

# Stvaranje superkontinuuma u nelinearnom optičkom vlaknu

---

**Kovačić, Domagoj**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:741413>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-25**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Domagoj Kovačić

Stvaranje superkontinuumu u nelinearnom  
optičkom vlaknu

Diplomski rad

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ  
FIZIKA; SMJER ISTRAŽIVAČKI

**Domagoj Kovačić**

Diplomski rad

**Stvaranje superkontinuumu u  
nelinearnom optičkom vlaknu**

Voditelj diplomskog rada: dr.sc., Damir Aumiler

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2017.

Zahvalio bih se svom mentoru Damiru Aumileru na neizmjernom trudu, strpljenju i pomoći pri izradi ovog diplomskog rada. Hvala Nevenu Šantiću na strpljivom poučavanju tijekom rada u labosu i bez čijih savjeta dobiveni spektralni superkontinuum u Laboratoriju za hladne atome ne bi bio ni približno toliko širok. Hvala Silviju Vdoviću za pomoć pri korištenju Ti:Safir femtosekundnog lasera u Laboratoriju za femtosekundnu spektroskopiju. Hvala Danijelu Buhinu što mi je predložio rad u Laboratoriju za hladne atome. Konačno hvala obitelji i prijateljima na ukazanoj podršci.

## Sažetak

U ovom diplomskom radu proučeno je stvaranje spektralnog superkontinuuma propagacijom femtosekundnih laserskih pulseva u nelinearnom optičkom vlaknu. Kao izvori svjetlosti korišteni su Er:dopirani femtosekundni fiber laser u Laboratoriju za hladne atome i Ti:Safir femtosekundni laser u Laboratoriju za femtosekundnu spektroskopiju Instituta za fiziku. Izmjereno je vremensko trajanje i spektar pulseva te je proučeno stvaranje spektralnog superkontinuuma u ovisnosti o ulaznim parametrima pulsa. Osim eksperimentalnih mjerenja, proučena je teorijska pozadina stvaranja superkontinuuma dana generaliziranom nelinearnom Schrodingerovom jednačbom. Napravljene su numeričke simulacije vremenske i spektralne evolucije pulsa. Spektralni superkontinuum dobiven u ovom diplomskom radu omogućava daljnji rad na stvaranju još širih spektralnih superkontinuuma s ciljem karakterizacije frekventnog češlja Er:dopiranog femtosekundnog lasera korištenjem 2f-3f samoreferentne sheme.

Ključne riječi: superkontinuum, stvaranje superkontinuum, nelinearno optičko vlakno, generalizirana nelinearna Schrodingerova jednačba, femtosekundni pulsevi, femtosekundni laser

# Supercontinuum generation in nonlinear optical fiber

## Abstract

In this thesis, supercontinuum generation via propagation of femtosecond laser pulses in a nonlinear optical fiber was studied. An Er:doped femtosecond pulse fiber laser and a Ti:Sapphire femtosecond pulse laser were used as laser sources. Pulse length and spectrum was measured and the generation of spectral supercontinuum with regards to pulse parameters was studied. Aside from experimental measurements, the theoretical background of supercontinuum generation given by the generalised nonlinear Schrodinger equation was studied. Numerical simulations of the temporal and spectral evolution of the pulse were performed.

Spectral supercontinuum generated in this thesis allows for further work on creating even wider spectral supercontinua with the goal of frequency comb characterization of the Er:doped femtosecond laser via 2f-3f self-referencing scheme.

Keywords:supercontinuum, supercontinuum generation, nonlinear optical fiber, generalised nonlinear Schrodinger equation. femtosecond pulses, femtosecond laser

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Optička vlakna</b>	<b>2</b>
2.1	Mikrostrukturna optička vlakna . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Propagacija pulseva svjetlosti u optičkim vlaknima</b>	<b>4</b>
3.1	Opis ultrakratkih laserskih pulseva . . . . .	4
3.2	Opis propagacije ultrakratkih laserskih pulseva u nelinearnom sredstvu	7
3.3	Numeričke simulacije propagacije . . . . .	17
3.4	Disperzija grupne brzine (GVD) . . . . .	19
3.5	Samofazna modulacija . . . . .	22
3.6	Lom optičkog vala i stvaranja solitonskih valova . . . . .	25
3.7	Solitonski valovi . . . . .	28
3.8	Disperzija trećeg reda . . . . .	31
3.9	Samoustrmljenje . . . . .	32
3.10	Raman raspršenja . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Eksperimentalni postav</b>	<b>36</b>
4.1	Er:dopirani femtosekundni laser . . . . .	36
4.2	Ti:Safir femtosekundni laser . . . . .	37
4.3	Uvođenje svjetlosti u optičko vlakno . . . . .	38
4.4	Nelinearna optička vlakna . . . . .	42
4.5	Mjerenje trajanja pulseva autokorelatorom . . . . .	43
4.6	Postav za stvaranje superkontinuumu . . . . .	48
<b>5</b>	<b>Rezultati</b>	<b>50</b>
5.1	Stvaranje superkontinuumu pomoću PCF optičkog vlakna . . . . .	50
5.2	Stvaranje superkontinuumu pomoću Lublin optičkog vlakna . . . . .	58
<b>6</b>	<b>Zaključak</b>	<b>63</b>
	<b>Literatura</b>	<b>64</b>



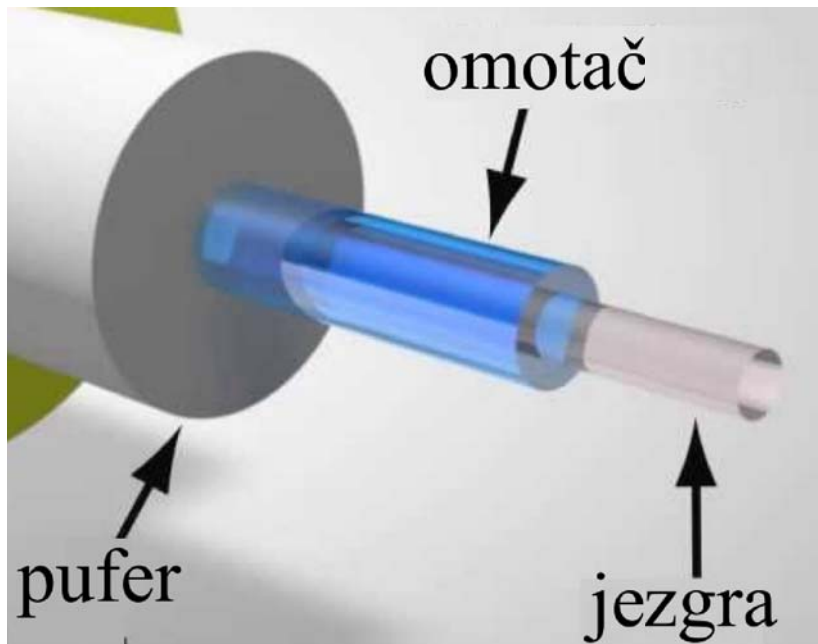
# 1 Uvod

Stvaranje superkontinuumata je fizikalni proces koji nastaje prilikom propagacije pulseva svjetlosti visokog intenziteta kroz nelinearni medij. Pri propagaciji kroz nelinearni medij javlja se niz nelinearnih efekata koji proširuju spektar ulazne svjetlosti. Stvaranje superkontinuumata svoje začetak nalazi u radovima Alfana i Shapura [1] iz 70-tih godina prošlog stoljeća gdje je borosilikatno staklo iskorišteno za spektralno širenje laserske svjetlosti Nd:glass fazno zaključanog lasera preko cijelog vidljivog spektra. Daljnji razvoj superkontinuumata nastavlja se radovima Lina i Stolena [2] i stvaranjem 180 nm širokog superkontinuumata korištenjem nanosekundnog lasera na organske boje. Povijesni razvoj superkontinuumata može se pronaći u [3] [4]. Ipak, kao važan trenutak u razvoju superkontinuumata potrebno je spomenuti početak novog tisućljeća i razvoj mikrostrukturnih optičkih vlakana. Upravo je razvoj mikrostrukturnih vlakana u kombinaciji s nastankom novih tipova pulsnih lasera s ultrakratkim pulsevima i sve većim vršnim snagama omogućio dosezanje dotad nezabilježenih spektralno širokih superkontinuumata [5] [6] čime je superkontinuum pronašao brojne primjene u različitim područjima istraživanja poput optičke koherentne tomografije [7] [8], frekventne metrologije [9] [10] [11], telekomunikacijskoj industriji [12] i dr.

U ovom radu bit će proučeno stvaranje superkontinuumata i njegova ovisnost o različitim ulaznim parametrima pulseva poput valne duljine, snage i vremena trajanja pulseva. Kao izvori laserskih pulseva korišteni su Er:dopirani femtosekundni fiber laser i Ti:Safir femtosekundni laser. Osim istraživanja procesa stvaranja i karakterizacije superkontinuumata, glavna motivacija ovog diplomskog rada je proširivanje spektra Er:dopiranog femtosekundnog fiber lasera propagacijom pulseva kroz nelinearno optičko vlakno. Stvaranjem dovoljno širokog superkontinuumata spektra, mogla bi se izvršiti karakterizacija frekventne stabilnosti lasera korištenjem 2f-3f samoreferentne sheme [11]

## 2 Optička vlakna

Optička vlakna su fleksibilni prozirni svjetlovodi debljine stotinjak mikrometara koja mogu voditi svjetlost više stotina kilometara čime su našli široku upotrebu u telekomunikacijskoj industriji. Optičko vlakno se u osnovi sastoji od 3 glavna elementa- jezgre, omotača i pufera, prikazani na slici 2.1.



Slika 2.1: Elementi optičkog vlakna. Preuzeto s [13]

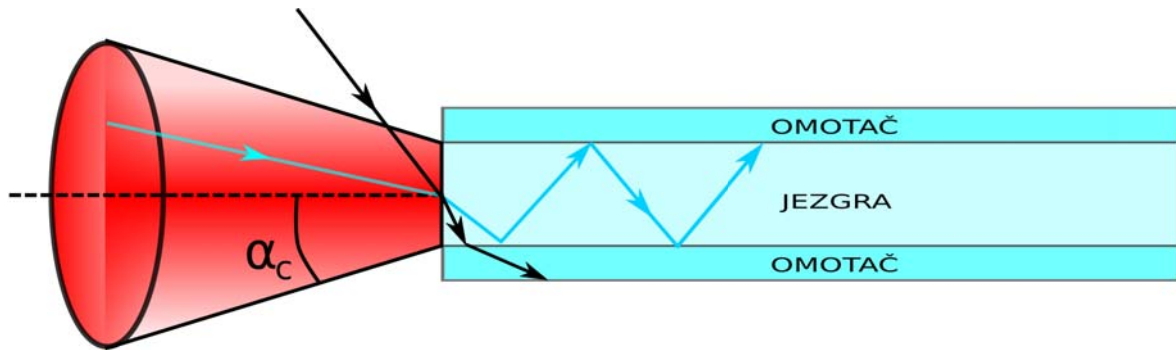
Kod konvencionalnih optičkih vlakana, svjetlost se vodi kroz jezgru optičkog vlakna preko efekta potpune refleksije koji se temelji na Snellovom zakonu

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \quad (2.1)$$

gdje  $n_1$  i  $n_2$  predstavljaju dva sredstva različitog indeksa loma, a  $\theta_i$  i  $\theta_t$  upadni i transmitirani kut svjetlosti u odnosu na okomicu na upadnu površinu između sredstava. Moguće je definirati kritični kut za totalnu refleksiju sa uvjetom  $\sin \theta_t = 1$

$$\theta_{krit} = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad (2.2)$$

Prikaz efekta potpune refleksije dan je na slici 2.2. Svjetlost koja na površinu upada sa kutem većim od kritičnog će se djelomično transmitirati, dok će se svjetlost sa upadnim kutem manjim od kritičnog kuta u potpunosti reflektirati uz zadovoljen uvjet  $n_1 > n_2$ .

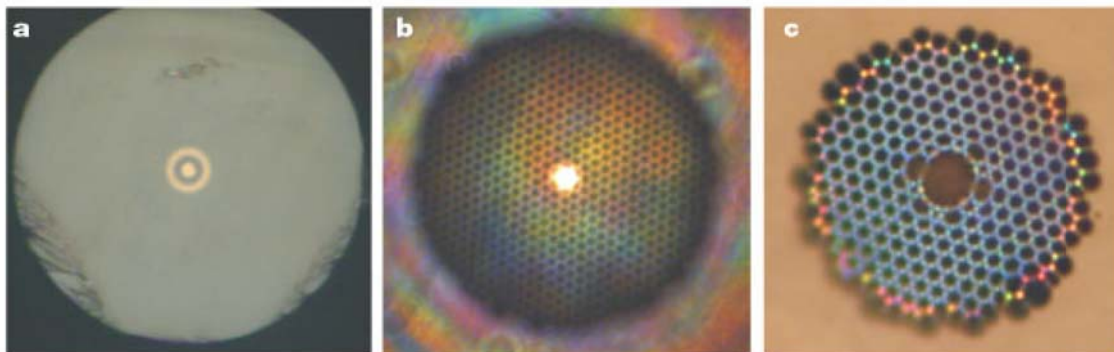


Slika 2.2: Prikaz propagacije svjetlosti u optičkom vlaknu totalnom refleksijom.

## 2.1 Mikrostrukturalna optička vlakna

Mikrostrukturalna optička vlakna mogu se, ovisno o načinu vođenja svjetlosti, podijeliti u dva tipa. Dvoindeksna optička vlakna koja svjetlost vode preko principa totalne refleksije. Jezgra i omotač imaju različite indekse loma. Razlika indeksa lomova omogućava totalnu refleksiju.

Drugi tip optičkih vlakana su vlakna sa fotoničkim procjepima koja svoja svjetlovodna svojstva mogu zahvaliti efektu fotoničkih procjepa (eng. photonic bandgap effect). Prikaz navedenih tipova vlakna dan je na slici 2.3. Na slici 2.3a) prikazano je ko-



Slika 2.3: Prikaz različitih tipova mikrostrukturnih optičkih vlakana. Slika:(a) Konvencionalno optičko vlakno s promjerom jezgre od 9 mikrometara (b)Dvoindeksno fotoničko vlakno sa promjerom jezgre od 5 mikrometara. Cijeli vidljivi spektar se jednomodno vodi kroz centralnu jezgru od silike potpunom refleksijom svjetlosti.(c) Optičko vlakno sa šupljom jezgrom(eng hollow-core fiber). Svjetlost je vođena preko efekta fotoničkih procjepa [14]. U vlaknima sa šupljom jezgrom moguće je voditi samo uski dio spektra koji odgovara području fotonskih procjepa okolnog omotača. Preuzeto iz [15]

nvencionalno optičko vlakno.

Slika 2.3b) prikazuje dvoindeksno fotoničko vlakno koje svjetlost vodi kroz jezgru od silike preko potpune refleksije uz uvjet  $n_{jezgra} > n_{omotac}$ .

Upravo velika razlika u indeksima lomova između silikove jezgre i omotača uzrokuje čvrsto vezanje modova svjetlosti unutar jezgre. Zbog svog specifičnog dizajna, u ovakvim vlaknima se javljaju iznimno snažne nelinearnosti te ih stoga nazivamo nelinearnim vlaknima. Nelinearni efekti proizlaze iz ovisnosti indeksa loma o intenzitetu električnog polja.

$$n(\omega, I) = n_0(\omega) + n_2 I \quad (2.3)$$

gdje  $n_0(\omega)$  i  $I$  predstavljaju standardni linearni član indeksa loma i intenzitet električnog polja, a  $n_2$  nelinearni koeficijent indeksa loma odgovornog za nelinearne efekte. Ovisnost indeksa loma o intenzitetu uzrokovana je nelinearnim odzivom polarizacije na električno polje i dano je preko susceptibilnosti trećeg reda.

Slika 2.2c) prikazuje bezjezgreno vlakno sa fotoničkim procjepom sa svojstvom  $n_{jezgra} < n_{omotač}$  u kojem se svjetlost propagira kroz jezgru preko efekta fotoničkog procjepa. Pojednostavljeno, zbog postojanja fotoničkih procjepa u omotaču optičkog vlakna, svjetlost s valnom duljinom unutar procjepa se ne može propagirati kroz omotač višeg indeksa loma te se totalno reflektira u jezgri.

## 3 Propagacija pulseva svjetlosti u optičkim vlaknima

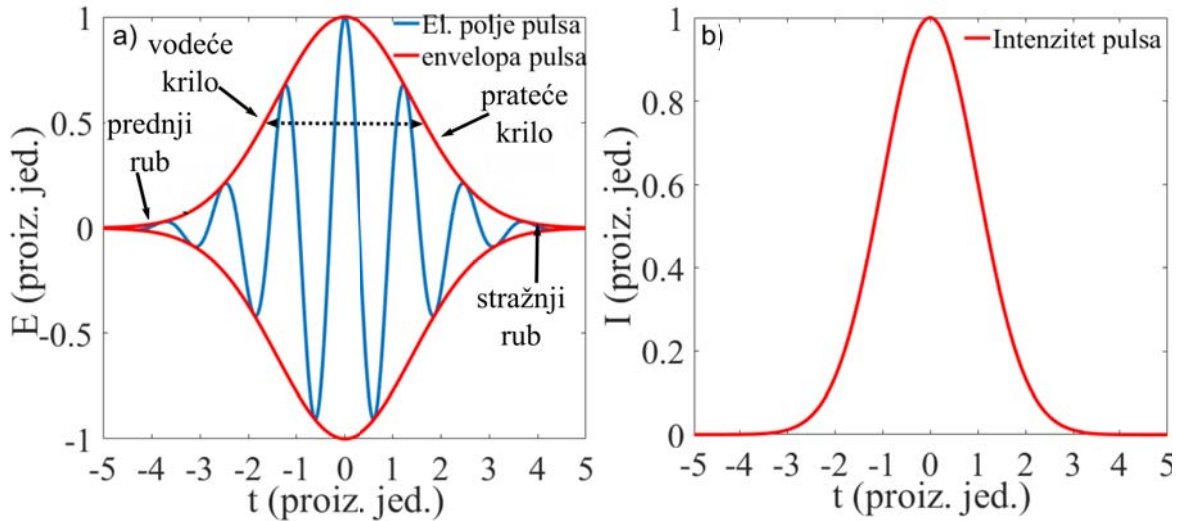
### 3.1 Opis ultrakratkih laserskih pulseva

Ultr kratki pulsevi su pulsevi s vremenskim trajanjem reda pikosekunde ili kraće. Ultr kratki pulsevi nastaju sprezanjem modova u femtosekundnom pulsnom laseru [?]. Električno polje pulsa u proizvoljnoj točki prostora može se zapisati u obliku "amplituda  $\times$  faza" [17]

$$E(t) = A(t)e^{i(\omega_0 t + \varphi(t) + \varphi_0)} = \tilde{A}(t)e^{i\omega_0 t} + c.c. \quad (3.1)$$

gdje  $A(t)$  i  $\tilde{A}(t)$  predstavljaju realnu i kompleksnu envelopu pulsa, respektivno. Fundamentalna frekvencija dana je sa  $\omega_0$ .  $\varphi(t)$  predstavlja vremenski ovisnu fazu pulsa. Faza  $\varphi_0$  predstavlja tzv. pomak u fazi između električnog polja  $E$  i envelope pulsa. Ovaj pomak u fazi ćemo zanemariti u daljnjem razmatranju no važno je napomenuti da je  $\varphi_0$  ključan pri sprezanju longitudinalnih modova femtosekundnog lasera i primjeni u femtosekundnoj spektroskopiji frekventnim češljem. Više o metodama

određivanja i stabilizacije faze  $\varphi_0$  može se pronaći u [?]. Prikaz električnog polja i envelope pulsa dan je na Slici 3.1a). Usto su označena krila envelope pulsa, tzv. vodeće (eng. leading edge) i prateće krilo (eng. trailing edge) te prednji i stražnji rub pulsa. Važnost krila i rubova pulsa postat će jasnija u narednim poglavljima. Na Slici 3.1a), pomak u fazi  $\varphi_0$  i vremenski ovisna faza  $\varphi(t)$  su oboje jednaki nuli. Intenzitet pulsa dan je kao kvadrat envelope pulsa i prikazan je na Slici 3.1b).



Slika 3.1: Slika 3.1a) Prikaz električnog polja i envelope femtosekundnog pulsa. Frekvencija oscilacija električnog polja jednaka je  $\omega_0$ . Envelope ima gaussov profil. Trajanje pulsa definirano je sa FWHM envelope, označeno crtkanom linijom. Slika 3.1b) Prikaz intenziteta pulsa u vremenu. Intenzitet pulsa je definiran kao  $I = |A|^2$ .

Za potpuni opis optičkog pulsa potrebno je definirati profil envelope pulsa i trajanje pulsa. Dva najčešće promatrana profila su Gaussov i sekans hiperbolni definirani kao [18]

$$A_{gauss}(t) = A_0 e^{-\frac{t^2}{2T_0^2}} \quad (3.2)$$

$$A_{sech}(t) = A_0 \operatorname{sech}\left(\frac{t}{T_0}\right) \quad (3.3)$$

gdje  $A_0$  predstavlja amplitudu envelope pulsa. Za navedene profile trajanje pulsa definira se kao širina na polovici maksimuma intenziteta pulsa (FWHM)

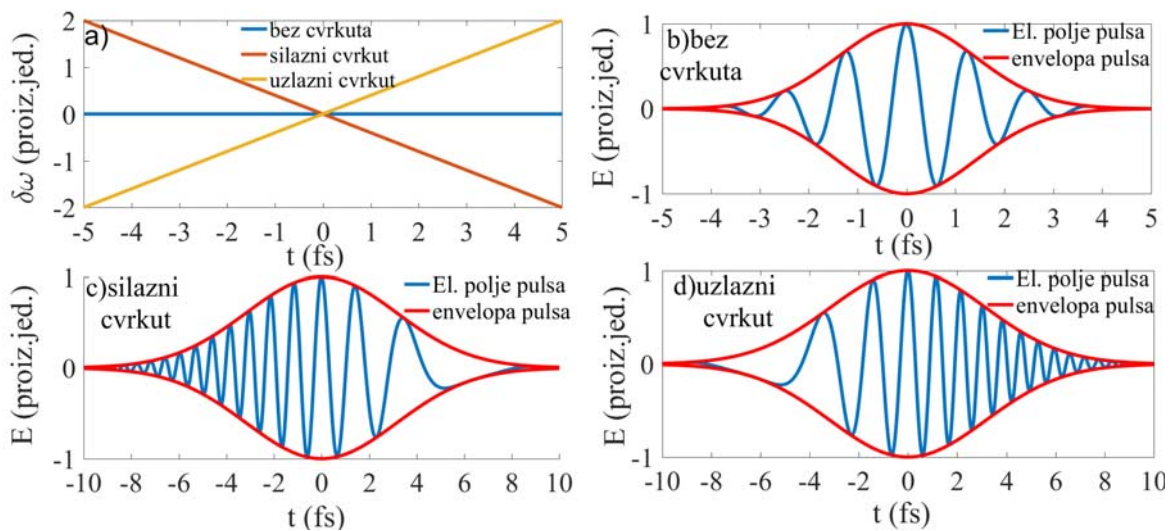
$$T_{gauss} = 2\ln\sqrt{2}T_0 \quad (3.4)$$

$$T_{sech} = 2\ln(1 + \sqrt{2})T_0 \quad (3.5)$$

Frekvencija električnog polja pulsa u proizvoljnom vremenskom trenutku je općenito različita od fundamentalne frekvencije  $\omega_0$  i definirana je kao

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (3.6)$$

Drugi član sa desne strane relacije (3.6) daje vremensku ovisnost frekvencije i naziva se cvrkutom (eng. chirp). Ovisno o predznaku cvrkuta, frekvencija električnog polja pulsa raste u vremenu (uzlazni cvrkut, upchirp) ili opada (silazni cvrkut, downchirp). Ako se trenutna frekvencija pulsa mijenja linearno u vremenu, tada se to naziva linearnim cvrkutom. U slučaju da je  $\frac{d\varphi(t)}{dt} = 0$ , frekvencija pulsa je jednaka  $\omega_0$  i naziva se pulsom bez cvrkuta (eng. unchirped pulse). Grafički prikaz pulsa sa i bez cvrkuta dan je na slici 3.2 koja prikazuje različite tipove cvrkuta te njihov utjecaj na električno polje pulsa. Različiti tipovi cvrkuta javljaju se pri propagaciji pulseva zbog disperzivnih svojstava medija. Cvrkut će imati dalekosežne posljedice na vremenske i spektralne promjene pulsa pri propagaciji, te ćemo se na cvrkute vratiti u kasnijim poglavljima. Usto, od sada nadalje cvrkut će radi jednostavnosti biti označen sa  $\delta\omega$  umjesto  $\frac{d\varphi(t)}{dt}$ .



Slika 3.2: Prikaz cvrkuta femtosekundnih pulseva. Slika b) Puls bez cvrkuta gdje je frekvencija električnog polja konstantna. Slika c) Puls sa silaznim cvrkutom. Vidljiv je pad frekvencije električnog polja duž trajanja pulsa. Slika d) Puls sa uzlaznim cvrkutom. Frekvencija električnog polja raste u vremenu duž trajanja pulsa.

Važno svojstvo pulseva bez cvrkuta jest limes Fourierovog transformata (eng. Fourier transform limit) koji daje donju granicu trajanja pulsa za dani spektar pulsa. Limes je dan kao umnožak širine pulsa u vremenskoj i spektralnoj domeni  $\Delta t \Delta \nu = 0.441$  i

minimalan je za pulseve bez cvrkuta.

### 3.2 Opis propagacije ultrakratkih laserskih pulseva u nelinearnom sredstvu

Pri propagaciji svjetlosti kroz nelinearno optičko vlakno dolazi do širenja spektra ulaznog pulsa. U vlaknu se javlja niz disperzivnih i nelinearnih efekata. Za Fourier ograničene pulseve (pulseve bez cvrkuta), disperzivni efekti uzrokuju širenje pulsa u vremenu, dok nelinearni efekti šire spektar pulsa. Disperzivni efekti prvenstveno uključuju disperzije drugog i trećeg reda, tzv. GVD (eng. group velocity dispersion) i TOD (eng. third order dispersion). Neki od nelinearnih efekata su primjerice modulacija vlastite faze (eng. selfphase modulation (SPM)), međufazna modulacija (eng. cross-phase modulation (XPM)), fisija solitona, samoustrmljenje (eng. selfsteepening), međupulsno Raman raspršenje (eng. intrapulse Raman scattering), četverovalno mješanje (eng. four-wave mixing (FWM)) i dr. Kombinirano međudjelovanje nelinearnih procesa stvara iznimno širok spektar od više stotina nanometara širine, te se takav spektar naziva superkontinuum.

Kako bi shvatili uzroke nelinearnih i disperzivnih efekata u vlaknu i njihovu ulogu u nastanku superkontinuum, potrebno je detaljnije proučiti propagaciju pulseva u nelinearnom sredstvu. Propagacija pulseva u nekom sredstvu opisana je Maxwellovim jednadžbama

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt} \quad (3.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{d\mathbf{D}}{dt} + \mathbf{J} \quad (3.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \quad (3.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.10)$$

gdje  $\mathbf{E}$  i  $\mathbf{B}$  predstavljaju električno i magnetsko polje, a  $\mathbf{D}$  i  $\mathbf{H}$  su dielektrični pomak i jakost magnetskog polja vezani preko polarizacije  $\mathbf{P}$  i magnetizacije  $\mathbf{M}$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (3.12)$$

U nemagnetskim medijima bez slobodnih naboja poput optičkih vlakana vrijedi  $\rho_f = 0$ ,  $\mathbf{J} = 0$  i  $\mathbf{M} = 0$ . Primjenom rotacije na jednadžbu (3.7) te korištenjem relacija (3.9-3.12) dobivamo

$$\nabla^2 \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{d^2 \mathbf{E}}{dt^2} - \mu_0 \frac{d^2 \mathbf{P}}{dt^2} \quad (3.13)$$

Polarizaciju je moguće podijeliti u linearni i nelinearni dio te zapisati kao Taylorov niz [18]

$$P = \epsilon_0 (\chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots) \quad (3.14)$$

gdje je  $\epsilon_0$  permitivnost vakuuma. Prvi član s desne strane relacije (3.14) daje linearnu polarizaciju  $P_L$ , dok posljednja dva člana predstavljaju nelinearne polarizacije  $P_{NL}$  drugog i trećeg reda te su povezani s električnim poljem preko odgovarajuće susceptibilnosti drugog i trećeg reda. Za optička vlakna sa centralnom simetrijom polarizacija drugog reda iščezava zbog simetrije na inverziju. Polarizacija drugog reda definirana je kao

$$P^{(2)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 \quad (3.15)$$

Promjenimo li smjer električnog polja iz  $E$  u  $-E$ , zbog simetrije na inverziju dolazi i do promjene smjera polarizacije iz  $P$  u  $-P$ . Polarizacija drugog reda je tada dana kao

$$-P^{(2)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} (-E)^2 = \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 \quad (3.16)$$

Usporedbom relacija (3.15) i (3.16) jasno je vidljivo da vrijedi  $P = -P$  što je moguće samo ako je  $\chi^{(2)} = 0$ . Uz pretpostavku trenutnog odgovora polarizacije na vanjsko polje, linearna i nelinearna polarizacija su dane kao

$$P_L(r, t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(r, t) \quad (3.17)$$

$$P_{NL}(r, t) \approx \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi^{(3)} |E|^2 E \quad (3.18)$$

Polarizacija prvog reda  $P^{(1)}$  linearno raste sa  $E$ , dok polarizacija trećeg reda  $P^{(3)}$  raste sa trećom potencijom polja. Stoga ćemo u daljnjem raspisu polarizaciju prvog reda označavati s  $P_L$ , a polarizaciju trećeg reda s  $P_{NL}$  gdje indeksi  $L$  i  $NL$  ukazuju na njihovu linearnu i nelinearnu ovisnost o  $E$ . Valna jednaždba (3.13) se sada može



zapisati kao

$$\nabla^2 \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{d^2 \mathbf{E}}{dt^2} - \mu_0 \frac{d^2(\mathbf{P}_L)}{dt^2} - \mu_0 \frac{d^2(\mathbf{P}_{NL})}{dt^2} \quad (3.19)$$

Električno polje i polarizacije ponovo su zapisane u obliku "amplituda x faza" i dani su kao

$$\mathbf{E}(r, t) = \frac{1}{2} \hat{x} (A(r, t) e^{i\omega_0 t} + \text{c.c.}) \quad (3.20)$$

$$\mathbf{P}_L = \frac{1}{2} \hat{x} (P_L(r, t) e^{i\omega_0 t} + \text{c.c.}) \quad (3.21)$$

$$\mathbf{P}_{NL} = \frac{1}{2} \hat{x} (P_{NL}(r, t) e^{i\omega_0 t} + \text{c.c.}) \quad (3.22)$$

gdje su  $A(r, t)$ ,  $P_L$  i  $P_{NL}$  kompleksne amplitude polja i polarizacija. Navedene funkcije linearne i nelinearne polarizacije odgovaraju upravo relacijama (3.17) i (3.18).

Prelaskom u frekventnu domenu, valna jednađba glasi

$$\nabla^2 \mathbf{E}(r, \omega) + (1 + \chi^{(1)}) k_0^2 \mathbf{E}(r, \omega) = -\mu_0 \omega^2 \mathbf{P}_{NL}(r, \omega) \quad (3.23)$$

gdje  $k_0 = \frac{\omega_0}{c}$ .

Članovi s lijeve strane valne jednađbe su električno polje pulsa i linearni odziv polarizacije, dok je nelinearna polarizacija izdvojena na desnu stranu jednakosti. Pretpostavljeno rješenje valne jednađbe (3.22) dano je kao

$$\mathbf{E}(r, \omega) = F(x, y) A(z, \omega) e^{i\beta_0 z} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{P}(r, \omega) = P(r, \omega) e^{i\beta_0 z} \quad (3.25)$$

gdje  $A(z, \omega)$  i  $F(x, y)$  su envelope el. polja i modalna distribucija intenziteta pulsa. Uvrštavanjem pretpostavljenog rješenja i separacijom varijabli dobivamo dvije diferencijalne jednađbe

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} + [(1 + \chi^{(1)}) k_0 - \beta^2] F(x, y) = 0 \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial^2 A(z, \omega)}{\partial z^2} + 2i\beta_0 \frac{\partial A(z, \omega)}{\partial z} + (\beta^2(\omega) - \beta_0^2) A(z, \omega) = \mu_0 \omega^2 P_{NL}(z, \omega) \quad (3.27)$$

gdje je  $\beta(\omega)$  valni vektor. U nelinearnoj optici valni vektor  $\beta(\omega)$  se još naziva i propagacijskom konstantom. Jednađba (3.26) opisuje električno polje u smjeru okomitom na smjer propagacije pulsa. Fizikalno, jednađba opisuje difraktivne efekte. Difrak-

tivni efekti su od iznimnog značaja pri ulasku i izlasku svjetlosti u optičko vlakno, no nemaju veliku ulogu u samoj propagaciji svjetlosti kroz vlakno.

Zanemarivanjem difrakcije dobivamo nelinearnu jednadžbu propagacije za ravne valove (3.27). Prije nastavka izvoda, potrebno je izvršiti par aproksimacija. Jedna od aproksimacija se tiče propagacijske konstante  $\beta(\omega)$ . Uz pretpostavku uske spektralne širine pulsa ( $\Delta\omega \ll \omega_0$ ) gdje je  $\omega_0$  fundamentalna frekvencija pulsa i  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ , propagacijsku konstantu možemo razviti u Taylorov red oko  $\omega_0$  [19]

$$\beta(\omega) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{m!} (\Delta\omega)^m \quad (3.28)$$

gdje  $\beta_m = \frac{\partial^m \beta(\omega)}{\partial \omega^m}$ .

Fizikalno, koeficijenti u razvoju  $\beta(\omega)$  opisuju disperzivne efekte pri propagaciji vala. Stoga uvodimo tzv. kvazimonokromatsku aproksimaciju u kojoj puls promatramo kao velik broj monokromatskih valnih paketa koji se gibaju kroz prostor zajedničkom grupnom brzinom  $v_g = \frac{1}{\beta_1}$ . Ulaskom u optičko vlakno, monokromatski valovi se počinju gibati različitim grupnim brzinama zbog disperzije drugog reda, tzv. disperzije grupne brzine (eng. Group Velocity Dispersion, GVD). Disperzija grupne brzine dana je s  $\beta_2(\omega)$ .

Uvrštavanjem Taylorovog razvoja propagacijske konstante (3.28) i nelinearne polarizacije (relacija 3.18) i prelaskom u vremensku domenu (korištenjem  $i \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \Delta\omega$ ) relacija (3.27) postaje

$$\frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial z^2} + 2i\beta_0 \frac{\partial A(z, t)}{\partial z} + \left[ \left( \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{m!} (-i \frac{\partial}{\partial t})^m \right)^2 - \beta_0^2 \right] A(z, t) = \mu_0 \left[ -\omega_0^2 P_{NL}(z, t) - 2i\omega_0 \frac{\partial P_{NL}(z, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \right] \quad (3.29)$$

Jednadžba (3.29) je generalna jednadžba evolucije pulsa pod utjecajem disperzivnih i nelinearnih efekata. Disperzija je opisana sumom s lijeve strane jednadžbe, dok desna strana daje nelinearne efekte uzrokovane nelinearnom polarizacijom. U ovom trenu ćemo izlučiti  $\omega_0^2$  sa desne strane jednadžbe i obje strane jednadžbe podijeliti sa  $2\beta_0 \sqrt{S_{eff}}$  gdje je  $\beta_0$  nulti red propagacijske konstante, a  $S_{eff}$  predstavlja tzv.

efektivnu površinu pulsa svjetlosti

$$\frac{1}{2\beta_0\sqrt{S_{eff}}}\left[\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} + 2i\beta_0\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} + \left[\left(\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\beta_m}{m!}\left(-i\frac{\partial}{\partial t}\right)^m\right)^2 - \beta_0^2\right]u(z,t)\right] = \frac{\mu_0\omega_0^2}{2\beta_0 S_{eff}}\left[-P_{NL}(z,t) - 2i\frac{1}{\omega_0}\frac{\partial P_{NL}(z,t)}{\partial t} + \frac{1}{\omega_0^2}\frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}\right] \quad (3.30)$$

Za sada je dovoljno reći da  $S_{eff}$  omogućava redefiniciju envelope pulsa kao  $A = \frac{u}{\sqrt{S_{eff}}}$ . Kao što je pojašnjeno na Slici 3.1b) iz prethodnog poglavlja, kvadrat envelope  $A^2$  predstavlja intenzitet svjetlosti, pa je stoga  $u^2$  snaga svjetlosti. Ovakva manipulacija relacijom (3.30) se čini proizvoljnom, no pokazat će se korisna u kasnijem izvodu. Promotrimo desnu stranu jednadžbe (3.30) koja se sastoji od tri člana- nelinearne polaziracije i njene prve i druge derivacije. U ovom trenutku potrebno je uvrstiti nelinearnu polarizaciju. Jedna od definicija nelinearne polarizacije dana je relacijom (3.18). Kao što je već rečeno, ta nelinearna polarizacija pretpostavlja trenutni odziv polarizacije na električno polje. Ovakva definicija  $P_{NL}$  nije dostatna za opis superkontinuuuma budući da nelinearni efekti višeg reda, poput Raman raspršenja, ne odgovaraju trenutno na vanjsko polje, već postoji vremensko kašnjenje između električnog polja i raspršenja. Nelinearna polarizacija sa zakašnjenjem definirana je kao [18]

$$P_{NL} = \frac{3\epsilon_0}{4}\chi^{(3)}A(z,t)\int_{-\infty}^t R(t-\tau)|A(z,\tau)|^2 d\tau \quad (3.31)$$

gdje  $A(z,t)$  je envelope pulsa i odgovara sporovarirajućem električnom polju iz relacije (3.18). Funkcija  $R(t-\tau)$  se naziva funkcijom nelinearnog odgovora i osigurava kauzalnost sustava ( $R(t-\tau) = 0$  za  $\tau > t$ ). Uvrštavanjem (3.31), relacija (3.30) postaje

$$\frac{1}{2\beta_0}\left\{\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} + 2i\beta_0\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} + \left[\left(\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\beta_m}{m!}\left(-i\frac{\partial}{\partial t}\right)^m\right)^2 - \beta_0^2\right]u(z,t)\right\} = \frac{3\epsilon_0\mu_0\omega_0^2}{8\beta_0 S_{eff}}\chi^{(3)}\left\{\left[u(z,t)\int_{-\infty}^t R(t-\tau)|u(z,\tau)|^2 d\tau\right] - \left[\frac{2i}{\omega_0}\frac{\partial(u(z,t)\int_{-\infty}^t R(t-\tau)|u(z,\tau)|^2 d\tau)}{\partial t}\right] + \left[\frac{1}{\omega_0^2}\frac{\partial^2((u(z,t)\int_{-\infty}^t R(t-\tau)|u(z,\tau)|^2 d\tau)}{\partial t^2}\right]\right\} \quad (3.32)$$

Kako  $P_{NL}$  u jednadžbu (3.32) ulazi kao  $A|A|^2$ , u redefiniranim jedinicama  $u(z,t)$  polarizacija je proporcionalna  $\frac{u|u|^2}{S_{eff}\sqrt{S_{eff}}}$ . Time se korijen efektivne površine na desnoj strani krati s istovjetnim članom površine na lijevoj strani jednadžbe. Prije analize

ove kompleksne jednađbe, potrebno je uvesti još dvije supstitucije. Jedna se tiče varijable vremena gdje definiramo  $t' = t - \tau$ . Ova supstitucija će olakšati računanje integrala u jednađbi (3.32). Druga supstitucija se tiče faktora koji množi vitičastu zagradu sa desne strane jednađbe (3.32). Definiranjem parametra  $\gamma$  i nelinearnog koeficijenta indeksa loma  $n_2$  iz relacije (2.1)

$$\gamma = \frac{3\omega_0 n_2}{cS_{eff}} \quad (3.33)$$

$$n_2 = \frac{3}{8n_0} \chi^{(3)} \quad (3.34)$$

Faktor sa desne strane jednađbe (3.32) postaje

$$\frac{3\epsilon_0\mu_0\omega_0^2}{8\beta_0 S_{eff}} \chi^{(3)} = \gamma \quad (3.35)$$

Konstanta  $\gamma$  naziva se parametrom nelinearnosti. On opisuje izraženost nelinearnih efekata pri propagaciji svjetlosti u vlaknu. Parametar  $\gamma$  sadrži nelinearni koeficijent indeksa loma i efektivnu površinu. Dakle, nelinearni efekti u optičkim vlaknima ne ovise samo o polarizaciji trećeg reda (danoj preko  $n_2$ ), nego i o dizajnu jezgre i omotača optičkog vlakna (danog preko parametra  $A_{eff}$ ).

Ovakva definicija parametra  $\gamma$  je točna uz pretpostavku trenutnog odgovora polarizacije na električno polje što ne vrijedi u relaciji (3.32). Za opis superkontinuuuma s nelinearnim članovima višeg reda, potrebno je pretpostaviti frekventnu ovisnost parametra  $\gamma(\omega)$  i razviti u Taylorov red oko  $\omega_0$  [18]

$$\gamma(\omega) = \gamma(\omega_0) + \frac{\partial\gamma}{\partial\omega} \Delta\omega \quad (3.36)$$

Korištenjem  $i\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \Delta\omega$  i navedenih supstitucija, (3.32) prelazi u sljedeći oblik

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\beta_0} \left\{ \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} + 2i\beta_0 \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} + \left[ \left( \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{m!} (-i\frac{\partial}{\partial t})^m \right)^2 - \beta_0^2 \right] u(z, t) \right\} = \\ & - \left( \gamma(\omega_0) + i\frac{\partial\gamma}{\partial\omega} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left\{ \left[ u(z, t) \int_0^{\infty} R(t') |u(z, t-t')|^2 dt' \right] - \left[ \frac{2i}{\omega_0} \frac{\partial(u(z, t) \int_0^{\infty} R(t') |u(z, t-t')|^2 dt')}{\partial t} \right] + \right. \\ & \left. \left[ \frac{1}{\omega_0^2} \frac{\partial^2(u(z, t) \int_0^{\infty} R(t') |u(z, t-t')|^2 dt')}{\partial t^2} \right] \right\} \quad (3.37) \end{aligned}$$

Jednadžba (3.37) predstavlja veoma generalan oblik nelinearne Schrodingerove jednadžbe za nelinearnu polarizaciju trećeg reda sa nelinearnom funkcijom zakašnjenja. Disperzija je dana sumom na lijevoj strani jednadžbe. Za pulseve duže od 100 fs, jednadžbu (3.37) možemo pojednostaviti pretpostavljajući  $\frac{\partial \gamma}{\partial \omega} = \frac{\gamma(\omega_0)}{\omega_0}$  i korištenjem Taylorovog razvoja [18]

$$|u(z, t - t')|^2 \approx |u(z, t)|^2 - t' \frac{\partial}{\partial t} |u(z, t - t')|^2 \quad (3.38)$$

Ova pretpostavka odgovara sporij evoluciji envelope pulsa pri propagaciji kroz vlakno. Uvrštavanjem ove pretpostavke i deriviranjem članova u uglatim zagradama na desnoj strani, jednadžba (3.37) postaje

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\beta_0} \left\{ \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} + 2i\beta_0 \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} + \left[ \left( \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{m!} (-i \frac{\partial}{\partial t})^m \right)^2 - \beta_0^2 \right] u(z, t) \right\} = - \left( \gamma(\omega_0) + i \frac{\partial \gamma}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial t} \right) \\ & \left\{ \left[ u(z, t) \int_0^{\infty} R(t') \left( |u(z, t)|^2 - t' \frac{\partial}{\partial t} |u(z, t)|^2 \right) dt' \right] - \frac{2i}{\omega_0} \left[ \frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \int_0^{\infty} R(t') \left( |u(z, t)|^2 - t' \frac{\partial}{\partial t} |u(z, t)|^2 \right) dt' \right] \right. \\ & \quad + u(z, t) \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\infty} R(t') \left( |u(z, t)|^2 - t' \frac{\partial}{\partial t} |u(z, t)|^2 \right) dt' \left. + \frac{1}{\omega_0^2} \left[ \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial t^2} \int_0^{\infty} R(t') \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left( |u(z, t)|^2 - t' \frac{\partial}{\partial t} |u(z, t)|^2 \right) dt' + 2 \frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\infty} R(t') \left( |u(z, t)|^2 - t' \frac{\partial}{\partial t} |u(z, t)|^2 \right) dt' \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + u(z, t) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^{\infty} R(t') \left( |u(z, t)|^2 - t' \frac{\partial}{\partial t} |u(z, t)|^2 \right) dt' \right] \right\} \quad (3.39) \end{aligned}$$

Unatoč naizglednoj kompleksnosti, uglate zagrade na desnoj strani (3.39) sadržavaju samo dva tipa integrala-  $\int_0^{\infty} R(t') dt'$  i  $\int_0^{\infty} t' R(t') dt'$  jer amplituda  $u(z, t)$  nije funkcija od  $t'$ . Definiramo identitete

$$T_R = \int_0^{\infty} t' R(t') dt' \quad (3.40)$$

$$\int_0^{\infty} R(t') dt' = 1 \quad (3.41)$$

gdje (3.40) predstavlja prvi moment funkcije nelinearnog odgovora, dok (3.41) ukazuje na normaliziranost funkcije  $R(t')$ . Izvrijednjavanjem integrala u jednadžbi (3.39)

preko (3.40) i (3.41) dobivamo

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\beta_0} \left\{ \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} + 2i\beta_0 \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} + \left[ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{m!} (-i \frac{\partial}{\partial t})^m - \beta_0^2 \right] u(z, t) \right\} = - \left( \gamma(\omega_0) + i \frac{\partial \gamma}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial t} \right) \\ \left\{ \left[ u|u|^2 - T_R u \frac{\partial |u|^2}{\partial t} \right] - \frac{2i}{\omega_0} \left[ \frac{\partial u}{\partial t} |u|^2 - T_R \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial |u|^2}{\partial t} + u \frac{\partial |u|^2}{\partial t} - T_R u \frac{\partial^2 |u|^2}{\partial t^2} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{\omega_0^2} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} |u|^2 - T_R \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \frac{\partial |u|^2}{\partial t} + 2 \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial |u|^2}{\partial t} - 2T_R \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 |u|^2}{\partial t^2} + u \frac{\partial^2 |u|^2}{\partial t^2} - u \frac{\partial^3 |u|^2}{\partial t^3} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Konačno potrebno je još raspisati sumu sa lijeve strane jednadžbe (3.42) koja daje disperziju optičkog vlakna. M-ti član sume daje m-ti red disperzije vlakna. U principu svi članovi sudjeluju u disperziji pulsa pri propagaciji kroz vlakno, no za kvalitativan opis disperzivnih svojstava vlakna potrebno je uzeti samo par početnih članova sume. Iz praktičnih razloga, sumu ćemo zaustaviti na m=3 članu. Raspisom do disperzije trećeg reda (m=3) [20], suma je jednaka

$$\sum_{m=0}^2 \frac{\beta_m}{m!} (-i \frac{\partial}{\partial t})^m \approx \beta_0^2 - 2i\beta_0\beta_1 \frac{\partial}{\partial t} - \beta_1^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \beta_0\beta_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + i \frac{\beta_0\beta_3}{3} \frac{\partial^3}{\partial t^3} + i\beta_1\beta_2 \frac{\partial^3}{\partial t^3} \dots \quad (3.43)$$

Uvrštavanjem sume u (3.42) dobivamo

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\beta_0} \left\{ \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} + 2i\beta_0 \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} + 2i\beta_0\beta_1 \frac{\partial u(z, t)}{\partial t} - [\beta_1^2 + \beta_0\beta_2] \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial t^2} - i \left[ \frac{\beta_0\beta_3}{3} + \beta_1\beta_2 \right] \frac{\partial^3 u(z, t)}{\partial t^3} \right\} = \\ - \left( \gamma(\omega_0) + i \frac{\partial \gamma}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left\{ \left[ u|u|^2 - T_R u \frac{\partial |u|^2}{\partial t} \right] - \frac{2i}{\omega_0} \left[ \frac{\partial u}{\partial t} |u|^2 - T_R \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial |u|^2}{\partial t} + u \frac{\partial |u|^2}{\partial t} - T_R u \frac{\partial^2 |u|^2}{\partial t^2} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{\omega_0^2} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} |u|^2 - T_R \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \frac{\partial |u|^2}{\partial t} + 2 \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial |u|^2}{\partial t} - 2T_R \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 |u|^2}{\partial t^2} + u \frac{\partial^2 |u|^2}{\partial t^2} - u \frac{\partial^3 |u|^2}{\partial t^3} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Za daljnju analizu prelazimo u referentni sustav pulsa definiran kao  $T = t - \beta_1 z$ . Lančane derivacije relacije (3.44) će izmjeniti samo lijevu stranu jednadžbe, dok će

desna strana ostati nepromjenjena

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\beta_0} \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 2i\beta_1 \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial T} + 2i\beta_0 \frac{\partial u}{\partial z} - \beta_0 \beta_2 \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} - i \frac{\beta_0 \beta_3}{3} \frac{\partial^3 u}{\partial T^3} \right\} = - \left( \gamma(\omega_0) + i \frac{\partial \gamma}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial T} \right) \\
\left\{ \left[ u|u|^2 - T_R u \frac{\partial |u|^2}{\partial T} \right] - \frac{2i}{\omega_0} \left[ \frac{\partial u}{\partial T} |u|^2 - T_R \frac{\partial u}{\partial T} \frac{\partial |u|^2}{\partial T} + u \frac{\partial |u|^2}{\partial T} - T_R u \frac{\partial^2 |u|^2}{\partial T^2} \right] \right. \\
\left. + \frac{1}{\omega_0^2} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} |u|^2 - T_R \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} \frac{\partial |u|^2}{\partial T} + 2 \frac{\partial u}{\partial T} \frac{\partial |u|^2}{\partial T} - 2T_R \frac{\partial u}{\partial T} \frac{\partial^2 |u|^2}{\partial T^2} + u \frac{\partial^2 |u|^2}{\partial T^2} - u \frac{\partial^3 |u|^2}{\partial T^3} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Lijeva strana jednadžbe 3.45 sada sadrži disperzije do trećeg reda, dok desna strana sadrži velik broj nelinearnih efekata koji proizlaze iz nelinearne polarizacije  $P_{NL}$ . Iz oblika jednadžbe je očito da bi numeričko rješavanje jednadžbe (3.45) bilo iznimno zahtjevno. Stoga se uvodi aproksimacija sporovarirajuće envelope (eng.SVEA). SVEA pretpostavlja sporu promjenu envelope pulsa o odnosu optički ciklus električnog polja. SVEA vrijedi za spektralno uske pulseve trajanja od  $T_0 > 100 fs$ . Aproksimaciju je moguće zapisati kao [19]

$$\left| \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} \right| \ll \beta_0 u(z, t) \tag{3.46}$$

$$2\beta_1 \left| \frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \right| \ll 2\beta_0 u(z, t) \tag{3.47}$$

Primjenom parcijalne derivacije po prostoru ( $\frac{\partial}{\partial z}$ ) jednadžbe (3.46) i (3.47) prelaze u

$$\left| \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} \right| \ll \beta_0 \frac{\partial u}{\partial z} \tag{3.48}$$

$$2\beta_1 \left| \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \right| \ll 2\beta_0 \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \tag{3.49}$$

SVEA u danom obliku omogućava odbacivanje prva dva člana sa lijeve strane jednadžbe 3.45. Usto, zbog spore evolucije envelope pri propagaciji, sve druge i treće derivacije kvadrata envelope ( $\frac{\partial^2 |u|^2}{\partial T^2}$  i  $\frac{\partial^3 |u|^2}{\partial T^3}$ ) kao i umnoški derivacija (npr.  $\frac{\partial u}{\partial T} \frac{\partial |u|^2}{\partial T}$ ) su zanemarivo maleni. Ovo omogućava odbacivanje velikog broja članova sa desne strane jednadžbe (3.45). Jedini članovi koji preostaju su oni oblika  $u|u|^2$  i  $u \frac{\partial |u|^2}{\partial T}$ .

Jednadžba (3.45) prelazi u pojednostavljeni oblik

$$i \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} + i \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial T^3} = - \left( \gamma(\omega_0) + i \frac{\partial \gamma}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial T} \right) \left[ u|u|^2 - T_{Ru} \frac{\partial |u|^2}{\partial T} - \frac{2i}{\omega_0} u \frac{\partial |u|^2}{\partial T} \right] \quad (3.50)$$

Uz pretpostavku spore promjene parametra nelinearnosti  $\gamma$ , njegovu derivaciju možemo aproksimirati kao  $\frac{\partial \gamma}{\partial \omega} = \frac{\gamma}{\omega_0}$ . Ponovnim korištenjem SVEA na desnoj strani jednadžbe (3.50), dobivamo Generaliziranu nelinearnu Schrodingerovu jednadžbu (GNLSE)

$$\frac{\partial u}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial T^3} = i \gamma \left( u|u|^2 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial (|u|^2 u)}{\partial T} - T_{Ru} \frac{\partial |u|^2}{\partial T} \right) \quad (3.51)$$

Relacija (3.51) predstavlja fundamentalnu jednadžbu kojom opisujemo propagaciju femtosekundnih pulseva u nelinearnom optičkom vlaknu u ovom diplomskom radu. Sve naredne simulacije polazit će od ove relacije.

Disperzija u GNLSE jednadžbi opisana je sa dva člana. Drugi član sa lijeve strane GNLSE odgovara disperziji drugog reda, tzv. disperziji grupne brzine (GVD). Disperzija trećeg reda dana je posljednjim članom na lijevoj strani jednadžbe. Nelinearni efekti u optičkom vlaknu opisani su desnom stranom jednakosti. Prvi član sa desne strane je samofazna modulacija (eng. self-phase modulation, SPM). SPM predstavlja najjednostavniji od nelinearnih efekata u vlaknu i proizlazi iz ovisnosti indeksa loma o intenzitetu svjetlosti. Posljednja dva člana na desnoj strani GNLSE su samoustrmljenje i Raman raspršenje. Oni predstavljaju nelinearne efekte višeg reda i općenito unose asimetriju u spektar pri propagaciji pulsa kroz vlakno.

Već je iz samog oblika kao i pripadajućeg izvoda GNLSE jasno da je stvaranje superkontinuum iznimno kompleksan proces. Stoga, kako bi kvalitetno razumjeli stvaranje superkontinuum, u narednih par poglavlja ćemo prvo proučiti svaki disperzivni i nelinearni efekt zasebno koncentrirajući se posebno na disperzivne i nelinearne efekte najnižeg reda- disperziju grupne brzine (GVD) i samofaznu modulaciju (SPM). Tada ćemo uvesti pojedine disperzivne i nelinearne efekte viših redova. Stvaranje superkontinuum kako je opisano punom GNLSE jednadžbom (3.51) ostaviti ćemo za sami kraj kada ćemo usporediti eksperimentalno stvoreni superkontinuum sa teorijskim simulacijama.



### 3.3 Numeričke simulacije propagacije

Jedna od najčešće korištenih metoda pri rješavanju GNLSE jednačbe i simulaciji superkontinuuuma je dvokoračna Fourier metoda (eng split-step metoda). Metoda se sastoji u rastavljanju GNLSE na dva dijela- disperzivni i nelinearni, kao što je i napravljeno u jednačbi 3.51. Tada je moguće disperzivne i nelinearne efekte promatrati kao dva odvojena operatora N i D dane kao

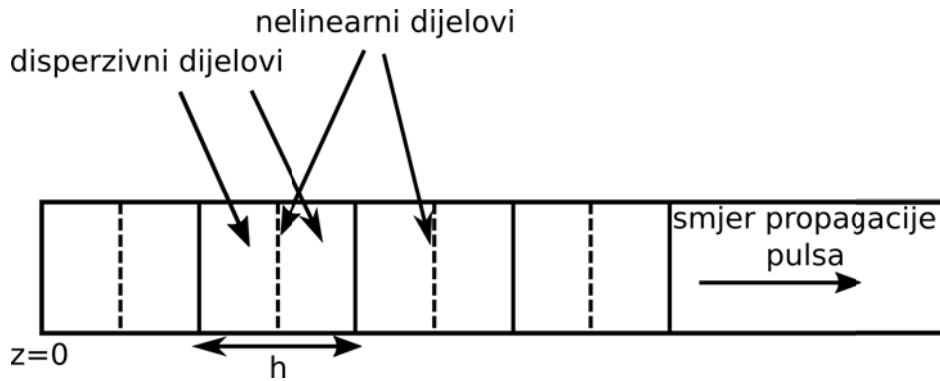
$$\hat{D} = -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial T^3} \quad (3.52)$$

$$\hat{N} = i\gamma(|u|^2 u + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} (|u|^2 u) - T_{RU} \frac{\partial |u|^2}{\partial T}) \quad (3.53)$$

GNLSE jednačba iz relacije 3.51 tada je moguće zapisati kao

$$\frac{\partial u}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})u \quad (3.54)$$

Tada se ti operatori naizmjenično primjenjuju na puls tijekom propagacije. Shematski prikaz metode dan je na Slici 3.3. Opisana metoda je primjenjena u simulacijama u



Slika 3.3: Shematski prikaz dvokoračne metode. Optičko vlakno je jednoliko podjeljeno u velik broj dijelova duljine  $h$ . Nelinearnost se nalazi na sredini segmenta. Disperzija i nelinearnost se naizmjenice primjenjuju na puls.

narednim poglavljima.

Sve naredne simulacije napravljene su korištenjem PyNLO paketa dostupnog na [20] [21]. Programski paket izrađen je u programskom jeziku Python. Prije pokretanja simulacije potrebno je definirati parametre pulsa i optičkog vlakna. Parametri pulsa kojima se može upravljati su energija, valna duljina i trajanje pulsa. Pri simulacijama je pretpostavljeno da je puls pri ulasku u vlakno bez cvrkuta.

Primjer početnih parametara pulsa dan su tablici 3.1.

Femtosekundni puls	
Parametri pulsa	vrijednost
Valna duljina	780 nm
FWHM	200 fs
Energija pulsa	0.8 nJ

Tablica 3.1: Početni parametri femtosekundnog pulsa

Osim ako nije naglašeno drugačije, za sve simulacije početni parametri pulsa su dani vrijednostima iz Tablice 3.1.

Za optičko vlakno definiran je zaseban niz parametara kojima se može upravljati. Popis parametara je dan u Tablici 3.2. Najosnovniji parametar je duljina vlakna u milimetrima. Disperziju opisuju parametri  $\beta_2$  i  $\beta_3$  sa lijeve strane GNLSE jednadžbe (3.51). Jakošću SPM efekta upravlja parametar nelinearnosti  $\gamma$ . Parametrom  $T_R$  nije moguće direktno upravljati budući da su nelinearni efekti višeg reda programirani na principu "istina/laž" ("true/false"). Ovisno o odabiru "istina/laž" simulacije će biti izvršene sa ili bez navedenog nelinearnog efekta.

Parametri optičkog vlakna
Duljina vlakna L
Disperzija grupne brzine $\beta_2$
Disperzija trećeg reda $\beta_3$
Parametar nelinearnosti $\gamma$
Raman raspršenja (istina/laž)
Samoustrmljenje (istina/laž)

Tablica 3.2: Popis parametara optičkog vlakna

Parametri optičkog vlakna bit će dani uz svaku simulaciju. Koristiti ćemo realistične vrijednosti dostupne u literaturi ili dane od strane proizvođača. Duljina vlakna u narednim simulacijama neće biti konstantna već će se mijenjati ovisno o potrebama simulacije jer su neki efekti iz GNLSE vidljivi pri kratkim propagacijskim putevima pulsa (malena duljina vlakna L), dok je za druge efekte puls potrebno propagirati kroz optičko vlakno veće duljine.

### 3.4 Disperzija grupne brzine (GVD)

Propagacija ultrakratkih pulseva kroz vakuum može se promatrati kroz tzv. kvazimonomokromatsku aproksimaciju gdje puls promatramo kao velik broj koherentnih monokromatskih valnih paketa koji se propagiraju kroz prostor s konstantnom grupnom i faznom brzinom. Ulaskom valnih paketa u nelinearno vlakno, grupna brzina postaje funkcija valne duljine te se valni paketi počinju gibati različitim grupnim brzinama i dolazi do vremenskog širenja pulsa.

Općenito, električno polje pulsa u nekoj proizvoljnoj točki dano je relacijom (3.1)

$$E(z, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [A(z, t) e^{i(\phi(t) + \omega_0 t)} + c.c] \quad (3.55)$$

gdje smo pretpostavili da je  $A(z, t)$  realna funkcija.

Električno polje u spektralnoj domeni može se zapisati kao umnožak amplitude i faze

$$E(\omega) = |A(\omega)| e^{i\phi_d(\omega)} \quad (3.56)$$

gdje  $|A(\omega)|$  predstavlja spektralnu amplitudu, a  $\phi_d(\omega)$  disperzivnu spektralnu fazu koja u sebi sadrži informaciju o disperzivnim efektima te vrijedi  $\phi_d^{(m)}(\omega) = \beta_m(\omega)L$  gdje je  $L$  duljina optičkog vlakna.

Tijekom propagacije kroz vlakno puls nakuplja spektralnu fazu [22]

$$\phi_d(\omega) = \beta(\omega)L = \frac{\omega}{c} n(\omega)L \quad (3.57)$$

Derivacijom spektralne faze po frekvenciji dobivamo grupno kašnjenje  $T_g$  koje je općenito funkcija indeksa loma  $n$  i valne duljine  $\lambda$

$$T_g = \frac{d\phi_d}{d\omega} = \frac{L}{c} \left( n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) = \frac{L}{c} \left( n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right) \quad (3.58)$$

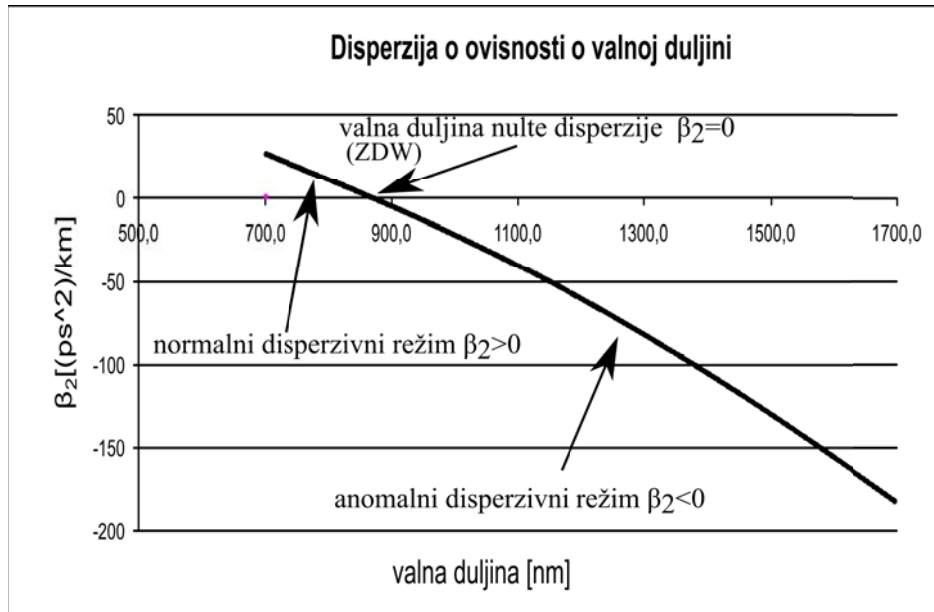
Grupno kašnjenje  $T_g$  pokazuje da različiti monokromatski valovi putuju različitim grupnim brzinama što rezultira vremenskim širenjem pulsa. Tada su GVD i TOD ( $\beta_2$  i  $\beta_3$  u sumi u relaciji (3.28)) dani su kao [22]

$$\beta_2 = \frac{1}{L} \frac{d^2\phi_d}{d\omega^2} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2n}{d\lambda^2} \quad (3.59)$$

$$\beta_3 = \frac{1}{L} \frac{d^3\phi_d}{d\omega^3} = \frac{-\lambda^4}{4\pi^2 c^3} \left( 3 \frac{d^2n}{d\lambda^2} + \lambda \frac{d^3n}{d\lambda^3} \right) \quad (3.60)$$

gdje su  $\beta_2$  i  $\beta_3$  članovi razvoja propagacijske konstante iz relacije (3.28).

Promotrimo detaljnije GVD parametar  $\beta_2$ . Na Slici 3.4 prikazana je ovisnost GVD parametra o valnoj duljini za optičko vlakno. Na Slici su označena 2 disperzivna



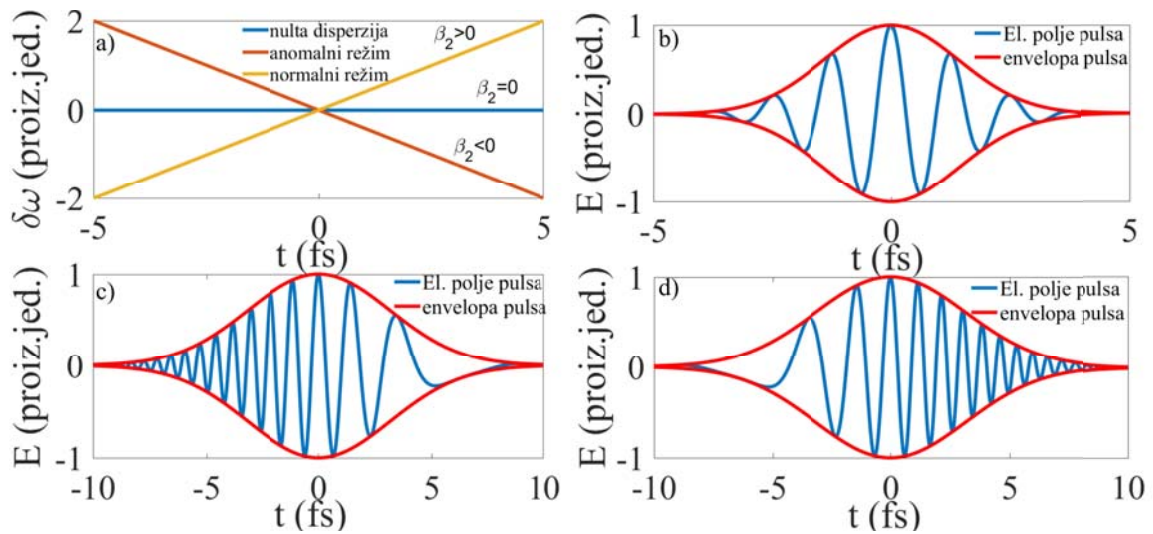
Slika 3.4: Ovisnost GVD parametra  $\beta_2$  u ovisnosti o valnoj duljini pulsa. Označena su 2 relevantna područja- normalni ( $\beta_2 > 0$ ) i anomalni režim ( $\beta_2 < 0$ ). Dva režima odvojena su valnom duljinom nulte disperzije (eng. zero dispersion wavelength, ZDW) [23]

režima. U normalnom disperzivnom režimu GVD parametar je pozitivan ( $\beta_2 > 0$ ), dok je u anomalnom režimu negativan ( $\beta_2 < 0$ ). Dva područja su odvojena točkom nulte disperzije u kojoj je  $\beta_2 = 0$ . Valna duljina na kojoj vrijedi ( $\beta_2 = 0$ ) naziva se valnom duljinom nulte disperzije (eng. zero dispersion wavelength, ZDW). Ovisno o valnoj duljini pulsa prilikom propagacije kroz vlakno, puls se nalazi u jednom od režima. Razlika između dva režima je tip cvrkuta koji električno polje doživljava prilikom propagacije. Za gausijanske pulseve, cvrkut pulsa pri propagaciji kroz vlakno jednak je [18]

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi_d}{\partial T} = \text{sgn}\beta_2 \frac{\frac{z}{L_{\text{GVD}}}}{1 + \left(\frac{z}{L_{\text{GVD}}}\right)^2} T_0 \quad (3.61)$$

gdje  $T_0$  predstavlja trajanje ulaznog pulsa, a  $L_{\text{GVD}} = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$  tzv. disperzivnu duljinu. Disperzivna duljina predstavlja duljinu vlakna relevantnu za manifestiranje disperzivnih efekata prilikom propagacije pulsa. Ako je duljina vlakna  $L$  puno manja od disperzivne duljine, tj. ako vrijedi  $L \ll L_{\text{GVD}}$ , tada GVD nema značajan utjecaj na ponašanje pulsa, dok je za  $L \approx L_{\text{GVD}}$  potrebno uključiti GVD u evoluciju pulsa. Na slici 3.5 su ponovo prikazana 3 pulsa sa slike 3.2, no sada je označen odgovarajući

disperzivni režim za svaki od mogućih tipova cvrkuta.



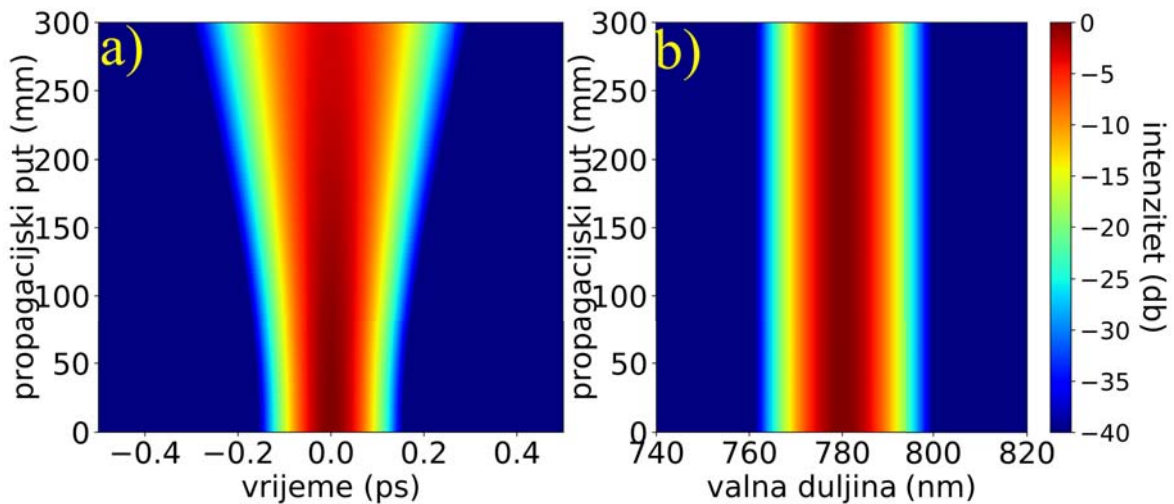
Slika 3.5: Prikaz cvrkuta femtosekundnih pulseva. Slika a) Prikaz cvrkuta za normalni i anomalni režim te cvrkut na ZDW. Slika b) Puls bez cvrkuta (na ZDW) gdje je frekvencija električnog polja konstantna. GVD parametar  $\beta_2$  je jednak nuli. Slika c) Puls sa silaznim cvrkutom. Vidljiv je pad frekvencije električnog polja zbog uvjeta  $\beta_2 < 0$ , tj. puls se nalazi u anomalnom disperzivnom režimu. Slika d) Puls sa uzlaznim cvrkutom. Frekvencija električnog polja raste zbog uvjeta  $\beta_2 > 0$ , tj. puls se nalazi u normalnom disperzivnom režimu.

Evolucija pulsa pod utjecajem GVD dana je pojednostavljenom GNLSE jednadžbom (3.51) koja uključuje samo GVD, dok su ostali efekti zanemareni.

$$\frac{\partial u}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} = 0 \quad (3.62)$$

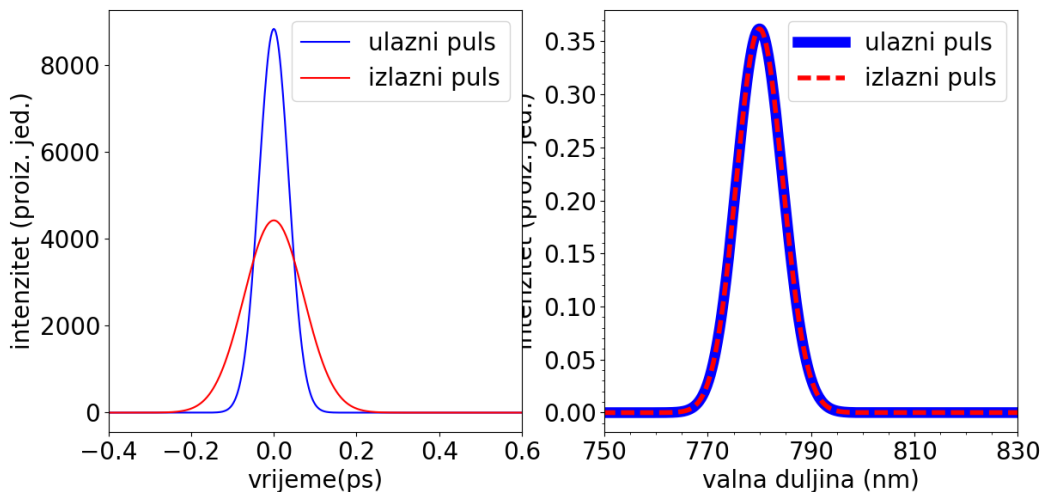
Zamislimo puls kao set monokromatskih valova. Za puls u anomalnom režimu ( $\beta_2 < 0$ ) električno polje ima silazni cvrkut i frekvencija oscilacije električnog polja se smanjuje u vremenu. Posljedično, plave frekventne komponente se gibaju brže od crvenih. U normalnom režimu ( $\beta_2 > 0$ ), frekvencija oscilacija električnog polja raste u vremenu zbog uzlaznog cvrkuta. Valovi sa nižim frekvencijama (crvene frekventne komponente) se gibaju brže od onih sa višim frekvencijama (plave komponente). Dakle, u oba režima disperzija grupne brzine mijenja grupnu brzinu različitih frekventnih komponenti pulsa. Za početno Fourier ograničene pulseve (pulsevi bez cvrkuta), GVD uzrokuje širenje pulsa u vremenu. Prikaz početnog i konačnog oblika pulsa i njegovog spektra dan je na Slici 3.7. Puls se proširi, ali zadrži gaussov profil. Spektar ulaznog pulsa ostaje nepromijenjen propagacijom kroz vlakno

Utjecaj GVD-a na puls u normalnom rezimu



Slika 3.6: Puls u vremenskoj (a) i spektralnoj (b) domeni prilikom propagacije kroz vlakno. Puls se širi u vremenu, no ne dolazi do promjena u spektru. Parametri optičkog vlakna su:  $\beta_2 = 15 \frac{ps^2}{km}$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 0$ .

Utjecaj GVD-a na puls u normalnom rezimu



Slika 3.7: Prikaz pulsa na ulazu i izlazu iz optičkog vlakna. Ulazni puls ima gaussov profil. Puls se vremenski proširi propagacijom kroz vlakno, no zadržava gaussov profil, jasno vidljivo na Slici 3.7a. Spektar pulsa ostaje nepromjenjen.

### 3.5 Samofazna modulacija

Samofazna modulacija (eng self-phase modulation, SPM) uzrokovana je optičkim Kerrovim efektom pri kojem indeks loma materijala postaje funkcija intenziteta svjetlosti

$$n(I) = n(\omega) + n_2 I \quad (3.63)$$

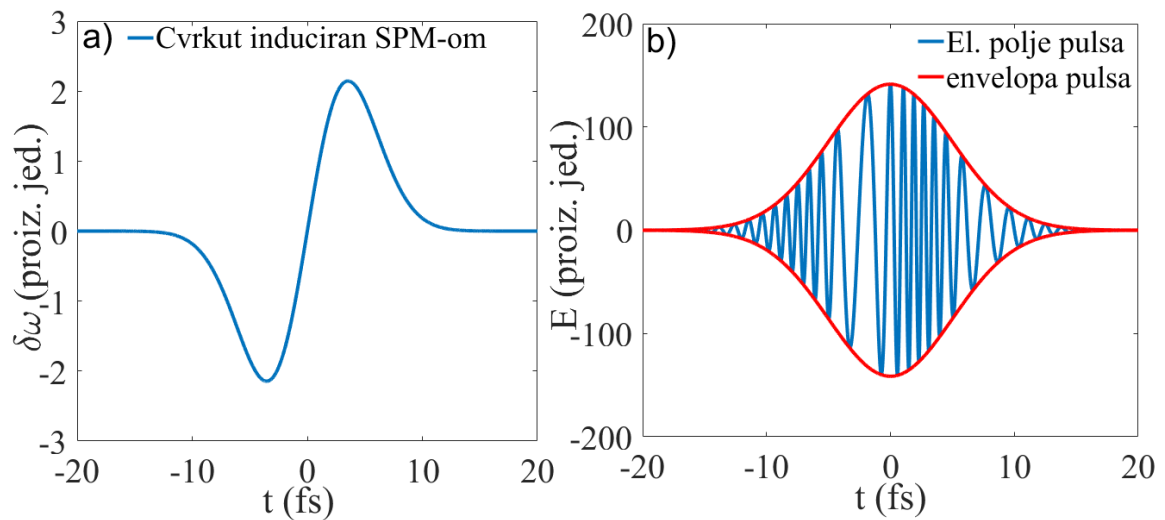
gdje  $n_2$  predstavlja nelinearni indeks loma, a  $I$  intenzitet svjetlosti. Propagacijom pulsa kroz optičko vlakno, puls nakuplja nelinearnu spektralnu fazu

$$\phi_{NL} = \frac{\omega}{c} n(I) L \quad (3.64)$$

Nelinearna spektralna faza uzrokuje širenje spektra pulsa. Cvrkut induciran SPM efektom za gausijanske pulseve dan je kao [18]

$$\delta\omega = \frac{2}{T_0} \frac{L}{L_{NL}} \frac{T}{T_0} e^{-\left(\frac{T}{T_0}\right)^2} \quad (3.65)$$

gdje je moguće definirati nelinearnu duljinu  $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$ , karakterističnu duljinsku skalu optičkog vlakna za SPM efekte. Prikaz cvrkuta uzrokovanog samofaznom modulacijom kao i njegov utjecaj na električno polje pulsa dan je na slici 3.8.



Slika 3.8: a) Cvrkut električnog polja pulsa uzrokovan SPM-om. Rubovi i centar pulsa imaju cvrkut  $\delta\omega = 0$  i to su točke u kojima je frekvencija električnog polja pulsa jednaka fundamentalnoj frekvenciji  $\omega_0$ . Vodeće krilo pulsa ima negativni cvrkut ( $\delta\omega_0 < 0$ ). Ovdje je frekvencija pulsa manja od fundamentalne, tj. ovdje se nalaze crvene frekventne komponente pulsa. Plave frekventne komponente su u pratećem rubu pulsa gdje je zbog pozitivnog cvrkuta ( $\delta\omega_0 > 0$ ) frekvencija električnog polja pulsa veća od fundamentalne. b) Električno polje i envelope pulsa pod utjecajem SPM efekta.

Slika 3.8a) prikazuje cvrkut električnog polja pulsa uzrokovanog SPM-om. Centralno područje je područje linearnog uzlaznog cvrkuta. Ovakvo ponašanje je očekivano razvije li se SPM cvrkut iz relacije (3.65) u Taylorov red oko  $T=0$ . U nultom redu Taylorov razvoja, cvrkut je linearan u vremenu. Kako je nelinearni parametar  $\gamma$  pozitivan za gotovo sva optička vlakna, električno polje pulsa će uvijek doživljati uzlazni

SPM cvrkut u području oko maksimuma amplitude.

Slika 3.8b) prikazuje električno polje i envelopu pulsa pod utjecajem SPM inducirano-  
nog cvrkuta. U vodećem krilu pulsa cvrkut je negativan. Ovo je područje frekvencija  
nižih od fundamentalne i tu se nalaze crvene frekventne komponente. Električno  
polje sporije oscilira. Plave komponente nalaze se u pratećem rubu pulsa gdje zbog  
pozitivnog cvrkuta vrijedi  $\omega > \omega_0$  te oscilacije električno polje postaju brže. U centru i  
rubovima pulsa cvrkut je jednak nuli. Ovo su točke u kojima je frekvencija električnog  
polja pulsa jednaka fundamentalnoj frekvenciji  $\omega_0$ . Ipak, detaljnijim promatranjem  
vodećeg i pratećeg pulsa može se uočiti da njihove frekvencije naizgled nisu jednake,  
no ovo je uzrokovano ograničenjima u numerici. <sup>1</sup>.

Spektralno širenje pulsa uzrokovano samofaznom modulacijom može se analizirati  
preko jednadžbe (3.51) u kojoj je uključen samo SPM

$$\frac{\partial u}{\partial z} - i\gamma u|u|^2 = 0 \quad (3.66)$$

gdje koeficijent nelinearnosti  $\gamma$  predstavlja SPM parametar. Rješavanjem jednadžbe  
(3.66) može se pokazati da SPM ne vrši vremensko širenje pulsa, već modificira nje-  
gov spektar stvaranjem novih spektralnih komponenti. Prikaz evolucije spektra dan  
je na slici 3.9. Općenito, SPM ne utječe na oblik i trajanje pulsa, što je vidljivo na  
Slici 3.9a).

Na slici 3.9b). prikazan je evolucija spektra. Vidljive su oscilacije u intenzitetu spek-  
tra i spektralno širenje. Oscilacije u spektru uzrokovane su nelinearnim cvrkutom u  
rubovima pulsa na Slici 3.8a). Pojašnjenje je sljedeće. Zbog nelinearnosti cvrkuta  
u rubovima pulsa, isti se cvrkut javlja u dvije različite točke unutar pulsa. Točke  
u pulsu sa istim cvrkutom mogu se promatrati kao dva vala sa istom frekvencijom,  
ali različitom fazom. Stoga navedeni valovi mogu interferirati što stvara oscilacije u  
spektru [18].

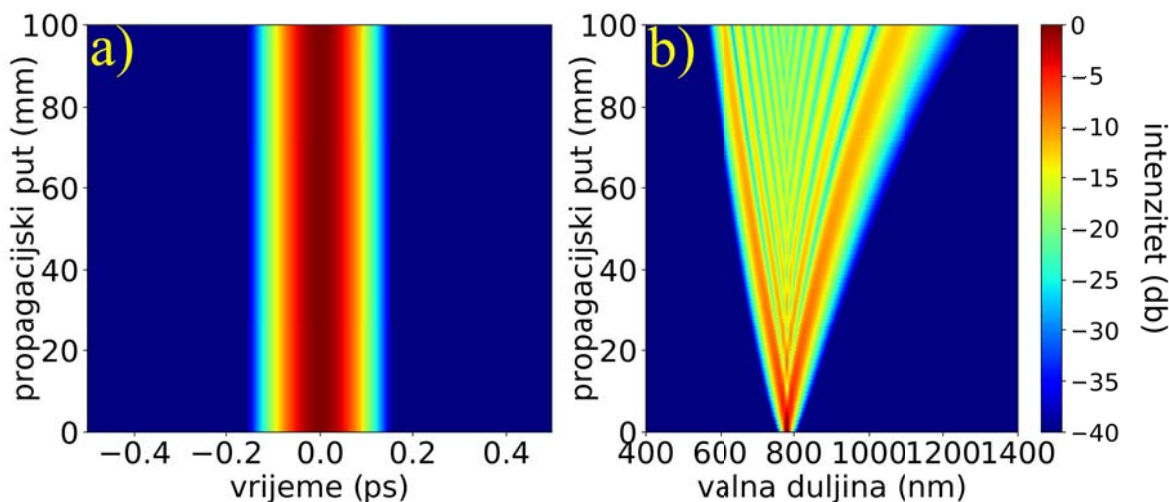
Detaljniji prikaz ulaznog i izlaznog pulsa u vremenskoj i spektralnoj domeni dan je  
na slici 3.10.

---

<sup>1</sup>Kako bi promjena frekvencija oscilacija u vodećem i pratećem krilu bila jasno vidljiva postavljen  
je nerealan veliki omjer cvrkuta i fundamentalne frekvencije ( $\frac{\delta\omega}{\omega_0}$ ). Takav omjer istodobno uzrokuje  
preveliki cvrkut u rubovima pulsa te rubovi naizgled imaju različite frekvencije

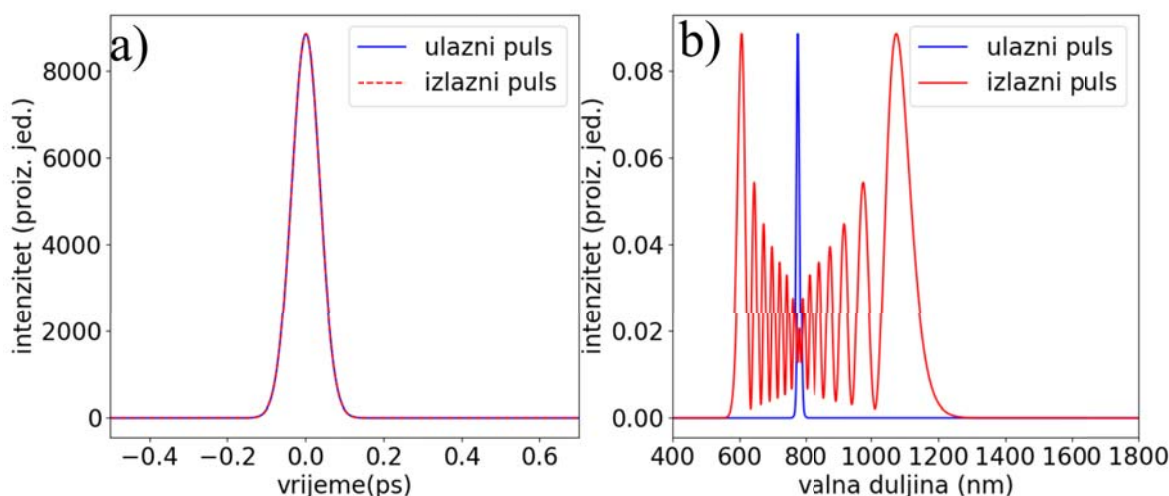


Utjecaj SPM-a na puls na valnoj duljini nulte disperzije



Slika 3.9: Vremenska (a) i spektralna (b) evolucija pulsa pod SPM-om. Slika 3.9a) Puls se ne širi u vremenu. Slika 3.9b) Zbog SPM-a dolazi do oscilacija u intenzitetu spektra te širenja spektra. Parametri optičkog vlakna su:  $\beta_2 = 0 \frac{ps^2}{km}$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 50 \frac{1}{Wkm}$ .

Utjecaj SPM-a na puls na valnoj duljini nulte disperzije



Slika 3.10: Ulazni i izlazni oblik pulsa (a) i odgovarajući spektri (b) pri propagaciji pulsa kroz 10 cm nelinearnog optičkog vlakna. Puls se ne mijenja pri propagaciji. Pod utjecajem SPM-a dolazi do oscilacija u spektru. Ulazni spektar je skaliran zbog preglednosti. U frekventnoj skali širenje spektra na Slici 3.10b) je simetrično.

### 3.6 Lom optičkog vala i stvaranja solitonskih valova

Kombinirano djelovanje GVD i SPM efekta u GNLSE jednadžbi daju će vremensku i spektralnu evoluciju pulsa bitno različitu od one kad promatramo svaki efekt zasebno. Preciznije, ovisno o disperzivnom režimu dolazi će do loma optičkog vala u normalnom disperzivnom režimu ili stvaranja solitonskih valova u anomalnom

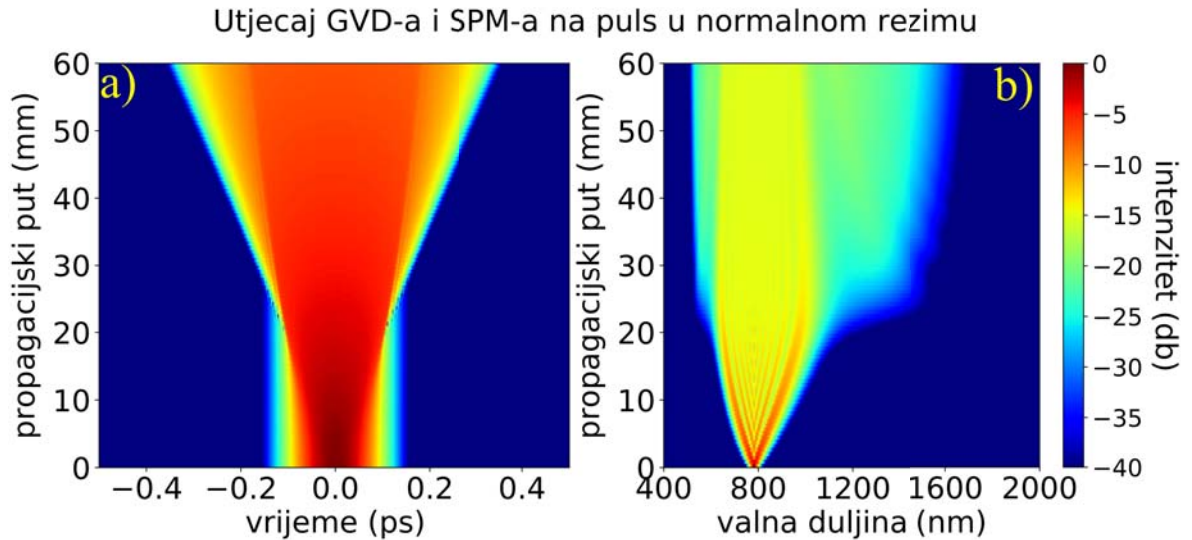
režimu. Uvođenjem normalizirane amplitude  $U(z,t)$  dane kao  $u(z,t) = \sqrt{P_0}U(z,t)$  gdje  $P_0$  predstavlja vršnu snagu pulsa, GNLSE jednačba može se zapisati u obliku [18]

$$\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} = iN^2|U|^2U \quad (3.67)$$

gdje je uveden parametar  $N$  dan kao

$$N^2 = \frac{L_{GVD}}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \quad (3.68)$$

Evolucija pulsa u normalnom disperzivnom režimu u vremenskoj i spektralnoj domeni dana je na Slici 3.11. Za  $\beta_2 > 0$  i  $\gamma > 0$ , puls ima uzlazni cvrkut induciran GVD-om (cf. Slika 3.5a) duž cijelog trajanja pulsa. Usto centralni dio pulsa ima i uzlazni SPM cvrkut (Slika 3.8a), te stoga je ukupni cvrkut (SPM+GVD) oko centra pulsa linearno rastući u vremenu. Takav cvrkut uzrokuje širenje pulsa u vremenu, analogno širenju pulsa pod utjecajem samo GVD-a. Širenje pulsa vidljivo je na Slici 3.11a. Na Slici 3.11b prikazan je spektar pulsa nastao pod utjecajem SPM-a gdje su vidljive oscilacije u intenzitetu spektra. Ovakvo ponašanje konzistentno je s sadašnjim analizama.



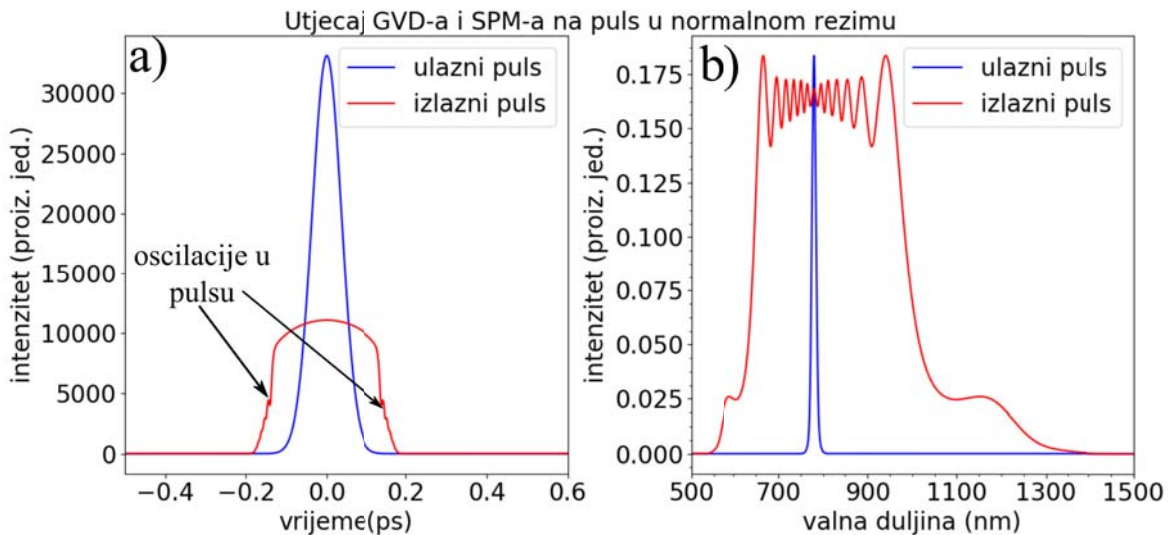
Slika 3.11: Vremenska i spektralna evolucija pulsa u normalnom disperzivnom režimu pod utjecajem SPM-a i GVD-a. Slika a) prikazuje vremensko širenje pulsa uzrokovano kombiniranim pozitivnim GVD i SPM cvrkutima (cf. slike 3.5a) i 3.8a)). Slika b) Spektralna evolucija pulsa. Oscilacije vidljive u centralnom dijelu spektra uzrokovane su lomom optičkog vala. Parametri optičkog vlakna su:  $\beta_2 = 5 \frac{ps^2}{km}$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 50 \frac{1}{Wkm}$ .

Ipak, važno je uočiti sljedeće. SPM cvrkut u krilima pulsa nije linearan, te stoga i

ukupni cvrkut u krilima neće biti linearan. Takav ukupni cvrkut će dovesti do fenomena loma optičkog vala (eng. optical wave breaking) u krilima pulsa. Fenomen se može pojasniti na sljedeći način.

U centru i na rubovima pulsa cvrkut induciran SPM-om je jednak nuli. Tu se nalaze frekventne komponente sa fundamentalnom frekvencijom  $\omega_0$ . Te komponente se zovu frekventno nepomaknute. U vodećem krilu cvrkut je negativan ( $\omega < \omega_0$ ) te se tu nalaze crvene frekventne komponente. Plave komponente su u pratećem krilu gdje je cvrkut pozitivan ( $\omega > \omega_0$ ).

Za  $\beta_2 > 0$  crvene frekventne komponente se gibaju brže od komponenti  $\omega_0 \approx 0$ , a one pak brže od plavih komponenti. Stoga crvene komponente iz vodećeg krila sustižu frekventno nepomaknute komponente u prednjem rubu pulsa. Suprotno se događa na stražnjem rubu pulsa gdje frekventno nepomaknute komponente sustižu spore plave komponente u pratećem krilu pulsa. U oba slučaja, u krilima pulsa će se nalaziti dvije različite frekventne komponente što dovodi do oscilacija u u krilima pulsa, vidljivo na Slici 3.12a. Ove oscilacije u puls u predstavljaju lom optičkog vala. Opisano ponašanje prenosi kao snažni spektralni vrhovi na rubovima spektra. Prilikom simulacija, oscilacije su se pokazale veoma osjetljive na početne uvjet. Za uočavanje oscilacija, bilo je potrebno podići energiju pulsa sa 0.8 nJ na 3 nJ.



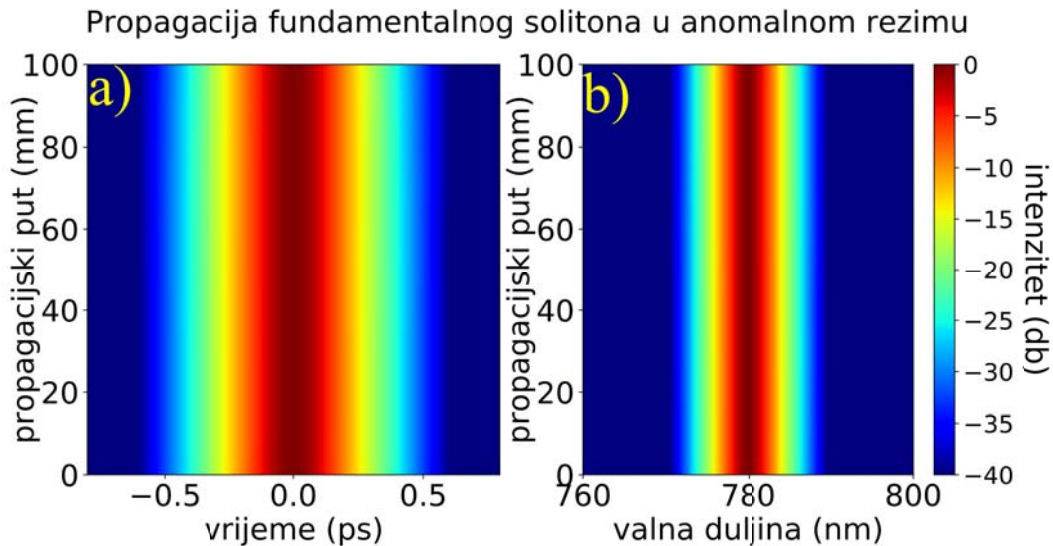
Slika 3.12: Detaljni prikaz vremenske(a) i spektralne(b) domene pulsa pod utjecajem SPMa i GVDa. Oscilacije u krilima pulsa uzrokovane su superpozicijom linearnog GVD cvrkuta te nelinearnog SPM cvrkuta. Parametri optičkog vlakna su:  $\beta_2 = 5 \frac{ps^2}{km}$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 50 \frac{1}{Wkm}$  u točki  $L=4$  cm. Ulazni spektar je skaliran radi preglednosti.

U anomalnom disperzivnom režimu nema loma optičkog vala. Pojašnjenje je jednos-

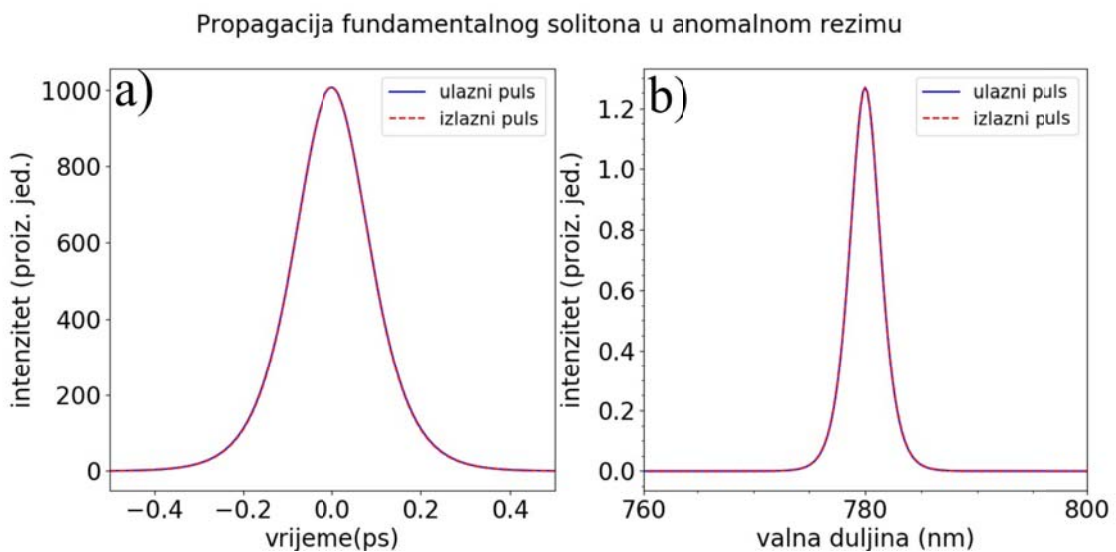
tavno. Zbog  $\beta_2 < 0$  crvene frekventne u vodećem krilu se gibaju sporije od frekventnog nepomaknutih komponenti u prednjem rubu pulsa. Crvene komponente ne mogu sustići frekventno nepomaknute. Slično se događa u pratećem krilu gdje se plave komponente gibaju brže od komponenti u straženjum rubu. Stoga ne dolazi do interferencije frekventnih komponenti.

### 3.7 Solitonski valovi

Umjesto loma optičkog vala, pri evoluciji pulseva u anomalnom disperzivnom režimu javlja se jedan novi fenomen- solitonski val. Općenito, soliton je valni paket koji ne mijenja oblik prilikom propagacije kroz medij. Evolucija solitona dana je jednadžbom (3.69) gdje je  $\beta_2 < 0$ , a parametar  $N$  predstavlja red solitona. Soliton reda  $N = 1$  se naziva fundamentalni soliton budući da ne mijenja oblik prilikom propagacije. Zbog osjetljivosti simulacije na početne uvjete bilo je potrebno smanjiti energiju ulaznog pulsa na 0.25 nJ. Usto, postavljen je visok parametar disperzije. Odabir postaje jasan ako se pogleda kako je definiran parametar  $N$  u relaciji (3.68). Kako bi vrijedilo  $N=1$ , potrebno je smanjiti ulaznu vršnu snagu pulsa i povećati  $\beta_2$  ili smanjiti  $\gamma$ . Tipični femtosekundni pulsevi gotovo se dakle nikada ne propagiraju kao fundamentalni solitoni, već kao solitoni višeg reda ( $N > 1$ ). Prikaz evolucije fundamentalnog solitona dan je na slici 3.13. Moguće je uočiti da puls zadržava oblik i trajanje prilikom propagacije te ne dolazi do promjena u spektru. Ovo je jasno vidljivo na Slici 3.14. Ulazni i izlazni puls su jednaki u obliku i trajanju pulsa. Spektar je nepromjenjen.

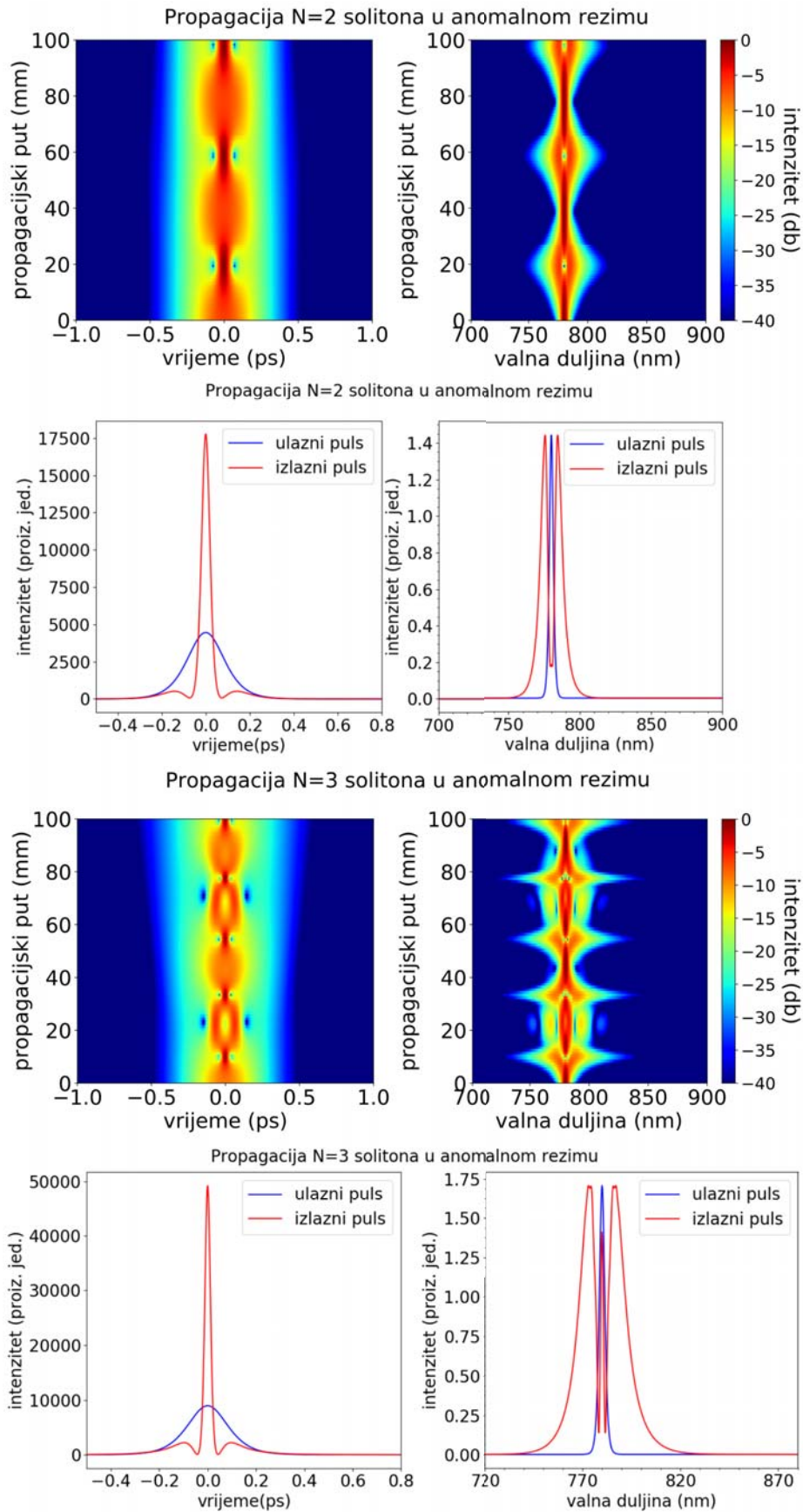


Slika 3.13: Vremenska (a) i spektralna (b) domena fundamentalnog solitona pri propagaciji kroz vlakno. Početni profil pulsa je sekans hiperbolni. Puls i njegov spektar se ne mijenjaju prilikom propagacije. Energija pulsa je 0.25 nJ. Parametri vlakna su:  $\beta_2 = -430 \frac{ps^2}{km}$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 35 \frac{1}{Wkm}$ .



Slika 3.14: Ulazni i izlazni puls (a) i njihovi spektri (b). Početni profil pulsa je sekans hiperbolni. Puls i njegov spektar se ne mijenjaju prilikom propagacije. Energija pulsa je 0.25 nJ. Parametri vlakna su:  $\beta_2 = -430 \frac{ps^2}{km}$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 35 \frac{1}{Wkm}$ .

Evolucije dva solitona višeg reda ( $N=2$  i  $N=3$ ) prikazane na Slici 3.15.



Slika 3.15: Vremenska i spektralna domena solitona viših redova ( $N = 2$  i  $N = 3$ ) pri propagaciji kroz nelinearno vlakno te početni i izlazni puls sa odgovarajućim spektrom. Početni profil pulsa je sekans hiperbolni. Energije pulseva su 1 nJ za soliton drugog reda i 2 nJ za soliton trećeg reda. Parametri vlakna su:  $\beta_2 = -430 \frac{ps^2}{km}$ ,  $\beta_3 = 0$ ,  $\gamma = 35 \frac{1}{Wkm}$ .

### 3.8 Disperzija trećeg reda

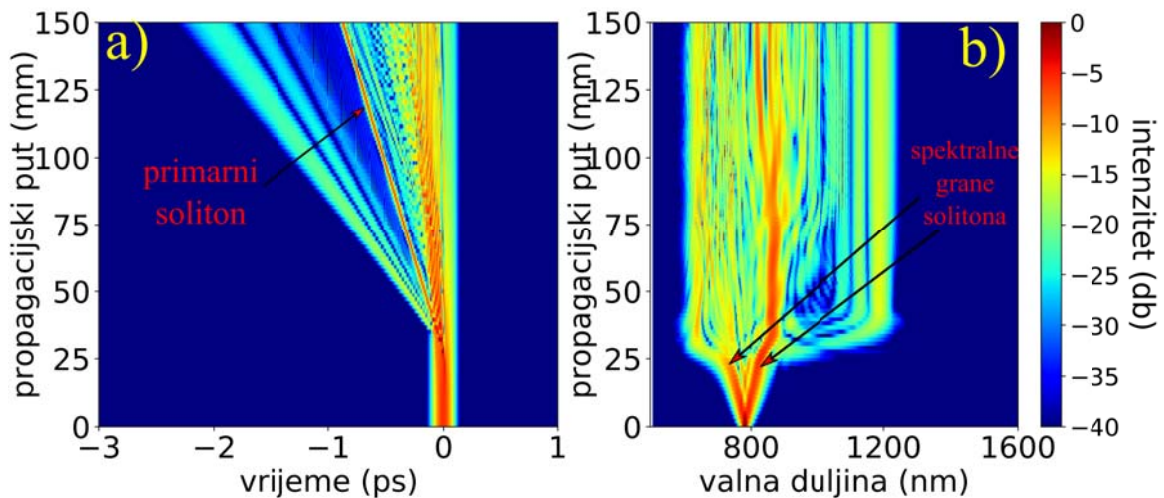
Disperzija trećeg reda (TOD) je disperzivni proces višeg reda. TOD je općenito puno slabija od GVD u optičkim vlaknima. Stoga, kako bi uvidjeli utjecaj TOD na puls, potrebno je postaviti se na valnu duljinu nulte disperzije za koju vrijedi  $\beta_2 = 0$ . Tada ne dolazi do disperzije grupne brzine i TOD postaje dominantni oblik disperzije. Usto, za uočavanje spektralnih promjena pulsa, u pojednostavljenu GNLSE je uključen i SPM. Tada GNLSE jednadžba (3.51) glasi

$$\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{i\beta_3}{6} \frac{\partial^3 U}{\partial T^3} = i\tilde{N}^2 \gamma |U|^2 U \quad (3.69)$$

gdje  $\tilde{N}^2 = \frac{\gamma P_0 T_0^3}{|\beta_3|}$  predstavlja TOD analogon parametra N iz relacije 3.67. Vremenska spektralna evolucija pulsa dana je na Slici 3.16. Parametri pulsa odgovaraju vrijednostima u Tablici 3.1. U prvih 25 mm vlakna puls se propagira kao soliton višeg reda. No ubrzo potom puls se raspada i naglo počinje širiti. Raspad pulsa uzrokovan je TOD. TOD uzrokuje solitonsku fisiju gdje se soliton reda N raspada na N fundamentalnih solitona. Fundamentalni solitoni nakon raspada se samostalno propagiraju kroz vlakno te mogu međusobno interagirati preko međufazne modulacije [18]. Početni soliton se nastavlja propagirati kao fundamentalni soliton i označen je na Slici 3.16. Zbog lakšeg raspoznavanja različitih fundamentalnih solitona, početni soliton se može nazvati primarnim solitonom. Prvi soliton nastao fisijom je tada sekundarni soliton. Sljedeći soliton nakon toga obilježavamo kao tercijarni itd. Raspad solitona uzrokuje iznimno snažno spektralno širenje vidljivo na slici 3.16b. Početne oscilacije u spektru dobivene su kao interakcija TOD i SPM efekta.

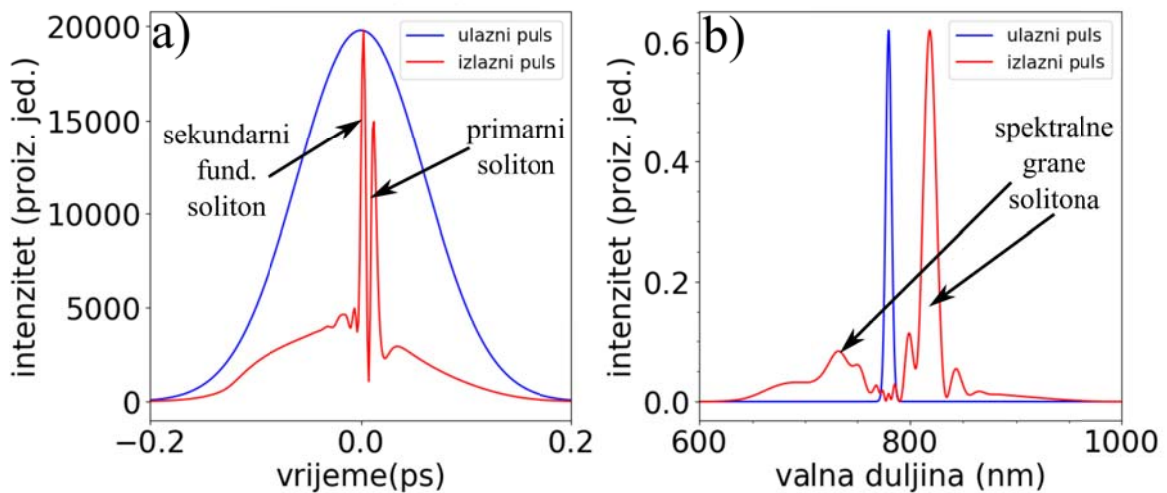
Na Slici 3.17 prikazan je puls i njegov spektar u  $L=28$  mm. U toj točki počinje solitonska fisija. Ulazni puls se raspada na primarni soliton i sekundarni fundamentalni soliton. Otpuštanjem jednog fundamentalnog solitona, red primarnog solitona se smanjuje sa N na N-1. Svaki naredni soliton imaće manju amplitudu od sekundarnog solitona. Ovo ponašanje stvara niz solitona sa opadajućom amplitudom i naziva se kaskadom. Spektar pulsa prije raspada se širi i blago oscilira u intenzitetu. Ovakvo ponašanje nije neočekivano budući da na spektar utječu disperzija (TOD) i SPM te je stoga spektar sličan GVD+SPM spektru sa Slike 3.11. Spektar formira dvije grane visokog intenziteta, vidljivo na Slici 3.16b). Nakon raspada dolazi do snažnog širenja spektra uzrokovanog nastankom novih solitona i njihovom evolucijom.

Utjecaj TOD na puls na ZDW



Slika 3.16: Vremenska (a) i spektralna (b) evolucija pulsa pri propagaciji kroz nelinearno vlakno pod utjecajem TOD i SPM. Sa Slike a) je vidljivo da se puls inicijalno ne širi budući da je TOD općenito puno slabiji od GVD. Puls se propagira kao soliton višeg reda. Nakon 25 milimetara optičkog vlakna dolazi do raspada pulsa. Slika b) prikazuje spektralnu evoluciju pulsa. Spektar se razdvaja na dvije grane. Kako je  $\beta_3 < 0$ , spektar se više širi u crveno. Parametri optičkog vlakna:  $\beta_2 = 0 \frac{ps^2}{km}$ ,  $\beta_3 = -0.05 \frac{ps^3}{km}$ ,  $\gamma = 50 \frac{1}{Wkm}$  za vlakno duljine  $L = 15$  cm.

Utjecaj TOD-a na puls na ZDW



Slika 3.17: Slika a) Prikaz kaskadnog opadanja amplitude pulsa pod utjecajem disperzije trećeg reda i nelinearnosti. Slika b) Spektar pulsa pod utjecajem TOD i SPM-a. Parametri optičkog vlakna su jednaki kao i na Slici 3.16, no odabrana je duljina vlakna od  $L = 28$  mm budući da za dane parametre upravo toj točki počinje fisija. Ulazni puls i njegov spektar su skalirani radi preglednosti.

### 3.9 Samoustrmljenje

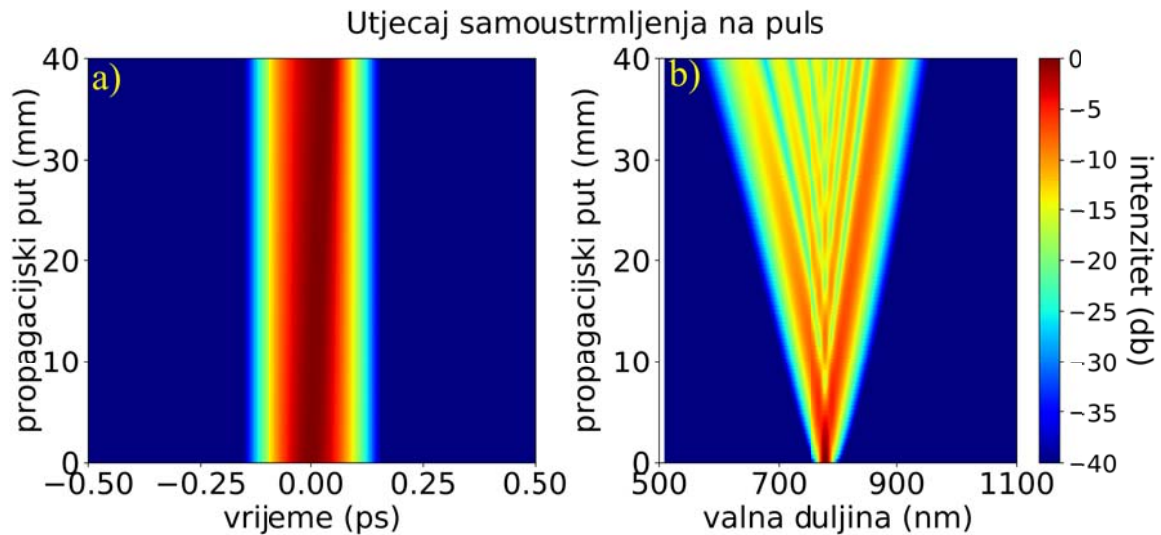
Samoustrmljenje nastaje zbog ovisnosti indeksa loma o intenzitetu pulsa. Samoustrmljenje mijenja grupnu brzinu pojedinih dijelova pulsa. Vrh pulsa (frekventno



komponente  $\omega_0$ ) ima viši intenzitet od krila pulsa te vrh počinje gibati sporije u odnosu na plave komponente u pratećem krilu pulsa. Puls postaje sve strmiji i prestaje biti simetričan [25]. Za proučavanje utjecaja samoustrmljenja na oblik i spektar pulsa u GNLSE jednadžbi su uključeni samoustrmljenje i SPM. Budući da disperzija mijenja oblik pulsa i grupne brzine komponenti, disperzija je zanemarena. Tada jedini utjecaj na oblik pulsa i grupnu brzinu ima samoustrmljenje. GNLSE (3.51) je tada dana kao

$$\frac{\partial U}{\partial z} = i\gamma|U|^2U + \frac{i}{\omega_0 T_0} \frac{\partial|U|^2U}{\partial T} \quad (3.70)$$

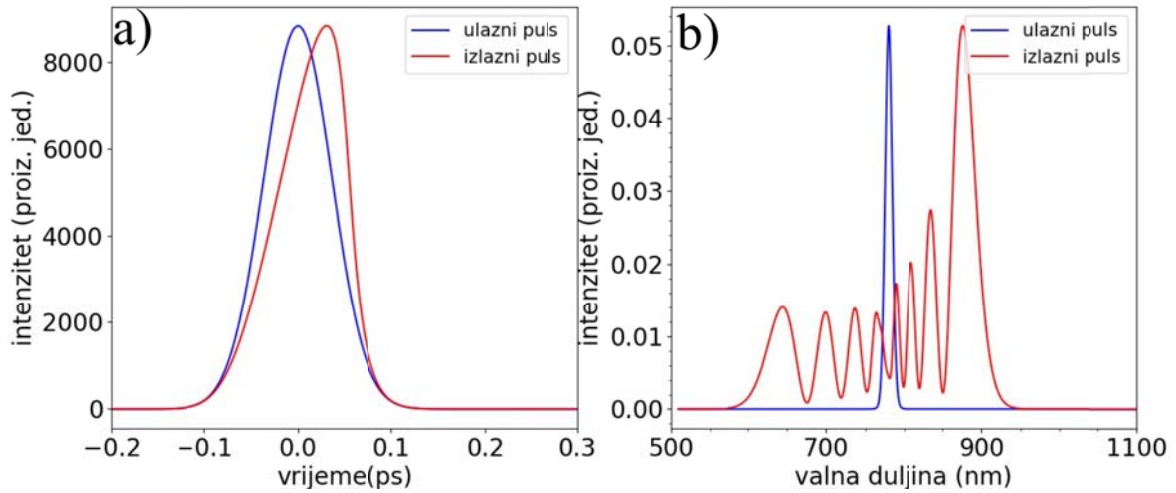
gdje drugi član sa desne strane predstavlja samoustrmljenje. Prikaz utjecaja samoustrmljenja na puls dan je na slici 3.18.



Slika 3.18: Utjecaj samoustrmljenja na puls. Slika a) Vremensku evolucija pulsa. Vrh pulsa se zbog različitih grupnih brzina vrha i rubova pulsa počinje naginjati prema pratećem krilu pulsa te puls prestaje biti simetričan. Slika b) Utjecaj samoustrmljenja na spektar pulsa. Parametri optičkog vlakna:  $\beta_2 = 0 \frac{ps^2}{km}$ ,  $\beta_3 = 0.0 \frac{ps^3}{km}$ ,  $\gamma = 70 \frac{1}{Wkm}$  za vlakno duljine  $L=4$  cm.

Zbog samoustrmljenja puls se počinje naginjati te prateća strana pulsa postaje sve strmija, vidljivo na Slici 3.18a. Kao i na Slici 3.9b, spektar na slici 3.18b ima oscilacije u intenzitetu. Općenito, veća ustrmljenost na pratećem rubu pulsa uzrokuje jači cvrkut i snažniji SPM za kraće valne duljine. Takav SPM uzrokuje kaskadni rast intenziteta spektralnih komponenti sa valnom duljinom i jače širenje spektra prema kraćim valnim duljinama, vidljivo na slici 3.19b.

Utjecaj samoustrmljenja na puls



Slika 3.19: Utjecaj samoustrmljenja na puls. Slika a) prikazuje ustrmljenje pratećeg krila pulsa. Asimetrija pulsa uzrokuje jači cvrkut na pratećem rubu što uzrokuje snažnije širenje spektra prema nižim valnim duljinama, prikazano na Slici b). Parametri optičkog vlakna jednaki su parametrima na Slici 3.18. Spektar ulaznog pulsa je skaliran radi preglednosti.

### 3.10 Raman raspršenja

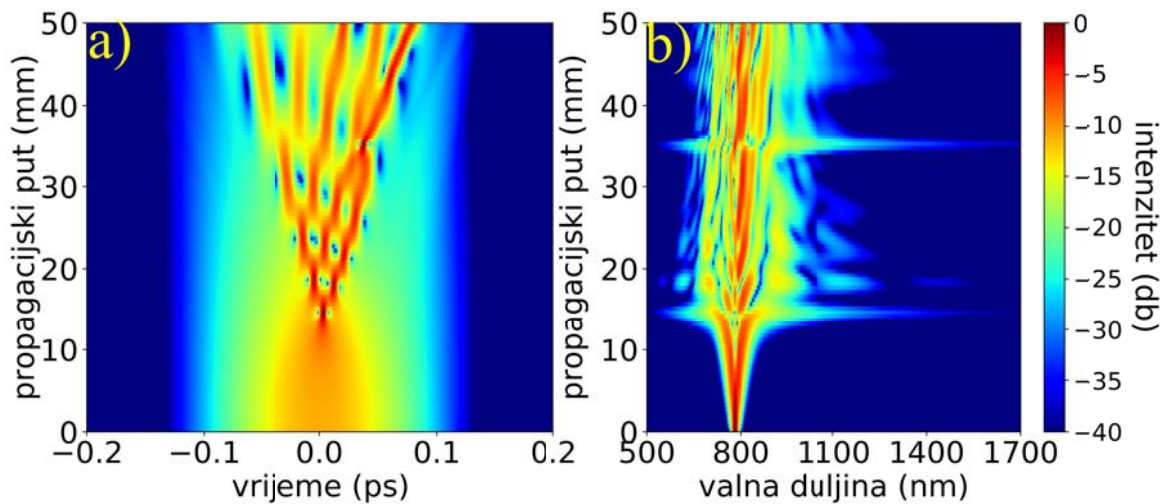
Ramanovo raspršenje je vrsta neelastičnog raspršenja fotona na molekulama pri čemu dolazi do pobuđenja molekula u viša rotacijsko-vibracijska energetska stanja. Prilikom neelastičnog raspršenja foton ima ulaznu energiju  $E_0 = \hbar\omega_0$ . Nakon raspršenja, foton može imati energiju manju ili veću od  $E_0$  čime nastaju tzv. Stokesove ili anti-Stokesove linije, respektivno. Foton ima puno veću vjerojatnost predaje energije molekuli te da po izlasku iz raspršenja ima energiju manju od ulazne. Stoga je Stokesova linija izraženija od anti-Stokesove linije. U nelinearnom optičkom vlaknu, opisan proces se iskazuje kao pomak spektra prema nižim frekvencijama, tj. u crveno. Na Slici 3.20 prikazan je utjecaj Raman raspršenja na puls. Propagaciju promatramo u anomalnom području sa GVD i SPM kako bi uvidjeli utjecaj Raman raspršenja na vremensku i spektralnu domenu. U simulacijama je odabran anomalni disperzivni režim sa  $\beta_2 = -15 \frac{ps^2}{km}$ . Ovakav odabir će omogućiti analizu utjecaja Raman raspršenja na nastale solitone. GNLSE jednadžba (3.51) je dana kao

$$\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} = i\gamma(|U|^2 U - T_R U \frac{\partial |U|^2}{\partial T}) \quad (3.71)$$

gdje je  $T_R$  karakteristični parametar Raman raspršenja.

Raman efekt dovodi do solitonske fisije pulseva u anomalnom području. Spektralno,

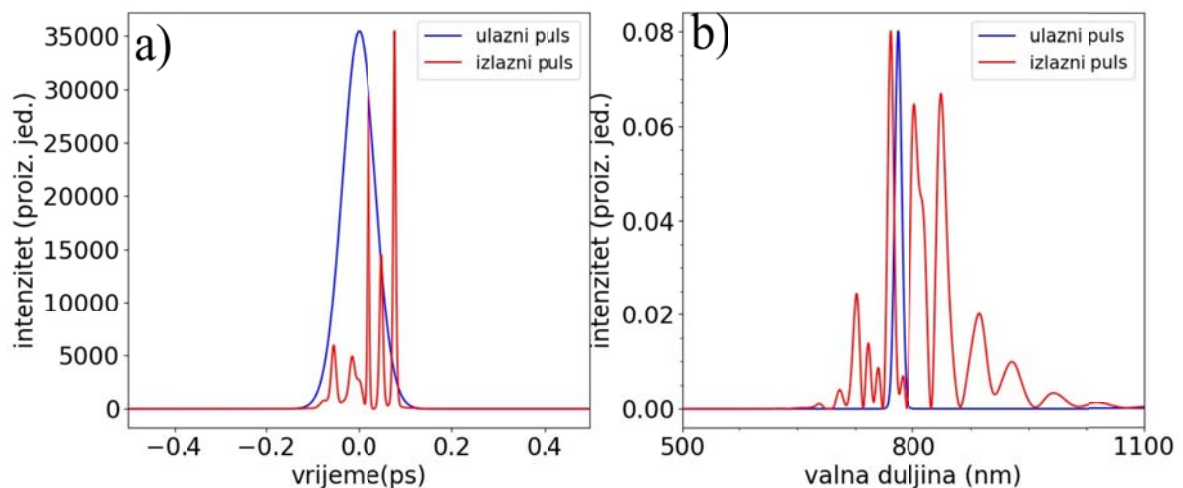
Utjecaj Raman raspršenja na puls



Slika 3.20: Raman raspršenja u anomalnom disperzivnom režimu. Slika a) prikazuje vremensku evoluciju pulsa u anomalnom režimu. Vidljiv je fenomen solitonske fisije pod utjecajem Raman raspršenja. Spektar pulsa dan je na Slici b). Raman pomiče spektar prema višim valnim duljinama te spektar prestaje biti simetričan. Parametri optičkog vlakna:  $\beta_2 = -15 \frac{ps^2}{km}$ ,  $\beta_3 = 0.0 \frac{ps^3}{km}$ ,  $\gamma = 50 \frac{1}{Wkm}$

Raman efekt pomiče spektar u crveno. Važno je napomenuti da je izraženost Raman efekta direktno vezana uz SPM budući da upravo SPM vrši početno širenje spektra oko ulazne frekvencije. Tada se te novostvorene frekventne komponente raspršuju u optičkom vlaknu i daju Stokes i anti-Stokes linije. Detaljni prikaz ulaznog i izlaznog pulsa dan je na Slici 3.21.

Utjecaj Raman raspršenja na puls



Slika 3.21: Prikaz ulaznog i izlaznog spektra pulsa. Puls se raspada na niz solitona. Snažno spektralno širenje prema infracrvenom uzrokovano je Raman raspršenjima. Parametri optičkog vlakna:  $\beta_2 = -15 \frac{ps^2}{km}$ ,  $\beta_3 = 0.0 \frac{ps^3}{km}$ ,  $\gamma = 50 \frac{1}{Wkm}$ . Ulazni spektar je skaliran radi preglednosti.

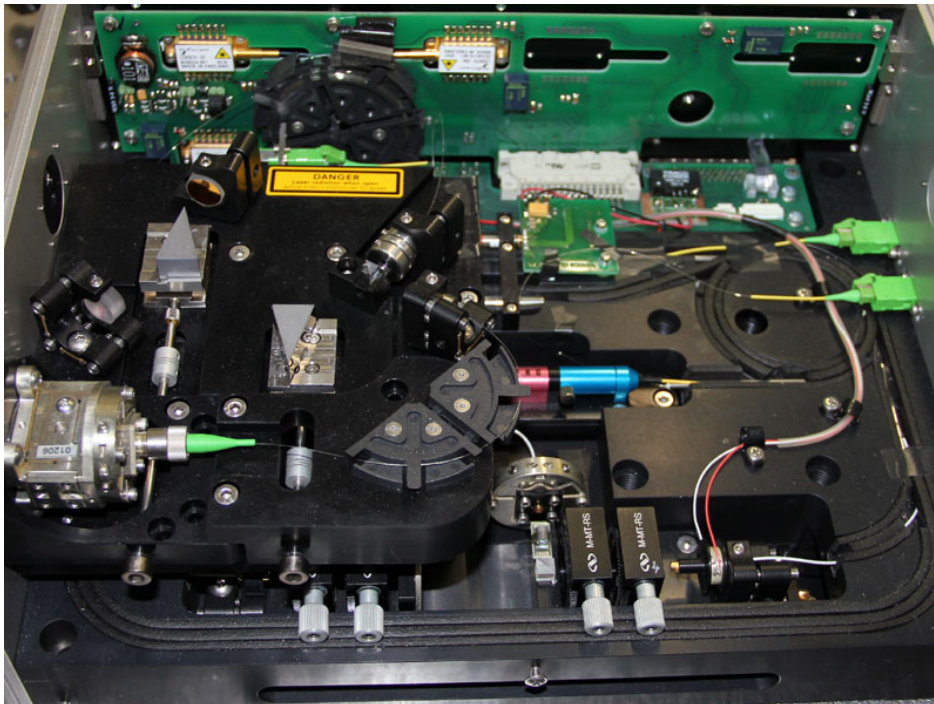
## 4 Eksperimentalni postav

Eksperimentalni postavi za stvaranje superkontinuumu korišteni u ovom radu mogu se podijeliti na tri sastavnice- laserski izvor, nelinearno optičko vlakno sa potrebnim optičkim elementima te uređaje za mjerenje. Kratko ćemo pogledati najvažnije elemente postava i pojasniti njihovu ulogu pri stvaranju superkontinuumu.

### 4.1 *Er:dopirani femtosekundni laser*

Kao izvori laserske svjetlosti korištena su dva femtosekundna lasera- frekventno udvostručeni Er:dopirani femtosekundni fiber laser i Ti:Safir femtosekundni laser. Osnovna ideja eksperimenta bila je proučiti kako promjena različitih parametara ulazne laserske svjetlosti utječe na stvaranje superkontinuumu.

Er:dopirani femtosekundni laser sa SHG elementom iz Laboratorija za hladne atome prikazan je na slici 4.1. Za stvaranje pulseva koristi se tehnika sprezanja modova. U



Slika 4.1: Er:dopirani Femtofiber laser tvrtke Toptica u Laboratoriju za hladne atome Instituta za Fiziku.

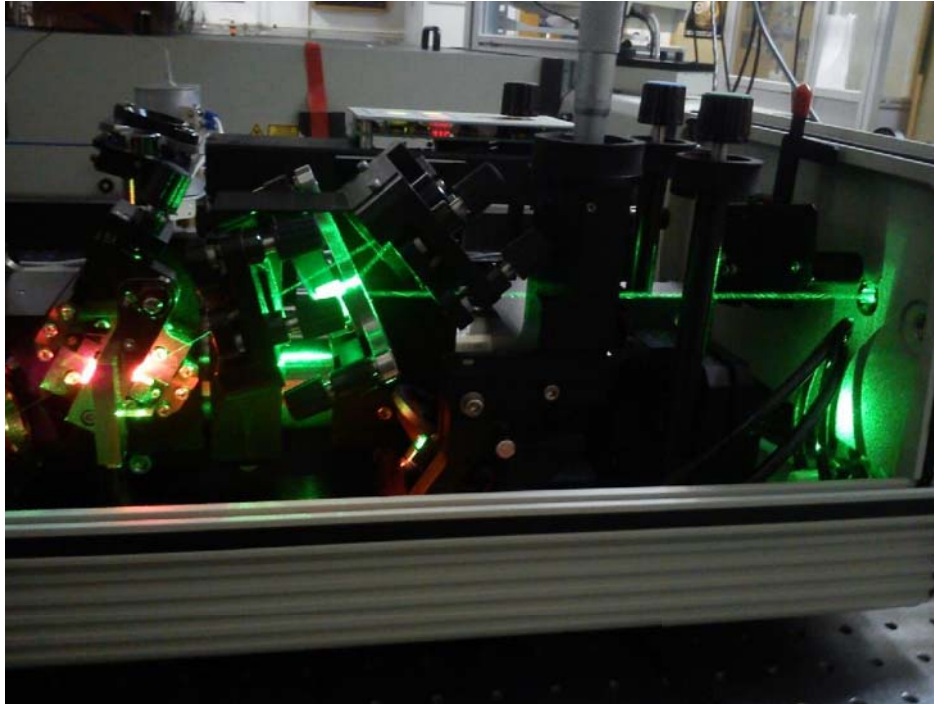
osnovi, pulsevi Er:dopiranog lasera stvaraju se pumpanjem svjetlosti iz laserske diode ( $\lambda = 980\text{nm}$ ) u optičko vlakno dopirano  $Er^{3+}$  ionima. Ioni bivaju pobuđeni u viša energijska stanja te stimuliranom emisijom stvaraju lasersku svjetlost od 1550 nm. Er:dopirani femtosekundni fiber laser sa slike 4.1. je Femtofiber Scientific FFS La-

ser System tvrtke Toptica Photonics AG. Laser se sastoji od oscilatora i dva pojačala. Snaga na izlasku iz lasera je 220 mW valne duljine od 1550 nm.

Izlazna svjetlost se propuša kroz nelinearni kristal. Propagacijom kroz kristal dolazi do frekventnog udvostručavanja (eng. frequency doubling). Kristal pretvara ulaznu svjetlost u svjetlost dvostruko kraće valne duljine, tj. stvara drugi harmonik ulazne svjetlosti. Takvi kristali nazivaju se generatori drugog harmonika (eng. second harmonic generator, SHG). U slučaju Er:dopiranog femtosekundnog lasera kristal pretvara ulaznu svjetlost od 1550 nm u svjetlost od 780 nm. Snaga lasera na 780 nm je 70 mW, otprilike trećina snage ulazne svjetlosti.

## **4.2 *Ti:Safir femtosekundni laser***

Drugi korišteni laser je Ti:Safir femtosekundni laser. Ti:Safir femtosekundni laser pripada skupini lasera sa podesivom valnom duljinom koji kao pumpu koristi frekventno udvostručeni Nd:YAG diodni laser. Iako je optimalno područje rada Ti:Safir lasera oko 800 nm, Ti:Safir može pokriti široko spektralno područje od 600 do 1100 nm. Prikaz Ti:Safir lasera iz Laboratorija za femtosekundnu lasersku spektroskopiju Instituta za Fiziku dan je na slici 4.2. Upravo će njegovo podešavanje valne duljine i visoka izlazna snaga biti od najvećeg interesa budući da omogućuje istraživanje ovisnosti superkontinuumu o valnoj duljini i snazi laserske svjetlosti koja ulazi u optičko vlakno.

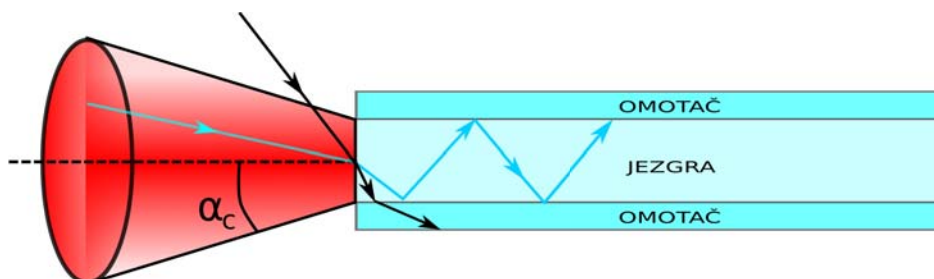


Slika 4.2: TSUNAMI Ti:Safir femtosekundni laser tvrtke Spectra-Physics.

### 4.3 Uvođenje svjetlosti u optičko vlakno

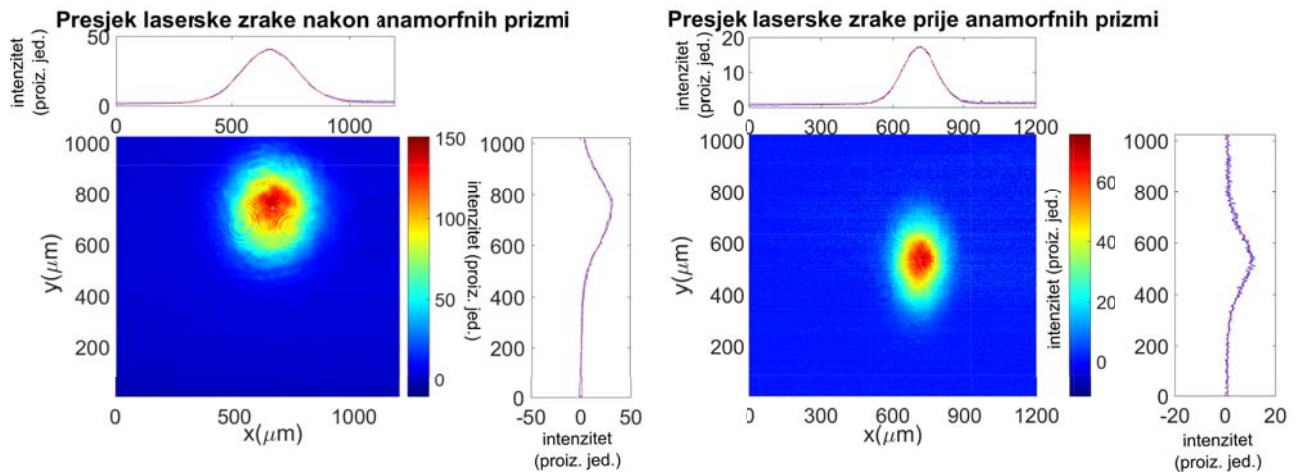
Uvođenje svjetlosti u optičko vlakno (eng. fiber coupling) predstavlja tehniku provođenja svjetlosti kroz optičko vlakno. Kako bi se svjetlost kvalitetno propagirala kroz vlakno, potrebno je zadovoljiti niz uvjeta što se tiče optičkog vlakna kao i same laserske svjetlosti.

Jedan od najvažnijih uvjeta je podudaranje numeričke aperture vlakna sa numeričkom aperturom optičkog elementa za fokusiranje svjetlosti (leće ili mikroskopskog objektiv). Numerička apertura je definirana kao sinus maksimalnog upadnog kuta svjetlosti  $NA = \sin \alpha_c$  na vlakno. Grafički prikaz dan je na slici 4.3.



Slika 4.3: Prikaz upadanja svjetlosti na optičko vlakno. Zrake koje na jezgru optičkog vlakna upadaju pod kutem manjim ili jednakim  $\alpha_c$  (svjetloplava strelica) će se uspješno propagirati kroz vlakno, dok će zrake s kutem većim od kritičnog biti transmitirane u okolni omotač i apsorbirane.

Slika 4.3 prikazuje upad svjetlosti na jezgu optičkog vlakna. Sa slike je vidljivo da će samo zrake s kutem manjim ili jednakom kritičnom biti propagirane kroz vlakno. Dakle, pravilnim odabirom optičkih elemenata moguće je osigurati da gotovo sva svjetlost bude fokusirana na jezgu pod kritičnim kutem i time maksimizirati intenzitet svjetlosti koja se propagira kroz vlakno. Za zadovoljavanje tog uvjeta moguće je iskoristiti mikroskopske objektivne s visokom numeričkom aperturom. Ovisno o tipu i dizajnu lasera, laserska zraka po izlasku iz lasera često nema kružni, već eliptični presjek. Prikaz jednog eliptičnog presjeka zrake dan je na Slici 4.4. Izvor svjetlosti je Er:dopirani laser korišten u ovom radu. Za kvalitetno fokusiranje zrake u objektivu i propuštanje kroz optičko vlakno, laserska zraka pri ulasku u objektiv mora imati kružni presjek. Stoga je potrebno zraku prevesti uz eliptičnog u kružni presjek. Ovo je postignuto pravilnim pozicioniranjem dviju anamorfnih prizmi [22] koje prevode presjek iz kružnog u eliptični mijenjanjem jednog od radijusa elipse. Prikaz distribucija intenziteta laserske svjetlosti prije i poslije prizmi dan je na slici 4.4.



Slika 4.4: Presjek laserske zrake prije i nakon sustava dviju anamorfnih prizmi.

Općenito, kvaliteta provođenja svjetlosti mjeri se koeficijentom efikasnosti uvođenja svjetlosti u vlakno

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (4.1)$$

gdje  $P_{in}$  i  $P_{out}$  predstavljaju ulaznu i izlaznu snagu svjetlosti, mjerenu pomoću mjerača snage. Granica efikasnosti uvođenja svjetlosti za nelinearna vlakna je 90% [24]. Njeno ostvarivanje je eksperimentalno i tehnički zahtjevno, no ovisno o dizajnu postava za uvođenje svjetlosti u vlakno, efikasnost od 60% su relativno lako dostižna. Postav za uvođenje svjetlosti sastoji se od dva zrcala, mikroskopskog objektivna i 3D

translatora na kojem se nalazi optičko vlakno. Zrcala se nalaze na nosačima koji omogućuju rotaciju zrcala u dva neovisna smjera. Time je moguće veoma precizno mjenjati optički put zrake.

Mikroskopski objektiv je kompleksni optički element sastavljen od niza leća sa ciljem što boljeg fokusiranja svjetlosti. U mjerenjima su bila dostupna 3 mikroskopska objektivna s različitim povećanjima i aperturama danim u tablici 4.2.

Mikroskopski objektivni	
Model	povećanje/NA
Carl Zeiss	10x/0.2
Optika	20x/0.4
Olympus	50x/0.75

Tablica 4.1: Popis dostupnih mikroskopskih objektivna, njihovih povećanja i apertura

U teoriji, optimalno uvođenje svjetlosti u vlakno postiže se kada su numeričke aperture objektivna i optičkog vlakna jednake, u našem slučaju  $NA=0.4$ . Apertura objektivna usto ovisi i o veličini ulazne zrake tj. postoji efektivna apertura. Efektivna apertura je jednaka maksimalnoj aperturi ( $NA=0.4$ ) kada zraka u potpunosti prekriva objektiv. Eksperimentalno se pokazalo da je za kvalitetno uvođenje svjetlosti potreban objektiv s aperturom većom od aperture optičkog vlakna jer je radijus zrake bio manji od radijusa upadne površine objektivna. Osim numeričke aperture, važan parametar je i radijus zrake u točki fokusa objektivna budući da je za kvalitetno uvođenje svjetlosti u vlakno potrebno podudaranje radijusa zrake s radijusom jezgre optičkog vlakna. Za kolimiranu zraku s gausovim profilom i ulaznim radijusom zrake  $r_0$ , radijus u fokusu objektivna dan je relacijom [26]

$$r = \frac{2\lambda f}{\pi r_0} \quad (4.2)$$

gdje  $r_0$  i  $r$  predstavljaju ulazni i izlazni radijus zrake svjetlosti s valnom duljinom  $\lambda$ , a  $f$  je fokusna udaljenost objektivna i dana je kao [26]

$$f = \frac{D}{2NA} \quad (4.3)$$

gdje je  $D$  promjer upadne površine objektivna, a  $NA$  numerička apertura objektivna. Za  $NA=0.75$  objektiv,  $D$  je jednak 8 mm. Korištenjem gausovih prilagodbi sa slike



4.4b) odredili smo radijuse ulaznih zraka u dva okomita smjera ( $r_{0x}$  i  $r_{0y}$ ). Za radijuse su uzete  $\frac{FWHM}{2}$  gaussovih prilagodbi. Uvrštavanjem vrijednosti za objektiv iz tablice 4.2 sa  $NA=0.75$ , za svjetlost Er dopirсаног lasera sa  $\lambda = 780nm$ , radijusi u fokusu objektiva u x i y smjeru su

$$r_x = 3.6\mu m \quad (4.4)$$

$$r_y = 3.2\mu m \quad (4.5)$$

Optičko vlakno se nalazi pričvršćeno na 3D translatoru. Trodimenzionalni translator je mehanički element za precizno pozicioniranje objekata u prostoru. Translator se sastoji od nosača na kojem leži optičko vlakno te sustava oprugi vezanih na 3 mikrometerska vijka. Ručnim rotiranjem vijaka omogućeno je pomicanje translatora u 3 neovisna smjera (x,y,z smjer) s mikrometerskom preciznošću.

Kombiniranim korištenjem navedenih stupnjeva slobode, moguće je izvršiti kvalitetno uvođenje svjetlosti u optičko vlakno. Proces uvođenja svjetlosti u vlakno je vremenski zahtjevan. Sastoji se od niza repetitivnih koraka. U svakom koraku cilj je maksimizirati snagu na izlasku iz optičkog vlakna. Proces uvođenja svjetlosti u vlakno vršen je na sljedeći način. U prvom koraku potrebno je pozicionirati jezgru optičkog vlakna u fokus mikroskopskog objektiva i pratiti snagu na izlazu iz vlakna korištenjem mjerača snage. Korištenjem mikrometerskih vijaka 3d translatora vršimo malene pomake vrha optičkog vlakna i postavljamo jezgru u fokus objektiva i maksimiziramo izlaznu snagu.

Tada simultano koristimo vijke na dva zrcala i korištenjem istih stupnjeva slobode na dva zrcala mijenjamo optički put zrake, te posljedično, upadni kut na jezgru. Zrcalima prestajemo manipulirati kada smo maksimalno povećali izlaznu snagu, te zabilježimo izmjerenu snagu svjetlosti iz vlakna.

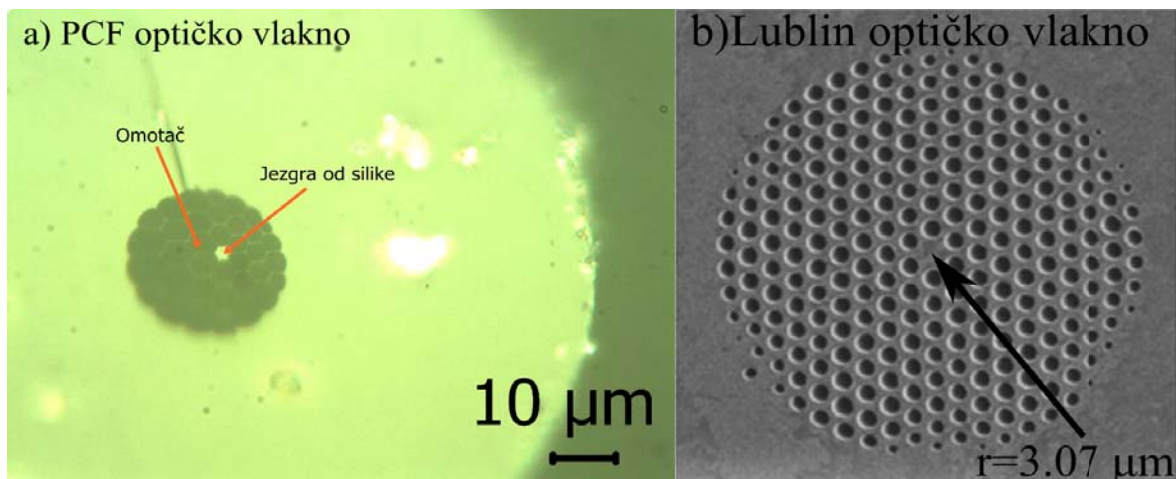
Tada koristimo jedan od vijaka 3d translatora i pomičemo translator u jednoj dimenziji. Pomaknemo translator primjerice prema gore, te tada ponovno koristimo zrcala kako bi maksimirali snagu. Ako je maksimalna snaga na novom položaju 3d translatora veća od snage prije pomicanja translatora, nastavljamo pomicati translator prema gore i u svakom novom položaju u z smjeru maksimiziramo snagu pomicanjem zrcala.

Ako je maksimalna snaga na novom položaju 3d translatora manja od snage prije po-

micanja, tada translator pomičemo prema dolje i maksimiziramo snagu preko dvaju zrcala. Postupak ponavljamo dok ne pronađemo položaj translatora u kojem je snaga svjetlosti na izlasku iz vlakna maksimalna.

#### 4.4 Nelinearna optička vlakna

Za potrebe rada bila su dostupna dva nelinearna optička vlakna, kolokvijalno nazvana "PCF" i "Lublin" optičko vlakno. Prikaz vlakana dan je na slici 4.5.



Slika 4.5: Slika a) Prikaz PCF nelinearnog vlakna. Na slici su označene centralna jezgra od silike kroz koju se odvija propagacija i okolni omotač ispunjen zrakom. Slika b) Presjek Lublin nr 030904 p4 optičkog vlakna slikano SEM elektronskim mikroskopom (eng. Scanning electron microscopy [23]).

Prikazani PCF pripada u skupinu high-index guiding vlakana s ispunjenom jezgrom. Ovo vlakno je specifično dizajnirano za stvaranje superkontinuuama. Radijus jezgre i apertura vlakna nisu poznati, ali usporedbom sa sličnim vlaknima, pretpostavljamo da je radijus jezgre između 2 i 4 mikrometra i s aperturom od 0.4. Valna duljina nulte disperzije (ZDW) je 800 nm. Duljina 'PCF' optičkog vlakna je 20 cm.

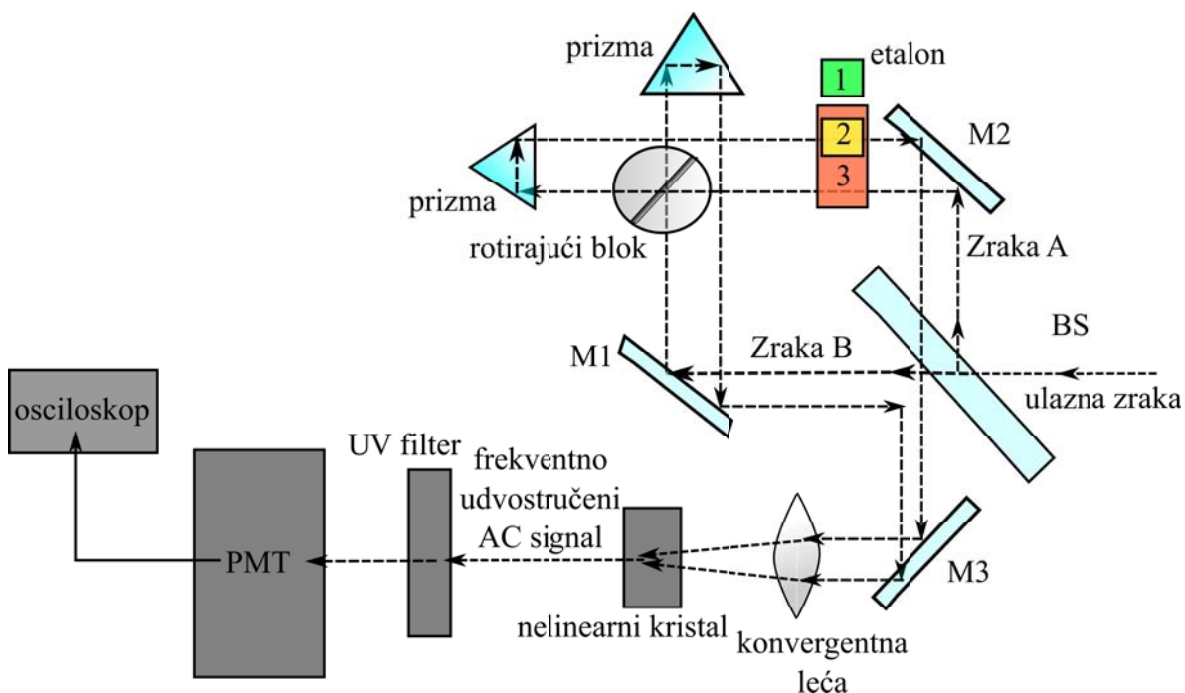
Drugo dostupno vlakno je "Lublin" optičko vlakno proizvedeno u Laboratoriju za tehnologiju optičkih vlakana (eng. Laboratory of Optical Fiber Technology) na Sveučilištu Maria Curie-Sklodowska, Lublin, Poljska. Disperzija vlakna dana na slici 3.4. Vlakno ima radijus jezgre od 3.07 mikrometara okružen sa 8 prstenova zračnih jastuka radijusa 1.87 mikrometara koji čine omotač vlakna. Apertura vlakna je 0.4. Valna duljina nulte disperzije je na 871 nm. Lublin vlakno nije dizajnirano s ciljem stvaranja superkontinuuama, već za stvaranje razlike frekvencije (eng. difference frequency generation, DFG) preko Raman induciranog solitonskog pomaka vlastite frekvencije

(eng. Raman-induced soliton self-frequency shift, SSFS) [23].

#### 4.5 Mjerenje trajanja pulsa autokorelatorom

Za potpunu karakterizaciju pulsa potrebno je snimiti puls u vremenskoj i frekventnoj domeni. Za mjerenje trajanja pulsa koristi se autokorelator, dok je za frekventnu karakterizaciju zadužen spektrometar.

Autokorelator je uređaj za mjerenje trajanja ultrakratkih laserskih pulseva. Autokorelator Spectra-Physics M409 korišten u diplomskom radu sastoji se od 3 osnovne komponente-rotirajućeg bloka "stopljenog" silicij dioksida (eng. fused silica) koji služi za mijenjanje razlike optičkih puteva dviju zraka, etalona za kalibraciju vremenske skale, te kristala za udvostručavanje frekvencije. Signal s udvostručenom frekvencijom predstavlja autokorelacijski signal. Shema unutrašnjeg dizajna autokorelatora dana je na slici 4.6



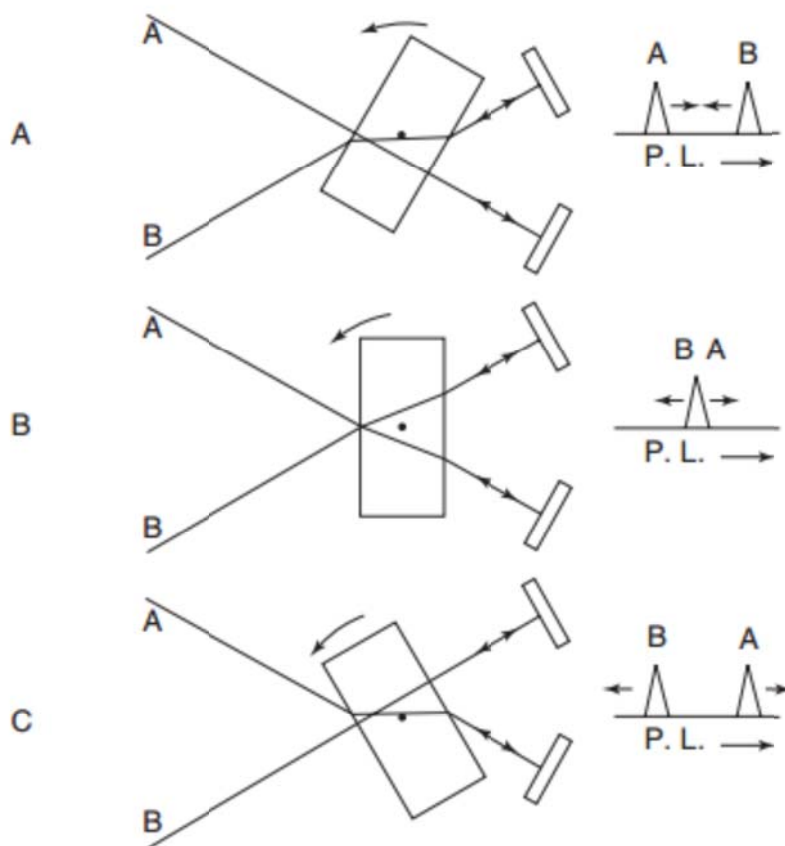
Slika 4.6: Shema autokorelatora. Oznake: BS- djelitelj zrake;  $M_i$ -zrcalo; PMT- fotomultiplikator. Etalon za kalibraciju vremenske skale stvara konstantno vremensko kašnjenje između dviju zraka i ima tri moguće pozicije (1. zeleno, 2. žuto, 3. crveno). Ovisno o položaju etalon stvara kašnjenje između zraka od 0 fs (1. položaj), 311 fs (2. položaj) ili 622 fs (3. položaj).

Upadna zraka svjetlosti korištenjem djelitelja zrake biva razdvojena na dvije zrake. Na putanju jedne od zraka moguće je postaviti etalon- kristal korišten za kalibraciju vremenske skale. Nakon djelitelja zrake, zrake su propuštene kroz rotirajući blok si-

licij dioksida, prikazano na slici 4.7. Dvije zrake pod različitim kutevima upadaju na rotirajući blok silicij dioksida. Zbog različitog kuta upada, dvije zrake imaju različiti optički put, tj. postoji vremensko kašnjenje između dvije zrake. Stoga možemo definirati intenzitetnu autokorelaciju [22]

$$S_{intAC}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(t - \tau) \quad (4.6)$$

gdje  $I$  predstavlja intenzitet dvaju pulseva sa međusobnim vremenskim kašnjenjem  $\tau$ .



Slika 4.7: Rotacija bloka i kašnjenje između dviju zraka. Preuzeto iz [27]

Kako blok rotira mijenja se razlika optičkih puteva dviju zraka. Slika 4.7a) prikazuje položaj bloka pri kojem zraka A ima minimalan optički put, a zraka B maksimalan optički put. Rotacijom bloka, razlika optičkih puteva se smanjuje te na slici 4.7b) razlika puteva postaje jednaka nuli i dolazi do preklapanja dvaju pulseva, tj.  $\tau = 0$ . Konačno slika 4.7c) prikazuje slučaj kada zraka A ima maksimalan optički put, a zraka B minimalan put. Na položaju 4.7b) pulsevi su vremenski preklapljeni i fo-

kusirani u nelinearni kristal. Emisija iz kristala prolazi kroz UV filter i dolazi do fotomultiplikatora gdje se mjeri intenzitet svjetlosti SHG signala, a on je proporcionalan  $S_{intAC}$ .

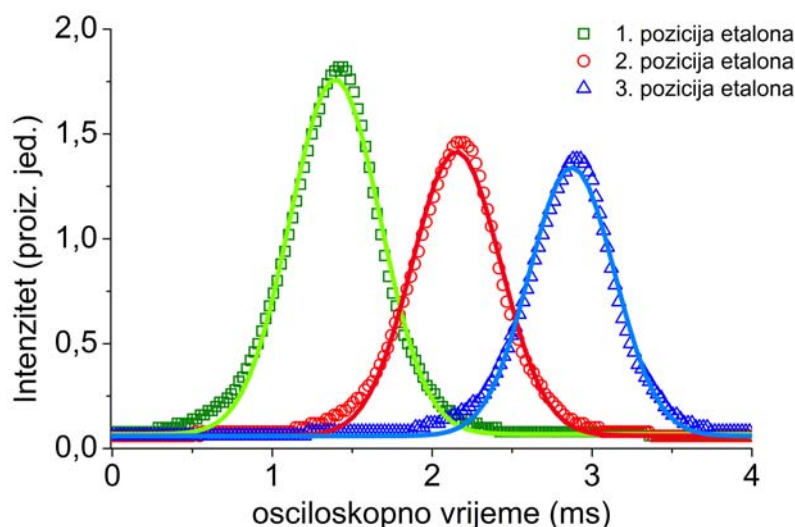
Trajanje pulsa izmjereno je pomoću Spectra-Physics M409 autokorelatora. Kao izvor pulseva korišten je Er:dopirani femtosekundni laser. Za mjerenje napona sa fotodetektora korišten je standardni osciloskop. Općenito, osciloskopi mogu prikazivati signale s trajanjem reda par nanosekundi što nikako nije dovoljno za mjerenje femtosekundnih pulseva. Stoga je prvi korak pri mjerenju trajanja pulsa kalibracija vremenske skale. Kalibracijom vremenske skale povezujemo vremensku skalu osciloskopa (osciloskopno vrijeme u nanosekundama) sa stvarnim trajanjem pulsa koji dolazi na detektor autokorelatora (FS vrijeme u femtosekundama). Kalibracija se vrši umetanjem etalona- kristala koji stvara konstantno vremensko kašnjenje između dviju zraka. Etalon se umeće na optički put jedne od zraka. Ako se etalon nalazi na poziciji 1 (zeleno na slici 4.6), tada ne postoji kašnjenje između zraka A i B prije dolaska na rotirajući blok silicija. Ako se etalon nalazi na položaju 2, tada se etalon jednom nalazi na optičkom putu zrake A, te nastaje kašnjenje od 311 fs između zraka A i B. Na položaju 3, zraka A dva puta prolazi kroz etalon te nastaje kašnjenje od 622 fs između zraka A i B. Ovo kašnjenje nije kašnjenje  $\tau$  iz relacije (4.2) već dodatno kašnjenje čiji je jedini cilj kalibracija vremenske skale. Stvaranjem ovog dodatnog kašnjenja između zraka dolazi do pomicanja autokorelacijskog signala u vremenu na osciloskopu. Na slici 4.8. je prikaz autokorelacijskog signala za tri položaja etalona. Gaussova prilagodba dana je relacijom

$$y = y_0 + A \exp\left(-\left(\frac{t - t_{osc}}{\sqrt{2}w}\right)^2\right) \quad (4.7)$$

gdje  $y_0$  predstavlja pozadinu gausijana amplitude  $A$  centriranim na  $t_{osc}$  i sa širinom  $w$ . Relacija koja povezuje vremenske skale osciloskopa i autokorelatora dana je kao [27]

$$t_{FS} = At_{osc} + B \quad (4.8)$$

gdje  $t_{AC}$  i  $t_{osc}$  predstavljaju položaje amplituda gaussovih prilagodbi na milisekundnoj vremenskoj skali osciloskopa (ms) i na femtosekundnoj skali autokorelatora (FS vrijeme u femtosekundama), danih u tablici 4.1.



Slika 4.8: Prikaz signala na autokorelatoru za 3 položaja etalona sa gausovim prilagodbama. Položaji centara AC signala odgovaraju kašnjenjima od 0, 311 i 622 femtosekunde u AC vremenu. Za te iste prilagodbe parametri  $t_{osc}$  predstavljaju centre AC signala u osciloskopnom vremenu.

$t_{osc}$ (ms)	$t_{FS}$ (fs)
$1.3634 \pm 0.0006$	0
$2.1516 \pm 0.0007$	311 fs
$2.8738 \pm 0.0007$	622 fs

Tablica 4.2: Pozicije AC funkcija u osciloskopnom i FS vremenu

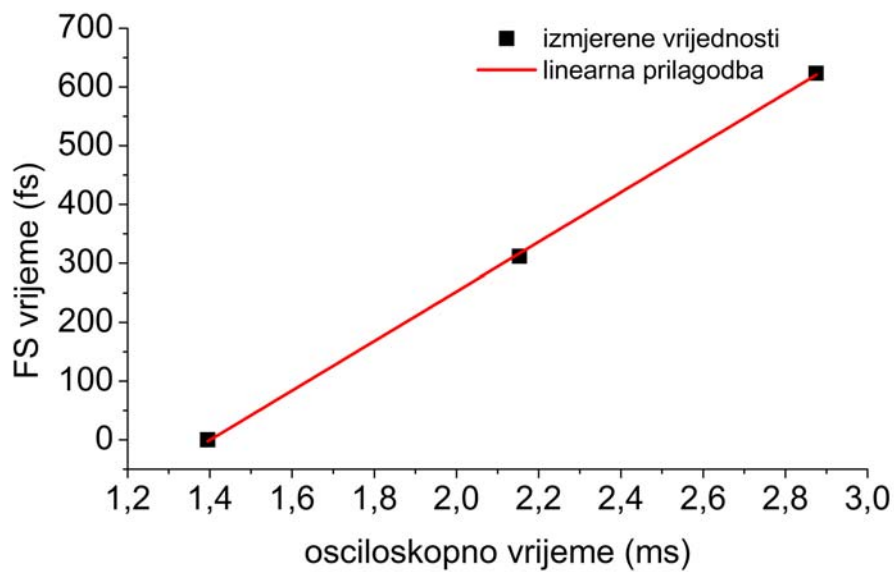
Prikaz linearne prilagodbe relacije (4.8) dan je na Slici 4.9 gdje su koeficijent nagiba pravca i odsječak na osi y jednaki

$$A = 421 \pm 6 \frac{fs}{ms} \quad (4.9)$$

$$B = -590 \pm 10ms \quad (4.10)$$

Definiramo li širinu AC signala kao njegov  $FWHM = t_2 - t_1$  gdje su  $t_1$  i  $t_2$  točke na pola visine, tada su širine AC signala u osciloskopnom i FS vremenu vezane relacijom

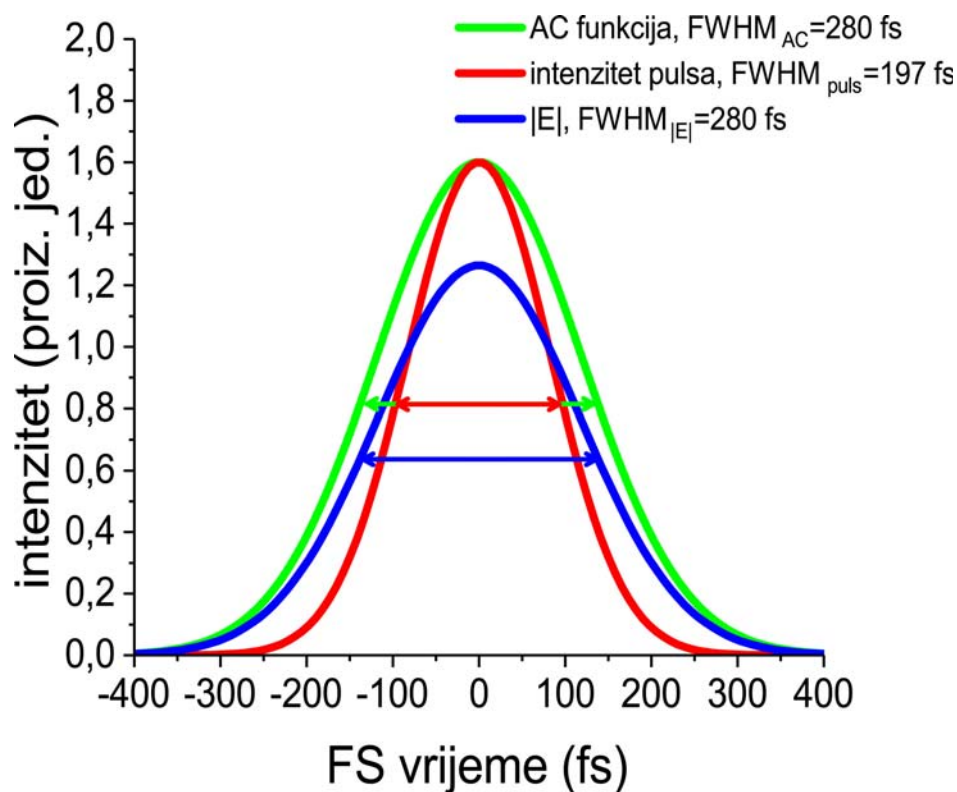
$$FWHM_{FS} = t_{2FS} - t_{1FS} = A \cdot t_{osc2} + B - (A \cdot t_{osc1} + B) = A \cdot FWHM_{osc} = 2 \ln \sqrt{2} Aw \quad (4.11)$$



Slika 4.9: Kalibracija vremenske skale autokorelatora

gdje je iskorištena kalibracija skale (4.4) i definicija FWHM za gaussov profil (relacija 3.6), dok je parametar  $w$  dan relacijom (4.3). Uvrštavanjem potrebnih vrijednosti, dobivamo  $FWHM_{AC} = 280 \pm 5 fs$ . Ova vrijednost još uvijek nije trajanje pulsa, već autokorelacija. Za pulseve gaussovog profila, stvarno trajanje pulsa dano je kao [27]

$$FWHM_{pulse} = \frac{1}{\sqrt{2}} FWHM_{AC} = 197 \pm 4 fs \quad (4.12)$$

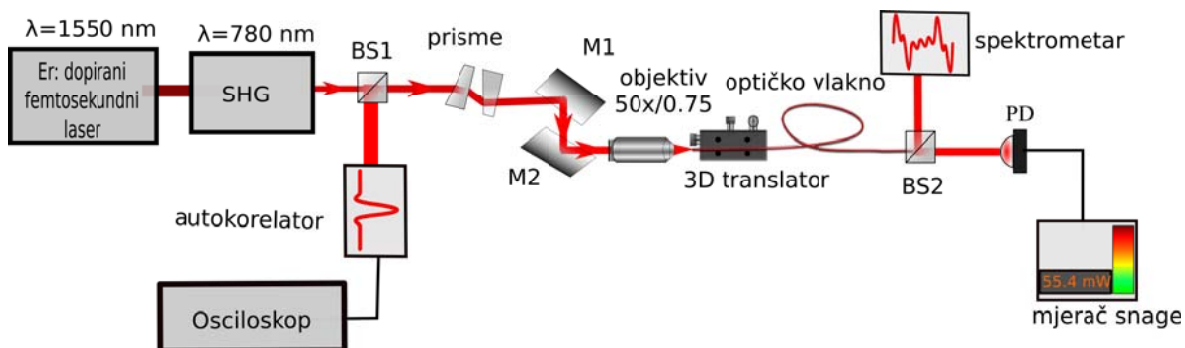


Slika 4.10: AC funkcija, intenzitet i amplituda električnog polja sa označenim FWHM.

Prikaz AC funkcije, amplitude pulsa i amplitude električnog polja sa odgovarajućim širinama dan je na slici 4.10. Amplituda električnog polja dana je kao korijen intenziteta pulsa.

#### 4.6 Postav za stvaranje superkontinuuuma

Prikaz postava za stvaranje superkontinuuuma na Er:dopiranom femtosekundnom fiber laseru dan je na slici 4.11. Postav se sastoji od femtosekundnog lasera kao izvora



Slika 4.11: Prikaz postava za stvaranje superkontinuuuma na Er:dopiranom femtosekundnom fiber laseru. Oznake: BS1/BS2-djelitelji zrake, M1/M2-optička zrcala, PD-fotodioda.

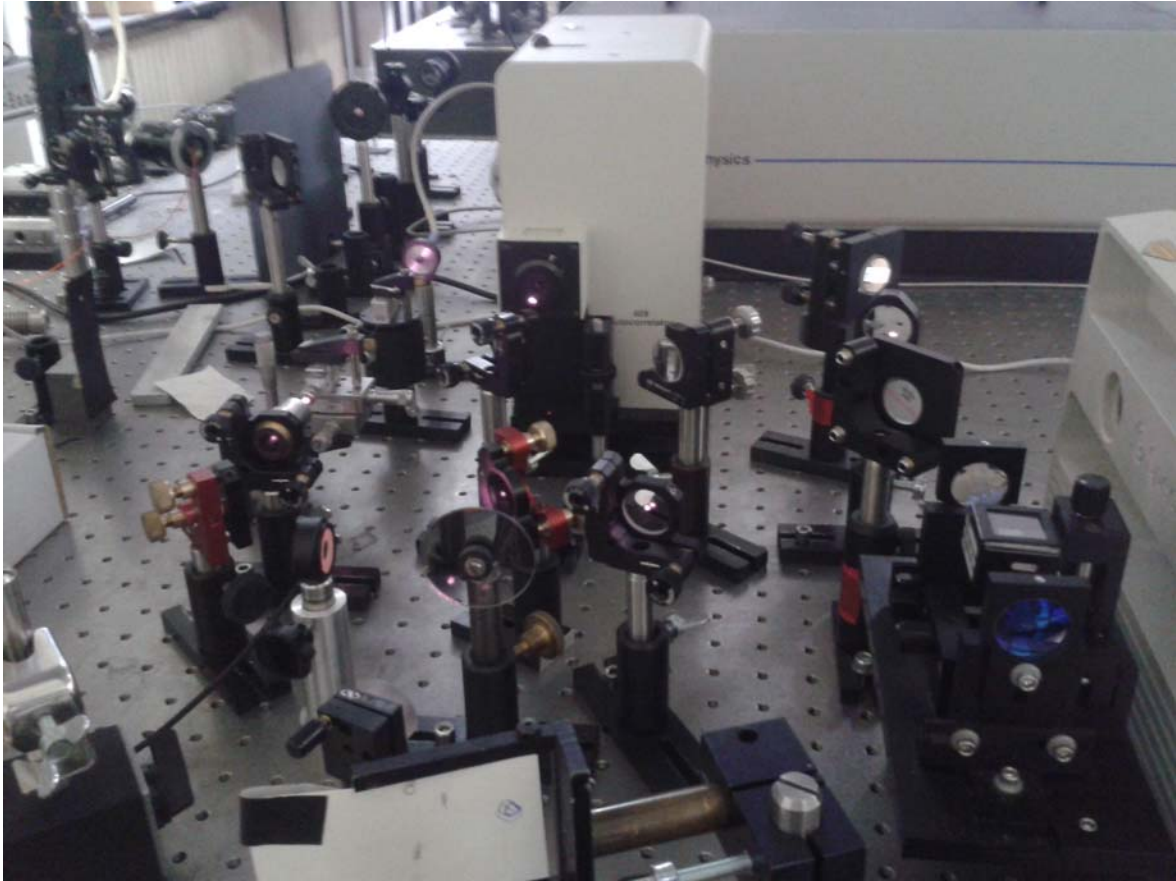
svjetlosti, nelinearnog optičkog vlakna na 3d translatoru, mjernih uređaja za vremen-



sku, spektralnu i intenzitetsku karakterizaciju svjetlosti te niza optičkih elemenata. Svjetlost po izlasku iz lasera prolazi kroz djelitelj zrake te jedna od zraka ulazi u autokorelator gdje se mjeri trajanje pulsa, dok druga zraka prolazi kroz sustav dviju anamorfni prizmi. Pomoću prizmi, presjek laserske zrake se mijenja iz eliptičnog u kružni što je prikazano na slici 4.4, te poslije dva zrcala zraka biva fokusirana mikroskopskim objektivom u optičko vlakno.

Postav za stvaranje superkontinuumu Ti:Safir femtosekundnom laseru jednak je postavu na Slici 4.11. uz par modifikacija. Ti:Safir laser proizvodi pulseve vremenski usrednjene snage od preko 500 mW. Fokusiranjem velike snage u optičko vlakno može rastaliti vrh optičkog vlakna. Stoga je prije prvog djelitelja zrake postavljen rotacijski filter. Rotiranjem filtra možemo mijenjati snagu koja prolazi kroz filter i tako zaštititi ostale elemente od oštećenja. Nakon filtra, laserska zraka prolazi kroz djelitelj zrake. Jedna od zraka vodi se u autokorelator, dok se druga preko dva zrcala vodi u mikroskopski objektiv i fokusira u jezgru optičkog vlakna. U ovom postavu nisu korištene anamorfne prizme budući da Ti:Safir laser stvara zraku sa presjekom veoma bliskom željenom kružnom presjeku.

Prilikom mjerenja na Ti:Safir laseru nije bio dostupan 50x/0.75 mikroskopski objektiv, te je stoga korišten slabiji 20x/0.4 objektiv što je utjecalo na efikasnost  $\eta$ . Usto, za mjerenje trajanja pulseva nakon optičkog vlakno bilo je potrebno preseliti autokorelator na BS2 djelitelj zrake što je učinjeno tijekom eksperimentalnih mjerenja. Slika postava dana je na slici 4.12.



Slika 4.12: Slika postava za stvaranje superkontinuumu pomoći Ti:Safir lasera

## 5 Rezultati

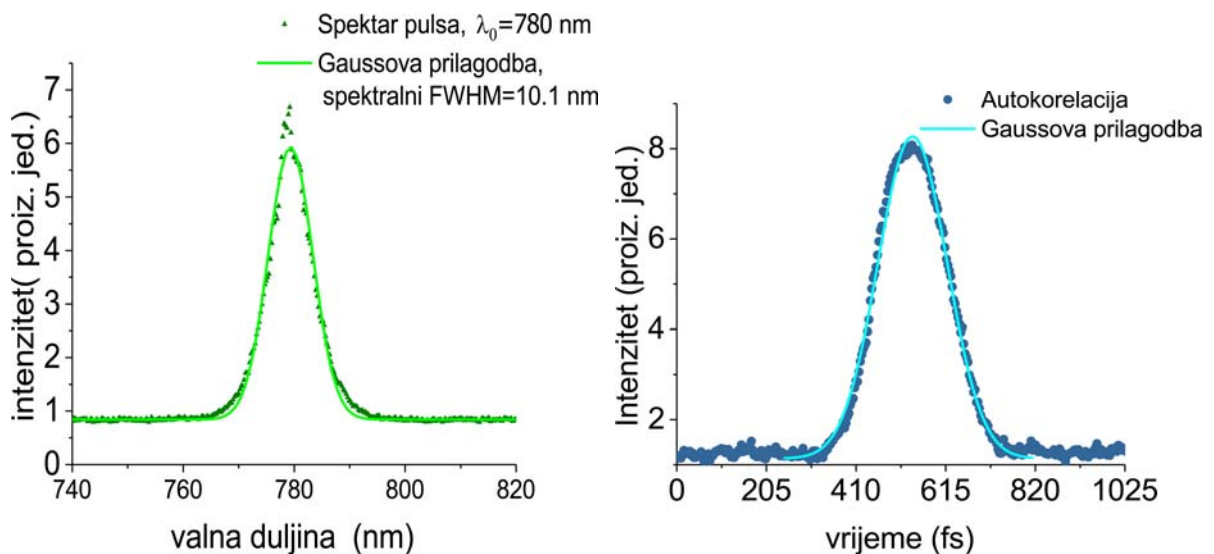
U narednim eksperimentima izvršili smo vremensku i spektralnu karakterizaciju PCF i Lublin optičkih vlakana na dva odvojena femtosekundna lasera. Proučena je ovisnost superkontinuumu o različitim ulaznim parametrima pulsa-snazi laserske svjetlosti, trajanju pulsa i i valnoj duljini pulsa. Usto, izmjerene su širine pulseva u vremenu korištenjem autokorelacijske metode.

### 5.1 Stvaranje superkontinuumu pomoću PCF optičkog vlakna

Kod stvaranja superkontinuumu, Ti:Safir femtosekundni laseri su zanimljivi zbog mogućnosti stvaranja laserske svjetlosti visokog intenziteta u širokom području valnih duljina. Usto, Ti:Safir laseri mogu u principu mijenjati trajanje pulsa. Zbog navedenih svojstva, Ti:Safir laseri su idealni za analizu superkontinuumu u ovisnosti o parametrima ulazne svjetlosti. Za stvaranje superkontinuumu pomoću Ti:Safir femtosekundnog lasera korišten je postav sa Slike 4.12. U mjerenjima je korišten Optika

20x/0.4 mikroskopski objektiv.

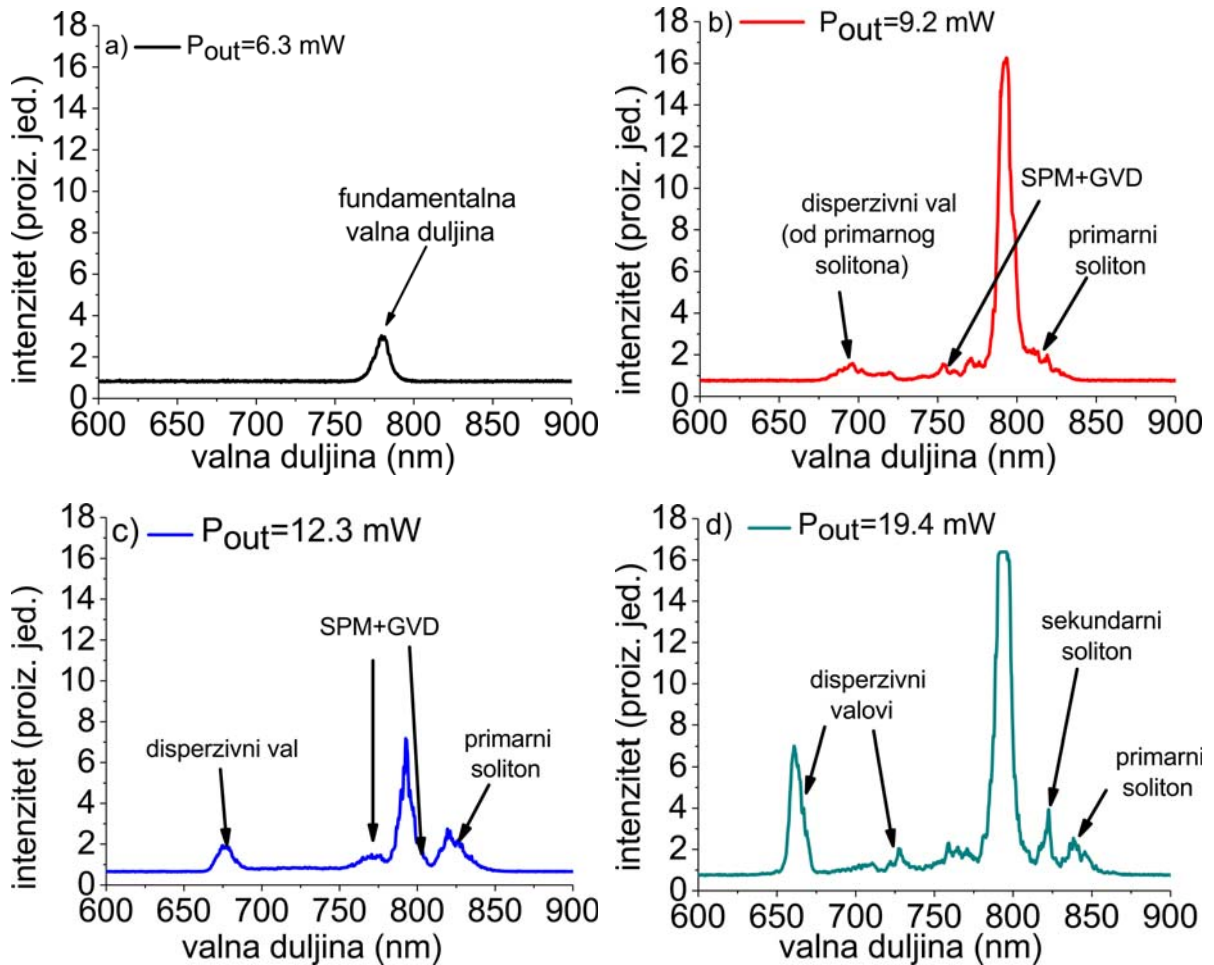
Snaga i spektar su k mjereni prije i poslije optičkog vlakna korištenjem mjerača snage i Ocean Optics HR4000CG-UV-NIR spektrometar. Pri progaciji svjetlosti kroz vlakno gubitci u snazi su veoma maleni, svega par % ulazne snage. Dakle, snaga na izlazu iz vlakna je u principu jednaka ulaznoj snazi tj.  $P_{out} = P_{in}$ . Širina pulseva prije i poslije optičkog vlakna je mjerena za samo dvije valne duljine ( $\lambda = 780\text{nm}$  i  $\lambda = 900\text{nm}$ ). Ovaj odabir valnih duljina odgovara normalnom ( $\lambda = 780\text{nm}$ ) i anomalnom režimu ( $\lambda = 900\text{nm}$ ) za oba vlakna. Mjerenja su izvršena na Ti:Safir femtosekundnom laseru čiji su pulsevi propušteni kroz PCF optičko vlakno. Promatrani parametri pri stvaranju superkontinuuuma su snaga, valna duljina i trajanje pulseva. Valnu duljinu i trajanje pulseva mijenjamo pomicanjem pukotine i sustava dviju prizmi koje su sastavni dio laserskog rezonatora lasera. Intenzitet svjetlosti mijenjamo rotiranjem rotacijskog filtra. Ulazni spektar i autokorelacija na 780 nm dani su na slici 5.1. Valna duljina svjetlosti postavljena je na 780 nm. Vremensko trajanje



Slika 5.1: Prikaz autokorelacijske funkcije i spektra pulsa na Ti:Sapphire femtosekundnom laseru. Valna duljina lasera je postavljena na 780 nm. Iz autokorelacije je dobiveno trajanje pulseva od 130 fs.

pulseva od 130 fs određena je iz autokorelacijske funkcije sa slike 5.1. Spektralni FWHM je jednaka 10.1 nm. Umnožak  $\Delta t \Delta \nu$  je veći od 0.441. Pulsevi iz Ti:Safir lasera nisu Fourier ograničeni pulsevi. Vremenski FWHM na Slici 5.1. je veći od 130 fs jer je to FWHM autokorelacije, a ne FWHM pulsa.

Na Slici 5.2. prikazani su dobiveni spektri na izlazu iz PCF vlakna za 4 različite izlazne snage  $P_{out}$  za pulseve od 130 fs na 780 nm u normalnom disperzivnom režimu.



Slika 5.2: Prikaz superkontinuuma na PCF vlaknu za 4 različite izlazne snage pulsa. Valna duljina ulaznog pulsa je 780 nm sa trajanjem pulsa od FWHM=130 fs.

Za izlaznu snagu od 6 mW (Slika 5.2a) ne dolazi do spektralnog širenja pulsa, već je vidljiv samo spektar ulazne svjetlosti. Povećavanjem izlazne snage na 9 mW dolazi do spektralnog širenja pod utjecajem SPM i GVD. Usto, mali dio pulsa prelazi preko ZDW točke od 800 nm u anomalno disperzivno područje što uzrokuje nastanak primarnog solitonskog vala. Zbog niske izlazne snage, soliton nije dovoljno raspoznatljiv.

U plavom dijelu spektra oko 700 nm vidljive su slabe spektralne komponente. Ove komponente proizlaze iz tzv. disperzivnog vala, nusprodukta solitona. Za pojašnjenje disperzivnog vala potrebno je razmotriti Sliku 5.2c gdje je izlazna snaga povećana na 12.3 mW. Puls sve više prelazi u anomalno područje i primarni soliton postaje jasno vidljiv.

Disperzivni val može se pojasniti na sljedeći način. Disperzije višeg reda (TOD, 4OD..) uzrokuju perturbacije pri propagaciji solitona kroz vlakno te dolazi do solitonske fisije. Tijekom procesa fisije disperzije višeg reda uzrokuju transfer energije iz solitona

u spektralno uski rezonantni disperzivni val. Za pozitivne vrijednosti TOD parametra ( $\beta_3 > 0$ ) disperzivni valovi javljaju se u plavom dijelu spektra u odnosu na valnu duljinu ulaznog pulsa [28] [29]. Korištenjem relacija 3.59 i 3.60 moguće je povezati  $\beta_2$  i  $\beta_3$  kao

$$\beta_3 = \frac{-\lambda}{2\pi c} \frac{d\beta_2}{d\lambda} \quad (5.1)$$

Sa Slike 3.4 je jasno vidljivo da je  $\frac{d\beta_2}{d\lambda}$  negativno, tj.  $\beta_3 > 0$  te disperzivni valovi nastaju u plavom dijelu spektra<sup>2</sup>.

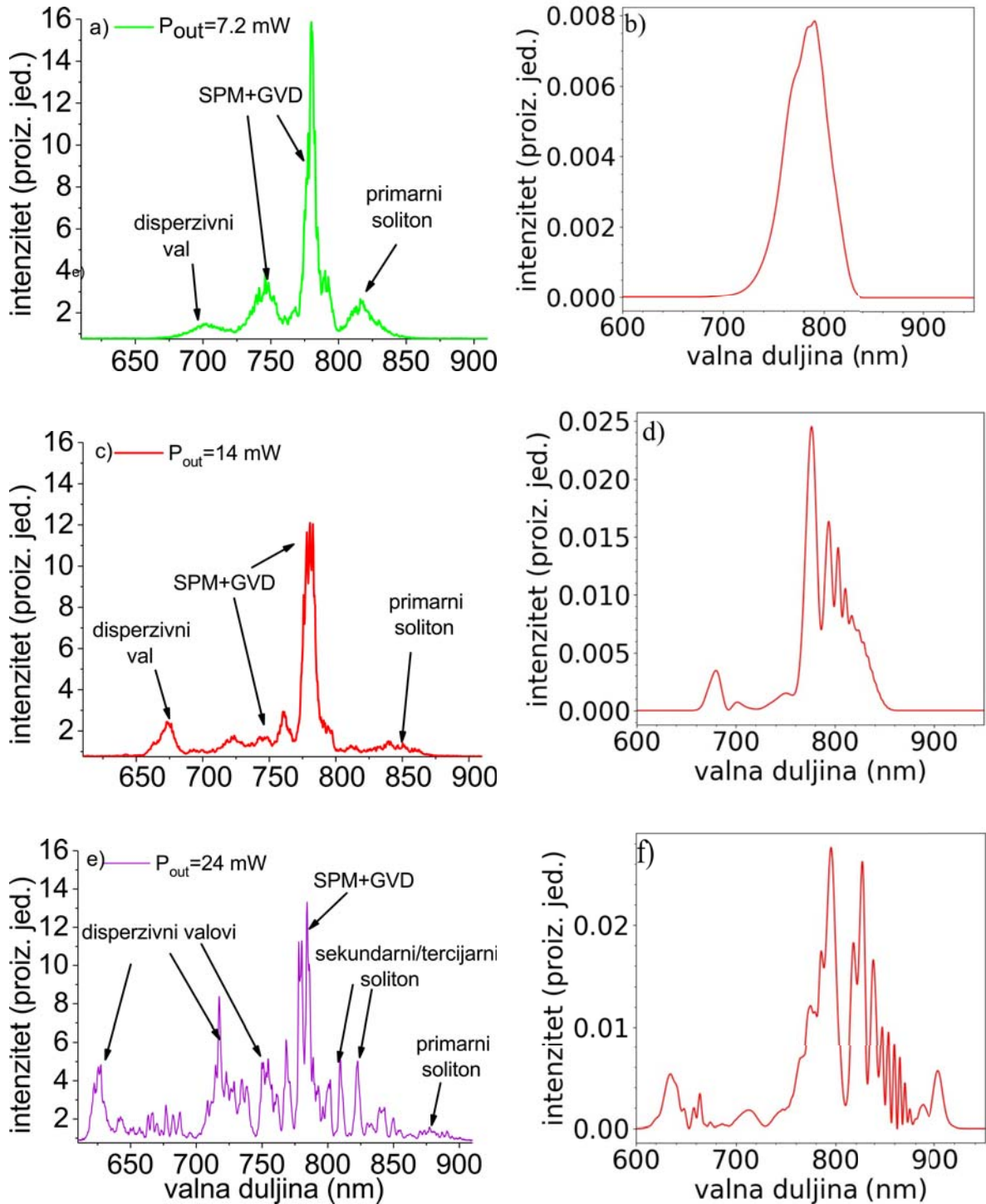
Položaj disperzivnog vala u spektru određen je sljedećim uvjetom: val se javlja na valnoj duljini koja ima istu faznu brzinu kao i soliton. Uvjet zahtjeva kvalitetno poznavanje propagacijske konstante  $\beta(\omega)$ , te stoga nismo u mogućnosti predviđanja položaja vala<sup>3</sup>. Povećavanjem izlazne snage svjetlosti, soliton doživljava Raman inducirani pomak u crveni dio spektra, vidljivo na Slici 5.2d. Ovaj pomak popraćen je pomakom disperzivnog vala dublje u plavi dio spektra. Visoka vršna snaga primarnog solitona omogućava solitonsku fisiju kojom nastaje dodatni sekundarni soliton. Sekundarni soliton stvara vlastiti disperzivni val u plavom dijelu spektra.

Mjerenja ovisnosti spektra o izlaznoj snazi izvršena su i na Er:dopiranom femtosekundnom laseru korištenjem postava sa Slike 4.11. Za fokusiranje svjetlosti korišten je 50x/0.75 mikroskopski objektiv te je dobivena bolja efikasnost pri propuštanju svjetlosti kroz vlakno. Izmjereni spektri zajedno s odgovarajućim numeričkim simulacijama dani su na Slici 5.3. Izlazne snage su jednake 7, 14 i 24 mW. Valna duljina ulaznih pulseva je 780 nm sa trajanjem pulseva od 200 fs. Za izlaznu snagu od 7.2 mW na Slici 5.3a javljaju se Raman pomaknuti primarni soliton i odgovarajući disperzivni val. Za spektar sa Slike 5.3a napravljena je u odgovarajuća numerička simulacija dana na Slici 5.3b. Energija simuliranih pulseva je 87 nJ što odgovara energiji od 7.2 mW. Trajanje pulseva je 200 fs s ulaznom valnom duljinom od 780 nm.

Razlika u strukturama spektra i mjerenja nastaje zbog ograničenja u kodu pri izradi simulacija. Prvo ograničenje tiče se parametara PCF vlakna ( $\beta_2, \beta_3, \gamma$ ). Navedeni parametri za PCF vlakno nisu nam poznati, te su stoga njihove vrijednosti odabrane

<sup>2</sup>Slika 3.4 daje ovisnost  $\beta_2$  o valnoj duljini za PSN vlakno, no i PCF vlakno ima sličnu, monotono opadajuću disperziju grupne brzine. Stoga i za PCF vlakno vrijedi  $\beta_3 > 0$

<sup>3</sup>Uvjet je dan kao  $\beta(\omega_{disp}) - \beta_1\omega_{disp} = \beta(\omega_{sol}) - \beta_1\omega_{sol} + \frac{1}{2}\gamma P_{sol}$  gdje lijeva i desna strana ove jednadžbe su faze disperzivnog vala i solitona, a  $\omega_{disp}$  i  $\omega_{sol}$  njihove frekvencije. Član  $\frac{1}{2}\gamma P_s$  predstavlja nelinearni pomak u fazi specifičan za solitone [18]



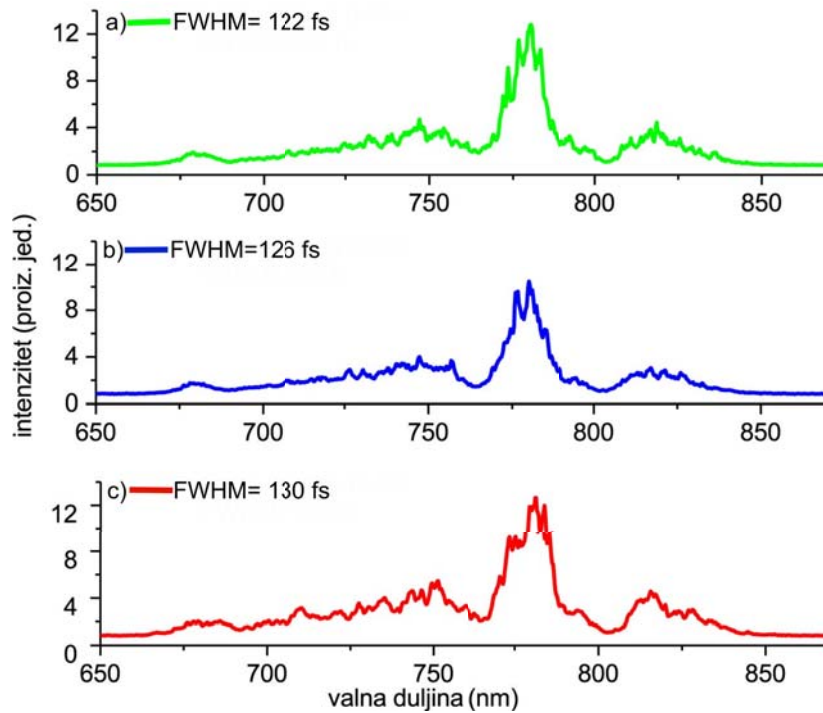
Slika 5.3: Prikaz spektra PCF vlakna u normalnom režimu za tri različite izlazne snage s odgovarajućim numeričkim simulacijama. Simulacije prikazuju izlazni spektar sa energijom pulseva od 87 nJ, 175 nJ i 300 nJ. Te energije odgovaraju izmjerenim izlaznim snagama od 7 mW, 14 mW i 24 mW. Parametri pulseva i vlakna dani su kako slijedi:  $\lambda = 780 \text{ nm}$ ,  $FWHM = 200 \text{ fs}$ ,  $\beta_2 = 8 \frac{\text{ps}^2}{\text{km}}$ ,  $\beta_3 = 0.05 \frac{\text{ps}^3}{\text{km}}$ ,  $\gamma = 70 (\text{W km})^{-1}$  za optičko vlakno duljine  $L = 25 \text{ cm}$ . Samoustrmljenje i Raman raspršenja su uključeni u simulacije.

proučavanjem literature [18] pa i su posljedično vrijednosti parametra točne do na red veličine. Dodatno ograničenje pri simulacijama jest binarnost pri simulaciji Raman raspršenja, tj u simulacijama je moguće samo uključiti i isključiti raspršenja bez kontrole nad Raman parametrom  $T_R$  iz GNLSE jednadžbe.

Spektar za izlaznu snagu od 14 mW dan je na Slici 5.3c). U centralnom dijelu spektra jasno su vidljive oscilacije spektra uzrokovane SPMom. Primarni soliton se dodatno pomiče u crveni dio spektra, što posljedično pomiče disperzivni val dublje u plavo. Odgovarajuća simulacija dana je na Slici 5.3d). Ulazna energija pulsa je 175 nJ što odgovara snazi od 14 mW. Simulacija jasno pokazuje širenje spektra. Vidljivi je disperzivni val na 675 nm nakon kojeg sljedi područje u kojem nema izraženih spektralnih komponenti (700 do 750 nm). Centralni dio sadrži oscilacije u spektru uzrokovane SPM efektom. Crveni dio spektra ponašanjem ne odgovara eksperimentalnim rezultatima sa Slike 5.3c. Na 5.3c spektar naglo opada pomakom u crveno, te nakon toga nastaje primarni soliton, dok simulacija daje relativno spori pad u intenzitetu spektra. Ovo nepodudaranje može se ponovo objasniti manjkom kontrole nad Raman raspršenjima prilikom numeričkih simulacija.

Konačno, spektar za izlaznu snagu od 24 mW prikazan je na Slici 5.3e). Ukupna širina spektra je 280 nm. Centralni dio spektra ponovo sadrži oscilatorno SPM ponašanje, no jasno je vidljiv velik broj spektralnih vrhova u plavom i crvenom dijelu spektra. U crvenom dijelu spektra još uvijek je vidljiv primarni soliton, sada pomaknut na 875 nm. No vidljivi su i dodatni vrhovi u području između 800 i 850 nm. Zbog kompleksnosti spektra teško je odrediti prirodu vrhova, no logično je prepostaviti da ti vrhovi pripadaju sekundarnom i tercijarnom solitonu. Ti solitoni nastaju solitonskom fisijom primarnog solitona. Solitonska fisija bi tada pojasnila vrhove u plavom dijelu spektra jer bi tada ti vrhovi odgovarali disperzivnim valovima novonastalih solitona. U simulaciji na Slici 5.3f) energija ulaznih pulseva je 300 nJ što odgovara snazi od 24 mW. U simulaciji je vidljiv disperzivni val na 625 nm uzrokovan nesolitonskim zračenjem primarnog solitona. Vrh na 720 nm odgovara disperzivnom valu nastalom pri solitonskoj fisiji primarnog solitona. U crvenom dijelu spektra nastaje vrh na 900 nm koji položajem odgovara primarnom solitonu.

Na slici 5.4 je izlazni spektar iz PCF optičkog vlakna za različita trajanja pulseva ulazne snage od 70mW i valne duljine od 780 nm, izmjereno na Ti:Safir laseru. Snaga svjetlosti pri izlasku iz optičkog vlakna je 7.4 mW. Uočavamo da sva tri spektra imaju

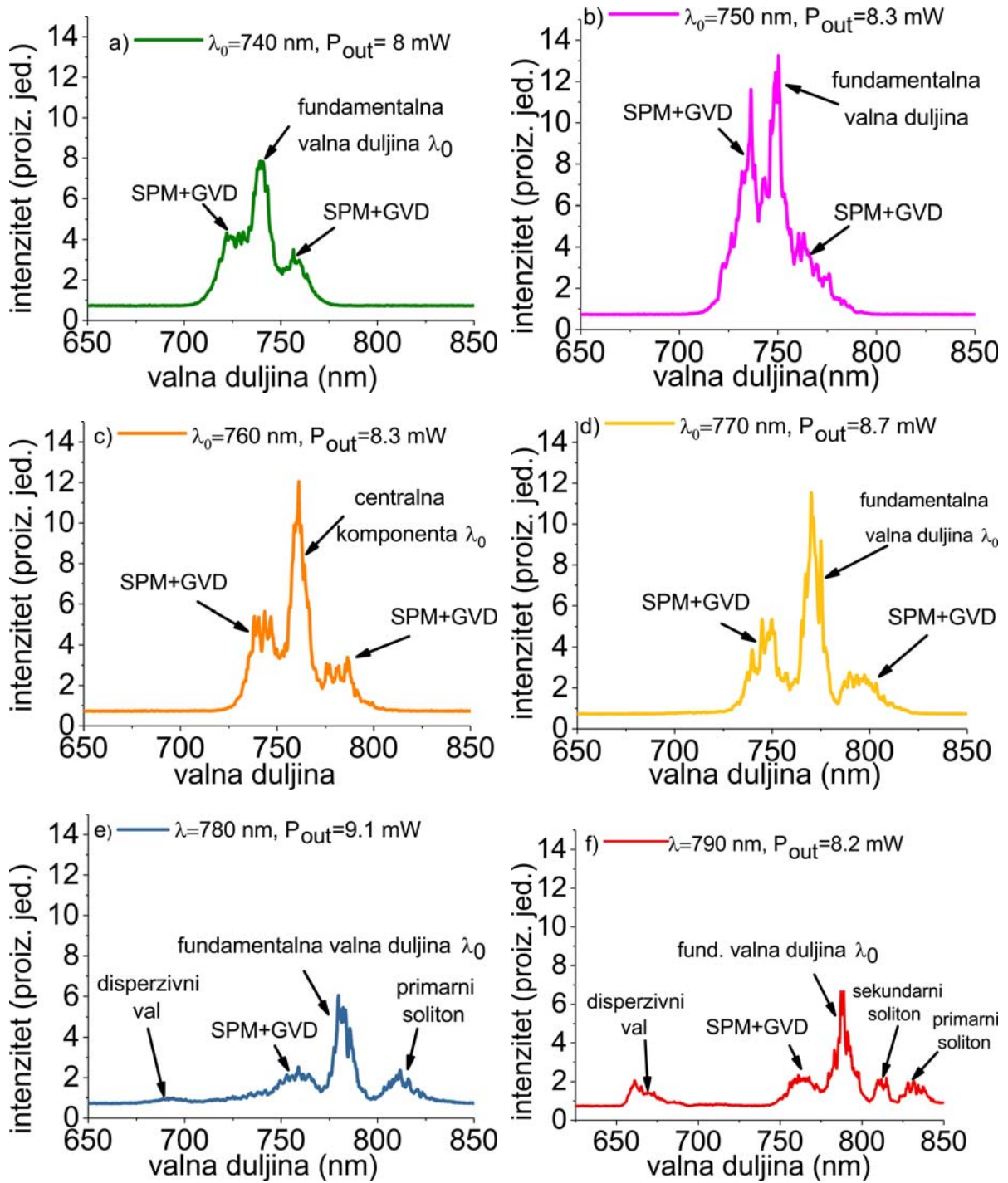


Slika 5.4: Spektar iz PCF vlakna za tri različite širine pulsa od 122, 126 i 130 fs. Izlazna snaga svjetlosti je 7.4 mW valne duljine od 780 nm. U spektru su vidljivi primarni soliton u crvenom i disperzivni val u plavom dijelu spektra. Za navedena trajanja pulseva nisu vidljive međusobne razlike u širini i obliku spektra. Za značajne promjene spektra, potrebne su promjene trajanja pulseva od par stotina femtosekundi [24], što je izvan mogućnosti Ti:Sapphire lasera.

istu strukturu. Za uočavanje razlika u spektrima, trajanje pulseva bi trebalo mijenjati u rasponu od par stotina femtosekundi [24], što je van mogućnosti Ti:Sapphire lasera.

Konačno, promotrimo kako valna duljina pulsa utječe na spektar superkontinuuuma. Na Slici 5.5 prikazan je izlazni spektar za 6 različitih valnih duljina pulseva trajanja od 130 fs. Usporedbom spektara moguće je uočiti da povećanjem valne duljine dolazi do sve snažnijih oscilacija u spektru i odvajanja crvenih i plavih spektralnih komponenti od područja fundamentalne valne duljine (Slike 5.5(a-d)). Usto, usporedimo li Slike 5.5a i 5.5f, možemo uočiti da je spektar sa Slike 5.5f znatno širi od spektra 5.5a. Navedene pojave mogu se pojasniti na sljedeći način. Za valne duljine sa Slike 5.5(a-d) nalazimo se u normalnom disperzivnom režimu. Povećanjem valne duljine pomičemo se prema valnoj duljini nulte disperzije PCF optičkog vlakna (ZDW PCF optičkog vlakna je na 800 nm), tj.  $\beta_2$  se smanjuje i GVD efekt slabi. Slabiji GVD efekt uzrokuje manje vremensko širenje pulsa, odnosno puls dulje zadržava visoki intenzitet što omogućava snažniji SPM pri progaciji kroz vlakno i jače širenje



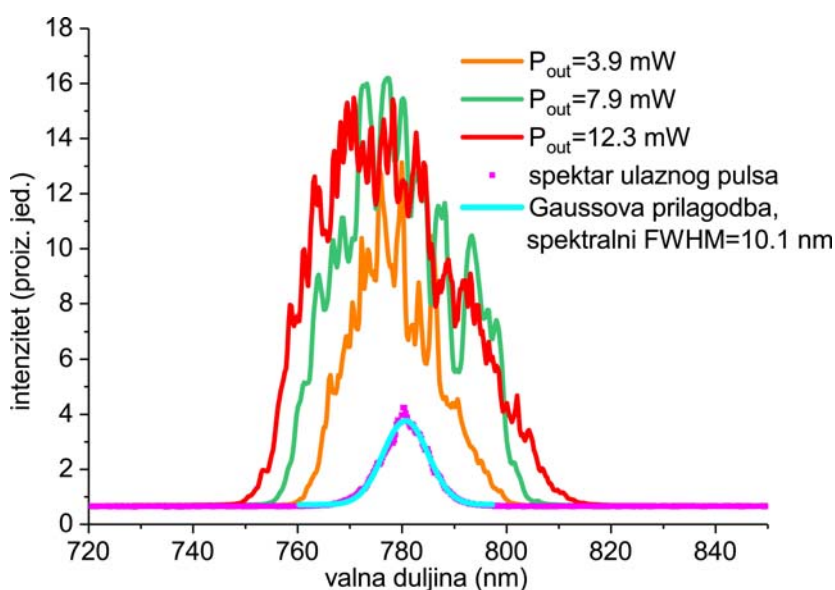


Slika 5.5: Spektar superkontinuumau ovisnosti o valnoj duljini za PCF optičko vlakno. Trajanje pulseva je 130 fs.

spektra. Dolaskom u blizinu ZDW točke ( $\lambda = 800$ nm), dio pulsa prelazi u anomalno područje te dolazi do nastanka primarnog solitona i disperzivnog vala preko nesolitonskog zračenja, prikazano na Slici 5.5e. Konačno, za ulaznu valnu duljinu od 790 nm, solitonskom fisijom nastaje i sekundarni soliton.

## 5.2 Stvaranje superkontinuuuma pomoću Lublin optičkog vlakna

Mjerenja izvršena u prethodnom potpoglavlju izvršena su i za Lublin optičko vlakno. Za mjerenje je ponovno korišten postav sa Slike 4.12 s jednom manjom modifikacijom. Na izlasku iz optičkog vlakna dodana je konvergentna leća za kolimaciju zrake. Kolimiranjem zrake dobiva se dovoljno svjetlosti za mjerenje trajanja pulsa nakon izlaska iz vlakna. Time smo u mogućnosti provjeriti očekivana ponašanja trajanja pulseva za dva disperzivna režima. Mjerenja su vršena za dvije specifične valne duljine- 780 nm u normalnom i 900 nm u anomalnom režimu. Slika 5.6 daje ovisnost spektra o snazi za pulseve širine 130 fs na 780 nm za Lublin optičko vlakno. Kao i kod PCF



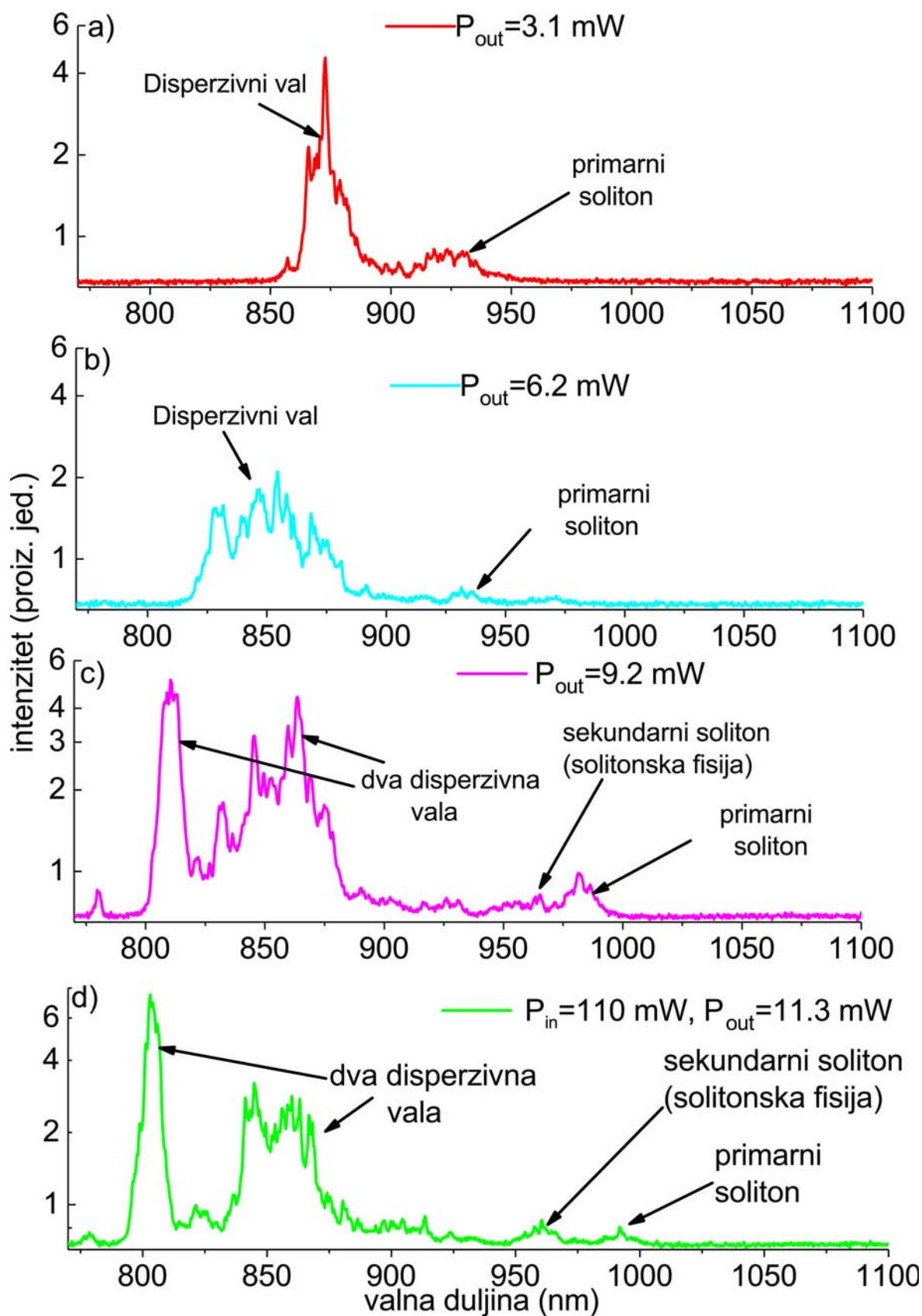
Slika 5.6: Spektar na izlazu iz Lublin optičkog vlakna u ovisnosti o snazi svjetlosti u normalnom disperzivnom režimu. Očekivano, spektar se širi sa povećanjem izlazne snage svjetlosti, kao rezultat SPM-a i GVD-a.

vlakna, u Lublin vlaknu javlja se karakteristično oscilatorno ponašanje pod utjecajem SPM-a i GVD. Spektar se širi s povećanjem snage. Kako se nalazimo duboko u normalnom disperzivnom režimu (ZDW točka Lublin vlakna je na 875 nm), ne dolazi do nastanka solitona i disperzivnih valova, te je stoga spektar ograničen na područje oko valne duljine ulaznog pulsa. Ovakvo ponašanje odgovara uvjetima loma optičkog vala. Dobra provjera ove prepostavke je mjerenje trajanja pulsa po izlasku iz optičkog vlakna. Pretpostavljen je gaussov profil pulseva. Za spektre na Slici 5.5 sa izlaznim snagama od 3.9 mW, 7.9 mW i 12.3 mW dobivena su trajanja izlaznih pulseva od 641 fs, 784 fs i 965 fs. Dakle u normalnom disperzivnom režimu sa povećanjem izlazne snage dolazi do povećanja trajanja pulseva. Pojašnjenje je sljedeće: u normalnom

disperzivnom režimu, SPM i GVD imaju pozitivan cvrkut. Frekventne komponente pulsa se gibaju različitim grupnim brzinama, te dolazi do širenja pulsa u vremenu. Usto više snage znači snažniji SPM tj. jače spektralno širenje pulsa. Širi spektaru kombinaciji sa GVD-om daje dulje trajanje pulsa. Povećanjem izlazne snage trajanje pulsa raste od 641 fs za  $P=3.9$  mW do čak 965 fs za najvišu snagu od 12.3 mW.

Na Slici 5.7 dani su spektri za različite snage pulsa u anomalnom području Lublin vlakna. Valna duljina ulaznih pulseva je 900 nm. Trajanje pulseva je 157 fs. Prvi izlazni spektar (Slika 5.7a)) dan je za snagu od  $P=3.1$  mW. U spektru su vidljivi primarni soliton i disperzivni val. Pod utjecajem Raman raspršenja soliton se pomiče u crveni dio spektra te preko nesolitonskog zračenja stvara snažni disperzivni val u plavom dijelu spektra. Usto, sav intenzitet početnog spektra se prenosi u Raman soliton i disperzivni val. Ovakvo ponašanje može se pojasniti na sljedeći način. Za valnu duljinu od 900 nm i spektralni FWHM od 13.3 nm, cijeli puls se nalazi u anomalnom režimu, što stvara snažni soliton (ZDW Lublin vlakna je na 875 nm). Takav snažni soliton očekivano vrši snažno nesolitonsko zračenje, te nastaje snažni disperzivni val s druge strane ZDW točke u plavom dijelu spektra. Važno je uočiti da je izlazna snaga poprilično mala, sve 3.1 mW. Podsjetimo se da je za PCF vlakno, primjerice, za stvaranje disperzivnog vala ovakvog intenziteta bilo potrebno čak 6 puta više snage ( $P=19$  mW), prikazano na Slici 5.2d u prethodnom poglavlju. Potreba za višom snagom je bila uzrokovana time što je samo dio pulsa bio u anomalnom režimu, dok je za spektre sa Slike 5.7 cijeli puls u anomalnom režimu. Povećanjem izlazne snage na 6.2 mW, soliton naizgled slabi, a disperzivni val spektralno širi. Ovo predstavlja početak solitonske fisije pulsa.

Daljnijim povećanjem snage na 9.2 mW, u crvenom dijelu spektra javlja se dodatni blagi vrh. Taj vrh, iako još uvijek gotov nezamjetan, predstavlja novi soliton, tzv. sekundarni soliton, nastao iz primarnog solitona procesom solitonske fisije. U plavom dijelu spektra disperzivni val se razdvaja u dva odvojena spektralna pojasa. Pojas oko 850 nm predstavlja originalni disperzivni val nastao od primarnog solitona, dok pojas oko 810 nm pripada novonastalom disperzivnom valu. Taj novi disperzivni val nastao je istim procesom kao i njegov prethodnik- nesolitonskim zračenjem, no izvor novonastalog vala nije primarni soliton, već novonastali sekundarni soliton. Dodatnim povećanjem snage na 11.3 mW dolazi do jačanja solitona i disperzivnih valova. Usto moguće je uočiti blagi vrh na 775 nm na krajnjoj crvenoj strani spektra.

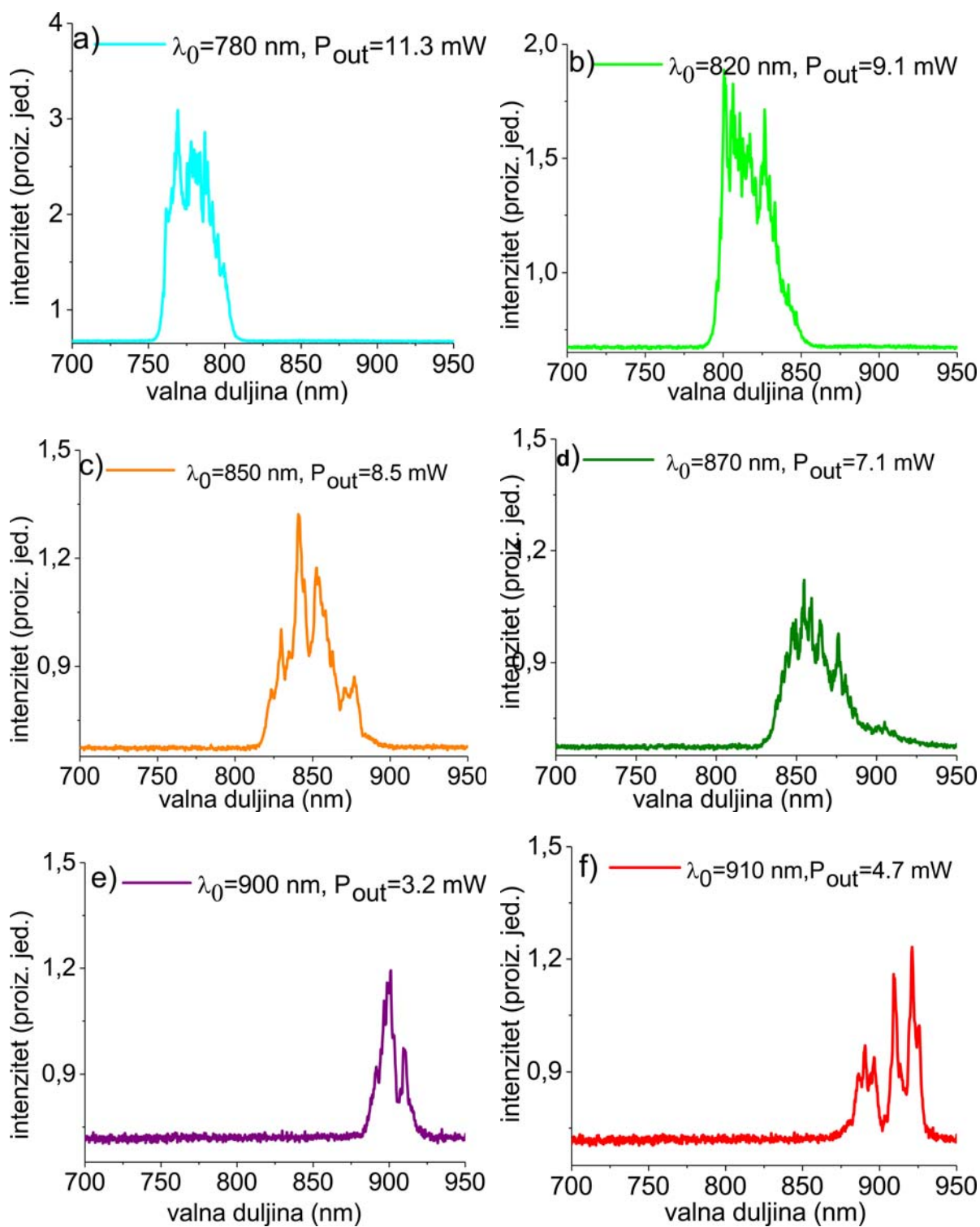


Slika 5.7: Spektar Lublin optičkog vlakna u ovisnosti o snazi izlazne svjetlosti u anomalnom disperzivnom režimu. U vlakno su propušteni pulsevi valne duljine 900 nm sa trajanjem pulseva od 157 fs te su izmjereni spektri za četiri različite izlazne snage pulseva.

Ovaj vrh može biti uzrokovan međufaznom modulacijom dva disperzivna vala ili je začetak novog disperzivnog vala. Za provjeru oblažloženja prikazanih spektara, izmjerena su i trajanja pulseva. Trajanje ulaznih pulseva je 157 fs. Trajanje izlaznih pulseva za dvije najniže snage ( $P=3.1$  mW i  $P=6.2$  mW) su jednake 160 i 167 fs. Dakle unatoč snažnom spektralnom širenju pulsa, trajanje izlaznih pulseva je gotovo jednako trajanju ulaznog pulsa. To znači da se puls vremenski ne širi prilikom propagacije kroz vlakno što je temeljna karakteristika solitonskog vala, ali ne i disperzivnog vala. Povećanjem snage na 9.2 mW, odnosno na 11.3 mW puls se širi na 220 fs, odnosno 252 fs. Ovakvo širenje trajanja pulsa se može pojasniti promotrimo li posljednja dva spetra sa Slike 5.7. Zbog solitonske fisije i nesolitonskog zračenja nastaju disperzivni valovi duboko u plavom dijelu spektru. Te frekventne komponente nalaze se u normalnom disperzivnom režimu ( $\lambda < ZDW = 875nm$ ). Komponente u normalnom režimu (u ovom slučaju disperzivni valovi) imaju linearno rastuće SPM i GVD cvrkute. Stoga dolazi do disperzije grupne brzine frekventnih komponenti disperzivnih valova te se posljedučno puls širi u vremenu. Usto, može se uočiti da se puls proširi svega 100 fs, sa 157 fs na 252 fs, dok se u normalnom režimu puls proširio sa 130 fs na 907 fs, tj. za 770 fs. Pojašnjenje ovakve razlike u širenjima pulseva u vremenu je sljedeće. U mjerenjima sa Slike 5.7 dio pulsa pređe u normalni režim te samo neke frekventne komponente doživljavaju širenje u vremenu, dok je u mjerenjima na Slici 5.6 cijeli početni puls u normalnom režimu te se sve komponente šire u vremenu.

Konačno, na posljednja dva spektra vidljiva je solitonska fisija, te je stoga logično očekivati oba solitona pri autokorelacijskim mjerenjima. Nažalost, prilikom mjerenja bio je vidljiv samo jedan soliton zbog moguće slabe osjetljivosti autokorelatora u NIR području solitona.

Konačno promotrimo spektar na izlazu Lublin vlakna u ovisnosti o valnoj duljini za pulseve ulazne snage od 70 mW. Spektar je izmjeren na niz valnih duljina u normalnom i anomalnom režimu. Na Slici 5.8. nalazi se niz od 6 spektara iz Lublin optičkog vlakna za različite valne duljine. Valne duljine ulaznih pulseva sa Slike 5.8(a-d) pripadaju u normalno disperzivno područje ( $\lambda_0 < ZDW = 875nm$ ). Kao što je i očekivano, javlja se oscilatorno ponašanje intenziteta spektra pod utjecajem SPMa i GVDa. Na posljednja dva spektra (Slike 5.8(e-f)) valne duljine ulaznih pulseva su u anomalnom disperzivnom režimu. Izlazne snage su  $P=3.1$  mW i  $P=4.7$



Slika 5.8: Prikaz spektra za 6 različitih valnih duljina pulsa. Vremensko trajanje pulsa je FWHM=130 fs.

mW za ulazne pulseve valnih duljina od 900 i 910 nm. U spektru na Slici 5.6f jasno su vidljivi primarni i sekundarni soliton te dva disperzivna vala. Zbog niske izlazne snage dva disperzivna vala su preklapljena te ih nije moguće točno razlikovati.

## 6 Zaključak

U ovom diplomskom radu proučeno je stvaranje superkontinuumu pri propagaciji femtosekundnih pulseva kroz nelinearno optičko vlakno. Kao laserski izvori korištena su dva femtosekundna pulsna lasera- Er:dopirani fiber laser i Ti:Safir femtosekundni laser. Pri stvaranju superkontinuumu pomoć Ti:Safir lasera izmjerili smo spektre i trajanja izlaznih pulseva u ovisnosti o trajanju, valnoj duljini i snazi ulaznih pulseva. Pri mjerenjima u normalnom disperzivnom režimu dobiveno je povećanje u trajanju pulseva i oscilacije u spektru, dok je u anomalnom režimu proučen nastanak solitona i disperzivnih valova. Eksperimentalno izmjereni rezultati konzistentni su s numeričkim simulacijama. Ovisnost spektralnog superkontinuumu u ovisnosti o snazi izmjerena je i na Er:dopiranom femtosekundnom fiber laseru gdje su izmjereni spektralno najširi spektri u ovom diplomskom radu.

Rezultati ovog diplomskog rada ukazuju na mogućnost stvaranja još snažnijih superkontinuumu s ciljem proširivanja spektra do 520 nm što bi omogućilo karakterizaciju frekventnog češlja Er:dopiranog lasera korištenjem 2f-3f samorefentne sheme.

## Bibliography

- [1] Alfano R. R. and Shapiro S. L. Emission in the Region 4000 to 7000 Å Via Four-Photon Coupling in Glass, *Phys. Rev. Lett.* 24, 584 (1970).
- [2] Lin, Chinlon and Stolen, R. H. New nanosecond continuum for excited-state spectroscopy, *Applied Physics Letters*, Volume 28, Issue 4, id. 216 (1976).
- [3] Bloembergen N. "Nonlinear Optics: Past, present and future", *IEEE J.Sel.Top.Quantum Electron* 6, 876-880 (2000).
- [4] Alfano R. R. *The Supercontinuum Laser Source*(2006).
- [5] Ranka, J. K., Windeler R. S. and Stentz A. J. Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm *Opt. Lett.* 25,25–27 (2000a)
- [6] Philip St.J. Russell *Photonic-Crystal Fibers*, IEEE, *JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY*, VOL. 24, NO. 12, (DECEMBER 2006).
- [7] Hartl I., Li X. D., Chudoba C., Ghanta R. K., Ko T.H., Fujimoto J. G., Ranka J. K. and Windeler R. S. Ultrahigh-resolution optical coherence tomography using continuum generation in an air-silica microstructure optical fiber *Opt. Lett.* 26, 608–610 (2001).
- [8] Wang Y. M., Zhao Y. H., Nelson J. S., Chen Z. P. and Windeler R. S. Ultrahigh-resolution optical coherence tomography by broadband continuum generation from a photonic crystal fiber *Opt. Lett.* 28, 182–184 (2003).
- [9] Jones D. J., Diddams S. A., Ranka J. K., Stentz A., Windeler R. S., Hall J. L. and Cundiff S. T. Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis *Science* 288, 635–639 (2000).
- [10] Ye J., Schnatz H. and Hollberg L. Optical frequency combs: from frequency metrology to optical phase control, *IEEE J. Sel. Topics Quant. Elect.* 9, 1041–1058 (2003).
- [11] Locke C.R., Ivanov E.N., Light P. S., Benabid F. and Luiten A. N. Frequency stabilisation of a fibre-laser comb using a novel microstructured fibre, *Optics Express* Vol. 17, Issue 7, pp. 5897-5904 (2009)



- [12] H. Sotobayashi, W. Chujo, A. Konishi and T. Ozeki Wavelength-band generation and transmission of 3.24-Tbit/s (81-channel WDMx40-Gbit/s) carrier-suppressed return-to-zero format by use of a single supercontinuum source for frequency standardization, *J. Opt. Soc. Am. B* 19(11), 2803 (2002)
- [13] Fiber elements [https://prezi.com/\\_vlebpuyttr7/fiber-optics/](https://prezi.com/_vlebpuyttr7/fiber-optics/) 24.4.2017.
- [14] R. F. Cregan, B. J. Mangan, J. C. Knight, T. A. Birks, P. St. J. Russell, P. J. Roberts, D. C. Allan. Single-Mode Photonic Band Gap *Science* 285(5433):1537-1539, (October 1999).
- [15] Knight Jonathan C. Photonic crystal fibres, *Nature* 424, 847-851
- [16] Jun Ye and Steven T. Cundiff Femtosecond Optical Frequency Comb: Principle, Operation, and Applications, [https://jila.colorado.edu/yelabs/sites/default/files/uploads/Ye\\_Cundiff\\_CombBook.pdf](https://jila.colorado.edu/yelabs/sites/default/files/uploads/Ye_Cundiff_CombBook.pdf) 12.6.2017.
- [17] Diels J.C. and Rudolph W. Ultrashort Laser Pulse Phenomena 2nd ed.,Elsevier(2006).
- [18] Agrawal G. Nonlinear Fiber Optics 5th ed.,Elsevier(2013).
- [19] Nonlinear wave equations, <http://paristech.institutoptique.fr/site.php?id=316&fileid=14456> 4.6.2017.
- [20] PyNLO [http://pynlo.readthedocs.io/en/latest/example\\_simple.html](http://pynlo.readthedocs.io/en/latest/example_simple.html) 20.6.2017.
- [21] Johan Hult, A Fourth-Order Runge–Kutta in the Interaction Picture Method for Simulating Supercontinuum Generation in Optical Fibers, *J. Lightwave Technol.* 25, 3770-3775 (2007)
- [22] Matthias Wollenhaupt, Andreas Assion and Thomas Baumert, Short and Ultrashort Laser Pulses, Springer Handbook of Lasers and Optics
- [23] Grzegorz Sobon, Tadeusz Martynkien, Pawel Mergo, Lucile Rutkowski, Aleksandra Foltynowicz, High-power frequency comb source tunable from 2.7 to 4.2 micrometers based on difference frequency generation pumped by an Yb-doped fiber laser <https://arxiv.org/abs/1703.03277> 6.7.2017.

- [24] Sarah Kurmulis, Development of a Wavelength Tunable 30 fs Laser System for Nonlinear Microscopy. Diplomski rad. Institute of Photonics and Quantum Electronics, Karlsruhe Institute of Technology.
- [25] F. De Martini, C. H. Townes, T. K. Gustafson, P. L. Kelley, Self-Steepening of Light Pulses, *Physical Review* vol.164 no.2.
- [26] Focal Length [https://www.rp-photonics.com/focal\\_length.html](https://www.rp-photonics.com/focal_length.html)
- [27] Spectra-Physics Autokorelator M 409 manual
- [28] Samudra Roy, Debashri Ghosh, Shyamal K. Bhadra, Govind P. Agrawal, Role of dispersion profile in controlling emission of dispersive waves by solitons in supercontinuum generation, *Optics Communications* 283 (2010) 3081–3088
- [29] Samudra Roy, Shyamal K. Bhadra, Kunimasa Saitoh, Masanori Koshihira, and Govind P. Agrawal Dynamics of Raman soliton during supercontinuum generation near the zero-dispersion wavelength of optical fibers, *Optics Express* Vol. 19, Issue 11, pp. 10443-10455 (2011)