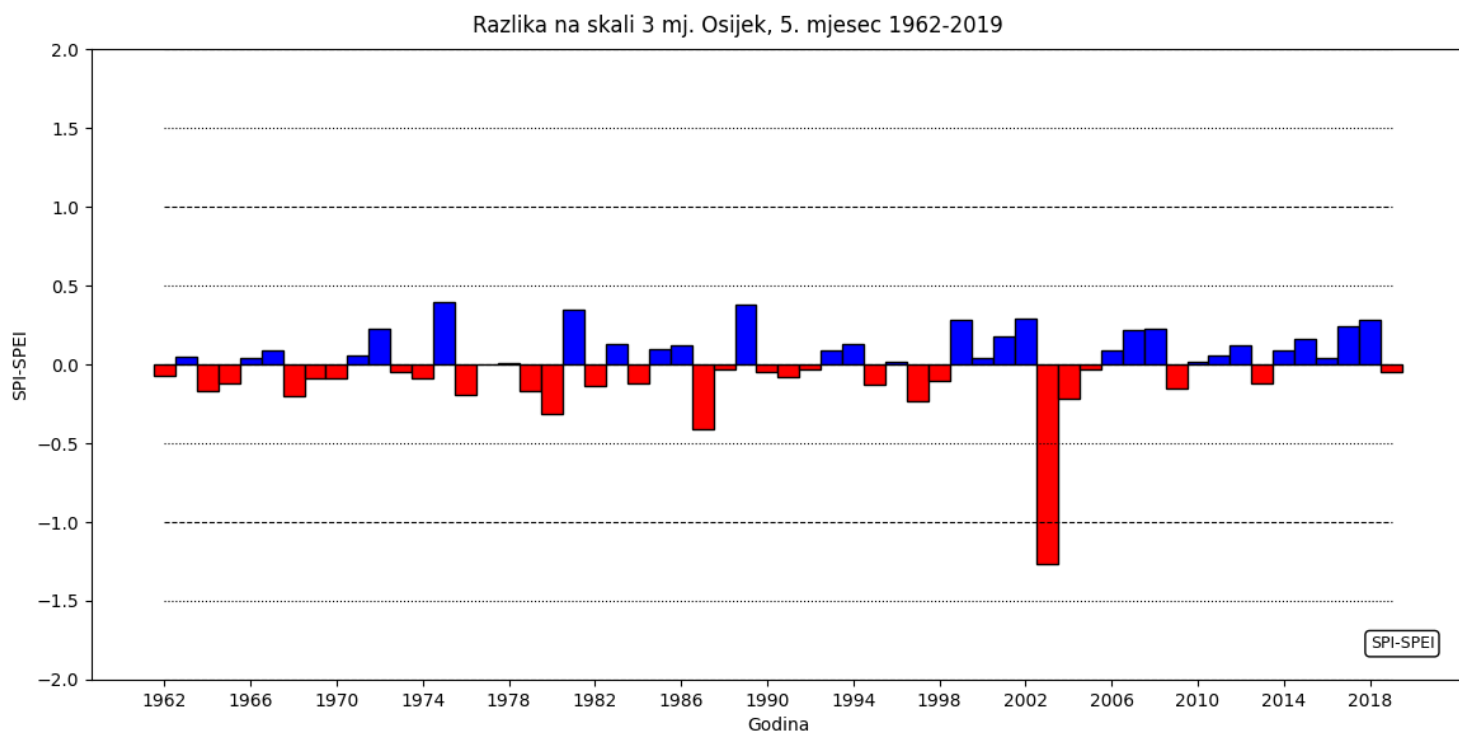


Slika B10. SPI, SPEI za jeseni u razdoblju 1962.-2019., Osijek.

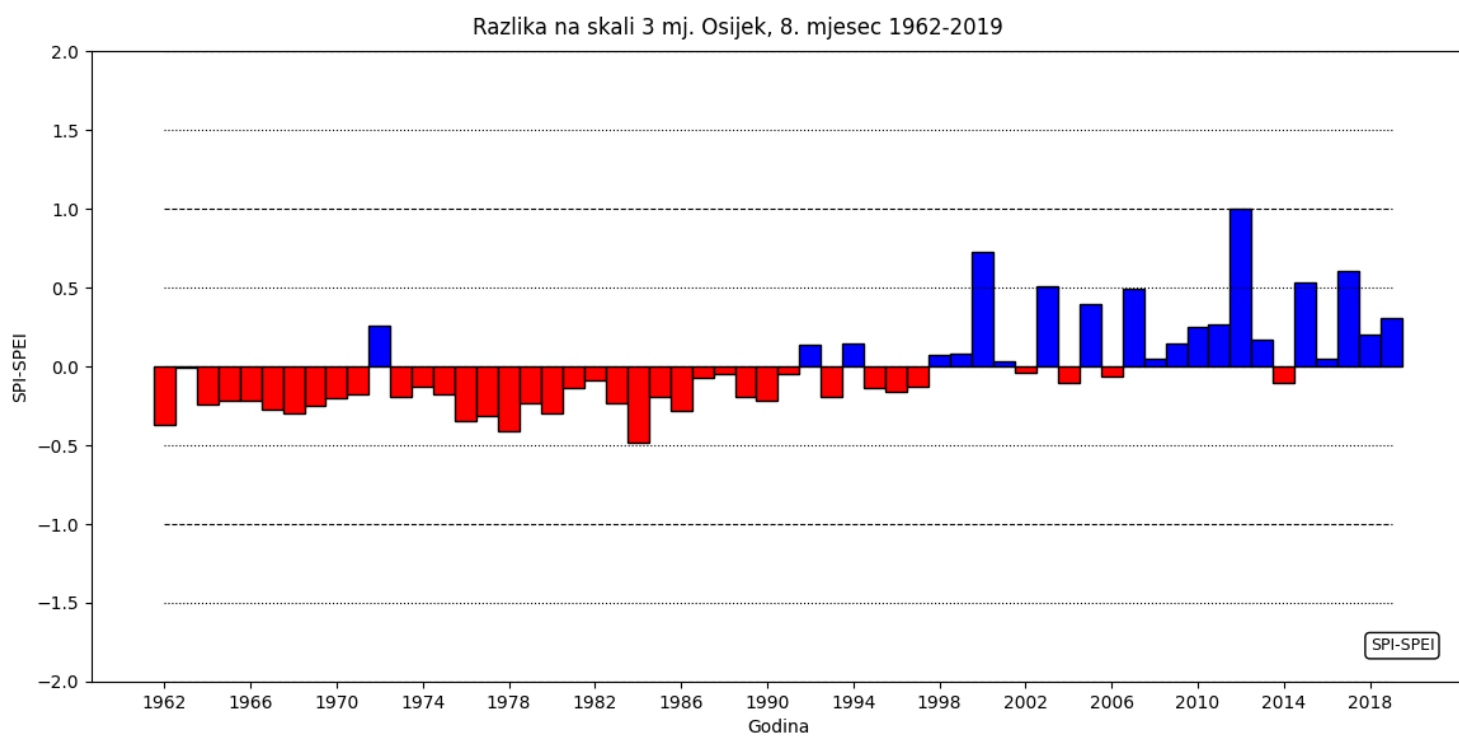
Razlika na skali 3 mj. Osijek, 2. mjesec 1962-2019



Slika B11. Razlika između SPI i SPEI za zime u razdoblju 1962.-2019., Osijek.

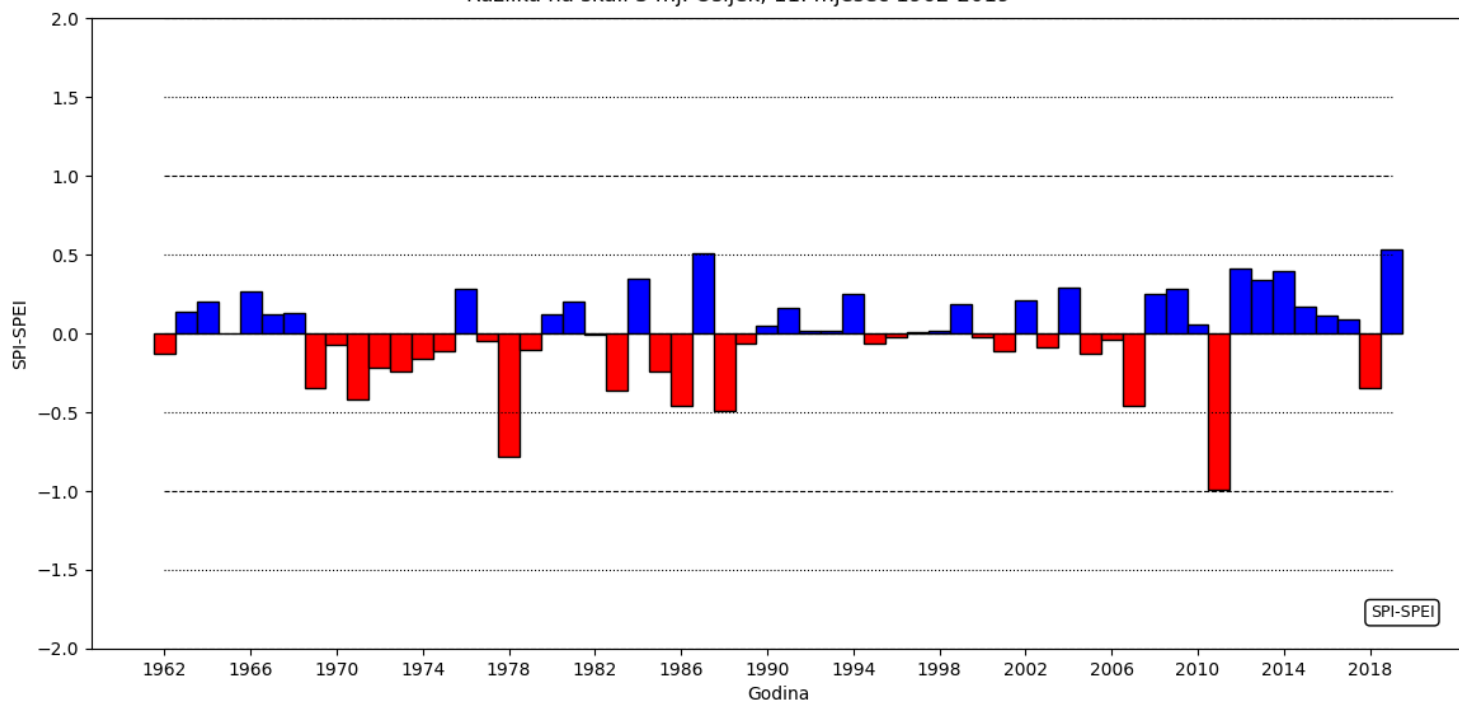


Slika B12. Razlika između SPI i SPEI za proljeća u razdoblju 1962.-2019., Osijek.



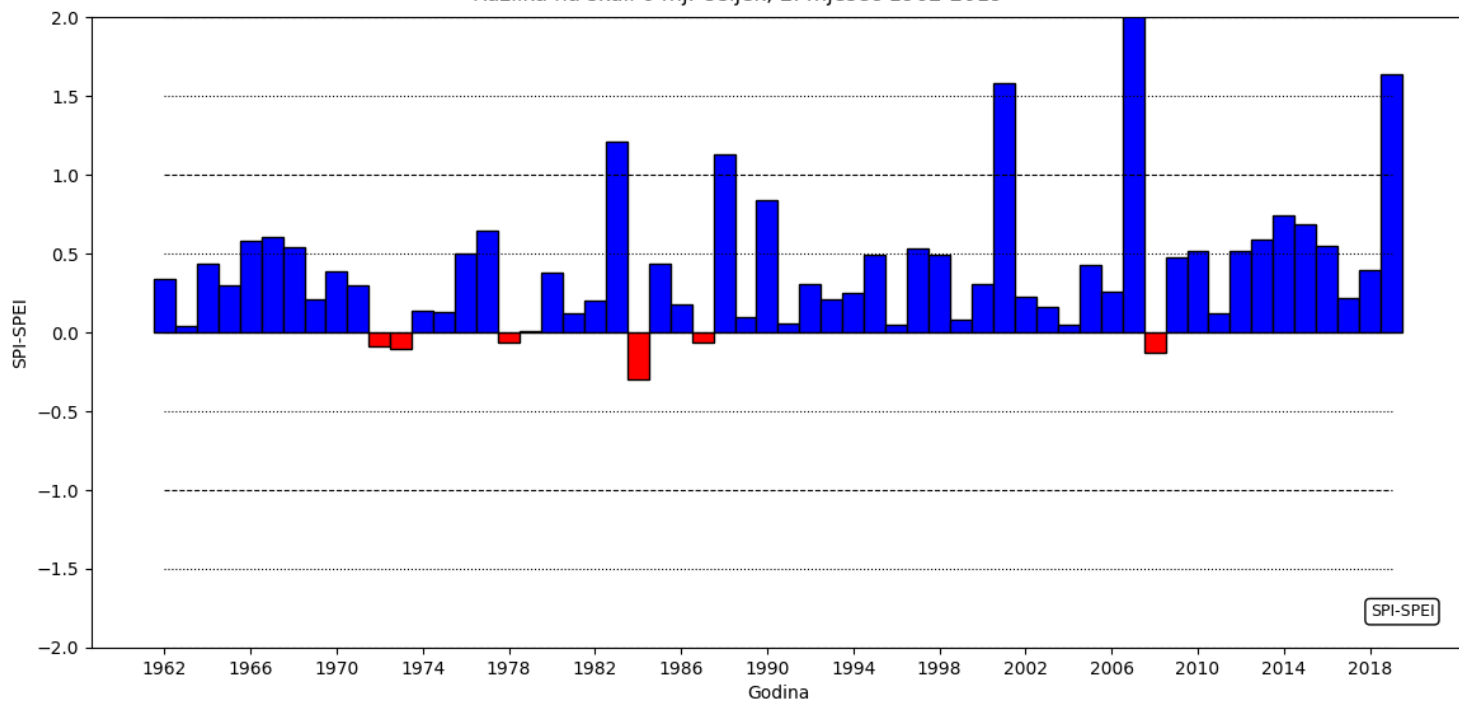
Slika B13. Razlika između SPI i SPEI za ljeta u razdoblju 1962.-2019., Osijek.

Razlika na skali 3 mj. Osijek, 11. mjesec 1962-2019

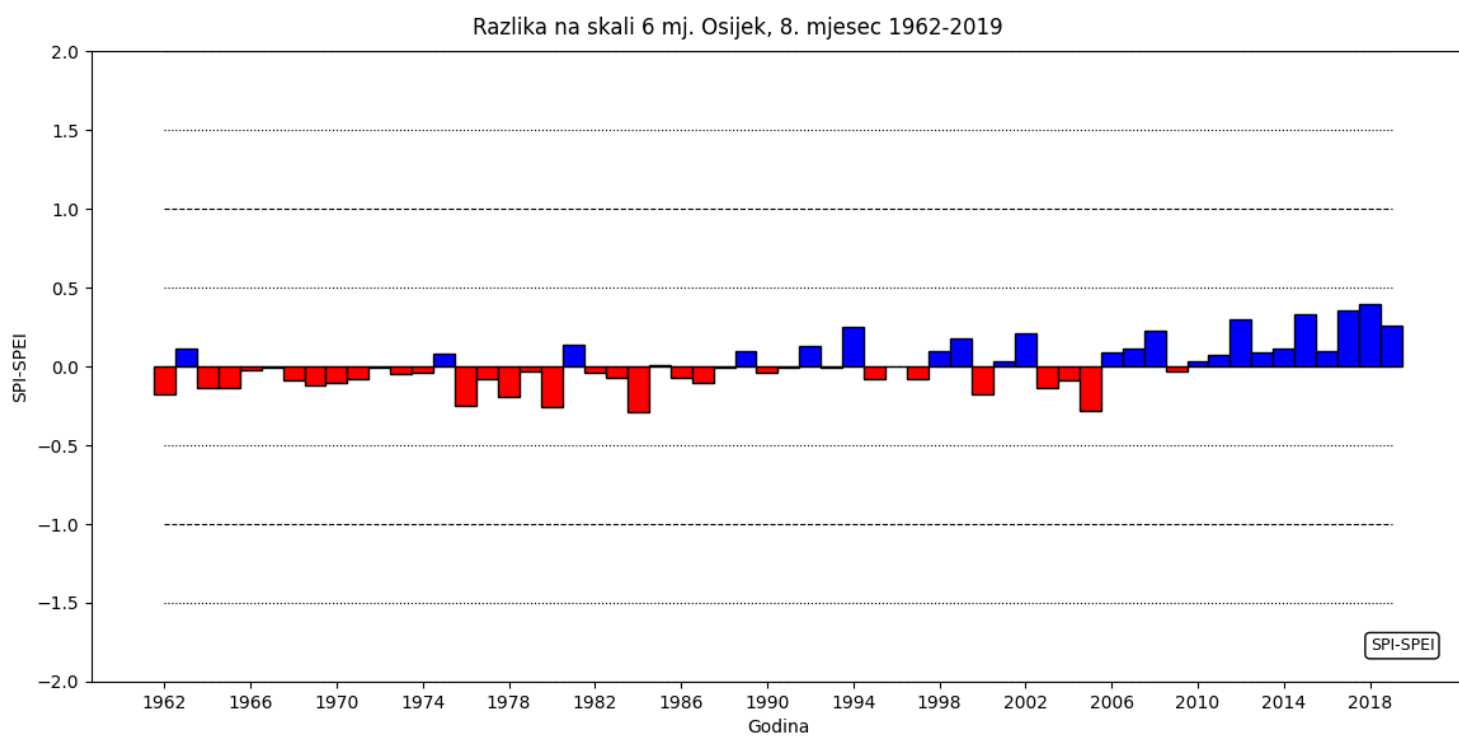


Slika B14. Razlika između SPI i SPEI za jeseni u razdoblju 1962.-2019., Osijek.

Razlika na skali 6 mj. Osijek, 2. mjesec 1962-2019



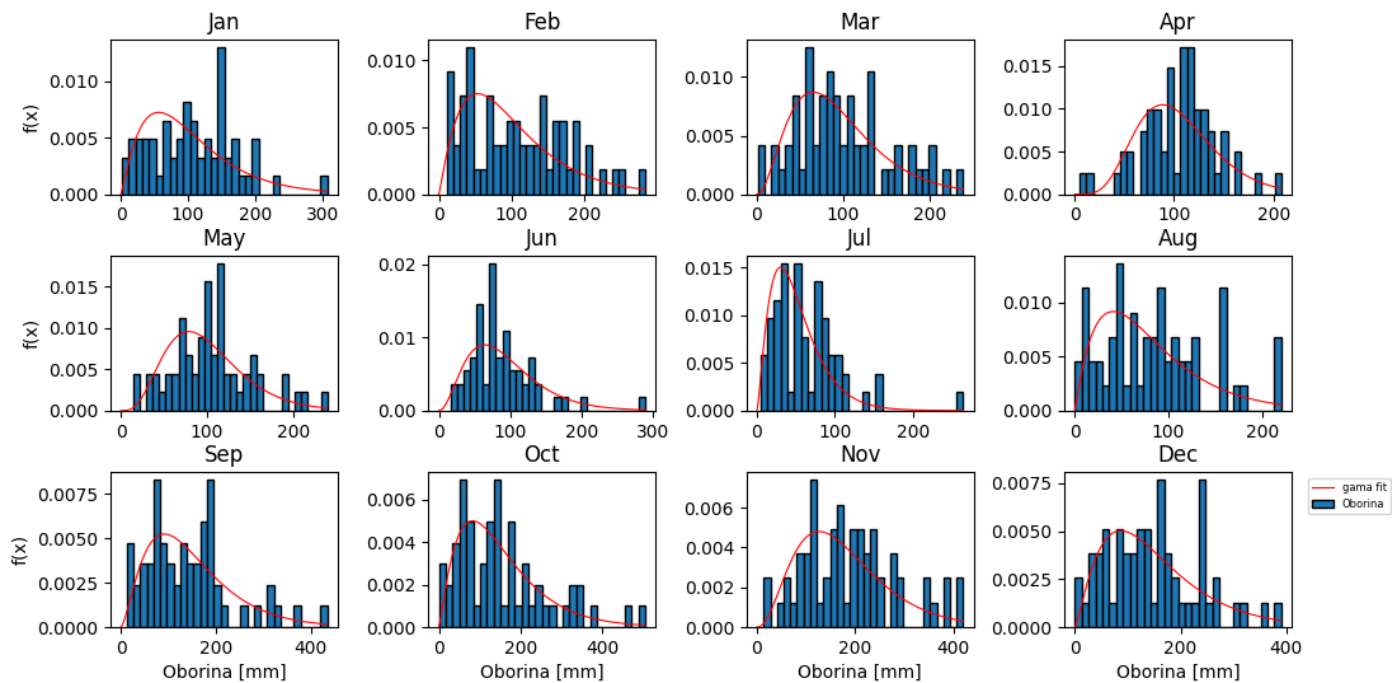
Slika B15. Razlika između SPI i SPEI za hladni dio godine u razdoblju 1962.-2019., Osijek.



Slika B16. Razlika između SPI i SPEI za topli dio godine u razdoblju 1962.-2019., Osijek.

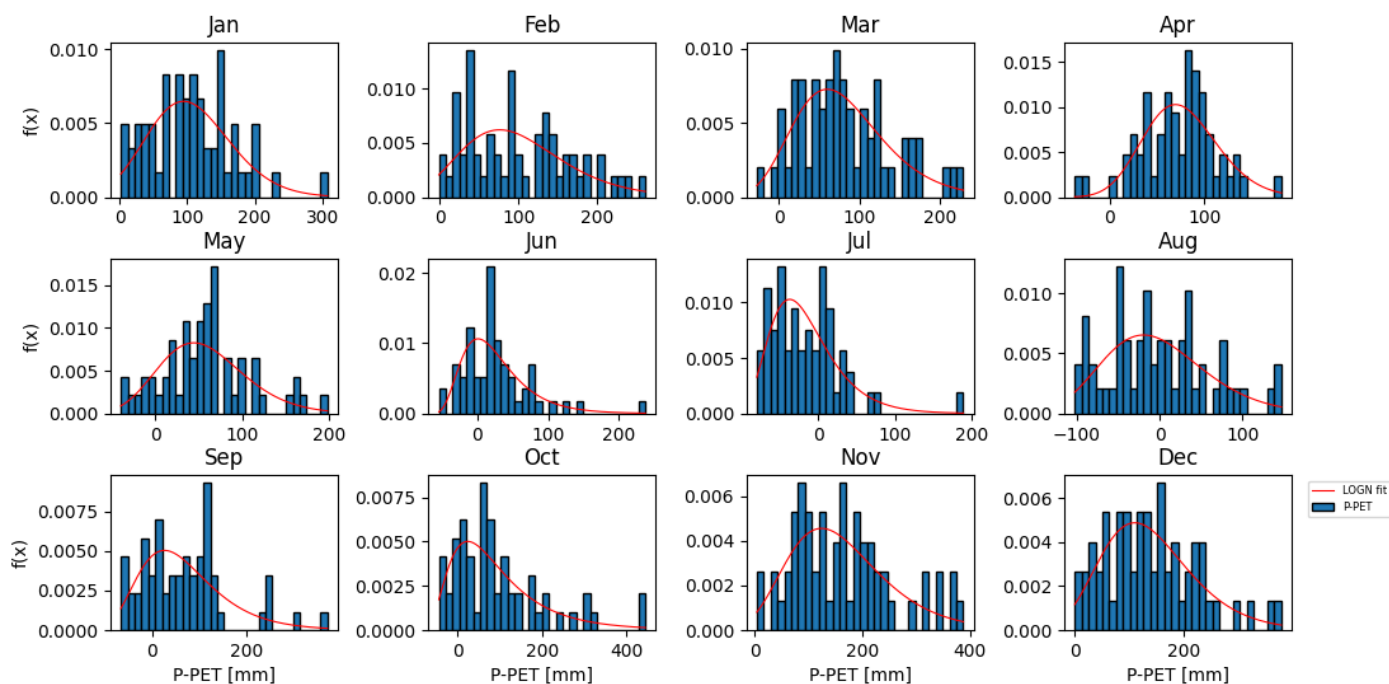
B3 Gospić

Histogrami kumulativnih oborina i najbolje prilagođene gama razdiobe za Gospić, skala 1 mj.



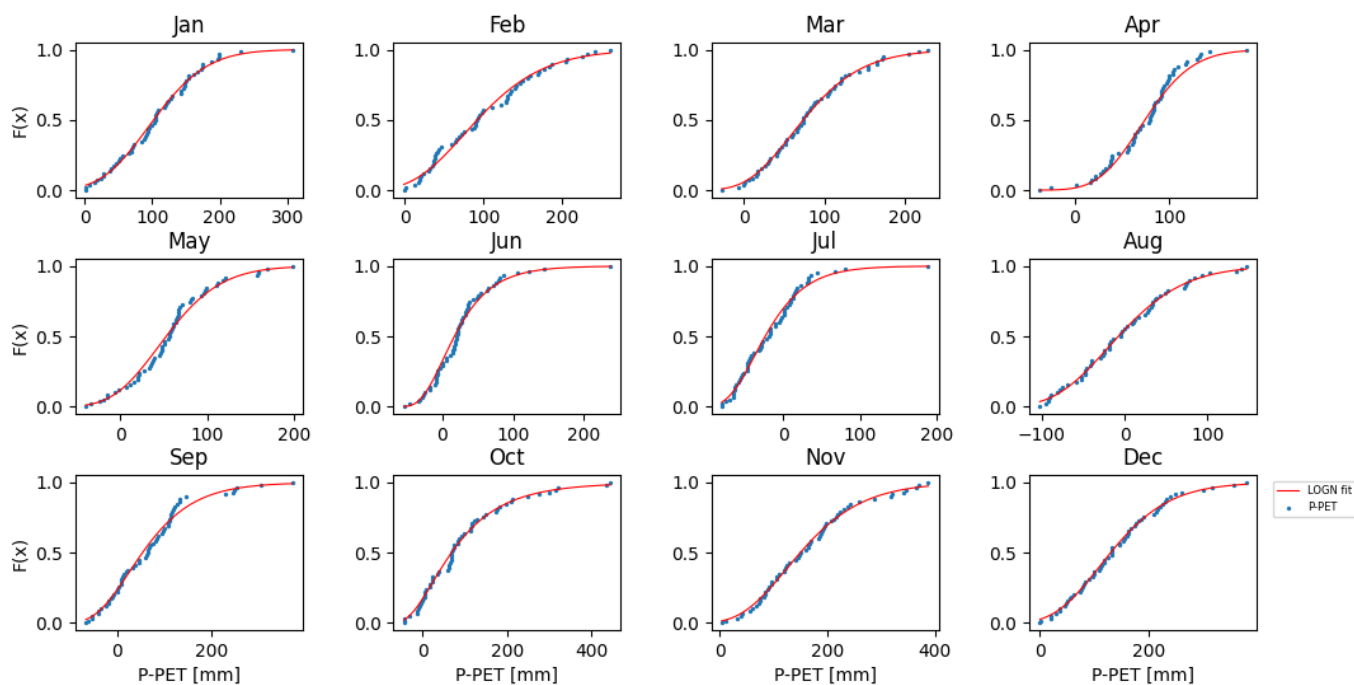
Slika B1. Mjesečne vrijednosti oborine i prilagođene gama razdiobe za Gospić na skali od 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.

Histogrami kumulativnih P-PET i modelirani PDF za Gospić, skala 1 mj.

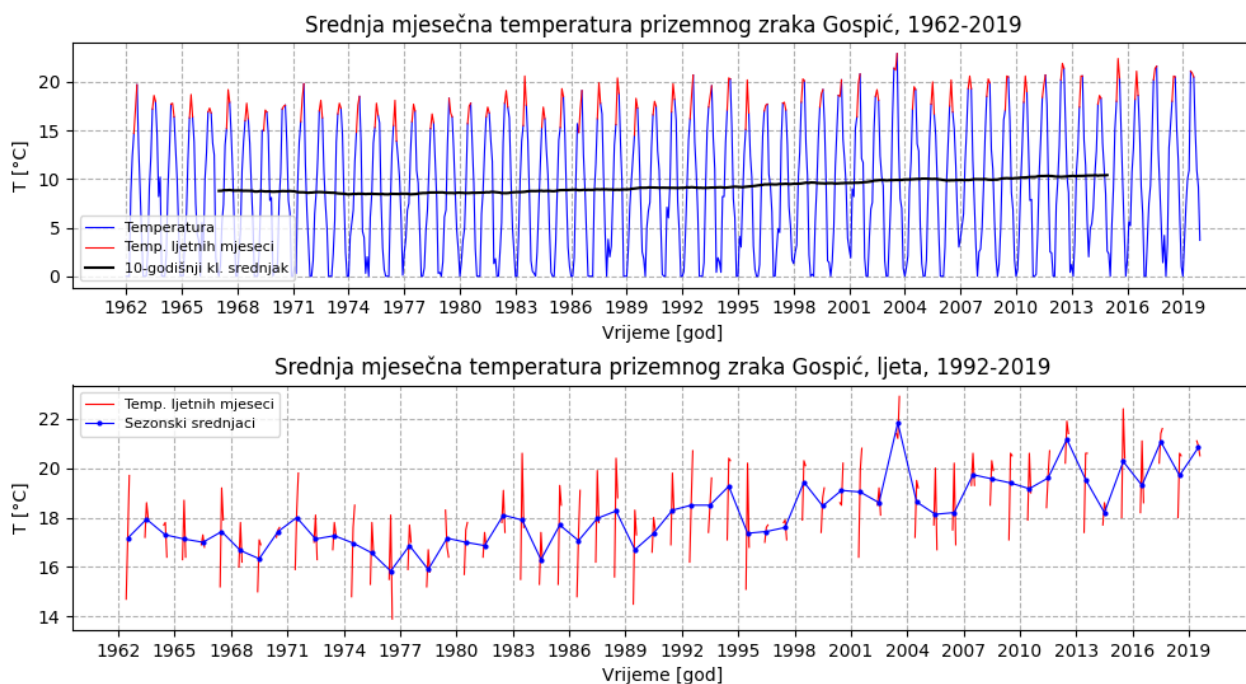


Slika B2. Histogrami mjesečnih vrijednosti vodne bilance, P-PET, i najbolje prilagođene log-normalne razdiobe za Gospić na skali od 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.

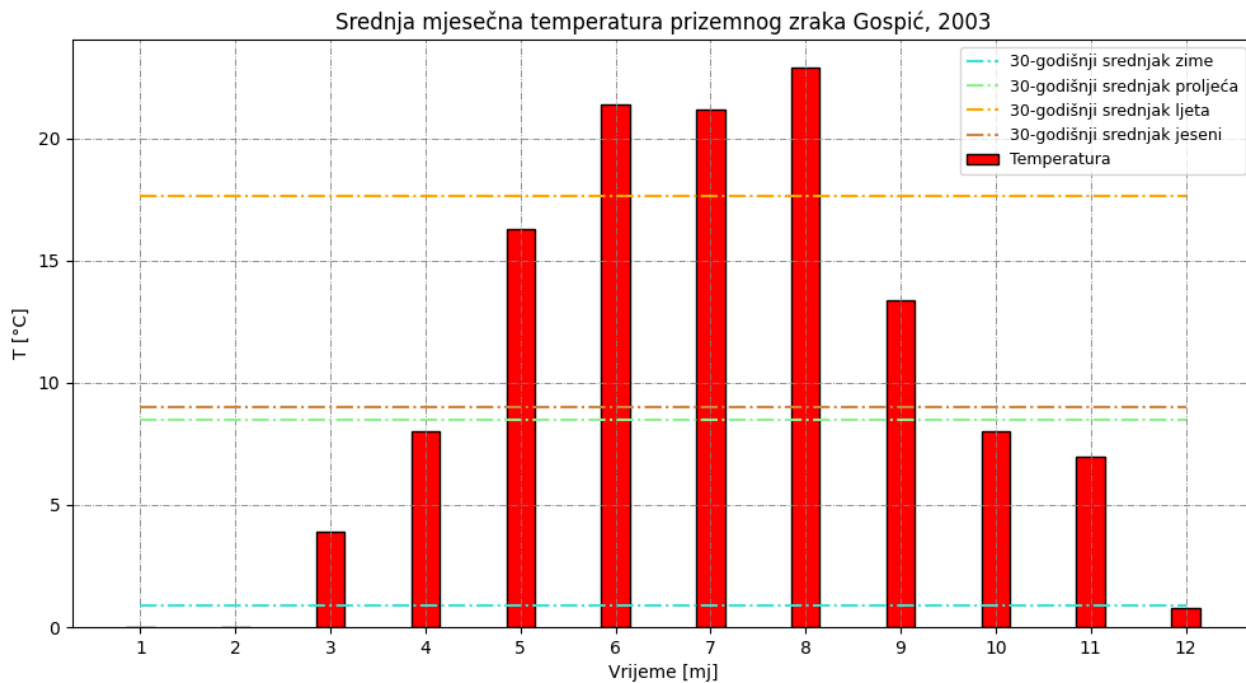
Modelirane i empirijska CDF za Gospić, skala 1 mj.



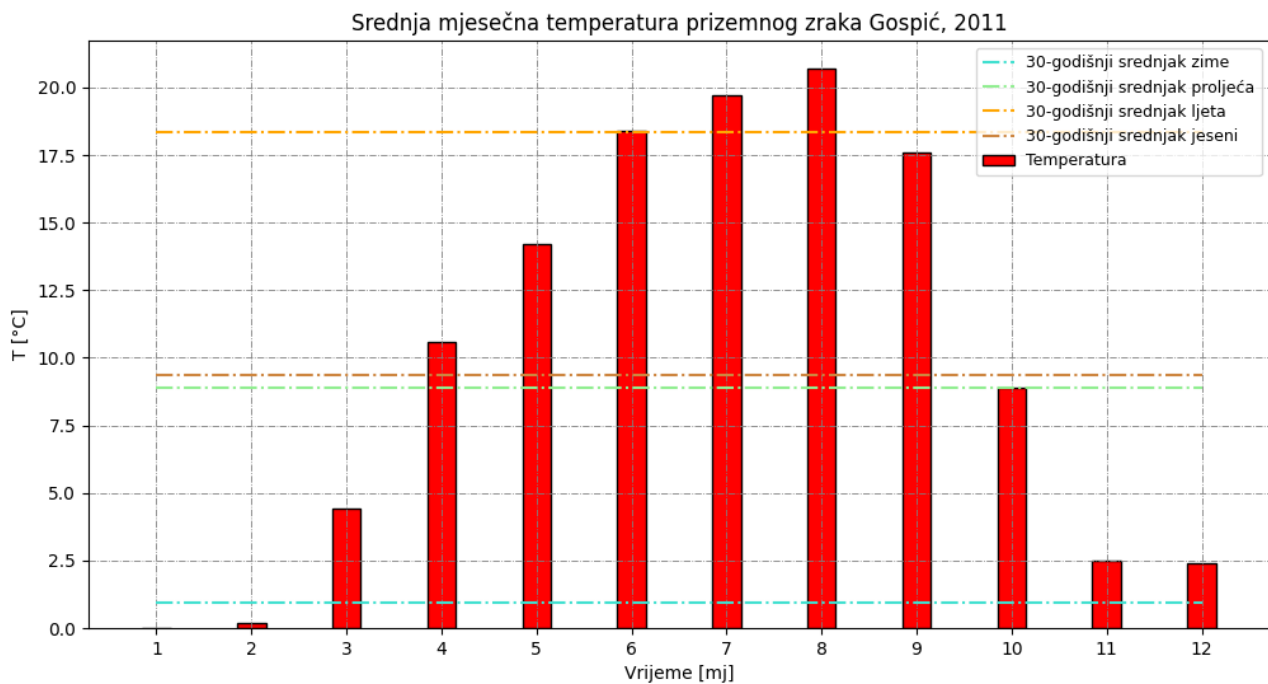
Slika B3. Mjesečne kumulativne vjerojatnosti podataka vodne bilance i prilagođena teorijska log-normalna razdioba za Gospić na skali od 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.



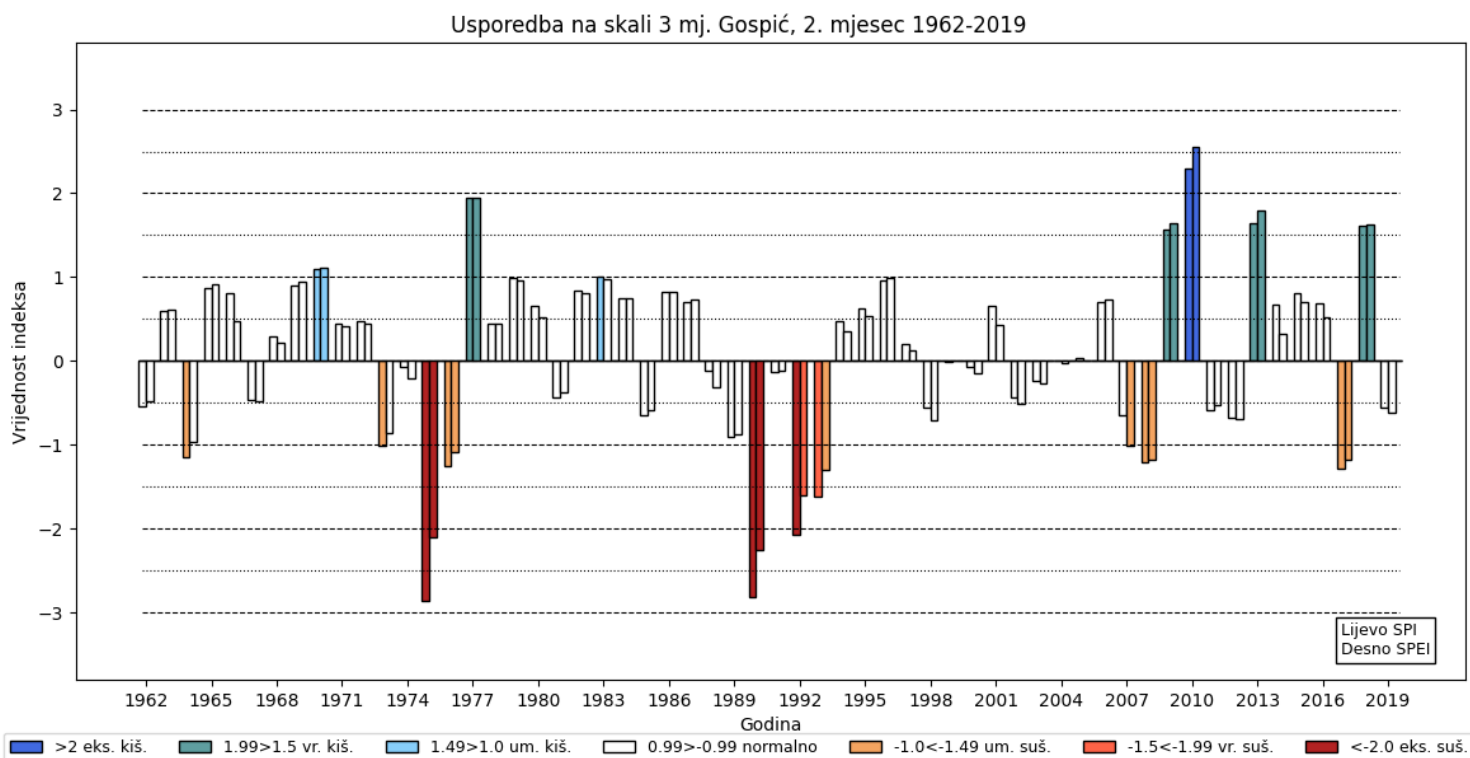
Slika B4. Srednje mjesečne temperature prizemnog zraka 1962.-2019. (gore) te ljetnih mjeseci 1962.-2019. (dolje) na postaji Gospić. Crnom bojom naznačen je 10-godišnji klizni srednjak. Ljetni mjeseci označeni su crvenom bojom, a plavim točkama njihovi sezonski srednjaci.



Slika B5. Srednja mjesečna temperatura prizemnog zraka na postaji Gospić za 2003. godinu i tridesetogodišnji sezonski srednjak za razdoblje 1973.-2003.

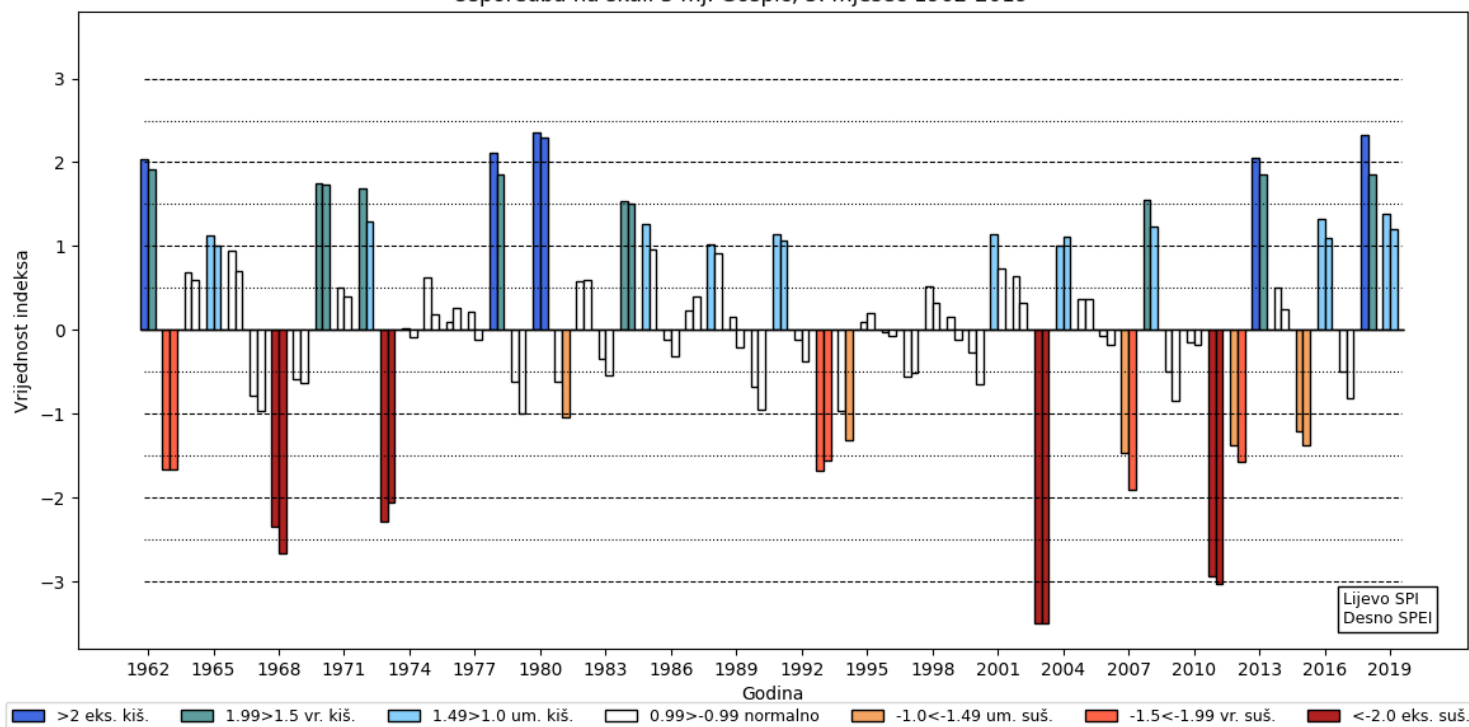


Slika B6. Srednja mjesečna temperatura prizemnog zraka na postaji Gospić za 2011. godinu i tridesetogodišnji sezonski srednjak za razdoblje 1973.-2003.



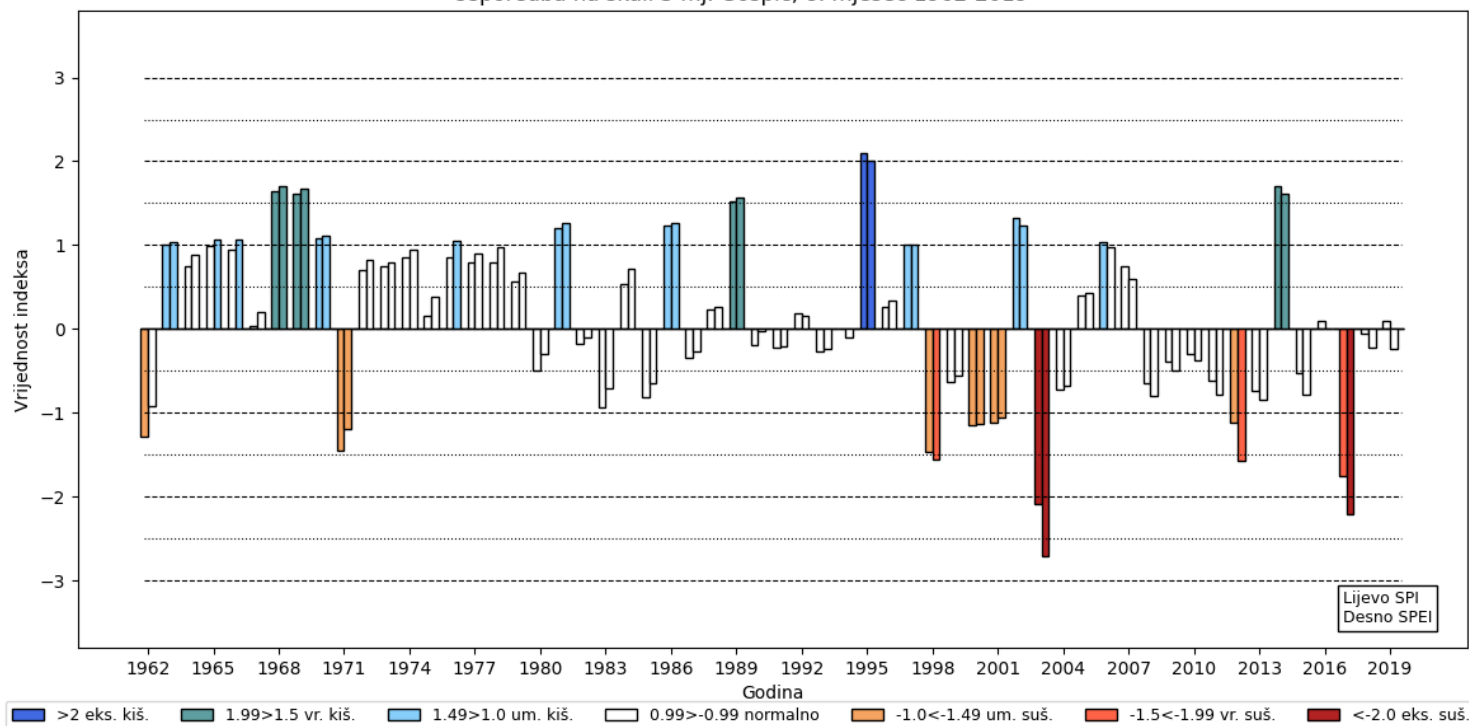
Slika B7. SPI, SPEI za zime u razdoblju 1962.-2019., Gospić.

Usporedba na skali 3 mj. Gospić, 5. mjesec 1962-2019



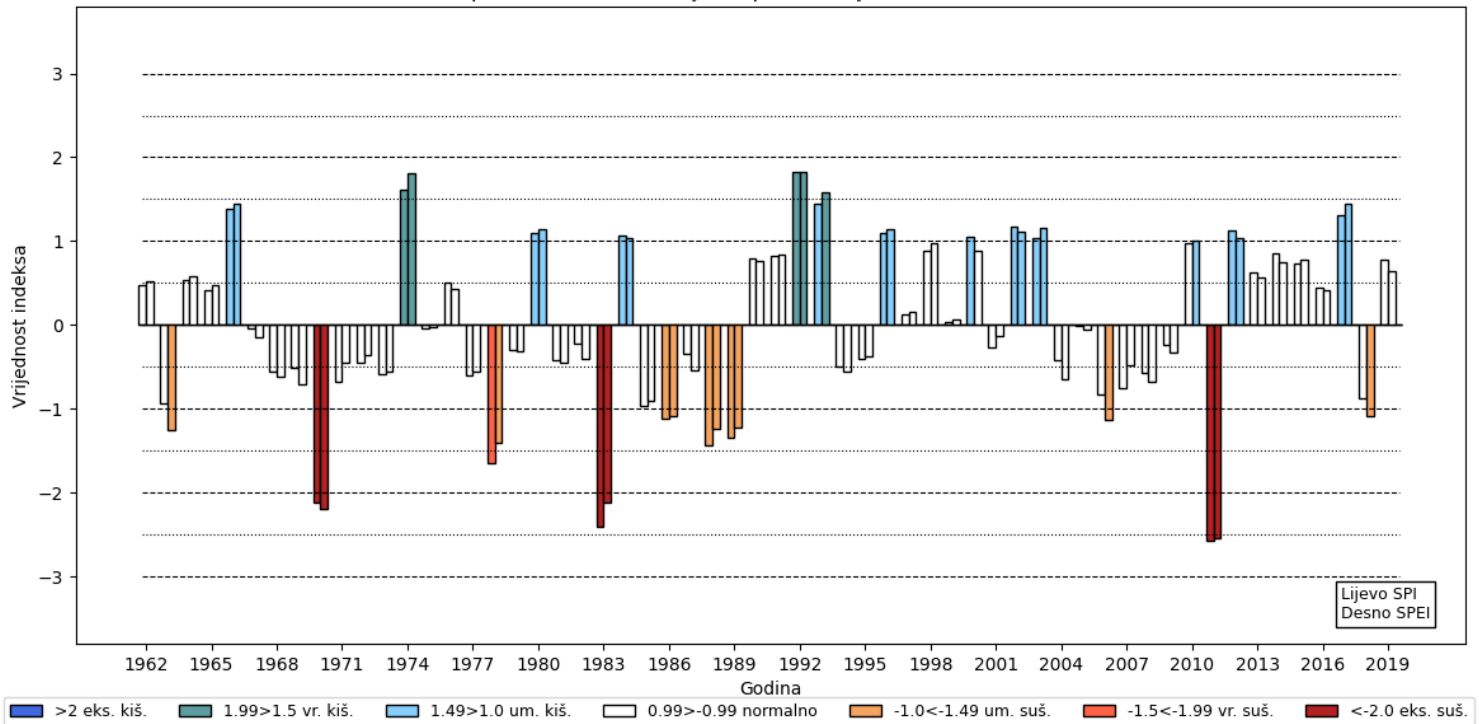
Slika B8. SPI, SPEI za proljeća u razdoblju 1962.-2019., Gospić.

Usporedba na skali 3 mj. Gospić, 8. mjesec 1962-2019



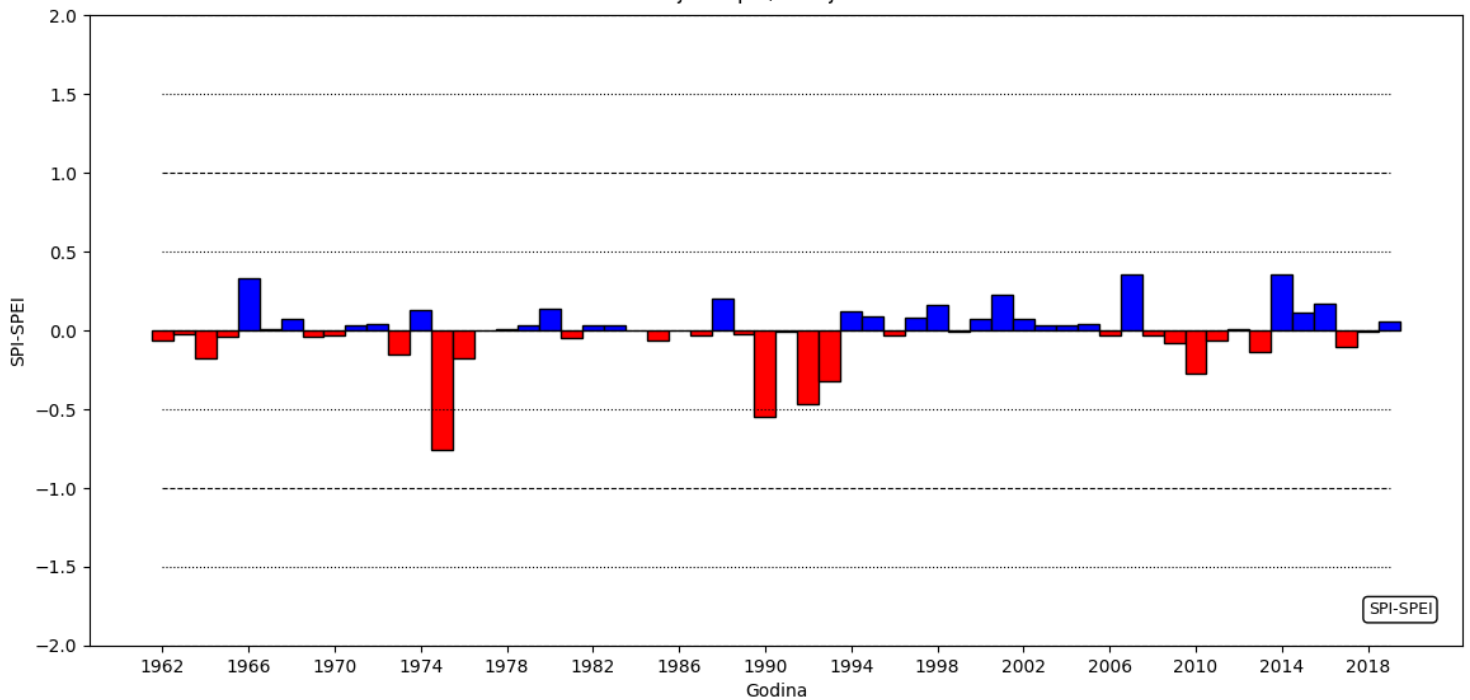
Slika B9. SPI, SPEI za ljeta u razdoblju 1962.-2019., Gospić.

Usporedba na skali 3 mj. Gospić, 11. mjesec 1962-2019

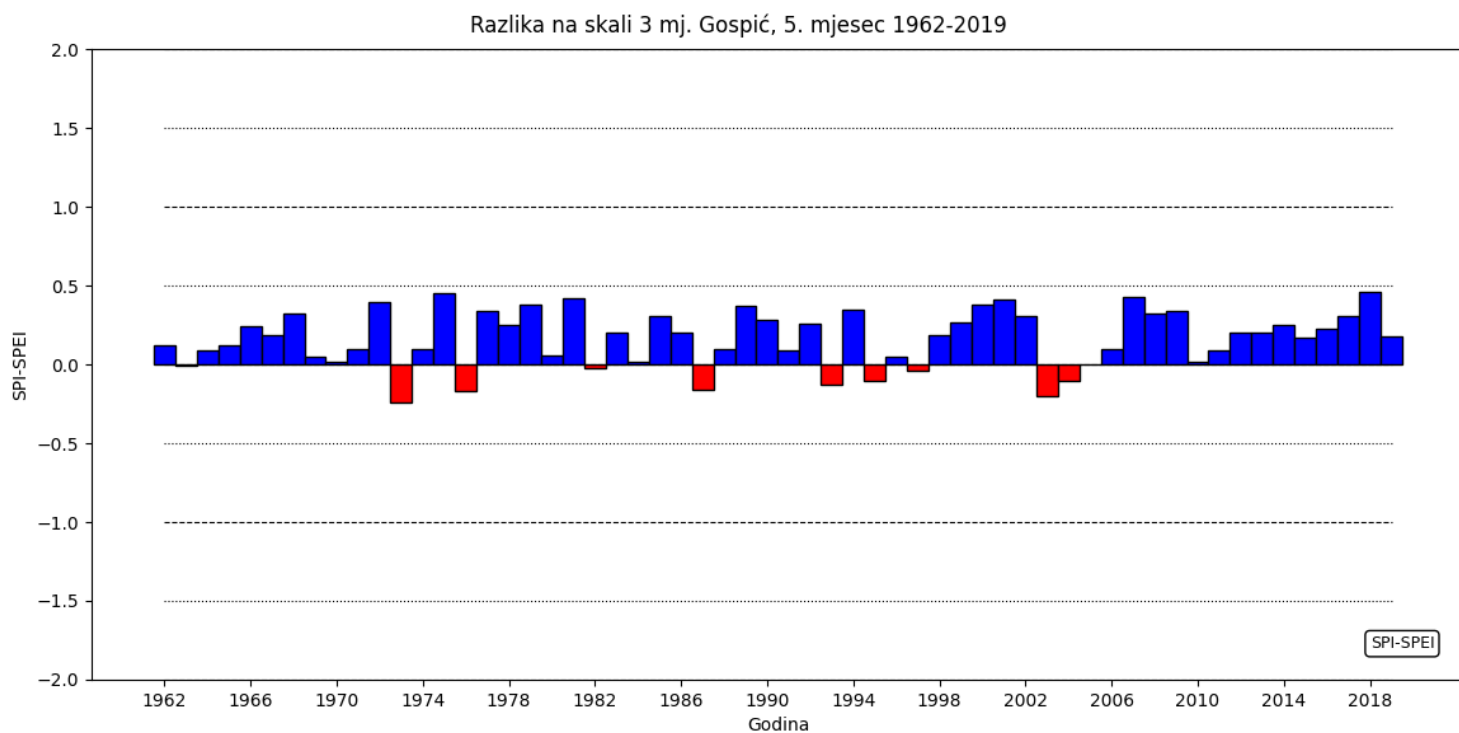


Slika B10. SPI, SPEI za jeseni u razdoblju 1962.-2019., Gospić.

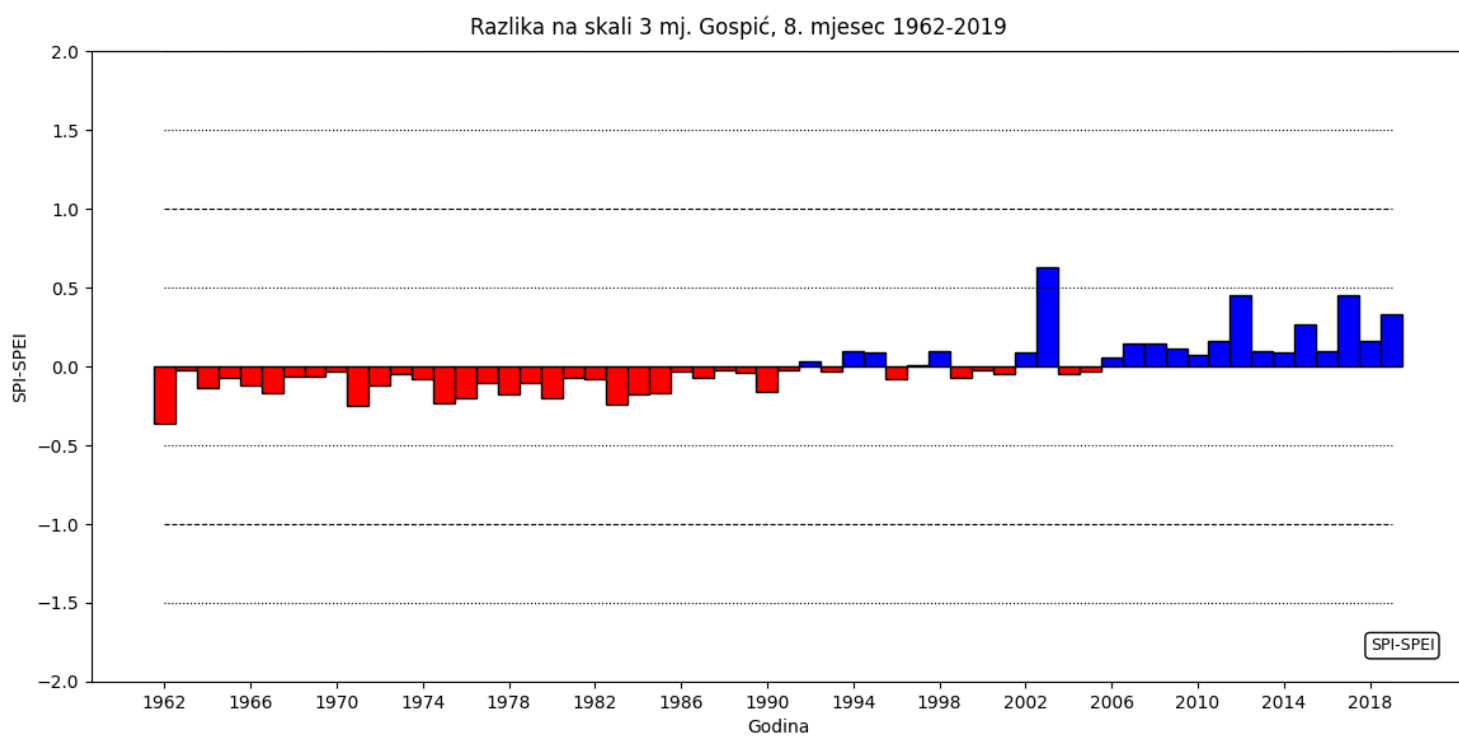
Razlika na skali 3 mj. Gospić, 2. mjesec 1962-2019



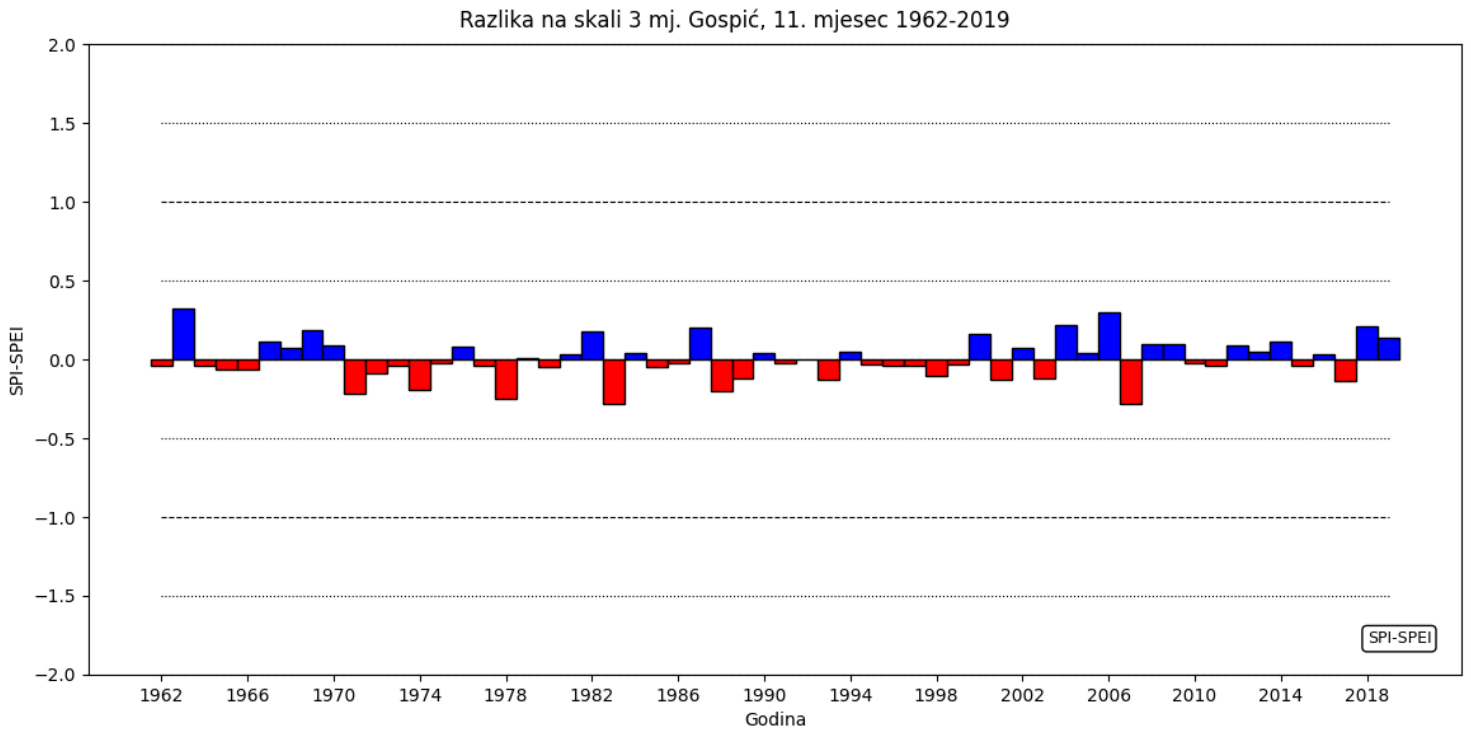
Slika B11. Razlika između SPI i SPEI za zime u razdoblju 1962.-2019., Gospić.



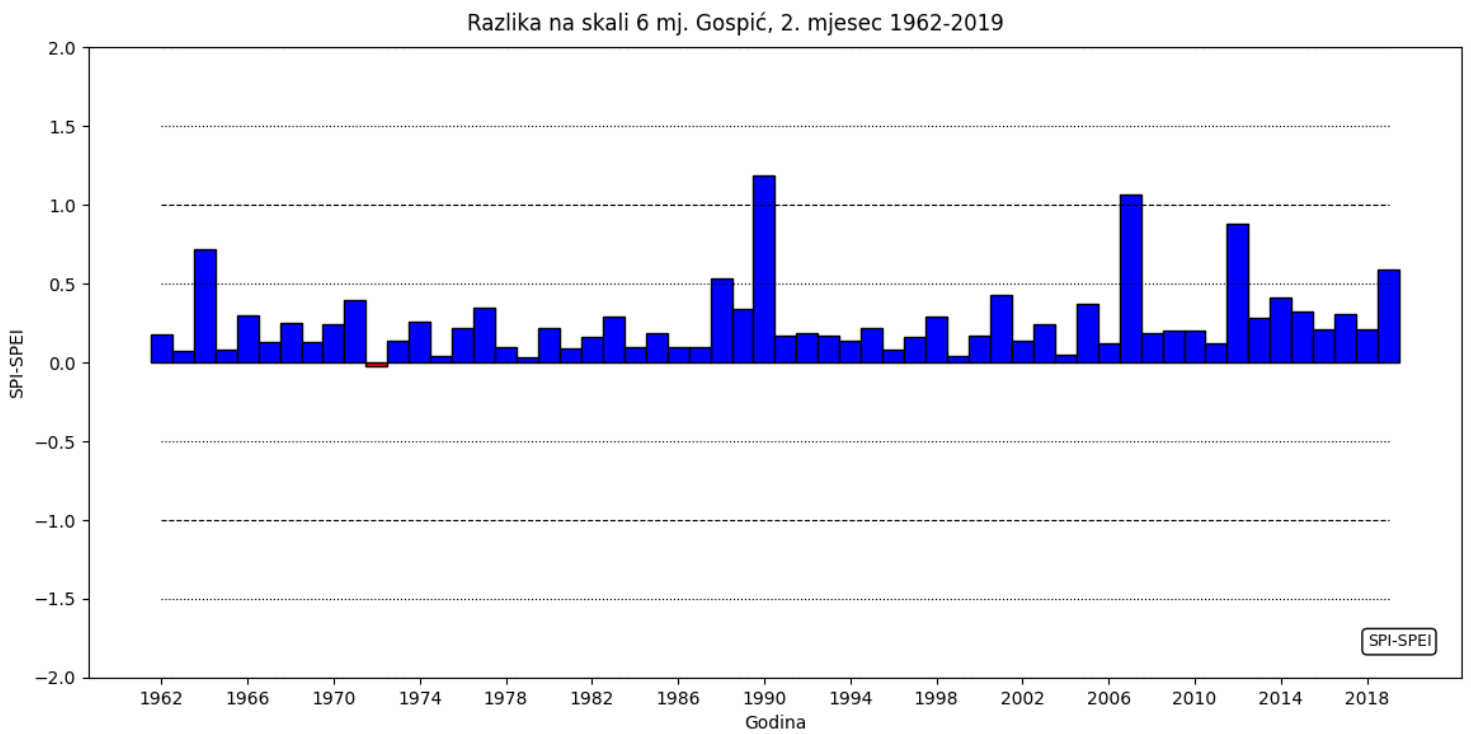
Slika B12. Razlika između SPI i SPEI za proljeća u razdoblju 1962.-2019., Gospić.



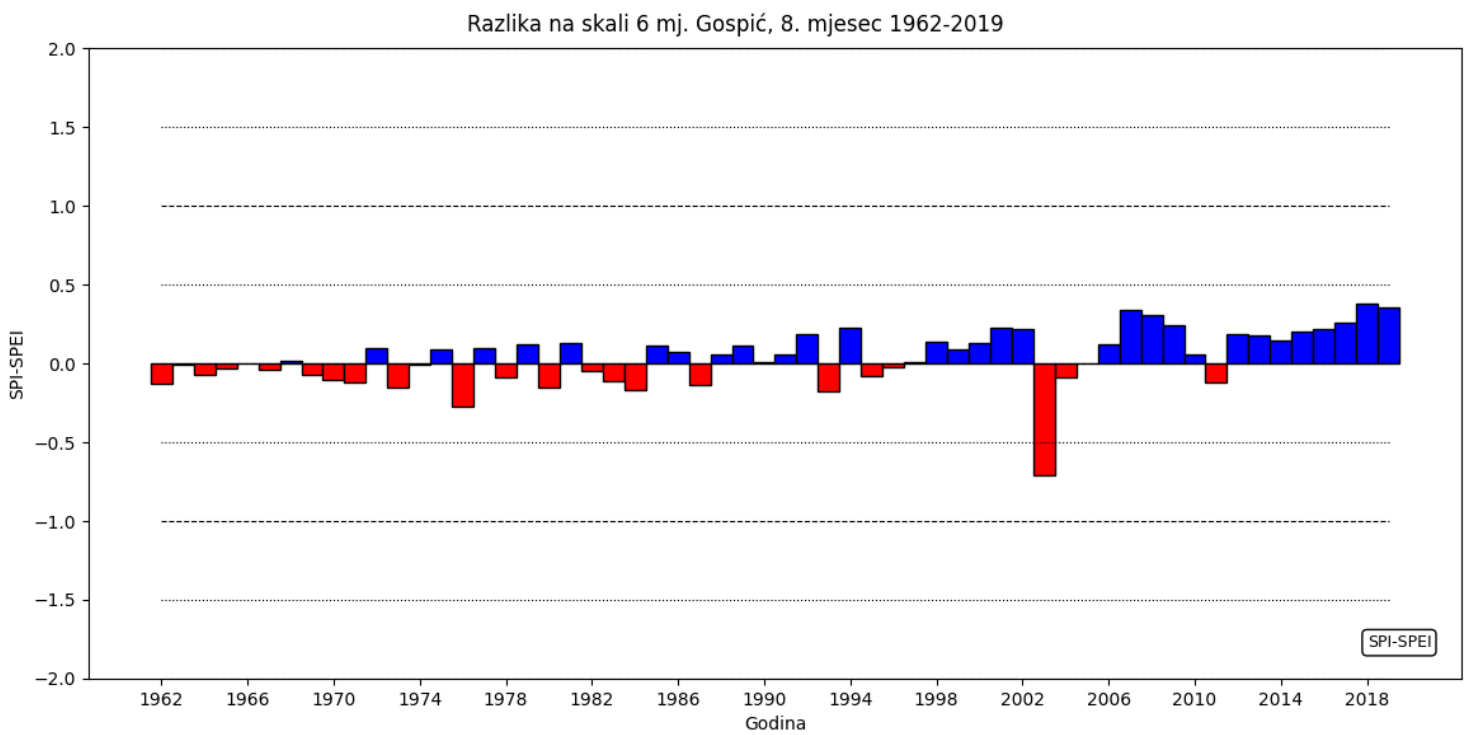
Slika B13. Razlika između SPI i SPEI za ljeta u razdoblju 1962.-2019., Gospić.



Slika B14. Razlika između SPI i SPEI za jeseni u razdoblju 1962.-2019., Gospić.



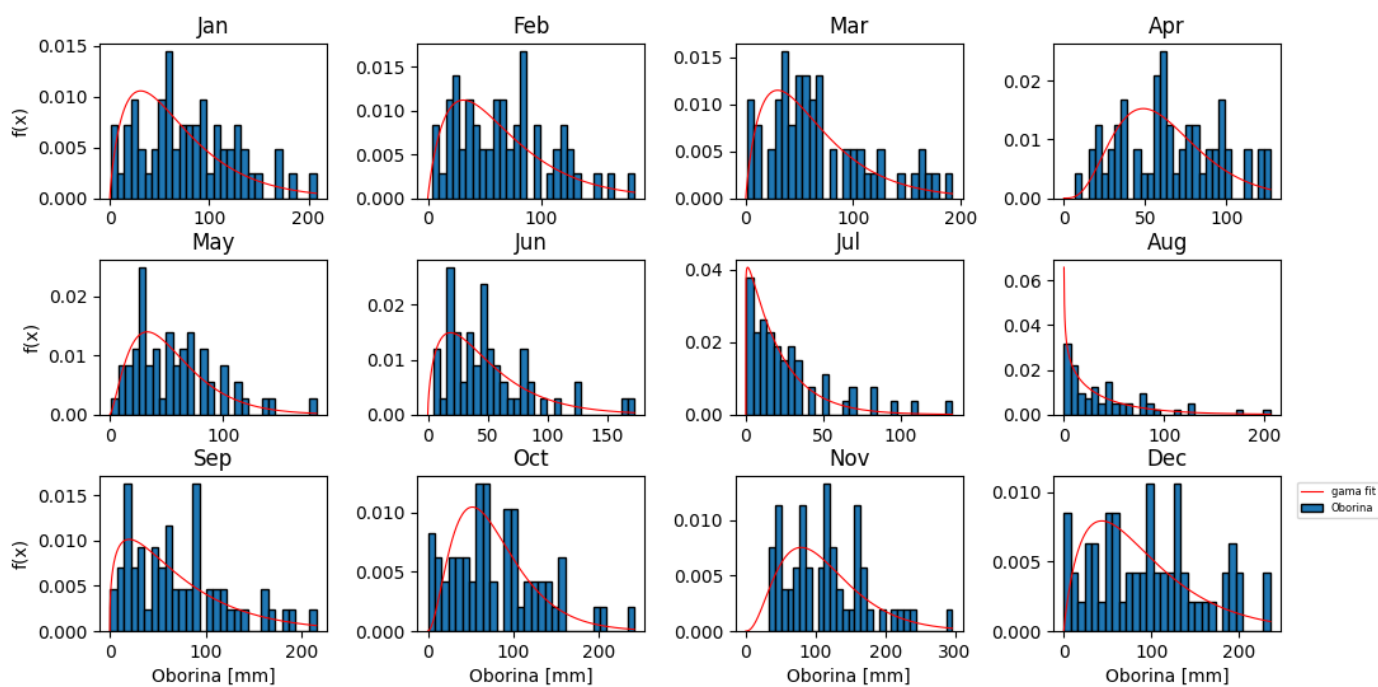
Slika B15. Razlika između SPI i SPEI za hladni dio godine u razdoblju 1962.-2019., Gospić.



Slika B16. Razlika između SPI i SPEI za topli dio godine u razdoblju 1962.-2019., Gospić.

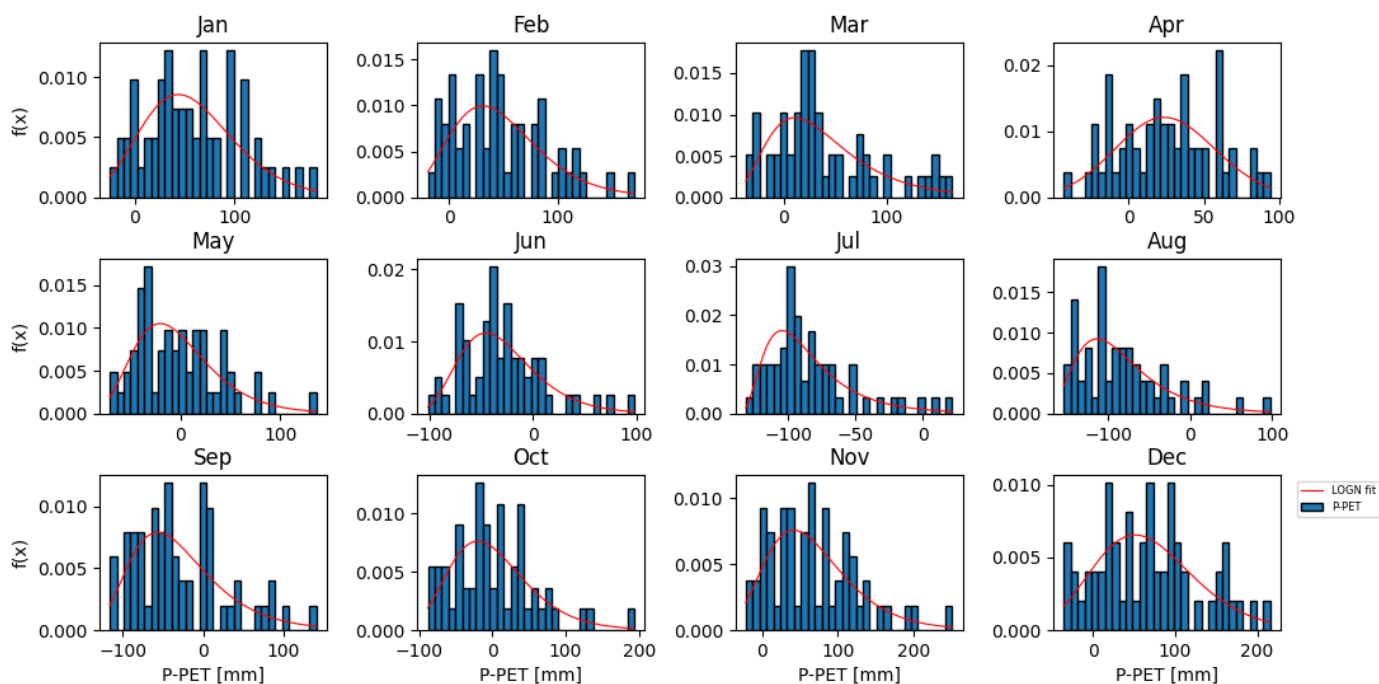
B4 Split-Marjan

Histogrami kumulativnih oborina i najbolje prilagođene gama razdiobe za Split - Marjan, skala 1 mj.



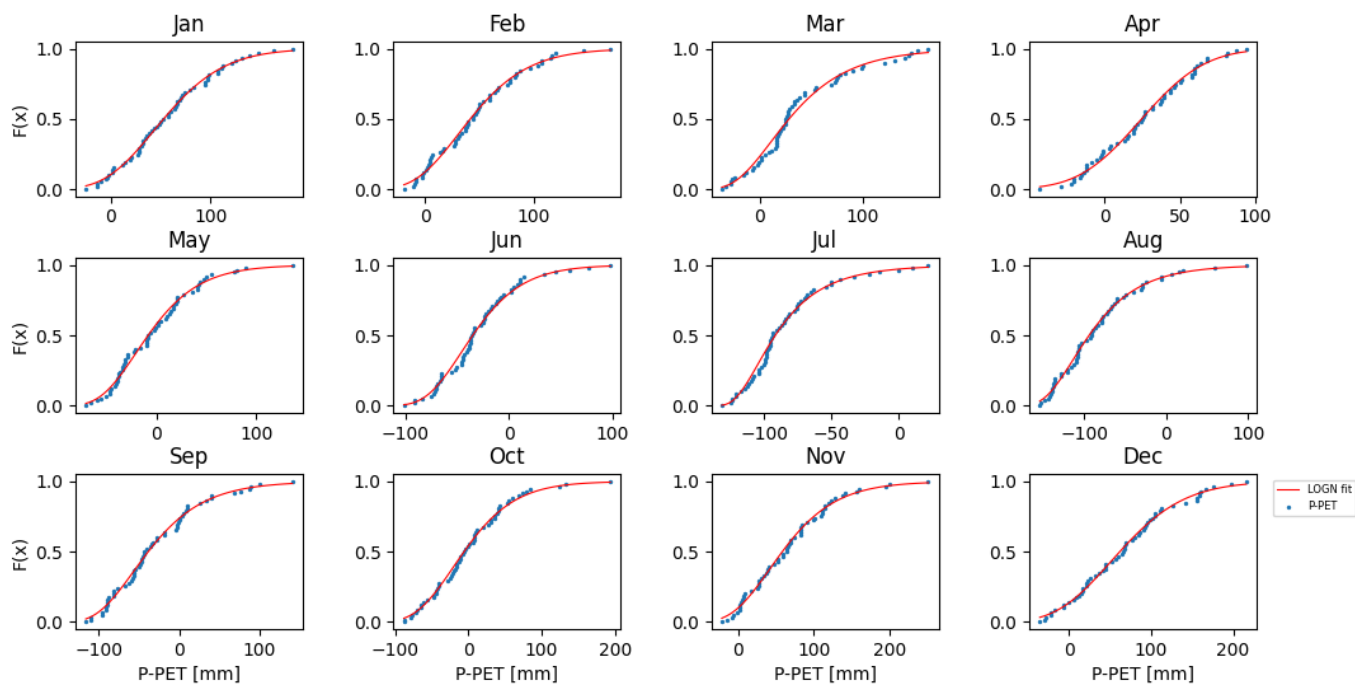
Slika B1. Mjesečne vrijednosti oborine i prilagođene gama razdiobe za Split-Marjan na skali od 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.

Histogrami kumulativnih P-PET i modelirani PDF za Split - Marjan, skala 1 mj.

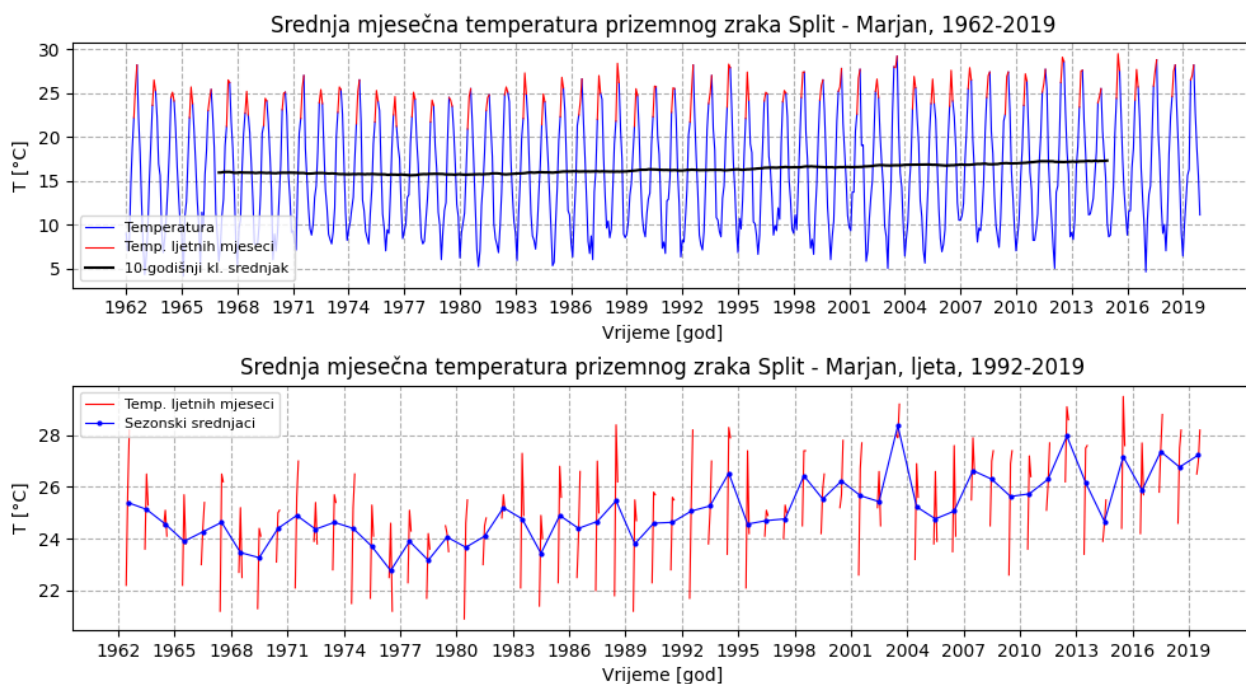


Slika B2. Histogrami mjesečnih vrijednosti vodne bilance, P-PET, i najbolje prilagođene log-normalne razdiobe za Split-Marjan na skali od 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.

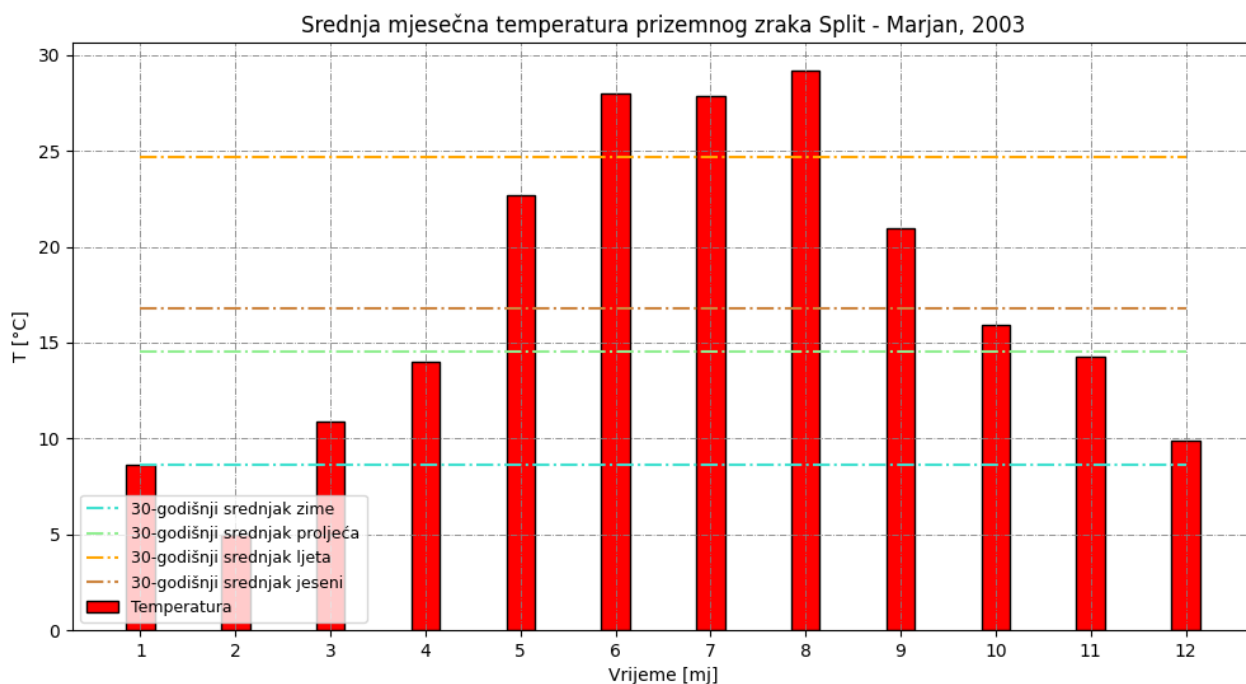
Modelirane i empirijska CDF za Split - Marjan, skala 1 mj.



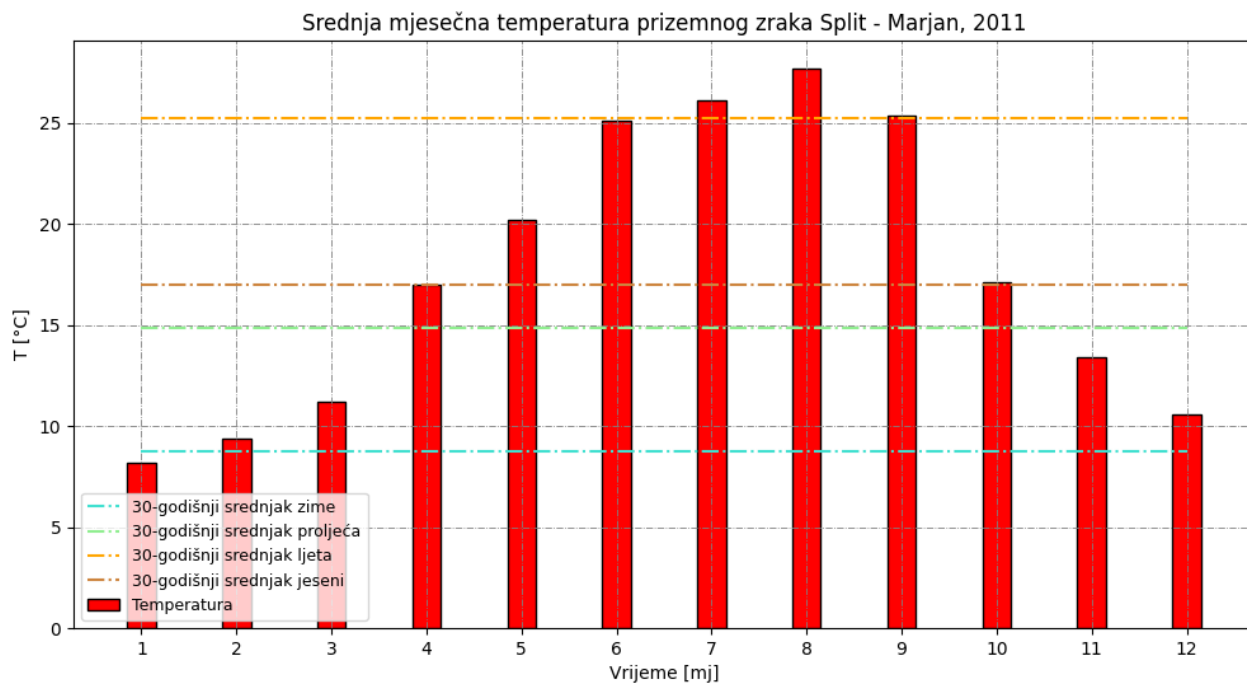
Slika B3. Mjesečne kumulativne vjerojatnosti podataka vodne bilance i prilagođena teorijska log-normalna razdioba za Split-Marjan na skali od 1 mjeseca za razdoblje 1962.-2019.



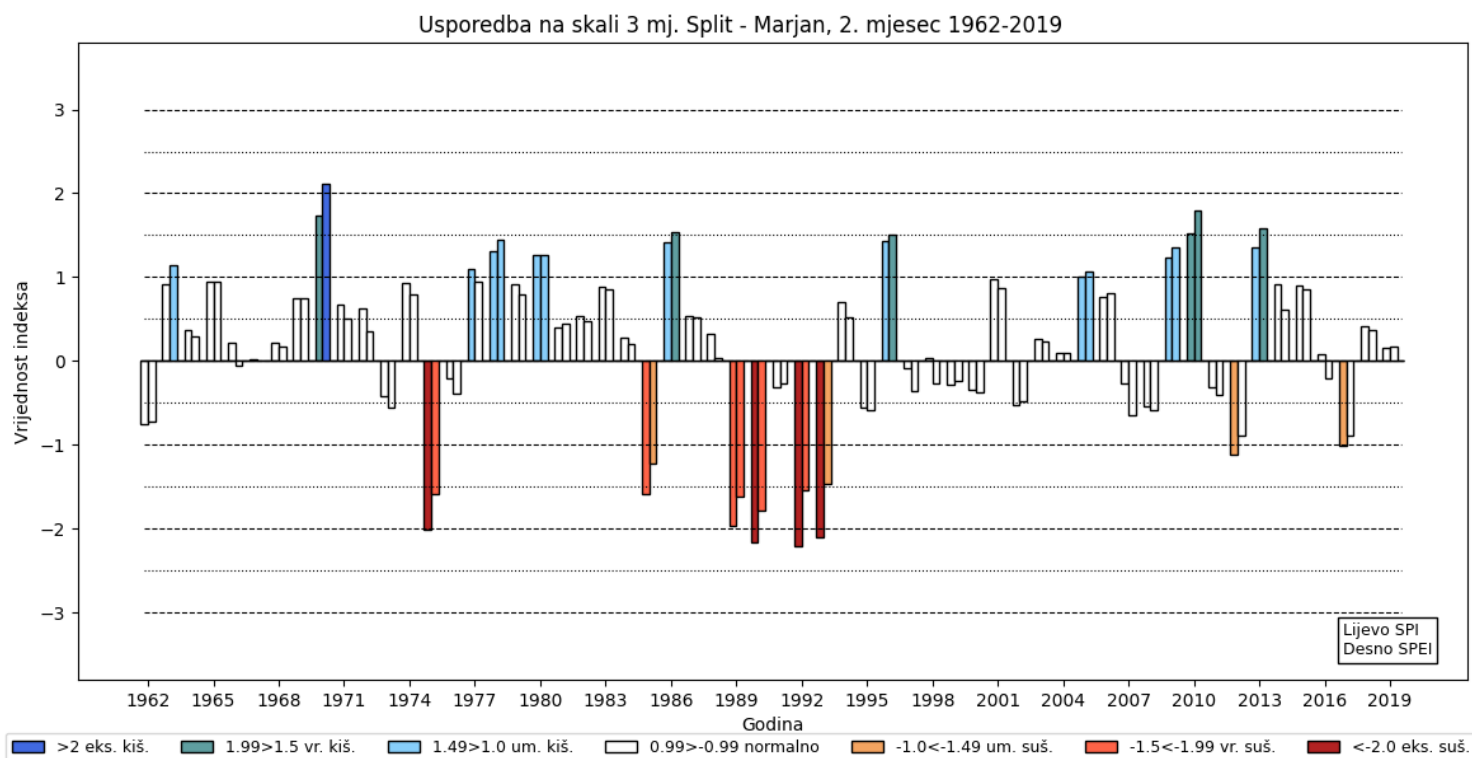
Slika B4. Srednje mjesečne temperature prizemnog zraka 1962.-2019. (gore) te ljetnih mjeseci 1962.-2019. (dolje) na postaji Split-Marjan. Crnom bojom naznačen je 10-godišnji klizni srednjak. Ljetni mjeseci označeni su crvenom bojom, a plavim točkama njihovi sezonski srednjaci.



Slika B5. Srednja mjesečna temperatura prizemnog zraka na postaji Split-Marjan za 2003. godinu i tridesetogodišnji sezonski srednjak za razdoblje 1973.-2003.

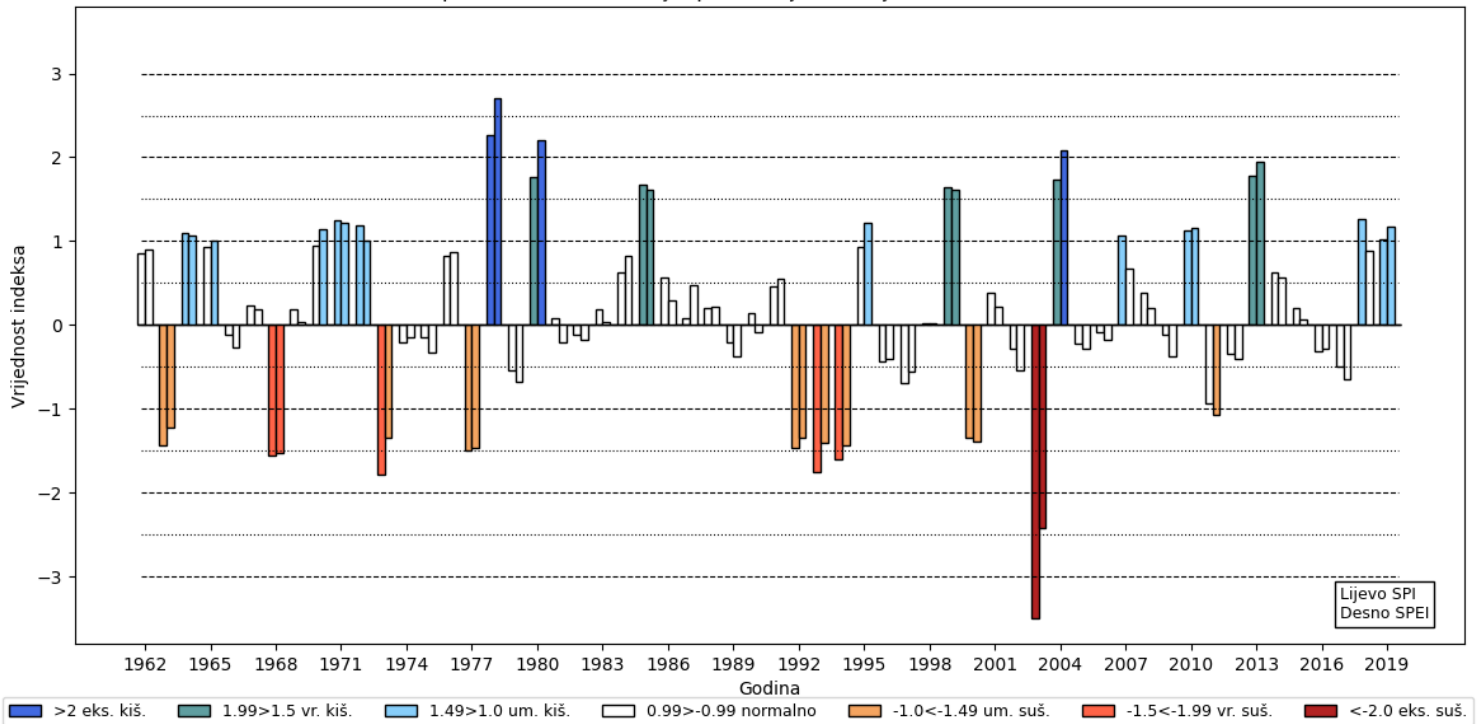


Slika B6. Srednja mjesečna temperatura prizemnog zraka na postaji Split-Marjan za 2011. godinu i tridesetogodišnji sezonski srednjak za razdoblje 1973.-2003.



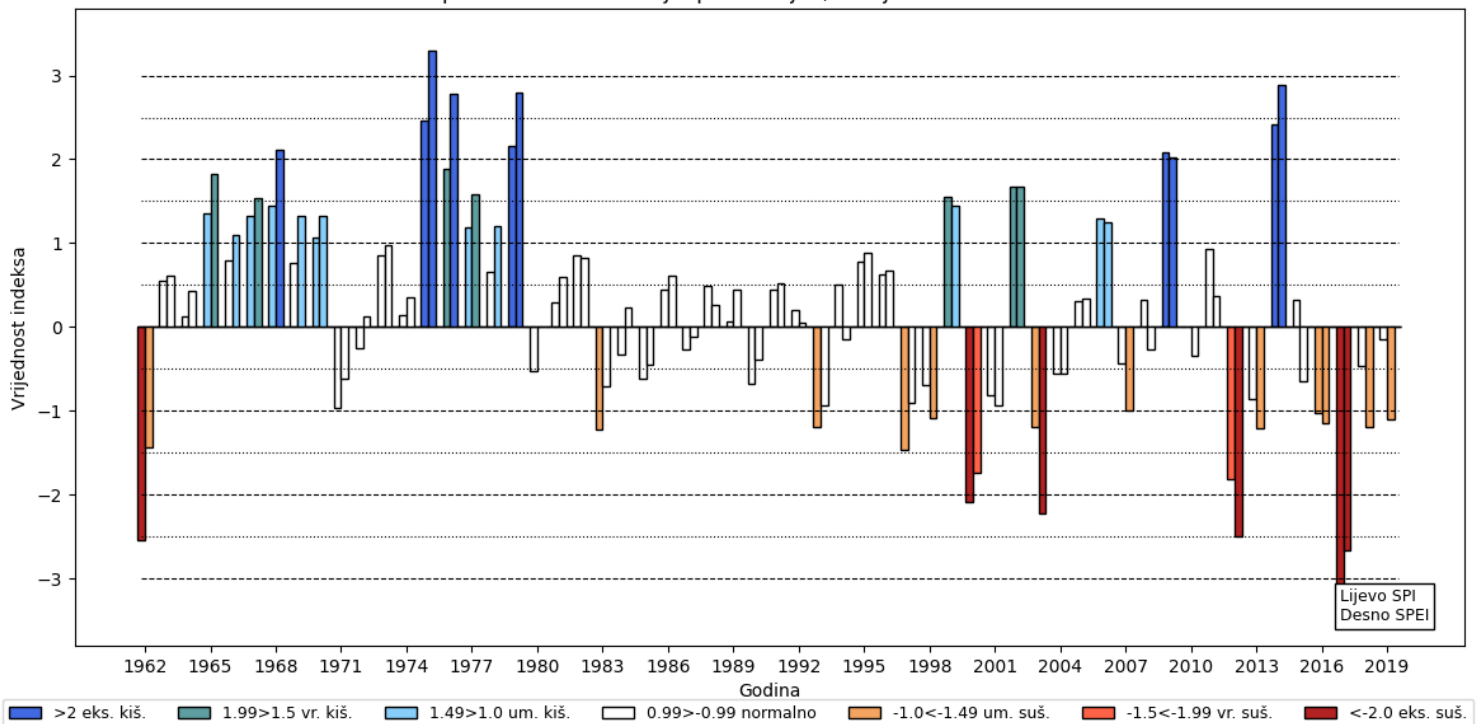
Slika B7. SPI, SPEI za zime u razdoblju 1962.-2019., Split-Marjan.

Usporedba na skali 3 mj. Split - Marjan, 5. mjesec 1962-2019

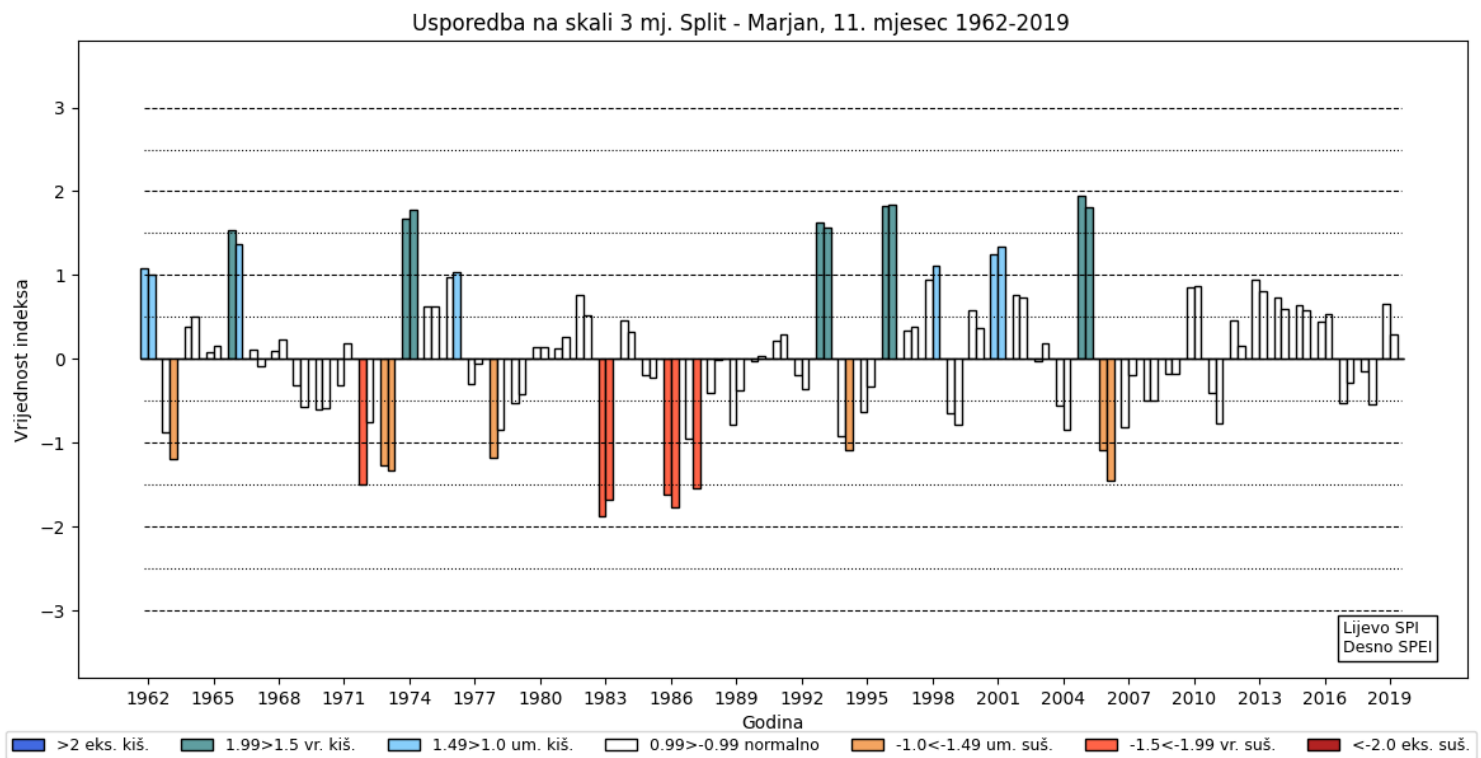


Slika B8. SPI, SPEI za proljeća u razdoblju 1962.-2019., Split-Marjan.

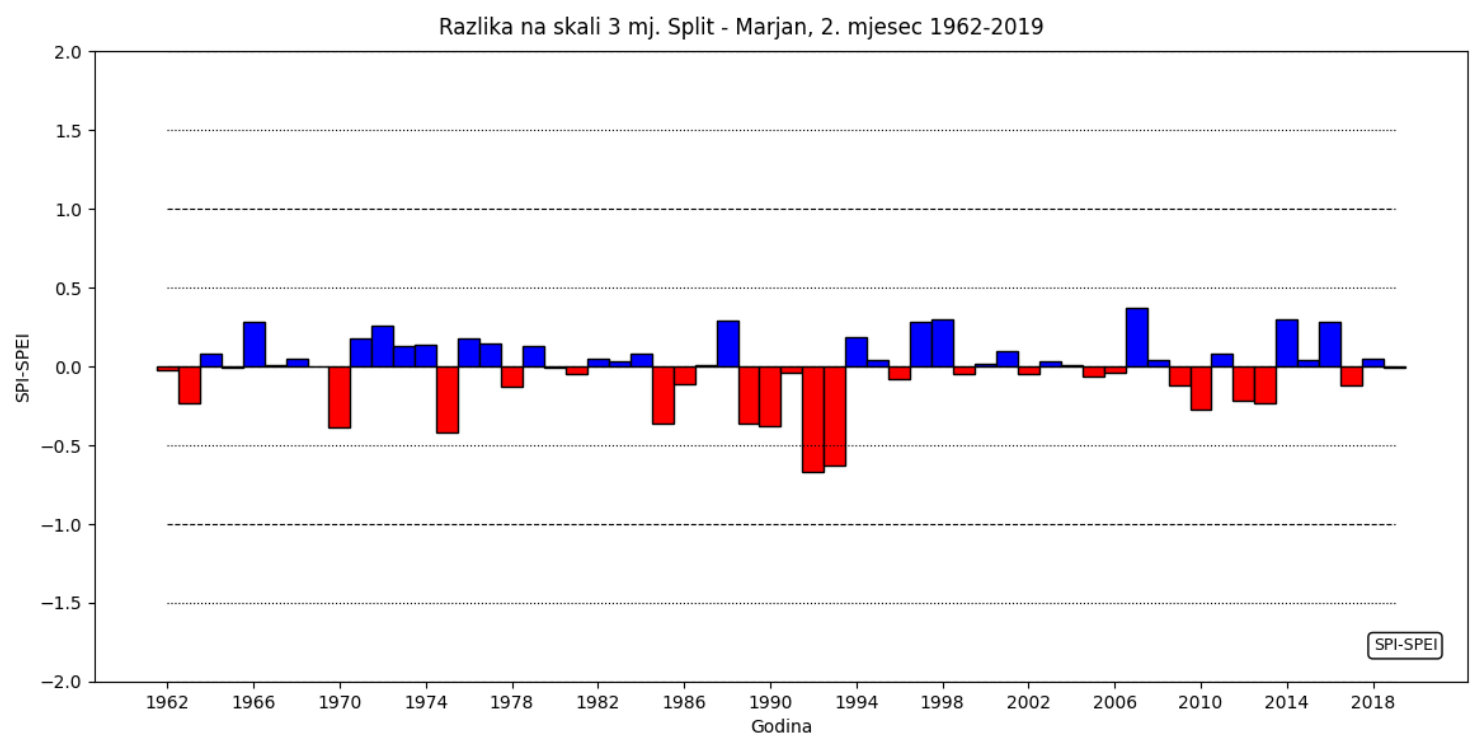
Usporedba na skali 3 mj. Split - Marjan, 8. mjesec 1962-2019



Slika B9. SPI, SPEI za ljeta u razdoblju 1962.-2019., Split-Marjan.

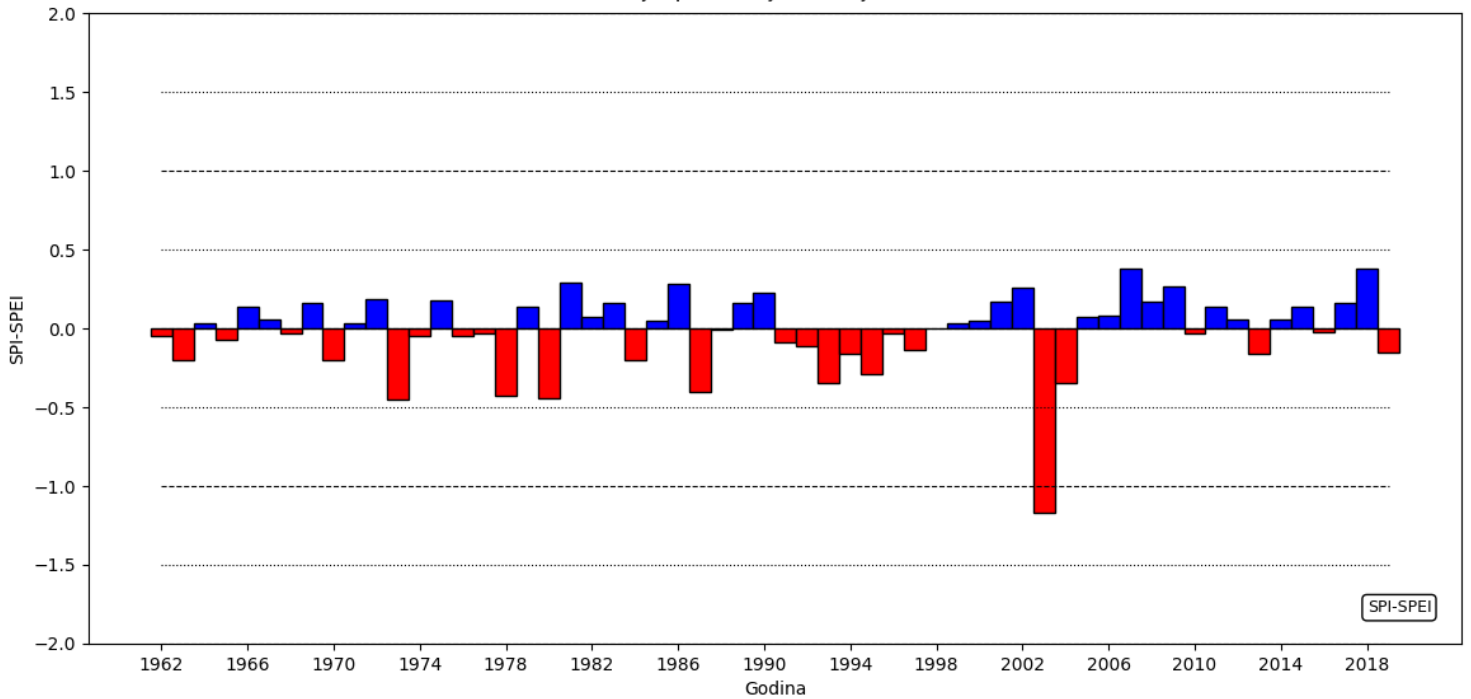


Slika B10. SPI, SPEI za jeseni u razdoblju 1962.-2019., Split-Marjan.



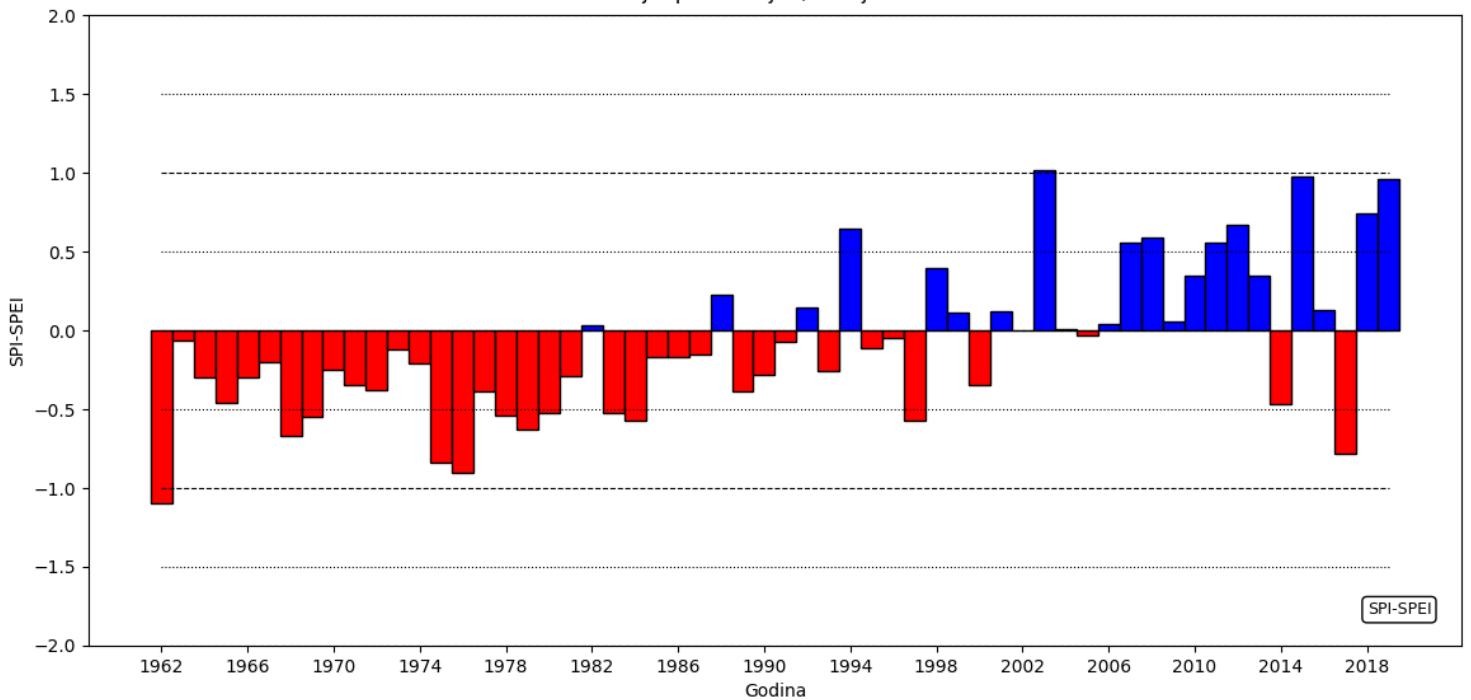
Slika B11. Razlika između SPI i SPEI za zime u razdoblju 1962.-2019., Split-Marjan.

Razlika na skali 3 mj. Split - Marjan, 5. mjesec 1962-2019

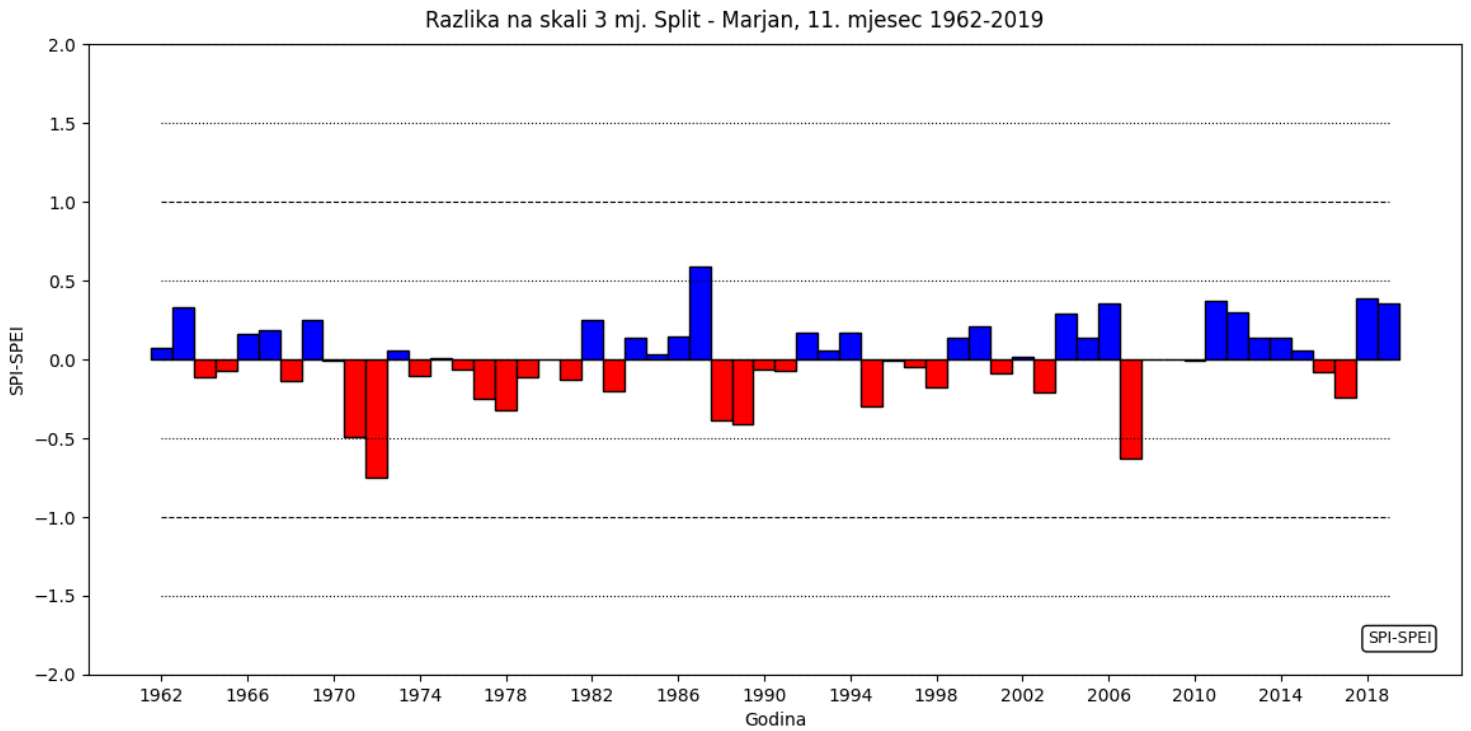


Slika B12. Razlika između SPI i SPEI za proljeća u razdoblju 1962.-2019., Split-Marjan.

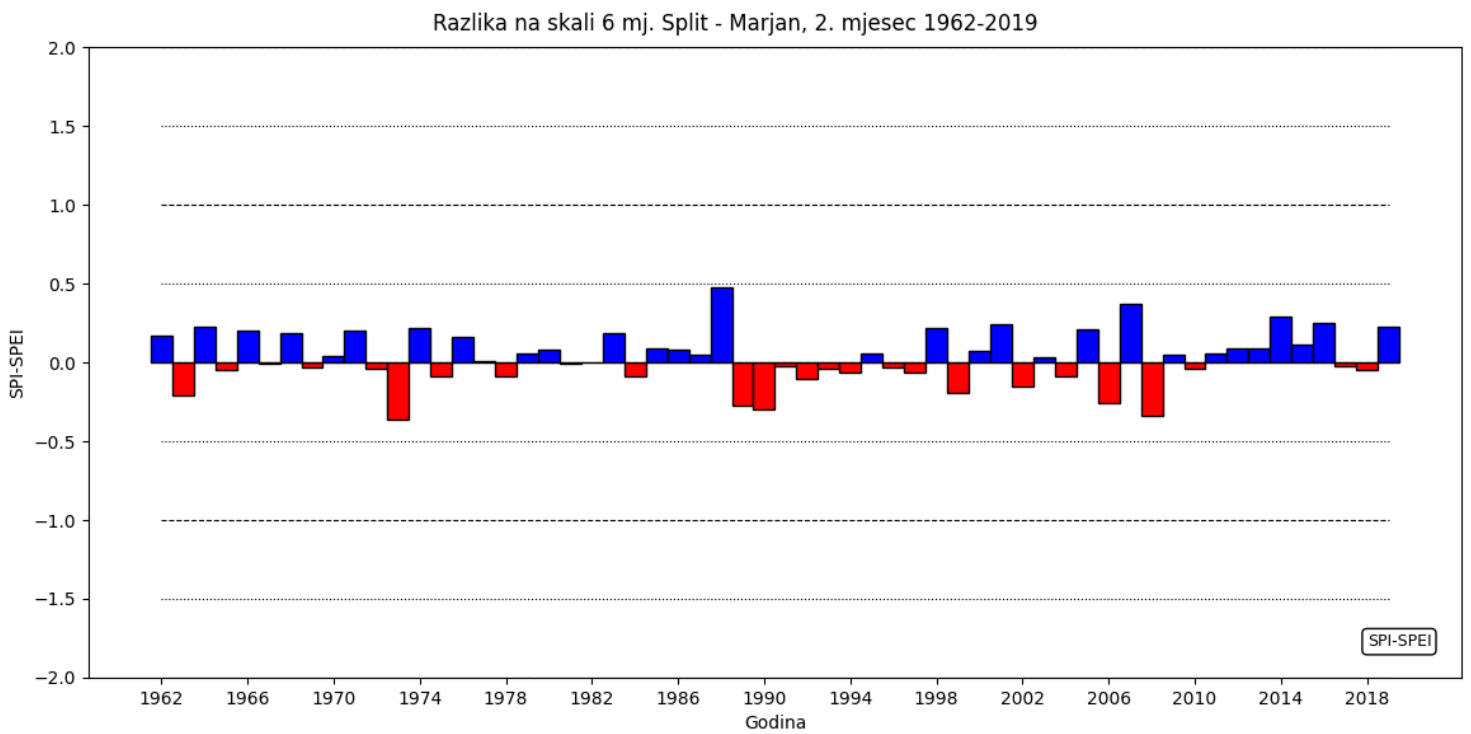
Razlika na skali 3 mj. Split - Marjan, 8. mjesec 1962-2019



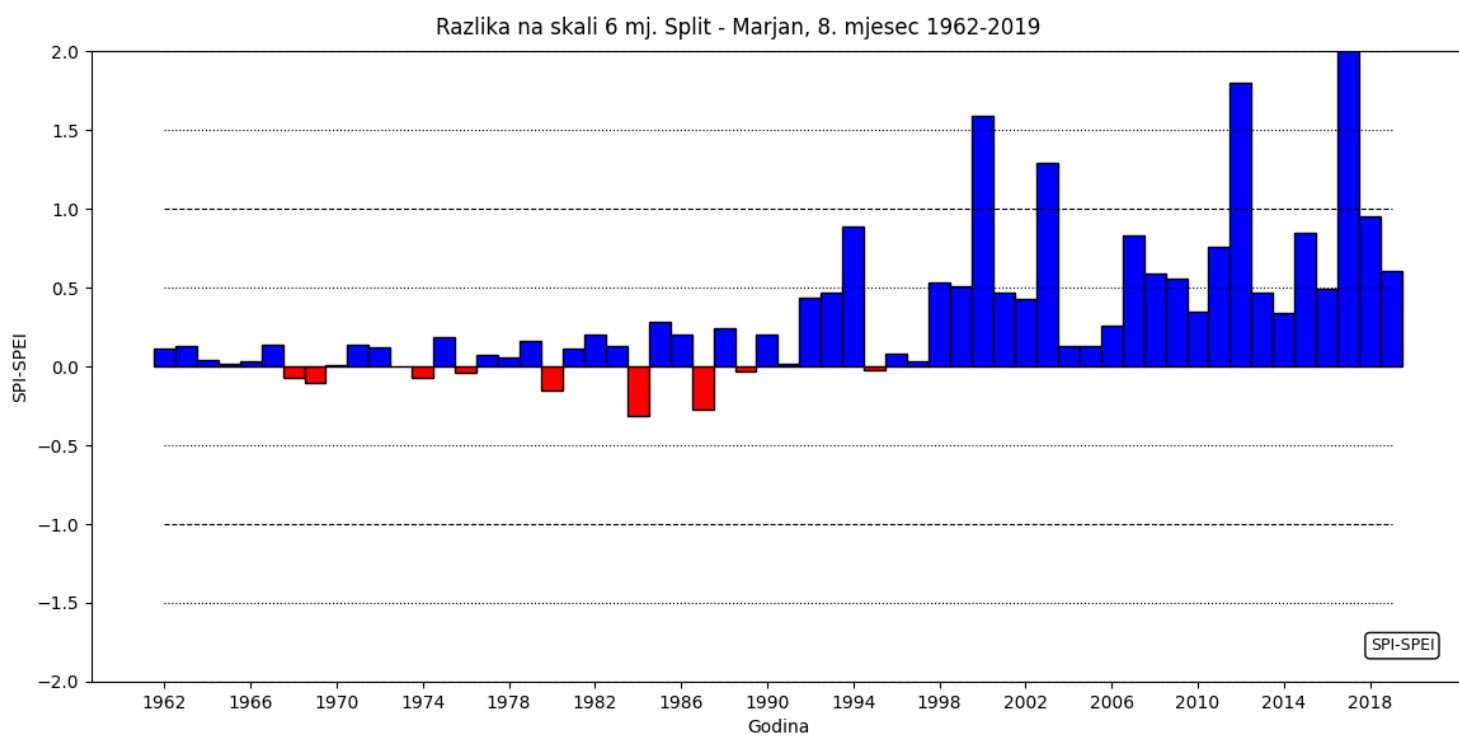
Slika B13. Razlika između SPI i SPEI za ljeta u razdoblju 1962.-2019., Split-Marjan.



Slika B14. Razlika između SPI i SPEI za jeseni u razdoblju 1962.-2019., Split-Marjan.



Slika B15. Razlika između SPI i SPEI za hladni dio godine u razdoblju 1962.-2019., Split-Marjan.



Slika B16. Razlika između SPI i SPEI za topli dio godine u razdoblju 1962.-2019., Split-Marjan.