

Moguće odrednice ostvarenja proračuna lokalnih jedinica u RH

Mačukat, Antonia

Master's thesis / Diplomski rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:995341>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-10**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO–MATEMATIČKI FAKULTET
MATEMATIČKI ODSJEK

Antonia Mačukat

MOGUĆE ODREDNICE OSTVARENJA
PRORAČUNA LOKALNIH JEDINICA U
RH

Diplomski rad

Voditeljica rada:
prof. dr. sc. Katarina Ott

Zagreb, studeni 2022.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana _____ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. _____, predsjednik
2. _____, član
3. _____, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom _____.

Potpisi članova povjerenstva:

1. _____
2. _____
3. _____

Diplomski rad posvećujem svojoj obitelji, mami, tati, sestri, bakama, didama i teti, koji su mi kroz čitavo školovanje bili neizmjerne podrška. Hvala i svim mojim prijateljima, posebno Stjepki, Mislavu, Ivanu, Ivi, Franu, Leonu, Petri, Karli, Nicole, Mariji i Sari koji su vjerovali u mene. Najveće hvala dečku Marku na strpljenju, ljubavi i na svakom danu kad mi je govorio da ja to mogu. Posebno hvala i mentorici prof. dr. sc. Katarini Ott, na svim savjetima, opaskama i pomoći prilikom pisanja ovog rada.

Sadržaj

Sadržaj	iv
Uvod	2
1 Pregled literature	3
1.1 Proračun i ostvarenje proračuna	3
1.2 Moguće odrednice ostvarenja proračuna	6
2 Podaci i hipoteze	9
2.1 Podaci	9
2.2 Hipoteze	11
3 Metodologija	14
3.1 Generalizirani linearni modeli	14
3.2 Procjena i odabir modela	21
4 Deskriptivna statistika	24
4.1 Županije	24
4.2 Gradovi	28
4.3 Općine	34
5 Testiranje hipoteza	40
5.1 Hipoteza 1	40
5.2 Hipoteza 2	44
5.3 Hipoteza 3	45
5.4 Hipoteza 4	46
5.5 Hipoteza 5	48
6 Zaključak	53
Bibliografija	56

Uvod

Kao stanovnici Republike Hrvatske (u nastavku RH), svatko od nas uplaćuje sredstva u proračun, bilo u proračun općine, grada, županije ili države. Tada općina, grad, županija ili država troši i raspoređuje taj novac kako ona misli da je u tom trenutku najprimjerenije. Naravno, prije nego što se krene u konkretan proces sakupljanja i trošenja novca bitno je isplanirati koliko je novca potrebno i za koje namjene. Cijeli proračunski proces planiranja i izvršenja dugačak je i kompleksan, a uključuje i izradu proračunske dokumentacije koja se sastoji od planova i predviđanja za nadolazeću godinu. Kako je naravno teško predvidjeti što se sve može dogoditi u idućoj godini, tako često predviđanja proračuna ne budu u skladu s onime što se zaista događa. Lokalne jedinice RH suočavaju se s ozbiljnim proračunskim problemima, od nedovoljnih prihoda, neodrživih rashoda pa sve do konstantnih deficita.

Cilj ovog diplomskog rada jest ispitati koje sve varijable mogu i na koji način biti povezane s ostvarenjem proračuna. Pritom se pod ostvarenjem proračuna misli upravo na proračunske prihode, proračunske rashode te proračunski suficit odnosno deficit. Na taj bi se način moglo vidjeti zašto dolazi do problema te kako ih pokušati riješiti.

Diplomski rad započinje pregledom literature na početku kojega je pojašnjeno što je proračun te od čega se sastoji. Pritom je nešto detaljnije objašnjena svaka komponenta proračuna koja se koristi u nastavku diplomskog rada. Nakon toga rad se osvrće na moguće odrednice ostvarenja proračuna, gdje se iz raznih članaka, knjiga i radova izvlači motivacija za hipoteze koje se formiraju u idućem poglavlju.

U drugom poglavlju, osim formiranja hipoteza, navode se i sve zavisne, nezavisne i kontrolne varijable koje će se koristiti u testiranju na samom kraju. Također, navedene su i korištene metode. Prva hipoteza govori da lokalne jedinice većih proračunskih prihoda imaju veće kapitalne izdatke, veće rashode za plaće te veću proračunsku transparentnost. U drugoj se hipotezi ispituje ima li veličina populacije pozitivan učinak na porezne prihode lokalnih jedinica. Treća hipoteza tvrdi da postoji statistički značajna pozitivna veza između dohotka¹ te kapitalne pomoći proračunu i proračunskih rashoda lokalnih jedinica.

¹U radu pod pojmom *dohodak* misli se na prosječni osobni dohodak stanovnika županija, gradova ili općina

Također, tvrdi da postoji statistički značajna negativna veza između gustoće stanovništva i proračunskih rashoda lokalnih jedinica. Za četvrtu se hipotezu želi pokazati da lokalne jedinice veće transparentnosti imaju veće proračunske rashode. Posljednja, peta hipoteza, govori da veći proračunski prihod lokalne jedinice znači i manju vjerojatnost proračunskog deficita, ali isto tako, kako je veći broj poduzeća i radne snage u lokalnoj jedinici, to se šanse za proračunski deficit povećavaju. Prve se četiri hipoteze testiraju koristeći linearnu regresiju, dok se zadnja testira korištenjem logit generaliziranog linearnog modela.

Teorijska podloga korištenih metoda navedena je u poglavlju Metodologija. Detaljno se definiraju generalizirani linearni modeli te njegove sastavnice dok se poseban fokus stavlja na linearnu regresiju te logit generalizirani linearan model. Također, objašnjeno je i kako se procjenjuju i interpretiraju parametri te kako se odabire najbolji model za naše podatke.

Prije samog testiranja hipoteza, slijedi poglavlje Deskriptivna statistika u kojem se grafički prikazuju podaci. Poglavlje je razdijeljeno na potpoglavlja za županije, gradove i općine. Za svaku od navedenih lokalnih jedinica grafički su prikazani podaci zavisnih varijabli, a zatim su one prikazane i zajedno s nekim nezavisnim varijablama. Na taj način napravljena su predviđanja ishoda hipoteza koje se formalno testiraju u posljednjem poglavlju.

Poglavlje Testiranje hipoteza razdijeljeno je na pet potpoglavlja - u svakom se testira po jedna hipoteza i to na način da se svaka testira prvo na županijama, a zatim na gradovima i općinama. Iznese su metode testiranja, rezultati te komentari.

Diplomski rad završava zaključkom. Pokazano je da gradovi i općine većih kapitalnih izdataka te s većim rashodima za plaće imaju i veće proračunske prihode. Slično, županije s većim kapitalnim izdacima imaju veće proračunske prihode. Ako se umjesto proračunskih prihoda lokalnih jedinica promatraju samo porezni prihodi, pokazano je da lokalne jedinice s većim brojem stanovnika imaju veće porezne prihode. Nadalje, što se tiče proračunskih rashoda, ispostavlja se da županije s većim kapitalnim pomoćima proračunu imaju veće proračunske rashode. Gradovi s isto tako većim kapitalnim pomoćima proračunu ali i većim dohotkom imaju veće rashode. Najbolji su rezultati dobiveni u slučaju općina kod kojih vrijedi da općine s većim dohotkom, većim kapitalnim pomoćima proračunu, te manjom gustoćom stanovništva imaju veće proračunske rashode. Od svih ispitanih hipoteza, tvrdnja da proračunska transparentnost utječe na proračunske rashode, jedina se nije ispostavila istinitom. Za kraj se pokazuje da lokalne jedinice većih proračunskih rashoda imaju veću vjerojatnost pojave proračunskog deficita.

Poglavlje 1

Pregled literature

1.1 Proračun i ostvarenje proračuna

Proračun ili budžet je zakonski akt kojim predstavničko tijelo utvrđuje prihode i rashode za funkcioniranje države tijekom jedne proračunske godine. Riječ budžet potječe od srednjovjekovne engleske, francuske riječi *bougette* što znači vrećica pa se u engleskoj parlamentarnoj terminologiji upravo ta riječ koristila za kožnu torbu u kojoj je ministar financija donosio u Parlament prijedlog državnih prihoda i rashoda za sljedeću godinu [16]. U RH postoje tri razine proračuna: državni proračun, proračuni izvanproračunskih fondova te proračuni jedinica lokalne samouprave i uprave - proračun lokalnih jedinica [3].

U literaturi (vidi [3]) se za lakše shvaćanje proračuna radi usporedba s organizacijom budžeta npr. obitelji. Naime, svaka obitelj na raspolaganju ima određenu količinu novca kojom raspolaže. Taj novac treba racionalno rasporediti kako bi se zadovoljile potrebe i želje svih članova obitelji. Iz tog razloga dobro je napraviti plan prihoda i rashoda za određeno vremensko razdoblje. Plan prihoda i rashoda u tom je slučaju obiteljski proračun. Veličina proračuna ovisi o razini prihoda koje obitelj može ostvariti tijekom godine. Nažalost česta je pojava da prihodi ne mogu zadovoljiti potrebe i želje svih članova obitelji pa su rashodi veći od prihoda. U tom slučaju treba planirati smanjenje rashoda ili zaduživanje. Ako su pak prihodi veći od rashoda, višak sredstva može se nekome posuditi, investirati, ili jednostavno štedjeti.

Na opisani način gradi se i planira i budžet odnosno proračun države, izvanproračunskih fondova i lokalnih jedinica. Proračun se sastoji od općeg i posebnog dijela te plana razvojnih programa. Opći dio proračuna čini Račun prihoda i rashoda i Račun financiranja, dok se posebni dio proračuna sastoji od plana rashoda i izdataka proračunskih korisnika raspoređenih u tekuće i razvojne programe za tekuću proračunsku godinu. Opći se dio proračuna sastoji od tri dijela: prihoda, rashoda te dijela proračuna koji se naziva računom financiranja. U računu financiranja iskazuju se primici od financijske imovine i primljeni

kreditu i zajmovi te izdaci za financijsku imovinu i za otplatu zajmova i kredita, odnosno u računu financiranja iskazuje se pozajmljivanje i zaduživanje proračuna jedinica lokalne i područne (regionalne) samouprave [3].

Države, kao i pojedinci, moraju brinuti o redovitim odljevima i priljevima novca. Zato država proračunom planira prihode, odnosno koliko će novca i na koji način prikupiti u jednoj godini, te rashode, koliko će novca u jednoj godini potrošiti i to za koje namjere. U RH se Zakonom o proračunu [21] uređuje planiranje, izrada, donošenje i izvršavanje proračuna, upravljanje imovinom i obvezama, upravljanje dugom općeg proračuna, zaduživanje i jamstva RH i jedinica lokalne i područne (regionalne) samouprave, računovodstvo, proračunski nadzor i druga pitanja vezana za upravljanje javnim financijama i to za sve tri razine proračuna (državni proračun, proračuni lokalnih jedinica i proračuni izvanproračunskih fondova).

Da bi se saznalo kolika je ukupna državna potrošnja, treba zbrojiti sve tri vrste proračuna i prikazati kao jedan – proračun opće države. Država, dakle, prikuplja i troši novac pomoću tri različita proračuna, odnosno iz tri dijela proračuna opće države. Međutim, uobičajeno je da proračuni izvanproračunskih fondova i proračuni lokalnih jedinica jedan dio prihoda dobivaju iz državnog proračuna u obliku tzv. transfera [3]. Sve tri vrste proračuna prolaze kroz vrlo slične procedure planiranja, izrade i izvršenja proračuna pa je u nastavku fokus samo na proračun lokalnih jedinica, odnosno na proračune svih županija, gradova te općina RH.

Proračun lokalnih jedinica

Građanima RH Ustavom je zajamčeno pravo na lokalnu samoupravu i upravu, koje obuhvaća pravo odlučivanja o lokalnim potrebama i interesima. Stoga je RH podijeljena na gradove i općine (jedinice lokalne samouprave) i županije (jedinice lokalne samouprave i uprave)[3]. U RH sveukupno je 576 jedinica lokalne i područne (regionalne) samouprave i to:

- 1) 555 jedinica lokalne samouprave: 428 općina i 127 gradova
- 2) 20 jedinica područne (regionalne) samouprave, odnosno županija.

Prema Zakonu o proračunu jedinica lokalne i područne (regionalne) samouprave jest općina, grad i županija čija tijela obavljaju funkcije, izvršavaju zadaće i donose programe propisane zakonom i odlukama donesenima na temelju zakona, za što se sredstva osiguravaju u njihovu proračunu i financijskom planu proračunskih korisnika. U Hrvatskoj svaka lokalna jedinica ima svoj proračun odnosno prihode i rashode.[3]

Cilj ovog rada je odrediti moguće odrednice ostvarenja odnosno izvršenja proračuna lokalnih jedinica RH. U tom okviru posebno se promatraju upravo prihodi i rashodi proračuna lokalnih jedinica kao i deficit odnosno suficit kao dio računa financiranja lokalnih jedinica.

Važno je napomenuti da se većina prihoda i rashoda lokalnih jedinica RH ostvaruje na razini gradova. Takva činjenica ne iznenađuje s obzirom da najveći dio populacije živi upravo u gradovima, te gradovi imaju veći samoupravni obuhvat funkcija u odnosu na županije. To se posebno ističe u slučaju grada Zagreba, koji ujedno ima status i grada i županije a u kojemu živi najveći broj stanovnika pa samim time ima i najveći broj zaposlenih koji pune proračun. S druge strane, kao najvećeg i glavnog grada u RH, najveće su potrebe za financiranjem njegovih funkcija [7].

Proračunski prihodi lokalnih jedinica

Prihodi proračuna lokalnih jedinica dijele se na porezne prihode, neporezne prihode, kapitalne prihode i dotacije. Dotacije su određeni iznos sredstava koje središnja država daje lokalnim jedinicama na temelju mjerenja fiskalne nejednakosti, odnosno onim lokalnim jedinicama koje imaju ispodprosječan fiskalni kapacitet to jest koje vlastitim приходima ne mogu financirati svoju potrošnju. Fiskalni kapacitet uobičajena je mjera fiskalne nejednakosti među lokalnim jedinicama, a označava sposobnost lokalnih jedinica da prikupljaju prihode iz vlastitih izvora, te sposobnost za financiranje javnih usluga. Obično se mjeri kao razina dohotka ili prihoda po stanovniku i potreba lokalnih jedinica. Stoga se korištenjem dotacija prilagođavaju razlike u mogućnostima financiranja osnovnih javnih usluga između lokalnih jedinica [13]. Osnovni izvor financiranja lokalnih jedinica je zakonski utvrđena podjela zajedničkih poreza između države i lokalnih jedinica. Pritom su zajednički porezi porez na dohodak, porez na dobit, porez na priređivanje igara na sreću i porez na promet nekretnina. U financiranju lokalnih javnih rashoda prevladava financiranje zajedničkim porezima i to najvećim dijelom porezima i prirezima na dohodak [3].

Proračunski rashodi lokalnih jedinica

Promatrajući proračune nekoliko lokalnih jedinica RH uočava se podjela rashoda proračuna na rashode poslovanja, rashode za nabavu nefinancijske imovine te izdatke za financijsku imovinu i otplatu zajmova. Rashodi poslovanja mogu se podijeliti na rashode za zaposlene, materijalne rashode, financijske rashode, subvencije, pomoći dane u inozemstvo i unutar općeg proračuna, naknade građanima i kućanstvima na temelju osiguranja i druge naknade te ostale rashode. Rashodi za nabavu nefinancijske imovine podijeljeni su pak na rashode za nabavu neproizvedene dugotrajne imovine, rashode za nabavu proizvedene dugotrajne imovine te rashode za dodatna ulaganja na nefinancijskoj imovini.[18]

Račun financiranja - suficit i deficit

Ako su proračunski rashodi veći od prihoda, lokalne jedinice odlučuju se za zaduživanje u zemlji ili inozemstvu, a zadužiti se mogu točno za onaj iznos koji im je potreban za pokri-

vanje prekomjernih rashoda. Međutim, može se dogoditi neplanirano veliki priljev novca u proračun, pa proračun lokalne jedinice može završiti u višku odnosno suficitu. Sve takve transakcije (zaduživanje i otplata dugova) koje utječu na manjak ili višak proračuna nalaze se u računu financiranja. Račun financiranja dakle iskazuje pozajmljivanje i zaduživanje proračuna a sastoji se od primitaka financiranja - novac za koji se lokalna jedinica zadužila, otplate - novac kojim lokalna jedinica otplaćuje dospjele domaće i inozemne dugove te stanje viška (suficita). Ukratko, račun financiranja prikazuje koliko se država namjerava zadužiti u nadolazećoj fiskalnoj godini te koliko novca namjerava izdvojiti za otplatu dospjelih dugova. Deficit proračuna javlja se u situaciji kad su zbrojeni rashodi veći od zbrojenih prihoda proračuna jedne fiskalne godine [3].

1.2 Moguće odrednice ostvarenja proračuna

Izvršavanje odnosno ostvarenje proračuna obuhvaća provedbu, nadzor i kontrolu proračuna. Nakon što predstavničko tijelo donese proračun, o tome mora obavijestiti korisnike proračuna koji tada moraju sastaviti financijske planove raspoloživih sredstava i utvrditi dinamiku njihova trošenja [2]. Za uspješno upravljanje nekom lokalnom jedinicom važno je poznavati proračun te njegove specifičnosti. Javni se sektor zbog složenosti funkcioniranja redovito suočava s problemima nedovoljnih sredstava za financiranje željenih aktivnosti, nejasnih procedura pri planiranju i u konačnici izvršenja proračuna, netransparentnosti pri izradi proračuna itd.[5] Suočavajući se s konstantnim problemom nedovoljnih prihoda, neodrživih rashoda i konstantnih deficita, važno je utvrditi čimbenike koji bi mogli utjecati na svaku od navedenih stavki.

Moguće odrednice proračunskih prihoda

Borce Trenovski, Gunter Merdzan i Filip Peovski u svom radu [20], na primjeru Makedonije, navode sljedeće ideje:

- Kad lokalne vlasti troše više, takve bi aktivnosti prirodno trebale potaknuti veću gospodarsku i financijsku aktivnost na lokalnoj razini. Time bi se također pozitivno utjecalo na prihodovnu stranu kroz sada veću poreznu osnovicu. U tom kontekstu ispituju potiču li rashodi za plaće povećanje prihoda lokalnih jedinica
- Veća transparentnost lokalnih jedinica vodi povećanju proračunskih prihoda lokalnih jedinica
- Iako veličina i razvoj intuitivno utječu na prihodovnu stranu, ispituju igra li urbanizacija lokalnih jedinica značajnu ulogu u slučaju Makedonije

- Uobičajeno teorijsko uvjerenje je da lijevo orijentirane vlade subvencioniraju veće prihode putem viših poreza i naknada

U članku Nataše Erjavec, Saše Jakšića i Velibora Mačkića [10] objašnjeno je kako je prihodovna strana proračuna podijeljena na porezne prihode, neporezne prihode, kapitalne prihode i potpore. Također navode da, s obzirom da je Hrvatska školski primjer fiskalno centralizirane zemlje, većina prihoda lokalne samouprave dolazi od poreza na dohodak koji je zajednički porez koji se dijeli između središnje države i gradova i općina. Štoviše, i regionalne i lokalne samouprave imaju vlastite porezne prihode koji zajedno čine većinu njihovih prihoda. Irsan Hadiyan, Rr. Titiek Herwanti i Ni Ketut Surasni u svom radu [15] postavljaju linearni model koji ispituje ovisnost lokalnih poreznih prihoda o državnoj potrošnji, inflaciji te veličini populacije te zaključuju da državna potrošnja te veličina populacije pozitivno utječu na porezne prihode dok inflacija utječe negativno.

Moguće odrednice proračunskih rashoda

Prema Glenn W. Fisher [12] te Ernest Kurnow [17] dohodak te kapitalna pomoć proračunima lokalnih jedinica pozitivno utječu na veće rashode lokalne samouprave. S druge strane, Fisher pokazuje da veća gustoća stanovništva pojedine lokalne jedinice doprinosi manjem rashodu lokalne samouprave. Mihaela Bronić, Branko Stanić, Simona Prijaković [6] na podacima od 2014. do 2019. pokazuju da veća transparentnost dovodi do većih proračunskih rashoda lokalnih jedinica RH.

Moguće odrednice proračunskog suficita/deficita

Joanna Działo, Beata Guziejewska, Anna Majdzińska i Agata Żółtaszek u svom radu [9] koriste podatke za godine 2002.-2016. za koje procijenjuju stimulanse odnosno destimulanse deficita lokalnih jedinica u Poljskoj. Između ostalog pokazuju i: što je veći prihod općine, deficit je manje vjerojatan, a što su veći rashodi, veća je vjerojatnost deficita. Također, broj poduzeća i radne snage za mali postotak povećava šanse za deficit.

Potaknuto rezultatima koje su autori dobili u spomenutim izvorima (vidi [6], [11], [12], [15], [17] i [20]), cilj ovog rada jest ispitati vrijede li slične relacije za područje RH. Točnije, ako u Makedoniji lokalne jedinice većih rashoda za plaće imaju veće proračunske prihode, vrijedi li isto za RH? Znači li veća proračunska transparentnost lokalnih jedinica u RH povećanje njihovih proračunskih prihoda? Imaju li lokalne jedinice s većim dohotkom, većim kapitalnim pomoćima proračunu te manjom gustoćom stanovništva veće proračunske rashode? U radu [6] na panel podacima pokazano je da lokalne jedinice veće transparentnosti imaju veće proračunske rashode. Pitanje je vrijedi li isto promatraju li se samo podaci iz 2020. godine. Za kraj, cilj je pokazati da lokalne jedinice s većim proračunskim prihodima imaju manju vjerojatnost proračunskog deficita dok one s većim proračunskim rashodima, većim brojem poduzeća te radne snage imaju veću vjerojatnost proračunskog deficita. Takva tvrdnja pokazana je u [9] na općinama Poljske pa ima smisla ispitati vrijedi li ona i za lokalne jedinice RH. U idućem poglavlju navode se sve korištene varijable te se formalno postavljaju hipoteze.

Poglavlje 2

Podaci i hipoteze

U ovom poglavlju cilj je formirati hipoteze te navesti sve zavisne, nezavisne i kontrolne varijable koje će se koristiti prilikom testiranja. Motivacija za hipoteze objašnjena je u prethodnom poglavlju te su hipoteze upravo formirane na isti način kao u navedenim izvorima. S obzirom da se promatraju moguće odrednice ostvarenja proračuna lokalnih jedinica, kao zavisne varijable uzimaju se upravo proračunski prihodi, proračunski rashodi te proračunski suficit odnosno deficit svake lokalne jedinice RH. Također, treba uzeti u obzir da se u većini promatranih radova koriste panel podaci, odnosno podaci promatrani kroz više godina. Budući da su na raspolaganju podaci samo iz 2020. godine, neke varijable se izbacuju s obzirom da su one u tom slučaju konstantne. Isto tako, do nekih podataka nije moguće doći, pa se koriste samo oni koji su dostupni. Cilj je testirati sve hipoteze prvo na županijama, a zatim na gradovima i općinama kako bi se mogla napraviti i usporedba rezultata.

2.1 Podaci

Na početku ovog poglavlja prikazujemo tablicu (vidi Tablicu 2.1) u kojoj su navedene sve korištene varijable, njihovi nazivi koji se koriste u nastavku rada, te njihovi izvori. Većina je izvađena iz PR-RAS financijskih izvještaja koji se mogu naći na stranicama Ministarstva financija (U nastavku MFIN) [11]. Također, neki su podaci dobiveni na upit od Instituta za javne financije (u nastavku IJF), a koji su dostupni u bazama MFIN, Državnog zavoda za statistiku (u nastavku DZS) [19], te Državnog izbornog povjerenstva (u nastavku DIP) [8].

NAZIV VARIJABLE	OPIS	IZVOR
PRIHODI	Ukupni proračunski prihodi u 2020. (u HRK)	MFIN (<i>PRIHODI POSLOVANJA (AOP 002+039+045+074+105+123+130+136)</i>)
RASHODI	Ukupni proračunski rashodi u 2020. (u HRK)	MFIN (<i>RASHODI POSLOVANJA (AOP 149+160+193+212+221+246+257)</i>)
SUFICIT/DEFICIT	Ukupni suficit/deficit u 2020. (u HRK)	Razlika PRIHODA i RASHODA
BROJ STANOVNIKA	Procijenjeni broj stanovnika 2020.	IJF/DZS
POVRŠINA	Površina u km ²	IJF/DZS
TRANSPARENTNOST	OLBI indeks transparentnosti: broj između 0 i 5 (broj objavljenih proračunskih dokumenata) u 2020.	IJF
POREZNI PRIHODI	Ukupni porezni prihodi u 2020. (u HRK)	IJF/MFIN
DOHODAK	Prosječni osobni dohodak stanovnika u 2020. (u HRK)	IJF/DZS
RASHODI ZA PLAĆE	Ukupni rashodi za plaće u 2020. (u HRK)	MFIN (<i>Rashodi za zaposlene (AOP 150+155+156)</i>)
KAPITALNE POMOĆI PRORAČUNU	Ukupne kapitalne pomoći proračunu u 2020. (u HRK)	MFIN (<i>Pomoći iz inozemstva i od subjekata unutar općeg proračuna (AOP 046+049+054+057+060+063+066+069)</i>)
KAPITALNI IZDACI	Ukupni kapitalni izdaci u 2020. (u HRK)	IJF/MFIN
STARIJE STANOVNIŠTVO	Udio stanovništva starijeg od 65 godina u radno sposobnom stanovništvu u 2020.	IJF/DZS
ŽENSKE PREDSTAVNICE	Udio ženskih političkih predstavnica u ukupnom broju predstavnika županije, grada ili općine u 2020.	IJF/DIP
BROJ ZAPOSLENIKA	Ukupni broj zaposlenih 2020.	IJF/DZS
BROJ PODUZEĆA	Ukupan broj aktivnih pravnih osoba na dan 30.lipnja 2020.	DZS (<i>BROJ I STRUKTURA POSLOVNIH SUBJEKATA PO ŽUPANIJAMA, Stanje 30.lipnja 2020.</i>)

Tablica 2.1.: Podaci korišteni u hipotezama

U nastavku rada se neke varijable promatraju *po stanovniku*, no u tom će slučaju to jasno biti naglašeno. Varijable *po stanovniku* izračunate su na način da su se ukupne vri-

jednosti za pojedinu lokalnu jedinicu podijelile s brojem stanovnika iste lokalne jedinice. Također, u radu se na nekim mjestima koristi i gustoća stanovništva, odnosno srednji broj stanovnika na površini određenog područja. Jasno je da se ta varijabla dobiva dijeljenjem broja stanovnika lokalne jedinice s površinom te iste lokalne jedinice.

Sad je napokon napravljena sva potrebna podloga da bi se hipoteze, motivirane tvrdnjama literaturnih izvora iz prethodnog poglavlja (vidi Pregled literature), mogle formalno postaviti.

2.2 Hipoteze

H_1 : Lokalne jedinice većih proračunskih prihoda imaju veće kapitalne izdatke, veće rashode za plaće te veću proračunsku transparentnost

Hipoteza je motivirana radom [20]. S obzirom da hipoteza vrijedi za Makedoniju, cilj je provjeriti vrijedi li ona i za RH. Za zavisnu varijablu uzimaju se proračunski prihodi po stanovniku, dok se za nezavisne uzimaju kapitalni izdaci po stanovniku, rashodi za plaće po stanovniku i OLBI indeks transparentnosti. OLBI indeks transparentnosti broj je između 0 i 5, a označava broj proračunskih dokumenata objavljenih na službenim stranicama lokalnih jedinica. Dokumenti koji se uzimaju u obzir prilikom određivanja navedene mjere proračunske otvorenosti su godišnje izvršenje proračuna, polugodišnje izvršenje proračuna, prijedlog proračuna, izglasani proračun te proračun za građane [14]. Kapitalni izdaci odnose se na pribavljanje dugotrajne imovine, kapitalne transfere i potpore u novcu i stvarima. Kapitalni se izdaci odnose na dobra i usluge koja imaju vijek trajanja dulji od jedne godine i mogu utjecati na buduće dohotke i sadašnje stanje imovine.[3]. Hipoteza se testira korištenjem linearne regresije. Cilj je dakle pokazati da u modelu u kojemu su proračunski rashodi po stanovniku zavisna varijabla, nezavisne varijable kapitalni izdaci po stanovniku, rashodi za plaće po stanovniku te transparentnost imaju pozitivan i značajan utjecaj.

H_2 : Veličina populacije ima pozitivan učinak na ukupne porezne prihode lokalne jedinice

S obzirom da se porezni prihodi prikupljaju većinom upravo od stanovništva, postavljena hipoteza ima smisla i intuitivno je da bi ona trebala vrijediti. Što je više stanovnika, to je više njih primorano plaćati porez lokalnoj jedinici pa samim time i rastu ukupni porezni prihodi lokalne jedinice. Cilj je provjeriti vodi li nas intuicija ispravnom zaključku.

Kao što je pojašnjeno u prethodnom poglavlju, na temelju članka [10], u testiranju navedene hipoteze za zavisnu varijablu uzimaju se ukupni porezni prihodi lokalnih jedinica. Za nezavisnu varijablu, kao što su to koristili autori rada [15], uzima se veličina populacije.

Hipoteza se testira korištenjem linearne regresije. U modelu u kojemu je zavisna varijabla ukupnih poreznih prihoda, želi se pokazati da nezavisna varijabla broja stanovnika ima značajan pozitivan utjecaj.

H₃: Postoji statistički značajna pozitivna veza između dohotka te kapitalne pomoći proračunu i proračunskih rashoda lokalne jedinice. Postoji statistički značajna negativna veza između gustoće stanovništva i proračunskih rashoda lokalne jedinice

Ideja za navedenu hipotezu proizlazi iz članaka [12] i [17]. Zavisna varijabla jesu proračunski rashodi po stanovniku dok su nezavisne dohodak, kapitalne pomoći proračunu po stanovniku te gustoća stanovništva pojedine lokalne jedinice. Hipoteza se testira linearnom regresijom i to na logaritmiranim podacima jer Kurnow (vidi [17]) pokazuje da je takva metoda u ovom slučaju efektivnija. Cilj je pokazati da su u modelu u kojemu su logaritmirani proračunski rashodi po stanovniku zavisna varijabla, logaritmirane nezavisne varijable dohotka i kapitalne pomoći proračunu po stanovniku pozitivnog i značajnog utjecaja dok logaritmirana nezavisna varijabla gustoće stanovništva ima značajan ali negativan utjecaj.

H₄: Lokalne jedinice s većom proračunskom transparentnosti imaju veće proračunske rashode

U radu [6] pokazano je da u modelu gdje su proračunski rashodi zavisna varijabla, nezavisna varijabla proračunske transparentnosti ima pozitivan i značajan utjecaj. Takva je tvrdnja pokazana za lokalne jedinice RH ali na panel podacima od 2014. do 2019. Cilj je ispitati vrijedi li ista takva tvrdnja promatraju se podaci samo 2020. godine.

Osim zavisne varijable proračunskih rashoda i nezavisne varijable OLBI indeksa transparentnosti, po uzoru na [6], uzimamo kontrolne varijable dohodak, udio ženskih političkih predstavnica u ukupnom broju predstavnika lokalne jedinice te udio populacije starije od 65 godina u radno sposobnom stanovništvu. Hipoteza se kao i sve ranije testira koristeći linearnu regresiju.

H₅: Što je veći proračunski prihod lokalne jedinice, proračunski deficit je manje vjerojatan. Što su veći broj poduzeća i radna snaga, povećavaju se šanse za proračunski deficit

Prva tvrdnja hipoteze intuitivna je te se očekuje da će ona zaista i vrijediti. Naime, što su veći proračunski prihodi lokalne jedinice u promatranoj godini, ukoliko se proračunski rashodi lokalne jedinice drže konstantnima, jasno je da razlika proračunskih prihoda i rashoda vodi k ostvarenju proračunskog suficita ili smanjenju proračunskog deficita.

Po uzoru na [9] za zavisnu varijablu uzima se proračunski deficit, dok se za nezavisne varijable uzimaju proračunski prihodi po stanovniku, broj poduzeća te broj zaposlenih. Hi-

poteza se testira koristeći logit generalizirani linearni model. Kako bi se hipoteza mogla testirati navedenom metodom, zavisna varijabla proračunski deficit zapravo je varijabla koja poprima vrijednosti 0 ili 1, i to 1 u slučaju da se proračunski deficit zaista i ostvario, odnosno ako je vrijednost varijable ukupnog proračunskog deficita lokalne jedinice manja od 0, a 0 u suprotnom.

U ovom poglavlju su dakle formalno sastavljene hipoteze koje se testiraju na kraju rada. Također su navedene sve varijable koje se koriste u nastavku te su u svakoj hipotezi navedene metode pomoću kojih se provodi testiranje. U idućem poglavlju slijedi teorijska podloga spomenutih metoda, linearne regresije te logit generaliziranog linearnog modela. Precizno i egzaktno se definiraju generalizirani linearni modeli te njegove sastavnice. Objasnjeno je i kako se dobivaju ali i interpretiraju procijenjeni parametri u modelima te kako odabrati najbolji model za naše podatke.

Poglavlje 3

Metodologija

3.1 Generalizirani linearni modeli

U ovom radu želimo utvrditi ovise li odabrane varijable rashodi, prihodi te deficit o nekim drugim mjerenim veličinama npr. gustoći stanovništva, transparentnosti, kapitalnim pomoćima proračunu itd. Kako bi to mogli učiniti koristimo generalizirane linearne modele. Teorijsku podlogu generaliziranih linearnih modela navodimo koristeći se literaturom [4].

Veličinu od interesa modeliramo kao slučajnu varijablu koju nazivamo ovisnom varijablom ili odzivom, a sva ostala mjerenja zovemo neovisnim varijablama, predviđiteljima ili kovarijatama. Podatke koje želimo opisati reprezentiramo kao niz parova

$$(y_i, x_i), i = 1, \dots, n,$$

gdje je y_i realizacija slučajne varijable Y_i čija razdioba ovisi o kovarijatama x_i . Kovarijate mogu primiti numeričke vrijednosti ili kategorijalne - u tom ih slučaju nazivamo faktorima. Kovarijate mogu biti proizvoljno velike dimenzije.

Jednostavna linearna regresija

Općenito, linearni regresijski modeli pretpostavljaju da je povezanost između zavisne varijable koju promatramo i nezavisnih varijabli linearna, odnosno da se može prikazati pomoću linearne funkcije. Iz tog je razloga model dobiven takvom linearnom regresijom vrlo jednostavan te na intuitivan način opisuje kako ulazne varijable utječu na izlaznu. Zanimljivo je da se jako često baš takvi jednostavni modeli pokazuju i najučinkovitijima naspram kompleksnih nelinearnih modela. Također, linearne modele možemo i malo zakomplicirati i povećati im primjenu transformiranjem podataka, na primjer logaritmiranjem, što ću i učiniti pri testiranju jedne od hipoteza. Krećem od najjednostavnijeg modela

jednostavne linearne regresije.

Kod jednostavne linearne regresije pretpostavljamo da slučajna varijabla Y_i na linearan način ovisi o numeričkoj kovarijati x_i , koja ima oblik

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i,$$

gdje (ϵ_i) čine niz nezavisnih jednako distribuiranih normalnih slučajnih varijabli s očekivanjem 0 i varijancom σ^2 . Primjetimo da model ima tri parametra β_0, β_1 i σ^2 .

Ekvivalentno se gornji izraz može zapisati kao

$$EY_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$$

Kako bismo u nastavku mogli definirati višestruku linearnu regresiju, promotrimo nekoliko činjenica o generaliziranim linearnim modelima te eksponencijalnim familijama.

Općenito o generaliziranim linearnim modelima

Osnovna ideja linearnih modela je pretpostavka da postoji linearna veza između očekivanja odziva i kovarijata tj.

$$EY_i = \sum_{j=1}^d \beta_j x_{ij},$$

gdje je d broj mogućih kovarijata. Često pretpostavljamo i normalnost

$$Y_i \sim N\left(\sum_{j=1}^d \beta_j x_{ij}, \sigma^2\right)$$

Kod generaliziranih linearnih modela pretpostavljamo

$$EY_i = g^{-1}\left(\sum_{j=1}^d \beta_j x_{ij}\right),$$

gdje je

- g^{-1} inverz tzv. funkcije veze
- $\sum_{j=1}^d \beta_j x_{ij}$ tzv. linearni prediktor
- za zadano očekivanje Y_i ima unaprijed određenu razdiobu iz tzv. eksponencijalne familije

Eksponecijalne familije

Kažemo da slučajna varijabla Y pripada nekoj eksponecijalnoj familiji ako joj gustoća (neprekidna ili diskretna) ima oblik

$$f(y; \theta, \varphi) = \exp \left[\frac{y\theta - b(\theta)}{a(\varphi)} + c(y, \varphi) \right] \quad (3.1)$$

za neke funkcije a, b i c . Familija ima dva parametra: θ , tzv. prirodni parametar i φ tzv. parametar disperzije ili skaliranja. Za funkcije a, b i c vrijedi:

- funkcija a parametra φ zove se funkcija disperzije jer ona omogućuje dodatnu fleksibilnost u modelu kao npr. da ne moraju svi odzivi imati istu varijancu
- funkcija b uvijek je dvaput neprekidno diferencijabilna i takva da je b' invertibilna
- funkcija c tipično se ignorira jer nema utjecaja u procesu procjene parametara generaliziranih linearnih modela

Pogledajmo sada funkciju log-vjerodostojnosti $l(y; \theta, \varphi) = \log(f(y; \theta; \varphi))$ unutar neke eksponecijalne familije. Za početak nam trebaju dva rezultata statističke teorije:

$$E \left[\frac{\partial l}{\partial \theta} \right] = 0 \quad (3.2)$$

$$E \left[\frac{\partial^2 l}{\partial \theta^2} \right] + E \left[\left(\frac{\partial l}{\partial \theta} \right)^2 \right] = 0 \quad (3.3)$$

Za pokazivanje prve jednakosti, pretpostavljamo da možemo diferencirati

$$\int f(y; \theta, \varphi) dx$$

po θ jednostavno uvođenjem znaka diferenciranja pod integral (to je uvijek moguće unutar eksponecijalnih familija). Gornji je integral uvijek jedan 1 za sve θ pa diferenciranjem dobivamo 0. Sada imamo

$$0 = \int \frac{\partial}{\partial \theta} f(y; \theta, \varphi) dx = \int \frac{\partial}{\partial \theta} f(y; \theta, \varphi) \frac{f(y; \theta, \varphi)}{f(y; \theta, \varphi)} dx = \int \frac{\partial}{\partial \theta} l(y; \theta, \varphi) f(y; \theta, \varphi) dx = E \left[\frac{\partial l}{\partial \theta} \right]$$

čime smo dokazali 3.2. Slično, ako po θ diferenciramo jednakost

$$\int \frac{\partial}{\partial \theta} l(y; \theta, \varphi) f(y; \theta, \varphi) dx = 0$$

dobivamo upravo jednakost 3.3. Za log-vjerodostojnost eksponecijalnih familija vrijedi

$$\frac{\partial l}{\partial \theta} = \frac{y - b'(\theta)}{a(\varphi)}$$

pa iz 3.2 slijedi

$$\mu = E[Y] = b'(\theta) \Leftrightarrow \theta = b'^{-1}(\mu).$$

Vrijedi i

$$\text{Var}(Y) = a(\varphi)^2 E \left(\frac{Y - b'(\theta)}{a(\varphi)} \right)^2 = a(\varphi)^2 E \left[\left(\frac{\partial l}{\partial \theta} \right)^2 \right] = -a(\varphi)^2 E \left[\frac{\partial^2 l}{\partial \theta^2} \right] = a(\varphi) b''(\theta)$$

što dobivamo koristeći 3.2, 3.3 i činjenicu da vrijedi

$$\frac{\partial^2 l}{\partial \theta^2} = \frac{-b''(\theta)}{a(\varphi)}.$$

Time smo pokazali da za varijancu vrijedi

$$\text{Var}(Y) = a(\varphi) b''(\theta),$$

gdje b'' označava drugu derivaciju funkcije b s obzirom na θ . Vidimo i da očekivanje ne ovisi o φ dok varijanca ovisi o oba parametra. Može se pokazati da je b' neprekidna i invertibilna (čak striktno rastuća funkcija) osim u trivijalnim egzotičnim slučajevima. Zato možemo uvesti novi parametar $\mu = b'(\theta)$ koji nazivamo parametar srednje vrijednosti. Sad je $\theta = b'^{-1}(\mu)$ pa je dobro definirana funkcija varijance $\mu \mapsto V(\mu) = b''(\theta) = b''(b'^{-1}(\mu))$. Dakle, varijanca podataka ima dvije komponente: jednu koja uključuje parametar skaliranja i drugu koja određuje način na koji varijanca ovisi o očekivanju. Kako bi se naglasio utjecaj očekivanja na varijancu, varijancu zapisujemo kao

$$\text{Var}(Y) = a(\varphi) V(\mu).$$

Promotrimo sad primjere eksponencijalnih familija koji će mi biti potrebni za modele koje koristim u testiranju hipoteza.

Normalna i binomna distribucija

Funkcija gustoće **normalne** slučajne varijable jest

$$f_Y(y; \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[\frac{-(y-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] = \exp \left[\frac{y\mu - \mu^2/2}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{y^2}{\sigma^2} + \log 2\pi\sigma^2 \right) \right]$$

što je oblika 3.1 za

$$\begin{aligned} \theta &= \mu \\ \varphi &= \sigma^2 \\ a(\varphi) &= \varphi \\ b(\theta) &= \theta^2/2 \\ c(y, \varphi) &= -\frac{1}{2} \left(\frac{y^2}{\sigma^2} + \log 2\pi\sigma^2 \right) \end{aligned}$$

Dakle, prirodni parametar normalne distribucije je μ a parametar skaliranja σ^2 . Sada koristeći formule izvedene u prethodnom odjeljku izvodimo očekivanje i varijancu normalne distribucije:

$$\begin{aligned} E[Y] &= b'(\theta) = \theta = \mu \\ \text{Var}[Y] &= a(\varphi)b''(\theta) = \varphi = \sigma^2 \end{aligned}$$

Kako bismo mogli prikazati funkciju gustoće **binomne** slučajne varijable kao eksponencijalnu familiju, potrebno je prvo podijeliti binomnu slučajnu varijablu s n . Pretpostavimo zato da je $Z \sim \text{binomna}(n, \mu)$. Stavimo $Y = \frac{Z}{n}$, tako da je $Z = nY$. Diskretna gustoća od Z je $f_Z(z; \theta, \varphi) = \binom{n}{z} \mu^z (1 - \mu)^{n-z}$. Sada je distribucija od Y (za $y = k/n, k = 0, \dots, n$) zadana gustoćom

$$\begin{aligned} f_Y(y; \theta, \varphi) &= \binom{n}{ny} \mu^{ny} (1 - \mu)^{n-ny} = \exp \left[n(y \log \mu + (1 - y) \log(1 - \mu)) + \log \binom{n}{ny} \right] = \\ &= \exp \left[n \left(y \log \left(\frac{\mu}{1 - \mu} \right) + \log(1 - \mu) \right) + \log \binom{n}{ny} \right]. \end{aligned}$$

Uz sljedeće oznake

$$\begin{aligned} \theta &= \log \left(\frac{\mu}{1 - \mu} \right) \\ \varphi &= n \\ a(\varphi) &= \frac{1}{\varphi} \\ b(\theta) &= \log(1 + e^\theta) \\ c(y, \varphi) &= \log \binom{n}{ny} \end{aligned}$$

dobivamo baš oblik 3.1 eksponencijalne familije. Sada lako iščitamo prirodni parametar binomne (a posebno i Bernoullijeve) distribucije $\log \left(\frac{\mu}{1 - \mu} \right)$. Očekivanje je

$$E[Y] = b'(\theta) = \frac{e^\theta}{1 + e^\theta},$$

a funkcija varijance

$$V(\mu) = b''(\theta) = \frac{e^\theta}{(1 + e^\theta)^2} = \mu(1 - \mu).$$

Sada napokon možemo preći na potpunu definiciju generaliziranih linearnih modela.

Generalizirani linearni model

Generalizirani linearni model pretpostavlja da varijable odziva Y opažamo na nezavisan način za različite vrijednosti kovarijate x . Model uključuje sljedeće komponente:

- Kovarijate x mogu biti višedimenzionalne, a na razdiobu odziva Y utječu preko takozvanog linearnog predviditelja $\eta = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_r x_r$, gdje je $x = (x_1, \dots, x_r)$

- Razdioba slučajne varijable Y za dane kovarijate uvijek pripada istoj eksponencijalnoj familiji razdioba
- Očekivanje od Y je glatka i invertibilna funkcija linearnog predviditelja η oblika $b' \circ h$ za neku funkciju h , to jest

$$\begin{aligned}\theta &= h(\eta) \\ \mu &= EY = b'(\theta) = b'(h(\eta))\end{aligned}$$

pa je

$$\mu = g^{-1}(\eta) \text{ odnosno } \eta = g(\mu),$$

za funkciju $g = h^{-1} \circ b'^{-1}$ koju nazivamo funkcija veze.

Kao što je vidljivo gore, u ovom je slučaju i prirodni parametar θ glatka funkcija od η

$$\theta = b'^{-1}(\mu) = h(\eta).$$

Ako je $h \equiv id$, tada je $\theta \equiv \eta$. Funkciju veze $g = b'^{-1}$ u tom slučaju zovemo kanonska funkcija veze.

Linearna regresija s normalnim šumom

U linearnoj regresiji s normalnim šumom odziv Y ima razdiobu kao $\mu + \epsilon$ gdje je $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$, a μ predstavlja očekivanje od Y i ovisi o kovarijatama $x = (x_1, \dots, x_p)$ na sljedeći način

$$\mu = \eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_p.$$

Upravo je to specijalan slučaj generaliziranog linearnog modela kod kojeg je eksponencijalna familija razdioba upravo familija normalnih razdioba a funkcija veze je identiteta $g(\mu) = \mu$.

Logistička regresija

Pretpostavimo da želimo modelirati binarni odziv kao Bernoullijevu slučajnu varijablu. Dakle, moramo odrediti vjerojatnost $\mu = P(Y = 1) = EY$ kao funkciju od kovarijata. Naravno, s obzirom da se radi o vjerojatnosti, ta funkcija mora poprimati vrijednosti u intervalu $[0, 1]$. Model koji se u tom slučaju koristi specificira ovisnost oblika

$$\log \frac{\mu}{1-\mu} = \eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_r x_r, \text{ to jest } \mu = \frac{e^\eta}{1+e^\eta}.$$

Funkciju veze zovemo logit funkcija

$$g(\mu) = \log \frac{\mu}{1-\mu}$$

što je upravo kanonska funkcija veze za binomnu razdiobu.

Linearni predviđitelji i interpretacija parametara

Kao što smo već naveli, u generaliziranim linearnim modelima kovarijate x_i utječu na razdiobu od Y preko linearnog predviđitelja. Ako imamo jednu numeričku kovarijatu ili kontrolnu varijablu x linearni predviđitelj zapisujemo u obliku

$$\beta_0 + \beta_1 x.$$

Ako uz nju imamo još jedan faktor s dvije kategorije onda će linearni predviđitelj imati oblik

$$\alpha_i + \beta x, i = 1, 2$$

gdje konstantu α_1 koristimo za prvu, a α_2 za drugu od te dvije kategorije. Ponekad i utjecaj ostalih faktora ovisi o faktoru, na primjer dob može različito utjecati na varijablu Y za osobe muškog i ženskog spola. Tada kažemo da su te dvije kovarijate u interakciji. Linearni predviđitelj možemo zapisati u obliku

$$\alpha_i + \beta_i x, i = 1, 2$$

gdje se konstante α_i, β_i razlikuju za dvije kategorije. Ako u modelu imamo dva faktora, također je moguće da između njih postoji interakcija. U tom slučaju linearni predviđitelj pisali bismo u obliku

$$\alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij}, i, j = 1, 2, \dots$$

Što se tiče interpretacije parametara, s obzirom da je u jednostavnoj linearnoj regresiji vrijedilo

$$EY_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$$

parametar β_1 lako je interpretirati. Situacija je nešto kompliciranija u slučaju logističke regresije. Kao što smo već naveli, odziv Y ima Bernoullijevu razdiobu s parametrom $\mu = P(Y = 1) = EY$. Radi jednostavnosti pretpostavimo da imamo samo jednu binarnu numeričku kovarijatu $x = 0, 1$ tj neka je $\eta = \beta_0 + \beta_1 x$. Tada je

$$\mu = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x}}$$

pa imamo

$$\mu(x = 1) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1}} \text{ odnosno } \mu(x = 0) = \frac{e^{\beta_0}}{1 + e^{\beta_0}}.$$

Za Bernoullijevu slučajnu varijablu Y ponekad se računaju izgledi

$$\text{odds}(Y) = \frac{\mu}{1-\mu}$$

Sada se za dvije Bernoullijeve slučajne varijable Y i Y' s vjerojatnostima uspjeha μ i μ' može definirati omjer izgleda sa

$$\text{odds ratio}(Y, Y') = \frac{\frac{\mu}{1-\mu}}{\frac{\mu'}{1-\mu'}}.$$

Posebno, ako je $Y_1 \sim \text{Ber}(\mu(x = 1))$ i $Y_0 \sim \text{Ber}(\mu(x = 0))$ iz prije pokazanog slijedi

$$\text{odds ratio}(Y_1, Y_0) = e^{\beta_1},$$

to jest izgledi odziva Y su za ovaj faktor veći (manji) ako je $x = 1$.

3.2 Procjena i odabir modela

Procjena parametara

Uobičajena procedura za procjenu parametara u generaliziranim linearnim modelima je korištenje maksimuma funkcije vjerodostojnosti. U primjeru linearne regresije procjena parametara relativno je jednostavan zadatak, dok općenito pronaći maksimume nije lako i često se moraju koristiti numerički algoritmi. Pogledajmo sad proces procjene parametara u linearnoj regresiji. Uz pretpostavku da podaci $\mathbf{y} = (y_i)$ slijede model

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i,$$

njihova je funkcija log-vjerodostojnosti oblika

$$l(\mathbf{y}; \beta_0, \beta_1, \sigma^2) = \sum_{i=1}^n -\frac{\log \sigma^2}{2} - \frac{(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2}{2\sigma^2}$$

Da bismo pronašli procjenitelje za β_0 i β_1 možemo derivirati gornju funkciju po tim parametrima. Očito je da zbog oblika funkcije l , dobiveni procjenitelji $\hat{\beta}_0$ i $\hat{\beta}_1$ neće ovisiti o σ^2 . Dakle, procjenitelje dobijemo minimizirajući izraz

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2.$$

Uočimo, dobiveni procjenitelji upravo su rezultat metode najmanjih kvadrata. Kako bismo izmjerili kvalitetu podudaranja podataka s modelom i procjeniteljima, koristimo sumu

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2$$

koju zovemo residual sum of squares (u nastavku oznaka RSS). Model s proizvoljno mnogo parametara odnosno kovarijata u teoriji mogao bi postići savršenu predikciju opaženih odziva tj. riješiti sustav

$$y_i = g^{-1}(\eta_i) = g^{-1}(\beta_1 x_{i,1} + \dots + \beta_r x_{i,r})$$

Takav model naziva se zasićeni. Usporedbom zasićenog modela s našim dobivenim, možemo saznati koliko je on dobar. Kako model s većim brojem parametara u sebi kao svoj restringirani podmodel uključuje model s manjim brojem parametara, za njihove log-vjerodostojnosti vrijedi

$$\hat{l} \geq \hat{l}_0$$

gdje je \hat{l} log-vjerodostojnost modela s većim, a \hat{l}_0 modela s manjim brojem parametara. Objе su vrijednosti naravno manje od \hat{l}_F log-vjerodostojnosti zasićenog modela.

Devijanca i odabir modela

Označimo s \hat{l} maksimiziranu log-vjerodostojnost koju smo postigli s našim procjeniteljima, te s \hat{l}_F maksimiziranu log-vjerodostojnost u zasićenom modelu. Skaliranu devijancu našeg modela definiramo s

$$d_M = 2(\hat{l}_F - \hat{l}).$$

Neskalirana devijanca našeg modela definira se kao

$$D_M = d_M \varphi.$$

U slučaju linearne regresije, devijanca D_M točno je jednaka RSS. Neskalirana devijanca ne ovisi o parametru φ . Nakon što odaberemo model i procijenimo mu parametre, trebamo odrediti koje od kovarijata su zaista bitne u modeliranju odziva a koje možemo izbaciti. Da bismo to napravili, pretpostavimo da imamo p kontroliranih varijabli, tako da je linearni procjenitelj oblika

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_p.$$

Pretpostavimo da smo maksimiziranjem funkcije log-vjerodostojnosti pronašli procjenitelje $\hat{\beta}_i$ i dosegli maksimum \hat{l} .

Želimo testirati hipotezu $H_0 : \beta_{q+1} = \dots = \beta_p = 0$. Testiranje provodimo u tri koraka:

- 1) Koristeći proceduru određivanja maksimuma funkcije vjerodostojnosti procijenimo parametre u punom i restringiranom modelu
- 2) Nađemo maksimalnu log-vjerodostojnost u punom \hat{l} i restringiranom modelu \hat{l}_0

- 3) Izračunamo statistiku omjera vjerodostojnosti

$$2(\hat{l} - \hat{l}_0).$$

Ako je ona iznad kritične vrijednosti za odabrani nivo značajnosti i razdiobu χ^2 sa $p - q$ stupnjeva slobode odbacujemo nul hipotezu. U tom slučaju zaključujemo da je bolji puni model od restringiranog.

Uočimo da je testna statistika upravo razlika devijanci

$$2(\hat{l} - \hat{l}_0) = d_{M_0} - d_M$$

Test u zadnjem koraku egzaktna je samo za normalnu razdiobu, inače je korektan samo asimptotski. Kad bismo test bazirali na razlici neskaliranih devijanci dobili bismo potpuno isti izraz. Napomenimo da je za određivanje neskaliranih devijanci potrebno znati φ koji nekad moramo prvo procijeniti. U tom slučaju test obavljamo u odnosu na F razdiobu. Prilikom testiranja značajnosti parametara u modelu važno je paziti na redoslijed uvođenja novih komponenata u model.

U ovom poglavlju definirani su generalizirani linearni modeli te njegove sastavnice. Posebno je važno za potrebe striktna i potpuna definicije generaliziranih linearnih modela bilo definirati i objasniti eksponencijalne familije, pa je jedno poglavlje posvećeno upravo tome. To je učinjeno s posebnim naglaskom na prikaz normalne i binomne distribucije kao eksponencijalnih familija s obzirom da se upravo one koriste u linearnoj regresiji i logit generaliziranom linearnom modelu pomoću kojih testiramo hipoteze (vidi poglavlje Podaci i hipoteze). Također, objašnjeno je kako interpretiramo parametre te kako ih procijenjujemo. Za kraj, opisano je kako pomoću razlike devijanci biramo najbolji model za naše podatke. Cijeli opisani postupak automatiziran je u programskom paketu R koji će se koristiti za testiranje u posljednjem poglavlju ovog rada. Prije testiranja, cilj je grafički prikazati podatke zavisnih i nezavisnih varijabli kako bi se lakše predvidjeli ishodi testiranja. Stoga je iduće poglavlje rada posvećeno deskriptivnoj statistici.

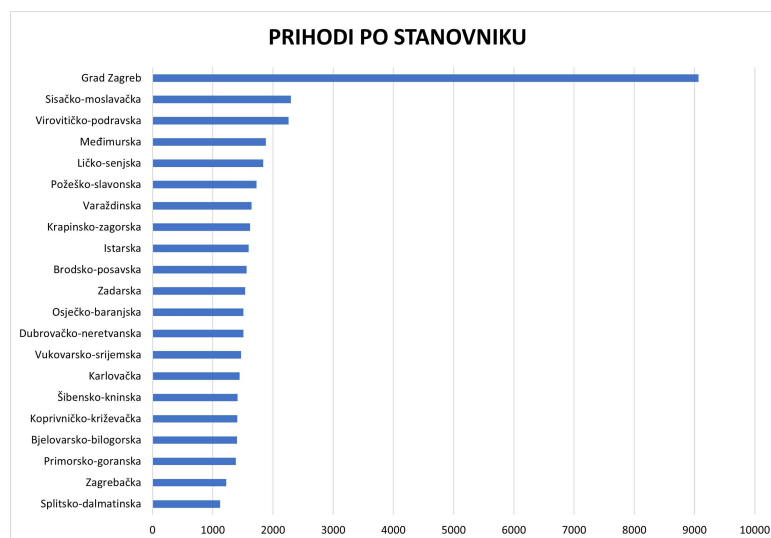
Poglavlje 4

Deskriptivna statistika

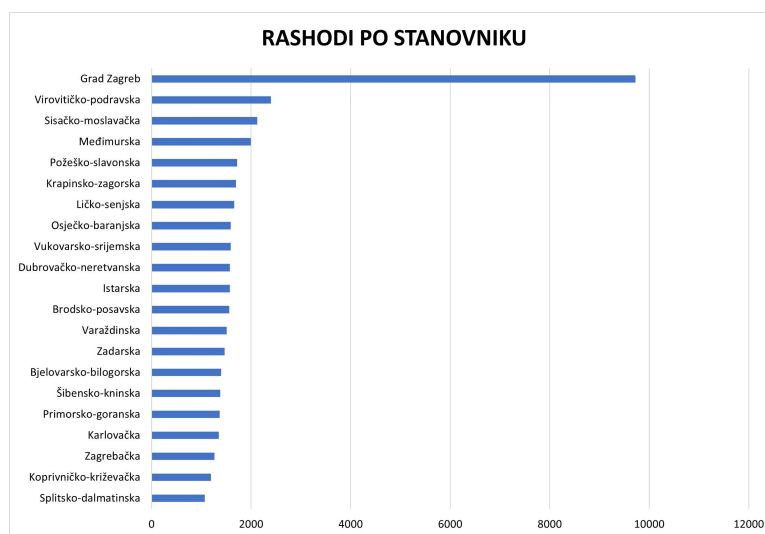
U ovom poglavlju cilj je grafički prikazati podatke te na taj način obrazložiti motivaciju iza nekih od hipoteza navedenih u poglavlju Podaci i hipoteze. Za početak se promatra kako se ponašaju podaci zavisnih varijabli a zatim se promatra i njihovo ponašanje s obzirom na neke odabrane nezavisne varijable.

4.1 Županije

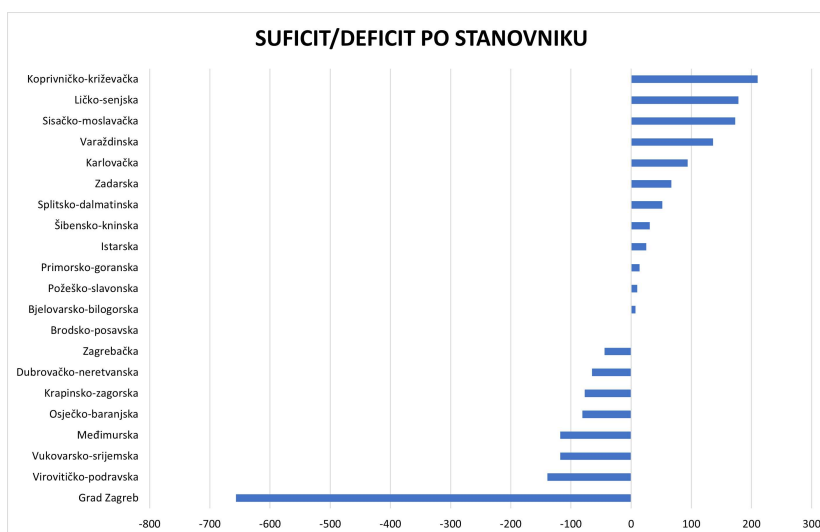
Na idućim grafovima prikazani su redom proračunski prihodi, proračunski rashodi te proračunski suficit odnosno deficit po stanovniku svih županija RH.



Graf 4.1: Proračunski prihodi po stanovniku županija RH u 2020. (u HRK)

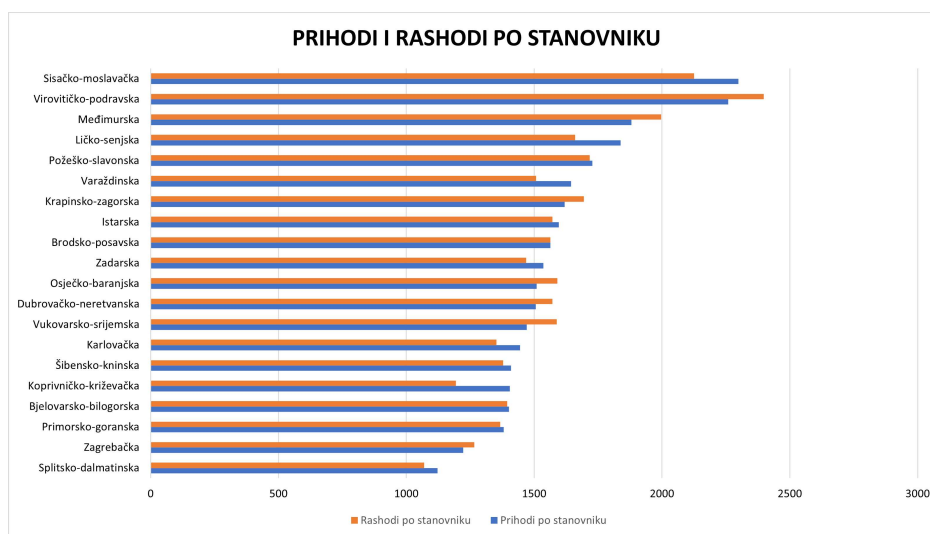


Graf 4.2: Proračunski rashodi po stanovniku županija RH u 2020. (u HRK)



Graf 4.3: Proračunski suficit/deficit po stanovniku županija RH u 2020. (u HRK)

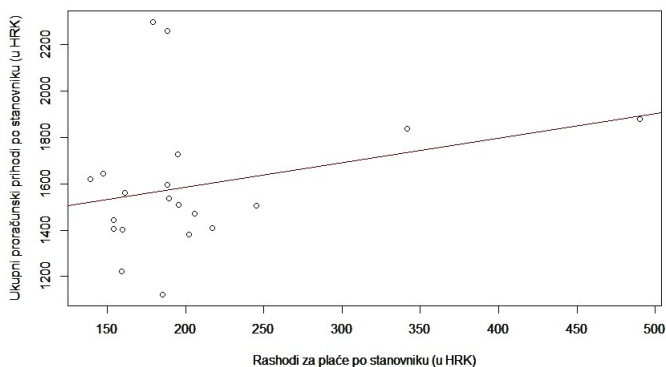
Na temelju grafova 4.1, 4.2 i 4.3 može se zaključiti da među svim danim podacima Grad Zagreb, koji je ujedno i grad i županija, jako iskače. Dakle, bilo bi ga dobro - radi bolje uspješnosti daljnjih testova - isključiti iz analize u kategoriji županija. Bolje stanje stvari vidi se na grafu koji slijedi, a na kojoj su istovremeno prikazani i proračunski prihodi i proračunski rashodi po stanovniku županija RH, ali sada bez Grada Zagreba koji je očito *outlier*.



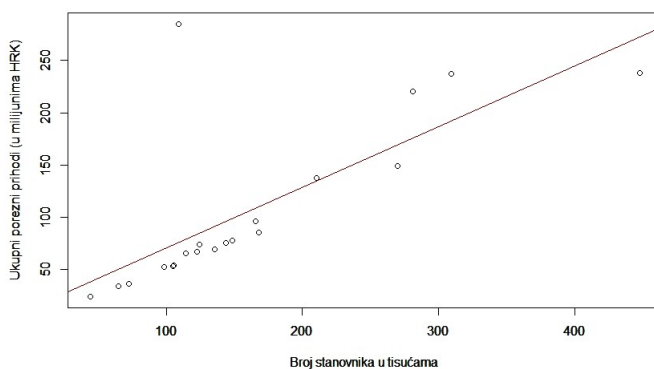
Graf 4.4: Proračunski prihodi i rashodi po stanovniku županija RH u 2020. (u HRK)

Na grafu 4.4 uočava se da po proračunskim prihodima i rashodima po stanovniku prednjače županije Sisačko-moslavačka te Virovitičko-podravska. Sisačko-moslavačka županija je 2020. završila u proračunskom suficitu dok je Virovitičko-podravska županija pak završila u proračunskom deficitu. Navedene činjenice potvrđuju svi do sada prikazani grafovi (4.1, 4.2, 4.3 i 4.4). Također, vidi se da je najmanje proračunske prihode i rashode po stanovniku 2020. imala Splitsko-dalmatinska županija. Koprivničko-križevačka županija je iste godine završila s najvećim proračunskim suficitom po stanovniku dok je, isključujući grad Zagreb, Virovitičko-podravska županija završila u najvećem proračunskom deficitu po stanovniku.

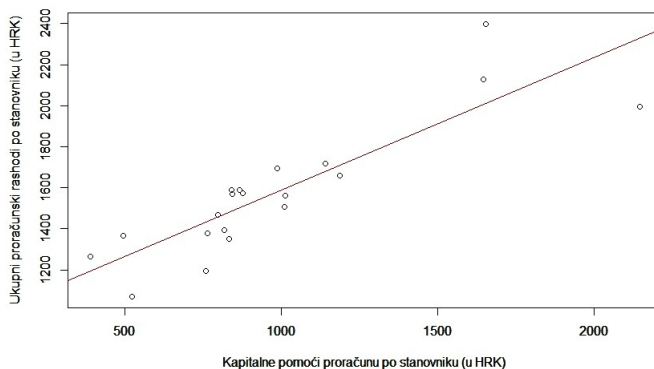
U nastavku je odabrano par nezavisnih varijabli koje se koriste u testiranju hipoteza te su iste prikazane na grafu zajedno sa zavisnim varijablama i regresijskim pravcem. Na taj način može se odmah pretpostaviti kakvi će biti ishodi hipoteza. Kao gore, Grad Zagreb se izbacuje s obzirom da su mu vrijednosti varijabli puno veće ili manje od vrijednosti varijabli svih ostalih županija.



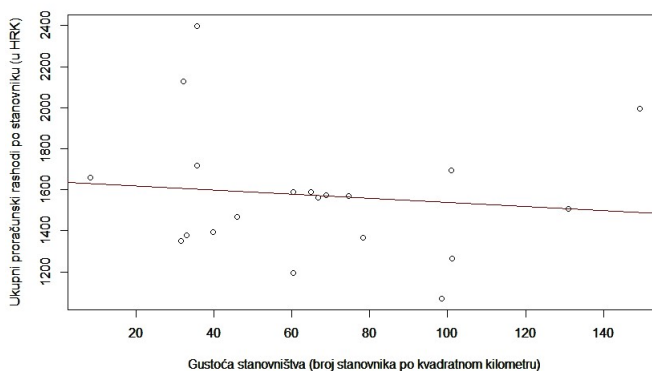
Graf 4.5.1: Grafički prikaz rashoda za plaće po stanovniku i proračunskih prihoda po stanovniku za županije



Graf 4.5.2: Grafički prikaz broja stanovnika i poreznih prihoda za županije



Graf 4.5.3: Grafički prikaz kapitalnih pomoći proračunu po stanovniku i proračunskih rashoda po stanovniku za županije

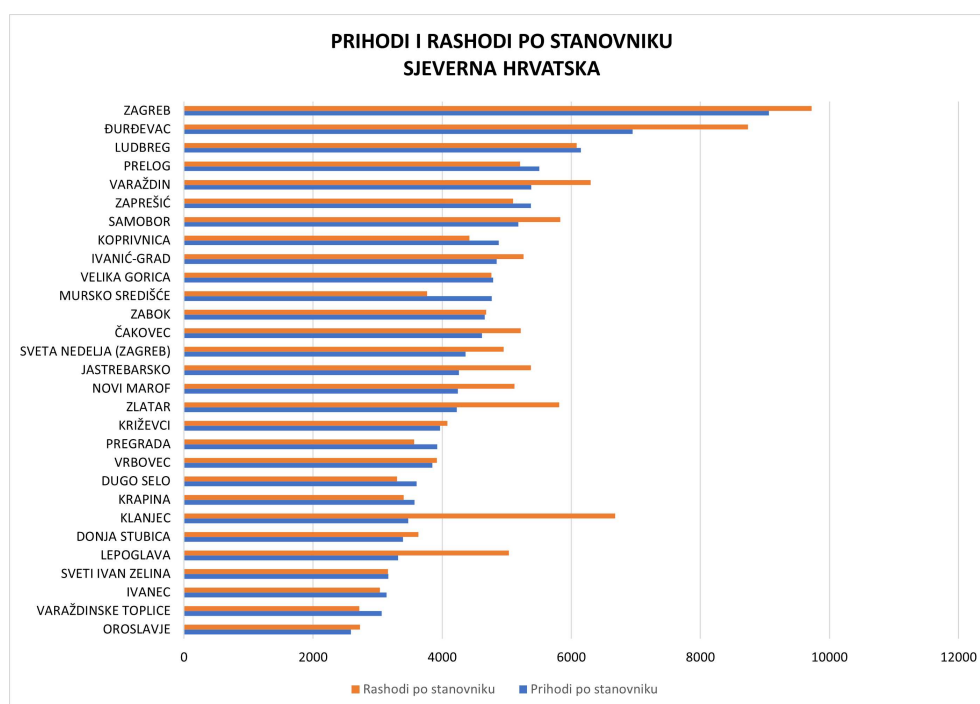


Graf 4.5.4: Grafički prikaz gustoće stanovništva i proračunskih rashoda po stanovniku za županije

Na grafu 4.5.1 vidi se da su podaci dosta raspršeni te podudaranje podataka s regresijskim pravcem i nije baš lako vidjeti. Rastući se trend puno lakše uočava na grafu 4.5.2, pa očekujemo da će druga hipoteza biti potvrđena, odnosno da što je veći broj stanovnika, to su veći porezni prihodi županija. Slična situacija može se vidjeti na grafu 4.5.3, pa se može predvidjeti i da će odgovarajući dio treće hipoteze biti istinit, to jest da što je veća kapitalna pomoć proračunu po stanovniku, to su veći proračunski rashodi po stanovniku. Na grafu 4.5.4 vide se podaci koji su raspršeni toliko da je teško uočiti ikakav trend. Po regresijskom pravcu vidi se da vrijedi pretpostavljeno - što je veća gustoća stanovništva, to su proračunski rashodi županije manji. Ipak, zbog slabog podudaranja, ne može se pretpostaviti da će četvrta hipoteza vrijediti.

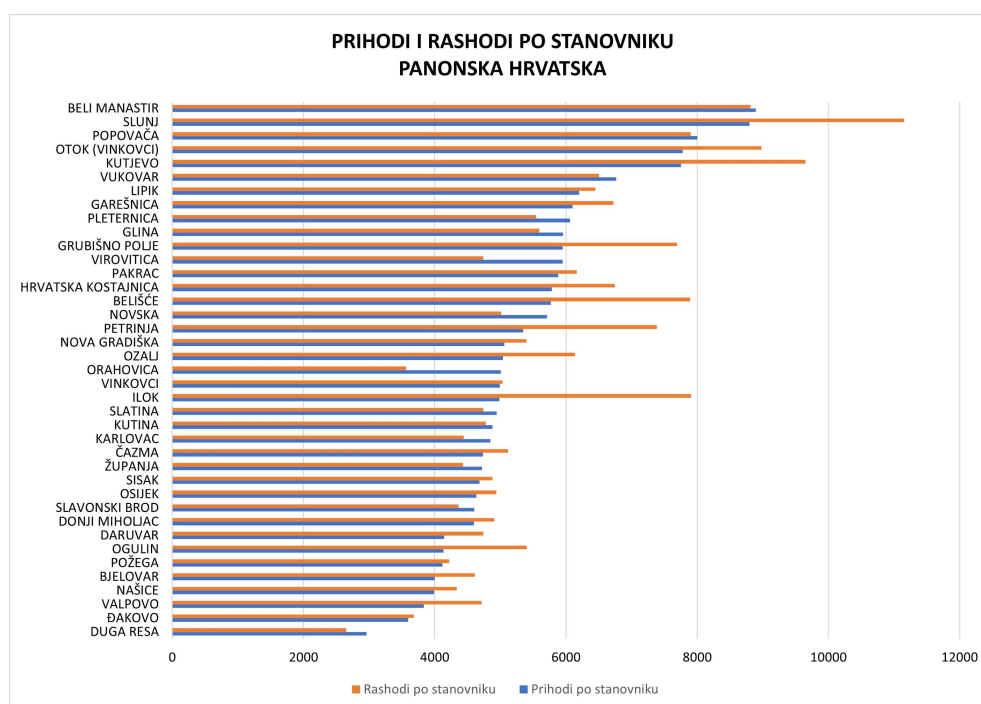
4.2 Gradovi

Kao i za slučaj županija, na početku se grafički prikazuju proračunski prihodi, proračunski rashodi te proračunski suficit odnosno deficit po stanovniku svih gradova RH. S obzirom da je podataka sad puno više, grafovi su nacrtani po regijama RH.



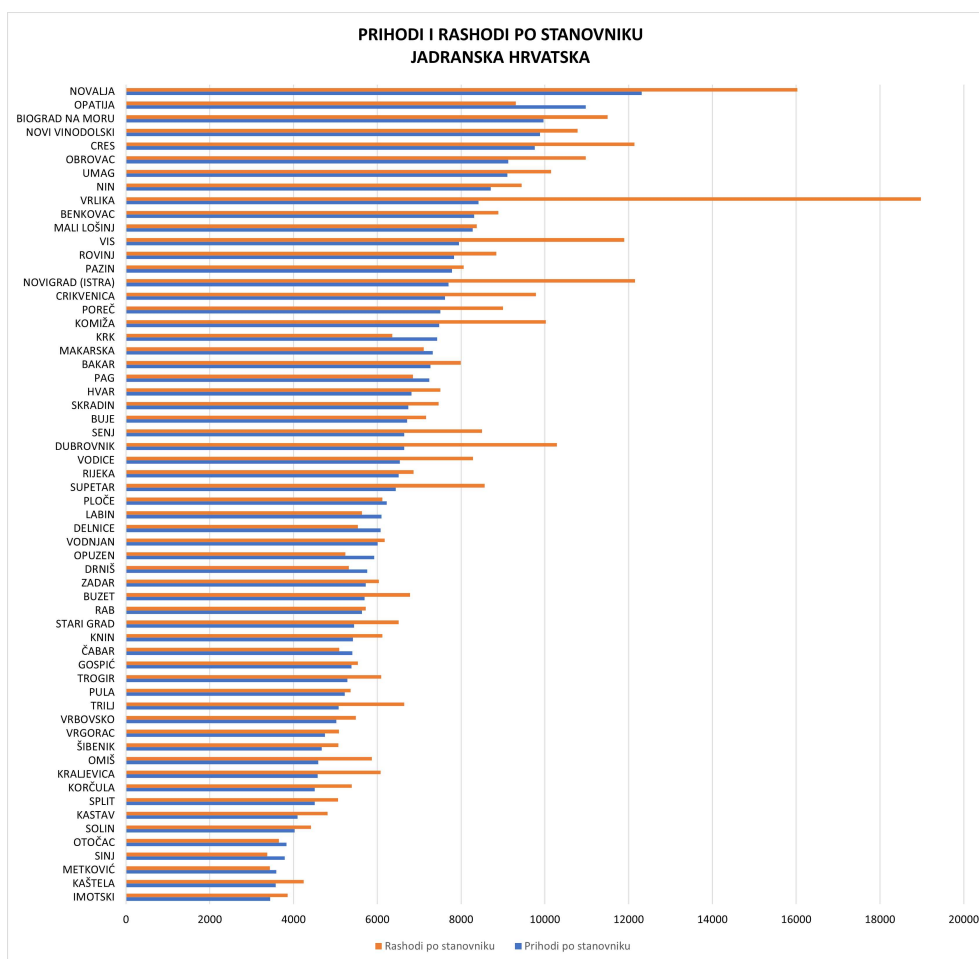
Graf 4.6: Proračunski prihodi i rashodi po stanovniku gradova Sjeverne Hrvatske u 2020. (u HRK)

Iz podataka (graf 4.6) može se vidjeti da u Sjevernoj Hrvatskoj grad Zagreb ima najveće proračunske prihode po stanovniku, kao i najveće proračunske rashode po stanovniku. Najveći proračunski suficit po stanovniku ostvario je grad Murško Središće dok je u najvećem proračunskom deficitu po stanovniku završio grad Klanjec.



Graf 4.7: Proračunski prihodi i rashodi po stanovniku gradova Panonske Hrvatske u 2020. (u HRK)

U Panonskoj Hrvatskoj najveće proračunske prihode po stanovniku imao je grad Beli Manastir, a najveće proračunske rashode po stanovniku grad Slunj. Najveći je proračunski deficit po stanovniku ostvario grad Ilok, dok je u najvećem proračunskom suficitu po stanovniku završio grad Orahovica.



Graf 4.8: Proračunski prihodi i rashodi po stanovniku gradova Jadranske Hrvatske u 2020. (u HRK)

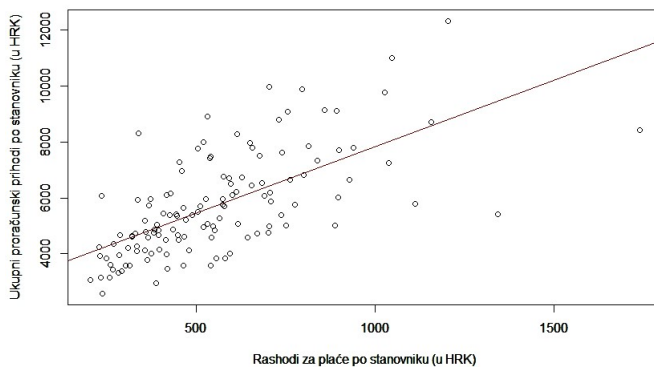
Kao što je prikazano na grafu 4.8, na području Jadranske Hrvatske, najveće proračunske prihode po stanovniku imao je grad Novalja a najveće proračunske rashode po stanovniku grad Vrlika. Grad Vrlika također je završio i u najvećem proračunskom deficitu po stanovniku, dok je najveći proračunski suficit po stanovniku imao grad Opatija.

Usporedbom vrijednosti svih gradova u svim regijama, dobiva se da je najveće proračunske prihode po stanovniku imao grad Novalja, najveće proračunske rashode po stanovniku grad Vrlika koji ujedno ima i najveći proračunski deficit po stanovniku. U najvećem proračunskom suficitu po stanovniku završio je grad Opatija.

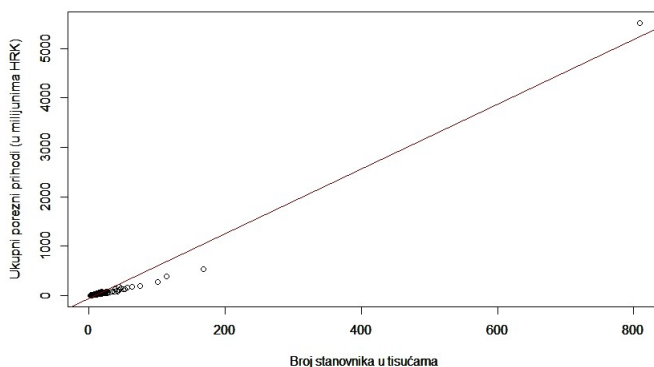
Zanimljiva stvar koja se može uočiti je da kad grad Zagreb promatramo ne kao županiju nego kao grad, njegove vrijednosti ne odskakuju toliko od vrijednosti ostalih gradova. Dakle,

ima smisla Zagreb svrstati u kategoriju grada te testirati hipoteze na taj način.

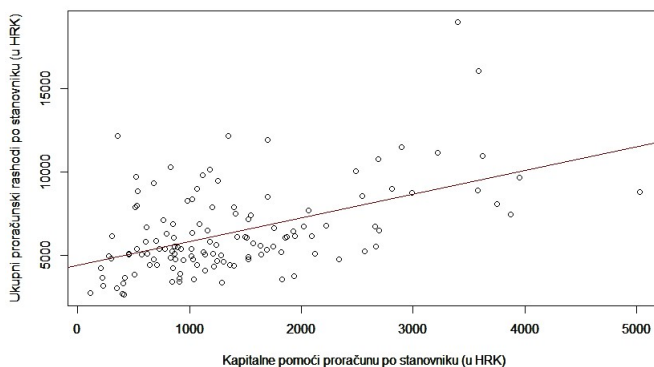
U nastavku su nacrtani grafovi identični onima za županije s podacima za gradove.



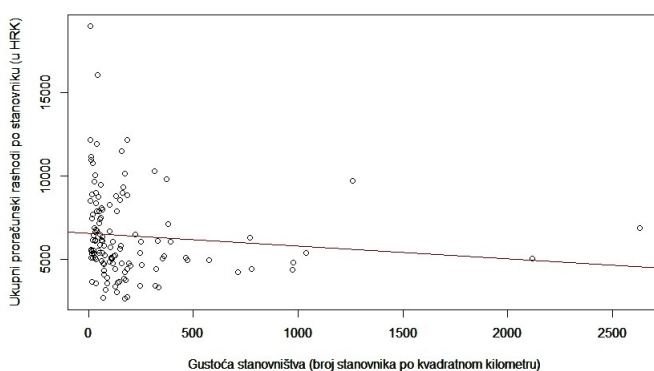
Graf 4.9.1: Grafički prikaz rashoda za plaće po stanovniku i proračunskih prihoda po stanovniku za gradove



Graf 4.9.2: Grafički prikaz broja stanovnika i poreznih prihoda za gradove



Graf 4.9.3: Grafički prikaz kapitalnih pomoći proračunu po stanovniku i proračunskih rashoda po stanovniku za gradove



Graf 4.9.4: Grafički prikaz gustoće stanovništva i proračunskih rashoda po stanovniku za gradove

Za razliku od županija, kod gradova situacija na prvom grafu (graf 4.9.1) puno je bolja, jasnije se vidi da proračunski prihodi po stanovniku rastu kako rastu rashodi za plaće po stanovniku. Na grafu 4.9.2 je pak situacija sad nešto gora nego u slučaju županija s obzirom da se jasno vidi jedan *outlier*. Ipak, vidi se rastući trend podataka i pravac dobro prati podatke. Na grafu 4.9.3 podaci su nešto raspršeniji no svejedno je jasno da proračunski rashodi po stanovniku gradova rastu kako raste kapitalna pomoć po stanovniku. Kao što je to bio slučaj i za županije, niti za gradove se ne može reći da je poklapanje podataka s regresijskim pravcem na grafu 4.9.4 zadovoljavajuće.

4.3 Općine

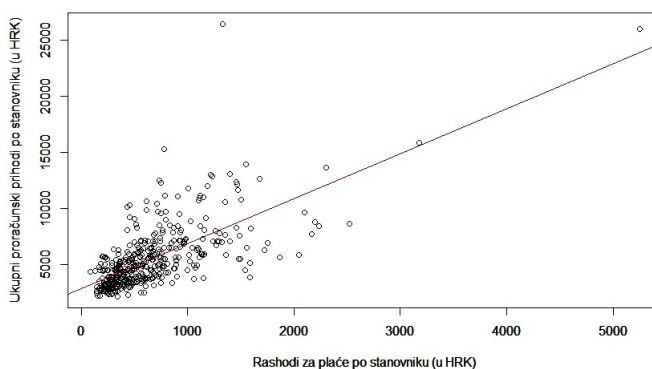
U ovom odjeljku cilj je nacrtati analogne grafove kao što su nacrtani u slučaju županija i gradova. S obzirom da RH čini 428 općina, zbog opsežnosti su podaci o proračunskim prihodima, proračunskim rashodima, proračunskom suficitu i deficitu po stanovniku prikazani tablično. Preciznije, u tablici 4.1 na idućoj stranici prikazani su podaci općina koje su ostvarile najveće proračunske prihode, proračunske rashode, proračunski suficit i proračunski deficit po stanovniku, i to redom po županijama RH.

ŽUPANIJA	PRIHODI PO STANOVNIKU		RASHODI PO STANOVNIKU		SUFICIT PO STANOVNIKU		DEFICIT PO STANOVNIKU	
Splitsko-dalmatinska	SUTIVAN	13,67	SUTIVAN	14,54	CISTA PROVO	1,28	LEČEVICA	-3,62
Zagrebačka	ŽUMBERAK	5,94	FARKAŠEVAC	6,38	KRAVARSKO	2,15	FARKAŠEVAC	-1,62
Primorsko-goranska	FUŽINE	13,07	VRBNIK	14,33	OMIŠALJ	1,64	RAVNA GORA	-6,24
Bjelovarsko-bilogorska	ŠANDROVAC	8,30	ŠANDROVAC	10,67	SEVERIN	1,52	ŠANDROVAC	-2,37
Koprivničko-križevačka	KALINOVAC	8,42	MOLVE	8,65	PODRAVSKE SESVETE	1,06	MOLVE	-2,12
Šibensko-kninska	CIVLIANE	26,03	CIVLIANE	25,80	PROMINA	3,79	ROGOZNICA	-5,68
Karlovačka	SABORSKO	26,43	SABORSKO	26,13	LASINJA	1,94	PLAŠKI	-0,92
Vukovarsko-srijemska	LOVAS	9,68	LOVAS	9,77	NIJEMCI	1,89	VOĐINCI	-1,81
Dubrovačko-neretvanska	DUBROVAČKO PRIMORJE	10,28	DUBROVAČKO PRIMORJE	9,05	ZAŽABLJE	1,42	MLJET	-1,16
Osječko-baranjska	JAGODNJAK	10,56	MARIJANCI	12,74	FERIČANCI	1,78	MARIJANCI	-4,13
Zadarska	KOLAN	12,63	JASENICE	15,26	PREKO	3,16	JASENICE	-4,08
Brodsko-posavska	DRAGALIĆ	6,54	REŠETARI	9,20	BEBRINA	1,79	REŠETARI	-2,97
Istarska	VRSAR	11,65	FUNTANA	16,93	KAŠTELIR - LABINCI	2,77	GROŽNJAN	-5,89
Krapinsko-zagorska	BUDINŠČINA	5,71	BUDINŠČINA	6,77	KONJŠČINA	1,15	ZLATAR BISTRICA	-3,06
Varaždinska	LJUBEŠČICA	5,47	LJUBEŠČICA	6,75	TRNOVEC BARTOLOVEČKI	0,82	VISOKO	-2,94
Požeško-slavonska	KAPTOL	4,60	KAPTOL	4,89	BRESTOVAC	0,49	KAPTOL	-0,29
Ličko-senjska	PREUŠIĆ	15,27	PREUŠIĆ	16,86	UDBINA	1,98	VRHOVINE	-1,73
Međimurska	ŠTRIGOVA	5,02	ŠTRIGOVA	7,08	KOTORIBA	1,10	ŠTRIGOVA	-2,06
Virovitičko-podravska	CRNAC	7,79	ČAĐAVICA	7,90	VOĆIN	1,76	ČAĐAVICA	-3,39
Sisačko-moslavačka	JASENOVAC	10,92	JASENOVAC	9,10	JASENOVAC	1,82	MAJUR	-2,06

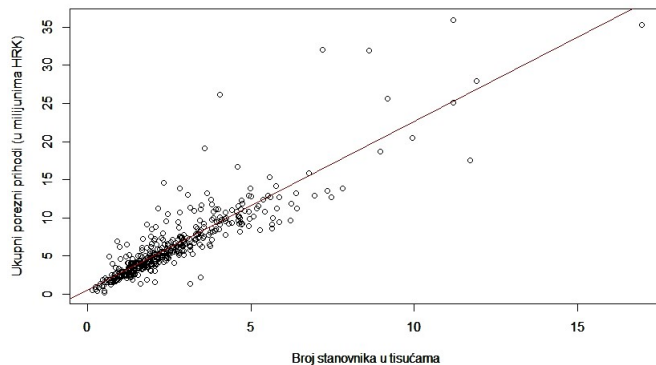
Tablica 4.1: Najveći proračunski prihodi, proračunski rashodi, proračunski suficit i proračunski deficit po stanovniku općina RH U 2020. (u tisućama HRK)

Osim što su prikazane općine koje unutar svoje županije imaju najveće proračunske prihode, proračunske rashode, najveći proračunski suficit i najveći proračunski deficit po stanovniku, crvenom su bojom označene i vrijednosti onih općina koje ostvaruju maksimume na području cijele RH. Dakle, u tablici 4.1 vidi se da općina Saborsko u RH ima najveće proračunske prihode ali i proračunske rashode po stanovniku. Općina Promina u cijeloj RH ostvarila je najveći proračunski suficit po stanovniku, dok je općina Ravna Gora završila u najvećem proračunskom deficitu po stanovniku. Zanimljivost koja se također može uočiti u tablici 4.1 jest da je u 9 od 21 županija, općina koja je ostvarila najveće proračunske rashode po stanovniku upravo općina koja je završila u najvećem proračunskom deficitu po stanovniku. Takve općine su redom Farkaševac u Zagrebačkoj županiji, Šandrovac u Bjelogorsko-bilogorskoj, Molve u Koprivničko-križevačkoj, Marijanci u Osječko-baranjskoj, Jasenice u Zadarskoj, Rešetari u Brodsko-posavskoj, Kaptol u Požeško-slavonskoj, Štrigova u Međimurskoj te Čađavica u Virovitičko-podravskoj županiji. Takva činjenica dobra je motivacija za testiranje alternativne pete hipoteze (vidi poglavlje Podaci i hipoteze) koja bi mogla tvrditi da što su proračunski rashodi po stanovniku veći, to je i veća vjerojatnost ostvarenja proračunskog deficita (dok se u petoj hipotezi tvrdi da što su veći proračunski prihodi po stanovniku, to je manja vjerojatnost ostvarenja proračunskog deficita).

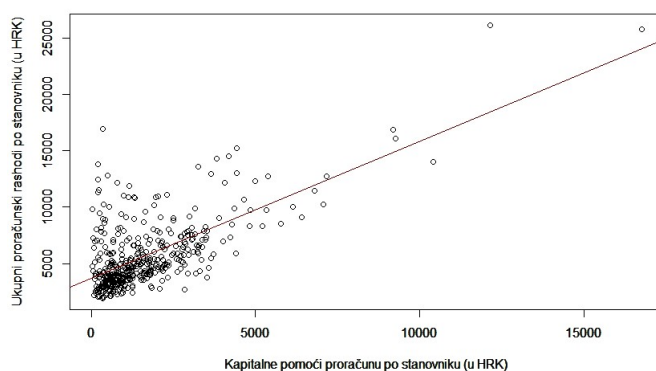
U nastavku još jednom kao i za županije i gradove, nacrtani su grafovi koji prikazuju odnos odabranih nezavisnih i zavisnih varijabli.



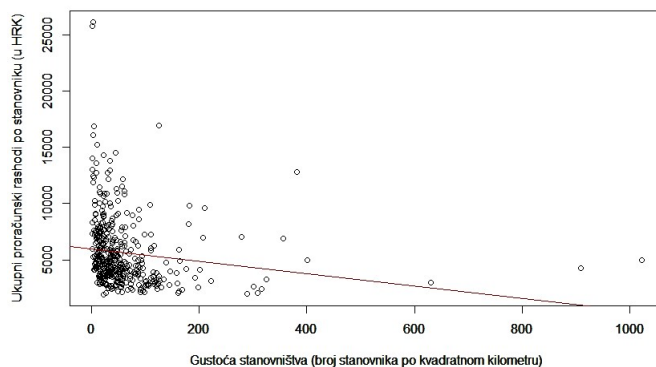
Graf 4.10.1: Grafički prikaz rashoda za plaće po stanovniku i proračunskih prihoda po stanovniku za općine



Graf 4.10.2: Grafički prikaz broja stanovnika i poreznih prihoda za općine



Graf 4.10.3: Grafički prikaz kapitalnih pomoći proračunu po stanovniku i proračunskih rashoda po stanovniku za općine



Graf 4.10.4: Grafički prikaz gustoće stanovništva i proračunskih rashoda po stanovniku za općine

Odmah se može uočiti da se podaci za općine ponašaju najbolje, odnosno da ih regresijski pravac najbolje opisuje. Iz prva tri grafa (grafovi 4.10.1, 4.10.2 i 4.10.3) jasno se vidi rastući trend podataka pa se očekuju sljedeći ishodi hipoteza: Što su veći rashodi za plaće po stanovniku općine, to su veći proračunski prihodi po stanovniku općine, što je veći broj stanovnika općine, to su veći ukupni porezni prihodi općine te što je veća kapitalna pomoć proračunu po stanovniku općine, to su veći proračunski rashodi po stanovniku općine. Kao i ranije, na grafu 4.10.4 može se primjetiti da je regresijski pravac padajući međutim podaci mu ne odgovaraju u potpunosti. Ipak, konačan zaključak će se donijeti testiranjem odgovarajuće hipoteze.

U ovom je poglavlju dakle napravljena analiza zavisnih i nekih nezavisnih varijabli njihovim grafičkim prikazivanjem. Izvedeni su neki bitni zaključci koji se koriste u nastavku. Na prvom mjestu, što se tiče samog razvrstavanja podataka, zaključuje se da u daljnjem testiraju Zagreb ima smisla svrstati u kategoriju grada više nego u kategoriju županije. Za ostale županije očekuju se sljedeći rezultati:

- Što su veći rashodi za plaće po stanovniku, to su veći proračunski prihodi po stanovniku. Međutim, ne očekuje se da će u modelu gdje su proračunski prihodi po stanovniku zavisna varijabla, nezavisna varijabla rashoda za plaće po stanovniku biti značajna.
- Što je veći broj stanovnika, to su veći ukupni porezni prihodi. Očekuje se da će u modelu gdje su ukupni porezni prihodi zavisna varijabla, nezavisna varijabla broja stanovnika biti značajna.
- Što su veće kapitalne pomoći proračunu po stanovniku, to su veći proračunski rashodi po stanovniku. U modelu u kojemu su ukupni proračunski rashodi po stanovniku zavisna varijabla, za očekivati je da će nezavisna varijabla kapitalnih pomoći proračunu po stanovniku biti značajna.
- Što je veća gustoća stanovništva, to su manji proračunski rashodi po stanovniku. U modelu u kojemu su proračunski rashodi po stanovniku zavisna varijabla, ne očekuje se da će nezavisna varijabla gustoće stanovništva biti značajna.

Što se tiče gradova, prikaz podataka navodi nas na sljedeće zaključke:

- Što su veći rashodi za plaće po stanovniku, to su veći proračunski rashodi po stanovniku. U modelu u kojemu su proračunski rashodi po stanovniku zavisna varijabla, očekuje se da će nezavisna varijabla rashoda za plaće po stanovniku biti značajna.
- Što je veći broj stanovnika, to su veći porezni prihodi. Očekuje se da će u modelu gdje su ukupni porezni prihodi zavisna varijabla, nezavisna varijabla broja stanovnika biti značajna.

- Što su veće kapitalne pomoći proračunu po stanovniku, to su veći proračunski rashodi po stanovniku. U modelu u kojemu su ukupni proračunski rashodi po stanovniku zavisna varijabla, za očekivati je da će nezavisna varijabla kapitalnih pomoći proračunu po stanovniku biti značajna.
- Što je veća gustoća stanovništva, to su manji proračunski rashodi po stanovniku. Ipak, u modelu u kojemu su proračunski rashodi po stanovniku zavisna varijabla, ne očekuje se da će nezavisna varijabla gustoće stanovništva biti značajna.

U slučaju općina zaključci su za prve tri tvrdnje isti dok za četvrtu možda dobijemo nešto bolji rezultat:

- Što je veća gustoća stanovništva, to su manji proračunski rashodi po stanovniku. U modelu u kojemu su proračunski rashodi po stanovniku zavisna varijabla, moguće je da će nezavisna varijabla gustoće stanovništva biti značajna.

Nakon napravljene deskriptivne statistike i izvedenih zaključaka, slijedi posljednje poglavlje ovog rada u kojem se izvode formalni testovi koji će povrditi ili opovrgnuti upravo izložene tvrdnje.

Poglavlje 5

Testiranje hipoteza

U poglavlju koje slijedi pet hipoteza navedenih u poglavlju Podaci i hipoteze testirano je prvo na županijama a zatim na gradovima i općinama, čime za svaku hipotezu postoji po tri modela. Testiranje se izvodi korištenjem statističkog programa R, u kojemu je odabrana funkcija `glm` za generalizirane linearne modele. Za linearnu regresiju koristi se eksponencijalna familija normalnih razdioba (u R-u *family=gaussian*), te identiteta kao funkcija veze, dok se kod logit generaliziranog linearnog modela koristi binomna eksponencijalna familija (u R-u *family=binomial*) te logit funkcija veze (u R-u *link=logit*). Također, valja napomenuti da su korištene varijable u testiranju izračunate po stanovniku (tamo gdje to naravno ima smisla), kako bi se rezultati za županije, odnosno gradove i općine mogli bolje uspoređivati.

5.1 Hipoteza 1

U prvoj hipotezi promatraju se nezavisne varijable kapitalnih izdataka po stanovniku, rashoda za plaće po stanovniku te proračunske transparentnosti. Cilj je vidjeti njihov utjecaj na zavisnu varijablu proračunskih prihoda po stanovniku. Kod postavljanja hipoteze očekivanja su bila da što su veće vrijednosti nezavisnih varijabli, to su proračunski prihodi po stanovniku lokalnih jedinica veći. U prethodnom su poglavlju prikazani grafovi odnosa rashoda za plaće po stanovniku te proračunskih prihoda po stanovniku pa se na temelju toga očekuju sljedeći ishodi:

- U slučaju županija varijabla rashodi za plaće po stanovniku neće biti značajna u modelu
- U slučaju gradova očekujemo da će varijabla rashodi za plaće po stanovniku biti značajna

- U slučaju općina očekujemo da će varijabla rashodi za plaće po stanovniku biti značajna

Pokretanje koda u programskom paketu R izgleda kao na slici niže (slika 5.1). Kod je pokrenut za županije a vrlo slično izgleda kad se pokreće za gradove i općine, kao i za ostale hipoteze.

```
Call:
glm(formula = Prihodi.po.stanovniku ~ Kapitalni.izdaci.po.stanovniku +
     Izdaci.za.place.po.stanovniku + Transparentnost, family = "gaussian")

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-400.80 -128.80  -27.99   53.20  749.90

Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)      3839.70203  2100.96213   1.828  0.0863
Kapitalni.izdaci.po.stanovniku  0.09895    0.32530   0.304  0.7649
Izdaci.za.place.po.stanovniku -0.32115    1.08254  -0.297  0.7705
Transparentnost    -452.09335   414.27865  -1.091  0.2913
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 72175.67)

Null deviance: 1670475  on 19  degrees of freedom
Residual deviance: 1154811  on 16  degrees of freedom
AIC: 286.03

Number of Fisher Scoring iterations: 2
```

Slika 5.1: Kod za prvu hipotezu za županije, potpuni model

Kao što se vidi na slici 5.1, pokretanjem funkcije *glm* na županijama, dobivaju se rezultati koji su, skupa s rezultatima za gradove i općine, prikazani u sljedećoj tablici (tablica 5.1)

	ŽUPANIJE		GRADOVI		OPĆINE	
	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost
Intercept	3839.70203	0.0863	1.222e+03	0.1113	1920.07239	1.87e-06
Kapitalni izdaci po stanovniku	0.09895	0.7649	4.345e-01	1.03e-09	0.69534	<2e-16
Rashodi za plaće po stanovniku	-0.32115	0.7705	3.416e+00	8.13e-11	3.09030	<2e-16
Transparentnost	-452.09335	0.2913	3.419e+02	0.0197	-14.33752	0.86

Tablica 5.1: Prikaz rezultata hipoteze 1

Može se zaključiti da se rezultati podudaraju s očekivanjima, u pogledu nezavisne varijable rashoda za plaće po stanovniku. Za ostale varijable zaključci se donose na temelju p vrijednosti na razini značajnosti od standardnih 5%. Za županije, nijedna od varijabli rashoda za plaće po stanovniku, kapitalnih izdataka po stanovniku i proračunske transparentnosti, nisu značajne u modelu. No ne samo to, nego se i rashodi za plaće po stanovniku i proračunska transparentnost u modelu javljaju s negativnim koeficijentima. Izbacuje se varijabla transparentnosti iz modela kako bi se utvrdilo jesu li tada preostale varijable značajne. Slika 5.2 prikazuje provedeni kod skupa s rezultatima testa.

```
Call:
glm(formula = Prihodi.po.stanovniku ~ Kapitalni.izdaci.po.stanovniku +
     Izdaci.za.place.po.stanovniku, family = "gaussian")

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-361.30  -98.15  -81.87   39.24  718.06

Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)      1556.4333    191.7841   8.116 3e-07 ***
Kapitalni.izdaci.po.stanovniku    0.3857     0.1928   2.001 0.0616 .
Izdaci.za.place.po.stanovniku   -0.4585     1.0812  -0.424 0.6769
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 72986.12)

Null deviance: 1670475  on 19  degrees of freedom
Residual deviance: 1240764  on 17  degrees of freedom
AIC: 285.47

Number of Fisher scoring iterations: 2
```

Slika 5.2: Kod za prvu hipotezu za županije, izbačena varijabla transparentnost

Na temelju p vrijednosti zaključuje se da varijable kapitalni izdaci po stanovniku te rashodi za plaće po stanovniku i dalje nisu značajne. Testiranje se provodi još jednom, ovaj puta izbacujući varijablu rashodi za plaće po stanovniku.

```

Call:
glm(formula = Prihodi.po.stanovniku ~ Kapitalni.izdaci.po.stanovniku,
     family = "gaussian")

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-369.74 -107.71  -72.98   39.19  726.53

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    1481.7633     74.2262   19.963 9.95e-14 ***
Kapitalni.izdaci.po.stanovniku  0.3284     0.1343    2.445  0.025 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 69660.42)

    Null deviance: 1670475  on 19  degrees of freedom
Residual deviance: 1253887  on 18  degrees of freedom
AIC: 283.68

Number of Fisher Scoring iterations: 2

```

Slika 5.3: Kod za prvu hipotezu za županije, izbačene varijable transparentnost i rashodi za plaće po stanovniku

U modelu s jednom nezavisnom varijablom p vrijednost manja je od razine značajnosti od 5%. Stoga se u tom slučaju hipoteza da veći kapitalni izdaci po stanovniku znače veće proračunske prihode po stanovniku ne bi odbacila. S obzirom da je redoslijed izbacivanja bitan, sada je iz punog modela prvo izbačena varijabla rashodi za plaće po stanovniku.

```

Call:
glm(formula = Prihodi.po.stanovniku ~ Kapitalni.izdaci.po.stanovniku +
     Transparentnost, family = "gaussian")

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-407.89 -126.12  -33.95   77.53  756.75

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    3860.25808 2042.71903   1.890  0.076 .
Kapitalni.izdaci.po.stanovniku  0.05028   0.27326   0.184  0.856
Transparentnost    -466.38002  400.28108  -1.165  0.260
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 68303.71)

    Null deviance: 1670475  on 19  degrees of freedom
Residual deviance: 1161163  on 17  degrees of freedom
AIC: 284.14

Number of Fisher Scoring iterations: 2

```

Slika 5.4: Kod za prvu hipotezu za županije, izbačena varijabla rashodi za plaće po stanovniku

Na temelju p vrijednosti još se jednom vidi da preostale varijable u modelu nisu značajne. Ukoliko se sada izbacuje varijabla kapitalni izdaci po stanovniku dobiva se rezultat prikazan

na slici 5.5.

```
Call:
glm(formula = Prihodi.po.stanovniku ~ Transparentnost, family = "gaussian")

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-416.78 -134.78  -30.28   86.47  760.22

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    4192.4     930.3   4.507 0.000273 ***
Transparentnost -530.7     189.5  -2.801 0.011820 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 64637.53)

Null deviance: 1670475  on 19  degrees of freedom
Residual deviance: 1163476  on 18  degrees of freedom
AIC: 282.18

Number of Fisher Scoring iterations: 2
```

Slika 5.5: Kod za prvu hipotezu za županije, izbačene varijable rashodi za plaće po stanovniku i kapitalni izdaci po stanovniku

Kao što se može vidjeti, varijabla proračunske transparentnosti je u najjednostavnijem modelu značajna, međutim dolazi s negativnim koeficijentom što znači da se hipoteza da veća proračunska transparentnost znači manje proračunske prihode ne bi odbacila. S obzirom da ovakvih varijacija modela ima puno, u nastavku je fokus samo na pune modele, onakve kakvi su oni postavljeni u početnim hipotezama. Vratimo se dakle na početni model i na tablicu 5.1. U slučaju gradova, p vrijednosti kapitalnih izdataka po stanovniku, rashoda za plaće po stanovniku i proračunske transparentnosti manje su od razine značajnosti pa je zaključak da su one značajne u modelu. Također, one se u modelu javljaju s pozitivnim koeficijentima, što znači da je rezultat hipoteze u skladu s očekivanjima, odnosno hipoteza se tada ne odbacuje. Prva hipoteza u slučaju općina djelomično vrijedi, veći kapitalni izdaci po stanovniku te rashodi za plaće po stanovniku znače i veće proračunske prihode po stanovniku. Proračunska ransparentnost u modelu nije značajna, pa bi se ona izbacila iz modela i nastavio bi se postupak kao u slučaju županija.

5.2 Hipoteza 2

Druga hipoteza ispituje učinak veličine populacije odnosno broja stanovnika na ukupne porezne prihode lokalnih jedinica. Očekuje se da će taj učinak biti pozitivan. Očekivanja su poduprta literaturnim izvorima ali i grafovima 4.5.2, 4.9.2 i 4.10.2 u prethodnom poglavlju. Analogno kao u prethodnoj hipotezi, tablica 5.2 prikazuje rezultate modela.

	ŽUPANIJE		GRADOVI		OPĆINE	
	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost
Intercept	1.276e+07	0.602145	-5.765e+07	1.19e-11	542255.21	0.00316
Broj stanovnika	5.802e+02	0.000256	6.542e+03	<2e-16	2206.81	<2e-16

Tablica 5.2: Prikaz rezultata hipoteze 2

U svim slučajevima, u županijama, gradovima i općinama, koeficijenti uz varijablu broja stanovnika su pozitivni čime je pozitivan učinak potvrđen. Također, p vrijednosti za istu varijablu su svi manji od razine značajnosti od 5% što znači da je taj pozitivan učinak i značajan. S obzirom da se u modelu nalazi samo jedna nezavisna varijabla, grafovi 4.5.2, 4.9.2 i 4.10.2 u prethodnom poglavlju prikazi su svih podataka na raspolaganju i ima smisla grafove povezati i s brojčanim vrijednostima. Za potrebe toga računa se koeficijent determinacije koji govori koliko je zaista dobro poklapanje regresijskog pravca s podacima. Za županije on iznosi 53.33%, za gradove 97.1% a za općine 78.55%. Dakle, kao što se to i golim okom vidi na grafovima 4.5.2, 4.9.2 i 4.10.2, poklapanje je najbolje u slučaju gradova.

5.3 Hipoteza 3

U trećoj se hipotezi ispituje odnos zavisne varijable proračunskih rashoda po stanovniku lokalnih jedinica i nezavisnih varijabli dohotka, kapitalnih pomoći proračunu po stanovniku te gustoće stanovništva. Literaturni izvori navode da će na proračunske rashode po stanovniku pozitivno utjecati dohodak i kapitalne pomoći proračunu po stanovniku a negativno gustoća stanovništva. Pogledaju li se grafovi 4.5.3, 4.9.3 i 4.10.3 iz prethodnog poglavlja, očekuje se da će nezavisna varijabla kapitalnih pomoći proračunu po stanovniku zaista u modelu biti značajna i to s pozitivnim koeficijentom. Rezultati su dani u tablici 5.3 koja slijedi.

	ŽUPANIJE		GRADOVI		OPĆINE	
	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost
Intercept	1.835298	0.520	1.16017	0.59976	2.50986	0.00854
Dohodak	0.245833	0.329	0.56534	0.00692	0.50730	4.11e-08
Kapitalne pomoći proračunu po stanovniku	0.435633	7.97e-06	0.25824	5.35e-08	0.17487	1.71e-14
Gustoća stanovništva	-0.005259	0.888	-0.04372	0.09575	-0.11741	9.44e-08

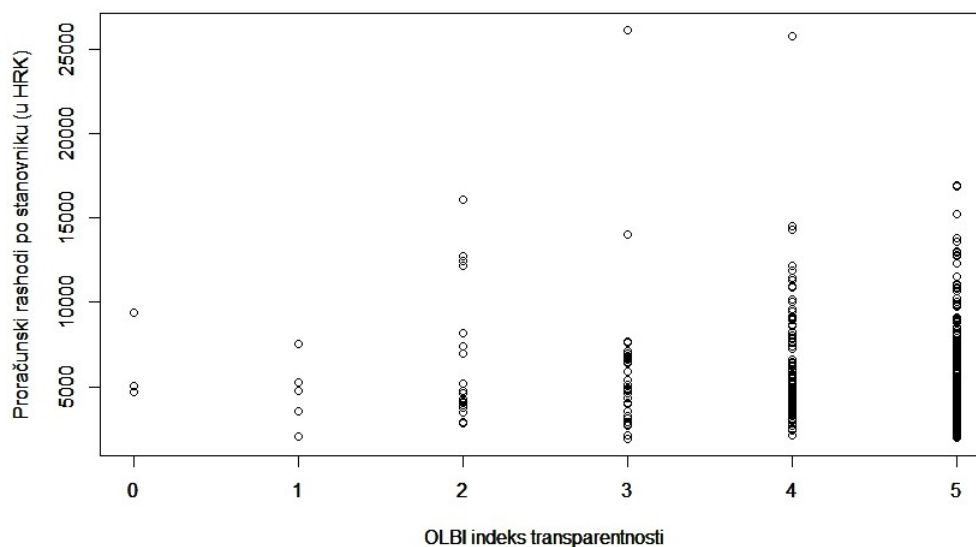
Tablica 5.3: Prikaz rezultata hipoteze 3

Nezavisna varijabla dohotka u modelu za županije nije značajna dok u modelima za gradove i općine jest s obzirom da su p vrijednosti manje od razine značajnosti. To znači da gradovi i općine s većim dohotkom imaju veće proračunske rashode po stanovniku. Varijabla kapitalnih pomoći proračunu po stanovniku, u skladu s očekivanjem, značajna je u svim modelima te je njezin učinak na proračunske rashode po stanovniku pozitivan i u županijama, i u gradovima pa tako i u općinama. Nezavisna varijabla gustoće stanovništva u modelima za županije i za gradove nije značajna, što se i očekivalo. Ipak, iako se to po grafu možda nebi dalo zaključiti, utjecaj gustoće stanovništva na proračunske rashode po stanovniku općina jest značajan i negativan, s obzirom da je koeficijent uz tu varijablu negativan.

5.4 Hipoteza 4

Cilj četvrte hipoteze jest ispitati ima li proračunska transparentnost lokalnih jedinica učinak na proračunske rashode po stanovniku. Uz nezavisnu varijablu proračunske transparentnosti koja se mjeri OLBI indeksom transparentnosti uvode se i kontrolne varijable dohodak, udio ženskih političkih predstavnica u ukupnom broju predstavnika lokalne jedinice te udio starijeg stanovništva (onog starijeg od 65 godina) u radno sposobnom stanovništvu. Literaturni izvor [6] navodi da bi zaključak trebao biti jasan i to je da proračunska transparentnost itekako utječe na visinu proračunskih rashoda. Do problema se dolazi jer je analiza u radu napravljena na panel podacima, pa se efekt povećanja proračunske transparentnosti zajedno s proračunskim rashodima uočava kroz vrijeme.

Ukoliko se grafički prikažu zajedno OLBI indeks transparentnosti i proračunski rashodi po stanovniku dobiva se situacija prikazana na grafu 5.1



Graf 5.1: Grafički prikaz proračunske transparentnosti i proračunskih rashoda po stanovniku

Graf je nacrtan za općine, dok se za gradove i županije dobiva vrlo slična situacija. Uočava se da definitivno postoje točke koje upućuju na to da veća proračunska transparentnost dovodi do većih proračunskih rashoda po stanovniku, no takvih je vrlo malo da bi se moglo doći do istog općenitog zaključka. Stoga ipak na podacima samo iz 2020., ne vjerujem da će hipoteza dati ikakav konkretan rezultat, pa čak i uz navedene kontrolne varijable. Nnumerički su rezultati još jednom prikazani tablično.

	ŽUPANIJE		GRADOVI		OPĆINE	
	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost
Intercept	352.772343	0.0417	-3.895e+07	0.3818	4.060e+06	0.0271
Transparentnost	-59.3828712	0.0982	-8.814e+06	0.208	-1.339e+05	0.6809
Dohodak	2.936e-08	5.9e-09	1.877e-01	<2e-16	1.156e-01	<2e-16
Ženske predstavnice	70.98562	0.2513	3.732e+05	0.4420	-2.999e+04	0.2243
Starije stanovništvo	-	-	1.812e+06	0.0596	4.159e+04	0.1149

Tablica 5.4: Prikaz rezultata hipoteze 4

Kao što je bilo i za očekivati, promatrajući p vrijednosti za proračunsku transparentnost, niti u jednom slučaju varijabla nije značajna u modelu. Što se tiče kontrolne varijable u slučaju županija, do udjela starijeg stanovništva u radno sposobnom stanovništvu nije bilo moguće doći pa je ta varijabla u slučaju županija izostavljena iz modela.

5.5 Hipoteza 5

Peta hipoteza ispituje učinak nezavisnih varijabli proračunskih rashoda po stanovniku, broja poduzeća i broja zaposlenika na vjerojatnost pojave proračunskog deficita po stanovniku. Za testiranje ove hipoteze koristi se logit generalizirani linearni model odnosno linearni model u kojem je eksponencijalna familija binomna a funkcija veze je logit funkcija. Testiranje se kao i ranije provodi u programskom paketu R čiju naredbu možemo vidjeti niže (slika 5.6) skupa s rezultatima. Pritom su negativne vrijednosti proračunskog deficita dobile oznaku 1 dok su pozitivne dobile oznaku 0. Drugim riječima, nezavisna varijabla proračunski deficit jednaka je 1 ukoliko se ostvario proračunski deficit a 0 ukoliko se ostvario proračunski suficit.

```

call:
glm(formula = as.factor(Suficit.deficit.po.stanovniku) ~ Prihodi.po.stanovniku +
  Broj.poduzeca + Broj.zaposlenih, family = binomial(link = logit))

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.228  -1.038  -0.854   1.305   1.484

Coefficients:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  -5.829e-01  3.499e+00  -0.167   0.868
Prihodi.po.stanovniku  2.457e-04  2.007e-03   0.122   0.903
Broj.poduzeca    -6.319e-05  1.590e-04  -0.397   0.691
Broj.zaposlenih   1.947e-06  1.354e-05   0.144   0.886

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 26.920  on 19  degrees of freedom
Residual deviance: 26.526  on 16  degrees of freedom
AIC: 34.526

Number of Fisher Scoring iterations: 4

```

Slika 5.6: Prikaz koda za petu hipotezu za županije

Prikazani je kod proveden na podacima za županije no analogno se provodi za općine i gradove. Rezultati testiranja prikazani su u tablici 5.5. S obzirom da su podaci o broju poduzeća dostupni samo za županije, ostale ćelije za taj redak ostaju prazne.

	ŽUPANIJE		GRADOVI		OPĆINE	
	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost
Intercept	-5.829e-01	0.868	-1.689e-01	0.808	2.015e-01	0.455
Proračunski prihodi po stanovniku	2.457e-04	0.903	1.428e-04	0.208	-3.766e-05	0.293
Broj zaposlenih	-6.319e-05	0.691	2.689e-05	0.306	9.885e-05	0.394
Broj poduzeća	1.947e-06	0.886	-	-	-	-

Tablica 5.5: Prikaz rezultata hipoteze 5

Nažalost, vrijednosti u tablici upućuju nas na zaključak da petu hipotezu treba odbaciti. Naime, niti za jednu kategoriju niti jedna nezavisna varijabla nije značajna u modelu. Međutim, što bi se dogodilo kad bi se umjesto nezavisne varijable proračunskih prihoda po stanovniku uzela varijabla proračunskih rashoda po stanovniku? Motivacija za takvu novu formulaciju hipoteze objašnjena je u poglavlju Deskriptivna statistika na temelju tablice 4.1. Pretpostavlja se da bi s rastom proračunskih rashoda po stanovniku trebala rasti i

vjerojatnost ostvarenja proračunskog deficita. Rezultati za ovu varijantu pete hipoteze još jednom su prikazani tablično.

	ŽUPANIJE		GRADOVI		OPĆINE	
	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost
Intercept	-5.410e+00	0.163	-2.519e+00	0.002174	-1.1636517	6.25e-05
Proračunski rashodi po stanovniku	3.157e-03	0.170	5.303e-04	0.000127	0.0001828	5.72e-06
Broj zaposlenih	-4.584e-06	0.709	3.951e-05	0.213918	0.0002388	0.0513
Broj poduzeća	5.867e-05	0.709	-	-	-	-

Tablica 5.5: Prikaz rezultata alternativne hipoteze 5

U slučaju županija i dalje nezavisne varijable u modelu nisu značajne. U slučaju gradova i općina sada se ipak dobiva da je varijabla proračunskih rashoda po stanovniku značajna na razini značajnosti od 5%. Nezavisna varijabla broj zaposlenih nije značajna niti u jednom modelu. Varijabla proračunskih rashoda po stanovniku u svim se modelima javlja s pozitivnim koeficijentom. Interpretacija dobivenih koeficijenata u slučaju logističke regresije nije jednostavna kao što je to bilo u slučaju linearne regresije. Ipak, služeći se poglavljem Linearni predviđitelji i interpretacija parametara može se djelomično interpretirati koeficijent uz proračunske rashode po stanovniku. Za interpretaciju potrebno je da upravo ta varijabla bude jedina u modelu. Zato se iz modela uklanjaju sve ostale varijable te se provodi testiranje kao i do sad. Dobiveni su rezultati prikazani u tablici 5.6.

	ŽUPANIJE		GRADOVI		OPĆINE	
	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost	Koeficijent	p-vrijednost
Intercept	-4.652235	0.113	-2.2022969	0.00387	-8.270e-01	0.000376
Proračunski rashodi po stanovniku	0.002683	0.143	0.0005230	0.00013	1.685e-04	1.8e-05

Tablica 5.6: Prikaz rezultata hipoteze 5 - jedna nezavisna varijabla

Naravno, kao i prije, varijabla proračunskih rashoda po stanovniku nije značajna u modelu za županije ali je značajna u modelima za gradove i za općine. Također, i dalje su koeficijenti uz nju u modelima pozitivni. To znači da su log izgledi pozitivni, odnosno izgledi su veći od 1. To znači da s povećanjem proračunskih rashoda po stanovniku raste

vjerojatnost ostvarenja proračunskog deficita. Time se pokazao i dio pete, posljednje hipoteze.

U ovom posljednjem poglavlju diplomskog rada testirale su se postavljene hipoteze te su se iznijeli zaključci na temelju rezultata provedenih metoda. Prva je hipoteza dala sljedeće rezultate:

- U slučaju županija, niti jedna od nezavisnih varijabli kapitalnih izdataka po stanovniku, rashoda za plaće po stanovniku i proračunske transparentnosti nije značajna.
- U slučaju gradova, nezavisne varijable kapitalni izdaci po stanovniku te rashodi za plaće po stanovniku značajne su i njihovi su koeficijenti pozitivni. Dakle, gradovi s većim kapitalnim izdacima po stanovniku te većim rashodima za plaće po stanovniku imaju i veće proračunske prihode po stanovniku.
- Za općine dobiveni rezultat isti je rezultatu za gradove. Općine s većim kapitalnim izdacima po stanovniku te većim rashodima za plaće po stanovniku imaju veće proračunske prihode po stanovniku.

Druga je hipoteza završila zaključcima:

- Županije s većim brojem stanovnika imaju veće ukupne porezne prihode
- Gradovi s većim brojem stanovnika imaju veće ukupne porezne prihode
- Općine s većim brojem stanovnika imaju veće ukupne porezne prihode

Dakle, u drugoj je hipotezi u sva tri modela nezavisna varijabla broja stanovnika bila značajna te se u svim modelima ona pojavila s pozitivnim koeficijentom, još jednom, sukladno očekivanjima.

U trećoj su hipotezi izneseni idući rezultati:

- U županijama nezavisne varijable dohotka te gustoće stanovništva nisu značajne. Ipak, nezavisna varijabla kapitalnih pomoći proračunu po stanovniku značajna je i javlja se s pozitivnim koeficijentom. Dakle, županije s većim kapitalnim pomoćima po stanovniku imaju veće proračunske rashode po stanovniku.
- Za razliku od županija, u gradovima nezavisna varijabla dohotka značajna je u modelu, dok, kao i kod županija, nezavisna varijabla gustoće stanovništva nije. Nezavisna varijabla kapitalnih pomoći proračunu po stanovniku značajna je i javlja se s pozitivnim koeficijentom. Dakle, gradovi s većim dohotkom te većim kapitalnim pomoćima po stanovniku imaju i veće proračunske rashode po stanovniku.

- U slučaju općina sve su nezavisne varijable u modelu značajne. Općine s većim dohotkom i većim kapitalnim pomoćima proračunu po stanovniku, ali manjom gustoćom stanovništva, imaju veće proračunske rashode po stanovniku

Zaključci ove hipoteze također su u skladu s očekivanjima, osim za slučaj utjecaja gustoće stanovništva na proračunske rashode po stanovniku općina. Naime, na grafu 4.10.4 u poglavlju Deskriptivna statistika uočio se padajući trend podataka no po grafu se nebi reklo da su podaci lijepo raspoređeni oko regresijskog pravca. Upravo je ovo dokaz koliko je važno provesti egzaktno testiranje.

Četvrta hipoteza bila je najteža za procijeniti po pitanju rezultata. Istraživanje koje je poslužilo kao motivacija za postavljanje hipoteze (vidi [6]) navodi da bi proračunska transparentnost trebala utjecati na proračunske rashode po stanovniku, no važno je uzeti u obzir i vremenski okvir u kojemu se promatraju podaci. Kako su ovdje uzeti u obzir podaci samo jedne godine, hipoteza nije dala priželjkivane rezultate. Naime, niti u jednom modelu varijabla proračunske transparentnosti nije ispala značajna u modelu.

Rad završava petom hipotezom kojom se zaključuje:

- U županijama niti jedna od nezavisnih varijabli proračunskih rashoda po stanovniku, broja zaposlenih i broja poduzeća nije značajna u modelu.
- U gradovima, nezavisna varijabla proračunskih rashoda po stanovniku značajna je u modelu te dolazi s pozitivnim koeficijentom. Dakle, gradovi s većim proračunskim rashodima po stanovniku imaju veću vjerojatnost ostvarenja proračunskog deficita.
- U općinama, zaključak je isti kao i za gradove. Općine s većim proračunskim rashodima po stanovniku imaju veću vjerojatnost ostvarenja proračunskog deficita.

Peta hipoteza također je završila s očekivanim rezultatima. To se lako vidi vraćajući se na tablicu 4.1 u potpoglavljju 4.3 poglavlja Deskriptivna statistika. Kao što je i tamo navedeno, općine u čak 9 od 21 županija koje su ostvarile najveće proračunske rashode po stanovniku, ostvarile su i najveće proračunske deficite po stanovniku u promatranom razdoblju. Tako nešto i bez dostupnih podataka bilo bi sasvim razumno i pretpostaviti. Na samom kraju valja zaključiti da ovakve analize imaju smisla i bilo bi ih dobro provoditi. S obzirom da planiranje proračuna nije nimalo jednostavan zadatak i zahtijeva predviđanja na temelju povijesnih podataka i vlastite intuicije, ovakva istraživanja mogu itekako pomoći kako bi se ta predviđanja što bolje napravila. Naravno, u samoj analizi ostavlja se puno prostora za nadogradnju budući da se u modele mogu uvrstiti i razno razne nove nezavisne varijable. Također, bolji bi se rezultati mogli dobiti i promatra li se period od više godina.

Poglavlje 6

Zaključak

Planiranje proračuna zahtjevan je zadatak i teško je unaprijed predvidjeti moguće događaje. Ipak, pokazuje se da razne nezavisne varijable mogu utjecati na iskorištenje proračuna, konkretno na proračunske prihode, proračunske rashode te proračunski deficit odnosno suficit. Pri planiranju proračuna pokazane veze mogu se uzeti u obzir što bi moglo pomoći boljem predviđanju a samim time i boljem iskorištenju proračuna. Iz tog je razloga cilj ovog rada upravo odrediti koje to nezavisne varijable mogu imati utjecaj na iskorištenje proračuna, i kakav taj utjecaj može biti.

Na početku rada postavljaju se razna pitanja poput: imaju li lokalne jedinice većih rashoda za plaće veće proračunske prihode? Znači li veća proračunska transparentnost lokalnih jedinica i veće proračunske prihode? Utječe li dohodak te gustoća stanovništva na proračunske rashode? Imaju li proračunski rashodi ili proračunski prihodi utjecaj na vjerojatnost ostvarenja proračunskog deficita? Potaknuti takvim pitanjima, formiraju se hipoteze, točnije njih pet. Prva hipoteza tvrdi da lokalne jedinice većih proračunskih prihoda imaju veće kapitalne izdatke, veće rashode za plaće te veću proračunsku transparentnost. Drugoj je hipotezi cilj utvrditi ima li veličina populacije pozitivan učinak na ukupne porezne prihode lokalne jedinice. U trećoj se hipotezi želi ispitati postoji li statistički značajna pozitivna veza između dohotka te kapitalne pomoći proračunu i proračunskih rashoda lokalne jedinice. Slično, postoji li statistički značajna negativna veza između gustoće stanovništva i proračunskih rashoda lokalne jedinice. Četvrta hipoteza glasi: lokalne jedinice s većom proračunskom transparentnosti imaju veće proračunske rashode. Peta, posljednja hipoteza ispituje vrijedi li da što je veći proračunski prihod lokalne jedinice, to je proračunski deficit manje vjerojatan. Također, ispituje vrijedi li da što je veći broj poduzeća i radne snage, to se šanse za ostvarenje proračunskog deficita povećavaju.

Nakon postavljanja hipoteza napravljena je teorijska, matematička podloga modela koji se koriste za testiranje, i to linearne regresije i logit generaliziranog linearnog modela. Prije

no što se krene u testiranje, bitno je promotriti kako se podaci ponašaju te vidjeti mogu li se pretpostaviti kakvi će biti ishodi postavljenih hipoteza. Zato se iduće poglavlje diplomskog rada bavi deskriptivnom statistikom.

Nacrtani su grafovi koji prikazuju ponašanje zavisnih varijabli te grafovi koji prikazuju odnos nekih nezavisnih varijabli iz hipoteza te zavisnih varijabli. Zaključeno je da što su veći rashodi za plaće po stanovniku, to su veći proračunski prihodi po stanovniku u županijama, gradovima te općinama. Također, u županijama, gradovima i općinama vrijedi i da što je veći broj stanovnika, to su veći ukupni porezni prihodi. Što su veće kapitalne pomoći proračunu po stanovniku, to su veći proračunski rashodi po stanovniku također u svim županijama, gradovima i općinama. Na kraju zaključeno je da i u svim lokalnim jedinicama te županijama vrijedi da veća gustoća stanovništva znači manje proračunske rashode po stanovniku. Kako bi se navedene tvrdnje potvrdile ili opovrgnule, u idućem se poglavlju formalno testiraju hipoteze.

U prvoj hipotezi htjelo se pokazati da lokalne jedinice većih proračunskih prihoda po stanovniku imaju veće kapitalne izdatke po stanovniku, veće rashode za plaće po stanovniku te veću proračunsku transparentnost. Na razini županija, hipoteza nije dala očekivane rezultate s obzirom da niti jedna od nezavisnih varijabli nije značajna u modelu. Iz tog razloga promatrali su se i restringirani modeli. Pokazano je da se u najjednostavnijem modelu kod kojega je preostala samo jedna nezavisna varijabla, kapitalni izdaci po stanovniku, ona javlja kao značajna. Dakle, županije s većim kapitalnim izdacima po stanovniku imaju veće proračunske prihode po stanovniku. Što se tiče gradova i općina, nezavisne varijable kapitalni izdaci po stanovniku te rashodi za plaće po stanovniku pokazale su se značajnima. Dakle, gradovi i općine većih kapitalnih izdataka po stanovniku te većih rashoda za plaće po stanovniku imaju veće proračunske prihode po stanovniku.

Druga hipoteza dala je očite rezultate u sva tri slučaja. Županije, gradovi i općine s većim brojem stanovnika imaju veće porezne prihode.

U trećoj se hipotezi ispitivao utjecaj varijabli dohodak (odnosno prosječni osobni dohodak stanovnika lokalne jedinice ili županije), kapitalne pomoći proračunu po stanovniku te gustoća stanovništva na proračunske rashode po stanovniku. U slučaju županija, samo se varijabla kapitalne pomoći proračunu po stanovniku pokazala značajnom. Za gradove dobivamo da je uz varijablu kapitalne pomoći proračunu po stanovniku značajna i varijabla dohodak dok se u slučaju općina sve tri nezavisne varijable pokazuju značajnima. Dakle, općine većeg dohotka te većih kapitalnih pomoći proračunu po stanovniku imaju veće proračunske rashode po stanovniku. Također, općine manje gustoće stanovništva imaju veće proračunske rashode po stanovniku.

Cilj četvrte hipoteze bio je ispitati utjecaj proračunske transparentnosti na proračunske rashode po stanovniku lokalnih jedinica. Pritom su korištene i kontrolne varijable dohodak, udio ženskih političkih predstavnica u ukupnom broju predstavnika lokalnih jedinica te udio starijeg stanovništva (onog starijeg od 65 godina) u radno sposobnom stanovništvu. Niti u jednom modelu, za županije, gradove te općine, varijabla transparentnosti nije se pokazala značajnom. Stoga se utjecaj transparentnosti na proračunske rashode lokalnih jedinica ne može jasno vidjeti.

Posljednja je hipoteza htjela ispitati kako proračunski prihodi po stanovniku, broj zaposlenika te broj poduzeća mogu utjecati na vjerojatnost pojave proračunskog deficita. Niti jedna od varijabli u tom modelu nije se pokazala značajnom. Stoga je napravljena alternativna hipoteza u kojoj je umjesto proračunskih prihoda uključena nezavisna varijabla proračunskih rashoda. Jedino se varijabla proračunskih rashoda po stanovniku pokazala značajnom i to samo u slučaju gradova i općina. Dakle, gradovi i općine većih proračunskih rashoda po stanovniku imaju veću vjerojatnost ostvarenja proračunskog deficita.

Iako je većina hipoteza dala željene i očekivane rezultate, ostavljeno je prostora za poboljšanje i daljnje ispitivanje. Naime, kao što je to napravljeno u prvom modelu na jednom primjeru, mogu se ispitivati razni modeli koji se dobivaju izbacivanjem ili ubacivanjem nezavisnih varijabli. Na taj način može se dobiti da nezavisne varijable postanu značajne u restringiranim modelima. Također, ista se testiranja mogu provesti tako da se promatraju podaci županija, gradova i općina zajedno. Isto tako, u sve se hipoteze mogu uključivati i razne nove nezavisne varijable koje bi mogle pokazati značajan učinak.

Bibliografija

- [1] Agresti A., *Foundations of Linear and Generalized Linear Models*, 2015.
- [2] Bađun M., *Transparenstnost proračuna*, *Financijska teorija i praksa* (2009), Vol.33 No.4, 495–497, dostupno na <https://hrcak.srce.hr/48599> (pristupljeno 13.09.2022.)
- [3] Bajo A., Pitarević M., Bratić V., Urban I., Ott, K., *Proračunski vodič za građane*, Institut za javne financije, 2003.
- [4] Basrak B., Planinić H., *Generalizirani linearni modeli*, svibanj 2022., dostupno na <https://www.pmf.unizg.hr/math/predmet/finpra/materijali> (pristupljeno 14.09.2022.)
- [5] Blažević L., Ujević M., Ukić Lj., *Interno financijsko izvještavanje unutar proračunskih korisnika kao potpora javnom menadžmentu*, *Praktični menadžment: stručni časopis za teoriju i praksu menadžmenta* (2013), Vol.4 No.1, dostupno na <https://hrcak.srce.hr/118472> (pristupljeno 13.09.2022.)
- [6] Bronić M., Stanić B., Prijaković S., *The effects of budget transparency on the budget balances and expenditures of Croatian local governments*, *South East European Journal of Economics and Business* (2022), Vol.17 No.1, 111–124, dostupno na <http://journal.efsa.unsa.ba/index.php/see/article/view/1832/436> (pristupljeno 13.09.2022.)
- [7] Deskar-Škrbić M., Šimović M., *Ekonomika lokalnog javnog sektora (II dio)*, dostupno na <https://arhivanalitika.hr/blog/ejs-16-ekonomika-lokalnog-javnog-sektora-ii-dio/> (pristupljeno 12.09.2022.)
- [8] *Državno izborno povjerenstvo*, dostupno na <https://www.izbori.hr/arhiva-izbora/index.html#/app/home> (pristupljeno 01.11.2022.)
- [9] Działo J., Guziejewska B., Majdzińska A., Żołaszek A., *Determinants of Local Government Deficit and Debt: Evidence from Polish Municipalities*, *Lex Localis* (2019), Vol.17 No.4, 1033–1056

- [10] Erjavec N., Jakšić S., Mačić V., *What determines the fiscal success at local level? The case of Croatian local government units*, Croatian Operational Research Review (2017), Vol.8 No.1, 283–297, dostupno na <https://hrcak.srce.hr/181677> (pristupljeno 13.09.2022.)
- [11] *Financijski izvještaji JLP(R)S*, Ministarstvo financija, dostupno na <https://mfin.gov.hr/istaknute-teme/lokalna-samouprava/financijski-izvjestaji-jlp-r-s/203> (pristupljeno 23.10.2022.)
- [12] Fisher G.W., *Determinants of state and local government expenditures: A preliminary analysis*, National tax journal (1961), Vol.14 No.4, dostupno na <https://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/NTJ41790859?journalCode=ntj> (pristupljeno 13.09.2022.)
- [13] *Fiskalno izravnavanje*, Financijska praksa (1998), 649–652, dostupno na <https://www.ijf.hr/hr/korisne-informacije/pojmovnik-javnih-financija/15/fiskalna-decentralizacija/42/fiskalno-izravnavanje/329/> (pristupljeno 12.09.2022.)
- [14] Habunek K., *Odrednice proračunske transparentnosti odabranih hrvatskih gradova*, 2017.
- [15] Hadiyan I., Herwanti Rr.T., Surasni N.K., *Determinants of local tax revenue and its implication to local financial independence*, 2017.
- [16] *Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje*, Leksikografski zavod Miroslav Krleža, 2021., dostupno na <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=50685> (pristupljeno 09.09.2022.)
- [17] Kurnow E., *Determinants of state and local government expenditures reexamined*, National tax journal (1963), Vol.16 No.3, dostupno na <https://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/NTJ41790950?journalCode=ntj> (pristupljeno 13.09.2022.)
- [18] *Proračun grada Zagreba za 2022. te projekcije za 2023. i 2024. godinu*, dostupno na <https://www.zagreb.hr/proracun/113894> (pristupljeno 12.09.2022.)
- [19] *Registar poslovnih subjekata*, dostupno na <https://podaci.dzs.hr/hr/podaci/registar-poslovnih-subjekata/> (pristupljeno 23.10.2022.)
- [20] Trenovski B., Merdžan G., Peovski F., *Municipal Revenue Determinants in the South-Eastern European Economy: Evidence from North Macedonia*, Studia Regionalne i Lokalne (2022), 22–36
- [21] *Zakon o proračunu*, ZAKON HR (2022), br. NN 144/21.

Sažetak

U posljednje vrijeme sve je veći interes za proučavanjem odrednica ostvarenja proračuna kako u drugim zemljama i regijama, tako i u RH. Cilj ovog diplomskog rada bio je odrediti koje bi mogle biti odrednice ostvarenja proračuna te kakav je njihov utjecaj. Koristeći se dokazima iz raznih radova na podacima drugih zemalja kao što su Makedonija i Poljska, formirane su hipoteze te testirane na podacima za RH.

Prva hipoteza želi utvrditi imaju li lokalne jedinice većih proračunskih prihoda veće kapitalne izdatke, veće rashode za plaće te veću proračunsku transparentnost. Cilj druge hipoteze jest utvrditi ima li veličina populacije pozitivan učinak na ukupne porezne prihode lokalne jedinice. U trećoj se hipotezi želi ispitati postoji li statistički značajna pozitivna veza između dohotka te kapitalne pomoći proračunu i proračunskih rashoda lokalne jedinice, te postoji li statistički značajna negativna veza između gustoće stanovništva i proračunskih rashoda lokalne jedinice. Četvrta hipoteza govori da lokalne jedinice s većom proračunskom transparentnosti imaju veće proračunske rashode. U petoj se hipotezi želi utvrditi znači li li veći proračunski prihod lokalne jedinice manju vjerojatnost ostvarenja proračunskog deficita. Također, ispituje vrijedi li da što je veći broj poduzeća i radne snage, to se šanse za ostvarenje proračunskog deficita povećavaju.

Prije testiranja hipoteza nacrtani su grafovi zavisnih i nezavisnih varijabli te su uočene relacije pomoću kojih se lako pretpostave ishodi formalnog testiranja.

Zaključeno je da što su veći rashodi za plaće po stanovniku, to su veći proračunski prihodi po stanovniku u županijama, gradovima te općinama. Također, u svim lokalnim jedinicama i županijama vrijedi i da što je veći broj stanovnika, to su veći ukupni porezni prihodi. Što su veće kapitalne pomoći proračunu po stanovniku, to su veći proračunski rashodi po stanovniku također u svim županijama, gradovima i općinama. Na kraju zaključeno je da u svim lokalnim jedinicama te županijama vrijedi da veća gustoća stanovništva znači manje proračunske rashode po stanovniku. Zadnje poglavlje diplomskog rada posvećeno je testiranju hipoteza koje su dale iduće rezultate: Pokazano je da županije s većim proračunskim prihodima imaju veće kapitalne izdatke dok gradovi i općine koje imaju ne samo veće kapitalne izdatke već i veće rashode za plaće imaju veće proračunske

prihode. Što se tiče poreznih prihoda, pokazano je da sve lokalne jedinice i županije s većim brojem stanovnika imaju veće ukupne porezne prihode. Također, pokazano je da županije s većim kapitalnim pomoćima proračunu imaju veće proračunske rashode. Gradovi s većim kapitalnim pomoćima proračunu i većim dohotkom imaju veće proračunske rashode. Za općine je pokazana ista tvrdnja ali vrijedi još i da općine s većom gustoćom stanovništva imaju manje proračunske rashode. Na kraju se pokazalo da kod gradova i općina kako rastu proračunski rashodi, tako i raste vjerojatnost ostvarenja proračunskog deficita.

Zaključci ovog diplomskog rada mogu se doraditi, hipoteze bi se mogle testirati i na svim lokalnim jedinicama zajedno te bi se u hipoteze mogle dodavati razne nove nezavisne varijable. Iznesena testiranja i rezultati mogu pomoći boljim predviđanjima proračuna u narednoj godini pa samim time i njegovom boljem iskorištenju.

Summary

Recently, there has been a growing interest in studying the determinants of budget realization both in other countries and regions, as well as in the Republic of Croatia. The aim of this thesis was to determine what could be the determinants of budget realization and what their influence is. Using evidence from various works on data from other countries such as Macedonia and Poland, hypotheses were formed and tested on data for the Republic of Croatia.

The first hypothesis seeks to determine whether local units with higher budget revenues have higher capital expenditures, higher wage expenditures, and higher budget transparency. The goal of the second hypothesis is to determine whether the size of the population has a positive effect on the total tax revenues of the local unit. The third hypothesis aims to examine whether there is a statistically significant positive relationship between income and capital aid to the budget and budget expenditures of the local unit, and whether there is a statistically significant negative relationship between population density and budget expenditures of the local unit. The fourth hypothesis states that local units with greater budget transparency have higher budget expenditures. The fifth hypothesis aims to determine whether a higher budget income of a local unit means a lower probability of a budget deficit. It also examines whether it is true that the greater the number of companies and the workforce, the greater the chances of achieving a budget deficit.

Before testing the hypotheses, graphs of dependent and independent variables were drawn, and relations were observed, with the help of which the results of formal testing can be easily assumed.

It was concluded that the higher the expenditures for salaries per inhabitant, the higher the budget revenues per inhabitant in counties, cities and municipalities. Also, in all local units and counties, the larger the number of inhabitants, the higher the total tax revenues. The higher the capital aid to the budget per inhabitant, the higher the budget expenditure per inhabitant also in all counties, cities and municipalities. In the end, it was concluded that in all local units and counties, higher population density means lower budget expenditures per inhabitant.

The last chapter of the thesis is dedicated to testing the hypotheses that gave the following results: It was shown that counties with higher budget revenues have higher capital expenditures, while cities and municipalities that have not only higher capital expenditures but also higher expenditures for salaries have higher budget revenues. As for tax revenues, it was shown that all local units and counties with a larger number of inhabitants have higher total tax revenues. Also, it was shown that counties with larger capital grants to the budget have larger budget expenditures. Cities with higher capital grants to the budget and higher income have higher budget expenditures. The same statement was shown for municipalities, but it is also true that municipalities with a higher population density have lower budget expenditures. In the end, it turned out that as budget expenditures grow in cities and municipalities, so does the probability of a budget deficit.

The conclusions of this thesis can be refined, the hypotheses could be tested on all local units together, and various new independent variables could be added to the hypotheses. The presented tests and results can help to make better predictions of the budget in the coming year and, therefore, to make better use of it.

Životopis

Antonia Mačukat rođena je 12. listopada 1997. u Zagrebu. Po završetku osnovne škole Vladimira Nazora u Zagrebu, upisuje XV. Gimnaziju u Zagrebu. Nakon završetka srednje škole, upisuje preddiplomski sveučilišni studij Matematika na Matematičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. 2020. godine stječe diplomu sveučilišne prvostupnice matematike nakon čega na istom fakultetu upisuje diplomski studij Financijske i poslovne matematike.