Procjena vrijednosti brzo rastućih poduzeća

Biljanić, Tomislav

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET

MATEMATIČKI ODSJEK

Tomislav Biljanić

PROCJENA VRIJEDNOSTI BRZORASTUĆIH PODUZEĆA

Diplomski rad

Voditelj rada:
Siniša Slijepčević

Zagreb, 2017. godina

Ovaj diplomski rad obranjen je dana _______________ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. ________________________, predsjednik
2. ________________________, član
3. ________________________, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom ________________.

Potpisi članova povjerenstva:

1. ___________________________
2. ___________________________
3. ___________________________

Sadržaj

1. Uvod

U današnje vrijeme rijetko tko nije čuo za riječ *startup*. Jedna od definicija *startupa* je da je *startup* mlada kompanija koja je na početku svog razvoja. U većini slučajeva radi se o malim financiranim kompanijama koju vodi skupina osnivača ili pojedinac. Ono što *startup* razlikuje od ostalih kompanija je da on nudi proizvod ili uslugu koja trenutno nije ponuđena na tržištu, ili da je usluga, odnosno proizvod, koji *startup* nudi veliko unaprjeđenje trenutnog proizvoda ili usluge na tržištu.

U početnim fazama *startupa* uobičajeno je da njegovi troškovi premašuju prihode koje ostvaruje dok kompanija radi na razvoju, testiranju i marketinškom pozicioniranju ideje. Iz tih razloga, takve kompanije najčešće trebaju dodatno financiranje. Najčešći izvori financiranja su uobičajene pozajmice od banaka za mala poduzeća, prikupljanje sredstava kroz takozvane *crowdfunding* kampanje i kroz investicije velikih investitora koji u zamjenu za investiciju dobivaju određeni udio u kompaniji.

S obzirom da *startupovi* u svojim počecima najčešće nemaju velike prihode, investitori koji financiraju *startupove* pokušavaju procijeniti vrijednost njihovih investicija i vrijednost samog *startupa*. Najčešća metoda procjene vrijednosti kompanija je metoda diskontiranih novčanih tokova (*eng. discounted cash flows*) u kojoj se procjenjuju budući novčani tokovi firme te se potom te novčane tokove diskontira za buduću vrijednost novca, tj. za određeni novčani tok u budućnosti se računa kolika bi vrijednost tog toka bila u sadašnjosti. Budući da je *startup* mlada kompanija koja u pravilu tržištu nudi novi proizvod za koji je jako teško procijeniti kako će na njega tržište reagirati, glavni izazov procjene vrijednosti *startupa*, kao jednog brzorastućeg poduzeća, je procjena vrijednosti njihovih novčanih tokova u budućnosti.

U ovom radu ćemo detaljno obraditi temu diskontiranja budućih novčanih tokova i određivanje njihove sadašnje vrijednosti te vidjeti na koji način možemo primijeniti tu metodu kako bismo mogli procjenjivati vrijednosti *startupova*. Nakon teoretske razrade kako procijeniti *startup*, na par stvarnih primjera *startupova* ćemo vidjeti na koji način njihovu vrijednost možemo procijeniti i u stvarnome svijetu.

2. Mjerenje kamatnih stopa

2.1. Tok novca

Kako bismo mogli pratiti bilo bilo kakve financijske transakcije, vrijednost novca kroz vrijeme, vrijednosti investicija ili vrijednosti samih kompanija kao najprije trebamo definirati objekt koji će nam služiti kao glavni alat za opisivanje gore pojmova.

Definicija 2.1.1.

Tok novca (*eng. cash flow*) je niz uređenih parova realnih brojeva:

$$C = \left((t_j, c_j) : j = 1, \dots, m\right);\ t_j, c_j \in \mathbb{R};\ m \in \mathbb{N} \tag{2.1}$$

Zapravo, tok novca je uređenih parova realnih brojeva (t_j, c_j) gdje nam t_j govori trenutak u kojem se dogodio određeni priljev ili odljev novca, a c_j nam govori u kolikom iznosu se priljev ili odljev novca dogodio.

U nastavku prikazujemo nekoliko primjera tokova novca.

Primjer 2.1.1.

Prihodi od iznajmljivanja stana:

i	1	2	3	4	5
t_j	1	2	3	4	5
c_j	350	350	350	350	350

U primjeru imamo prikaz prihoda od iznajmljivanja gdje nam t_j označava u kojem smo mjesecu ostvarili prihod, a c_j iznos prihoda koji smo ostvarili u mjesecu t_j.

Primjer 2.1.2.

Primjer financijske investicije (kupnja dionice):

i	1	2	3	4	5
t_j	1	2	3	4	5
c_j	-400	25	10	23	450
opis	kupnja dionice	isplata dividende	isplata dividende	isplata dividende	prodaja dionice

Na prvi pogled bi se dalo zaključiti da je investitoru isplatila njegova investicija, međutim takav zaključak bi bio ispravan samo pod pretpostavkom da je vrijednost novca kroz vrijeme ostala nepromijenjena. Kako bismo se mogli pozabaviti isplativošću investicija kada se vrijednost novca može promijeniti, od iznimne važnosti će nam biti kamata.

2.2. Kamata

Glavni motiv financijskog investiranja je financijska korist koju investitor dobije samom investicijom, odnosno da financijski položaj investitora bude, u određenom trenutku nakon investicije, povoljniji od financijskog položaja u kojem se nalazio prije investicije. Iz tog razloga investitor zahtjeva da mu se u određenom trenutku nakon investicije bude isplaćena kamata na tu investiciju.

Definicija 2.2.1.

Ako investitor u trenutku $t \in \mathbb{R}$ napravi investiciju u iznosu 1, tada definirajmo funkciju $i\colon \mathbb{R} \to [-1, +\infty >$ za koju vrijedi da se u trenutku $t+1$ investitoru isplaćuje iznos $1 + i(t)$. Broj $1 + i(t)$ zovemo kamata koja se isplaćuje i trenutku $t+1$, a broj $i(t)$ zovemo efektivna kamatna stopa. Ako investitor investira iznos $c \in \mathbb{R}$, tada će kamata u trenutku $t+1$ iznositi $c(1 + i(t))$.

Iz ove definicije je vidljivo je pa smo pretpostavili da kamata i kamatna stopa ovise samo o trenutku u kojem je investicija napravljena, ali ne i o iznosu investicije c, što u praksi često nije slučaj.

Definicija 2.2.2.

Za dvije kamatne stope $i_1(t)$ i $i_2(t)$ kažemo da su ekvivalentne ako $\forall t \in \mathbb{R}, i_1(t) = i_2(t)$.

2.3. Složeno ukamaćivanje (obračun kamate)

Obračun kamate se uobičajeno odvija u diskretnim vremenskim trenucima (danima, mjesecima, godinama). Mi ćemo ubuduće pretpostaviti, ako nije drukčije napomenuto, da se radio o godinama.

Kako smo već odredili, ako smo u trenutku t uložili iznos c, tada će u trenutku $t+1$, kamata iznositi $c(1+i(t))$. To znaci da ako smo u trenutku $t=0$ uložili iznos c, tada ćemo u trenutku $n \in \mathbb{N}$, tj. nakon n godina dobiti:

$$c(1+i(0))(1+i(1))\cdots(1+i(n-1)). \tag{2.2}$$

2.4. Akumulacijski faktori

Definicija 2.4.1.

Za broj $a(t)$ kažemo da je akumulirana vrijednost investicije u trenutku t u iznosu 1 investirana u trenutku 0. Ako smo u trenutku 0 investirali vrijednost $A(0)$, tada ćemo u trenutku t akumuliranu vrijednost označavati s:

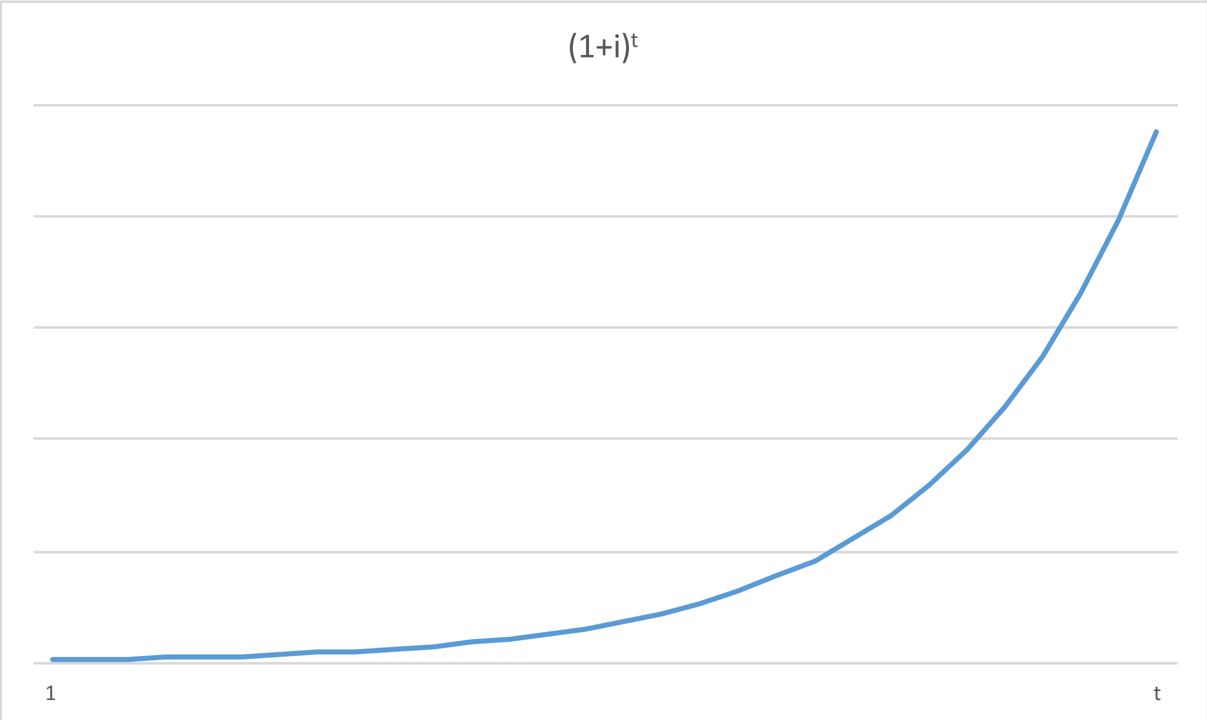
$$A(t) = A(0) \cdot a(t). \tag{2.3}$$

Od sada ćemo pretpostaviti da se kamatna stopa neće mijenjati kroz vrijeme te će $i(t) = i, \forall t \in \mathbb{R}$.

Definicija 2.4.2.

Pri efektivnoj godišnjoj kamatnoj stopi i akumulacijski faktor u vremenskom periodu $[0, t]$ iznosi:

$$a(t) = (1+i)^t. \tag{2.4}$$



Slika 2.4.1. Akumulacijski faktor, vidi [2]

U slučaju kada je kamata stopa pozitivna i nepromjenjiva, akumulacijski faktor će uvijek rasti kroz vrijeme, ali u slučaju promjenjive kamatne stope to ne mora biti slučaj.

2.5. Sadašnja vrijednost toka novca

Kako smo već rekli na investiciju gledamo kao na tok novca. Budući da se i sama vrijednost novca mijenja kroz vrijeme, gledajući samo tok novca, odnosno njegove priljeve i odljeve, teško je odrediti bi li naša investicija bila isplativa ili ne. Također, ako imamo priliku birati između vise investicija, gledajući samo njihove tokove novca, teško ćemo ih moći usporediti.

Iz tog razloga želimo znati koliko bi svaki priljev ili odljev novca u nekom trenutku u budućnosti vrijedio danas. Ako znamo kamatnu stopu kojom se vrijednost novca mijenja, možemo odrediti koliko bi pojedini priljev ili odljev novca vrijedio danas. To nas dovodi do sljedeće definicije.

Definicija 2.5.1.

Ako je kamatna stopa za određeni vremenski period jednaka i te ako na kraju tog perioda imamo iznos od 1, tada je sadasnja vrijednost tog iznosa jednaka $\frac{1}{1+i}$. Faktor $\frac{1}{1+i}$ često nazivamo diskonti faktor i označavamo s v.

Ako pak imamo više kamatnih stopa tada ćemo s v_i označavati diskontni faktor s kamatnom stopom i.

Diskontni faktor bitan nam je i u kontekstu obračuna kamate. Akumuliranu vrijednost u trenutku t označavali smo s $A(t) = A(0)(1+i)^t$. Taj izraz možemo preoblikovati u:

$$A(0) = \frac{A(t)}{(1+i)^t} = A(t)(1+i)^{-t} = A(t)v^t. \qquad (2.5)$$

Prema tome Kv^t je sadašnja vrijednost u trenutku 0 od iznosa K u trenutku t. Drugim riječima, Kv^t je iznos koji trebamo investirati u trenutku 0 da bi investicija iznosila K u trenutku t.

2.6. Nominalna kamatna stopa

Definicija 2.6.1.

Nominalna godišnja kamatna stopa obračunata m puta u godišnje odnosi se na kamatu obračunatu $\frac{1}{m}$ puta godišnje.

$$Kamatna\ stopa\ za\ period\ \frac{1}{m} = \frac{nominalna\ godišnja\ kamatna\ stopa}{m} \qquad (2.6)$$

Opis obračuna nominalne kamatne stope dat ćemo u sljedećem primjeru.

Primjer 2.6.1.

Ivan je dobio kreditnu karticu s ograničenjem od HRK 1.000. Izdavatelj kartice navodi godišnju naplatu računa od 24% koja se naplaćuje na mjesečnoj razini. Ivan odmah iskoristi ograničenje na svojoj kartici u potpunosti. U prvom izvatku računa kojeg Ivan dobije od kartične kompanije, neplaćeni iznos na računu iznosi 1000 i tada još nije naplaćena kamata. Svaki idući izvadak naplaćuje kamatu na neplaćeni iznos koji se nalazio na izvatku za prethodni mjesec. Ivan je zanemarivao izvatke čitavu godinu i ne plaća nikakva dugovanja. Koliki iznos Ivan duguje na kraju godine?

Rješenje: Mjesečna kamatna stopa koja se obračunava po godišnjoj nominalnoj kamatnoj stopi od 24% iznosi $\frac{1}{12} \cdot 24\% = 2\%$ na neplaćeni iznos iz prethodnog mjeseca. Izraz da je “nominalna kamata naplaćivana mjesečno” znači da se nominalna kamatna stopa treba podijeliti s 12 da se dobije mjesečna (efektivna) kamatna stopa. To znači da će na kraju godine Ivan dugovati $1000 \cdot (1{,}02)^{12} = 1268{,}24$. Dakle, ovaj primjer pokazuje da godišnja nominalna kamatna stopa od 24% je ekvivalentna godišnjoj efektivnoj kamatnoj stopi od 26,82%.

2.7. Efektivna stopa diskontiranja

U određenim slučajevima posuđivanja novca, ponekad se zahtjeva da kamata bude plaćena unaprijed. Na primjer, Ivan posudi 1000 kuna te se od njega traži da unaprijed plati kamatu od 10%. Tih 10% se primjenjuje na iznos od 1000 što rezultira kamatom od 100 kuna koja je plaćena u trenutku kada je novac posuđen. Nakon godine dana Ivan vraća iznos od 1000 kuna. Neto efekt je je Ivan primio 900 kuna i vratio 1000 kuna na kraju godine. Efektivna godišnja kamatna stopa na transakciju iznosi:

$\frac{900}{1000} = 0{,}1111$ ili 11%. Navedenih 10% nazivamo efektivnom stopom diskontiranja. Ta se stopa koristi za izračun iznosa koji treba oduzeti od vrijednosti na kraju godine kako bi se dobila sadašnja vrijednost.

Efektivna stopa diskontiranja je zapravo drugi način za opisati rast investicije u financijskoj transakciji. U primjeru koji smo maloprije razmotrili vidimo da je efektivna kamatna stopa od $11{,}11\%$ ekvivalentna efektivnoj stopi diskontiranja od 10% s obzirom da obje opisuju istu financijsku transakciju.

Definicija 2.7.1.

U terminima akumuliranih vrijednosti efektivnu godišnju stopu diskontiranja od trenutka $t = 0$ do $t = 1$ definiramo ovako: $d = \frac{A(1)-A(0)}{A(1)}$. (2.7)

Ako se prisjetimo, definicija efektivne kamatne stope ima jednak brojnik kao i stopa diskontiranja, ali je nazivnik jednak $A(0)$. Razlika između te dvije stope je što efektivna kamatna stopa mjeri rast investicije u odnosu na početnu investiciju, a stopa diskontiranja mjeri rast investicije u odnosu na konačnu akumuliranu vrijednost. Obje stope se mogu koristiti u analizi financijskih transakcija.

2.8. Ekvivalentnost kamatnih i stopa diskontiranja

Izraz koji smo koristili za stopu diskontiranja možemo zapisati na sljedeći način $A(0) = A(1) \cdot (1-d)$ iz čega vidimo da je $1-d$ jednak diskontnom faktoru v koji smo spominjali kada smo definirali sadašnju vrijednost toka novca. S druge strane kod efektivne kamatne stope imamo $A(0) = A(1) \cdot v$. Iz toga slijedi da su efektivna kamatna stopa i stopa diskontiranja ekvivalente ako vrijedi:

$\frac{1}{1+i} = v = 1-d$ odnosno $d = \frac{i}{1+1} \Leftrightarrow i = \frac{d}{1-d}$.

2.9. Intenzitet kamate

Do sada smo kamatu mjerili u diskretnim trenutcima u vremenu. U ovom poglavlju predstavit ćemo kako se kamata može mjeriti u neprekidnim vremenskim trenutcima. Uobičajeno se neprekidni procesi modeliraju kao limesi diskretnih vremenskih procesa, gdje diskretni vremenski intervali postaju sve manji i manji te njihova duljina teži u 0. Na isti ćemo način pristupiti neprekidnom rastu investicija.

Pretpostavimo da je akumulirana vrijednost investicije u trenutku t je prikazana funkcijom $A(t)$, gdje se vrijeme mjeri u godinama. Iznos kamate koja se zaradi u jednoj četvrtini godine u intervalu $[t, t+\frac{1}{4}]$ jednak je $A\left(t+\frac{1}{4}\right) - A(t)$, a kamatna stopa za taj vremenski interval iznosi $\frac{A\left(t+\frac{1}{4}\right)-A(t)}{A(t)}$. Kamata u četvrtini godine može se izraziti i u terminima godišnje nominalne kamatne stope tako da pomnožimo kamatnu stopu za četvrtinu godine sa 4. Tada nominalna godišnja kamatna stopa koja se obračunava kvartalno iznosi $i^{(4)} = 4 \cdot \frac{A\left(t+\frac{1}{4}\right)-A(t)}{A(t)}$. Ovaj pri jer možemo generalizirati na bilo koji $\frac{1}{m}$

godišnji period u intervalu $[t, t + \frac{1}{m}]$ gdje kamatna stopa iznosi $\frac{A\left(t+\frac{1}{m}\right)-A(t)}{A(t)}$. Tada nominalna godišnja kamatna stopa koja se obračunava m puta godišnje iznosi $i^{(m)} = m \cdot \frac{A\left(t+\frac{1}{m}\right)-A(t)}{A(t)}$. Ako se m poveća, tada se interval $[t, t + \frac{1}{m}]$ smanji. Ako promatramo limes od $i^{(m)}$ kada $m \to \infty$ dobijemo:

$$i^{(m)} = \lim_{m\to\infty} i^{(m)} = \lim_{m\to\infty} m \cdot \frac{A\left(t+\frac{1}{m}\right)-A(t)}{A(t)} \tag{2.8}$$

Ako primijenimo supstituciju varijable i definiramo varijablu $h = \frac{1}{m}$ tako da $h \to 0$ kako $m \to \infty$, tada limes možemo zapisati na sljedeći način:

$$i^{(\infty)} = \frac{1}{A(t)} \cdot \lim_{h\to 0} m \cdot \frac{A(t+h)-A(t)}{h} = \frac{1}{A(t)} \cdot \frac{d}{dt}A(t) = \frac{A'(t)}{A(t)} \tag{2.9}$$

$i^{(\infty)}$ je nominalna godišnja kamatna stopa koja se obračunava beskonačno puta, odnosno koja se obračunava neprekidno. Također, $i^{(\infty)}$ se interpretira kao neprekidna stopa rasta investicije po jedinici novca uloženom u trenutku t te se naziva **intenzitetom kamate u trenutku t**. Primijetimo kako $A'(t)dt$ predstavlja trenutni rast investiranog iznosa u trenutku t, a $\frac{A'(t)}{A(t)}$ trenutna stopa rasta u odnosu na investirani iznos u trenutku t.

Intenzitet kamate može se mijenjati kako se t mijenja, stoga se intenzitet kamate u trenutku t uobičajeno označava s δ_t umjesto $i^{(\infty)}$. Kako bi intenzitet kamate mogao biti definiran, funkcija $A(t)$ mora biti diferencijabilna (samim time i neprekidna jer svaka diferencijabilna funkcija je neprekidna funkcija). Neprekidni modeli rasta investicija čine bitan dio analize i razvoja financijskih modela s korisnim praktičnim primjenama.

Definicija 2.9.1.

Za investiciju koja raste prema funkciji akumuliranog iznosa $A(t)$, intenzitet kamate u trenutku t definiramo:

$$\delta_t = \frac{A'(t)}{A(t)} \tag{2.10}$$

Primjer 2.9.1.

Napišite izraz za δ_t ako se akumulacija bazira na složenom ukamaćivanju.

Rj:

$A(t) = A(0)(1+i)^t$ i $A'(t) = A(0) \cdot (1+i)^t \cdot \ln(1+i)$, tada intenzitet kamate možemo zapisati kao:

$$\delta_t = \frac{A'(t)}{A(t)} = \ln(1+i) \tag{2.11}$$

Intenzitet kamate može opisivati rast investicije. Ako integriramo izraz $\delta_t = \frac{A\prime(t)}{A(t)} = \frac{d}{dt}\ln[A(t)]$ za vremenski intervalu od $t = 0$ do $t = n$ dobijemo:

$$\int_0^n \delta_t \, dt = \int_0^n \frac{d}{dt}\ln[A(t)]dt = \ln[A(n)] - \ln[A(0)] = \ln\left[\frac{A(n)}{A(0)}\right] \Leftrightarrow$$

$$\exp\left[\int_0^n \delta_t \, dt\right] = \frac{A(n)}{A(0)} \Leftrightarrow$$

$$A(n) = A(0) \cdot \exp\left[\int_0^n \delta_t \, dt\right] \Leftrightarrow$$

$$A(0) = A(n) \cdot \exp\left[-\int_0^n \delta_t \, dt\right] \tag{2.12}$$

Generalni izraz akumulacijskog faktora od trenutka n_1 do trenutka n_2, gdje je $n_1 \leq n_2$, je $e^{\int_{n_1}^{n_2} \delta_t dt}$, a generalni izraz diskontnog faktora, odnosno faktora sadašnje vrijednosti je $e^{-\int_{n_1}^{n_2} \delta_t dt}$. U slučaju da je δ_t konstantna vrijednost δ od trenutka n_1 do trenutka n_2, akumulacijski faktor iznosi $e^{(n_2-n_1)\delta}$, diskontni faktor iznosi $e^{-(n_2-n_1)\delta}$.

2.10. Prinos

Uz fiksnu kamatnu stopu, odnosno fiksni intenzitet kamate, sadašnje vrijednost isplate u trenutku 0, koja je isplaćena u trenutku t iznosi $e^{-t\delta}$.

Ako imamo tok novca kod kojeg se isplate $c_1, c_2, \dots, c_m$ događaju u diskretnim trenucima $t_1, t_2, \dots, t_m$, tada vrijednost toka novca iznosi:

$$\sum_{j=1}^{m} c_j e^{-t_j\delta} \tag{2.13}$$

Kod financijskog plana koji se sastoji niza uplata i isplata, moglo bi nas zanimati uz koju fiksnu kamatnu stopu i_0 te uplate i isplate imaju jednaku vrijednost. U tom slučaju tražimo intenzitet kamate $\delta \in \mathbb{R}$ tako da vrijedi:

$$\sum_{j=1}^{m} c_j e^{-t_j\delta} = 0 \tag{2.14}$$

Ako takvo rješenje δ_0 postoji i jedinstveno je, nazivamo ga *intenzitet kamate impliciran transakcijom*. Tada pripadajuća efektivna kamatna stopa $i_0 = e^{\delta_0} - 1$ naziva se *prinos od transakcije* $C = \big((t_j, c_j) : j = 1, \dots, m\big)$. Uočimo da je $i_0 \in (-1, \infty)$.

Teorem 2.10.1.

Za svaki konačan tok novca C u kojem postoje i uplate i isplate te sve uplate prethode svim isplatama (ili obrnuto) jednadžba $\sum_{j=1}^{m} c_j e^{-t_j\delta} = 0$ ima jedinstveno rješenje

Dokaz: Bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti $c_i > 0, i = 1,2, \dots, k$ te $c_i < 0,\ i = k+1, \dots, m$ za neki $1 \leq k < n$. Želimo naći δ tako da:

$$V_0(C) = \left(c_1 e^{-t_1\delta} + c_2 e^{-t_2\delta} + \dots + c_k e^{-t_k\delta}\right) + \left(c_{k+1} e^{-t_{k+1}\delta} + \dots + c_m e^{-t_m\delta}\right) = 0$$

Pogledajmo sada vrijednost toka novca u trenutku $t = t_k$. Ona je jednaka zbroju akumulirane vrijednosti $c_i > 0, i = 1,2, \dots, k$ u trenutku t_k te sadašnje vrijednosti $c_i < 0$, $i = k+1, \dots, m$ vrednovane u trenutku t_k. Odnosno, ona iznosi $f(\delta) = g(\delta) + h(\delta)$ gdje definiramo:

$$g(\delta) = c_1 e^{(t_k - t_1)\delta} + \dots + c_{k-1} e^{(t_k - t_{k-1})\delta} + c_k e^{(t_k - t_k)\delta}$$

$$h(\delta) = c_{k+1}e^{-(t_{k+1}-t_k)\delta} + \cdots + c_m e^{-(t_m-t_k)\delta}$$

Funkcije g i h su strogo rastuće pa je i funkcija f strogo rastuća, Analizirajući funkcije g, odnosno h dobijemo:

$$\lim_{\delta\to-\infty} f(\delta) = -\infty$$

$$\lim_{\delta\to\infty} f(\delta) = \begin{cases} c_1, za\ k = 1 \\ \infty, za\ k > 1 \end{cases}$$

No kako je f neprekidna, slijedi da postoji jedinstvena nultočka za f.

Q.E.D.

Teorem 2.10.2.

Za tok novca $C = \left((t_j, c_j): j = 1, \dots, m\right)$ definiramo $s_r = \sum_{j=1}^{r} c_j, r = 1,2, \dots, m$. Ako se predznak u nizu $s_1, \dots, s_m$ promijeni točno jednom i ako $s_1 \cdot s_m < 0$, tada jednadžba $\sum_{j=1}^{m} c_j e^{-t_j\delta} = 0$ ima jedinstveno rješenje na skupu na skupu $(0, \infty)$.

Dokaz: Bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti $s_1, s_2, \dots, s_k > 0$, a $s_{k+1}, s_{k+2}, \dots, s_m \leq 0$. Uzmimo $t' \in (t_k, t_{k+1})$. Definiramo:

$$g(\delta) = c_1 e^{(t'-t_1)\delta} + \cdots + c_{k-1}e^{(t'-t_{k-1})\delta} + c_k e^{(t'-t_k)\delta}$$

$$h(\delta) = c_{k+1}e^{-(t_{k+1}-t')\delta} + \cdots + c_m e^{-(t_m-t')\delta}$$

Vrijednost ovog toka novca u t' je upravo $f(\delta) = g(\delta) + h(\delta)$. Uočimo da je $g(0) > 0$ i g monotono raste u ∞ za $\delta \to \infty$. S druge strane raste i h te teži prema 0 za $\delta \to \infty$.

No $f(0) = s_m < 0$, a f je neprekidna, dakle $f(\delta_0) = 0$ ima jedinstveno rješenje na $(0, \infty)$.

Q.E.D.

2.11. Inflacija i "realna" kamatna stopa

Skupa s razinama kamatnih stopa, jedan od najčešće promatranih ekonomskih indikatora je stopa inflacije. Često korištena mjera inflacije je promjena u *Potrošačkom indeksu cijena (eng. Consumer price index - CPI)*.

Investitore često zanima razina inflacije. Razlog je što velika stopa inflacije ima učinak značajnog smanjivanja vrijednosti valute. Stoga ne začuđuje što u su u razdobljima visokih stopa inflacije i kamatne stope izrazito visoke jer kamatna stopa mora biti dovoljno visoka kako bi omogućila "realni" povrata na investiciju. Mi ćemo prikazati odnos kamate i inflacije u odnosu na mjerenje povrata na investiciju.

Definicija 2.10.1.

S godišnjom kamatnom stopom i te godišnjom stopom inflacije r **realna godišnja kamatna stopa** iznosi:

$$i_{real} = \frac{vrijednost\ realnog\ povrata}{vrijednost\ investiranog\ iznosa} = \frac{i - r}{1 + r} \tag{2.15}$$

3. Procjena vrijednosti anuiteta

Mnoge financijske transakcije uključuju seriju isplata, poput periodičnih isplata dividendi, mjesečne otplate kredita ili godišnjih plaćanja kamate na kuponske obveznice. Kada financijska transakcija uključuje niz isplata koje se isplaćuju na sistematičan način, često smo u mogućnosti primijeniti neku od algebarskih metoda kako bismo pojednostavili procjenu vrijednosti transakcije.

Glavna algebarski izraz koji ćemo koristiti u vrednovanju serija isplata je formula za sumu geometrijskog niza:

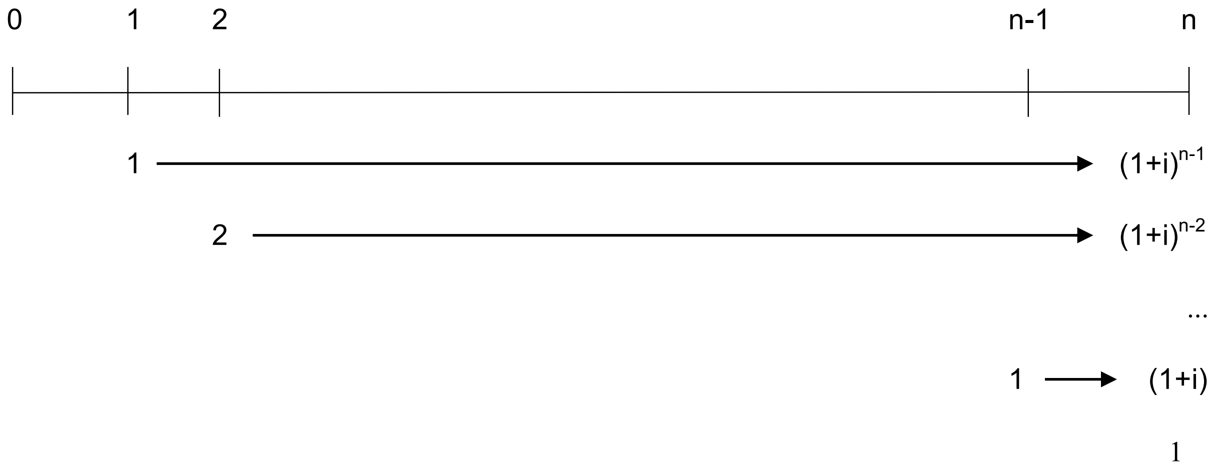
$$1 + x + x^2 + \dots + x^k = \frac{1 - x^{k+1}}{1 - x} = \frac{x^{k+1} - 1}{x - 1} \tag{3.1}$$

3.1. Akumulirana vrijednost anuiteta

Razmotrimo seriju n isplata (ili depozita) od kojih svaka iznosi 1 koje su izvršene u jednakim vremenskim intervalima pri čemu je nastala kamata obračunata efektivnom kamatnom stopom i na datume isplata. Akumulirana vrijednost serije isplata u trenutku (i uključujući) zadnju isplatu može se prikazati kao suma akumuliranih vrijednosti svake pojedine isplate:

$$(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \cdots + (1+i) + 1 = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \qquad (3.2)$$

Ovakav zapis možemo ilustrirati sljedećim dijagramom:



Slika 3.1.1. Vrijednost anuiteta, vidi [2]

Definicija 3.1.1.

Simbol $s_{\overline{n}|i}$ označava akumuliranu vrijednost u trenutku (i uključujući) zadnje isplate niza od n isplata u iznosu 1 koje su isplaćivane u jednakim vremenskim intervalima gdje je kamatna stopa po periodu isplate jednaka i.

$$s_{\overline{n}|i} = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \cdots + (1+i) + 1 = \sum_{t=0}^{n-1} (1+i)^t = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \qquad (3.3)$$

Primijetimo da za kamatnu stopu i je $s_{\overline{1}|i} = 1$, ali ako $i > 0$ i $n > 1$, tada $s_{\overline{1}|i} > n$ zbog kamate na ranije uplaćene depozite.

Promotrimo sada vrijednost anuiteta koja se akumulira nakon vremena kada je izvršena zadnja uplata. Pretpostavimo da imamo niz od k isplata u iznosu 1 gdje je kamatna stopa jednaka i te nakon toga akumuliranu vrijednost tih isplata investiramo po jednakoj kamatnoj stopi i do trenutka n. U tom slučaju prvo računamo akumuliranu vrijednost do zadnje uplate i onda računamo koliko će ta akumulirana vrijednost vrijediti u trenutku n ako se investira po kamatnoj stopi i. Vrijednost tog anuiteta možemo zapisati na sljedeći način:

$$[(1+i)^{k-1} + (1+i)^{n-2} + \cdots + (1+i) + 1] \cdot (1+i)^{n-k} \qquad (3.4)$$

3.1.1. Akumulirana vrijednost anuiteta s različitim kamatnim stopama

Pretpostavimo da se vrijednost anuiteta u nizu od n isplata u iznosu 1 obračunava po kamatnoj stopi i_1, a nakon toga nastavljamo s nizom od k isplata, također u iznosu 1, ali koje se obračunavaju po kamatnoj stopi i_2. Tada vrijednost anuiteta računamo u četiri koraka:

a) Računamo vrijednost anuiteta na kraju n-te isplate koja iznosi $s_{\overline{n}|i_1}$.
b) Akumulirana vrijednost $s_{\overline{n}|i_1}$ u trenutku $n+k$ iznositi će $s_{\overline{n}|i_1} \cdot (1+i_2)^k$.
c) Akumulirana vrijednost isplata u iznosu 1 od trenutka n do trenutka $n+k$ iznosi $s_{\overline{k}|i_2}$.
d) Ukupna vrijednost anuiteta u trenutku $n+k$ je zbroj (b) i (c), odnosno $s_{\overline{n}|i_1} \cdot \left(1+i_2\right)^k + s_{\overline{k}|i_2}$

3.2. Sadašnja vrijednost anuiteta

Do sada smo fokusirali na formuliranje i računanje akumulirane vrijednosti serija isplata. U ovom poglavlju ćemo razmatrati sadašnju vrijednost anuiteta, odnosno vrednovanje serija isplata u trenutku prije nego što su se dogodile.

Promatramo seriju isplata u iznosu 1 od trenutka 1 do trenutka n. Tada će vrijednost serije tih isplata u trenutku 0 biti jednaka:

$$\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^1} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n} = v + v^2 + \cdots + v^{n-1} + v^n$$

$$= v \cdot (1 + v + \cdots + v^{n-1}) = v \cdot \frac{1-v^n}{1-v} = \frac{1-v^n}{(1+i)\left(1 - \frac{1}{1+i}\right)} = \frac{1-v^n}{i}$$

Definicija 3.2.1.

Sadašnju vrijednost serija isplata koje su ravnomjerno raspoređene u iznosu 1, gdje je trenutak vrednovanja jedan period prije nego što isplate krenu biti isplaćivane, označavamo s $a_{\overline{n}|i}$.

$$a_{\overline{n}|i} = v + v^2 + \cdots + v^{n-1} + v^n = \sum_{t=1}^{n} v^t = \frac{1 - v^n}{i} \tag{3.5}$$

3.2.1. Sadašnja vrijednost anuiteta nekoliko trenutaka prije prve isplate

Promatramo seriju od n isplata u iznosu 1 gdje je prva isplata isplaćena u trenutku k. Sadašnju vrijednost tih isplata možemo zapisati kao $v^{k+1} + v^{k+2} + \cdots + v^{k+n}$, odnosno

$$v^k \cdot (\boldsymbol{v} + \boldsymbol{v}^2 + \cdots + v^n) = v^k \cdot a_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n+k}|i} - a_{\overline{k}|i}$$

Takav anuitet znamo nazivati i **odgođeni anuitet**. Sadašnju vrijednost takvog anuiteta možemo označavati s $_{k|}a_{\overline{n}|i}$.

Prethodnu jednadžbu možemo zapisati kao:

$$a_{\overline{n+k}|} = a_{\overline{k}|} + v^k \cdot a_{\overline{n}|} = a_{\overline{n}|} + v^n \cdot a_{\overline{k}|} \tag{3.6}$$

3.2.2. Sadašnja vrijednost anuiteta s različitim kamatnim stopama

Promatramo anuitet od $n + k$ isplata gdje se prvih n isplata obračunava po kamatnoj stopi i_1, a drugih k isplata po kamatnoj stopi i_2. Sadašnju vrijednost takvog anuiteta računamo na slijedeći način:

a) Sadašnja vrijednost prvih n isplata jednaka je $a_{\overline{n}|i_1}$
b) Sadašnja vrijednost u trenutku n drugih k isplata jednaka je $a_{\overline{k}|i_2}$
c) Sadašnja vrijednost od (b) u trenutku 0 iznosi $v_{i_1}^n \cdot a_{\overline{k}|i_2}$
d) Sadašnja vrijednost anuiteta jednaka je zbroju (a) i (c) te iznosi $a_{\overline{n}|i_1} + v_{i_1}^n \cdot a_{\overline{k}|i_2}$

3.3. Veza između akumulirane i sadašnje vrijednosti anuiteta

Kako bismo razmotrili algebarsku vezu između $s_{\overline{n}|i}$ i $a_{\overline{n}|i}$ raspišimo sljedeći izraz:

$$v^n \cdot s_{\overline{n}|i} = v^n \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = \frac{1-v^n}{i} = a_{\overline{n}|i}$$

Time smo dobili:

$$s_{\overline{n}|i} = (1+i)^n \cdot a_{\overline{n}|i} \tag{3.7}$$

$$a_{\overline{n}|i} = v^n \cdot s_{\overline{n}|i} \tag{3.8}$$

3.4. Procjena vrijednosti perpetuiteta

Već smo ranije napomenuli da se v^n smanjuje kako se n povećava. Zapravo, očito je kako $v^n \to 0$ kako $n \to \infty$. Također, vidljivo je kako se $a_{\overline{n}|i}$ povećava kako se n povećava. U slučaju kada $n \to \infty$ vrijedi sljedeće:

$$\lim_{n\to\infty} a_{\overline{n}|i} = \lim_{n\to\infty} \frac{1-v^n}{i} = \frac{1}{i} \tag{3.9}$$

Taj izraz možemo dobiti i računajući vrijednost reda $v^1 + v^2 + v^3 + \cdots = v \cdot \frac{1}{1-v} = \frac{1}{i}$. Anuitet s beskonačno mnogo isplata nazivamo **perpetuitet** te ga možemo označavati s $a_{\overline{\infty}|i} = \frac{1}{i}$. (3.10)

3.5. Renta plativa unaprijed (Annuity due)

U ovom poglavlju ćemo promatrati anuitete kod kojih je renta plativa unaprijed. Kod takvih anuiteta kod sadašnje vrijednosti anuiteta vrednuje se i trenutku (i uključujući) prve isplate, a u slučaju akumulirane vrijednosti vrednovanje se događa u jednom periodu vremena nakon zadnje isplate.

Definicija 3.5.1.

Kod anuiteta kod kojih je renta plativa unaprijed (Annuity due) koji ima n isplata koje sve iznose 1, sadašnju vrijednost u trenutku (i uključujući) prvu isplate definiramo:

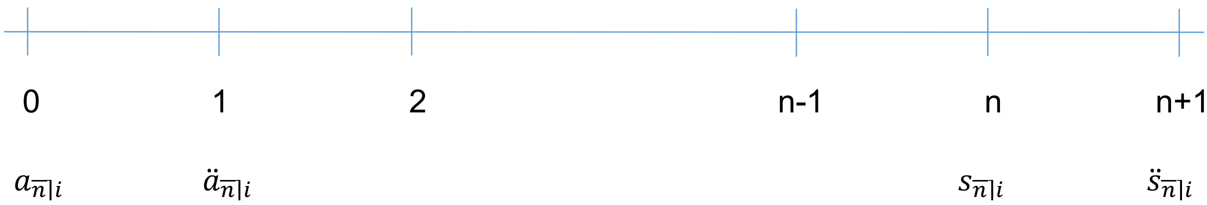
$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = 1 + v + v^2 + \cdots + v^{n-1} = \frac{1 - v^n}{1 - v} = \frac{1 - v^n}{d} \tag{3.11}$$

dok akumuliranu vrijednost u jednom periodu nakon isplate definiramo:

$$\ddot{s}_{\overline{n}|i} = (1 + i) + (1 + i)^2 + \cdots + (1 + i)^n = (1 + i)\left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i}\right] =$$

$$= \frac{(1 + i)^n - 1}{d} \tag{3.12}$$

Iduća slika nam usporedno prikazuje u kojim trenucima se vrednuju akumulirana i sadašnja vrijednost kod običnih anuiteta, a u kojim trenucima kod anuiteta kod kojih je renta plativa unaprijed.



Slika 3.5.1. Vremenska crta vrednovanja sadašnje i akumulirane vrijednosti anuiteta, vidi [2]

Budući da je trenutak vrednovanja kod anuiteta s rentom plativom unaprijed jedan period nakon vrednovanja običnih anuiteta vrijedi sljedeće:

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = (1 + i) \cdot a_{\overline{n}|i} \tag{3.13}$$

$$\ddot{s}_{\overline{n}|i} = (1 + i) \cdot s_{\overline{n}|i} \tag{3.14}$$

Sadašnja vrijednost perpetuiteta s rentom plativom unaprijed jednaka je:

$$\ddot{a}_{\overline{\infty}|i} = 1 + v + v^2 + \cdots = \frac{1}{1 - v} = d = \frac{1 + i}{i} = 1 + \frac{1}{i} = 1 + a_{\overline{\infty}|i} \tag{3.15}$$

3.6. Anuiteti plativi m puta godišnje

Kada imamo navedenu efektivnu kamatnu stopu, a uplate se događaju češće od jednom godišnje, tada primjenjujemo koncept anuiteta plativog m puta godišnje.

Pretpostavimo da imamo $m = 4$ uplate godišnje po 1000 svaka s godišnjom efektivnom kamatnom stopom od 10%. Ukupne uplate u jednoj godini iznose 4000 te se uplaćuju kroz period od 16 godina. Aktuarska oznaka $4000s^{(4)}_{\overline{16}|0.1}$ se koristi za označavanje akumulirane vrijednosti nakon zadnje kvartalne isplate od 1000.

Generalno izraz $s^{(m)}_{\overline{n}|i}$ možemo raspisati na sljedeći način:

$$s^{(m)}_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i^{(m)}} = s_{\overline{n}|i} \cdot \frac{i}{i^{(m)}} \tag{3.16}$$

Na sličan način, možemo raspisati i izraz $a^{(m)}_{\overline{n}|i}$ koji označava sadašnju vrijednost anuiteta plativog m puta godišnje:

$$a^{(m)}_{\overline{n}|i} = \frac{1 - v_i^n}{i^{(m)}} = a_{\overline{n}|i} \cdot \frac{i}{i^{(m)}} \tag{3.17}$$

3.7. Neprekidni anuiteti

Do sada smo promatrali samo anuitete kod kojih se uplate događaju u diskretnom vremenu. Takvu vrstu diskretnih anuiteta često susrećemo u stvarnome svijetu. Zbog teoretskog razumijevanja i modeliranja kompleksnih slučajeva, ponekad je korisno promatrati neprekidne anuitete, odnosno anuitete kod kojih se uplate događaju neprekidno kroz vrijeme.

Nastavno na prethodno poglavlje u kojemu su anuiteti plativi m puta godišnje, kako se m povečava, tako se i vremenski interval između dvije uplate smanjuje. U slučaju kada $m \to \infty$ govorimo o anuitetu u kojemu se uplate događaju neprekidno.

Pretpostavimo da anuitet ima konstantne neprekidne uplate koje iznose 1 za zadani period vremena te da je efektivna kamatna stopa jednaka i za taj period vremena. Tada iznos uplaćenog novca u vremenskom intervalu od t_1 do t_1 iznosi $t_2 - t_1$. Pretpostavimo sada da imamo neprekidne uplate kroz n period vremena koje mjerimo u vremenskom intervalu od 0 do n. Akumulirana vrijednost jedne uplate u iznosu 1 koja se dogodila u trenutku $t \in [0, n]$ iznosi $(1+i)^{n-t}$. Kod diskretnih anuiteta akumuliranu vrijednost bi dobili zbrajajući akumulirane vrijednosti svake pojedine uplate. Kod neprekidnih anuiteta se uplate događaju neprekidno pa bi zbroj svih akumuliranih vrijednosti predstavljao integral:

$$\bar{s}_{\overline{n}|i} = \int_0^n (1+i)^{n-t} dt \tag{3.18}$$

Integriranjem dobijemo:

$$\bar{s}_{\overline{n}|i} = \frac{-(1+i)^{n-t}}{\ln(i+i)} \Bigg|_0^n = \frac{(1+i)^n - 1}{\delta} = \frac{e^{n\delta} - 1}{\delta} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot \frac{i}{\delta} = \frac{i}{\delta} \cdot s_{\overline{n}|i}$$

Uočimo sada:

$$\bar{s}_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{\delta} = \lim_{m \to \infty} \frac{(1+i)^n - 1}{i^{(m)}} = \lim_{m \to \infty} s_{\overline{n}|i}^{(m)} \tag{3.18}$$

Sada vidimo da akumuliranu vrijednost neprekidnih isplata možemo gledati kao limes akumulirane vrijednosti anuiteta plativog m puta godišnje kada $m \to \infty$.

Slično kao i kod akumulirane vrijednosti, sadašnju vrijednost neprekidnih anuiteta računamo integriranjem:

$$\bar{a}_{\overline{n}|i} = \int_0^n v^t dt = \frac{1 - v^n}{\ln(i+i)} = \frac{1 - v^n}{\delta} = \frac{1 - e^{-n\delta}}{\delta} = \frac{i}{\delta} \cdot a_{\overline{n}|i} = \lim_{m \to \infty} a_{\overline{n}|i}^{(m)} \tag{3.20}$$

Pretpostavimo da imamo generalnu akumulirajuću funkciju gdje je $a(t_1, t_2)$ akumulirana vrijednost u trenutku t_2 od iznosa 1 investiranog u trenutku t_1. Tada $\int_{t_0}^{t_e} a(t, t_e) dt$ i $\int_{t_0}^{t_e} \frac{1}{a(t_0, t)} dt$ akumuliranu vrijednost u trenutku t_e, odnosno sadašnju vrijednost u trenutku t_0 neprekidnog anuiteta s uplatom 1 u periodu vremena, neprekidno uplaćivanu t_0 do t_e. Ako se akumulacija temelji na intenzitetu kamate δ_r tada:

$$a(t_1, t_2) = \exp\left(\int_{t_1}^{t_2} \delta_r dr\right)$$

i tada sadašnja vrijednost i akumulirana vrijednost u trenutku 0, odnosno trenutku n iznose:

$$\bar{a}_{\overline{n}|\delta_r} = \int_0^n e^{-\int_0^t \delta_r dr} dt$$

$$\bar{s}_{\overline{n}|\delta_r} = \int_0^n e^{\int_t^n \delta_r dr} dt$$

iz čega proizlazi veza:

$$\bar{s}_{\overline{n}|\delta_r} = \bar{a}_{\overline{n}|\delta_r} \cdot e^{\int_0^n \delta_r dr} \qquad (3.21)$$

3.8. Anuiteti s varirajućim isplatama

U realnosti, u velikom broju situacija se susrećemo s anuitetima u kojima iznosi isplata variraju. Da bismo mogli vrednovati anuitet čiji iznosi isplata nemaju određen uzorak nužno je individualno vrednovati isplate i onda po zbrojiti vrijednosti individualnih isplata. Na primjer, ako imamo n isplata $K_1, K_2, \dots, K_n$, tada je akumulirana vrijednost tih isplata u trenutku n jednaka $K_1(1+i)^{n-1} + K_2(1+i)^{n-2} + \dots + K_{n-1}(1+i) + K_n$. Slično, sadašnja vrijednost takvih isplata u trenutku 1 jednaka je $K_1 v + K_2 v^2 + \dots + K_{n-1} v^{n-1} + K_n v^n$

3.8.1. Anuiteti čije isplate čine geometrijski niz

Kada imamo anuitete kod kojih se isplate mijenjaju na sistematičan način tada algebarski možemo pojednostaviti izraz akumuliranje i sadašnje vrijednosti anuiteta.

Kod računanja sadašnje vrijednosti isplata koje čine geometrijski niz bitno je uočiti da kvocijent niza pomnožen s diskontnim faktorom v predstavlja novi kvocijent geometrijskog niza pomoću kojeg možemo računati sadašnju vrijednost.

Pretpostavimo da imamo anuitet s n periodičnih isplata gdje prva isplata iznosi 1, a svaka iduća je uvećana za kvocijent $(1+r)$ u odnosu na prethodnu isplatu. Tada sadašnju vrijednost takvog anuiteta možemo izraziti na sljedeći način:

$$v+(1+r)v^2+(1+r)^2v^3+\cdots+(1+r)^{n-1}v^n$$

$$=v\cdot\left[1+\frac{1+r}{1+i}+\left(\frac{1+r}{1+i}\right)^2+\cdots+\left(\frac{1+r}{1+i}\right)^{n-1}\right]=\frac{1}{1+i}\cdot\frac{1-\left(\frac{1+r}{1+i}\right)^n}{1-\frac{1+r}{1+i}}$$

$$=\frac{1-\left(\frac{1+r}{1+i}\right)^n}{i-r}$$

Iz tog izraza sada akumuliranu vrijednost takvog anuiteta možemo izraziti kao:

$$\frac{1-\left(\frac{1+r}{1+i}\right)^n}{i-r}\cdot(1+i)^n=\frac{(1+i)^n-(1+r)^n}{i-r}$$

Promotrimo sada takav anuitet, ali s rentom plativom naprijed. Tada njegovu sadašnju vrijednost računamo u trenutku (i uključujući) zadnje isplate te ona iznosi:

$$1+(1+r)v_i+[(1+r)v_i]^2+\cdots+[(1+r)v_i]^{n-1}=\frac{1-[(1+r)v_i]^n}{1-(1+r)v_i}=\frac{1-\left(\frac{1+r}{1+i}\right)^n}{1-\frac{1+r}{1+i}}$$

Ako sada definiramo kamatnu stopu $j\coloneqq\frac{i-r}{i+r}$, tada njezin diskontni faktor iznosi $v_j=\frac{1}{1+j}=\frac{1+r}{1+i}$. Iz toga slijedi da je sadašnja vrijednost promatranog anuiteta jednaka:

$$\frac{1-\left(\frac{1+r}{1+i}\right)^n}{1-\frac{1+r}{1+i}}=\frac{1-v_j^n}{1-v_j}=\ddot{a}_{\overline{n}|j} \tag{3.22}$$

Ovime smo pokazali da sadašnja vrijednost anuiteta s rentom plativom unaprijed može biti formulirana kao anuitet s isplatama prilagođenim za stopu inflacije, odnosno anuitet s kamatnom stopom koja je prilagođena inflaciji. U većini realnih slučajeva i će biti veći od r te će onda j biti pozitivan broj.

3.9. Vrednovanje dionica pomoću modela diskontiranih dividendi

U ovome poglavlju ćemo predstaviti osnovni model vrednovanja dionica. Koristeći model diskontiranih dividendi vrijednost dionice je jednaka sadašnjoj vrijednosti budućih isplata dividendi od te dionice.

Osnovna pretpostavka ovog modela je stopa povećanja iznosa isplaćenih dividendi konstantna, odnosno da se ne mijenja kroz vrijeme. Iz toga slijedi da buduće isplate dividendi čine perpetuitet čije isplate čine geometrijski niz.

Također pretpostavljamo sljedeće:

i. Dividenda plativa jednu godinu od sadašnjeg trenutka iznosi K,
ii. Godišnja stopa rasta dividendi iznosi r,
iii. Godišnja kamatna stopa korištena za izračun sadašnje vrijednosti je i.

Sadašnja vrijednost isplata jedan period prije prve isplate iznosi:

$$K \cdot \left[\frac{1}{1+i} + \frac{(1+r)}{(1+i)^2} + \frac{(1+r)^2}{(1+i)^3} + \cdots\right]$$

Izraz možemo preformulirati u:

$$\frac{K}{1+i} \cdot \left[1 + \frac{1+r}{1+i} + \left(\frac{1+r}{1+i}\right)^2 + \cdots\right] = \frac{K}{1+i} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1+r}{1+i}} = \frac{K}{i-r} \qquad (3.23)$$

Takvu vrijednost dionice često nazivamo i *teoretskom cijenom* dionice.

Također, uočimo da je takva vrijednost dionice jednaka limesu sadašnje vrijednosti anuiteta promatranog u prethodnom poglavlju $\frac{1-\left(\frac{1+r}{1+i}\right)^n}{i-r}$ kada $n \to \infty$. Još jedna pretpostavka koju smo koristili u našem izračunu kako bi naš geometrijski red bio konvergentan je da je $i > r$.

4. Procjena vrijednosti poduzeća

U ovome poglavlju ćemo pokazati kako se u praksi procjenjuje vrijednost nekog poduzeća. Iako za procjenu vrijednosti poduzeća postoji više metoda koje se koriste u praksi, metoda koju ćemo mi koristiti zove se Metoda diskontiranog novčanog toka (*eng. Discounted cash flow method - DCF*).

DCF metoda diskontira slobodan tok novca, odnosno tok novca dostupan svim investitorima (vlasnika kapitala poduzeća, vlasnika potraživanja prema poduzeću ili bilo kojih drugih ne-kapitalnih investitora). Slobodan tok novca je diskontiran pri težinskom prosijeku troška kapitala (*eng. Weighted average cost of capital*). Kako bismo došli do vrijednosti vlasnika kapitala, od vrijednosti poduzeća oduzimamo potraživanja od strane kreditora ili bilo kojih drugih ne-kapitalnih investitora. Vrijednost poduzeća jednaka je vrijednosti pojedinačnih operativnih (proizvodnih) jedinica umanjena za sadašnju vrijednost troškovnih centara te uvećanu za neoperativnu imovinu.

Procjena vrijednosti poduzeća putem DCF metode je proces koji se sastoji od četiri cjeline:

1) Procjena vrijednosti od aktivnosti poduzeća pomoću diskontiranja slobodnog toka novca pri težinskom prosijeku troška kapitala.
2) Identificiranje i vrednovanje neoperativne imovine poput nekonsolidiranih podružnica, financijske imovine i drugih kapitalnih investicija. Zbroj vrijednosti od aktivnosti poduzeća i neoperativne imovine nam daje vrijednost poduzeća.
3) Identificiranje i vrednovanje dugovanja ili bilo kakvih drugih nekapitalnih potraživanja prema poduzeću poput kamatne stope duga, nefinancirana mirovinska potraživanja, omogućenih opcijskih kupnji dionica za zaposlenike i sl.
4) Oduzimanjem potraživanja prema poduzeću od vrijednosti poduzeća dobit ćemo vrijednost zajedničkog kapitala. Za procjenu cijene po dionici dobiveni iznos podijelimo s brojem dionica.

Godina procjene	Slobodan tok novca (milijun $)	Diskontni faktor (@ 8,5%)	Sadašnja vrijednost slobodnog toka novca (milijun $)
2009	5.909	0,922	5.446
2010	2.368	0,849	2.012
2011	1.921	0,783	1.504
2012	2.261	0,722	1.631
2013	2.854	0,665	1.898
2014	3.074	0,613	1.884
2015	3.308	0,565	1.869
2016	3.544	0,521	1.845
2017	3.783	0,480	1.815
2018	4.022	0,442	1.779
Vrijednost rasta	92.239	0,442	40.796
Sadašnja vrijednost toka novca			62.480
Faktor prilagodbe			1,041
Vrijednost od aktivnosti poduzeća			65.041
Vrijednost dugoročnih investicija			361
Vrijednost poreznog gubitka koja je prenesena			112
Vrijednost poduzeća			65.514
Minus: Vrijednost duga			(11.434)
Minus: Vrijednost operativnih najmova			(8.298)
			45.782
Broj dionica (prosinac 2008.)			1.700
Vrijednost po dionici			26,93

Slika 4.1. Procjena vrijednosti poduzeća, vidi [1]

Slika 4.1. prikazuje vrednovanje poduzeća HomeDepot, najvećeg svjetskog prodavača opreme za poboljšanje doma, pomoću DCF metode. Najprije smo diskontirali procjene budućih tokova novca za ponderiranu vrijednost troška kapitala. Kako bismo došli do sadašnjih vrijednosti tih tokova novca. Zatim zbrajanjem tih vrijednosti dolazimo do sadašnju vrijednost od aktivnosti poduzeća.

Radi jednostavnosti, za period diskontiranja koristimo jednu godinu (tok novca u prvoj godini diskontiramo za jednu godinu, tok novca u drugoj godini za dvije, itd.). Budući da se tok novca generira kroz čitavu godinu, a ne kao suma na kraju godine, taj izračun trebamo prilagoditi za faktor prilagodbe. Nakon prilagodbe dobivamo vrijednost poduzeća od $65 milijarde. Na tu vrijednost smo nadodali vrijednost neoperativne imovine i dobili ukupnu vrijednost poduzeća od $65,5 milijardi. Kada od tog iznosa oduzmemo sadašnju vrijednost duga i ostalih nekapitalnih potraživanja, dobijemo da je vrijednost kapitala firme jednaka $45,8 milijardi. Sada ako uzmemo u obzir da kompanija ima 1,7 milijardi dionica, znamo da je vrijednost po dionici jednaka $26,9.

U idućim poglavljima ćemo detaljnije razmatrati pojedine korake DCF metode.

4.1. Matematika DCF metode

Kako bismo mogli opširnije opisati DCF metodu u ovom ćemo poglavlju predstaviti osnovne ekonomske pojmove koje ćemo koristiti i povezati ih s matematičkom pozadinom koju smo prikazali u prethodnim poglavljima:

- *Neto operativni profit umanjen za poreze* (*eng. Net operating profit less adjusted taxes - NOPLAT*): predstavlja zaradu kompanije nastalu od osnovnih aktivnosti poslovanja kompanije nakon što se od te zarade oduzmu porezi vezani za nju
- *Investirani kapital (eng. Investment capital)*: predstavlja kumulativni iznos koji je kompanija uložila u svoje primarne djelatnosti primarno zemljišta, tvornice, opremu i radni kapital.
- *Neto investicija (eng. Net investment)*: povećanje ukupno investiranog kapitala u tekućem razdoblju.

$$Neto\ investicija = Investirani\ kapital_{t+1} - Investirani\ kapital_t \tag{4.1}$$

- *Slobodni tok novca (eng. Free cash flow - FCF)*: je tok novca generiran zaradom od primarnih djelatnosti umanjen za neto investiciju.

$$FCF = NOPLAT - Neto\ investicija \tag{4.2}$$

- *Prinos na investirani kapital (eng. Return on investment capital - ROIC)*: prinos koji kompanija zaradi za svaku jedinicu novca uloženu u poslovanje.

$$ROIC = \frac{NOPLAT}{Investirani\ kapital} \tag{4.3}$$

- *Stopa investiranja (eng. Investment rate - IR)*: omjer NOPLAT-a uložen u poslovanje.

$$IR = \frac{Neto\ investicija}{NOPLAT} \tag{4.4}$$

- *Ponderirani trošak kapitala (eng. Weighted average cost of capital)*: predstavlja stopu prinosa koju investitori očekuju zaraditi od investiranja u kompaniju te je zbog toga WACC prikladni diskontni faktor za FCF (WACC i način kako se računa ćemo detaljnije definirati u idućim poglavljima).
- *Rast (eng. Growth - g)*: stopa po kojoj kompanijin NOPLAT raste iz svake godine.

$$g = IR \cdot ROIC \tag{4.5}$$

Ako pretpostavimo da prihodi i NOPLAT kompanije rastu konstantnom stopom rasta te da je IR konstantan. To podrazumijeva da će i FCF svake godine rasti konstantnom stopom rasta. Pod tim pretpostavkama kako smo izveli formulu u poglavlju 3.9. vrijednost kompanije iznosi:

$$Vrijednost\ kompanije = \frac{FCF_{t=1}}{WACC - g} \tag{4.6}$$

Prisjetimo se, u poglavlju 3.9. K je predstavljao slobodni tok novca, i predstavlja $WACC$ i r predstavlja g.

FCF možemo izraziti i pomoću IR-a:

$$FCF = NOPLAT - Neto\ investicija = NOPLAT - NOPLAT \cdot IR = NOPLAT \cdot (1 - IR) = NOPLAT \cdot \left(1 - \frac{g}{ROIC}\right)$$

Ako sada taj izraz ubacimo u formulu za vrijednost kompanije dobijemo:

$$Vrijednost\ kompanije = \frac{NOPLAT_{t=1} \cdot \left(1 - \frac{g}{ROIC}\right)}{WACC - g} \tag{4.7}$$

Ova formula predstavlja osnovno načelo DCF metode. Iako je u praksi ne koristimo jer je previše restriktivna (nije realno očekivati da će ROIC i stopa rasta biti konstantni), smatra se izrazito bitnom jer povezuje vrijednost kompanije s ključnim pokretačima ekonomske vrijednosti, a to su stopa rasta, prinos na investirani kapital i trošak kapitala.

4.2. Reorganizacija financijskih izvješća

Tradicionalna financijska izvješća (Račun dobiti i gubitka, bilanca, izvještaj o novčanom toku) najčešće nisu organizirana za ekonomsku analizu. Kako bismo se tim izvješćima mogli koristiti za naše analiziranje, potrebno ih je reorganizirati. Točnije, stavke u tim izvješćima treba podijeliti u tri kategorije: operativne, neoperativne te izvore financiranja.

Kako bismo mogli doći do investiranog kapitala, krećemo od bilance koja polazi od osnovnog računovodstvenog pravila:

$$Imovina = Obveze + Kapital \tag{4.8}$$

Uobičajeno, imovina se sastoji od operativne imovine (OA) poput potraživanja, zaliha te zemljišta, tvornica i opreme. Obveze se sastoje od operativnih obaveza (OL) poput obveza prema dobavljačima i obračunatih plaća te duga (D). Kapital (E) se sastoji od temeljnog kapitala, mogućeg preferencijalnog kapitala i zadržane dobiti. Sada formulu (4.8) možemo zapisati na sljedeći način.

$$Operativna\ imovina = Operativne\ obveze + dug + kapital \tag{4.9}$$

Tradicionalni bilančni zapis na desnoj strani jednadžbe miješa operativne obveze s izvorima financiranja. Ako pak prebacimo operativnu imovinu na lijevu stranu jednadžbe, dobit ćemo razliku imovine u operativnih obveza što je jednako iznosu investiranog kapitala.

$$Operativna\ imovina - Operativne\ obveze = Investirani\ kapital = Dug + Kapital$$

Za većinu kompanija je i ova jednadžba prejednostavna jer mnoge kompanije osim operativne imovine imaju i neoperativnu imovinu (NOA).

Sada kako smo vidjeli kako možemo doći do kapitala, trebamo pokazati kako možemo doći do NOPLAT-a. Glavna razlika između neto prihoda i NOPLAT-a je u tome što je neto prihod dostupan samo vlasnicima kapitala dok je NOPLAT dostupan svim investitorima. Bitno je definirati NOPLAT konzistentno sa našom definicijom investiranog kapitala te u NOPLAT uključiti samo onaj profit koji je generiran investiranim kapitalom.

Račun dobiti i gubitka

	Trenutna godina
Prihodi	1000
Operativni troškovi	-700
Deprecijacija	-20
Operativni profit	280
Kamata	-20
Neoperativni prihodi	4
Zarada prije oporezivanja	264
Porezi	-66
Neto prihodi	198

NOPLAT

	Trenutna godina	
Prihodi	1000	
Operativni troškovi	-700	
Deprecijacija	-20	
Operativni profit	280	
Operativni porezi	-70	Porez obračunat na operativne prihode
NOPLAT	210	
Neoperativni prihodi nakon oporezivanja	3	
Prihod dostupan investitorima	213	
Rekoncilijacija pomoću neto prihoda		
Neto prihodi	198	
Troškovi nakon oporezivanja	15	Tretiramo kamatu kao financijsku isplatu investitorima, ne kao trošak
Prihod dostupan investitorima	213	

Slika 4.2.1. Izračun NOPLAT-a, vidi [1]

Iz slike 4.2.1. vidimo kako bismo iz klasičnog računa dobiti i gubitka mogli doći do NOPLAT-a. Pri izračunu smo uzeli stopu poreza od 25%. Također, primijetimo da operativan porez koji smo računali prilikom izračuna NOPLAT-a nije stvaran, već hipotetski porez koji bi nastao da je firma financirana isključivo vlasatim kapitalom i da nema nikakvih neoperativnih prihoda.

Kako bismo vrednovali firmine operativne aktivnosti slobodni tok novca diskontiramo za ponderirani trošak kapitala. Slobodan tok novca je tok novca nakon oporezivanja koji je dostupan svim investitorima: vlasnicima duga i vlasnicima kapitala. Razlika između slobodnog toka novca i “operativnog toka novca“ je u tome što je slobodni tok novca neovisan od načina financiranja i neoperativnih stavki.

Tok novca

	Trenutna godina
Neto prihod	198
Deprecijacija	20
Smanjenje (povećanje) zaliha	-25
Povećanje (smanjenje) obveza prema dobavljačima	25
Tok novca od operacija	218
Kapitalni troškovi	-70
Povećanje (smanjenje) kapitalnih investicija	-10
Tok novca od investcija	-80
Povećanje (smanjenje) duga	-25
Povećanje (smanjenje) dionica	-
Dividende	-113
Tok novca od financiranja	-138

Slobodni tok novca

	Trenutna godina
NOPLAT	210
Deprecijacija	20
Bruto tok novca	230
Smanjenje (povećanje) zaliha	-25
Povećanje (smanjenje) obveza prema dobavljačima	25
Kapitalni troškovi	-70
Slobodni tok novca	160
Neoperativni prihodi nakon oporezivanja	3
Povećanje (smanjenje) kapitalnih investicija	-10
Tok novca dostupan investitorima	153
Rekoncilijacija toka novca namijenjenih investitorima	
Kamata nakon oporezivanja	15
Povećanje (smanjenje) duga	25
Povećanje (smanjenje) dionica	-
Dividende	113
Tok novca dostupan investitorima	153

Slika 4.2.2. Izračun slobodnog toka novca, vidi [1]

4.3. Predviđanje budućih rezultata

Unatoč tome što je budućnost nepredvidiva, pažljivom analizom podataka možemo naslutiti u kojim se smjerovima kompanija može razvijati. Kako bismo mogli procjenjivati buduće slobodne tokove novca, procjenjivati ćemo buduće financijske izvještaje, odnosno račun dobiti i gubitka, bilancu i izvještaj o zadržanoj dobiti. Navedeni financijski izvještaji sadrže potrebne informacije pomoću kojih ćemo doći do glavnih pokazatelja NOPLAT-a, ROIC-a i FCF-a.

Prije predviđanja samih stavki, najprije trebamo odrediti koliko godina želimo predvidjeti i koliko detaljno predviđanje treba biti. Tipično, kako smo napravili u primjeru na početku 4. poglavlja, najprije odredimo par godina za koje ćemo predvidjeti buduće rezultate te nakon toga, pomoću formule perpetuiteta, računamo rezultate svih preostalih godina.

Kako bi imalo smisla koristiti formulu perpetuiteta, period predviđanja pojedinih godina treba biti dovoljno dug da kompanija uđe u mirno stanje koje je opisano sljedećim karakteristikama:

- Firma raste konstantnom stopom rasta reinvestirajući konstantan omjer operativnog profita u svoje poslovanje svake godine;
- Kompanija ima konstantnu stopu povrata na trenutni te novo investirani kapital.

Ako su navedene karakteristike zadovoljene, slobodni tok novca će rasti konstantnom stopom te će se moći upotrijebiti formula perpetuiteta. Također, kako bi formula bila valjana, period predviđanja pojedinih godina treba biti dovoljno dug da je stopa rasta kompanije manja od stope rasta ekonomije. Najčešće se za period predviđanja pojedinih godina uzima period od 10 do 15 godina, možda i dulji ako se radi o cikličkim kompanijama ili kompanijama brzog rasta. U slučaju uzimanja premalog broja godina kompanija često bude podcijenjena. S druge strane, predviđanje 10 do 15 godina je poprilično izazovno. Kako bismo pojednostavili model i što je više moguće pokušali smanjiti grešku u predviđanju, predviđanje pojedinih godina dijelimo na dva dijela:

1. Detaljni period od 5 do 7 godina u kojem predviđamo kompletne bilance te račune dobiti i gubitka koji imaju puno poveznica s realnim varijablama.
2. Pojednostavljeno predviđanje ostalih godina s fokusom na par najbitnijih varijabli, poput rasta prihoda, margina te obrtaja kapitala.

Osim pojednostavljenja, takav model nas prisiljava da se fokusiramo na firmino dugoročno poslovanje. Naš model opisujemo kroz pet koraka:

1. *Priprema i analiza povijesnih financijskih podataka*
2. *Predviđanje budućih prihoda* – Ova stavka nam je bitna jer gotovo svaka stavka predviđanja je direktno ili indirektno povezana s prihodima. Za predviđanje prihoda koristimo ili pristup od vrha prema dnu (pristup baziran na tržištu) ili pristup od dna prema vrhu (pristup baziran na kupcima).
3. *Predviđanje računa dobiti i gubitka*
4. *Predviđanje bilance*
5. *Računanje ROIC-a i FCF-a*

4.3.1. Pripremanje i analiza povijesnih podataka

Ako gradimo naš model oslanjajući se na financijske podatke kompanije, trebamo biti oprezni jer kompanije najčešće grupiraju nama bitne podatke kako bi pojednostavile svoje financijske izvještaje. Primjer toga je kompanija Boeing koja u svom financijskom izvještaju ima stavku "Obveze prema dobavljačima i ostale obveze". Nama takav račun nije koristan jer u sebi sadrži operativne i neoperativne obveze te u tom slučaju nismo u mogućnosti izračunati NOPLAT i ROIC. Podjelu tog Boeingovog računa vidimo u njihovim bilješkama gdje je opisana svaka pojedina komponenta tog računa te nam je taj podatak bitan za našu analizu.

Također, na financijskim izvještajima se nalazi i puno nematerijalnih stavki koje je preporučljivo grupirati kako bi pojednostavili naš model i izbjegli mogućnost greške predviđajući vrijednost svake pojedine stavke. Kod grupiranja stavki bitno je napomenuti da ne smijemo grupirati operativne i neoperativne jer opet nećemo biti u mogućnosti doći do ROIC-a i FCF-a.

4.3.2. Predviđanje prihoda

Za kreiranje prognoze prihoda možemo koristiti pristup od vrha prema dnu koji se fokusira na tržište na način da odredimo veličinu čitavog tržišta, određivanja udjela na tržištu te predviđanje cijena. Alternativno, pristup od dna prema vrhu se fokusira na kompanijina predviđanja potražnje na temelju postojećih kupaca, obrtaja kupaca te potencijala privlačenja novih kupaca. Ako je moguće, dobro je napraviti obje analize kako bismo dobili intervale naše prognoze prihoda.

U kratkom roku pristup od vrha prema dnu bi trebao pratiti kompanijine najave i planove u budućim akcijama i načinima rasta. Za primjer uzimamo kako preprodavači poput Wal Mart dućana imaju planove o otvaranjima novih dućana što predstavlja njihov glavni pokretač rasta, a farmaceutske kompanije poput Merck & Company imaju fiksiranu skupinu lijekova pod patentom i u stadiju razvoja.

Bez obzira koju metodu koristili, dugoročna predviđanja ne mogu biti precizna. Preferencije kupaca, strategije kompanija, razvoj tehnologije se mogu mijenjati i nisu lako predvidljivi. Zbog toga moramo konstantno revaluirati naše prognoze kako bismo se uvjerili da su one u skladu s razvojem industrije, pozicioniranjem konkurencije i povijesnim podacima dokazima o korporativnom rastu.

4.3.3. Predviđanje računa dobiti i gubitka

Nakon što smo napravili prognozu prihoda, možemo započeti s prognozom ostalih stavki u računu dobiti i gubitka. Prognozu pojedine stavke radimo u tri koraka:

1. *Odlučivanje o kojim ekonomskim vrijednostima pojedina stavka ovisi (pokretači vrijednosti)* – Za većinu stavki će njihova prognoza direktno biti vezana uz prihode, ali pojedine stavke mogu biti vezane za pojedinu imovinu ili obvezu
2. *Procjena stavke i njezinog pokretača* – Najprije izračunamo povijesne vrijednosti pojedine stavke, zatim pomoću ekonomskih poveznica koje smo odredili u prethodnom koraku, odredimo koeficijent kojim ćemo iz povijesne vrijednosti stavke previdjeti buduću.
3. *Množenje koeficijenta predviđanja s procjenom vrijednosti pokretača pojedine stavke* – Budući da su prihodi primarni pokretač većine ostalih stavaka, poput troškova proizvodnje, za procjenu buduće vrijednosti tih stavaka, množimo procijenjenu vrijednost prihoda s omjerom troškova proizvodnje i prihoda.

	Stavka u RDG-u	**Tipični pokretač vrijednosti**	**Tipični koeficijent predviđanja**
Operativne stavke	Troškovi proizvodnje (COGS)	Prihodi	COGS / prihodi
	Prodaja i administracija (SG&A)	Prihodi	SG&A / prihodi
	Deprecijacija	Neto PP&E iz prethodne godine	Deprecijacija $_{t}$ / PP&E $_{t-1}$
Neoperativne stavke	Neoperativni prihodi	Pojedina neoperativna imovina	Neoperativni prihod / neoperativna imovina
	Trošak kamate	Ukupni dug prethodne godine	Trošak kamate $_{t}$ / ukupni dug prethoc godine $_{t-1}$
	Prihodi od kamate	Višak gotovine iz prethodne godine	Prihodi od kamate $_{t}$ / višak gotovine

Slika 4.3.3.1. Tipični pokretači vrijednosti stavaka RDG-a, vidi [1]

Prognoziranje stavki

postotak	2009	Prognoza 2010
Rast prihoda	20	20
Troškovi proizvodnje / prihodi	37,5	37,5
Prodaja i ostali troškovi / prihodi	18,8	18,8
Deprecijacija$_t$ / neto PP&E$_{t-1}$	9,5	9,5
EBITDA / prihodi	35,8	35,8
Kamatne stope		
Trošak kamate	7,6	7,6
Prihodi od kamata	5	5
Neoperativne stavke		
Neoperativni rast prihoda	33,3	33,3
Porezi		
Operativna stopa poreza	34,4	34,4
Stvarna kamatna stopa	40	40
Prosječna kamatna stopa	33,3	33,3

Račun dobiti i gubitka

$ milijun	2009	Prognoza 2010
Prihodi	240	288,0
Troškovi proizvodnje	-90	-108,0
Prodaja i ostali troškovi	-45	-54,0
Deprecijacija	-19	-23,8
EBITDA	86	102,2
Trošak kamate	-23	-22,2
Prihodi od kamata	5	3
Neoperativni prihodi	4	5,3
Zarada prije oporezivanja	72	88,3
Provizija za poreze	-24	-29,0
Neto prihodi	48	59,3

Slika 4.3.3.2. Predviđanje RDG-a, vidi [1]

4.3.4. Predviđanje bilance

Za predviđanje bilance najprije treba predvidjeti investirani kapital i neoperativnu imovinu. Na sljedećoj slici možemo vidjeti najtipičnije primjere za pokretače vrijednosti stavki bilance.

	Stavke bilance	Tipični pokretač vrijednosti	Tipični koeficijent predviđanja
Operativne stavke bilance	Potraživanja prema kupcima	Prihodi	Potraživanja prema kupcima / prihodi
	Zalihe	Troškovi proizvodnje	Zalihe / troškovi proizvodnje
	Obveze prema dobavljačima	Troškovi proizvodnje	Obveze prema dobavljačima / troškovi proizvodnje
	Obračunati troškovi	Prihodi	Obračunati troškovi / prihodi
	Neto PP&E	Prihodi	Neto PP&E / prihodi
	Stečena nematerijalna imovina	Stečeni prihodi	Stečena nematerijalna imovina / stečeni prihodi
Neoperativne stavke bilance	Neoperativna imovina	N/A	Povečanje neoperativne imovine
	Obveze	N/A	Teži prema nuli
	Odgođeni porez	Operativni porezi	Promjena u operativnim porezima

Slika 4.3.4.1. Tipični pokretači vrijednosti stavaka bilance, vidi [1]

Većinu operativnih stavaka bilance procjenjujemo pomoću prihoda. Osim pomoću prihoda, te stavke mogu biti procijenjene dnevnom prodajom[1]. Moguće iznimke su

[1] Za izračun koeficijenta predviđanja izražen dnevnom prodajom trebamo pomnožiti koeficijent predviđanja s 365 dana. Na primjer, ako je koeficijent predviđanja za potraživanja prema kupcima jednak 0,1, to bi značilo da u prosjeku kompaniji treba 36,5 dana da naplati svoja potraživanja.

obveze prema dobavljačima i zalihe koje se vežu na ulazne cijene pa ih je dobro prognozirati pomoću troškova proizvodnje koji se isto vežu za ulazne cijene.

Na slici 4.3.4.2. imamo primjer predviđanja stavki operativnog radnog kapitala, dugoročne operativne imovine i neoperativne imovine. Sve stavke radnog kapitala su prognozirane u danima, od kojih je većina izračunata koristeći prihode.

Prognoziranje stavki		
		Prognoza
koeficijent predviđanja	**2009**	**2010**
Radni kapital		
Operativni novac (dnevna prodaja)	7,6	7,6
Zalihe (dnevni troškovi proizvodnje)	182,5	182,5
Obveze prema dobavljačima (dnevni troškovi proizvodnje)	81,1	81,1
Nepokretna imovina		
Neto PP&E / prihodi (postotak)	104,2	104,2
Neoperativna imovina		
Rast kapitalnih investicija (postotak)	-	-

Bilanca		
		Prognoza
$ milijun	**2009**	**2010**
Imovina		
Operativni novac	5	6
Višak novca	60	-
Zalihe	45	54
Kratkotrajna imovina	110	-
Neto PP&E	250	300
Kapitalne investicije	100	100
Ukupna imovina	460	-
Obveze i kapital		
Obveze prema dobavljačima	20	24
Kratkoročni dug	213	-
Kratkoročne obveze	233	-
Dugoročni dug	80	-
Primarni kapital	65	-
Zadržana dobit	82	-
Ukupne obveze i kapital	460	-

Slika 4.3.4.2. Predviđanje bilance, vidi [1]

Primijetimo da, za sada, neke stavke bilance još nismo predvidjeli. Za izračun preostalih stavki trebat će nam osnovno računovodstveno pravilo za zadržanu dobit:

$$Zadržana\ dobit_t = Zadržana\ dobit_{t-1} + Neto\ prihod_t - Dividende_t \quad (4.10)$$

Za izračun zadržane dobiti bit će nam potreban i financijski izvještaj o zadržanoj dobiti. Iz prethodnih godina izračunat ćemo omjer dividendi i neto prihoda te pomoću tog omjera prognozirati iznos dividendi u budućim godinama. Kada budemo imali iznos dividendi, prema formuli zadržane dobiti ćemo jednostavno doći do procijenjene buduće zadržane dobiti.

$milijun			
			Prognoza
	2008	**2009**	**2010**
Početna zadržana dobit	36	56	82
Neto prihodi	36	48	58,8
Dividende	-16	-22	-26,9
Završna zadržana dobit	56	82	113,8
Dividende / neto prihodi	44,4%	45,8%	45,8%

Slika 4.3.4.3. Izvještaj o zadržanoj dobiti, vidi [1]

Sada kada smo procijenili zadržanu dobit možemo procijeniti čitavu bilancu. Najprije ćemo pretpostaviti da su kratkoročni i dugoročni dug te primarni kapital konstantni. Zatim računamo ukupnu imovinu zanemarujući višak novca. Također, prilikom izračuna ukupnih obveza i kapitala zanemarit ćemo novo izdani dug. Na taj način ćemo dobiti iznose ukupne aktive i pasive koji nisu nužno jednaki. Kako bismo ih izjednačili nadodat ćemo razliku između dva iznosa kao višak novca (ako je aktiva manja od pasive) ili kao novo izdani dug (ako je pasiva manja od aktive).

$ milijun

				Nadopunjeno
	2008	**2009**	**2010**	**2010**
Imovina				
Operativni novac	5,0	5,0	6,0	6,0
Višak novca	100,0	60,0	-	35,8
Zalihe	35,0	45,0	54,0	54,0
Kratkoročna imovina	140,0	110,0	-	95,8
Neto PP&E	200,0	250,0	300,0	300,0
Kapitalne investicije	100,0	100,0	100,0	100,0
Ukupna imovina	440,0	460,0	-	495,8
Obveze i kapital				
Obveze prema dobavljačima	15,0	20,0	24,0	24,0
Kratkoročni dug	224,0	213,0	213,0	213,0
Kratkoročne obveze	239,0	233,0	237,0	237,0
Dugoročni dug	80,0	80,0	80,0	80,0
Novo izdani dug	-	-	-	-
Primarni kapital	65,0	65,0	65,0	65,0
Zadržana dobit	56,0	82,0	113,8	113,8
Ukupne obveze i imovina	440,0	460,0	495,8	495,8

Slika 4.3.4.4. Kompletna prognoza bilance, vidi [1]

Prilikom korištenja viška novca i novo izdanog duga, često ćemo naići na posljedicu kako rast pada, tako i novo izdani dug pada na prema nuli, a višak novca raste. Iz perspektive vrednovanja poduzeća, ta posljedica ne radi nikakvu razliku jer višak novca i dug ne čine dio slobodnog toka novca pa ne utječu na samo vrednovanje poduzeća.

4.3.5. Izračun ROIC-a i FCF-a

Nakon predviđanja računa dobiti i gubitka i bilance za svaku pojedinu godinu treba izračunati ROIC i FCF. Ako smo već izračunali povijesne ROIC-ove i FCF-ove, tada bi postupak njihovog predviđanja trebao biti identičan. Za kompanije koje kreiraju vrijednost, procijenjeni ROIC-ovi će se najčešće uklopiti u jedan od tri sljedeća uzorka: ili će ostati blizu trenutnim razinama (kada kompanija ima održivu kompetitivnu prednost), ili će težiti prema industrijskom ili ekonomskom medijanu, ili težiti prema trošku kapitala.

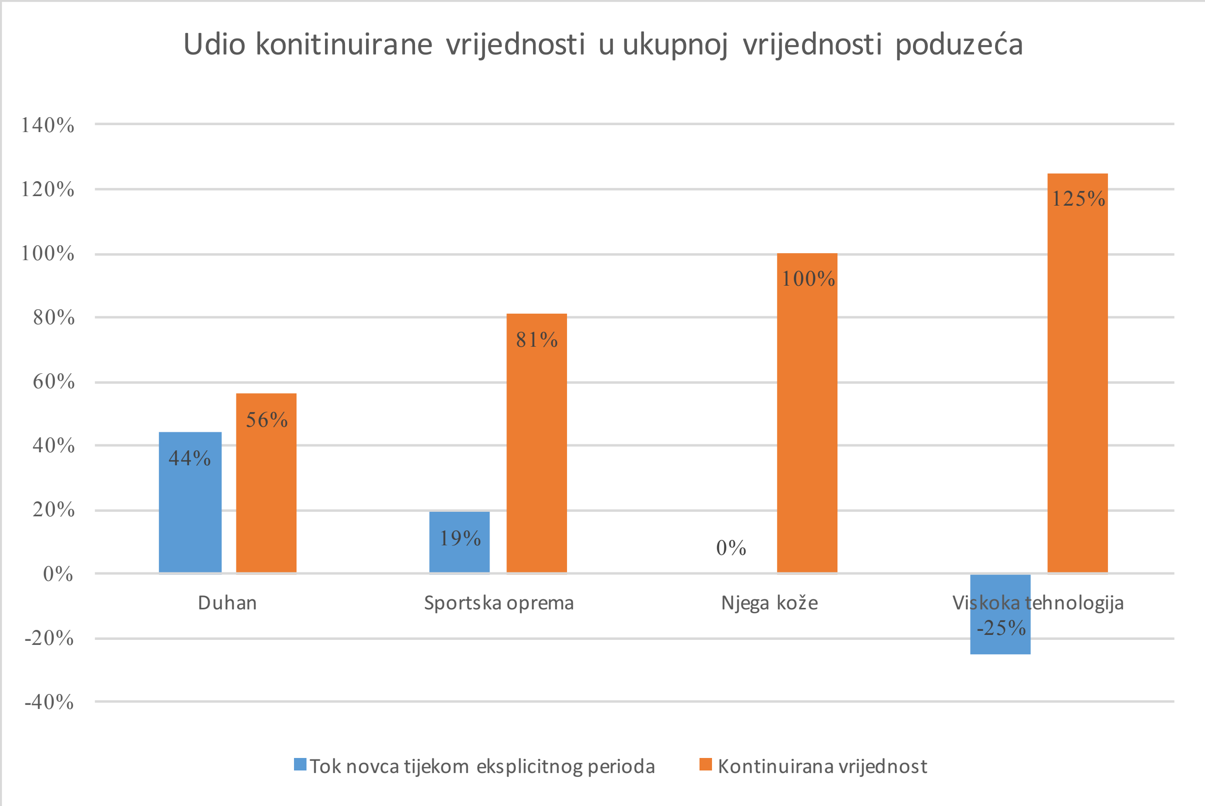
4.4. Procjena kontinuirane vrijednosti

Kako smo već spomenuli, kontinuirana vrijednost je korisna metoda za pojednostavljenje vrednovanja kompanija. Kako bismo procijenili vrijednost kompanije, trebamo podijeliti procijenjeni tok novca poduzeća na dva perioda:

- Sadašnja vrijednost toka novca *tijekom* eksplicitnog perioda predviđanja;
- Sadašnja vrijednost *nakon* eksplicitnog perioda predviđanja.

Sadašnja vrijednost toka novca nakon eksplicitnog perioda predviđanja predstavlja kontinuiranu vrijednost. Kontinuiranu vrijednost procjenjujemo postavljanjem jednostavnih pretpostavki o učinku poduzeća tijekom navedenog perioda (npr. pretpostavljanje konstantne stope rasta i povrata kapitala). To nam omogućava jednostavno procjenjivanje kontinuirane vrijednosti koristeći formule umjesto eksplicitnog predviđanja diskontiranog toka novca.

Dobra procjena kontinuirane vrijednosti često je ključna u procjeni vrijednosti poduzeća. Na Slici 4.1.1. možemo vidjeti udio kontinuirane vrijednosti u ukupnoj vrijednosti poduzeća kod pojedinih kompanija gdje je eksplicitni period procjene dugačak 8 godina.



Slika 4.4.1. Udio kontinuirane vrijednosti u ukupnoj vrijednosti pouzeća, vidi [1]

Za procjenu kontinuirane vrijednosti koristit ćemo formulu (4.7) koju smo predstavili u poglavlju 4.1.:

$$Vrijednost\ kompanije = \frac{NOPLAT_{t=1} \cdot \left(1 - \frac{g}{ROIC}\right)}{WACC - g}$$

Sada ćemo na jednostavnom primjeru pokazati kako formula koju smo predstavili za kontinuiranu vrijednost zapravo replicira proces predviđanja budućih tokova novca i njihovog diskontiranja na sadašnju vrijednost.

	Godina				
	1	2	3	4	5
NOPLAT	100	106	112	119	126
Neto investicija	50	53	56	60	63
Slobodni tok novca	50	53	56	60	63

Pretpostavimo da se isti uzorak rasta nastavlja i nakon prvih pet godina te je tada stopa rasta 6%. Stopa povrata na neto investiciju je 12%, izračunata kao povećanje NOPLAT-a u godini dana podijeljeno sa neto investicijom u prvoj godini. Za ponderirani trošak kapitala pretpostavljamo da iznosi 11%.

Za usporedbu prvo vrijednost računamo diskontiranjem novčanih tokova za period od 150 godina:

$$CV = \frac{50}{1{,}11} + \frac{53}{1{,}11^2} + \frac{56}{1{,}11^3} + \cdots + \frac{50 \cdot (1{,}06)^{149}}{1{,}11^{150}} = 999$$

Sada koristimo formulu perpetuiteta za slobodni tok novca:

$$CV = \frac{50}{0{,}11 - 0{,}06} = 1.000$$

Finalno, koristimo formulu (4.7) za kontinuiranu vrijednost:

$$CV = \frac{100 \cdot (1 - \frac{0{,}06}{0{,}12})}{0{,}11 - 0{,}06} = 1.000$$

Sva tri pristupa su nam dala gotovo identičan rezultat (da smo za diskontirane tokove novca uzeli dulji period od 150 godina, rezultat bi bio jednak). Dodatno, prilikom procjene parametara za kontinuiranu vrijednost, trebali bi u obzir uzeti sljedeće:

- *NOPLAT*: Razina NOPLAT-a bi trebala biti bazirana na normaliziranoj razini prihoda, održive marže i povrata na investirani kapital (ROIC)
- *RONIC*: Očekivana stopa povrata na novo investirani kapital trebala bi biti konzistentna s očekivanim konkurencijskim uvjetima. Ekonomska teorija sugerira da konkurencija kroz vrijeme eliminira abnormalno visoke povrate pa za većinu kompanija RONIC može biti jednak WACC. S druge strane, kompanije koje imaju održivu kompetitivnu prednost možemo RONIC postaviti jednakim povratu koji smo procijenili da će kompanija imati u zadnjim godinama eksplicitnog perioda prognoziranja.
- *Stopa rasta*: Za nekolicinu kompanija vrijedi da rastu brže od same ekonomije za dulje vremenske periode. Kao dobru procjenu možemo upotrijebiti dugoročnu očekivanu stopu rasta potrošnje proizvoda u pojedinoj industriji uvećana za inflaciju.

4.5. Procjena ponderiranog prosječnog troška kapitala

Nakon što procijenimo budući slobodni tok novca za procjenu vrijednosti poduzeća taj slobodni tok novca trebamo diskontirati ponderiranim prosječnim troškom kapitala (WACC). WACC predstavlja oportunitetni trošak za investitore radi investiranja svojeg novca u specifičnu kompaniju umjesto u ostale sličnog rizika.

Bitno načelo za uspješnu implementaciju troška kapitala je konzistentnost između komponenti troška kapitala i slobodnog toka novca. Kako bi se mogla pretpostavljati konzistentnost između navedenih komponenti, trošak kapitala bi trebao sadržavati sljedeće kriterije:

- Treba sadržavati oportunitetne troškove svih investitora, s obzirom da je slobodan tok novca dostupan svim investitorima koji očekuju kompenzaciju za preuzeti rizik.
- Svi financijski prohodi i troškovi koji nisu uključeni u slobodan tok novca trebaju bit uključeni u WACC.
- Trebao bi se računati nakon korporativnih poreza (jer se i slobodan tok novca računa nakon oporezivanja).
- Treba biti baziran na istim očekivanjima za inflaciju koja su korištena kod procjene slobodnog toka novca.

U najjednostavnijem obliku, ponderirani prosječni trošak kapitala je jednak ponderiranom prosječnom trošku duga nakon oporezivanja te trošku kapitala:

$$WACC = \frac{D}{V} k_d (1 - T_m) + \frac{E}{V} k_e \tag{4.11}$$

D/V =planirani udio duga u vrijednosti firme koristeći tržišnu, a ne računovodstvenu, vrijednost firme.

E/V = planirani udio kapitala u vrijednosti firme koristeći tržišnu vrijednost firme.

k_d =trošak duga.

k_e =trošak kapitala.

T_m =marginalna stopa poreza kompanije.

4.5.1. Procjena troška kapitala k_e

Trošak kapitala sastoji se od tri komponente: bezrizične stope, tržišne premije rizika i specifične prilagodbe rizika za kompaniju. Najčešća metoda za procjenu troška kapitala je model određivanja cijene kapitalne imovine (*eng. Capital asset pricing model - CAPM*). CAPM definira dionički rizik kao osjetljivost financijskim tržištima.

U CAPM modelu je očekivana stopa povrata jednaka bezrizičnoj stopi povrata uvećana za betu pomnoženu premijom tržišnog rizika.

$$E(R_i) = r_f + \beta_i\left[E(R_m) - r_f\right] \tag{4.12}$$

$E(R_i)$ =očekivana stopa povrata.

r_f =bezrizična stopa povrata.

β_i =osjetljivost dionice na tržište.

$E(R_m)$ =očekivani povrat tržišta.

U CAPM-u bezrizična stopa povrata i premija tržišnog rizika (definirana kao razlika očekivanog povrata tržišta i bezrizične stope povrata) su jednake za sve kompanije. Jedina varirajuća stavka je β_i koja predstavlja rizičnost dionice za investitora s diverzificiranim portfeljem, gdje je rizik definiran kao stupanj kovarijacije dionice s ostatkom tržišta dionica.

Za procjenu bezrizične kamatne stope, najčešće se uzimaju likvidne dugoročne državne obveznice, a za očekivani povrat tržišta se može uzeti stopa rasta tržišnih indeksa.

Procjena premije tržišnog rizika svakako izazovna i teško je moguće precizno odrediti njezinu vrijednost. Za samu procjenu najčešće se koriste sljedeće metode:

1. Procjena buduće premije rizika mjerenjem i ekstrapoliranjem povijesnih podataka.
2. Korištenje regresijske analize za povezivanje trenutnih tržišnih varijabli, poput omjera dividende i cijena, s očekivanom premijom tržišnog rizika.
3. Korištenje DCF valuacije, zajedno s procjenama rasta i povrata na investiciju za kreiranje tržišnog troška kapitala.

Ako se za procjenu buduće premije rizika odlučimo koristiti regresijsku analizu koristeći trenutni omjer dividendi i cijena koristiti ćemo sljedeću formulu:

$$R_m - r_f = \alpha + \beta \ln\left(\frac{Dividenda}{Cijena}\right) + \varepsilon \tag{4.13}$$

A ako se odlučimo koristiti DCF metodu, možemo koristiti formulu gdje je cijena dionice jednaka sadašnjoj vrijednosti dividendi. Ako pretpostavimo da dividende imaju konstantan rast, možemo koristiti formulu perpetuiteta:

$$Cijena = \frac{Dividenda}{k_e - g} \Leftrightarrow k_e = \frac{Dividenda}{Cijena} + g$$

Gdje je k_e zapravo jednak premiji tržišnog rizika jer je β, kada se radi o ukupnom tržištu, jednaka 1. Za razliku od regresije, ova metoda uključuje i ovisnost vrijednosti dividende o očekivanju njezinog rasta.

Također, formulu možemo proširiti fokusirajući se na cjelokupan tok novca dostupan svim ulagačima:

$$k_e = \frac{Zarada\ (1 - \frac{g}{ROE})}{Cijena} + g \tag{4.14}$$

Budući da je premija tržišnog rizika jednaka za sve kompanije, ono po čemu se trošak kapitala razlikuje od kompanije do kompanije je beta. Za procjenu bete krećemo s empirijskim podacima i ugrubo procjenjujemo betu pomoću regresije:

$$R_i = \alpha + \beta R_m + \varepsilon \tag{4.15}$$

Gdje R_i i R_m predstavljaju povrate na kompaniju, odnosno na tržište. Kao primjer ćemo opet iskoristiti Home Depot, za koji se korištenjem regresijske analize i podatke za mjesečne periode u zadnjih 5 godina dobijemo procijenjenu betu od $1{,}28$.

Kako bismo poboljšali procjenu i umanjili moguću grešku koristit ćemo se betama za kompanije iz iste industrije u kojoj se nalazi Home Depot. Razlog tome je što se kompanije u istoj industriji suočavaju s istim operativnim rizicima pa bi trebali imati i slične "operativne" bete. Sve dok greške u procjeni "operativnih" beta nisu korelirane, industrijski medijan bi trebao dati bolju procjenu.

Međutim, ako koristimo samo procijenjene bete ostalih kompanija u industriji, zanemarujemo važnu činjenicu, a to je da beta kao funkcija ne ovisi samo o operativnim, već i o financijskim rizicima. Stoga, kako bismo mogli uspoređivati kompanije sličnih operativnih rizika, morat ćemo iz bete eliminirati efekt financijske poluge koje je jednak omjeru duga i kapitala uvećan za 1. Time dobijemo da je beta jednaka "operativnoj" beti uvećanu za efekt financijske poluge:

$$\beta_e = \beta_o(1 + \frac{D}{E}) \tag{4.16}$$

Za primjer ćemo izračunati bete dvije kompanije unutar iste industrije. U primjeru najprije regresijom dolazimo do grube procjene bete, zatim eliminiramo efekt financijske poluge iz tih beta i beta ostalih kompanija u industriji kako bismo dobili "operativne" bete. Nakon što dođemo do operativnih beta, za izračun procijenjene bete za pojedinu kompaniju množimo industrijski medijan "operativnih" beti s efektom financijske poluge za pojedinu kompaniju.

	Home Depot	Lowe's
Kalkulacija "operativne" bete		
Regresijska beta	1,28	0,69
Omjer duga i kapitala (2006)	0,26	0,16
"Operativna" beta	1,02	0,59
Kalkulacija procijenjene bete		
Industrijski medijan "operativne" bete	0,80	0,80
Omjer duga i kapitala (2008)	0,51	0,32
Procijenjena beta	1,21	1,06
Omjer duga i kapitala		
Kratkoročni dug	18,00	111,00
Dugoročni dug	11.643,00	4.325,00
Operativna imovina	9.141,00	3.034,00
Totalni neto dug	20.802,00	7.470,00
Cijena dionice	40,00	31,00
Broj dionica	1.970,00	1.525,00
Tržišna vrijednost kapitala	78.800,00	47.275,00
Omjer duga i kapitala (2006)	0,26	0,16

Slika 4.5.1.1. Procjena bete, vidi [1]

Alternativna metoda za procjenu bete bi bilo “izglađivanje” regresijske bete pomoću sljedeće formule:

$$\beta_{procj} = \frac{{\sigma_\varepsilon}^2}{{\sigma_\varepsilon}^2 + {\sigma_b}^2} + (1 - \frac{{\sigma_\varepsilon}^2}{{\sigma_\varepsilon}^2 + {\sigma_b}^2})\beta_{reg} \tag{4.17}$$

σ_ε = Standardna devijacija regresijske bete

σ_b = Standardna devijacija svih beta

Što je standardna devijacija regresijske bete manja, to veću težinu u formuli ima regresijska beta. Suprotno, što je standardna greška veća, to će procijenjena beta više težiti prema 1.

Kao primjer, Bloombergov mehanizam izglađivanja bete koristi sljedeće koeficijente:

$$\beta_{procj} = 0{,}33 + 0{,}67\beta_{reg}$$

4.5.2. Procjena troška duga

Za procjenjivanje troška duga izlistanih kompanija najbolje je koristiti prinos do dospijeća dugoročnih ne-opcijskih obveznica. Za određivanje troška kapitala nakon oporezivanja, množimo procijenjeni trošak duga s koeficijentom $(1 - marginalna\ stopa\ poreza)$.

Tehnički gledano, valuacija koja se bazira na prinosu do dospijeća je nekonzistentna jer je prinos do dospijeća obećana stopa povrata (a ne očekivana) pod pretpostavkom da će svi kuponi i glavnica biti plaćeni. Kod kompanija kod kojih je vjerojatnost bankrota mala, razlika očekivanog i obećanog povrata nije materijalna pa je za takve kompanije (investicijskog ranga BBB ili većeg) prinos do dospijeća dovoljno dobra aproksimacija očekivanog prinosa.

5. Procjena vrijednosti brzorastućeg poduzeća

Sada kada smo opisali kako se DCF metoda koristi za vrednovanje poduzeća, u ovom poglavlju pokazujemo kako se ta metoda može efektivno primijeniti u procjeni brzorastućih poduzeća (*startupova*).

Sama procjena brzorastućeg poduzeća bit će prikazana kasnije na praktičnom primjeru procjene hrvatskog *startupa* Vibby, koja je u raznim scenarijima procijenjena na 30,05 (scenarij da Vibby ima 11% tržišta), 184,70 (scenarij da Vibby ima 15% tržišta) i 283,81 (scenarij da Vibby ima 20% tržišta) milijuna američkih dolara.

Za razliku od standardne procjene poduzeća kod koje najprije analiziramo prethodno poslovanje, kod *startupova* najprije započinjemo istraživanjem očekivanog dugoročnog razvoja tržišta na kojem je kompanija prisutna. Također, budući da su dugoročne projekcije izrazito nesigurne, potrebno je kreirati više mogućih scenarija. Svaki scenarij pretpostavlja u kojem bi se smjeru tržište moglo razviti u određenim uvjetima.

Fokusiramo se na veličinu budućeg tržišta, predviđanje razine održive profitabilnosti i procjenjivanje potrebnih investicija kako bi se postiglo skaliranje. Za takvu procjenu trebamo odabrati dovoljno dalek trenutak u budućnosti u kojem smatramo da će se poslovanje kompanije stabilizirati.

Za procjenu budućeg tržišta bitno je procijeniti na koji način kompanija zadovoljava potrebe kupaca te zatim na koji način kompanija generira (ili planira generirati) prihode. Kada smo saznali načine na koje će kompanija generirati prihode, temeljem tih informacija, možemo procjenjivati potencijalno tržište. Također, bitno je procijeniti i rast tržišta te na koje načine kompanija planira generirati prihode. Mnogi *startupovi* uspiju kreirati proizvod koji zadovoljava određenu potrebu na tržištu, ali tu potrebu ne uspiju unovčiti.

Nakon što procijenimo buduće tržište, pomoću planiranog poslovnog plana *startupa* procjenjujemo prihode koje će *startup* generirati u budućem periodu. Zatim, nakon procjene prihoda, procjenjujemo dugoročnu operativnu maržu, potrebne kapitalne investicije i povrat na uloženi kapital (ROIC). Za procjenu operativne marže uspoređujemo interno procijenjene troškove kompanije (u odnosu na tržišne cijene) s operativnim maržama već etabliranih kompanija u industriji.

Kada smo dovršili procjenu dugoročnih parametara (veličine tržišta, udjela na tržištu, prihoda, operativne marže, ROIC-a), povezujemo dugoročnu prognozu s trenutnim rezultatima. Kako bismo to napravili trebamo procijeniti brzinu transformacije iz trenutnih rezultata prema dugoročnim projekcijama. Procjene trebaju biti konzistentne s ekonomskim načelima i karakteristikama industrije. Na primjer, koliko dugo će fiksni troškovi biti veći od varijabilnih što rezultira manjim maržama ili, vezano za obrtaj kapitala, koliko je potrebno da prihodi počnu rasti brže od kapitala. Pri određivanju brzine transformacije iz trenutnih rezultata u ciljane korisno je proučiti povijesne podatke za slične kompanije.

Budući da se uz *startupove* veže velika nesigurnost te da male greške u procjeni mogu dovesti do većih grešaka u izračunu vrijednosti kompanije, kreiranje raznih scenarija kojima se pripisuju određene vjerojatnosti donekle pomaže smanjiti nesigurnost procjene *startupova*. Prilikom izrade scenarija procjenjujemo buduće financijske stavke za svaki potencijalan ishod. Pri tome su neki od tih ishoda optimistični, a neki pesimistični. Valja napomenuti kako su vjerojatnosti scenariji izrazito subjektni te finalna valuacija poprilično ovisi o postavljenim vjerojatnostima. Iz tog razloga, procjene izračunate putem fundamentalne ekonomske analize trebaju biti uspoređene s povijesnim rezultatima drugih *startupova*.

5.2. Procjena hrvatskog brzorastućeg poduzeća, Vibby

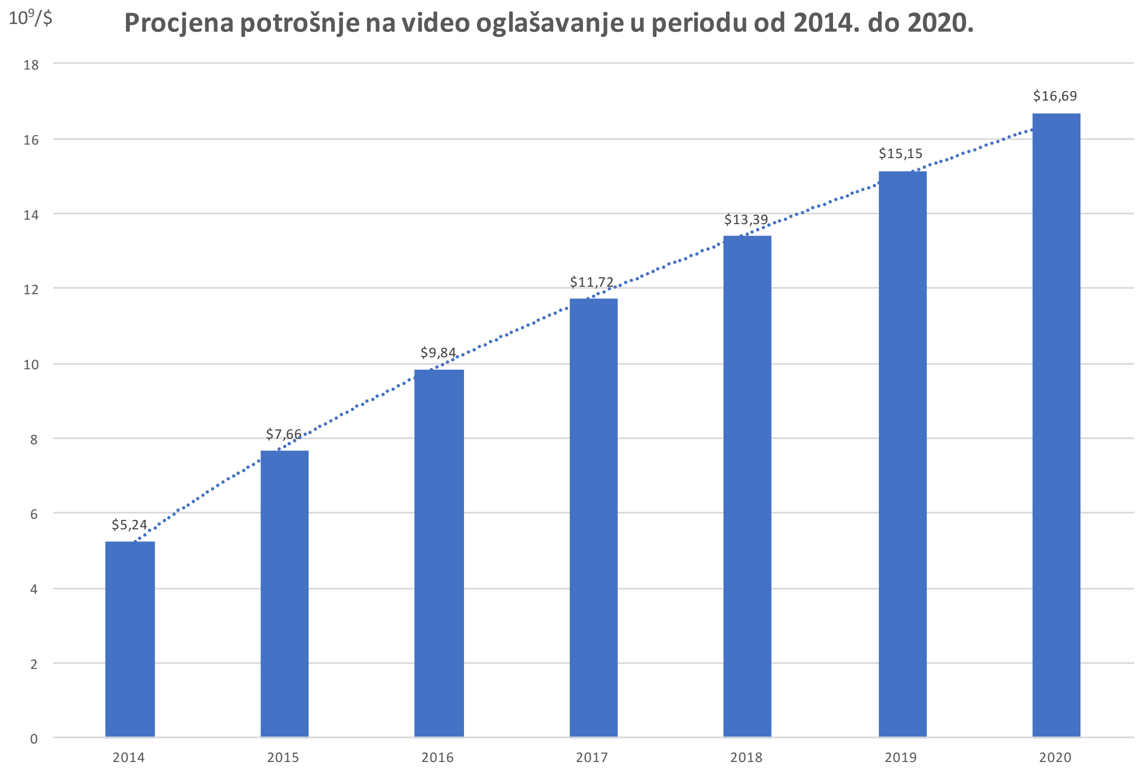
Kako bismo prikazali na koji način procijeniti brzorastuće poduzeće, procijenit ćemo hrvatski *startup* Vibby.

Vibby je mlado poduzeće sastavljeno od mladih hrvatskih stručnjaka kojima je cilj revolucionarizirati način na koji ljudi gledaju i dijele video-sadržaj na raznim internetskim servisima. Kako bi to učinili, kreirali su platformu koja na jednostavan način omogućuje korisnicima da označe, dijele i komentiraju specifične dijelove videa. Na taj način omogućavaju ljudima da jednostavno izdvoje najzanimljivije dijelove nekog predavanja, konferencije, sportskog ili bilo kakvog drugog događanja te ga podijele na bilo kojoj poznatijoj video platformi poput Facebooka, Youtubea, Tweetera i drugih.

Kako bismo mogli procijeniti vrijednost Vibbyja, prvo moramo analizirati njegov financijski plan, odnosno, način na koji će Vibby ostvarivati svoje prihode. Osim što omogućuje bolje iskustvo korisnicima (gledateljima videa), Vibby svojom platformom donosi vrijednost i kompanijama koje snimaju i objavljuju svoja videa.

Kako bi ostvario prihode, Vibby planira nuditi svoje usluge kompanijama koje ostvaruju zaradu od objavljivanja svojih videa, a najčešće kroz video reklame.

Budući da je u 2015. godini potrošnja na video reklamiranje iznosila 7,66 milijardi dolara te da se procjenjuje da će do 2020. godine doseći 16,69 milijardi dolara (rast od gotovo 118%), za pretpostaviti je da će i tržište na koje Vibby plasira svoje usluge (a to su kompanije koje zarađuju video oglašavanjem) značajno rasti.

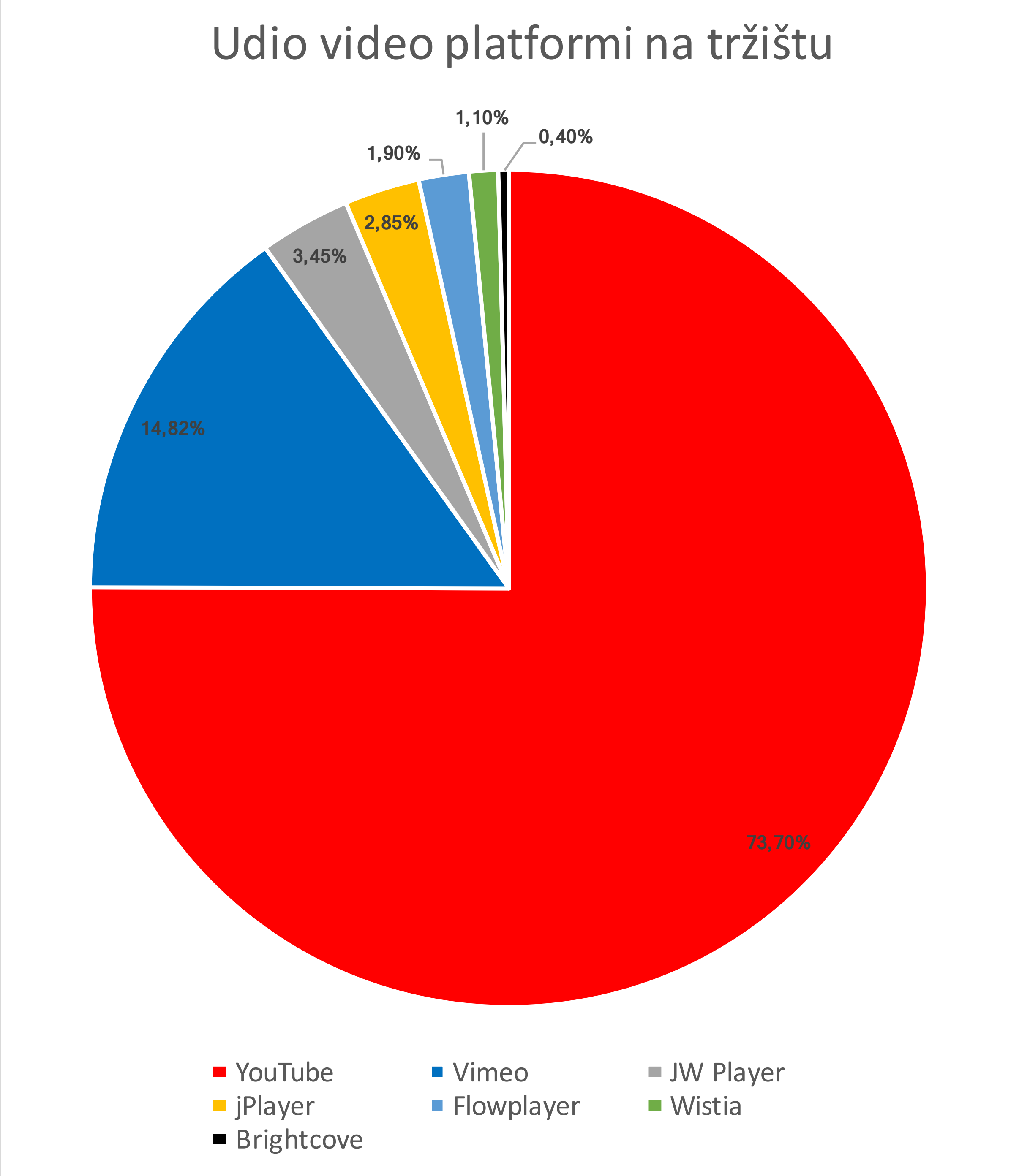


Slika 5.2.1. Procjena potrošnje na video oglašavanje, vidi [4]

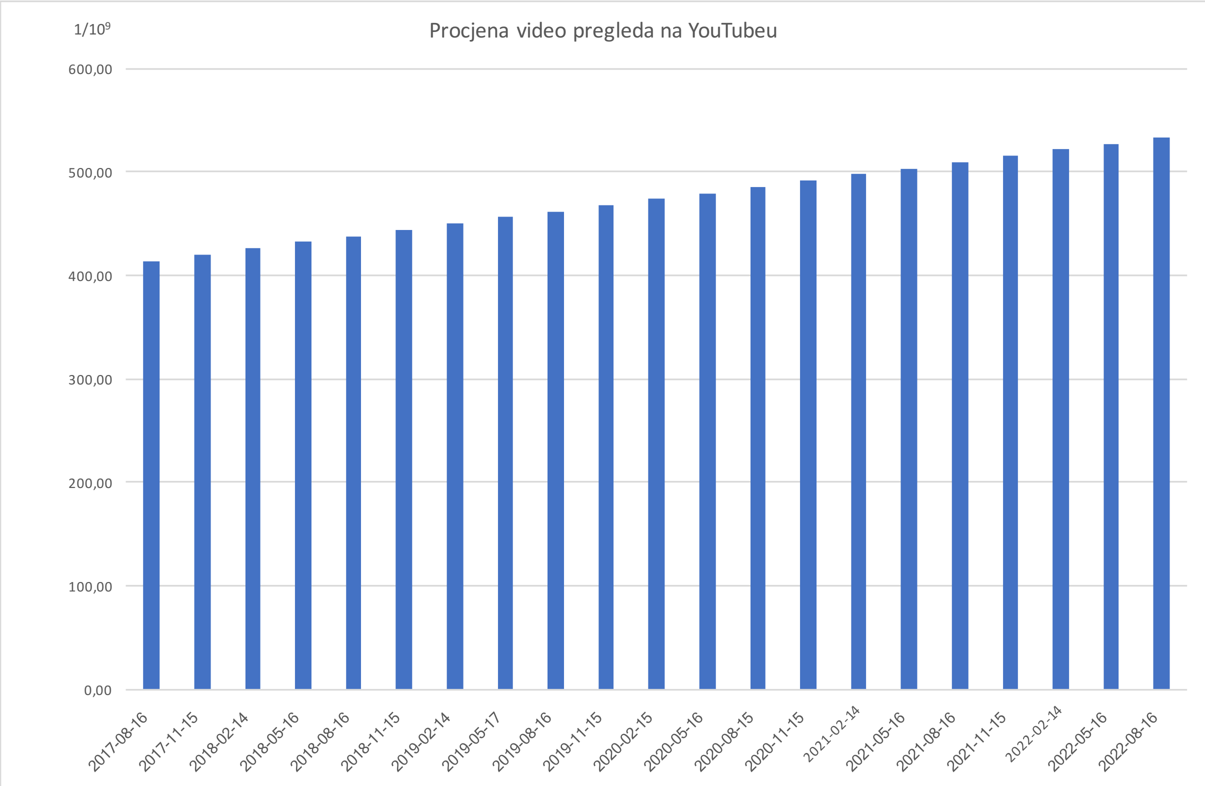
Godina	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rast potrošnje	40,8%	46,2%	28,5%	19,1%	14,2%	13,1%	10,2%

Budući da je poslovni plan Vibbyja nuditi svoje usluge kompanijama koje objavljuju video sadržaj te da će visina cijene koju će naplaćivati kompanijama ovisiti o količini video pregleda i sadržaja koje kompanija ima, buduće Vibbyjeve prihode procijenit ćemo putem ukupnog broja video pregleda na tržištu te koliki će udio, među video pregledima, zauzimati kompanije kojima će Vibby pružati usluge.

YouTube, kao najveća video platforma, poslužit će nam za procjenu ukupnog broja video pregleda kroz godine.



Slika 5.2.2. Zastupljenost pojedinih video platformi na tržištu, vidi [1]



Slika 5.2.3. Procjena video pregleda na YouTubeu, vidi [6]

Prema procjena može se vidjeti da je predviđeno da će YouTube do kolovoza 2022. godine doseći godišnji broj pregleda od 533,15 milijardi. Pod pretpostavkom da se udio video platformi neće mijenjati, to bi značilo da bi do kolovoza 2022. godine ukupan broj video pregleda na internetu iznosio 723,41 milijardu. Budući da će potrošnja na video oglašavanje brže rasti od broja video pregleda, u budućnosti će Vibbyjeva usluga po jednom video pregledu će koštati više. Trenutno se procjenjuje da potrošnja po jednom video pregledu iznosi 2,09 centa te da će 2022. godine ta potrošnja iznositi 2,64 centi.

Vibby, prema svojem poslovnom planu, planira zarađivati 0,13 centi po video pregledu. Ako gledamo tri moguća scenarija, odnosno, scenarije da Vibby do 2022. godine uspije držati 11%, 15% ili 20% tržišta, možemo procijeniti Vibbyjeve prihode na sljedeći način:

	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Scenarij 1 - 11% tržišta						
Prihodi	0,00	20,69	41,38	62,07	82,76	103,45
Broj ukupnih video pregleda	562063	594332	626601	658870	691139	723408
Zarada po jednom video pregledu	0,0013	0,0013	0,0013	0,0013	0,0013	0,0013
Udio na tržištu	0,00%	2,68%	5,08%	7,25%	9,21%	11,00%
Scenarij 2 - 15% tržišta						
Prihodi	0,00	28,21	56,43	84,64	112,85	141,06
Broj ukupnih video pregleda	562063	594332	626601	658870	691139	723408
Zarada po jednom video pregledu	0,0013	0,0013	0,0013	0,0013	0,0013	0,0013
Udio na tržištu	0,00%	3,65%	6,93%	9,88%	12,56%	15,00%
Scenarij 3 - 20% tržišta						
Prihodi	0,00	37,62	75,23	112,85	150,47	188,09
Broj ukupnih video pregleda	562063	594332	626601	658870	691139	723408
Zarada po jednom video pregledu	0,0013	0,0013	0,0013	0,0013	0,0013	0,0013
Udio na tržištu	0,00%	4,87%	9,24%	13,18%	16,75%	20,00%

Slika 5.2.4. Procjena prihoda Vibbyja

Nakon procjene prihoda trebamo procijeniti operativnu maržu, intenzitet kapitalnih investicija te povrat na uloženi kapital (ROIC – *eng. Return on invested capital*). Za procjenu operativne marže, oslanjamo se na Vibbyjeve procjene varijabilnih troškova koji za 2022. godinu iznose 106,18 milijuna dolara (u scenariju da Vibby drži 15% tržišta) što nas dovodi do operativne marže od 24,73%.

Budući da se za Vibby, kao i za većinu *startupova* predviđa investirani kapital gotovo jednak nuli, ROIC više nije značajan za naš izračun. Prema formuli (4.3) kada investirani kapital teži prema nuli, ROIC teži prema beskonačno.

Nakon što smo procijenili buduću veličinu tržišta, operativnu maržu te buduće kapitalne investicije, buduću procjenu povezujemo s trenutnim stanjem te radimo projekcije za period od 2017. do 2022. godine te računamo NOTPLAT i slobodni tok novca.

	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Scenarij 1 - 11% tržišta						
Prihodi	0,00	20,69	41,38	62,07	82,76	103,45
Troškovi proizvodnje	0,00	-15,57	-31,15	-46,72	-62,29	-77,86
Operativna marža	0,00	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
Fiksni troškovi	-21,00	-21,00	-21,00	-21,00	-21,00	-21,00
Deprecijacija	-2,07	-2,07	-2,07	-2,07	-2,07	-2,07
Operativni profit	-23,07	-17,95	-12,84	-7,72	-2,60	2,51
Operativni porezi	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,45
NOPLAT	-23,07	-17,95	-12,84	-7,72	-2,60	2,06
Scenarij 2 - 15% tržišta						
Prihodi	0,00	28,21	56,43	84,64	112,85	141,06
Troškovi proizvodnje	0,00	-21,24	-42,47	-63,71	-84,94	-106,18
Operativna marža	0,00	0,25	0,25	0,25	0,2473	0,25
Fiksni troškovi	-21,00	-21,00	-21,00	-21,00	-21,00	-21,00
Deprecijacija	-2,07	-2,07	-2,07	-2,07	-2,07	-2,07
Operativni profit	-23,07	-16,09	-9,11	-2,14	4,84	11,82
Operativni porezi	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,87	-2,13
NOPLAT	-23,07	-16,09	-9,11	-2,14	3,97	9,69
Scenarij 3 - 20% tržišta						
Prihodi	0,00	37,62	75,23	112,85	150,47	188,09
Troškovi proizvodnje	0,00	-28,31	-56,63	-84,94	-113,26	-141,57
Operativna marža	0,00	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
Fiksni troškovi	-21,00	-21,00	-21,00	-21,00	-21,00	-21,00
Deprecijacija	-2,07	-2,07	-2,07	-2,07	-2,07	-2,07
Operativni profit	-23,07	-13,77	-4,46	4,84	14,14	23,44
Operativni porezi	0,00	0,00	0,00	-0,87	-2,55	-4,22
NOPLAT	-23,07	-13,77	-4,46	3,97	11,60	19,22

Slika 5.2.5. Procjena NOPLAT-a

	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Scenarij 1 - 11% tržišta						
NOPLAT	-23,07	-17,95	-12,84	-7,72	-2,60	2,06
Deprecijacija	2,07	2,07	2,07	2,07	2,07	2,07
Bruto tok novca	-21,00	-15,88	-10,77	-5,65	-0,53	4,13
Kapitalni troškovi	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05
Slobodni tok novca	-21,05	-15,93	-10,82	-5,70	-0,58	4,08
Scenarij 2 - 15% tržišta						
NOPLAT	-23,07	-16,09	-9,11	-2,14	3,97	9,69
Deprecijacija	2,07	2,07	2,07	2,07	2,07	2,07
Bruto tok novca	-21,00	-14,02	-7,05	-0,07	6,04	11,76
Kapitalni troškovi	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05
Slobodni tok novca	-21,05	-14,07	-7,10	-0,12	5,99	11,71
Scenarij 3 - 20% tržišta						
NOPLAT	-23,07	-13,77	-4,46	3,97	11,60	19,22
Deprecijacija	-2,07	-2,07	-2,07	-2,07	-2,07	-2,07
Bruto tok novca	-25,14	-15,84	-6,53	1,90	9,53	17,16
Kapitalni troškovi	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05
Slobodni tok novca	-25,19	-15,89	-6,58	1,85	9,48	17,11

Slika 5.2.6. Procjena slobodnog toka novca

Nakon što smo procijenili slobodni tok novca, trebamo procijeniti trošak kapitala. Budući da se Vibby ne financira dugom, trošak duga neće biti potrebno računati. Za izračun troška kapitala koristimo CAPM model, odnosno formulu (4.12):

$$E(R_i) = r_f + \beta_i[E(R_m) - r_f]$$

Pri tome koristimo sljedeće vrijednosti:

$r_f = 2{,}197\%$ - Cijena desetogodišnjih američkih obveznica[2];

$\beta_i = 1{,}13$ - Beta izračunata za sektor *Sofware (internet)* industrije[3];

$E(R_m) = 5{,}69$ - Premija rizika za Sjedinjene Američke Države[4].

Uz dane podatke trošak kapitala iznosi:

$$2{,}197\% + 1{,}13 * 5{,}69\% = 8{,}6267\%$$

Sada kada imamo iznos troška kapitala, trebamo još procijeniti g i $ROIC$ te ćemo onda imati sve potrebne informacija za procjenu vrijednosti Vibbyja. Pretpostavljamo da će Vibby nastaviti rasti konstantnom stopom od $6{,}2\%$, odnosno jednakom brzinom kao i potrošnja na video oglašavanje nakon 2022. godine. Za $ROIC$ pretpostavljamo da će iznositi 11%.

Za računanje eksplicitne vrijednosti za prvih pet godina procijenjene tokove novca ćemo diskontirati za trošak kapitala, a za procjenu kontinuirane vrijednosti ćemo koristiti formulu (4.7):

$$Vrijednost\ kompanije = \frac{NOPLAT_{t=1} \cdot \left(1 - \frac{g}{ROIC}\right)}{WACC - g}$$

[2] Dostupno na https://www.cnbc.com/quotes/?symbol=US10Y
[3] Dostupno na http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New_Home_Page/datafile/Betas.html
[4] Dostupno na http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New_Home_Page/datafile/ctryprem.html

Scenarij 1 - 11% tržišta	**Slobodan tok novc**	**Diskontni fakto**	**Sadašnja vrijednost slobodnog toka no**
Godina procjene	(milijun $)	(@ 8,6267%)	(milijun $)
2017	-21,05	0,921	-19,38
2018	-15,93	0,847	-13,50
2019	-10,82	0,780	-8,44
2020	-5,70	0,718	-4,09
2021	-0,58	0,661	-0,39
2022	4,08	0,609	2,48
Kontinuirana vrijednost poduzeća			73,37
Sadašnja vrijednost toka novca			30,05

Scenarij 2 - 15% tržišta	**Slobodan tok novc**	**Diskontni fakto**	**Sadašnja vrijednost slobodnog toka no**
Godina procjene	(milijun $)	(@ 8,6267%)	(milijun $)
2017	-21,05	0,921	-19,38
2018	-14,07	0,847	-11,93
2019	-7,10	0,780	-5,54
2020	-0,12	0,718	-0,09
2021	5,99	0,661	3,96
2022	11,71	0,609	7,13
Kontinuirana vrijednost poduzeća			210,54
Sadašnja vrijednost toka novca			184,70

Scenarij 3 - 20% tržišta	**Slobodan tok novc**	**Diskontni fakto**	**Sadašnja vrijednost slobodnog toka no**
Godina procjene	(milijun $)	(@ 8,6267%)	(milijun $)
2017	-25,19	0,921	-23,19
2018	-15,89	0,847	-13,46
2019	-6,58	0,780	-5,14
2020	1,85	0,718	1,33
2021	9,48	0,661	6,27
2022	17,11	0,609	10,41
Kontinuirana vrijednost poduzeća			307,59
Sadašnja vrijednost toka novca			283,81

Slika 5.2.7. Procjena vrijednosti Vibbyja za različite scenarije

Scenarij	**Procjena vrijednosti**	**Težina**	**Težinska vrijednost**
Propast poduzeća	0,00	40%	0,00
11% tržišta	30,05	12%	3,61
15% tržišta	184,70	36%	66,49
20% tržišta	283,81	12%	34,06
			104,15

Slika 5.2.8. Procjena vrijednosti Vibbyja s pridavanjem težina scenarijima

Nakon što smo procijenili vrijednost Vibbyja treba napomenuti kako procjena vrijednosti brzorastućih poduzeća koja su u svojoj početnoj fazi ne može biti precizna s obzirom na mnoštvo varijabli koje ne mogu biti precizno procijenjene. Također, procjene vrijednosti brzorastućih poduzeća podložne su konstantnim revaluacijama zbog česte promjene okolnosti bitnih za njihovu procjenu.

6. Literatura

[1] T. Koller, M. Goedhart, D. Wessels, *Valuation*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, Sjedinjene Američke Države 2010.

[2] S. A. Browerman, *Mathematics of Investment and Credit*, ACTEX Publications, Inc., Winsted, Connecticut, Sjedinjene Američke Države, 2010.

[3] B. Basrak, *Uvod u aktuarsku matematiku,* Zagreb, 2017.

[4] US Digital Video Ad Spending, by Device, 2014-2020, dostupno na https://www.emarketer.com/Chart/US-Digital-Video-Ad-Spending-by-Device-2014-2020-billions-change/186691

[5] Online video platforms market share table, dostupno na https://www.datanyze.com/market-share/online-video/

[6] Future subscribers and view predictions YouTube (next 5 years), dostupno na

https://socialblade.com/youtube/user/youtube/futureprojections

[7] A. Damodaran, Valuing Young, Start-up and Growth Companies: Estimation Issues and Valuation Challenges, Stern School of Business, New York University, 2009.

7. Sažetak

Ovaj rad opisuje na koji se način može procijeniti vrijednost brzorastućih poduzeća. Da bi se moglo opisati kako procijeniti brzorastuće poduzeće, najprije je bilo potrebno proći kroz osnovne financijske pojmove te potom obraditi temu procjene poduzeća i brzorastućih poduzeća, a na kraju sve prikazati kroz praktični primjer procjene hrvatskog brzorastućeg poduzeća.

Na samom početku rada prikazano je kako se obračunavaju kamatne stope. Nakon što su definirani osnovni pojmovi, rad prikazuje principe složenog kamatnog računa koji daje uvid kako se vrijednost novca mijenja. S obzirom da na investicije gledamo kao na tokove novca, jedan od bitnih alata investitora, jest i izračun sadašnje vrijednosti budućih novčanih tokova.

Nakon poglavlja o kamatama, rad se detaljnije bavi procjenom vrijednosti anuiteta koji opisuju sustavne novčane isplate koje se često mogu vidjeti prilikom isplata dividendi, mjesečne otplate kredita, itd. Zatim je izvedena je formula za izračun vrijednosti dionica, pomoću modela diskontiranja dividendi, koja opisuje osnovni princip izračuna vrijednosti poduzeća.

Glavna razlika procjene vrijednosti poduzeća u odnosu na model diskontiranja dividendi je u tome što dividende predstavljaju tok novca poduzeća dostupan samo dioničarima, dok se kod modela diskontiranih novčanih tokova diskontira tok novca dostupan svim investitorima. Tok novca dostupan svim investitorima poduzeća nazvan je slobodnim tokom novca. Za izračun slobodnog toka novca, prema povijesnim podacima i poslovnom planu, procjenjuju se slobodni tokovi novca u budućnosti. Nakon što se slobodni tok novca procijeni, on se diskontira za težinski prosjek troška kapitala te se time dobije sadašnja vrijednost poduzeća. Dodatno, dijeljenjem vrijednosti poduzeća s brojem dionica dobije se vrijednost poduzeća po dionici.

Za izračun vrijednosti brzorastućih poduzeća najprije procjenjujemo buduće tržište i buduće tokove novca, a potom tu procjenu koristimo kako bismo procijenili prethodne tokove. Nakon što se procijene tokovi novca diskontiranjem toka novca za težinski prosjek troška kapitala dobijemo vrijednost brzorastućeg poduzeća.

Na kraju, u radu se prikazuje praktičan primjer procjene hrvatskog brzorastućeg poduzeća, Vibbyja.

8. Summary

This paper describes how to evaluate the value of fast-growing companies. To be able to describe how to assess a fast-growing company, firstly, it was necessary to define basic financial terms and then address the issue of companies’ and fast-growing companies’ evaluation. Finally, evaluation process and financial terms are shown through a practical example of a Croatian fast-growing company.

The interest rate calculation is analyzed at the very beginning of the paper. After definition of basic terms, the paper presents the principles of a complex interest rate calculation, which shows a change of the value of money. Considering investments as the cash flow, one of important investors’ tools, is the calculation of present value of future cash flows.

After the interests' part, the paper is focused on evaluation of annuity values, which describe systematic cash payments, such as dividends' payments, monthly loan repayments etc. Then the formula for calculation of shares’ value is derived, by the dividends discounting model, which describes the main principle of the calculation of company’s value.

The main difference between evaluation of company's value and the dividends' discounting model is in a fact that dividends present cash flow which is available to shareholders only, while the DCF method discounts cash flow available to all investors. Cash flow, which is available to all company's investors is called free cash flow. For the calculation of free cash flow by historical data and business plan, future free cash flows are estimated. Secondly, estimated free cash flow is discounted for weighted average capital flow. Gained value is current value of company. What is more, dividing the company's value and shares' quantity, defines company's value per share.

For calculation of fast-growing companies' values future market and future cash flows are estimated first. Previous cash flows are estimated by those values. The fast-growing company's value is evaluated by estimated cash flows and discounting the cash flow for weighted average capital flow.

In the end, the paper shows practice of fast-growing company's evaluation through Croatian example, Vibby.

9. Životopis

Moje ime je Tomislav Biljanić. Rođen sam 15. siječnja 1992. godine u Zagrebu. Pohađao sam osnovnu školu Žuti brijeg, a tijekom srednjoškolskog obrazovanja sam pohađao III. gimnaziju. Obje škole sam pohađao u Zagrebu. Trenutno sam neoženjen.

Nakon srednje škole upisao sam Matematički odsjek (smjer: inženjerska matematika) na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu. Nakon završenog preddiplomskog studija, upisao sam diplomski studij Financijska i poslovna matematika. Uz studij, tijekom studiranja, bio sam aktivan u neprofitnoj studentskoj udruzi eSTUDENT.

Trenutno imam stalno zaposlenje kao porezni savjetnik u kompaniji Ernst & Young Savjetovanje, gdje sam prethodno radio kao student na praksi.