

Analiza ukupnih rashoda lokalnih jedinica u razdoblju 2002-12

Šupljika, Matej

Master's thesis / Diplomski rad

2014

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:511676>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-09-23**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
MATEMATIČKI ODSJEK

Matej Šupljika

ANALIZA UKUPNIH RASHODA LOKALNIH JEDINICA U
RAZDOBLJU 2002.-2012.

Diplomski rad

Voditelj rada:

Prof. dr. sc. Katarina Ott

Zagreb, 2014.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana _____ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. _____, predsjednik

2. _____, član

3. _____, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom _____.

Potpisi članova povjerenstva:

1. _____

2. _____

3. _____

Sadržaj

Uvod.....	1
1. Struktura javnog sektora	2
1.1. Općenita struktura javnog sektora.....	2
1.2. Struktura javnog sektora u Hrvatskoj.....	5
2. Proračun	7
2.1. Konsolidirani proračun lokalnih jedinica	8
3. Linearna regresija.....	10
3.1. Povijest riječi „regresija“	10
3.2. Metodologija – Linearni regresijski model	10
3.3. Jednostavna linearna regresija	11
3.4. Procjena parametara	13
3.5. Reprezentativnost modela jednostavne linearne regresije.....	15
3.6. Pearsonov koeficijent korelacije	18
3.7. Statistički testovi normalnosti uzorka	20
3.7.1. Normalni vjerojatnosni graf	20
3.7.2. Lillieforsova inačica Kolmogorov Smirnovljeva testa	21
4. Analiza podataka.....	23
4.1. Analiza rashoda JLP(R)S	23
4.2. Usporedba ukupnih rashoda JLP(R)S i konsolidirane središnje države	26
4.3. Usporedba ukupnih rashoda JLP(R)S po lokalnim jedinicama	28
5. Rezultati linearne regresije.....	30
5.1. Povezanost ukupnih rashoda i ukupnih prihoda JLP(R)S.....	30
5.2. Povezanost rashoda i broja stanovnika po županijama 2011.	32
5.3. Povezanost rashoda po stanovniku i BDP-a po stanovniku županije	33
5.4. Povezanost rashoda Kontinentalne i Jadranske Hrvatske u razdoblju 2002.-2012.	37
5.5. Povezanost rashoda gradova i općina s indeksom razvijenosti	39
6. Zaključak.....	43
7. Literatura	45
8. Sažetak	48
9. Summary	49
10. Životopis	50
Dodatak 1	51

Uvod

Lokalna vlast vrlo je bitna razina u raspodjeli vlasti jer omogućuje državi da što bolje razumije preferencije stanovništva ne samo na većim, već i na manjim geografskim područjima. U Hrvatskoj je stoga već 2001. godine započeo proces fiskalne decentralizacije, čime bi se lokalnoj vlasti dao dovoljan stupanj odgovornosti kako bi ona mogla ostvariti potrebe lokalnog stanovništva. Na taj bi se način određene obaveze, npr. socijalne naknade, prebacile na niže razine vlasti ([16]). Dinamika tog prebacivanja je takva da je Hrvatska i dalje visoko centralizirana zemlja, u kojoj i dalje većinu ovlasti ima središnja država ([3], [4], [5]). Kako stanovništvo putem izbora bira svoje predstavnike, i to na lokalnoj i državnoj razini, ono očekuje da će izabrana vlast racionalno trošiti dostupna sredstva. Racionalnost podrazumijeva efikasnu distribuciju tih sredstava u projekte i razvoj svakog geografskog područja. Lokalne jedinice svoja sredstva troše nejednako, što zbog društvenih i gospodarskih uvjeta, što zbog političkih i vlastitih interesa.

Kako rashodi lokalnih jedinica imaju direktan utjecaj na kvalitetu života stanovništva, cilj ovog rada je proučiti, analizirati i utvrditi kako su se rashodi općina, gradova i županija kretali u razdoblju 2002.-2012. te mogu li se ustanoviti ovisnosti o nekim varijablama. Kako su se ti rashodi u tom periodu gotovo udvostručili, promatra se jesu li su sve kategorije rashoda lokalnih jedinica rasle podjednako ili postoje razlike među njima.

U prvom poglavlju opisan je javni sektor i navedeni su osnovni pojmovi koji su nužni za razumijevanje rada. Definirane su sve razine vlasti, njihove funkcije i proračun, te rashodi po ekonomskoj klasifikaciji. U drugom poglavlju detaljno su obrađeni regresijska analiza i statistički testovi na kojima će se temeljiti rezultati rada. Definirani su koeficijenti na temelju kojih će se donositi zaključci o provedenim analizama. Analiza podataka provodi se u trećem poglavlju i u njoj se promatraju vremenski trendovi podataka i proučavaju razlike među kategorijama rashoda i među vrstama lokalnih jedinica. Linearna zavisnost rashoda lokalnih jedinica o različitim pokazateljima koristeći jednostavnu linearnu regresiju proučava se u četvrtom poglavlju. U petom poglavlju nalaze se zaključci dobiveni provođenjem analize podataka i regresijske analize. U šestom poglavlju dan je kratak sažetak cijelog rada.

Poglavlje 1

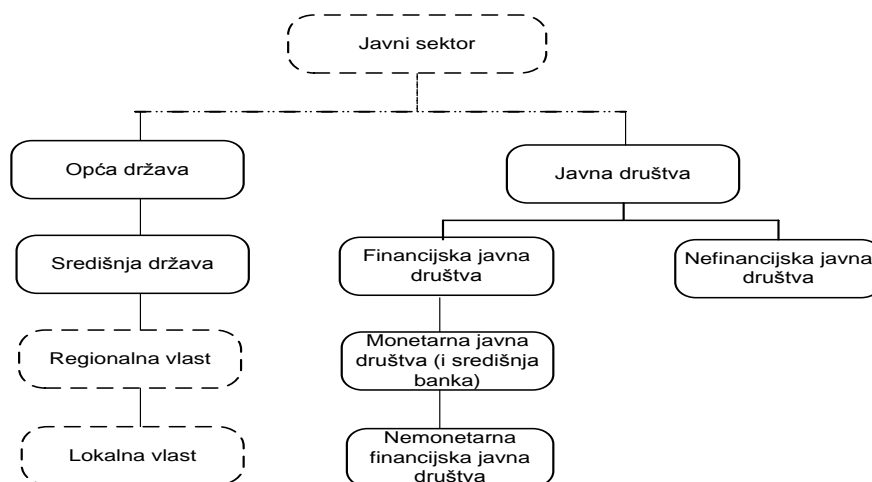
1. Struktura javnog sektora¹

1.1. Općenita struktura javnog sektora

Javni sektor dijeli se na opću državu i javna društva. Zbog teme ovog diplomskog rada bit će dovoljno promatrati opću državu i njezinu daljnju podjelu.

Sektor opće države sastavljen je od svih državnih jedinica i neprofitnih institucija koje kontrolira i uglavnom financira država. Drugim riječima, *opća država* predstavlja središnju državu (proračunski i izvanproračunski korisnici državnog proračuna) u koju su uključeni i proračunski i izvanproračunski korisnici županijskih, gradskih i općinskih proračuna. Podsektori koji čine opću državu su:

- središnja država
- savezne države
- provincijske ili regionalne i lokalne vlasti.



HEMA 1.1. Struktura javnog sektora

Izvor: Izrada autora na temelju [1]

¹ Poglavlje 1 temelji se na [1], [2]

U većini država ne postoje sve tri razine, već postoji samo središnja država i jedna niža razina vlasti.

Središnja država najviša je razina fiskalne vlasti koja postoji na području neke države. Ona može uvoditi poreze rezidentnim institucionalnim jedinicama i nerezidentnim jedinicama koje su uključene u ekonomske aktivnosti unutar države. Također, ona snosi odgovornost pružanja javnih usluga stanovništvu, kao što su nacionalna obrana, javni red i sigurnost, obrazovanje, zdravstvo, itd. Financije središnje države čine glavninu utjecaja fiskalne politike na inflacijske i deflacijske pritiske u gospodarstvu. Tijela središnje države donose odluke te formuliraju i provode politike usmjerene na ostvarenje nacionalnih ekonomskih ciljeva. To je jedina razina države kojoj je glavni cilj upravo nacionalna politika.

Državne jedinice obavljaju funkcije države kao svoju primarnu djelatnost, a to ujedno znači da imaju zakonodavnu, pravosudnu ili izvršnu vlast nad drugim institucionalnim jedinicama na određenom teritoriju. Kako bi državna jedinica udovoljila definiciji institucionalne jedinice ona mora:

- raspolagati vlastitim sredstvima koja dobiva oporezivanjem ili primanjem transfera od drugih državnih jedinica
- imati ovlaštenje da raspoláže ukupnim ili djelomičnim iznosom sredstava radi postizanja ciljeva svoje politike
- biti u stanju zaduživati se za vlastiti račun

Većina ministarstava, odjela, agencija i odbora koji čine državu nisu institucionalne jedinice, već moraju biti jedna jedinica. Razlog tome je što ta tijela uglavnom nemaju ovlaštenje za posjedovanje imovine i preuzimanje obveza, odnosno za samostalno vođenje transakcija.

Izvanproračunski korisnici na državnoj razini su institucije koje ispunjavaju sljedeće kriterije:

- država ima odlučujući utjecaj na upravljanje
- izvor financiranja je namjenski prihod
- evidentirane su u registru korisnika proračuna.

Najbolji primjer su izvanproračunski fondovi te trgovačka društva (javna poduzeća). *Izvanproračunski fondovi* su državna tijela kao samostalne pravne osobe sa znatnim stupnjem autonomije koja uključuje samostalno odlučivanje o visini i strukturi izdataka te o izvorima

prihoda. Oni se najčešće osnivaju radi obavljanja posebnih funkcija kao što su izgradnja cesta, pružanje obrazovnih usluga i sl.

Savezne države, provincije ili regije najveća su geografska područja na koja se država može podijeliti zbog političkih ili administrativnih razloga. *Regionalna vlast* treba raspolagati imovinom, vlastitim sredstvima, biti u mogućnosti stvarati obveze te trošiti ili alocirati barem dio poreza ili drugih prihoda u skladu s vlastitom politikom. Ona može uvoditi poreze rezidentima te privatnim i pravnim osobama koje obavljaju ekonomsku djelatnost na njihovom području. Ako regionalne vlasti ovise isključivo o pomoći središnje države, mogu se smatrati agencijom središnje države.

Regionalna država obično ima fiskalna ovlaštenja ubiranja poreza od pravnih osoba, rezidenata koji se bave ekonomskom djelatnošću na njezinom području. Regionalna razina vlasti ili *regija* je područje s jasnim i prepoznatljivim granicama ili obilježjima koja je dio države ili druge teritorijalne jedinice. Regija može biti općina, grad, županija, skupina županija ili država. Ova razina vlasti ima fiskalnu, zakonodavnu i izvršnu vlast nad dijelom teritorija neke zemlje koja se obično sastoji od brojnih mjesta, ali se ne proteže na druge zemlje.

Zakonodavna i izvršna vlast *lokalne države* ograničena je na mala geografska područja koja su uglavnom osnovana zbog administrativnih i političkih razloga. Opseg ovlasti lokalne vlasti manji je od opsega regionalne vlasti. Lokalne vlasti su najčešće ovisne o pomoći viših razina fiskalne vlasti te mogu, ali ne moraju, imati pravo uvođenja poreza privatnim osobama koje su njihovi rezidenti ili pravnim subjektima koji obavljaju gospodarsku djelatnost na njihovom području. Ona, kao i regionalna vlast, treba raspolagati imovinom, vlastitim sredstvima, biti u mogućnosti stvarati obveze i trošiti ili alocirati barem dio prihoda koje ostvaruje. Najčešće funkcije lokalne vlasti su:

- obrazovanje
- primarna zdravstvena zaštita
- socijalna skrb
- zbrinjavanje komunalnog otpada
- opskrba vodom
- prostorno i urbanističko planiranje
- muzeji, galerije, knjižnice, itd.

1.2. Struktura javnog sektora u Hrvatskoj

Lokalne jedinice, tj. jedinice lokalne i područne (regionalne) samouprave, jesu općine, gradovi i županije čija tijela obavljaju funkcije, izvršavaju zadaće i donose programe propisane zakonom i odlukama donesenim na temelju zakona, za što sredstva osiguravaju u svom proračunu i u financijskom planu proračunskih korisnika.

Općina je jedinica lokalne samouprave koja se, u pravilu, osniva za područje više naseljenih mjesta koja predstavljaju prirodnu, gospodarsku i društvenu cjelinu te koja su povezana zajedničkim interesima stanovništva.

Grad je jedinica lokalne samouprave u kojoj je sjedište županije te svako mjesto koje ima više od 10.000 stanovnika. On ujedno predstavlja urbanu, povijesnu, prirodnu, gospodarsku i društvenu cjelinu. U sastav grada kao jedinice lokalne samouprave mogu biti uključena i prigradska naselja koja s gradskim naseljem čine gospodarsku i društvenu cjelinu te su s njim povezana dnevnim migracijskim kretanjima i svakodnevnim potrebama stanovništva od lokalnog značenja. Također je moguće da se gradom proglasi i mjesto koje ne zadovoljava ove uvjete i to zbog povijesnih, gospodarskih i geoprometnih razloga.

Veliki grad je jedinica lokalne samouprave koja je ujedno gospodarsko, financijsko, kulturno, zdravstveno, prometno i znanstveno središte razvitka šireg okruženja i koja ima više od 35.000 stanovnika. Veliki gradovi sa više od 35.000 stanovnika, koji su ujedno i sjedišta županija, pored poslova lokalne vlasti na svom području mogu obavljati i poslove iz djelokruga županije.

Županija je jedinica područne (regionalne) samouprave čije područje predstavlja prirodnu, povijesnu, prometnu, gospodarsku, društvenu i samoupravnu cjelinu, a ustrojava se radi obavljanja poslova od područnog (regionalnog) interesa.

Grad Zagreb, kao glavni grad Hrvatske, posebna je i jedinstvena, teritorijalna i upravna cjelina kojoj se ustrojstvo uređuje Zakonom o Gradu Zagrebu. Grad Zagreb ima status grada i županije što znači da je njegova uprava i samouprava organizirana samo na razini grada kao cjeline.

Središnja državna administracija	Čine ju i središnji uredi za državnu upravu u svih 20 županija (uz predstavnike ministarstava i autonomnih tijela središnjih državnih agencija).
Županije	Uključivši grad Zagreb, sa 780 000 stanovnika te 20 županija čine drugu, posredničku razinu lokalne vlasti.
Lokalna vlast	Gradovi (njih 126), uglavnom urbana središta, s ukupno 3 milijuna stanovnika i općine (njih 429), uglavnom ruralna naselja sa 1.4 milijuna stanovnika čine prvu (osnovnu) razinu, tzv. lokalnu samoupravu.

Tablica 1.2. Sastavnice razina vlasti

Izvor: Izrada autora na temelju [\[1\]](#)

Jedinice lokalne uprave i samouprave u Hrvatskoj definirane su donošenjem Ustava 1990. i proglašenjem neovisnosti 1991. Od 2001. razlike između upravnih i samoupravnih funkcija više ne postoje. Na taj je način izbrisana razlika među lokalnim jedinicama, ali županije još uvijek predstavljaju ključna upravno-administrativna tijela koja za cilj imaju ravnomjeran razvitak općina i gradova na svom području.

Na području Hrvatske nalazi se 429 općina, 126 gradova, Grad Zagreb (koji ima status grada i županije) i 20 županija, što ukupno čini 556 jedinica lokalne i 20 jedinica područne (regionalne) samouprave. Uzimajući u obzir površinu i broj stanovnika, Hrvatska ima velik broj lokalnih jedinica, koje se znatno razlikuju po veličini, gustoći naseljenosti i stupnju gospodarskog razvitka. Odluku o osnivanju lokalnih jedinica od 2003. donosi novoosnovani Središnji ured za državnu upravu i to na temelju mišljenja Ministarstva financija, županija i drugih lokalnih jedinica. Svaka lokalna jedinica ima predstavnička tijela (gradsko vijeće, općinsko vijeće ili županijska skupština), čiji su članovi izravno izabrani na izborima te izvršna tijela (gradonačelnik, gradsko poglavarstvo, općinski načelnik, općinsko poglavarstvo, županijsko poglavarstvo, župan) koja imenuje predstavničko tijelo iz redova svojih članova.

Poglavlje 2

2. Proračun²

Proračun je plan prihoda i rashoda za neko vremensko razdoblje. U Hrvatskoj postoje tri razine proračuna:

- državni proračun
- proračuni izvanproračunskih korisnika državnog proračuna
- proračuni jedinica lokalne i područne (regionalne) samouprave,

od kojih svaka ima vlastite prihode i rashode.

Državni proračun sastoji se od općeg i posebnog dijela. Opći dio obuhvaća račun prihoda i rashoda te račun financiranja, dok posebni dio sadrži plan rashoda proračunskih korisnika raspoređenih po organizacijskoj i ekonomskoj klasifikaciji te po tekućim i razvojnim programima. Račun prihoda i rashoda predstavlja preglednu klasifikaciju godišnje zarade (prihoda) i godišnje potrošnje (rashoda). Na računu financiranja, država evidentira što čini s eventualnim viškom sredstava kad su prihodi veći od rashoda, tj. na koji način financira eventualni manjak kada su rashodi veći od prihoda.

Najznačajnije kategorije prema ekonomskoj klasifikaciji ukupnih rashoda središnje države su:

- rashodi za zaposlene
- materijalni rashodi
- kamate
- subvencije
- pomoći
- naknade građanima
- ostali rashodi.

Uvodimo pojam konsolidacije proračuna, tj. iskazivanja financijskih podataka više povezanih proračuna kao da se radi o jednom subjektu. Ona eliminira sve međusobne transakcije među subjektima koji se konsolidiraju u svrhu izbjegavanja njihovog mogućeg udvostručavanja.

² Poglavlje 2 temelji se na [\[1\]](#), [\[21\]](#), [\[27\]](#)

Proračun opće države je zbroj sve tri razine proračuna i naziva se *konsolidirani proračun opće države*. Iz njega su izuzeti svi transferi između države, izvanproračunskih korisnika i lokalnih jedinica. Možemo reći da on reflektira stvarnu količinu javnih sredstava koja su prikupljena i potrošena u čitavoj državi.

Konsolidirani proračun središnje države predstavlja zbroj prihoda i rashoda dvaju proračuna: državnog proračuna i proračuna izvanproračunskih korisnika, gdje su eliminirane transakcije među njima.

2.1. Konsolidirani proračun lokalnih jedinica

Po Zakonu o lokalnoj i područnoj (regionalnoj) samoupravi (vidi [\[26\]](#)), svaka jedinica lokalne i područne (regionalne) samouprave dužna je imati svoj proračun koji donosi njezino predstavničko tijelo.

Proračun lokalnih jedinica je financijski dokument jedinice lokalne i područne (regionalne) samouprave kojim se procjenjuju prihodi (primitci) te utvrđuju rashodi (izdatci) za jednu godinu. On mora biti uravnotežen te stoga ukupni prihodi trebaju biti jednaki ukupnim rashodima. Iako svaka lokalna jedinica ima svoj proračun, svi proračuni vode se na razini države kao jedinstveni proračun lokalnih jedinica te stoga nije potrebno ulaziti u analizu proračuna svake lokalne jedinice. Sredstva proračuna rabe se za financiranje poslova, funkcija i programa tijela lokalnih jedinica i korisnika proračuna i to u visini koja je nužna za njihovo obavljanje.

Korisnici lokalnih proračuna su institucije koje je osnovala lokalna jedinica, a financiraju se većim dijelom iz lokalnog proračuna. Dijele se na:

- *Proračunske korisnike lokalnih jedinica* - tijela, ustanove, vijeća i manjinske samouprave čiji se rashodi za zaposlene i/ili materijalni rashodi financiraju iz proračuna lokalne jedinice te se one kao institucije navode u registru korisnika proračuna.
- *Izvanproračunske korisnike lokalnog proračuna* - pravne osobe u kojima lokalne jedinice imaju odlučujući utjecaj na upravljanje, a financiraju se djelomično iz proračuna i djelomično od prihoda vlastite djelatnosti.
 - Svaki izvanproračunski korisnik vodi svoj vlastiti proračun koji se naziva *financijski plan*.

- Njihovi prihodi i rashodi, odnosno primitci i izdatci, nisu sastavni dio lokalnih proračuna već su dio konsolidiranog proračuna lokalnih jedinica.

Poglavlje 3

3. Linearna regresija³

Regresijska analiza jedna je od osnovnih statističkih metoda za proučavanje matematičkih modela koji opisuju veze među varijablama. Pomoću modeliranih veza moguće je donijeti određena predviđanja te razne druge statističke zaključke.

3.1. Povijest riječi „regresija“

Riječ „*regresija*“ prvi je put korištena u današnjem kontekstu od strane Sir Francis Galtona, koji je analizirao visine sinova i prosječne visine njihovih roditelja. Opažanjima je zaključio da su sinovi vrlo visokih (ili niskih) roditelja većinom viši (niži) od prosjeka, ali nisu visoki (niski) kao njihovi roditelji. Ovaj rezultat objavljen je 1885. pod naslovom „*Regression Toward Mediocrity in Hereditary Stature*“. U ovom kontekstu pojam „*regresija*“ sugerira da su visine sinova više težile prosjeku nego ekstremnim vrijednostima.

Pojam „*regresijska analiza*“ od tada se razvio do te mjere da obuhvaća analizu podataka koja uključuje dvije ili više varijabli, kako bi se moglo predvidjeti buduća kretanja promatrane varijable. Proučavanje veza među varijablama koristi se u svim sferama života. Voditelju marketinga u nekoj firmi jako je važna veza, tj. relacija, između novca potrošenog na reklamu i povećanja prodaje proizvoda. Npr. ako se pokaže da ulaganje u reklamu povećava prodaju, tada će se još više ulagati u reklamiranje kako bi se ostvario još veći profit.

3.2. Metodologija – Linearni regresijski model

Opći regresijski model ima oblik

$$Y = f(X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(k)}) + \varepsilon,$$

gdje je f neka funkcija, a ε slučajna pogreška.

Ako se pretpostavi da je funkcija f linearna, tada je riječ o *linearnoj regresiji* te model ima oblik

³ Poglavlje se temelji na [\[6\]](#), [\[11\]](#), [\[22\]](#), [\[23\]](#)

$$Y = \alpha + \beta_1 X^{(1)} + \beta_2 X^{(2)} + \dots + \beta_k X^{(k)} + \varepsilon.$$

Y je zavisna varijabla koju zovemo i varijabla odziva, dok su $X^{(i)}, i = 1, \dots, k$, nezavisne varijable koje se često nazivaju varijablama poticaja. $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ su parametri modela.

Gornji model može se zapisati po komponentama:

$$Y_j = \alpha + \beta_1 X_j^{(1)} + \beta_2 X_j^{(2)} + \dots + \beta_k X_j^{(k)} + \varepsilon_j, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Linearnost znači da pravac predstavlja relaciju, tj. vezu između varijabli Y_j i X_j . Također, linearnost se odnosi na način na koji se parametri i greške relacije pojavljuju u jednadžbi regresije, a ne na odnos među varijablama. Stoga, varijable mogu biti transformirane određenom funkcijom.

3.3. Jednostavna linearna regresija

Jednostavna linearna regresija predstavlja najjednostavniji regresijski model pomoću kojeg je prikazana linearna veza između zavisne varijable Y i nezavisne varijable X . Formalno, ovaj model može se zapisati na sljedeći način:

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon,$$

gdje su α i β nepoznati parametri, a ε slučajna pogreška. Dakle, radi se o linearnom regresijskom modelu gdje je $k = 1$.

Polazne pretpostavke modela jednostavne linearne regresije su:

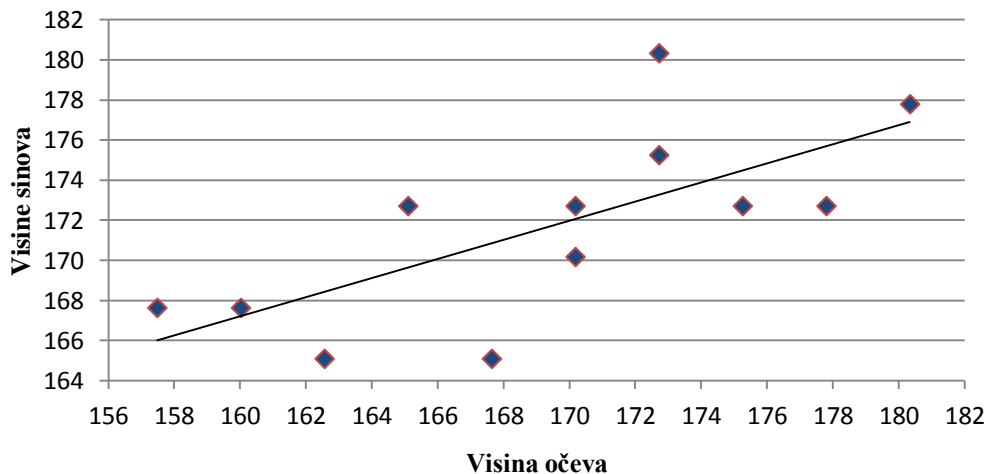
- i. Veza između zavisne varijable Y i nezavisne varijable X je linearna.
- ii. Varijabla X je deterministička varijabla, tj. njene vrijednosti su fiksne u ponovljenim mjerenjima.

Podaci su zadani sljedećim vektorima dimenzije n , $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ i $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$.

Kada se promatra veza između dvije varijable, analiza započinje grafičkim prikazom podataka na način da je jedan podatak jedna točka na grafu. Tako se dolazi do grafa raspršenja. *Graf raspršenja* je dvodimenzionalni graf na kojemu su na x -osi prikazane vrijednosti nezavisne varijable X , a na y -osi vrijednosti zavisne varijable Y . On pokazuje da li se točke grupiraju oko

pravca ili oko neke krivulje te se na taj način određuje vrsta veze, ali i smjer i jakost te povezanosti. Ta veza često se naziva *korelacijom*. Ako ona postoji, tada ona može biti pozitivna ili negativna. Kasnije u tekstu će se objasniti kako se mjeri linearna korelacija između varijabli.

Na sljedećoj slici prikazan je dijagram raspršenja i regresijski pravac za podatke iz rada Sir Francis Galtona pomoću kojih je donio svoje zaključke.



Slika 3.2.1. Dijagram raspršenja i pravac regresije za podatke iz rada Sir Francis Galtona

Izvor: Izrada autora na temelju [6]

Ako se pretpostavi da se podaci mogu aproksimirati pravcem, regresijski pravac zadan je jednačbom

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x.$$

Parametre $\hat{\alpha}$ i $\hat{\beta}$ mogu se procijeniti raznim metodama (npr. metoda maksimalne vjerodostojnosti, Bayesova linearna regresija...), dok se najčešće koristi metoda najmanjih kvadrata. Aproksimativni regresijski pravac prolazi između stvarnih točaka promatranih varijabli na način da najbolje tumači vezu između njih. Drugim riječima, pravac sa tako procijenjenim parametrima omogućuje da odstupanja ε_i budu najmanja. *Rezidual* ε_i , tj. slučajna pogreška, je mjera devijacije pravca y_i od vrijednosti procijenjene regresijskim pravcem \hat{y}_i :

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i.$$

Polazi se od pretpostavke da su ε_i normalno distribuirane slučajne varijable s jednakom varijancom, tj. $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$. Ta nepromjenjivost, tj. homoskedastičnost varijance znači da varijacije slučajnih odstupanja od regresije ne ovise o razini varijable x . Dakle, reziduali moraju zadovoljavati Gauss-Markovljeve uvjete:

- i. $\mathbb{E}[\varepsilon_j] = 0, \forall j = 1, \dots, n$ (reziduali relacije u prosjeku ne utječu na zavisnu varijablu)
- ii. $Cov(\varepsilon_j, \varepsilon_s) = \mathbb{E}[\varepsilon_j \varepsilon_s] = 0, \forall j, s = 1, \dots, n$ t.d. je $j \neq s$ (nekoreliranost reziduala)
- iii. $Var[\varepsilon_j] = \sigma^2 > 0, \forall j = 1, \dots, n$ (homoskedastičnost varijance)

3.4. Procjena parametara

Odstupanja procijenjenih vrijednosti (\hat{y}_i) od stvarnih vrijednosti (y_i) mogu biti pozitivna i negativna. Kako se te vrijednosti međusobno ne bi poništile, metoda najmanjih kvadrata minimizira sumu kvadrata reziduala, R :

$$\min R(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \min \sum_{i=1}^n e_i^2 = \min \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i)^2.$$

Za točku minimuma gornje funkcije vrijedi da su njene prve parcijalne derivacije jednake 0. Deriviranjem gornjeg izraza po $\hat{\alpha}$, odnosno $\hat{\beta}$, te izjednačavanjem s nulom dolazi se do sljedeća dva izraza:

$$\frac{\delta R(\hat{\alpha}, \hat{\beta})}{\delta \alpha} = \sum_{i=1}^n 2(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i)(-1) = 0$$

$$\frac{\delta R(\hat{\alpha}, \hat{\beta})}{\delta \beta} = \sum_{i=1}^n 2(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i)(-x_i) = 0$$

Iz toga slijedi:

$$\sum_{i=1}^n y_i - n\hat{\alpha} - \hat{\beta} \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i - \hat{\alpha} \sum_{i=1}^n x_i - \hat{\beta} \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0,$$

što su *normalne jednadžbe* iz kojih se mogu direktno izračunati procjenitelji najmanjih kvadrata, α i β . Dijeljenjem prve jednadžbe sa n dobiva se da je $\bar{y} - \hat{\alpha} - \hat{\beta}\bar{x} = 0$, tj.

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x},$$

gdje je $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$ srednja vrijednost svih y_i i $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ srednja vrijednost svih x_i . Dobiveni izraz za $\hat{\alpha}$ sada se uvrštava u drugu jednadžbu gornjeg sustava:

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - \frac{1}{n} \hat{\beta} \sum_{i=1}^n x_i \right) \sum_{i=1}^n x_i - \hat{\beta} \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0.$$

Slijedi:

$$\hat{\beta} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \hat{\beta} \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i,$$

iz čega slijedi jednadžba za $\hat{\beta}$:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

Dakle, iz zahtjeva da zbroj reziduala bude minimalan, metodom najmanjih kvadrata došli smo do normalnih jednadžbi čija su rješenja procjene traženih koeficijenata regresijskog pravca:

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x},$$

$$\hat{\beta} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}.$$

Radi jednostavnosti uvode se sljedeće oznake:

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2,$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2,$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}).$$

Na taj način može se procijeniti regresijski pravac $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$. Parametar $\hat{\alpha}$ je konstantni član, tj. vrijednost zavisne varijable u slučaju kada je nezavisna varijabla jednaka nuli. Parametar $\hat{\beta}$ predstavlja koeficijent smjera, tj. nagib regresijskog pravca koji može biti pozitivnog i negativnog predznaka, ovisno o smjeru veze među varijablama. Taj parametar može se tumačiti kao promjena zavisne varijable ukoliko nezavisna varijabla poraste za jednu jedinicu.

3.5. Reprezentativnost modela jednostavne linearne regresije

Nakon procjene parametara regresijskog pravca, postavlja se pitanje reprezentativnosti ovog modela, tj. koliko se promjena varijable Y može pripisati promjeni varijable X , a koliko slučajnoj pogrešci ε . Svaki opaženi y_i može se zapisati kao zbroj dviju komponenti,

$$y_i = (\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i) + (y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i),$$

gdje prvi izraz na desnoj strani predstavlja i -tu komponentu procjenjenog regresijskog pravca \hat{y} , dok drugi izraz označava rezidual, tj. odstupanje od linearne relacije. U idealnoj situaciji gdje sve točke leže na pravcu svi reziduali su nula te su sve vrijednosti y -a prikazane preko linearne ovisnosti o x -u. SSE je zbroj kvadrata reziduala koja je definirana sljedećom jednadžbom

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i)^2 = S_y^2 - \hat{\beta}^2 S_x^2.$$

SSE predstavlja općenitu mjeru odstupanja od linearnosti, tj. odstupanja regresijskih vrijednosti od opaženih. S_y^2 može se izraziti kao dekompozicija dviju komponenti,

$$S_y^2 = SSE + \hat{\beta}^2 S_x^2.$$

S_y^2 predstavlja ukupnu varijabilnost svih vrijednosti od y prikazanu kao zbroj kvadrata. U gornjoj dekompoziciji, prvi izraz na desnoj strani označava sumu kvadrata koja se može objasniti linearnom relacijom, dok drugi izraz predstavlja sumu kvadrata reziduala. U idealnoj situaciji, gdje sve točke leže na pravcu, SSE je jednaka nuli. Tada se S_y^2 u potpunosti može objasniti činjenicom da vrijednosti od x -a variraju i da je linearna veza između y -a i x -a jedini uzrok varijabilnosti vrijednosti od y -a.

Neka je

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2,$$

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2.$$

SSR i SST predstavljaju sume kvadrata odstupanja procijenjenih, odnosno originalnih vrijednosti od aritmetičke sredine zavisne varijable. Sljedeća relacija naziva se *jednadžba analize varijance*:

$$SST = SSR + SSE.$$

Reprezentativnost regresijskog modela može se izmjeriti pomoću koeficijenta varijacije, standardne pogreške regresije i koeficijenta determinacije.

Varijanca regresije predstavlja prosječno kvadratno odstupanje opaženih vrijednosti zavisne varijable od procijenjenih vrijednosti. Iz pretpostavke da vrijedi $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ slijedi da je zbroj kvadrata reziduala slučajna varijabla sa distribucijom koja je proporcionalna

χ^2 - distribuciji sa $(n - 2)$ stupnja slobode, jer se analizira n podataka, uz procjenu jednog parametra. Dakle,

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \sim \sigma^2 \chi^2(n - k - 1).$$

Kako je očekivana vrijednost χ^2 - distribucije jednaka broju stupnjeva slobode i $k = 1$, slijedi da je očekivana vrijednost sume kvadrata reziduala upravo jednaka

$$\mathbb{E} \left[\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \right] = \sigma^2(n - 2).$$

Iz tog izraza slijedi izraz za varijancu regresije:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n - 2},$$

koja je ujedno i nepristrani procjenitelj za σ^2 .

Standardna greška, tj. standardna devijacija regresije, pokazuje prosječno odstupanje opaženih vrijednosti od procijenjenih. Jednaka je drugom korijenu varijance regresije:

$$\sigma = \sqrt{\hat{\sigma}^2} = \sqrt{\frac{SSE}{n - 2}}.$$

Što su varijanca i standardna devijacija regresije manji, to je model bolji. Razlog tome je činjenica da je tada i vrijednost od SSE manja, što znači da su i odstupanja od pravca manja. Problem ovog pokazatelja je vrlo teška usporedba reprezentativnosti modela s različitim mjernim jedinicama jer je standardna devijacija izražena u istim mjernim jedinicama kao i vrijednosti zavisne varijable.

Koeficijent varijacije regresije je relativni pokazatelj reprezentativnosti regresijskog modela koji eliminira problem koji se javlja kod standardne devijacije regresije. On predstavlja postotak standardne greške u aritmetičkoj sredini varijable y :

$$V = \frac{\sigma}{\bar{y}} \cdot 100\%.$$

Najmanja vrijednost koju ovaj koeficijent može poprimiti je 0%, dok najveća vrijednost nije definirana. Model je bolji ako je koeficijent varijacije bliži nuli. Za model kažemo da je reprezentativan ukoliko je $V < 10\%$.

Reprezentativnost modela može se odrediti i preko *koeficijenta determinacije*. On je jednak omjeru sume kvadrata odstupanja procijenjenih vrijednosti i ukupne sume kvadrata odstupanja

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST} \in [0,1]$$

Što je R^2 bliže jedinici, zbroj kvadrata reziduala je manji te je prilagodba modelu bolja. Drugim riječima, koeficijent varijacije nam govori koliko smo „bolje prošli“ koristeći regresijsku jednadžbu, a ne vrijednost \bar{y} , kako bi predvidjeli y . Vrijednost ovog koeficijenta često se izražava u postotcima. Za model kažemo da dobro reprezentira podatke ako je $R^2 > 0.6$.

3.6. Pearsonov koeficijent korelacije

Linearna korelacija između varijabli X i Y mjeri se *Pearsonovim koeficijentom korelacije*, koji se često naziva i koeficijent korelacije uzorka. On je dan formulom

$$r_{XY} = \frac{S_{XY}}{\sqrt{S_{XX}S_{YY}}}$$

Koeficijent korelacije populacije, koji se često označava sa ρ , definira se kao

$$\text{Corr}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\sigma_X \sigma_Y}},$$

gdje je $\text{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] = \mathbb{E}[XY] - \mu_X \mu_Y$, dok su σ_X i σ_Y standardne devijacije od X i Y koje se interpretiraju kao prosječno odstupanje od prosjeka. Kovarijanca $\text{Cov}(X, Y)$ pokazuje kolika je povezanost u promjenama između 2 varijable, tj. da li su velike

(male) vrijednosti varijable X pridružene velikim (malim) vrijednostima druge varijable, varijable Y . Statistički r je uzorački analogon od ρ , a to se može vidjeti ako se populacijski parametri zamijene sa njihovim uzoračkim analogonima. Dakle, $Cov(X, Y)$ se zamijeni sa $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) / (n - 1)$, σ_X^2 sa $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / (n - 1)$ i σ_Y^2 sa $\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 / (n - 1)$. Koeficijent korelacije uzorka r smatra se procjeniteljem populacijske korelacije ρ . Pearsonov koeficijent korelacije može poprimiti vrijednosti između -1 i 1 . Predznak od r -a govori o tome da je li veza među varijablama pozitivna ili negativna, dok apsolutna vrijednost od r daje jačinu te povezanosti. Pozitivna korelacija, tj. pozitivna vrijednost koeficijenta r znači da povećanjem vrijednosti jedne varijable rastu vrijednosti druge varijable, dok za negativnu korelaciju vrijedi da vrijednosti druge varijable padaju. Dakle, vrijednost koeficijenta određuje smjer i jačinu korelacije, što je prikazano u tablici 3.6.1:

Pearsonov koeficijent	Jakost i smjer korelacije
-1	savršena negativna
<-1,-0.5]	jaka negativna
<-0.5,-0.3]	srednje jaka negativna
<-0.3,-0.1]	slaba negativna
<-0.1,0.1]	ne postoji ili je vrlo slaba
<0.1,0.3]	slaba pozitivna
<0.3,0.5]	srednje jaka pozitivna
<0.5,1]	jaka pozitivna
1	savršena pozitivna

Tablica 3.6.1. Vrijednosti Pearsonovog koeficijenta i jakost veze
 izvor: Izrada autora na temelju [22]

Linearna korelacija (tj. povezanost) varijabli testira se pomoću *testa koreliranosti*. Definicija hipoteze:

$$H_0: \rho = 0 \text{ (nema korelacije)}$$

$$H_1: \rho \neq 0 \text{ (postoji korelacija)}$$

Testna statistika je definirana s

$$T = \frac{R_{XY}}{\sqrt{1 - R^2}} \cdot \sqrt{n - 2} \sim t(n - 2).$$

3.7. Statistički testovi normalnosti uzorka

Pripadnost podataka, tj. reziduala, normalnoj distribuciji testira se grafički, normalnim vjerojatnosnim grafom te Lillieforsovom inačicom Kolmogorov Smirnovljeva testa.

3.7.1. Normalni vjerojatnosni graf

Neka je $y_{(1)}, y_{(2)}, \dots, y_{(n)}$ uređena realizacija slučajnog uzorka Y_1, Y_2, \dots, Y_n . Koristeći funkciju distribucije jedinične normalne razdiobe Φ definiraju se brojevi:

$$x_i = \Phi^{-1}\left(\frac{1-3/8}{n+1/4}\right), i = 1, 2, \dots, n.$$

U Kartezijevom koordinatnom sustavu prikazuju se parovi točaka $(x_i, y_{(i)})$, $i = 1, 2, \dots, n$. Dobiveni graf naziva se *normalni vjerojatnosni graf*. Ako je Y_1, Y_2, \dots, Y_n slučajni uzorak iz normalne distribucije $N(\mu, \sigma^2)$, tada za pripadne uređene statistike $Y_{(1)}, Y_{(2)}, \dots, Y_{(n)}$ vrijedi sljedeće:

$$\mathbb{E}[Y_{(i)}] \approx \mu + \sigma x_i, i = 1, 2, \dots, n.$$

Drugim riječima, točke $(x_i, y_{(i)}), i = 1, 2, \dots, n$ u normalnom vjerojatnosnom grafu moraju biti aproksimativno na pravcu $y = \mu + \sigma x$. Na temelju grafičkog testa ne može se sa sigurnošću tvrditi da uzorak dolazi iz normalne distribucije, već se može samo pretpostaviti normalnost uzorka.

3.7.2. Lillieforsova inačica Kolmogorov Smirnovljeva testa

Kako je određivanje normalnosti uzorka vrlo važan problem, razvijena je inačica Kolmogorov Smirnovljeva testa (KS-testa) za testiranje pripadnosti podataka normalnoj distribuciji s nepoznatim parametrima. Na samom početku potrebno je procijeniti parametre μ i σ^2 , i to pomoću statistika \bar{X}_n i S_n^2 . Polazni uzorak X_1, X_2, \dots, X_n normira se na sljedeći način:

$$Y_i = \frac{X_i - \bar{X}_n}{S_n}, i = 1, 2, \dots, n.$$

Sada se KS-testom testira dolaze li dobiveni podaci Y_1, Y_2, \dots, Y_n iz jedinične normalne razdiobe. Ako je F neprekidna funkcija distribucije uzorka Y_1, Y_2, \dots, Y_n , a F_0 pretpostavljena funkcija distribucije $N(0,1)$, testiraju se sljedeće hipoteze

$$H_0: F = F_0$$

$$H_1: F \neq F_0$$

Empirijska funkcija distribucija dana je sljedećom formulom:

$$\hat{F}_n(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{\{Y_i \leq y\}}, y \in \mathbb{R}.$$

Testna statistika:

$$D_n = \sup_{y \in \mathbb{R}} |\hat{F}_n(y) - F_0(y)| = \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \max \left\{ \left| \frac{i-1}{n} - F_0(y_{(i)}) \right|, \left| \frac{i}{n} - F_0(y_{(i)}) \right| \right\} \right\},$$

gdje je $y_{(1)}, y_{(2)}, \dots, y_{(n)}$ uređena realizacija slučajnog uzorka. Kritično područje zadano je sa $[d_\alpha(n), +\infty)$. Vrijednost od d_α za određeni n čita se iz Lillieforsove tablice, dok α označava razinu značajnosti.

Da bi se protumačili rezultati dobiveni statističkim testom, uvodi se pojam *p-vrijednosti*, tj. statističke značajnosti koja je definirana na slijedeći način

$$p - \text{vrijednost} = \mathbb{P}(D_n > d | H_0) = 1 - \mathbb{P}(D_n \leq d | H_0).$$

Ona govori koliko je vrijednost d daleko od kritičnog područja. Također, p - vrijednost se može definirati i kao vjerojatnost odbacivanja istinite hipoteze H_0 . Odluka o odbacivanju, odnosno prihvatanju, hipoteze H_0 donosi se na slijedeći način:

- $p - \text{vrijednost} \leq \alpha$: vrijednost d se nalazi u kritičnom području pa se odbacuje hipoteza H_0 u korist alternative H_1 na razini značajnosti α
- $p - \text{vrijednost} \geq \alpha$: vrijednost d se ne nalazi u kritičnom području pa se ne može odbaciti hipoteza H_0 u korist alternative H_1 na razini značajnosti α .

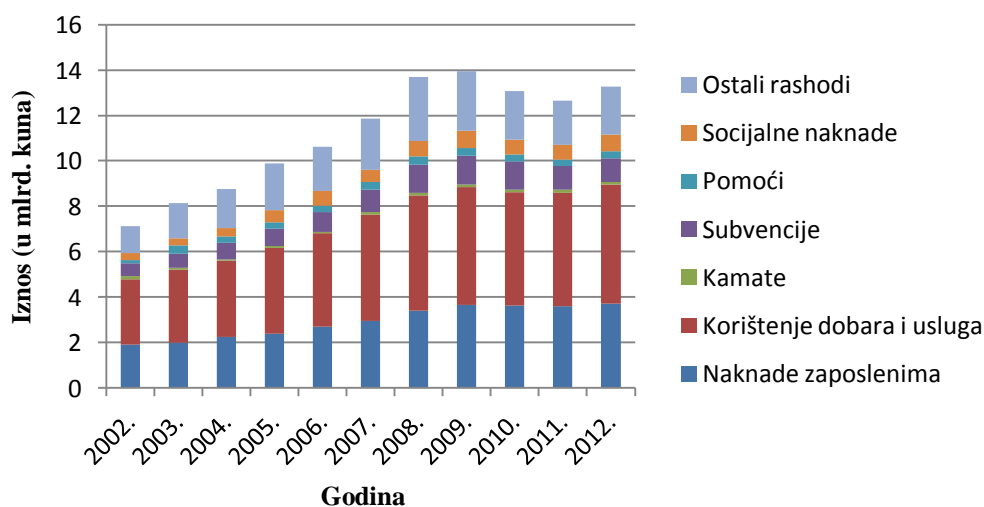
Poglavlje 4

4. Analiza podataka

U ovom poglavlju promatrat će se ukupni rashodi prema podacima za jedinice lokalne i područne (regionalne) samouprave u razdoblju 2002.-2012. U nastavku, radi jednostavnosti, jedinice lokalne i područne (regionalne) samouprave označavat će se s JLP(R)S. Kako postoji veliki broj lokalnih jedinica često dolazi do neodgovarajuće podjele funkcija i odgovornosti. S obzirom da se promatra jedan oblik vlasti, kod analize se neće uzimati u obzir mogućnost da se tijekom vremena obveze financiranja često prenose s jedne razine vlasti na drugu. Podaci na kojima su temeljene analize dostupni su na stranici Ministarstva financija ([15]). Oni su iskazani prema metodologiji Međunarodnog monetarnog fonda za statistiku državnih financija (Government Finance Statistics – GFS) 2001; što je međunarodno prihvaćen sustav prikupljanja i obrade podataka o financijskim aktivnostima države ([7], [12]). Od 2001. statistički izvještaji uključuju samo 53 najveće jedinice, koje sudjeluju sa 70-80% u ukupnim transakcijama (20 županija, Grad Zagreb i 32 ostala grada).

4.1. Analiza rashoda JLP(R)S

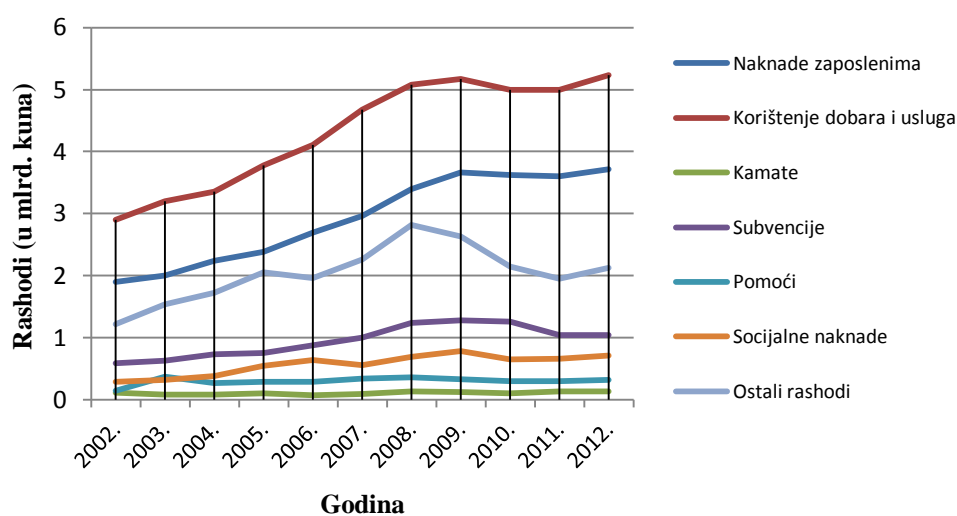
Rashodi JLP(R)S kategoriziraju se po ekonomskoj klasifikaciji na isti način kako je to bilo opisano u prošlom poglavlju.



Grafikon 4.1.1. Rashodi JLP(R)S po godinama i udjelima (u mlrd. kuna)

Izrada autora na temelju [24]

Sa grafikona 4.1.1. jasno se može vidjeti da najveći udio u rashodima lokalnih jedinica kroz godine čine sljedeće kategorije: korištenje dobara i usluga, naknade zaposlenima i ostali rashodi. Ukupni rashodi JLP(R)S na početku promatranog razdoblja, dakle 2002. iznosili su 7,1 mlrd. kuna, što je 3,4% BDP-a Hrvatske te godine. Povećavali su se sve do 2009. kada su dosegli 13,9 mlrd. kuna, što predstavlja povećanje od 1,9 puta. U sljedeće dvije godine ukupni rashodi su se smanjili, da bi 2012. iznosili 13,3 mlrd. kuna (4% BDP-a Hrvatske). Prestanak rasta ukupnih rashoda u Hrvatskoj direktna je posljedica stanja u svijetu. Naime, polovicom 2007. u Eurozoni se nazirala gospodarska kriza kada se raspao američki sustav hipotekarnih kredita zbog loših zajmova. Prava kriza u Eurozoni, pa tako i u Hrvatskoj, došla je 2008. kada je došlo do propasti Lehman Brothers-a, četvrte najveće investicijske kuće u Americi, koja je blokirala bilo kakvu kreditnu aktivnost te je naglo zaustavila investicije i gospodarski rast. Negativne posljedice te krize traju još i danas, od kojih zasigurno prednjači velika nezaposlenost.



Grafikon 4.1.2. Rashodi JLP(R)S po kategorijama kroz godine izraženi u mlrd. kuna

Izvor: izrada autora na temelju [24]

Najveći udio rashoda lokalnih jedinica čini korištenje dobara i usluga. Rashodi za korištenje dobara i usluga obuhvaćaju rashode nužne za redovito funkcioniranje svih korisnika. Ta sredstva su potrošena za materijal, energiju, javnu rasvjetu, održavanje čistoće javnih površina, komunalne i ostale usluge za redovne potrebe te rashode za tekuće održavanje zgrada i

opreme. Ti su se rashodi u razdoblju 2002.-2012. smanjili s 40,7% na 39,4%, što predstavlja neznatan pad. Kroz dano razdoblje, apsolutna vrijednost iznosa povećala se 1,8 puta, sa 2,9 mlrd. na 5,2 mlrd. kuna. Zanimljivo je primijetiti da je ova kategorija rasla sve do 2009. nakon čega je slijedio pad i stagnacija, da bi 2012. opet zabilježila rast. Stagnacija bi se mogla objasniti činjenicom da su 2009. održani izbori članova predstavničkih tijela jedinica lokalne i područne (regionalne) samouprave i izbori općinskih načelnika, gradonačelnika, župana i gradonačelnika Grada Zagreba ([14]). Kako bi se pridobio veći broj glasova, potrebno je što više smanjiti troškove te se ponašati u skladu s postojećom gospodarskom krizom. Općenito, ukupni rashodi se smanjuju u izbornim godinama i omogućavaju smanjenje proračunskog deficita. Prethodno navedeni utjecaj izbora vidi se i povećanjem tih istih rashoda nakon tri godine.

Rashodi za naknadu zaposlenima također imaju značajan udio u potrošnji lokalnih jedinica, koji se u danom razdoblju povećao sa 26,5% na 28%. Iznos naknada zaposlenima na početku razdoblja iznosio je 1,9 mlrd. kuna te je na kraju promatranog razdoblja narastao do 3,7 mlrd. kuna. Osim plaća zaposlenih u tijelima lokalnih jedinica, naknade zaposlenima sadržavaju i plaće njihovih proračunskih korisnika (kazališta, muzeja, itd.).

Ostali rashodi treća su kategorija po udjelu kojoj je prosječni udio jednak 18,3%. 2002. iznosili su 1,2 mlrd. kuna, da bi se 2012. povećali na 2,1 mlrd. kuna. Također, ova kategorija je pretrpjela najznačajniji pad potrošnje tijekom krize 2008. što je vidljivo na grafikonu 4.1.2. Ostali rashodi obuhvaćaju rashode za imovinu, osim kamata, te razne ostale tekuće i kapitalne rashode.

Parlamentarni izbori 2011. ([14]) imali su utjecaj na spomenute kategorije koje su baš nakon te godine porasle. Najznačajniju ulogu sigurno imaju naknade zaposlenima koje su vrlo bitne za postizanje željenih rezultata od strane političkih stranaka. Njihovim povećanjem povećava se, barem kratkotrajan, optimizam stanovništva i na globalnoj i na lokalnoj razini.

Subvencije predstavljaju tekuće prijenose sredstava koji se daju jednokratno ili višekratno, a prema namjenama mogu biti dodijeljene za kamate, programe usavršavanja zaposlenih i drugo. Godine 2002. ukupno su izvršene u iznosu od 582,5 mil. kuna, sa udjelom od 8,2%, te su rasle sve do 2009. kada su dosegle razinu od 1,3 mlrd. kuna. U slijedeće tri godine zabilježen je značajan pad ove kategorije troškova. Razlog pada su teška vremena u kojima država nije u mogućnosti davati sredstva poduzećima kako bi potaknula njihovu proizvodnju i kompenzirala njihove gubitke. Godine 2012. oni su iznosili 1 mlrd. kuna, što u konačnici predstavlja prosječni godišnji rast od 5,4% i udio od 7,8%. U najvećoj su mjeri namijenjene trgovačkim društvima u

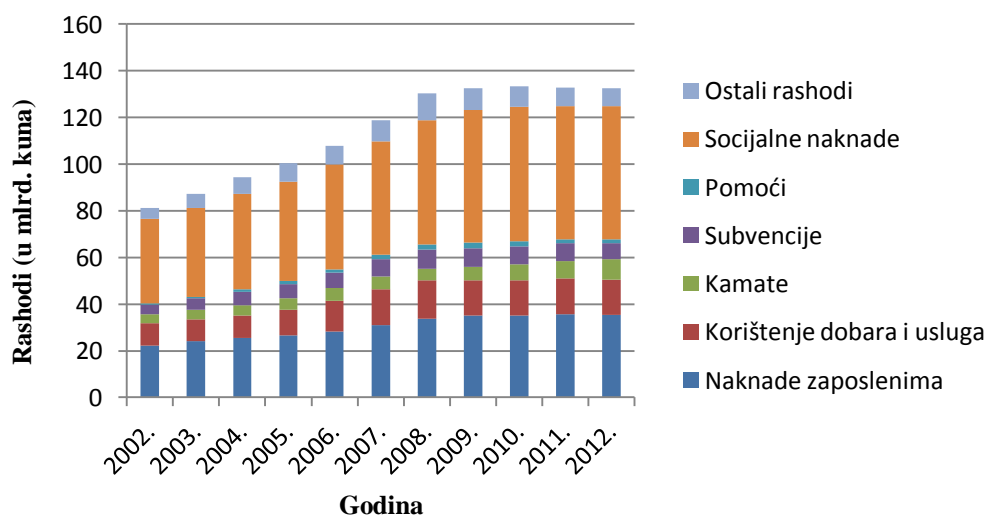
javnom sektoru, dok se manji dio odnosi na one izvan javnog sektora (poljoprivrednici, obrtnici, itd.).

Socijalne naknade su na početku razdoblja izvršene u iznosu od 289,8 mil. kuna te su se na kraju istoga povećale na 710,9 mil. kuna što ukazuje na prosječnu godišnju stopu rasta od 8,5%. Prosječni udio socijalnih naknada u ukupnim rashodima lokalnih jedinica je 5%.

Pomoći su neobavezni tekući i/ili kapitalni prijenosi koji se koriste za sufinanciranje tekućih i kapitalnih rashoda proračunskim korisnicima. Spomenuti rashodi 2002. iznosili su 142,2 mil. kuna s ukupnim udjelom od 2%. Nakon kratkotrajnog rasta iznos je vrlo malo fluktuirao te je na kraju promatranog razdoblja iznosio 313,3 mil. kuna s prosječnim godišnjim rastom od 7,4%. Najveći udio ukupnih izdvajanja za pomoći, sa 46,8%, čine kapitalne pomoći.

Kamate su kategorija koja čini najmanji udio u cjelokupnoj potrošnji (prosječni udio u danom razdoblju je 1%), a najvećim su dijelom namijenjene podmirenju kreditnih obaveza lokalnih jedinica iz prijašnjih razdoblja. Godine 2002. iznos kamata iznosio je 115 mil; dok se 2012. povećao na 134,9 mil. kuna.

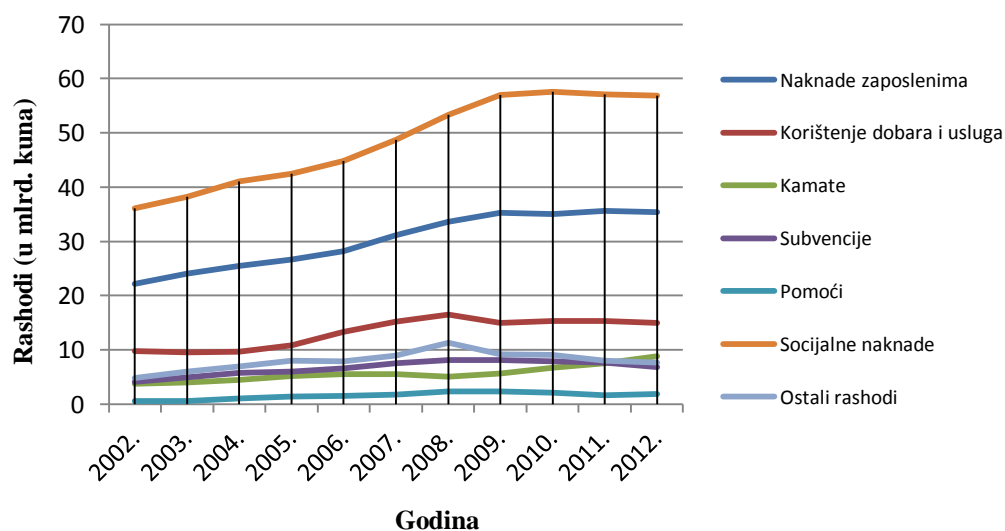
4.2. Usporedba ukupnih rashoda JLP(R)S i konsolidirane središnje države



Grafikon 4.2.1. Ukupni rashodi konsolidirane središnje države po godinama izraženi u mlrd. kuna

Izrada autora na temelju [\[24\]](#)

Na samom početku uočava se da se potrošnja središnje države povećavala sve do 2010. nakon čega je slijedila njena stagnacija. Brojni su uzroci tako velikog rasta potrošnje u razdoblju 2002.-2009. što od strane središnje države što od strane lokalnih jedinica, koji u konačnici dovode do povećanja BDP-a ([13], [20]). Neki od uzroka su: posljedice rata, nepovoljna demografska situacija i nevoljkost političara da se poduzmu potrebne strukturne reforme. Najvažniji uzroci su ipak, prespora reforma javne uprave i neodrživi mirovinski i zdravstveni sustav. Sve je to uzrok visokim rashodima za zaposlene u javnom sektoru. Ranije spomenuta kriza imala je pozitivniji utjecaj na potrošnju lokalnih jedinica što se može vidjeti u njenom padu 2010. (vidi Grafikon 4.2.1.). Ta se pojava može objasniti činjenicom da lokalne jedinice imaju manju ekonomsku snagu u odnosu na središnju državu te stoga trpe veći utjecaj krize. Također, možemo primijetiti razliku u udjelima pojedinih kategorija rashoda (vidi Grafikon 4.2.2.).



Grafikon 4.2.2. Rashodi konsolidirane središnje države po kategorijama kroz godine izraženi u mlrd. kuna

Izrada autora na temelju [24]

Najveći udio u potrošnji središnje države imaju sljedeće kategorije: socijalne naknade, naknade zaposlenima i korištenje dobara i usluga.

Skupina rashoda koja se ističe svojom važnošću su socijalne naknade čiji se iznos u promatranom razdoblju povećao sa 36,1 mlrd. na 56,9 mlrd. kuna što predstavlja prosječni godišnji porast od 4,2%. Udio ove skupine rashoda smanjio se sa 44,2% 2002. na 43% 2012. Nakon 2009. uslijedio je njihov pad koji je uzrokovan teškom gospodarskom situacijom u cijeloj

zemlji. Socijalne naknade sastoje se od dvije komponente: naknada iz osiguranja (mirovine, naknade za nezaposlene, itd.) i naknada za socijalnu pomoć. Ova skupina rashoda slabo je zastupljena u rashodima lokalnih jedinica (prosječni udio od 5%) jer je ona ipak u domeni središnje države i predstavlja jednu od temeljnih obaveza koje mora izvršiti prema građanima.

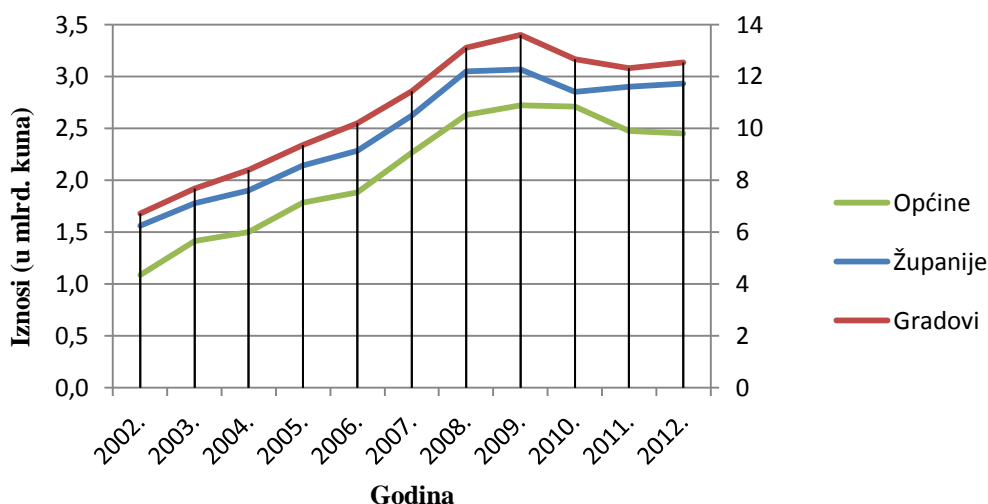
Naknade za zaposlene 2002. činile su 27,3% ukupnih rashoda u iznosu od 22,2 mlrd. kuna te su do 2012. narasle na 35,4 mlrd. kuna sa udjelom od 26,7%. Iznos ovih naknada se povećavao sukladno povećanju ukupne potrošnje što se vidi po konzistentnosti njihovih udjela. Ova kategorija podjednako je važna u potrošnji lokalnih jedinica i središnje države, što je logično jer se u ovoj kategoriji evidentiraju plaće zaposlenih, ali i doprinosi koje država uplaćuje kako bi zaposlenici ostvarili pravo na zdravstveno i mirovinsko osiguranje.

Korištenje dobara i usluga, s prosječnim udjelom u danom razdoblju od 11,6%, puno je manje važna skupina u segmentu središnje države nego kod lokalnih jedinica, gdje je 2012. činila čak 39,4% udjela u njenoj ukupnoj potrošnji.

Svaka od preostalih kategorija čini udio manji od 10% u ukupnim rashodima središnje države. Skupina ostalih rashoda je također manje zastupljena u odnosu na lokalne jedinice, s udjelom koji se sa 5,9% smanjio na 5,8%. Zanimljivo je što je potrošnja na ostale rashode doživjela najistaknutiji pad nakon 2008. što je vidljivo iz Grafikona 4.2.2. i direktna je posljedica gospodarske krize koja je dovela do smanjenja kapitalnih i tekućih rashoda. Također, kamate su nakon 2008. porasle, a uzrok tome je državno zaduživanje.

4.3. Usporedba ukupnih rashoda JLP(R)S po lokalnim jedinicama

Za potrebe ovog poglavlja korišteni su ukupni rashodi općina, gradova (bez Grada Zagreba jer ga se svrstava u županije) i županija ([\[151\]](#)). Po Zakonu o gradu Zagrebu ([\[251\]](#)), Zagreb je jedinica lokalne i regionalne samouprave koja se analizira zajedno s gradovima unatoč veličini rashoda. Ova usporedba je bitna jer se u njoj može vidjeti trend kretanja potrošnje svake od lokalnih jedinica i odrediti odnose među njima.



Grafikon 4.3.1. Ukupni rashodi općina i županija (lijeva os) te gradova (desna os), u mlrd. kuna

Izvor: Izrada autora na temelju [24]

Ukupni rashodi gradova 2002. iznosili su 6,7 mlrd. kuna, sa 13,6 mlrd. kuna dosegli svoj vrhunac 2009. dok su na kraju promatranog razdoblja iznosili 12,3 mlrd. kuna. Drugim riječima, povećavali su se po godišnjoj stopi od 5,8%, a iznos se povećao 1,9 puta. Iznos ukupnih rashoda županija na početku promatranog razdoblja bio je jednak 1,6 mlrd. kuna te se do 2012. povećao na 2,9 mlrd. kuna, sa istom godišnjom stopom rasta kao i županije. Ukupna potrošnja općina očekivano je najmanja, kretala se od 1,1 mlrd. kuna do 2,4 mlrd. kuna na kraju razdoblja. Struktura rashoda općina drugačija je od strukture rashoda gradova, a apsolutni rashodi su oko 5 puta manji. Trend kretanja potrošnje jedinica lokalne samouprave vrlo je sličan. Do 2009. rashodi su rasli, da bi nakon toga padali ili stagnerali. Porast potrošnje od 2011. ubilježili su gradovi, dok su županije svoju potrošnju počele povećavati godinu ranije. Kako su udjeli kategorije rashoda svake od lokalnih jedinica vrlo slični udjelima kategorija rashoda za konsolidirani proračun JLP(R)S, vrijede slični zaključci koji su navedeni ranije u ovom radu.

Poglavlje 5

5. Rezultati linearne regresije

U ovom poglavlju koriste se podaci iz lokalnih proračuna za županije, gradove i općine ([115](#)) u kojima su rashodi kategorizirani po ekonomskoj klasifikaciji proračuna. Podaci vezani uz stanovništvo uzeti su sa stranica Državnog zavoda za statistiku.

5.1. Povezanost ukupnih rashoda i ukupnih prihoda JLP(R)S

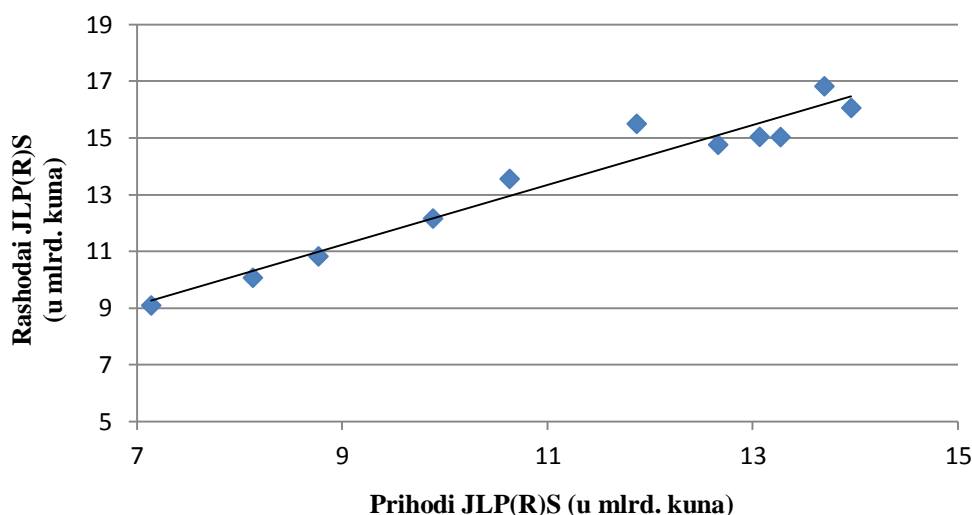
Budući da se prihodi i rashodi dijele na iste kategorije, koje su ranije navedene, postavlja se pitanje postoji li linearna veza među njima. Linearnu regresiju će se provesti za razdoblje 2002.-2012; gdje su za svaku godinu sumirani prihodi, tj. rashodi, svih županija, gradova i općina.

Zbroj rashoda u godini i definirana je zavisnom varijablom Y_i , dok nezavisna varijabla X_i predstavlja sumu prihoda u i -toj godini. Vrijednosti varijabli izražene su u mlrd. kuna. Model je definiran jednadžbom:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 11.$$

Koeficijenti α i β procijenjeni su metodom najmanjih kvadrata i to na način koji je opisan u 2. poglavlju. ε_i su pripadni reziduali koji zadovoljavaju uvjete regresijskog modela. Na samom početku, pomoću normalnog vjerojatnosnog grafa, može se vidjeti da se standardizirani reziduali, koji čine uzorak iz $N(0,1)$ distribucije, otprilike grupiraju oko pravca ([Dodatak 1](#), Grafikon D2). Njihova pripadnost jediničnoj normalnoj distribuciji testira se Kolmogorov-Smirnovljevim testom. P -vrijednost toga testa iznosi 0,7906, iz čega se može zaključiti: za svaku razinu značajnosti manju od 0,7906 ne može se odbaciti pretpostavka o pripadnosti $N(0,1)$ distribuciji u korist alternative. Kako su reziduali međusobno nezavisni, zadovoljeni su svi uvjeti regresijskog modela kojim se žele opisati podaci. Potrebno je još provjeriti reprezentativnost modela, tj. koliko je on stvarno dobar.

Pozitivnu korelaciju zavisne i nezavisne varijable, ali i grupiranje točaka oko regresijskog pravca pokazuje dijagram raspršenja prikazan na Grafikonu 5.1.1.



Grafikon 5.1.1. Povezanost prihoda i rashoda JLP(R)S u razdoblju 2002.-2012.

Izvor: izrada autora na temelju [\[24\]](#)

Procijenjeni koeficijenti danog modela imaju sljedeće vrijednosti:

$$\alpha = -1,01396,$$

$$\beta = 0,90106.$$

Koeficijent α predstavlja vrijednost zavisne varijable Y kada je vrijednost nezavisne varijable X jednaka nuli. S druge strane, koeficijent β nam pokazuje pozitivnu korelaciju između prihoda i rashoda JLP(R)S. On predstavlja prosječno povećanje rashoda ako se prihodi povećaju za jednu novčanu jedinicu, tj. kunu. Dakle, ako se prihodi povećaju za jednu kunu, rashodi će se povećati za oko 0,90106 kuna. Značajnost prisutnosti nezavisne varijable X u danom modelu određuje se testom značajnosti koeficijenata. p -vrijednost testa iznosi $3,84e-07$ pa se može zaključiti da je regresijska varijabla X ovog modela značajna ([\[Dodatak 1\]](#), Grafikon D1).

Reprezentativnost modela određena je pomoću dva koeficijenta: koeficijenta determinacije i koeficijenta varijacije. Koeficijent determinacije iznosi 0,9496. Dakle, 94,96% ukupnog rasipanja dolazi od danog modela, a ostalo potječe od slučajnih pogrešaka pa možemo reći da je linearni model jako dobro prilagođen podacima. Koeficijent varijacije iznosi 2,91% što ukazuje na vrlo malu varijabilnost podataka. Vrijednosti promatranih koeficijenata pokazuju da je ovaj model reprezentativan.

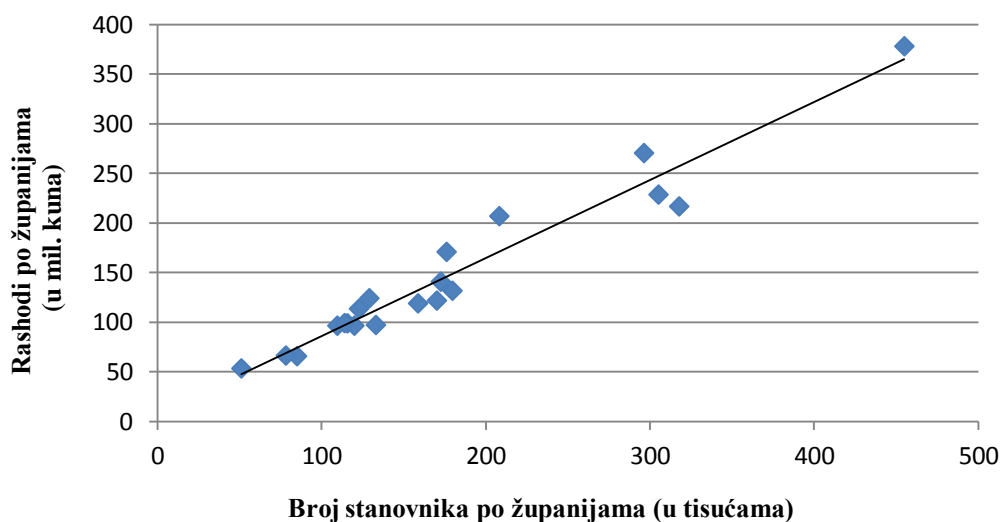
Kako bi se odredio smjer i jakost korelacije između zavisne i nezavisne varijable, potrebno je promatrati Pearsonov koeficijent korelacije koji za ovaj model iznosi 0,9744. Dakle, on upućuje na jaku pozitivnu vezu između prihoda i rashoda JLP(R)S. Za svaku razinu značajnosti odbacuje se nulta hipoteza testa koreliranosti koja pretpostavlja da je koeficijent korelacije trivijalan, tj. jednak nuli.

5.2. Povezanost rashoda i broja stanovnika po županijama 2011.

Kako je zadnji popis stanovništva objavljen 2011. godine ([\[9\]](#)), upravo u toj godini promatrat će se jesu li rashodi županija, izraženi u milijunima kuna, u linearnoj vezi s brojem stanovnika po županijama. Cilj je provjeriti da li veći broj stanovnika uvjetuje veće rashode, što se uzima kao početna hipoteza. U županije nije uključen Grad Zagreb iz dva razloga: predstavljao je *outlier* u odnosu na ostale podatke i regresijska analiza je dala puno lošije rezultate. Rashodi po županijama u milijunima kuna predstavljaju zavisnu, a broj stanovnika nezavisnu varijablu. Za 20 županija procijenjeni linearni regresijski model zadan je jednadžbom:

$$Y_i = 7,560 + 0,0007866X_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 20.$$

Procijenjeni koeficijent smjera signifikantan je na svakom nivou značajnosti većem od 6,92e-13% ([\[Dodatak 1\]](#), Grafikon D3), a njegov pozitivni predznak upućuje na činjenicu da se povećanjem broja stanovnika povećavaju rashodi za svaku županiju. Dakle, ako se broj stanovnika poveća za tisuću, rashodi se povećavaju za oko 0,7866. Nezavisni standardizirani reziduali grupiraju se oko pravca na normalnom vjerojatnosnom grafu ([\[Dodatak 1\]](#), Grafikon D4), a *p*-vrijednost KS-testa iznosi 0,9749 što govori da se pretpostavku o pripadnosti jediničnoj normalnoj distribuciji ne može odbaciti za sve razine značajnosti manje od 0,9749. Na sljedećem dijagramu raspršenja vidi se pozitivna koreliranost dvaju promatranih varijabli.



Grafikon 5.2.1. Povezanost rashoda i broja stanovnika po županijama 2011.

Izvor: izrada autora na temelju [24]

Pearsonov koeficijent korelacije za ovaj model iznosi 0,9728, što upućuje na jaku pozitivnu vezu između prihoda i broja stanovnika po županijama 2011. Odbacuje se nulta hipoteza testa koreliranosti za svaku razinu značajnosti koja pretpostavlja da je koeficijent korelacije jednak nuli.

Koeficijent determinacije iznosi 0,9464 što pokazuje da vrlo malo rasipanja dolazi od slučajnih pogrešaka. Model je reprezentativan što se vidi i iz činjenice da je koeficijent varijacije jednak 2,49% što ukazuje na vrlo malu varijabilnost podataka.

5.3. Povezanost rashoda po stanovniku i BDP-a po stanovniku županije

Rashodi su vrlo važna stavka u proračunu svake županije iz razloga što ih svaka od njih želi što više smanjiti kako bi ostvarila određenu dobit ili smanjila postojeći gubitak. Varijanta koju se može promatrati jest rashod po stanovniku po županijama. BDP po stanovniku je jasan pokazatelj bogatstva svake od županija. Stoga se postavlja pitanje da li županije s većim rashodom po stanovniku imaju i veći iznos BDP-a po stanovniku. Pretpostavlja se da postoji pozitivna linearna veza među navedenim varijablama. Podaci o stanovništvu dobiveni su iz popisa stanovništva 2001. i 2011. ([8], [9]). BDP po stanovniku izražen je u tisućama kuna. Regresijski model provodi se za 2002. godinu jer je to početak promatranog razdoblja. Rashodi se

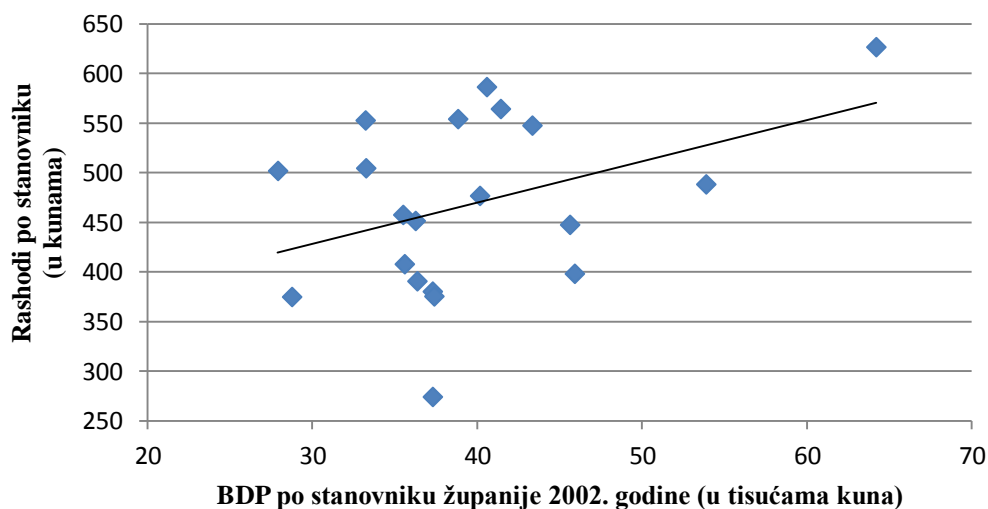
povećavaju sve do 2009. pa se zbog toga analizira i ta godina. Zbog nedostupnosti podataka ne može se promatrati kraj promatranog razdoblja pa se stoga analizira 2011. godina. Grad Zagreb nije uključen u analizu jer, kao što je i prije objašnjeno, jako odstupa od ostalih podataka i daje lošije rezultate regresijske analize.

Na početku ovog modela provjerava se da li standardizirani reziduali zadovoljavaju Gauss-Markovljeve uvjete. Njihova nezavisnost se pretpostavlja. KS-test za svaku od godina upućuje na činjenicu da su standardizirani reziduali iz $N(0,1)$ distribucije ([Dodatak 11](#), Grafikoni D6, D8, D10). p -vrijednosti KS-testa po godinama imaju vrijednosti: 0,5086, 0,3285 i 0,5029. To su nam važne pretpostavke kako bi procijenjeni parametri imali tražena statistička svojstva.

Procijenjeni linearni regresijski model za 2002. zadan je s

$$Y_i = 303,7 + 0,004152X_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 20.$$

Koeficijent uz X je signifikantan na nivou značajnosti od 10%, što je rezultat provedbe t -testa.



Grafikon 5.3.1. Povezanost rashoda po stanovniku i BDP-a po stanovniku županije 2002.

Izvor: izrada autora na temelju [\[24\]](#)

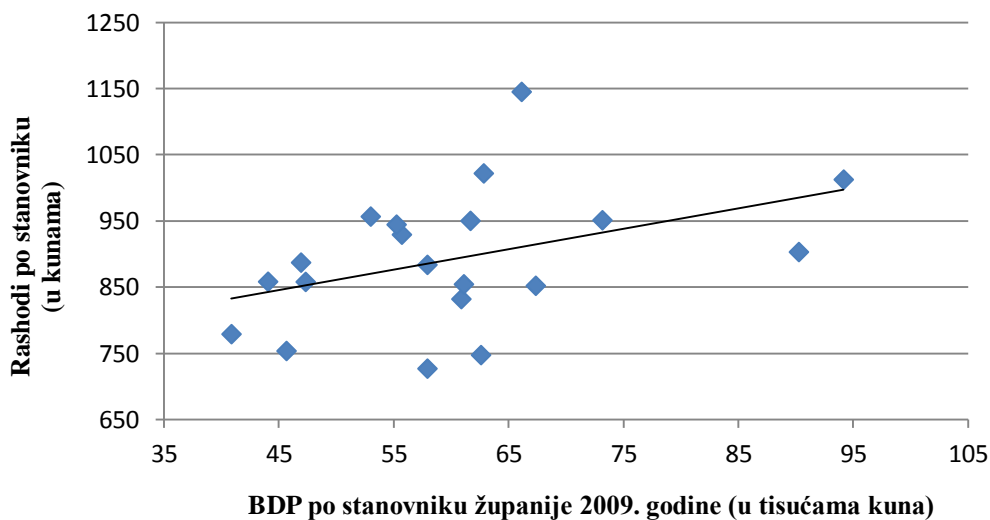
Dijagram raspršenja za 2002. godinu, koji je prikazan Grafikonom 5.3.1., zajedno s koeficijentom smjera regresijskog pravca ukazuje na postojanje pozitivne linearne veze između regresijskih varijabli. Pearsonov koeficijent korelacije iznosi 0,3879, a to znači da postoji srednje jaka

pozitivna veza među promatranim varijablama. Provođenjem Pearsonovog testa koreliranosti dobiva se p -vrijednost 0,0909, što znači da je za svaku razinu značajnosti koja je veća od te vrijednosti model statistički značajan. Koeficijent determinacije iznosi 0,1505 ([Dodatak 1](#), Grafikon D5), dok je koeficijent varijacije jednak 15,12%. Koeficijent determinacije vrlo je nizak što pokazuje da je ovaj model nereprezentativan.

Linearni regresijski model procijenjen za 2009. zadan je s

$$Y_i = 706,9 + 0,003079X_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 20.$$

Koeficijent uz X je signifikantan na nivou značajnosti od 10%.



Grafikon 5.3.2. Povezanost rashoda po stanovniku BDP-a po stanovniku županije 2009.

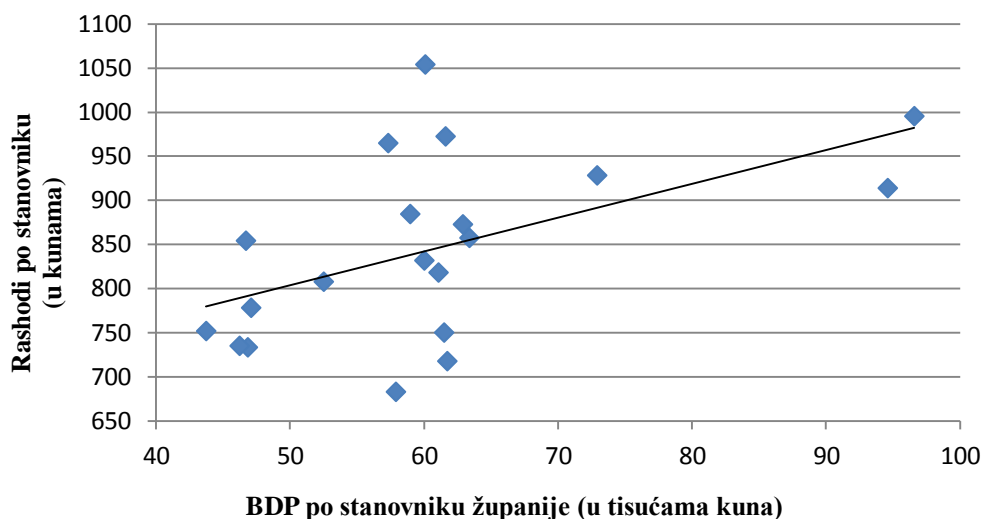
Izvor: izrada autora na temelju [\[24\]](#)

Dijagram raspršenja za 2009. godinu, koji je prikazan Grafikonom 5.3.2., ukazuje na pozitivnu linearnu vezu među varijablama. Na isti zaključak navodi i koeficijent smjera regresijskog pravca. Pearsonov koeficijent korelacije iznosi 0,4147, što znači da postoji srednje jaka pozitivna veza među promatranim varijablama. Provođenjem testa koreliranosti dobiva se p -vrijednost od 0,069. Ovaj model je značajan za svaku razinu značajnosti veću od 6,9%. Koeficijent determinacije iznosi 0,1719 (jako puno rasipanja dolazi od slučajnih pogrešaka), a koeficijent varijacije ima vrijednost 10,3%, što utvrđuje nereprezentativnost ovog modela ([Dodatak 1](#), Grafikon D7).

Linearni regresijski model procijenjen za 2011. zadan je s

$$Y_i = 612,7 + 0,003829X_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 20.$$

Koeficijent uz X je signifikantan na nivou značajnosti od 5%.



Grafikon 5.3.3. Povezanost rashoda po stanovniku i BDP-a po stanovniku županije 2011.

Izvor: izrada autora na temelju [24]

Iz dijagrama raspršenja za 2011. godinu koji je prikazan Grafikonom 5.3.3. vidi se pozitivna linearna veza među varijablama. Na isti zaključak nas navodi i koeficijent smjera regresijskog pravca. Pearsonov koeficijent korelacije jednak je 0,5218, što znači da postoji jaka pozitivna veza među promatranim varijablama. Provođenjem testa koreliranosti dobiva se p -vrijednost od 0,0183 što ukazuje da su ovaj model, ali i nezavisna varijabla X , značajni za svaku razinu značajnosti veću od te vrijednosti. Koeficijent determinacije iznosi 0,2723 ([Dodatak 1], Grafikon D9), što je daleko od vrijednosti koja bi ukazivala na reprezentativnost modela. Koeficijent varijacije jednak je 9,69% te stoga postoji mala varijabilnost među podacima. Na temelju svih dobivenih vrijednosti može se zaključiti da ovaj model nije reprezentativan.

Na dijagramu raspršenja kroz sve tri godine mogu se vidjeti *outlieri*, od kojih najizraženiji predstavljaju sljedeće županije: Splitsko-dalmatinska, Osječko-baranjska i Ličko-senjska. Prve dvije županije ističu se velikim rashodom po stanovniku u odnosu na BDP po stanovniku. Ličko-senjska županija ima najmanje rashode po stanovniku u promatranim

godinama što je rezultat sve većeg odseljavanja iz tih krajeva, ali i činjenice da raspolažu manjim sredstvima u odnosu na ostale županije. Te županije nisu izuzete, kao što se napravilo s Gradom Zagrebom, s ciljem dobivanja što realnijih i objektivnijih rezultata.

Rezultati modela koji su dobiveni na temelju proučavanja linearne veze između rashoda po stanovniku i BDP-a po stanovniku županije podudaraju se s pretpostavljenom hipotezom. Koreliranost među regresijskim varijablama je srednje jaka pozitivna. Može se pokazati da porastom BDP-a po stanovniku županije rastu i rashodi po stanovniku županije, no to povećanje nije značajno zbog vrlo malih vrijednosti koje se nalaze uz regresijsku varijablu X . Najveća promjena rashoda županija dogodila se 2002. godine. Ako se pretpostavi da se BDP po stanovniku poveća za tisuću kuna, tada bi se rashodi po stanovniku županija povećali za

- 4,2 kune (2002.)
- 3,1 kunu (2009.)
- 3,8 kuna (2011.).

5.4. Povezanost rashoda Kontinentalne i Jadranske Hrvatske u razdoblju 2002.-2012.

Tijekom pregovora Hrvatske Vlade sa Europskom komisijom definirala se podjela Hrvatske na regije. Umjesto na dosadašnje tri (Jadranska regija, Panonska Hrvatska i Sjeverozapadna regija) Hrvatska će se dijeliti samo na dvije statističke regije – Kontinentalnu i Jadransku Hrvatsku.

- Kontinentalna Hrvatska (14 županija) – Grad Zagreb, Zagrebačka, Krapinsko-zagorska, Varaždinska, Koprivničko-križevačka, Međimurska, Bjelovarsko-bilogorska, Virovitičko-podravska, Požeško-slavonska, Brodsko-posavska, Osječko-baranjska, Vukovarsko-srijemska, Karlovačka, Sisačko-moslavačka županija
- Jadranska Hrvatska (7 županija) - Primorsko-goranska, Ličko-senjska, Zadarska, Šibensko-kninska, Splitsko-dalmatinska, Istarska i Dubrovačko-neretvanska županija.

Ta podjela primjenjuje se od 1. siječnja 2013. kako bi se što efikasnije povukla sredstva iz europskih fondova.

Kako je Hrvatska podijeljena na te dvije statističke regije cilj je provjeriti postoji li veza između potrošnje te dvije regije u razdoblju 2002.-2012. Za svaku od regija sumirani su rashodi u

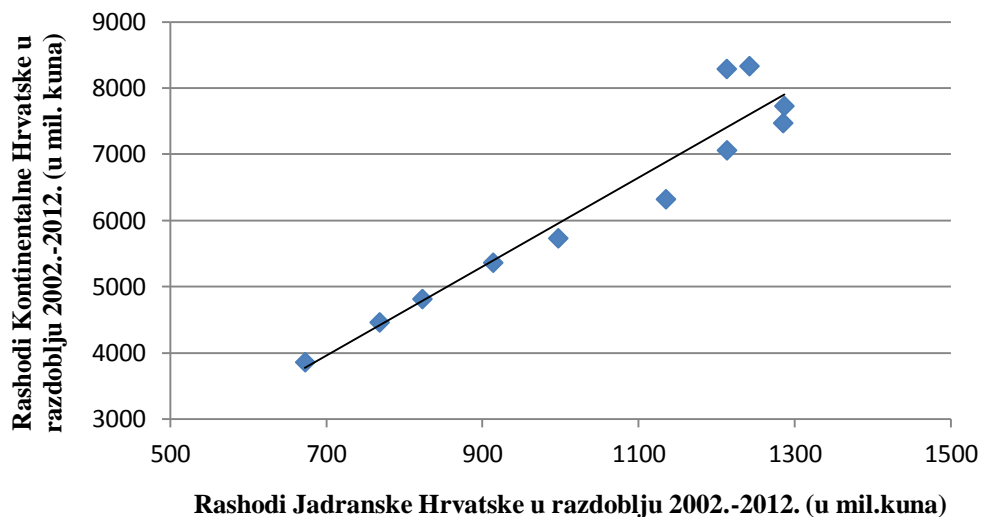
pojedinoj godini za županije koje toj regiji pripadaju ([10]). Pretpostavlja se da postoji pozitivna koreliranost među varijablama. Neka zavisna varijabla Y_i predstavlja rashod Kontinentalne Hrvatske u i -toj godini, dok nezavisna varijabla X_i označava rashod Jadranske Hrvatske u godini i . Vrijednosti varijabli dane su u milijunima kuna. Procijenjeni model dan je jednadžbom:

$$Y_i = -0,7584 + 6,7325X_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 11,$$

koja nam kaže sljedeće: ako se rashodi Jadranske Hrvatske povećaju za jednu kunu, rashodi Kontinentalne Hrvatske povećat će se za oko 6,7325 kuna.

Pomoću normalnog vjerojatnosnog grafa može se vidjeti da se standardizirani reziduali grupiraju oko pravca ([Dodatak 1], Grafikon D12). Njihova pripadnost jediničnoj normalnoj distribuciji testira se KS-testom čija p -vrijednost za ovaj test iznosi 0,5222, iz čega se može zaključiti da se za svaku razinu značajnosti manju od 0,5222 ne može odbaciti pretpostavka o pripadnosti jediničnoj normalnoj distribuciji u korist alternative. Nezavisnost reziduala uz prijašnje zaključke povlači da su zadovoljeni Gauss-Markovljevi uvjeti.

Na dijagramu raspršenja prikazanom Grafikonom 5.4.1. jasno se može vidjeti pozitivna korelacija među regresijskim varijablama. Također, sve točke grupirane su oko regresijskog pravca.



Grafikon 5.4.1. Povezanost rashoda Kontinentalne i Jadranske Hrvatske u razdoblju 2002.-2012.

Izvor: izrada autora na temelju [24]

P -vrijednost t -testa iznosi $3,32e-06$ ([\[Dodatak 1\]](#), Grafikon D11), što povlači da je regresijska varijabla X signifikantna. Koeficijent determinacije ima vrijednost $0,9188$, dok je koeficijent varijacije jednak $35,52\%$, što predstavlja umjerenu varijabilnost podataka u odnosu na regresijski pravac. Može se reći da je model reprezentativan. Pearsonov koeficijent koreliranosti iznosi $0,9585$ i pokazuje da su zavisna i nezavisna varijabla jako pozitivno korelirane. Također, provođenjem testa koreliranosti dobiva se p -vrijednost od $3,317e-06$ pa se odbacuje nulta hipoteza o nepostojanju korelacije među varijablama u korist alternative.

Dobiveni rezultati podudaraju se s pretpostavkom o pozitivnoj koreliranosti rashoda Kontinentalne i Jadranske Hrvatske kroz godine 2002.-2012. Ovaj zaključak može se tumačiti na način da su kroz godine rashodi po godinama za te dvije regije rasli podjednako te da ta podjela, proučavajući samo rashode, ima smisla jer nema velikih odstupanja.

5.5. Povezanost rashoda gradova i općina s indeksom razvijenosti

Indeks razvijenosti koji je kompozitni pokazatelj predstavlja temelj ocjenjivanja stupnja razvijenosti općina, gradova i županija. To je propisano Zakonom o regionalnom razvoju ([\[19\]](#)). Pokazatelji za izračun indeksa razvijenosti su: stopa nezaposlenosti, dohodak po stanovniku, proračunski prihodi općine, grada, županije po stanovniku, opće kretanje stanovništva, stopa obrazovanosti. Ocjenjivanje stupnja razvijenosti provodi Ministarstvo regionalnog razvoja, šumarstva i vodnog gospodarstva Hrvatske na temelju indeksa razvijenosti svake tri godine. Za analizu su uzeti podaci iz 2010. jer oni ulaze u promatrano razdoblje. Na svojoj sjednici od 15. srpnja 2010. Vlada RH donijela je Odluku o razvrstavanju jedinica lokalne i područne (regionalne) samouprave prema stupnju razvijenosti ([\[18\]](#)). Županije se razvrstavaju u 4 skupine i to ovisno o vrijednosti njihova indeksa razvijenosti u odnosu na prosjek RH :

- I. indeks manji od 75% prosjeka RH
- II. indeks 75% - 100% prosjeka RH
- III. indeks 100% - 125% prosjeka RH
- IV. indeks veći od 125% prosjeka RH..

Prema stupnju razvijenosti općine i gradovi razvrstavaju se u 5 skupina i to ovisno o vrijednosti njihova indeksa razvijenosti u odnosu na prosjek RH :

- indeks manji od 50% prosjeka RH

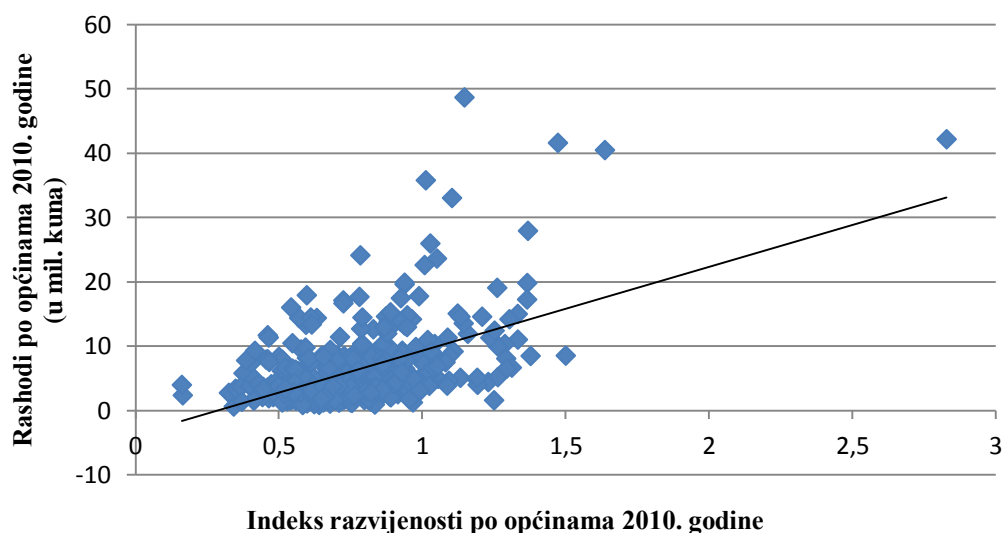
- II. indeks 50% - 75% prosjeka RH
- III. indeks 75% - 100% prosjeka RH
- IV. Indeks 100% - 125% prosjeka RH
- V. indeks veći od 125% prosjeka RH.

Cilj ovog modela je provjeriti da li razina potrošnje općina, tj. gradova, ovisi o stupnju razvijenosti istih. Pretpostavlja se da postoji pozitivna korelacija. Zavisna varijabla Y označava rashode općina (gradova), dok nezavisna varijabla X označava indekse razvijenosti ([117](#)). Vrijednosti zavisne varijable izražene su u milijunima kuna. U analizu su uključene sve općine, pa i one koje su *outlieri* iz razloga što su rezultati objektivniji, ali i sama metoda je na taj način točnija. Kod analize gradova, izuzeta su tri grada: Split, Rijeku i Osijek, jer su jako odskakali od ostalih i metoda je na taj način dala bolje rezultate. Grad Zagreb u ovom slučaju gledamo kao županiju. Provođenjem KS-testa u modelima za gradove i općine, dobivene p -vrijednosti su vrlo male (općine – $1,171e-08$, gradovi – $0,0001558$) te se iz tog razloga odbacuje nulta hipoteza, koja kaže da standardizirani reziduali dolaze iz $N(0,1)$ distribucije za svaku razinu značajnosti. Ta činjenica može se vidjeti i iz normalnih vjerojatnosnih grafova ([Dodatak 1](#), Grafikoni D14, D16) jer se točke ne grupiraju oko pravca. Kako pretpostavka o normalnosti nije zadovoljena, procjene parametara metodom najmanjih kvadrata i dalje ostaju najbolje nepristrane procjene, ali t -test više nije valjan. Narušena je pretpostavka o nepromjenjivosti varijance slučajnih grešaka i ti procjenitelji više nisu efikasni.

Procijenjeni linearni regresijski model za 429 općina glasi:

$$Y_i = -3,6541 + 12,9958X_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 429.$$

Regresijska varijabla X značajna je za svaku razinu značajnosti i govori sljedeće: ako se indeks razvijenosti općina poveća za 0,1 rashodi općina će se prosječno povećati za 1,29958 mil. kuna. Na Grafikonu 5.5.1. koji predstavlja dijagram raspršenja može se vidjeti pozitivna linearna veza među promatranim varijablama.



Grafikon 5.5.1. Povezanost rashoda i indeksa razvijenosti po općinama 2010.

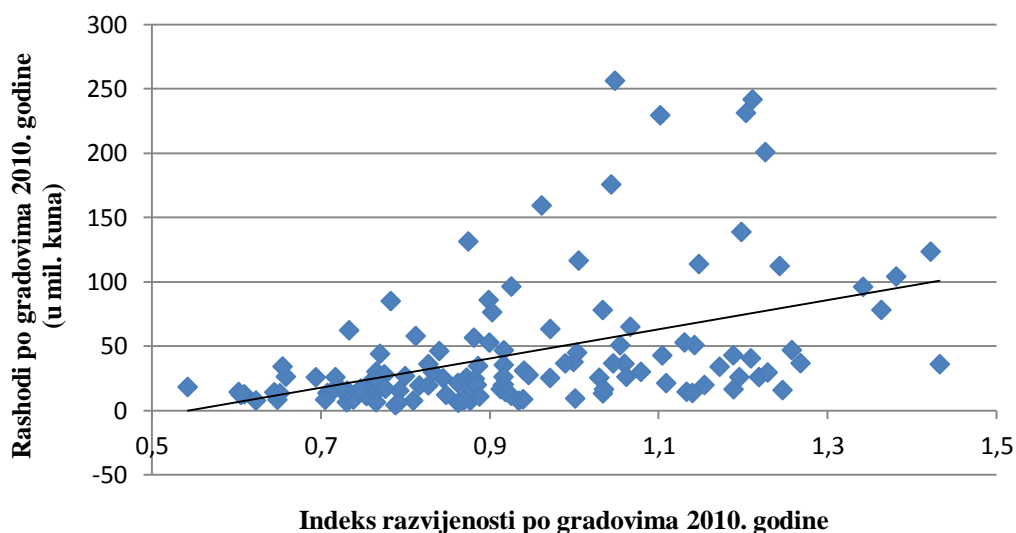
Izvor: izrada autora na temelju [24]

Pearsonov koeficijent korelacije jednak je 0,5292, što ukazuje na postojanje jake pozitivne koreliranosti između rashoda i indeksa razvijenosti općina. Koeficijent determinacije je nizak, 0,28005 ([Dodatak 1], Grafikon D13), i znači da puno rasipanja dolazi od slučajnih pogrešaka. Koeficijent varijacije vrlo je visok, što u kombinaciji sa koeficijentom determinacije implicira nereprezentativnost modela.

Model koji je procijenjen za 123 grada zadan je jednadžbom:

$$Y_i = -61,47 + 113,37X_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 123.$$

Ako se indeks razvijenosti poveća za 0,1, rashodi gradova prosječno će porasti za 11,337 mil. kuna. Među promatranim varijablama postoji pozitivna veza što se može vidjeti na dijagramu raspršenja na Grafikonu 5.5.2.



Grafikon 5.5.2. Povezanost rashoda i indeksa razvijenosti po gradovima 2010.

Izvor: izrada autora na temelju [\[24\]](#)

Navedena činjenica može se potvrditi koeficijentom korelacije koji iznosi 0,4385 i predstavlja srednje jaku pozitivnu vezu među varijablama. Regresijska varijabla signifikantna je za svaku razinu značajnosti. Koeficijent determinacije iznosi 0,1923 ([\[Dodatak 1\]](#), Grafikon D15), a koeficijent varijacije je iznimno visok, što znači da promatrani model nije reprezentativan.

Unatoč činjenici da promatrani modeli nisu reprezentativni, ipak daju određene zaključke o korelaciji između rashoda i indeksa razvijenosti općina i gradova. Kod obje vrste JLP(R)S prisutna je pozitivna veza, pri čemu je jača kod općina. Promatrajući procijenjene koeficijente kod oba modela može se zaključiti da će se povećanjem indeksa razvijenosti za jedan postotni poen potrošnja više povećati kod gradova.

6. Zaključak

U RH ukupni rashodi lokalnih jedinica imaju poseban značaj jer država ima cilj provođenja decentralizacije čija je glavna posljedica prijenos ovlasti, odgovornosti i sredstava s više razine vlasti na lokalnu razinu (vidi [16]). Što više ovlasti i obaveza lokalna vlast ima, više će sredstava trošiti na unapređenje kvalitete lokalnog stanovništva i na regionalni razvitak.

Ukupni rashodi lokalnih jedinica su se u razdoblju 2002.-2012. povećali 1,9 puta s prosječnim godišnjim rastom od 5,8%. Do njihovih smanjivanja došlo je 2009. kao direktna posljedica ekonomske krize. Prema ekonomskoj klasifikaciji ukupni se rashodi dijele na: rashode za zaposlene, materijalne rashode, kamate, subvencije, pomoći, naknade građanima i ostale rashode. U promatranom razdoblju, najveći udio među ukupnim rashodima lokalnih jedinica čini kategorija materijalnih rashoda, s prosječnim udjelom od 39%. Ta kategorija, za usporedbu, čini samo 12% ukupnih rashoda konsolidirane središnje države, u kojima najveći udio imaju socijalne naknade s prosječnim udjelom od 43% te čine značajnu obavezu državnog proračuna. Druga značajna kategorija ukupnih rashoda lokalnih jedinica su naknade za zaposlene s prosječnim udjelom od 27%. Slijede ostali rashodi s 18%, subvencije s 8%, dok ostale kategorije čine preostalih 8% udjela.

Unatoč činjenici da država potiče decentralizaciju i da želi ostvariti regionalni razvitak i dalje postoje velika odstupanja rashoda kod županija i gradova. Naime, Grad Zagreb, promatran kao županija, po rashodima jako odskaka u odnosu na ostale regionalne jedinice. U njemu živi 18% ukupnog stanovništva Hrvatske, a rashodi po stanovniku su 6 puta veći od prosjeka županija s Gradom Zagrebom. Ako se iz tog prosjeka izuzme Grad Zagreb, tada su njegovi rashodi čak 8 puta veći. Također, rashodi najvećih gradova (Split, Rijeka, Osijek) odudaraju od ostatka države. Upravo ti zaključci mogu se vidjeti tijekom regresijske analize gdje se promatra ovisnost rashoda općina, gradova i županija u odnosu na neke varijable, gdje su vidljivi *outlieri*. Oni su se u nekim analizama odbacivali, a u nekima ne, ovisno o kvaliteti dobivenih rezultata.

Zavisnost ukupnih rashoda JLP(R)S o ekonomskim pokazateljima ispitivana je regresijskim modelima. U svakom od modela pretpostavljeno je da postoji zavisnost među promatranim varijablama, a ta se činjenica ispitivala jednostavnim linearnim modelom. Proveden je model kod kojeg nezavisna varijabla predstavlja ukupne prihode JLP(R)S. On je pokazao da postoji statistički značajna pozitivna koreliranost između ukupnih prihoda i rashoda lokalnih jedinica. Također, koristeći popis stanovništva iz 2011. pokazano je da statistički značajna pozitivna

linearna veza postoji i između rashoda i broja stanovnika po županijama 2011. Pozitivna koreliranost rashoda po stanovniku i BDP-a po stanovniku županije pokazana je za 2002., 2009. i 2011. Unatoč tome što statistički testovi nisu značajni može se zaključiti da se za jedinicu povećanja BDP-a po stanovniku povećavaju i rashodi po stanovniku županije. Jednostavnim linearnim regresijskim modelom pokazano je da između rashoda Kontinentalne i Jadranske Hrvatske u razdoblju 2002.-2012. postoji statistički značajna pozitivna korelacija. Povezanost rashoda gradova i općina s indeksom razvijenosti 2010. nije statistički značajna, ali daje uvid u činjenicu da između tih varijabli postoji pozitivna koreliranost.

Veliki problem kod prikupljanja podataka za provođenje regresijske analize bila je nedostupnost pojedinih. Iz tih razloga, na primjer, nije bilo moguće promatrati indeks razvijenosti za kraj promatranog razdoblja jer se on objavljuje svake tri godine pa se stoga moralo uzeti podatke za 2010. jer 2013. nije ulazila u promatrano razdoblje. Također, neki od promatranih modela nisu reprezentativni, dok neki čak i ne zadovoljavaju niti Gauss-Markovljeve uvjete (modeli za gradove i općine). Procijenjeni koeficijenti stoga nemaju sva poželjna statistička svojstva te nisu najefikasniji pokazatelji za analiziranje ekonomskih utjecaja na ukupne rashode. Za daljnju analizu jedan od prijedloga mogao bi biti promatranje drugih varijabli u linearnom regresijskom modelu, koje mogu predstavljati gospodarske ili sociološke pokazatelje. Također, zanimljivo bi bilo promatrati višestruku linearnu regresiju i vidjeti mogu li se na taj način mogu donijeti drugi zanimljivi zaključci.

Činjenica da se rashodi lokalnih jedinica povećavaju ne mora nužno značiti da se sredstva efikasno iskorištavaju. Da bi se došlo do stvarnog utjecaja tog povećanja trebalo bi provesti dodatne analize utjecaja na stanovništvo kako bi se vidjelo da li se kvaliteta života stanovnika na manjim geografskim područjima poboljšala i da li je nastupio regionalni razvitak kao posljedica tog povećanja. Kako je došlo do gospodarske i ekonomske krize, rashodi su se počeli smanjivati s ciljem racionalizacije potrošnje. Upravo ta racionalizacija i efikasnija raspodjela sredstava mogli bi biti ključ razvitka manjih geografskih područja, što bi u konačnici moglo dovesti do ekonomskog oporavka na državnoj razini.

7. Literatura

- [1] A. Bajo, D. Jurlina Alibegović, Javne financije lokalnih jedinica vlasti, Školska knjiga, Ekonomski institut, Institut za javne financije, Zagreb, 2008.
- [2] A. Bajo, Lokalne financije, Dopunski materijal, Regionalni razvoj, Institucionalni okvir politike regionalnog razvoja u Hrvatskoj, dostupno na: <http://web.efzg.hr/dok/FIN/abajo/INSTITUCIONALNI%20OKVIR%20POLITIKE%20REGIONALNOG%20RAZVOJA%20U%20HRVATSKOJ%202011.pdf> (lipanj, 2014.).
- [3] A. Bajo, M. Bronić, Povremeno glasilo Instituta za javne financije Newsletter, Broj 30, rujan 2007, Mogu li sve općine i gradovi u Hrvatskoj pružati adekvatne javne usluge?, dostupno na: <http://www.ijf.hr/newsletter/30.pdf> (srpanj, 2014.).
- [4] A. Bajo, M. Bronić, Procjene učinkovitosti modela fiskalnog izravnjanja u Hrvatskoj, Institut za javne financije i Ekonomski fakultet u Zagrebu, dostupno na: <http://www.ijf.hr/FTP/2007/1/bajo-bronic.pdf> (srpanj, 2014.).
- [5] I. R. Bakarić, H. Šimović, M. Vizek, Ekonomski fakultet Zagreb, Ekonomska uspješnost gradova u Hrvatskoj – statistička analiza, članak broj 13-08, dostupno na: <http://web.efzg.hr/RePEc/pdf/Clanak%2013-08.pdf> (lipanj, 2014.).
- [6] G. K. Bhattacharyya, R. A. Johnson, Statistical Concept and Methods, Wiley series in probability and mathematical statistics, John Wiley & Sons, Inc. Canada, 1977.
- [7] Državni zavod za statistiku, Državni proračun, konsolidirana središnja i opća država, dostupno na: http://www.dzs.hr/Hrv_Eng/ljetopis/2006/13-Binder.pdf (srpanj, 2014.).
- [8] Državni zavod za statistiku, Popis stanovništva 2001., dostupno na: http://www.dzs.hr/Hrv/censuses/Census2001/census_corr.htm (srpanj, 2014.).
- [9] Državni zavod za statistiku, Popis stanovništva, kućanstava i stanova 2011. godine, dostupno na: <http://www.dzs.hr/Hrv/censuses/census2011/results/censustabshtm.htm> (srpanj, 2014.).
- [10] Državni zavod za statistiku, Priopćenje, Bruto domaći proizvod za Republiku Hrvatsku te prostorne jedinice za statistiku 2. I 3. Razine za razdoblje 2000.-2010., dostupno na: http://www.dzs.hr/Hrv_Eng/publication/2013/12-01-02_01_2013.htm (srpanj, 2014.).
- [11] Elsevier Science, D. L. Massart, L. M. C. Buydens, Handbook of Chemometrics and Qualimetrics, Elsevier Science, Amsterdam, 1998.
- [12] Godišnje izvješće Ministarstva financija za 2012. godinu dostupno na: <http://www.mfin.hr/adminmax/docs/GODISNJAK%202012.pdf> (srpanj, 2014.).

- [13] Hrčak - Portal znanstvenih časopisa Republike Hrvatske, Fiskalna politika i gospodarska aktivnost u Republici Hrvatskoj: Model kointegracije, dostupno na: <http://hrcak.srce.hr/8527> (srpanj, 2014.).
- [14] Izbori, Arhiva, službene stranice Državnog izbornog povjerenstva Republike Hrvatske dostupno na: <http://www.izbori.hr/izbori/ws.nsf/site.xsp?documentId=8BD9243DD4840AD3C1257C5C004BF6B3> (srpanj, 2014.).
- [15] Ministarstvo financija, Lokalni proračun-arhiva, dostupno na: <http://www.mfin.hr/hr/lokalni-proracun-arhiva> (lipanj, 2014.).
- [16] Minnesota Budget Project, Trend sIn Minnesota Government Spending, dostupno na: <http://www.mnbudgetproject.org/research-analysis/minnesota-budget/trends/trends-in-government-spending> (srpanj, 2014.).
- [17] MRRŠVG – UIRR, Izračun JLS 15.07.2010; Ocjenjivanje i razvrstavanje jedinica lokalne samouprave prema razvijenosti dostupno na: <http://www.minpo.hr/UserDocsImages/Vrijednosti%20indeksa%20razvijenosti%20i%20pokazatelja%20za%20izra%C4%8Dun%20indeksa%20razvijenosti%20na%20lokalnoj%20razini.pdf> (srpanj, 2014.).
- [18] Odluka o razvrstavanju jedinica lokalne i područne (regionalne) samouprave u RH prema stupnju razvijenosti dostupno na: http://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2010_07_89_2508.html (srpanj, 2014.).
- [19] Odluka Vlade Republike Hrvatske o razvrstavanju jedinica lokalne i područne (regionalne) samouprave prema stupnju razvijenosti, dostupno na: http://hidra.srce.hr/arhiva/263/57406/narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2010_07_89_2508.html (srpanj, 2014.).
- [20] OECD iLibrary, Passing the Buck? Central and Sub-national Governments in Times of Fiscal Stress, dostupno na: http://www.oecd-ilibrary.org/urban-rural-and-regional-development/passing-the-buck-central-and-sub-national-governments-in-times-of-fiscal-stress_5k49df1kr95l-en;jsessionid=56so4gaf4e0ef.x-oecd-live-02 (srpanj, 2014.).
- [21] K. Ott, A. Bajo, M. Bronić, V. Bratić, D. Medak Fell, Proračunski vodič za građane, Institut za javne financije, Zaklada Friedrich Ebert, Zagreb, 2009.
- [22] Pearson product-Moment correlation, dostupno na <https://explorable.com/pearson-product-moment-correlation> (srpanj, 2014.).
- [23] Vježbe iz kolegija "Statistički praktikum", PMF-Matematički odsjek, dostupno na: <http://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/statpr/index.php?sadrzaj=vjezbe.php> (svibanj, 2014.).

[24] Vremenske serije podataka, dostupno na <http://www.mfin.hr/hr/vremenske-serije-podataka> (srpanj, 2014.).

[25] Zakon o Gradu Zagrebu, dostupno na: <http://www.zakon.hr/z/363/Zakon-o-Gradu-Zagrebu> (srpanj, 2014.).

[26] Zakon o lokalnoj i područnoj (regionalnoj) samoupravi, dostupno na: <http://www.zakon.hr/z/132/Zakon-o-lokalnoj-i-podru%C4%8Dnoj-%28regionalnoj%29-samoupravi> (lipanj, 2014.).

[27] Zakon o proračunu, dostupno na: <http://www.zakon.hr/z/283/Zakon-o-prora%C4%8Dunu> (srpanj, 2014.).

8. Sažetak

Cilj rada je utvrditi kretanje rashoda lokalnih jedinica u razdoblju 2002.-2012. Rashodi su kategorizirani po ekonomskoj klasifikaciji: rashodi za zaposlene, materijalni rashodi, kamate, subvencije, pomoći, naknade građanima i ostali rashodi. Provođenje deskriptivne analize podataka pokazalo je da su se ukupni rashodi gotovo udvostručili sa prosječnom godišnjom stopom od 6%. Najznačajnija kategorija ukupnih rashoda JLP(R)S su materijalni rashodi s većom stopom rasta u odnosu na istu kategoriju rashoda konsolidirane središnje države. Analizom ukupnih rashoda utvrđuje se da je potrošnja gradova, u koje spada Grad Zagreb, čak četiri puta veća od potrošnje županija i općina. Linearnim regresijskim modelom pokazana je statistički značajna pozitivna korelacija između ukupnih rashoda i prihoda JLP(R)S. Također, statistički značajna korelacija je prisutna između ukupnih rashoda i broja stanovnika 2011. po županijama, ali i između rashoda Kontinentalne i Jadranske Hrvatske u razdoblju 2002.-2012. Jednostavni linearni regresijski model pokazuje pozitivnu linearnu vezu između ukupnih rashoda i BDP-a po stanovniku, te između ukupnih rashoda i indeksa razvijenosti po županijama 2010. godine. Regresijska analiza i analiza podataka daju dobar prikaz kretanja i svojstva veze ukupnih rashoda s različitim varijablama u razdoblju 2002.-2012. što je i bio cilj ovoga rada.

9. Summary

The purpose of this study is to determine the movement of expenses of local government units in the period from 2002 to 2012. The expenses are categorized according to the economic classification: staff expenses, material expenses, interests, subventions, aids, citizen benefits, etc. Conducting a descriptive analysis of data shows that the total expenses nearly doubled with an average yearly rate of 6%. The most significant category of total expenses of local and territorial (regional) self-government are material expenses with a higher growth rate compared to the same category of expenses of consolidated central government. By analyzing total expenses it was determined that expenditures of cities, one of which is the City of Zagreb, is four times greater than those of counties and municipalities. Linear regression model shows statistically significant correlation between total expenses and income of local and territorial (regional) self-government. Moreover, statistically significant correlation exists between total expenses and the population per county in 2011, but also between expenses of Continental and Adriatic Croatia in the period from 2002 to 2012. Simple linear regression model shows a positive linear correlation between total expenses and GDP per citizen, as well as between total expenses and development index per county in 2010. Regression analysis and data analysis give a good overview of movement and characteristics of the connection of expenses with different variables in the period from 2002 to 2012, which was the purpose of this study.

10. Životopis

Rođen sam 15. srpnja 1990. godine u Zagrebu. Nakon završetka Osnovne škole *Ivana Cankara* u Zagrebu upisujem V. gimnaziju, prirodoslovno-matematičku gimnaziju u istom gradu. Maturirao sam 2009. godine kada upisujem preddiplomski studij matematike, inženjerski smjer, na Matematičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu. 2012. godine stekao sam titulu prvostupnika matematike, nakon čega upisujem diplomski studij Financijske i poslovne matematike na istom fakultetu.

Dodatak 1

Linearna regresija ukupnih rashoda i ukupnih prihoda JLP(R)S:

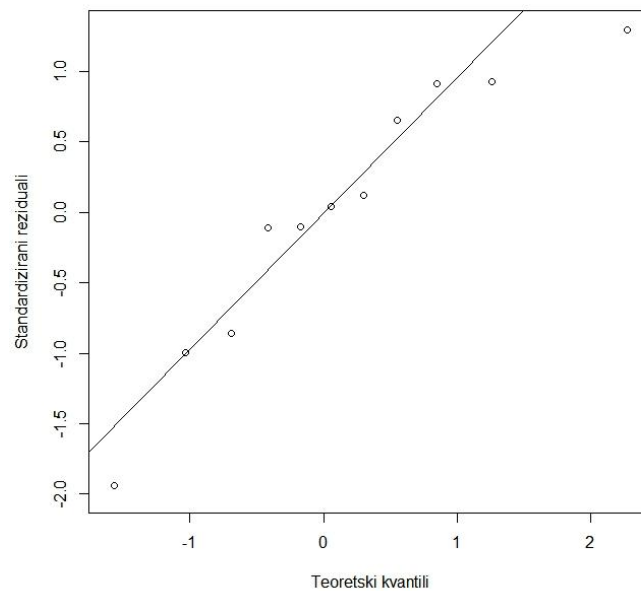
```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.08658 -0.25619  0.02274  0.43616  0.73630

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -1.01396    0.95309  -1.064   0.315
x             0.90106    0.06923  13.016 3.84e-07 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.5708 on 9 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9496,    Adjusted R-squared:  0.944
F-statistic: 169.4 on 1 and 9 DF,  p-value: 3.842e-07
```

Grafikon D1



Grafikon D2

Linearna regresija rashoda i broja stanovnika po županijama u 2011. godini:

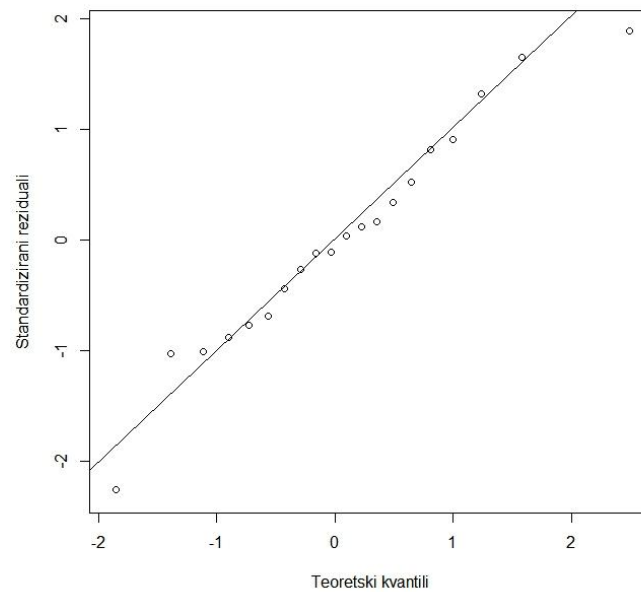
```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-40.548 -13.494  -0.778  10.555  35.823

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  7.560e+00  8.804e+00   0.859   0.402
x             7.866e-04  4.412e-05  17.831 6.92e-13 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 19.02 on 18 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9464,    Adjusted R-squared:  0.9434
F-statistic:  318 on 1 and 18 DF,  p-value: 6.917e-13
```

Grafikon D3



Grafikon D4

Linearna regresija rashoda po stanovniku i BDP-a po stanovniku županije u godini:

2002.

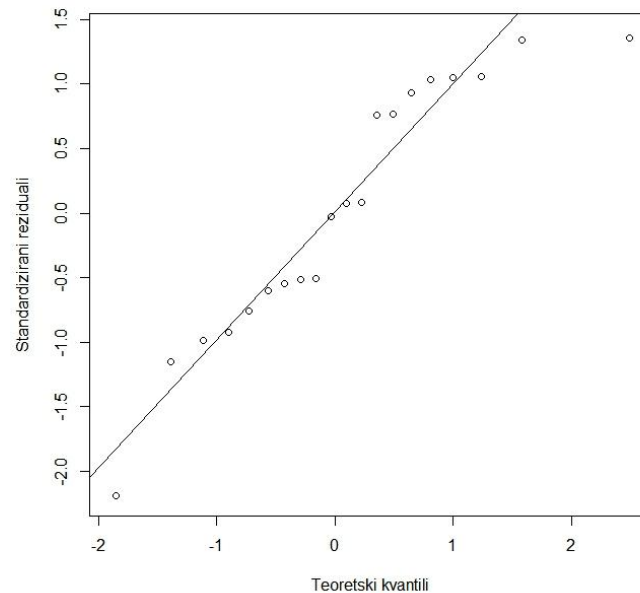
```
Call:
lm(formula = z ~ x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-184.139  -51.921    1.964   68.708  114.369

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 3.037e+02  9.407e+01   3.229  0.00466 **
x           4.152e-03  2.325e-03   1.786  0.09099 .
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 84.14 on 18 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1505,    Adjusted R-squared:  0.1033
F-statistic: 3.189 on 1 and 18 DF,  p-value: 0.09099
```

Grafikon D5



Grafikon D6

2009.

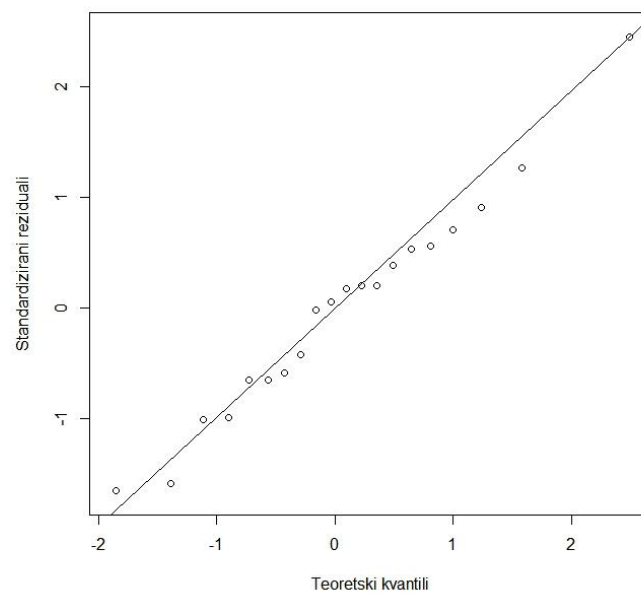
```
Call:
lm(formula = z ~ x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-158.33  -62.20   10.55   51.58  234.59

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 7.069e+02  9.829e+01  7.192 1.08e-06 ***
x           3.079e-03  1.593e-03  1.933  0.0691 .
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 95.89 on 18 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.172,    Adjusted R-squared:  0.126
F-statistic: 3.738 on 1 and 18 DF,  p-value: 0.06906
```

Grafikon D7



Grafikon D8

2011.

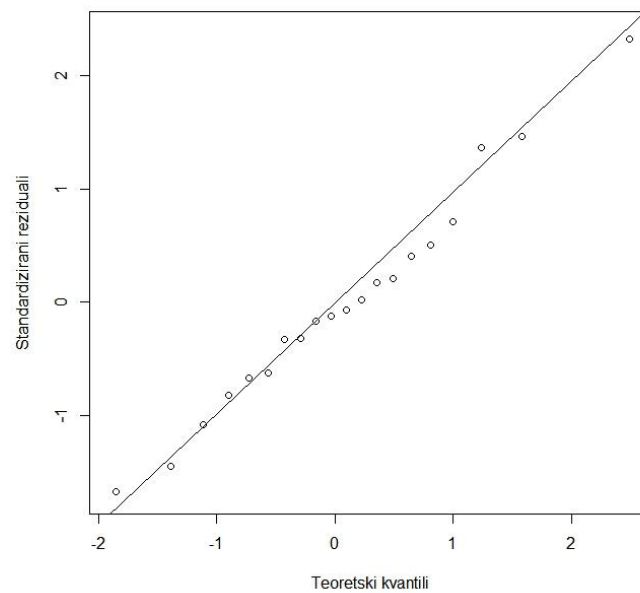
```
Call:
lm(formula = z ~ x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-151.590  -55.830   -8.527   38.598  211.004

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 6.127e+02  9.177e+01  6.677 2.9e-06 ***
x           3.829e-03  1.475e-03  2.595 0.0183 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 90.48 on 18 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2723,    Adjusted R-squared:  0.2319
F-statistic: 6.735 on 1 and 18 DF,  p-value: 0.01828
```

Grafikon D9



Grafikon D10

Linearna regresija rashoda Kontinentalne i Jadranske Hrvatske u razdoblju 2002.-2012. :

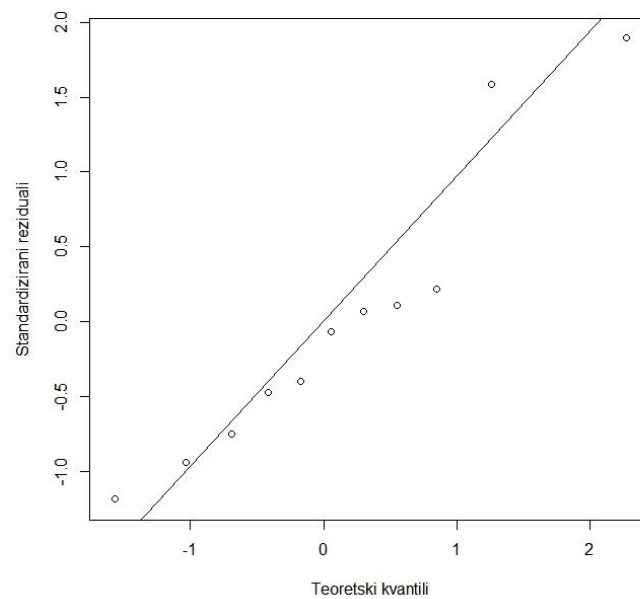
```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.56332 -0.28733 -0.03163  0.06649  0.88057

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.7584     0.7148  -1.061   0.316
x            6.7325     0.6671  10.092 3.32e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.4734 on 9 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9188,    Adjusted R-squared:  0.9098
F-statistic: 101.8 on 1 and 9 DF,  p-value: 3.317e-06
```

Grafikon D11



Grafikon D12

Linearna regresija rashoda i indeksa razvijenosti za općine 2010. godine:

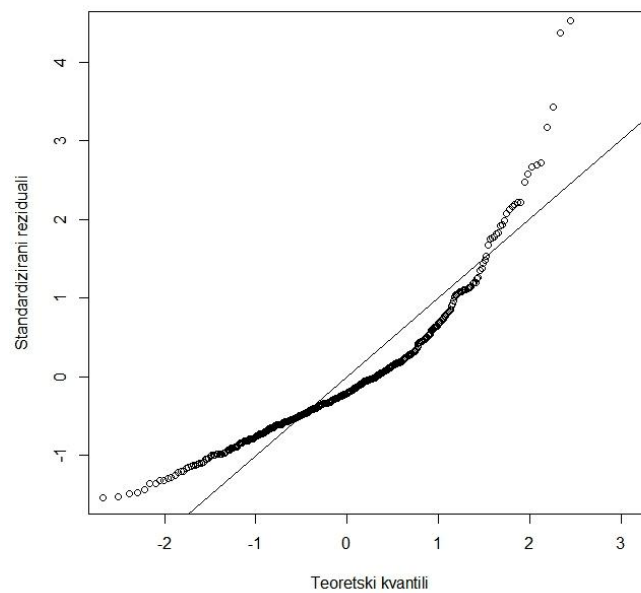
```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-10.959  -2.933  -1.057   1.410   37.435

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -3.6541     0.8097  -4.513 8.27e-06 ***
x             12.9958     1.0095  12.873 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 5.135 on 426 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2801,    Adjusted R-squared:  0.2784
F-statistic: 165.7 on 1 and 426 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Grafikon D13



Grafikon D14

Linearna regresija rashoda i indeksa razvijenosti za gradove 2010. godine:

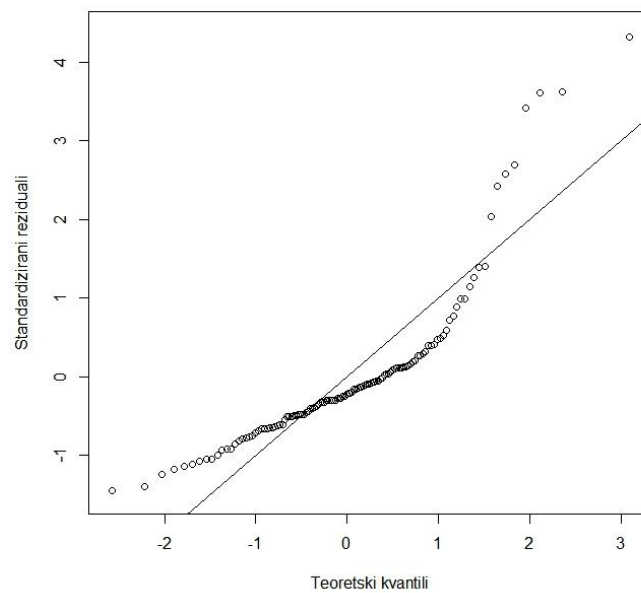
```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-64.749 -23.924  -9.796   6.685 199.069

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -61.47     20.11  -3.057  0.00275 **
x             113.37     21.03   5.390  3.5e-07 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 46.16 on 122 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1923,    Adjusted R-squared:  0.1857
F-statistic: 29.05 on 1 and 122 DF,  p-value: 3.496e-07
```

Grafikon D15



Grafikon D16