

# Advekcija prognostičkih varijabli tekuće vode i prognoza konvekcije

---

**Kahlina, Leon**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/um:nbn:hr:217:072566>

*Rights / Prava:* [In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-05-12**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
GEOFIZIČKI ODSJEK

Leon Kahlina

Advekcija prognostičkih varijabli  
tekuće vode i prognoza konvekcije

Diplomski rad

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
GEOFIZIČKI ODSJEK

SMJER: METEOROLOGIJA I FIZIČKA OCEANOGRAFIJA

**Leon Kahlina**

Diplomski rad

**Advekcija prognostičkih varijabli  
tekuće vode i prognoza konvekcije**

Voditelj diplomskog rada: doc. dr. sc. Željko Večenaj

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2019.

## Sažetak

Prognoza vremena temelji se na produktima numeričkih modela za vremensku prognozu. Vremenske prilike koje imaju značajan utjecaj na sigurnost mogu biti karakteristične za neku zemlju ili regiju te njihova prognoza može zahtjevati specifične postavke modela u obliku rezolucije i kompleksnosti modela. U Državnom hidrometeorološkom zavodu operativna numerička prognoza vremena koristi model ALADIN. Parametrizirane procese opisujemo takozvanom fizikom modela, npr. zračenje, mikrofiziku oblaka, konvekciju, turbulenciju, orografiju itd. Opis tih procesa vezan je s dinamikom modela preko sučelja u kojem određene fizičke procese možemo uključiti ili isključiti pomoću logičkih prekidača. U radu koristimo nehidrostatički model ALADIN rezolucije 2 km u području djelomično razlučene konvekcije i ALARO fizički paket. Uključivanjem i isključivanjem advecije i semi-lagrangijanske difuzije na prognostičkim varijablama (kiša, snijeg, led oblaka i voda oblaka) gledamo što se događa s konvekcijom, odnosno prognoziramo konvekciju. Promatrano je preko deset slučajeva za koje je napravljeno četiri eksperimenta. Odabrana su dva slučaja, odnosno datuma, prezentirana i diskutirana u ovom radu.

**Ključne riječi:** ALADIN, ALARO, advekcija, konvekcija, prognostičke varijable, semi-lagrangijanska difuzija.

# **Advection of liquid water prognostic variables and convection forecast**

## **Abstract**

Weather forecasting is based on the products of numerical models for weather forecasts. Weather circumstances that have significant impact on security may be characteristic of a country or region and their forecast may require specific model settings in the form of resolution and complexity of the model. In the (DHMZ), the operating numerical forecast uses ALADIN model. Parametrized processes are described by the so called model physic, e.g. radiation, cloud microphysics, convection, turbulence, orography, etc. The description of these processes is related to the dynamics of the model through an interface in which certain physical processes can be switched on or off by means of logic switches. In this paper we use the non-hydrostatic 2 km resolution prognosis in the field of partially resolved convection and the ALARO physical package. Activation and exclusion of advection and semi-lagrangian diffusion of prognostic variables (rain, snow, cloud ice, cloud water), we analyze process of convection in numerical model. Over ten cases were observed for which four experiments were made. Two cases were selected, i.e. two dates, presented and discussed in this paper.

**Keywords:** ALADIN, ALARO, advection, convection, prognostic variables, semi-lagrangian diffusion.

Zahvaljujem se svojim mentorima, doc. dr. sc. Željku Večenaju iz Geofizičkog odsjeka PMF-a i dr. sc. Martini Tudor iz Državnog hidrometeorološkog zavoda, na njihovoj pomoći i strpljenju, prilikom izrade ovog diplomskog rada.

Posebno se zahvaljujem roditeljima na dugogodišnjoj potpori i razumijevanju, i naravno zahvaljujem se svojim dragim prijateljima i prijateljicama.

# Sadržaj

<b>1 UVOD.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Opći pojmovi u parametrizaciji oblaka.....</b>	<b>2</b>
<b>1.2 ALADIN sustav.....</b>	<b>4</b>
<b>2 TEORIJSKI PREGLED.....</b>	<b>5</b>
<b>2.1 Rane numeričke sheme za kondenzaciju.....</b>	<b>5</b>
<b>2.2 Znanstvene i tehničke posebnosti ALADIN sustava.....</b>	<b>6</b>
<b>2.3 Operativna domena modela.....</b>	<b>7</b>
<b>2.4 Opis dinamike modela.....</b>	<b>8</b>
<b>2.4.1 Semi-implicitna shema.....</b>	<b>9</b>
<b>2.4.2 Semi-lagrangijanska shema.....</b>	<b>10</b>
<b>2.5 Fizika modela.....</b>	<b>11</b>
<b>3 MIKROFIZIČKA SHEMA.....</b>	<b>12</b>
<b>3.1 ALARO jednadžbe.....</b>	<b>13</b>
<b>3.1.1 Jednadžba gibanja – komponente vjetra.....</b>	<b>13</b>
<b>3.1.2 Temperatura.....</b>	<b>13</b>
<b>3.1.3 Specifična vlažnost.....</b>	<b>17</b>
<b>3.1.4 Voda oblaka.....</b>	<b>18</b>
<b>3.1.5 Led oblaka.....</b>	<b>18</b>
<b>3.1.6 Kiša.....</b>	<b>19</b>
<b>3.1.7 Snijeg.....</b>	<b>19</b>
<b>4 EKSPERIMENT.....</b>	<b>22</b>
<b>4.1 Analizirane meteorološke situacije.....</b>	<b>22</b>
<b>4.2 Logički prekidači u ALARO osnovnoj verziji.....</b>	<b>24</b>
<b>4.2.1 Termodinamička prilagodba i prognostički tip sheme za oblake.....</b>	<b>24</b>
<b>4.2.2 Prognostička mikrofizika.....</b>	<b>24</b>
<b>4.2.3 Duboka konvekcija 3MT.....</b>	<b>25</b>
<b>4.3 Opis eksperimenta.....</b>	<b>26</b>
<b>5 REZULTATI.....</b>	<b>28</b>
<b>5.1 Eksperimentiranje ukupnom modeliranim oborinom.....</b>	<b>28</b>
<b>5.2 Razlike ukupne oborine.....</b>	<b>32</b>
<b>5.3 Diskusija rezultata.....</b>	<b>36</b>
<b>6 ZAKLJUČAK.....</b>	<b>37</b>
<b>7 LITERATURA.....</b>	<b>38</b>

## 1 UVOD

U bilo kojem trenutku oblaci pokrivaju  $\sim 60\%$  do  $70\%$  planeta Zemlje i za većinu čovječanstva oni su svakodnevno iskustvo. Oblaci uzrokuju različite efekte koji su vezani za sustav atmosfere i Zemlje. Ispod su nabrojani najvažniji:

- Modifikacija tokova kratkovalnog zračenja kroz atmosferu, emitiranje i absorpcija dugovalnog zračenja u atmosferi.
- Oslobađanje i potrošnja latentne topline vezane uz promijenu faze vode,
- Vertikalni transport topline, vlage, količine gibanja i čestica u atmosferi na velike udaljenosti u konvektivno generiranim oblacima,
- Modifikacija površinske hidrologije oborinom iz oblaka.

S obzirom na važnost različitih ujecaja koje oblaci imaju na evoluciju atmosfere i površinskih strujanja, odmah je vidljivo da te efekte treba nekako uključiti u numeričke modele pomoću kojih simuliramo evoluciju klime i u regionalne modele pomoću kojih prognoziramo vrijeme na ograničenom području. Globalni i regionalni modeli rade na principu numeričkog aproksimiranja hidrodinamičkih i termodinamičkih jednadžbi koje opisuju gibanja u atmosferi. Primjenjuju se različite numeričke tehnike kako bi se došlo što bliže pravom rješenju osnovnih jednadžbi. Numeričko rješavanje vršimo tako da područje na koje model primjenjujemo podijelimo u mrežu točaka u prostoru (horizontalno i vertikalno) i u vremenu. Jednadžbe koje opisuju atmosferska gibanja su po prirodi kontinuirane, odnosno uključuju parcijalne derivacije.

Procesi vezani za formiranje oblaka pokrivaju širok raspon horizontalnih i vertikalnih skala, od mikrometarskih gdje dolazi do kondenzacije i isparavanja individualnih kapljica do par stotina metara kada su u pitanju kumulusi pa sve do nekoliko stotina kilometara kada su u pitanju sustavi oblaka vezani uz izvantropske barokline sustave. Dakle, za opisivanje detalja dinamike pojedinih oblaka trebamo veličine numeričke mreže od nekoliko metara ili manje. Trenutačna računalna moć i problem traženja adekvatnih početnih rubnih uvjeta onemogućuju korištenje tako malog prostornog koraka numeričke mreže. U stvarnosti tipični horizontalni korak numeričke mreže kreće se od  $5\text{ km}$  pa sve do  $50\text{ km}$  u globalnim modelima korištenim u modeliranju klime. Procesi koji djeluju na

skalama manjim od navedenih veličina numeričke mreže nazivamo nerazlučeni procesi koji kao takvi nisu direktno prisutni u numeričkim rješenjima jednadžbi. Mnogi nerazlučeni procesi utječu na dinamička i termodinamička stanja atmosfere na velikim skalama. Parametriziramo procese koje ne možemo razlučiti na mreži modela (npr. turbulencija, konvekcija) i procese koje ne možemo opisati dinamičkim jednadžbama (npr. zračenje, mikrofizika) Numerička rješenja jednadžbi modela mogu razlučiti jedino procese koji su na skalamu veličine koraka mreže. Općeniti naziv te numeričke tehnike je parametrizacija.

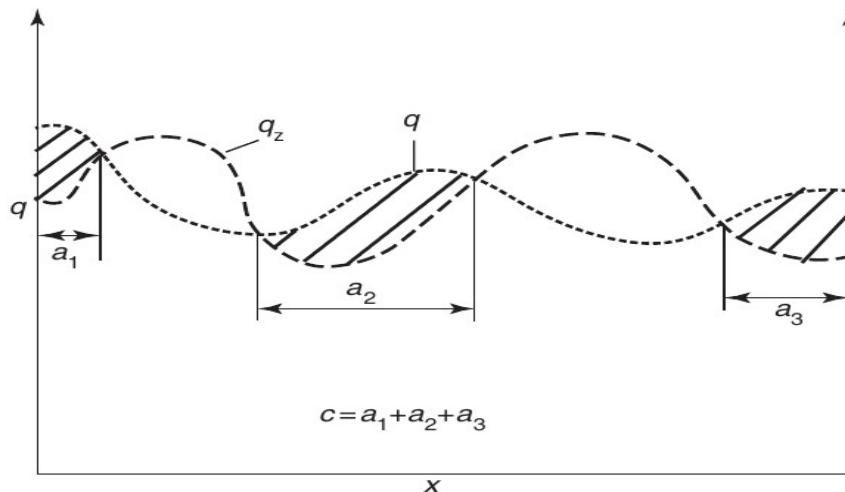
Da bismo mogli razlučiti oblake, morali bi se spustiti na skale ispod  $1\text{ km}$ . Mnogo je problema koje treba savladati prilikom parametrizacije oblaka. Kao prvo, postoje raznolike vrste oblaka, kao npr. stratokumulusni oblaci koji se mogu naći na vrhu graničnog sloja, prostrani sustavi oblaka povezani uz izvantropske poremećaje, itd. Ti različiti tipovi oblaka su stvorenji, održavani i disipirani pomoću različitih fizičkih procesa, poput npr. konvekcije, turbulencije male skale, dizanja i sruštanja česti na velikoj skali i mikrofizike oblaka odnosno procesa vrlo male skale koji dovode do formiranja oborine (vidi u Plant, R.; Yano J-I. 2015: Parameterization of atmospheric convection, Volume 1).

### ***1.1 Opći pojmovi u parametrizaciji oblaka***

Veličina oblaka često je puno manja od numeričke mreže koju koristimo u modelu. Čak i ako integriramo preko svih pojedinačnih oblaka na području koje je usporedivo s rezolucijom numeričke mreže, često dolazimo do opažanja da je područje tek djelomično prekriveno oblacima. Gotovo sve parametrizacije oblaka opisuju djelomičnu pokrivenost domene numeričkog modela oblacima, i to je jedan od ključnih parametara. Budući da je koncept djelomične pokrivenosti oblacima (eng. cloud fraction) jedan od važnijih koncepata u numeričkom modeliranju, vrijedno ga je spomenuti i pojasniti implikacije koje ima. Oblaci se formiraju kada specifična vlažnost lokalno nadilazi vrijednost zasićenja, te postoji dovoljan broj sitnih čestica suspendiranih u zraku, koje se još nazivaju kondenzacijske jezgre oblaka (eng. cloud condensation nuclei). Djelomična pokrivenost oblacima implicira da određeni dijelovi numeričke mreže postaju zasićeni prije od drugih. Ovo ima nekoliko bitnih implikacija. Jedna od njih je da modelirani oblaci postoje prije

nego što srednja vrijednost relativne vlažnosti dosegne vrijednost npr. 85 do 95%. Taj je pristup korišten u mnogim parametrizacijama oblaka. Djelomičnu pokrivenost oblacima određujemo preko kritične vrijednosti relativne vlažnosti  $Rh_{crit}$ , iznad koje oblaci postoje u domeni numeričke mreže. Ovaj pokušaj opisa preko funkcijске ovisnosti daleko je od idealnog. Druga posljedica pretpostavke djelomične pokrivenosti oblacima domene numeričkog modela je da mora postojati raspodjela udaljenosti od lokalne točke zasićenja. To implicira promjene u vlažnosti i temperature oko srednje vrijednosti. Poznavanje tih promjena bilo bi dovoljno za opis polja oblaka unutar domene numeričkog modela (vidi u Plant, R.; Yano J-I. 2015: Parameterization of atmospheric convection, Volume 1). Za opis ideje djelomične pokrivenosti oblacima domene numeričkog modela, kao primjer uzimamo jednodimenzionalni model numeričkog prikaza unutar kojeg su specifična vlažnost,  $q$ , i njena zasićena vrijednost,  $q_z$ , uzete kao neuniformne vrijednosti (Slika 1). U djelovima gdje je  $q > q_z$  pretpostavka je da oblaci postoje. Odnosno, kada je točka modela zasićena, imamo razlučenu oborinu. Ako podijelimo područja gdje oblaci postoje sa veličinom promatranog dijela mreže, to nazivamo djelomičnom pokrivenosti oblacima i označavamo je sa  $a = c/x$ , gdje je

- $c$  ukupan zbroj površina koje oblaci prekrivaju,
- $x$  veličina domene .



**Slika 1.** Shematski prikaz postojanja oblaka u području gdje dolazi do zasićenja. Koorodinata  $x$  predstavlja prostornu varijablu numeričke mreže. Kratko crtana linija ( $q$ ) predstavlja specifičnu vlažnost kao funkciju prostorne koordinate  $x$  numeričke mreže. Dugo crtana linija ( $q_z$ ) predstavlja zasićenu vrijednost specifične vlažnosti. Sa  $a$  označavamo djelomičnu pokrivenost oblacima.

## 1.2 ALADIN sustav

ALADIN<sup>1</sup> model je numerički model koji služi za prognozu vremena i u svrhu znanstvenih istraživanja. Razvijen je od strane ALADIN konzorcija (vidi <http://www.umr-cnrm.fr/aladin/>). Temelji se na računalnom kodu koji dijeli s globalnim modelom IFS<sup>2</sup> od ECMWF<sup>3</sup> i ARPEGE<sup>4</sup> modelom Météo-France-a. U danjašnje vrijeme model koristimo u području finih rezolucija, (LAM<sup>5</sup> konfiguracija). Nekoliko konfiguracija je temeljito isprobano i pripremljeno za korištenje u operativnoj prognozi vremena. Te konfiguracije nazivamo ALADIN-ove kanonske konfiguracije modela (eng. canonical model configurations) (CMC-s). Trenutačno imamo tri CMC-a: ALADIN osnovne postavke CMC, AROME<sup>6</sup> CMC i ALARO<sup>7</sup> CMC. Druge konfiguracije su isto dostupne i mogu služiti za proučavanja određenih procesa u atmosferi kao i u svrhu numeričkih simulacija klime. ALADIN model je skup procedura kao što su priprema, asimilacija podataka, prognostički modeli i verifikacija. Članice konzorcija koriste ga na geografskom području visoke rezolucije u svrhu prognoze vremena. Postoji velik broj odabira fizike i dinamike u konfiguraciji ALADIN-a. Time je omogućena velika sloboda članicama ALADIN konzorcija u njihovom odabiru konfiguracija modela kojeg koriste u operativnim prognozama. Treba naglasiti da sve moguće kombinacije konfiguracija fizike i dinamike modela ne vode ka smislenim rezultatima. Povijesno ALADIN model stvoren je kao LAM verzija ARPEGE (Radnóti i sur., 1995). Sve zemlje koje koriste ALADIN model fokusiraju svoju primjenu na skalama koje uključuju konvekciju (eng. convective permitting scales). Razvijena su dva konsistentna numerička modela na tim rezolucijama, AROME i ALARO. Nove verzije ALADIN modela fokusiraju se na nadogradnji tih dviju LAM konfiguracija.

---

1 ALADIN je akronim za Aire Limitée Adaptation Dynamique Développement International.

2 IFS je akronim za Integrated Forecasting System.

3 ECMWF je akronim za European Centre for Medium-Range Weather Forecasts.

4 ARPEGE je akronim za Action de Recherche Petite Echelle Grande Echelle.

5 LAM je akronim za Limited Area Model.

6 AROME je akronim za Application of Research to Operations at Mesoscale.

7 ALARO je akronim za Aladin-AROME.

## 2 TEORIJSKI PREGLED

### 2.1 Numeričke sheme za kondenzaciju

Razvojem ranih modela opće cirkulacije atmosfere (eng. general circulation models, GCM-s) tijekom 1960-tih, efekti konvektivnih i nekonvektivnih procesa na latentnu toplinu uzeti su u obzir. Modeli su uključivali jednadžbu evolucije specifične vlage u atmosferi. Efekti homogenizacije i prezasićenja bili su isključeni iz jednadžbi koje opisuju evoluciju atmosfere. Time je u model uvedena jednostavna shema za kondenzaciju. Svaka pojava prezasićenja se prilagodi nazad na zasićenje unutar domene numeričke mreže na kraju vremenskog koraka modela. Kondenzacijski procesi, a time i efekti vezani uz latentnu toplinu opisani su u modelu. Oborina je produkt kondenzacije. Budući da je sva kondenzacija bila odstranjena pomoću oborine, nije bila potrebna mikrofizika koja bi opisala strukturu oblaka.

*Dijagnostička shema za oblake* opisuje fizičke procese u oblaku empirijski, odnosno na temelju spoznaja dobivenih opažanjem ili mjeranjem. Tri glavne skupine oblaka uzete u obzir: konvekcijom stvoreni oblaci, stratiformni oblaci i stratokumulusi.

*Prognostička shema za oblake*, koristi jednadžbu koju je opisao Tiedtke (1993). Tom jednadžbom prognoziramo vremenu evoluciju dviju varijabli oblaka: pokrivenost oblacima,  $a$ , i količina kondenzata u oblaku,  $l$ . U jednadžbi su eksplicitno opisani izvori i ponori koji dovode do stvaranja, razvoja i disipacije oblaka. Prognostičke jednadžbe za  $a$  i  $l$  glase:

$$\frac{\partial l}{\partial t} = S_{cv} + S_{bl} + C - E - G_p - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\rho \bar{w}' \bar{l}')_{entr} \quad (1a)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = A(a) + S(a)_{cv} + S(a)_{bl} + S(a)_c - D(a) \quad (1b)$$

gdje  $S_{cv}$  i  $S(a)_{cv}$  predstavljaju izvore  $l$  i  $a$  zbog konvekcije,  $S_{bl}$  i  $S(a)_{bl}$  predstavljaju izvore za  $l$  i  $a$  zbog turbulencije,  $C$  i  $S(a)_c$  predstavljaju izvore  $l$  i  $a$  zbog procesa kondenzacije.  $E$  i  $D(a)$  predstavljaju disipaciju oblaka zbog isparavanja, a  $G_p$  predstavlja oborinu. Zadnji izraz na desnoj strani prognostičke jednadžbe za  $l$  predstavlja

dисипацију због увлачења (eng. entrainment). Сви ти процеси нису неовисни једни од других. На пример, ефекти мокре конвејције утјећу на температуру околиша.

## 2.2 Znanstvene i tehničke posebnosti ALADIN sustava

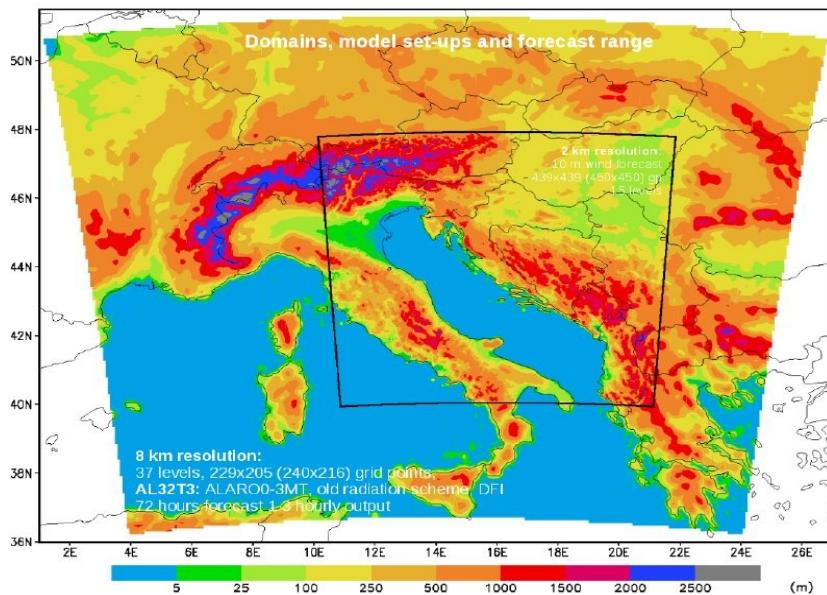
Ovaj одделjak описује архитектуру рачулног кода. Ту се жељи нагласити што је zajедничко са глобалним моделом и што разликује LAM конфигурацију од глобалног модела. Главна брига током развоја рачулног кода стављена је на покretanje конфигурација модела у којима се узима у обзир већи временски корак, односно у условима бездимензионално великог Courantovog броја<sup>8</sup>. Тренутачне иначице оперативног система ALADIN користе спектралну динамичку језгру са двоступанском разином semi-implicitне semi-lagrangijanske (SISL) схеме (Ritchie и са., 1995; Robert и са., 1972; Simmons и са., 1978; Temperton и са., 2001). Када би се решило semi-implicitни (SI) проблем, динамичке једнадžбе сведене су на једну Helmholtzову једнадžбу у хоризонталној дивергенцији ( $u$  и  $v$ ). У једнадžбама динамике  $u$  и  $v$  компоненте поља вјетра описане су преко абсолютне количине гibanja. Coriolisов параметар и допринос од закривљених координата не улазе у линеаризовану semi-implicitnu (SI) формулатуру. Приступ који се подузима за решавање semi-implicitnog (SI) проблема је изненадно учинковит јер се хоризонтални дио тretira засебно, а спектрална метода дaje elegantno algebarsko rješenje. Та се учинковитост губи када имамо параметре који овise о хоризонталним координатама. Jedan такав параметар је фактор карте, он улази у SI проблем, али његова хоризонтална оvisnost se obrađuje на који доводи до slabog dijagonalnog problema u spektralnom prostoru (Azimzadeh, P. и са. 2016). Time smo i dalje u mogućnosti koristiti većinu prednosti spektralne metode.

- 
- 8 За једнодимензионални slučaj Courantov broj definiramo као  $C = \frac{u \Delta t}{\Delta x} \leq C_{max}$  (ово vrijedi за eulerovsku advekciju), то је бездимензионални број.
- $u$  је ознака за brzinu,
  - $\Delta t$  је ознака за временски корак,
  - $\Delta x$  је ознака за величину интервала.

$C_{max}$  представља максималан Courantov број, он се mijenja ovisno o методи којом diskretiziramo parcijalne diferencijalne једнадžbe. U овој раду користи се semi-lagrangijanska advekcija (u principu proizvoljno dug vremenski корак).

## 2.3 Operativna domena modela

Operativnu prognozu ALADIN modelom provodimo na domeni Lambertove projekcije s 8 km horizontalnom rezolucijom (Slika 3). Dobivena polja iz modela kasnije prolaze kroz proceduru dinamičke adaptacije (Ivatek-Šahdan i Tudor, 2004) koja daje prognozu vjetra na 10 m horitontalne rezolucije 2 km. Procedura prilagođava prognozu polja vjetra rezolucije 8 km i koristi hidrostatičke postavke ALADIN modela s parametrizacijom turbulencije. Kao dodatak operativnoj prognozi uspostavljena je 24 satna prognoza rezolucije 2 km koja koristi nehidrostatičku dinamiku i cijeli set parametrizacija, uključujući zračenje, mikrofiziku i sheme konvekcije. Ova prognoza se provodi na istoj domeni kao i postupak dinamičke adaptacije (Slika 2). Početni rubni uvjeti potrebni za pokretanje ALADIN modela mogu se dobiti pomoću tri različita postupka: podaci dobiveni iz globalnog modela korišteni kao početni uvjeti, miješanjem polja dobijenih s velike skale odnosno iz globalnog modela niske rezolucije s poljima visoke rezolucije dobijenih iz LAM-a prethodne prognoze i korištenjem procedure asimilacije podataka.



**Slika 2.** Domena ALADIN modela. Raspodijela terena, koja se koristi u operativnoj prognozi DHMZ-a.

## 2.4 Opis dinamike modela

Dinamika modela odnosi se na razlučene procese koji su opisani jednadžbama modela, odnosno horizontalnim i vertikalnom jednadžbom gibanja, jednadžbom sačuvanja mase, sačuvanja drugih prognostičkih varijabli, te jednadžbom termodinamike. Ti procesi obuhvaćaju advekciju, silu gradijenta tlaka, adijabatske promjene vezane uz procese promatranog modela. Dinamički proces izračunavaju se pomoću semi-implicitne sheme (Robert. 1982). Numerika modela odnosi se na promatranu domenu na kojoj se problem rješava, na koordinatni sustav koji se koristi, na rezoluciju numeričke sheme i numeričke aproksimacije koje se koriste pri rješavanju sustava prognostičkih parcijalnih diferencijalnih jednadžbi. ALADIN je spektralni model na ograničenom području. Variable modela prikazane su Fourier spektralnom reprezentacijom. To nam omogućuje primjenu brze Fourierove transformacije (FFT) u oba smjera.

Polja modela transformiraju se između spektralnog i faznog prostora u svakom vremenskom koraku. Akumulirana energija na kratkim valnim duljinama zbog spektralnog blokiranja smanjuje se numeričkom difuzijom na kraju vremenskog koraka. Semi-lagrangijanska horizontalna difuzija (SLHD) kombinirana s numeričkom difuzijom uklanja kratke valove u višim slojevima atmosfere. Advekcija prognostičkih varijabli u modelu izračunava se pomoću dvovremenske semi-lagrangijanske sheme. Metoda uzima točke modela kao dolazne točke putanje česti zraka. Izračunate putanje su jedan vremenski korak unazad od točke podrijetla. Prognostičke variable uključene u semi-implicitno računanje u hidrostatičkoj verziji modela su površinski tlak, horizontalne komponente vjetra, temperatura i vlažnost. Nehidrostatička dinamika uključuje dvije dodatne variable modela: odstupanje tlaka i vertikalnu divergenciju koja se isto računa preko semi-implicitne aproksimacije. Razvoj fizike modela uveo je više prognostičkih varijabli, kao što su voda i led oblaka, kiša i snijeg, uzlazna i silazna vertikalna gibanja, itd. Ove variable mogu biti advektirane semi-lagrangijanskom shemom i difuzirane semi-lagrangijanskom horizontalnom difuzijom (SLHD), ali ne ulaze u semi-implicitno računanje. U operativnoj prognozi, sve te variable su advektirane, ali se primjenjuje SLHD jedino na vodenu paru, vodu iz oblaka i led. Metoda konačnih razlika koristi se za rješavanje jednadžbi modela po vertikali na 37 (73 u slučaju 4 km rezolucije) razini.

### 2.4.1 Semi-implicitna shema

Evoluciju stanja atmosfere opisanu jednadžbama modela možemo simbolički opisati kao:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = M(\psi) \quad (2)$$

gdje je  $\psi$  stanje atmosfere koje obuhvaća sve varijable modela, a  $M$  opisuje djelovanje svih procesa opisanih jednadžbama modela kao što su pretvorbe energije ili advekcija zračnom strujom. Model možemo rješavati implicitno ili eksplicitno. Eksplicitna shema poput:

$$\frac{\psi^{t+\Delta t} - \psi^t}{\Delta t} = M(\psi^t) \quad (3)$$

zahtjeva vrlo kratke vremenske korake integracije ograničene Courant-Friedricks-Levy

(CFL) kriterijem  $u \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1$ . Eksplicitna shema:

$$\frac{\psi^{t+\Delta t} - \psi^t}{\Delta t} = M(\psi^t + \Delta t) \quad (4)$$

je stabilna za znatno dulje vremenske korake integracije te je duljina vremenskog koraka ograničena preciznošću modela, ali zahtjeva implicitno rješavanje sustava nelinearnih jednadžbi (npr. iterativno) što znatno produljuje računanje. Procese iz nelinearnog operatora  $M$  možemo aproksimirati linearnim operatorom  $L$ . Razlika između  $M$  i  $L$  se često naziva nelinearni ostatak  $N$ . Semi-implicitna shema prvo izračunava preliminarnu prognostičku vrijednost eksplicitnim rješavanjem jednadžbi modela  $M(\psi^t)$ , a potom

primjenjuje semi-implicitnu korekciju  $\beta L(\frac{\psi^{t+\Delta t} - \psi^t}{2} - \psi^0)$  koja stabilizira sustav, gdje parametar  $\beta$  određuje stupanj implicitne sheme ( $\psi^0$  vrijednost oko koje lineariziramo sustav). Kriterij stabilnosti više nije najveća valna brzina (Lambovi valovi tj. kvazi-

horizontalna brzina zvuka), nego je povezan s najvećom brzinom zračne struje. Semi-implicitnu shemu modela rješavamo na način opisan:

$$\frac{\psi^{t+\Delta t} - \psi^t}{\Delta t} = M(\psi^t) + \beta L \left( \frac{\psi^{t+\Delta t} - \psi^t}{2} - \psi^0 \right), \quad (5)$$

što postaje

$$(1 - \frac{\Delta t}{2} \beta L) \psi^{t+\Delta t} = \Delta t M(\psi^t) + \psi^t - \frac{\Delta t}{2} \beta L (\psi^t + 2 \psi^0), \quad (6)$$

#### 2.4.2 Semi-lagrangijanska shema

Semi-lagrangijanska shema (Bates i McDonald, 1982) izračunava advektivni doprinos rješavajući jednadžbu

$$\frac{d \psi}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \psi + \eta \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \quad (7)$$

gdje je  $\psi$  varijabla modela,  $\vec{V}$  horizontalna komponenta zračne struje,  $\nabla$  je horizontalna komponenta operatora gradijenta, a  $\eta$  vertikalna brzina. Shema izračunava vrijednost varijable modela u točki mreže G, koja je advektirana iz polazne točke O trodimenzionalnim poljem vjetra uzetim u središnjoj točki putanje M. Kako ni O niti M ne moraju biti točke mreže, potrebno je koristiti trodimenzionalne interpolacije. Semi-implicitan algoritam glasi:

$$\frac{\psi_G^{t+\Delta t} - \psi_O^t}{\Delta t} = L \left( \frac{\psi^{t+\Delta t} - \psi_O^t}{2} \right) + N \left( \psi_M^{t+\frac{\Delta t}{2}} \right) + \Phi(\psi_O^t) \quad (8)$$

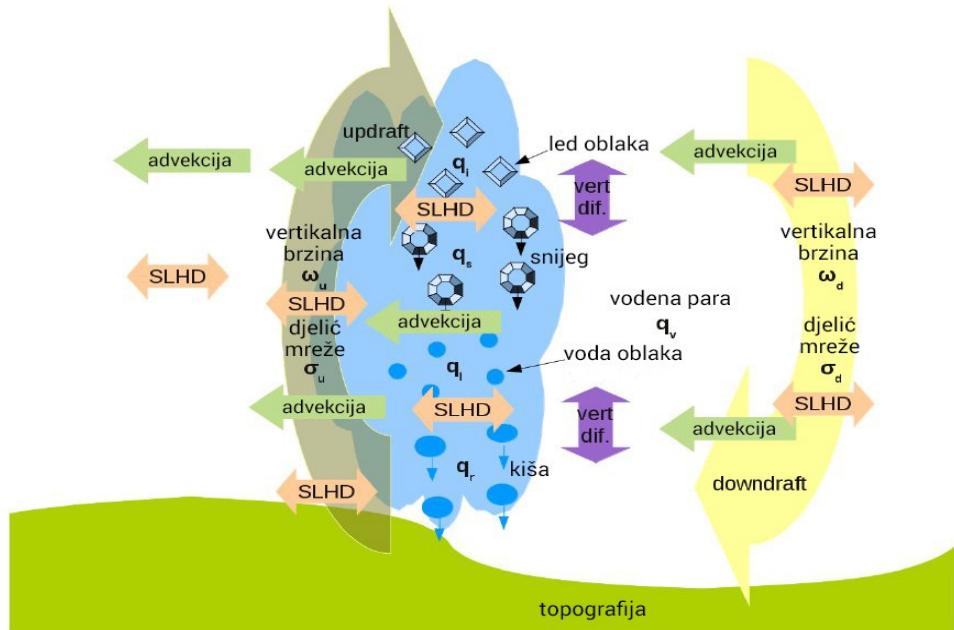
gdje  $\Phi$  označava doprinos fizikalnih parametrizacija koji računamo iz varijabli u trenutku  $t$  i interpoliramo u polaznu točku putanje. Duljina vremenskog koraka integracije više ne ograničuje CFL kriterij ( $u \Delta t < \Delta x$ ), Durran (1999) zaključuje da je moguće koristiti proizvoljno dug vremenski korak integracije (na temelju analize stabilnosti za slučaj s

konstantnom brzinom). Ipak, vremenski korak je ograničen u slučaju varijabilne brzine vjetra, jer Lipschitzov kriterij  $\left| \frac{\partial u}{\partial x} \right| \Delta t < 1$  zahtjeva da se putanje  $O-M-G$  ne sijeku, odnosno ograničava konfluenciju i difluenciju putanje česti zraka tijekom jednog vremenskog koraka.

## 2.5 *Fizika modela*

Fizika modela opisuje procese koji nisu razlučeni modelom poput konvekcije, turbulencije i utjecaja nerazlučenih planinskih prepreka te mikrofizikalnih procesa. Za procese koju su opisani fizikom modela kaže se da su parametrizirani. Nerazlučeni dijabatički procesi su parametrizirani, te se kao takvi njihovi doprinosi u modelima velike skale uzimaju u obzir. Konvektivni procesi preraspodjeljuju količinu gibanja, toplinu i vlagu po vertikali. Parametrizacija duboke konvekcije korištena u ALADIN-u (Gerard i Geleyn, 2005) je prognostička shema toka mase (Gerard 2007.) u kojoj su konvektivni procesi tretirani pomoću prognostičkih varijabli za uzlazna strujanja (eng. updraft) i silazna strujanja (eng. downdraft), vertikalnu brzinu i djelić naoblake. Mikrofizika oblaka opisuje procese kondenzacije, isparavanja, smrzavanja i taljenja kao i procese koji transformiraju kapljice vode i ledene kristaliće u kišu i snijeg (Slika 3). ALARO koristi jednostavnu shemu mikrofizike s prognostičkim jednadžbama za vodu i led u oblaku, kao i za led, kišu i snijeg (Catry et al. 2007) i statistički pristup sedimentaciji oborine (Geleyn i sur., 2008). ALARO je koncept koji objedinjuje nove poglede na parametrizaciju, fleksibilno algoritamsko rješavanje problema, stabilnost, ekonomsku isplativost, itd.

Dio koji opisuje fiziku uključuje: radijacijske sheme, pseudo-prognostičku shemu turbulencije, uzgon zbog orografije (nova shema GWD), opis vlažnih procesa u atmosferi itd. Tretiranje utjecaja tla provodi se kroz SURFEX. Statistički pristup uvodimo za sedimentaciju vezanu uz kišu i snijeg. Parametrizacijske sheme s vremenom postale su sve kompleksnije, međudjeluju jedne s drugima te s numeričkim i dinamičkim djelovima modela.



**Slika 3.** Shema prognostičkih varijabli koje opisuju mikrofiziku, konvekciju i pripadne procese korištene u ALADIN modelu. SLHD predstavlja semi-lagrangijansku difuziju,  $q_r$  predstavlja kišu,  $q_s$  predstavlja snijeg,  $q_l$  predstavlja vodu oblaka,  $q_i$  predstavlja led oblaka.

### 3 MIKROFIZIČKA SHEMA

Prezentirat ćemo skup jednadžbi vezan za evoluciju faze vode u atmosferi. Nakon toga slijedi diskretizacija tih jednandžbi i ugradnja u numeričke modele. Promatrane varijable u uskoj vezi su s centrom mase sustava. Brzinom centra mase opisujemo vektor advekcije. Iako tretiramo prognostički proces oborine, postoji oblik očuvanja toka za sve relevantne tokove vezane uz proces oborine. Ako uzmemo u obzir kompresibilnost fluida, tada promatramo utjecaje izvora i ponora topline na tendenciju temperature i tlaka. Korištene su pojednostavljene pretpostavke:

- Atmosfera je u termodinamičkoj ravnoteži,
- Kondenzirana faza ima volumen jednak nuli,
- Svi plinovi (sukl zrak i vodena para) zadovoljavaju Boyle- Mariotte i Daltonov zakon,
- Vrijednosti specifične topline ne ovise o temperaturi,
- Temperatura svih varijabli je jednaka,
- Sve varijable koje ne čine oborinu imaju jednaku vertikalnu brzinu.

### 3.1 ALARO jednadžbe

#### 3.1.1 Jednadžba gibanja – komponente vjetra ( $u, v$ )

Jednadžba očuvanja gibanja daje promjene vektora vjetra kao rezultat djelovanja coriolisa, sile gradijenta tlaka i parametriziranih procesa kao što su transport turbulentnim tokovima, konvektivni transport i valni otpor.

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -f \vec{k} \times \vec{V} - \vec{\nabla} \Phi - RT \vec{\nabla} \ln p - g \frac{\partial}{\partial p} (J_{\vec{V}}^{turb} + J_{\vec{V}}^{votp} + J_{\vec{V}}^{konv}). \quad (9)$$

Gdje je:

- $\Phi$  je geopotencijal,
- $J_{\vec{V}}^{turb}$  turbulentni tok zbog vertikalne difuzije (parametrizira turbulentne efekte),
- $J_{\vec{V}}^{votp}$  tok količine gibanja zbog valnog otpora,
- $J_{\vec{V}}^{konv}$  tok količine gibanja zbog transporta dubokom konvekcijom.

#### 3.1.2 Temperatura ( $T$ )

Atmosferu aproksimiramo kao idealni plin koji se lokalno nalazi u termodinamičkoj ravnoteži. Promjene temperature imamo zbog vertikalnih gibanja i mnogih drugih procesa koji su parametrizirani. Sve te promjene zajedno podložne su zakonu očuvanja topline.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{RT}{c_p} \frac{\omega}{p} + \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{fiz}, \quad (10)$$

gdje  $\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{fiz}$  predstavlja ukupan doprinos fizikalnih parametrizacija promjeni temperature.

Entalpija nije varijabla modela, ali je koristimo pri izračunavanju tendencije temperature zbog djelovanja parametriziranih procesa:

$$h = c_p T + \phi + \frac{u^2 + v^2}{2} + TKE, \quad (11)$$

gdje je:

- $\phi$  je geopotencijal,
  - TKE turbulentna kinetička energija,
  - $c_p$  specifični topliski kapacitet za vlažni zrak, a računa se po formuli:
- $$c_p = c_{pd} + (c_{pv} - c_{pd})q_v + (c_l - c_{pd})(q_l + q_r) + (c_i - c_{pd})(q_i + q_s),$$
- $c_{pd}$  specifični toplinski kapacitet za suhi zrak,

- $c_{pv}$  specifični toplinski kapacitet za vodenu paru,
- $c_l$  specifični topliski kapacitet za tekuću vodu,
- $c_i$  specifični topliski kapacitet za vodu u krutom stanju,
- $E_k = \frac{u^2 + v^2}{2}$  kinetička energija, izraz iz jednadžbe (13),
- $q_x$  omjer masa različitih varijabli unutar oblaka.

Tendencija temperature zbog parametriziranih procesa  $\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{fiz}$  izračunata je preko izraza:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_{fiz} = & -g \frac{\partial}{\partial p} [J_h^{krat} + J_h^{dug} + J_h^{turbo} + J_h^{konv} + (c_l - c_{pd}) P_L T + (c_i - c_{pd}) P_i T + \\ & + \delta_m (\hat{c} - c_{pd})(P_l + P_i) T - L_v (J_{q_v}^{ccl} + J_{q_v}^{scl} - J_{q_v}^{pel}) - L_s (J_{q_v}^{cci} + J_{q_v}^{scn} - J_{q_v}^{pen})]. \end{aligned} \quad (12)$$

Gdje je:

- $J_h^{krat}$  tok entalpije zbog kratkovalnog zračenja,
- $J_h^{dug}$  tok entalpije zbog dugovalnog zračenja,
- $J_h^{turb}$  tok energije suhe česti zbog turbulentne difuzije,
- $J_h^{konv}$  tok energije suhe česti zbog konvektivnog transporta,
- $(c_l - c_{pd}) P_l T$ ,  $P_l$  je tok kiše, tok energije suhe česti zbog toka tekuće oborine,
- $(c_i - c_{pd}) P_i T$ ,  $P_i$  je tok snijega, tok energije suhe česti zbog toka krute oborine,
- $(\hat{c} - c_{pd})(P_l + P_i) T$  kompenzirani tok energije suhe česti od jedinki koje ne pridonose oborini,
- $L_v J_{q_v}^{ccl}$  tok energije suhe česti zbog konvektivne kondenzacije vode,
- $L_v J_{q_v}^{scl}$  tok energije suhe česti zbog stratiformne kondenzacije vode,
- $L_v J_{q_v}^{pel}$  tok energije suhe česti zbog evaporacije tekuće oborine,
- $L_s J_{q_v}^{cci}$  tok energije suhe česti zbog konvektivne kondenzacije leda,
- $L_s J_{q_v}^{scn}$  tok energije suhe česti zbog stratiformne kondenzacije leda,
- $L_s J_{q_v}^{pen}$  tok energije suhe česti zbog evaporacije krute oborine,

U idućem vremenskom koraku temperaturu računamo preko nove vrijednosti entalpije, jednadžba glasi:

$$T^{t+\Delta t} = \frac{h^{t+\Delta t} - E_k^{t+\Delta t} - TKE^{t+\Delta t} - \Phi}{c_p}. \quad (13)$$

**Popis varijabli koje promatramo su:**

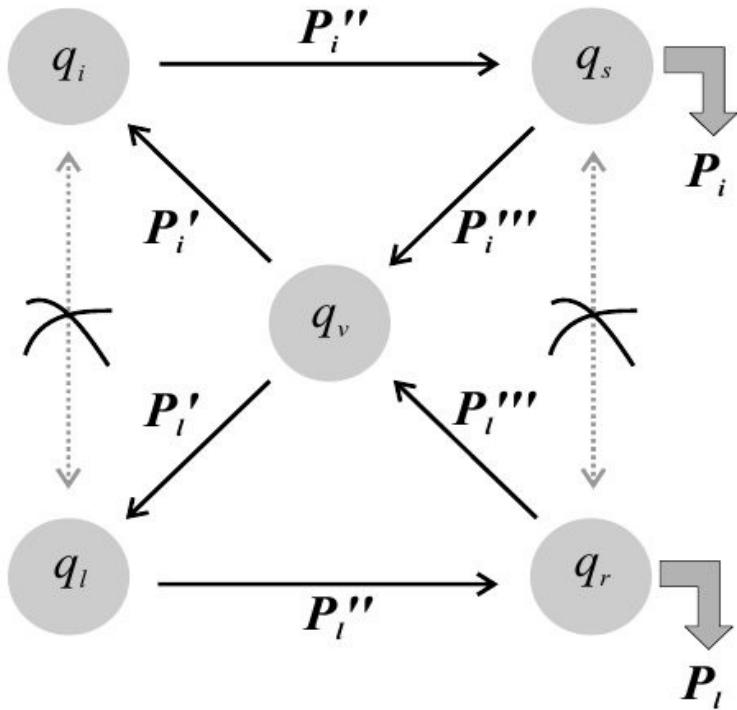
- Suhi zrak ( $q_d$ ) ,
- Vodena para ( $q_v$ ) ,
- Suspendirana tekuća voda ( $q_l$ ) ,
- Kiša ( $q_r$ ) ,
- Suspendirani led ( $q_i$ ) ,
- Snijeg ( $q_s$ ) , a

$$q_x = \frac{\rho_x}{\rho}, \quad (14)$$

gdje je  $\rho_x$  specifični udio gustoće promatrane varijable u ukupnoj gustoći i  $\rho$  je ukupna gustoća svih varijabli.

Promatranu čest zraka jedino kiša i snijeg mogu napustiti u obliku oborine. Promatramo sustav u kojem središnju ulogu igra masa. Tokovi oborine u takvom sustavu definirani su kao  $P_l = \rho_r w_r$  i  $P_i = \rho_s w_s$ , gdje su  $\rho_r$  gustoća vode,  $\rho_s$  gustoća snijega,  $w_r$  vertikalna brzina padanja kiše u odnosu na centar mase i  $w_s$  vertikalna brzina padanja snijega u odnosu na centar mase. Svi tokovi koji će biti navedeni smatraju se pozitivnim ako su u smjeru prema površini na koju oborina pada.

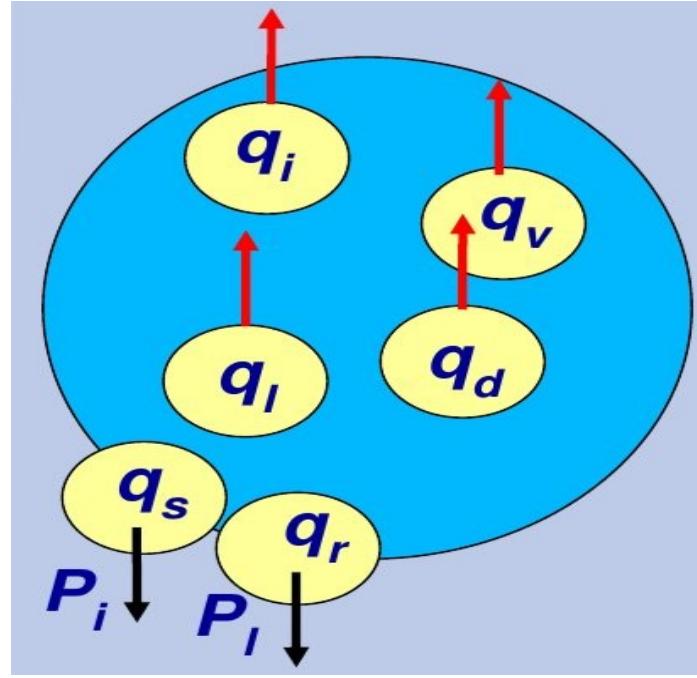
Nadalje navodimo sve pseudo tokove uključene u razmatanje: pseudo tok  $P_l'$  predstavlja masom otežani integral transfera između vodene pare i suspendirane tekuće vode zbog kondenzacije/isparavanja, pseudo tok  $P_l''$  odnosi se na vezu između vode oblaka i kiše zbog autokonverzije (koalescencija i sudari između kapljica vode dovode do stvaranja oborine), pseduuo tok  $P_l'''$  odnosi se na promjenu kiše i vodene pare zbog isparavanja tekuće oborine, pseudo tok  $P_i'$  odnosi se na promjenu između vodene pare i suspendiranog leda zbog smrzavanja/sublimacije, pseudo tok  $P_i''$  odnosi se na promjenu između leda oblaka i snijega zbog autokonverzije, te pseudo tok  $P_i'''$  odnosi se na promjenu između snijega i vodene pare zbog sublimacije krute oborine. Promjene faze i pseudo tokovi prikazani su na (Slika 4).



**Slika 4.** Shematski prikaz mikrofizičkih procesa. Sve promjene agregatnog stanja ili faze vode prolaze kroz fazu vodene pare. Jedino snijeg i kiša napuštaju promatranu čest. Strelice prikazuju tokove. Tokovi mogu biti u oba smjera između dvije varijable. (Preuzeto iz B. Catry i sur., 2006)

U izgradnji sheme treba uzet u obzir da svi pseudo tokovi prolaze kroz fazu vodene pare. Naravno da to fizički gledano ne mora biti slučaj, ali termodinamički gledano opis je korektan.

Promatramo slučaj u kojem čest gubi masu oborinom. Izgubljena masa nije nadomještena tokom suhog zraka. Prilikom korištenja masom otežanog sustava dolazi do asimetrija. Kišne kapi i sniježne pahuljice ne mogu biti kompresirane tijekom njihovog padanja na površinu, ali suhi zrak i vodena para doživljavaju kompenzirajući uzgon u odnosu na centar mase. Te varijable tada mogu povećati svoj volumen. U baricentričnom slučaju nema tokova mase koji bi igrali ulogu izvora. Na (Slika 5) prikazano je gibanje varijabli u odnosu na centar mase sustava, jedino kiša i snijeg mogu napustiti okolinu u kojoj se nalaze.



**Slika 5.** Slikoviti prikaz gibanja varijabli u odnosu na centar mase cijelog sustava.  
(Preuzeto iz B. Catry 2007)

### 3.1.3 Specifična vlažnost ( $q_v$ )

Promjena specifične vlažnosti  $q_v$  dana je izrazom:

$$\frac{dq_v}{dt} = -g \frac{\partial}{\partial p} \left( J_{q_v}^{turb} + J_{q_v}^{konv} + J_{q_v}^{ccl} + J_{q_v}^{cci} + J_{q_v}^{scl} + J_{q_v}^{scn} + J_{q_v}^{nega} - J_{q_v}^{pel} - J_{q_v}^{pen} + \delta_m \frac{q_v (P_l + P_i)}{1 - q_r - q_s} \right) \quad (15)$$

gdje su:

- $J_{q_v}^{turb}$  tok specifične vlažnosti zbog vertikalne turbulentne difuzije,
- $J_{q_v}^{konv}$  tok specifične vlažnosti zbog konvektivnog transporta,
- $J_{q_v}^{ccl}$  tok specifične vlažnosti zbog konvektivne kondenzacije tekuće vode,
- $J_{q_v}^{cci}$  tok specifične vlažnosti zbog konvektivne kondenzacije leda,
- $J_{q_v}^{scl}$  tok specifične vlažnosti zbog stratiformne kondenzacije tekuće vode,
- $J_{q_v}^{scn}$  tok specifične vlažnosti zbog stratiformne kondenzacije leda,
- $J_{q_v}^{nega}$  tok specifične vlažnosti, uvodimo zbog korekcije negativnih vrijednosti,
- $J_{q_v}^{pel}$  tok specifične vlažnosti zbog evaporacije tekuće oborine,

- $J_{q_v}^{pen}$  tok specifične vlažnosti zbog evaporacije krute oborine,
- $\delta_m \frac{q_v(P_l+P_i)}{1-q_r-q_s}$  ako je  $\delta_m=1$  izraz predstavlja doprinos jednadžbi zbog promjena mase atmosfere uslijed oborine/isparavanja.

### 3.1.4 Voda oblaka ( $q_l$ )

Promjena vode oblaka  $q_l$  dana je izrazom:

$$\frac{dq_l}{dt} = -g \frac{\partial}{\partial p} \left( J_{q_l}^{turb} + J_{q_l}^{konv} + J_{q_l}^{nega} + J_{q_l}^{asl} - J_{q_v}^{scl} - J_{q_v}^{ccl} + \delta_m \frac{q_l(P_l+P_i)}{1-q_r-q_s} \right) \quad (16)$$

gdje su:

- $J_{q_l}^{turb}$  tok tekuće vode zbog turbulentne vertikalne difuzije,
- $J_{q_l}^{konv}$  tok tekuće vode zbog konvektivnog transporta,
- $J_{q_l}^{nega}$  tok tekuće vode kojeg uvodimo zbog korekcije negativnih vrijednosti,
- $J_{q_l}^{asl}$  tok tekuće vode zbog autokonverzije u kišu,
- $J_{q_v}^{scl}$  tok specifične vlažnosti zbog stratiformne kondenzacije tekuće vode,
- $J_{q_v}^{ccl}$  tok specifične vlažnosti zbog konvektivne kondenzacije tekuće vode,
- $\delta_m \frac{q_l(P_l+P_i)}{1-q_r-q_s}$  ako je  $\delta_m=1$  izraz predstavlja doprinos jednadžbi zbog promjena mase atmosfere uslijed oborine/isparavanja.

### 3.1.5 Led oblaka ( $q_i$ )

Promjena leda oblaka  $q_i$  dana je izrazom:

$$\frac{dq_i}{dt} = -g \frac{\partial}{\partial p} \left( J_{q_i}^{turb} + J_{q_i}^{konv} + J_{q_i}^{nega} + J_{q_i}^{asn} - J_{q_v}^{scn} - J_{q_v}^{ccn} + \delta_m \frac{q_i(P_l+P_i)}{1-q_r-q_s} \right) \quad (17)$$

gdje su:

- $J_{q_i}^{turb}$  tok leda zbog turbulentne verikalne difuzije,
- $J_{q_i}^{konv}$  tok leda zbog konvektivnog transporta,
- $J_{q_i}^{nega}$  tok leda koji uvodimo zbog korekcije negativnih vrijednosti,
- $J_{q_i}^{asn}$  tok leda zbog autokonverzije u snijeg,

- $J_{q_i}^{scn}$  tok specifične vlažnosti zbog stratiformne kondenzacije leda,
- $J_{q_i}^{ccl}$  tok specifične vlažnosti zbog konvektivne kondenzacije leda,
- $\delta_m \frac{q_v(P_l+P_i)}{1-q_r-q_s}$  ako je  $\delta_m=1$  izraz predstavlja doprinos jednadžbi zbog promjena mase atmosfere uslijed oborine/evaporacije.

### 3.1.6 Kiša ( $q_r$ )

Promjena kiše  $q_r$  dana je izrazom:

$$\frac{dq_r}{dt} = -g \frac{\partial}{\partial p} (J_{q_v}^{pel} + J_{q_r}^{nega} + P_l - J_{q_i}^{asl}) \quad (18)$$

gdje su:

- $J_{q_v}^{pel}$  Tok specifične vlažnosti zbof evaporacije tekuće oborine,
- $J_{q_r}^{nega}$  Tok kiše zbog korekcija negativnih vrijednosti,
- $P_l$  Tok kiše zbog konvektivne i staritoformne tekuće oborine,
- $J_{q_i}^{asl}$  Tok tekuće vode zbog autokonverzije u kišu.

### 3.1.7 Snijeg ( $q_s$ )

Promjena snijega  $q_s$  dana je izrazom:

$$\frac{dq_s}{dt} = -g \frac{\partial}{\partial p} (J_{q_v}^{pen} + J_{q_s}^{nega} + P_i - J_{q_i}^{asn}) \quad (19)$$

gdje su:

- $J_{q_v}^{pen}$  tok specifične vlažnosti zbog evaporacije krute oborine,
- $J_{q_s}^{nega}$  tok snijega zbog korekcija negativnih vrijednosti,
- $P_i$  tok snijega zbog konvektivnog i stratiformnog toka krute oborine,
- $J_{q_i}^{asn}$  tok leda oblaka zbog autokonverzije u snijeg.

Jednadžba kontinuiteta prema Simmons i Burridge (1981) te Laprise (1992), kada primjenimo zakon sačuvanja mase u hibridnoj  $\eta$  koordinati:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) = -\nabla \cdot \left( \vec{v} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right). \quad (20)$$

Sa rubnim uvjetima:

- $\eta=0 \rightarrow \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} = 0$ ,
- $\eta=1 \rightarrow \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} = g(E+R+S)$ , gdje je E tok isparavanja, R tok tekuće oborine (kiša), a S tok krute oborine (snijeg).

Jednadžba koja opisuje površinski tlak glasi:

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = - \int_0^1 \nabla \cdot \left( \vec{v} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) d\eta - g(E+R+S). \quad (21)$$

Vertikalna brzina nezavisna je od toka oborine, a glasi:

$$\omega = \vec{v} \cdot \nabla p - \int_0^\eta \nabla \cdot \left( v \frac{\partial \vec{p}}{\partial \eta} d\eta \right). \quad (22)$$

Jednadžba očuvanja za vodenu paru glasi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( q_v \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) &= -\nabla \cdot \left( q_v \vec{v} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( q_v \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) - \\ &- g \frac{\partial}{\partial \eta} \left( P'_l - P'''_l + P'_i - P'''_i - \frac{q_v(P_l + P_i)}{1 - q_r - q_s} \right) - g \frac{\partial J_{q_v}}{\partial \eta}. \end{aligned} \quad (23)$$

Sa  $J_{q_v}$  označavamo turbulentni tok vodene pare. Oduzimanjem  $q_v$  pomnoženo sa

jednadžbom kontinuiteta (20) i nakon toga množenjem sa  $\frac{\partial \eta}{\partial p}$  dobivamo sljedeću semi-lagrangijansku tendenciju,

$$\frac{dq_v}{dt} = g \frac{\partial}{\partial p} \left[ P'''_l + P'''_i - P'_l - P'_i + \frac{q_v(P_l + P_i)}{1 - q_r - q_s} - J_{q_v} \right]. \quad (24)$$

Sličnim postupkom dolazimo do sljedećih jednadžbi,

$$\frac{dq_l}{dt} = g \frac{\partial}{\partial p} \left[ P'_l - P''_l + \frac{q_l(P_l + P_i)}{1 - q_r - q_s} - J_{q_l} \right], \quad (25)$$

$$\frac{dq_r}{dt} = g \frac{\partial}{\partial p} [P''_l - P'''_l - P_l], \quad (26)$$

$$\frac{dq_i}{dt} = g \frac{\partial}{\partial p} \left[ P'_i - P''_i + \frac{q_i(P_l + P_i)}{1 - q_r - q_s} - J_{q_i} \right], \quad (27)$$

$$\frac{dq_s}{dt} = g \frac{\partial}{\partial p} [P''_i - P'''_i - P_i], \quad (28)$$

$$\frac{dq_d}{dt} = g \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{q_d(P_l + P_i)}{1 - q_r - q_s} - J_{q_d} \right]. \quad (29)$$

gdje su

- $q_l$  specifični udio za tekuću vodu u oblaku,
- $q_r$  specifični udio za kišu,
- $q_i$  specifični udio za ledene kristaliće u oblaku,
- $q_s$  specifični udio za snijeg,
- $q_d$  specifični udio suhog zraka.

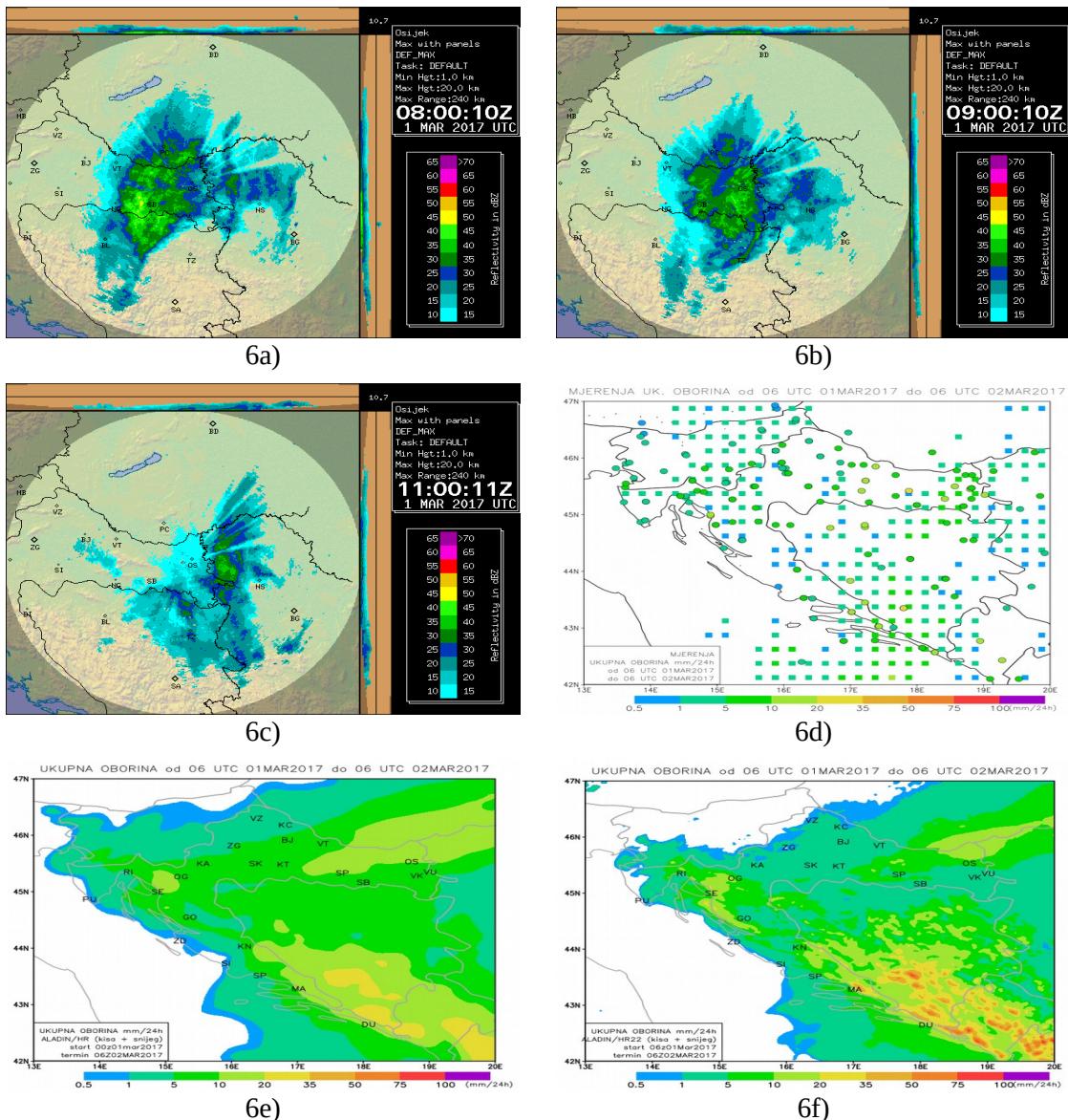
$J_{q_l}$ ,  $J_{q_r}$  i  $J_{q_d}$  su turbulentni tokovi varijabli koje proučavamo u navedenom sustavu, a

vrijedi  $J_{q_d} + J_{q_v} + J_{q_l} + J_{q_i} = 0$ . Time osiguravamo da se svi doprinosi na desnoj strani jednadžbe pokrate. Jednadžbe (24) do (29) nazivamo jednadžbama očuvanja toka prognostičkih varijabli.

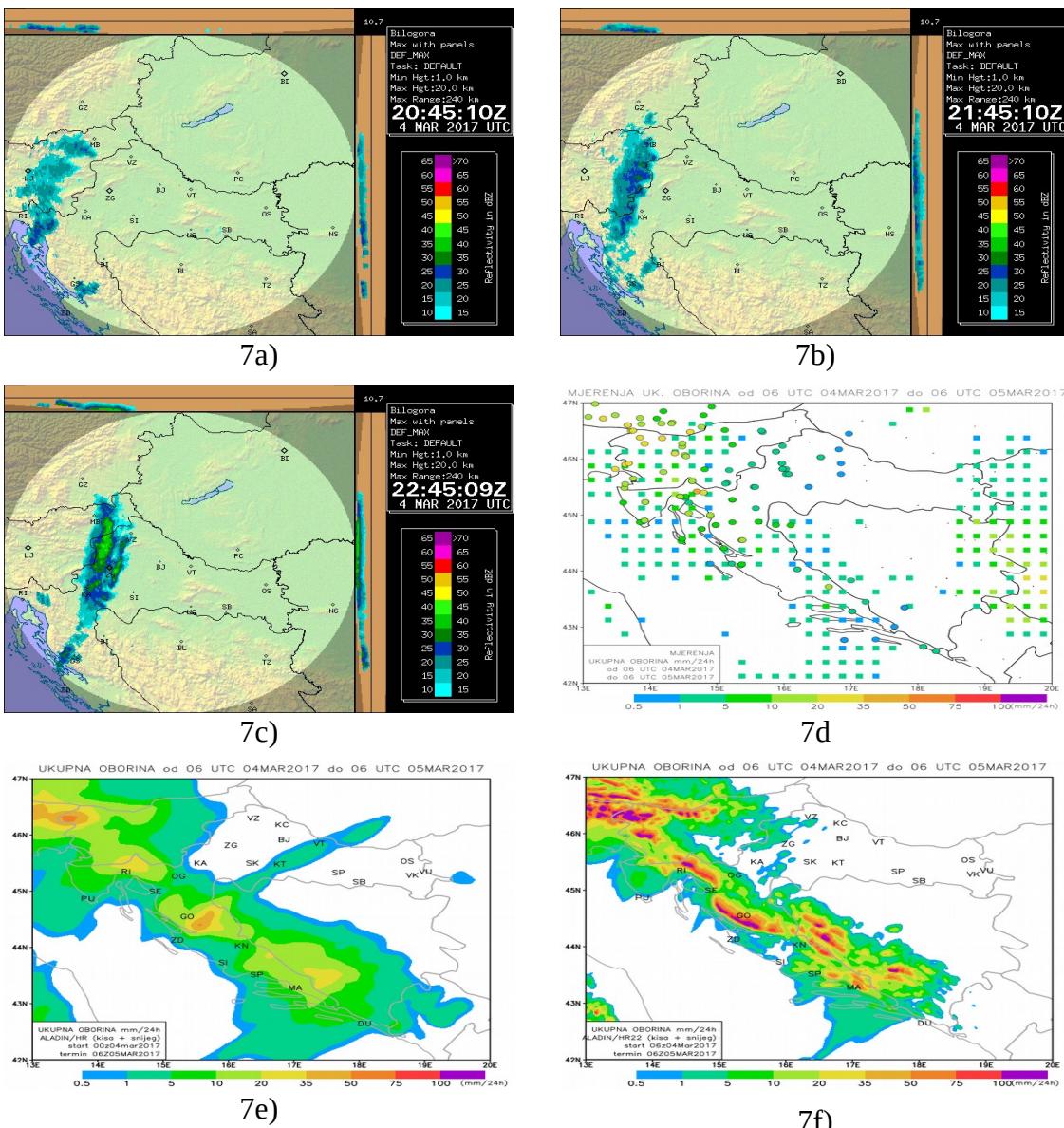
## 4 EKSPERIMENT

### 4.1 Analizirane meteorološke situacije

Analiza kretanja oborinskih sustava temelji se na slikama podataka dobivenih meteorološkim radarima, pomoću kojih dobivamo uvid u lokaciju oborine i naoblake, intenzitet i smjer kretanja oborine. Nadalje, koristimo mjerena ukupne oborine sa meteoroloških postaja i procijene količine oborine iz satelitskih mjerena. Promatrani datumi su 1. ožujka 2017. (Slika 6) i 4. ožujka 2017. (Slika 7).



**Slika 6.** Meteorološka situacija 1. ožujka 2017. Maksimalna reflektivnost (dBZ) u vertikalnom stupcu izmjerena radarom Osijek dani su u 8 a), 9 b) i 11 c) UTC. Izmjerena akumulirana 24 h oborina pomoću kišomjera (kružići) i procijenjena 24 h oborina dobivena pomoću satelitskih podataka (kvadratići) prikazani su u okviru (d). Prognoza ukupne akumulirane 24 h oborine na rezolucijama 8 i 2 km prikazana je u okvirima(e i f).



**Slika 7.** Meteorološka situacija 4. ožujka 2017. Maksimalna reflektivnost (dBZ) u vertikalnom stupcu izmjerena radarom na Bilogori dani su u 20:45 a), 21:45 b) i 22:45 c) UTC. Izmjerena 24 h oborina pomoću kišomjera (kružići) i procijenjena 24 h oborina dobivenu pomoću satelita (kvadratići) prikazana je u okviru (d). Prognoza ukupne akumulirane 24 h oborine na rezolucijama redom 8 i 2 km prikazana je u okvirima e i f.

Meteorološka situacija u jutarnjim satima 1. ožujka 2017. (slika 6) ukazuje na oborinski sustav na području Slavonije koji se kreće prema jugoistoku. Promatramo razvoj oborine i naoblake na osječkom području koja se advektira prema jugoistoku. Meteorološka situacija u večernjim satima 4. ožujka 2017. (slika 7) pokazuje oborinski sustav na

riječkom području koji se kreće prema istoku. Promatramo razvoj oborine i naoblake na riječkom području. Uz radarske slike nalazi se skala reflektivnosti oblaka u dBZ-ima od 10 do 65 dBZ-a u koracima po 5 dBZ-a. Konvektivna naoblaka tipično poprima vrijednosti 35 i više dBZ-a. Što je odražajnost veća, Cb (Cumulonimbus) ima veći potencijal za stvaranje tuče, tj. konvektivni procesi su intenzivniji te oblak nosi veću količinu kondenzirane vode.

## **4.2 Logički prekidači u ALARO osnovnoj verziji**

### **4.2.1 Termodinamička prilagodba i prognostički tip sheme za oblake**

Logički prekidači (eng. true i false) nalaze se u dijelu nameliste pod imenom NAMPHY (Tablica 1).

**Tablica 1. Termodinamička prilagodba i prognostički tip sheme za oblake.**

Prekidač	Opis	Default	Operativno
LCONDWT	Prognoza kondenzirane vode oblaka	.FALSE.	.TRUE.
LXRCDEV	Prilagodba koja koristi Xu-Randall vrstu sheme za oblake.	.FALSE.	.TRUE.
Pridruženi GFL <sup>9</sup> nizovi			
YI_NL%LGP=.T. <sup>10</sup> , (Voda oblaka – kruto stanje).	YL_NL%LGP=.T., (Voda oblaka – tekuće stanje).		
YI_NL%LADV=.T., (Advekcija).	YL_NL%LADV=.T., (Advekcija).		
YI_NL%LSLHD=.T., (SLHD difuzija)	YL_NL%LSLHD=.T., (SLHD difuzija)		

### **4.2.2 Prognostička mikrofizika**

Prognostička mikrofizika zahtijeva prognostički tip sheme za oblake. Logički prekidači (eng. true i false) nalaze se u dijelu nameliste pod imenom NAMPHY (Tablica 2).

<sup>9</sup> GFL u programskom kodu znači polja u točkama domene (eng. grid-point fields).

<sup>10</sup> T = TRUE, F = FALSE.

**Tablica 2. Prognostička mikrofizika.**

Prekidač	Opis	Default	Operativno
LSTRA	Glavni prekidač za staru stratiformnu oborinu.	.TRUE.	.FALSE.
LSTEAPRO ili L3MT	Glavni prekidač: prognostička mikrofizika APLMPHYS može biti korištena na 3MT <sup>11</sup> način (L3MT=.TRUE.), ili neovisno od duboke konvekcije (LSTRAPRO=.TRUE.).	.FALS E. .FALS E.	L3MT=.TRUE. LSTRAPRO=.FALS E.
LA0MPS	ALARO_0 mikrofizika	.TRUE.	.TRUE.
Pridruženi GFL nizovi			
YR_NL%LGP=.T., (Kiša). YR_NL%LADV=.T., (Advekcija).	YS_NL%LGP=.T., (Snijeg). YS_NL%LADV=.T., (Advekcija).		

#### 4.2.3 Duboka konvekcija 3MT

Prognoza duboke konvekcije zahtjeva prognostičku mikrofiziku i prognostički tip sheme za oblake (Tablica 3).

**Tablica 3. Duboka konvekcija 3MT (navest će se samo neke logičke prekidače).**

Prekidač	Opis	Default	Operativno
LCVRA	Glavni prekidač za staru duboku konvekciju.	.TRUE.	.FALSE.
L3MT	Glavni prekidač za L3MT	.FALSE.	.TRUE.
Pridruženi GFL nizovi			
YDAL_NL%LGP=.T. (Silazno strujanje u djeliću mreže, eng. downdraft mesh fraction) YDAL_NL%LADV=.T. (Advekcija) YDOM_NL%LGP=T. (Brzina silaznog strujanja, eng. downdraft velocity). YDOM_NL%LADV=.T. (Advekcija).	YUAL_NL%LGP=.T. (Uzlazno strujanje u djeliću mreže, eng. updraft mesh fraction). YUAL_NL%LADV=.T. (Advekcija) YUOM_NL%LGP=.T. (Brzina uzlaznog strujanja, eng. updraft velocity). YUOM_NL%LADV=.T. (Advekcija).		

11 3MT akronima za Modular, Multiscale, Microphysics and Transport.

#### 4.3 Opis eksperimenta

U modelu imamo set prognostičkih varijabli koje opisuju mikrofiziku (vodena para, led i voda oblaka, kiša i snijeg) te drugi set prognostičkih jednadžbi koje opisuju konvekciju (eng. updraft and downdraft vertical velocities, mesh fractions), a to su zapremina česti, brzina uzlazne i silazne struje u konvektivnom oblaku. Pojednostavljeni, generička jednadžba koja opisuje razvoj varijabla faza vode i konvekcije glasi

$$\frac{\partial X}{\partial t} + adv = hdiff + P_x, \quad (30)$$

gdje su:

- $X$  varijabla koju promatramo, a to može biti kiša, snijeg, led oblaka, voda oblaka itd,
- $adv$  je skraćenica za advekciju, koju općenito matematički zapisujemo,  $(\vec{V} \cdot \nabla) X$ , a čitamo horizontalni transport varijable  $X$  srednjim strujanjem  $\vec{V}$ ,
- $hdiff$  je skraćenica za horizontalnu difuziju, u ovom eksperimentu koristimo semi-lagrangijansku horizontalnu difuziju (SLHD), SLHD je nelinearna shema čiji intenzitet ovisi o polju deformacije ( $hdiff \approx K(d) \nabla^r X$ ), gdje je  $\nabla^r$  opisan preko semi-lagrangijanske interpolacije ( $r \approx 2 - 4$ ).
- $P_x$  predstavlja fizičke tendencije varijable  $X$  zbog mikrofizičkih, konvektivnih i turbulentnih procesa koji su parametrizirani.

U eksperimentu gledam doprinos  $adv$  i  $hdiff$  članova u jednadžbi (30). Taj doprinos možemo uključiti ili isključiti u meteorološkom modelu pomoću logičkih prekidača.

Opis konfiguracije logičkih prekidača za eksperiment 0 (exp0) je:

- YVAR\_NL%LSLHD=.FALSE.,
- YVAR\_NL%LADV=.TRUE.,

Doprinos semi-lagrangijanske difuzije nije uključen za kišu i snijeg te konvektivne varijable.

Konfiguracije logičkih prekidača za eksperimenet 1 (exp1), eksperiment 2 (exp2) i eksperiment 3 (exp3) prikazane su u (Tablici 4).

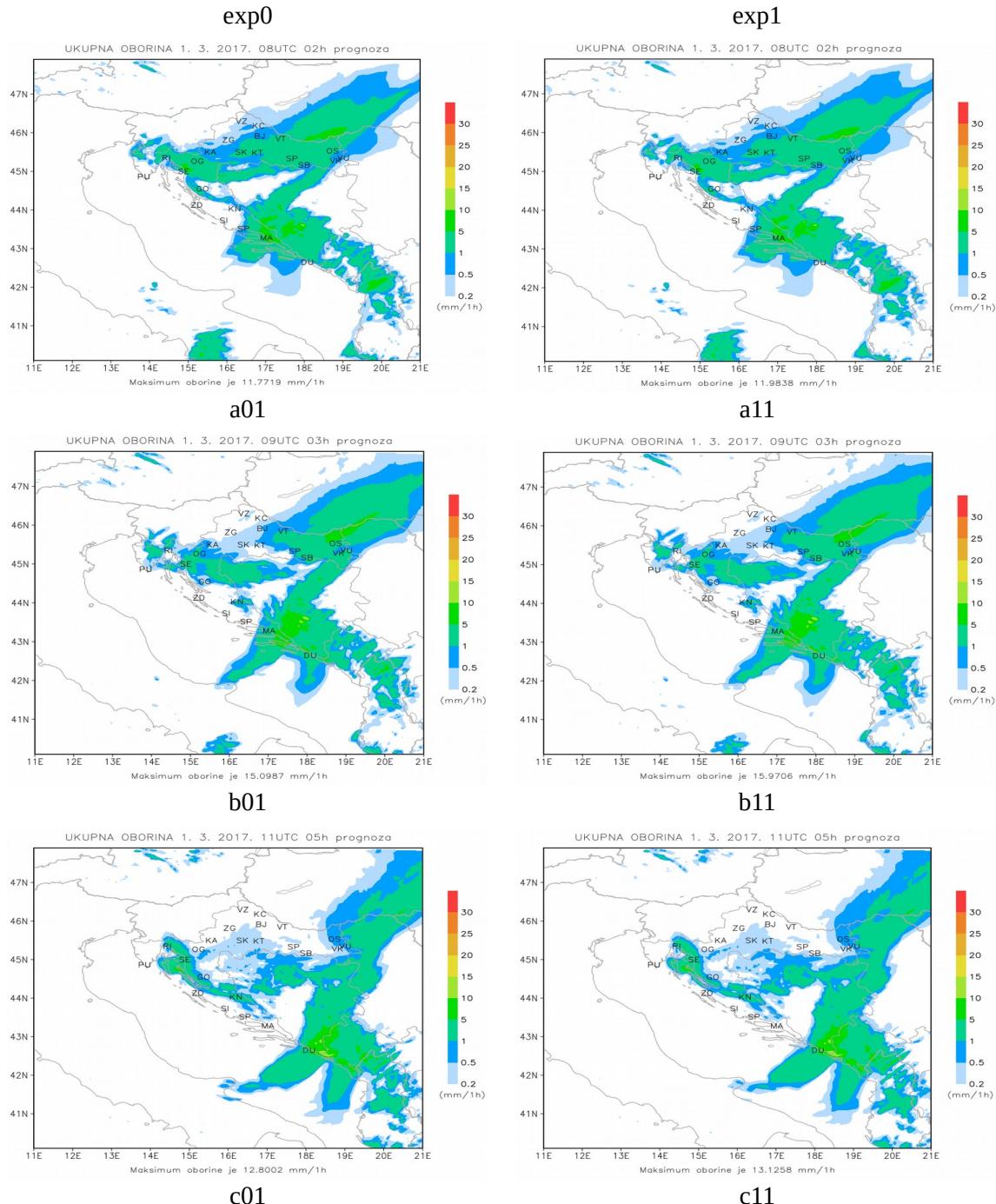
**Tablica 4. Postavke logičkih prekidača za exp1, exp2 i exp3.**

exp1	exp2
YR_NL%LSLHD=.TRUE., YS_NL%LSLHD=.TRUE., YUAL_NL%LSLHD=.TRUE., YDAL_NL%LSLHD=.TRUE., YUOM_NL%LSLHD=.TRUE., YDOM_NL%LSLHD=.TRUE.,	YI_NL%LADV=.FALSE., YL_NL%LADV=.FALSE., YR_NL%LADV=.FALSE., YS_NL%LADV=.FALSE., YUAL_NL%LADV=.FALSE., YDAL_NL%LADV=.FALSE., YUOM_NL%LADV=.FALSE., YDOM_NL%LADV=.FALSE..
exp3	
YUAL_NL%LADV=.FALSE., YDAL_NL%LADV=.FALSE., YUOM_NL%LADV=.FALSE., YDOM_NL%LADV=.FALSE.	

## 5 REZULTATI

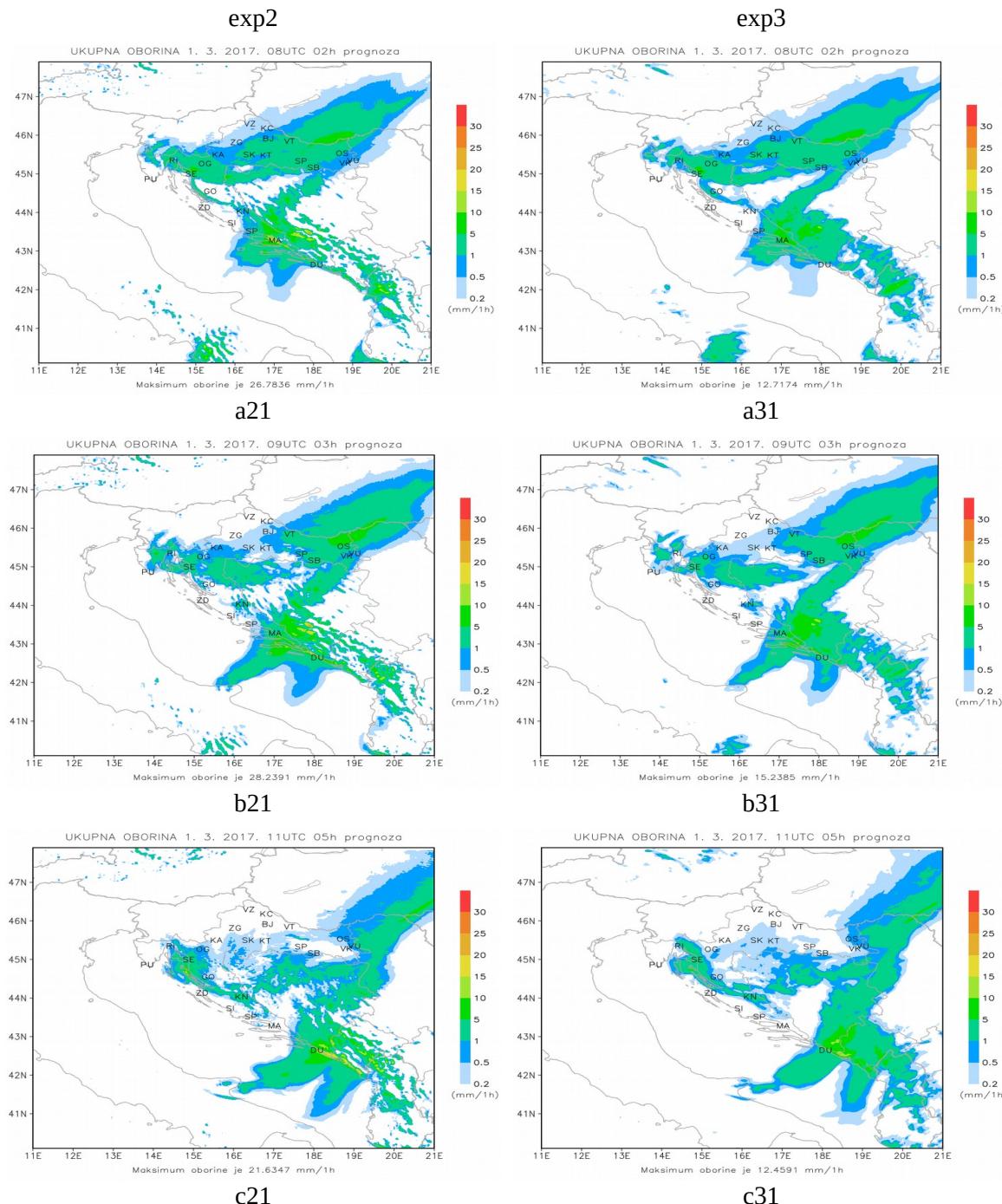
### 5.1 Eksperimentiranje ukupnom modeliranom oborinom

U ovom poglavlju prikazani su rezultati ukupne oborine u obliku niza slika od (Slika 8 do Slika 11), a diskusija istih je dana u poglavlju 5.3.

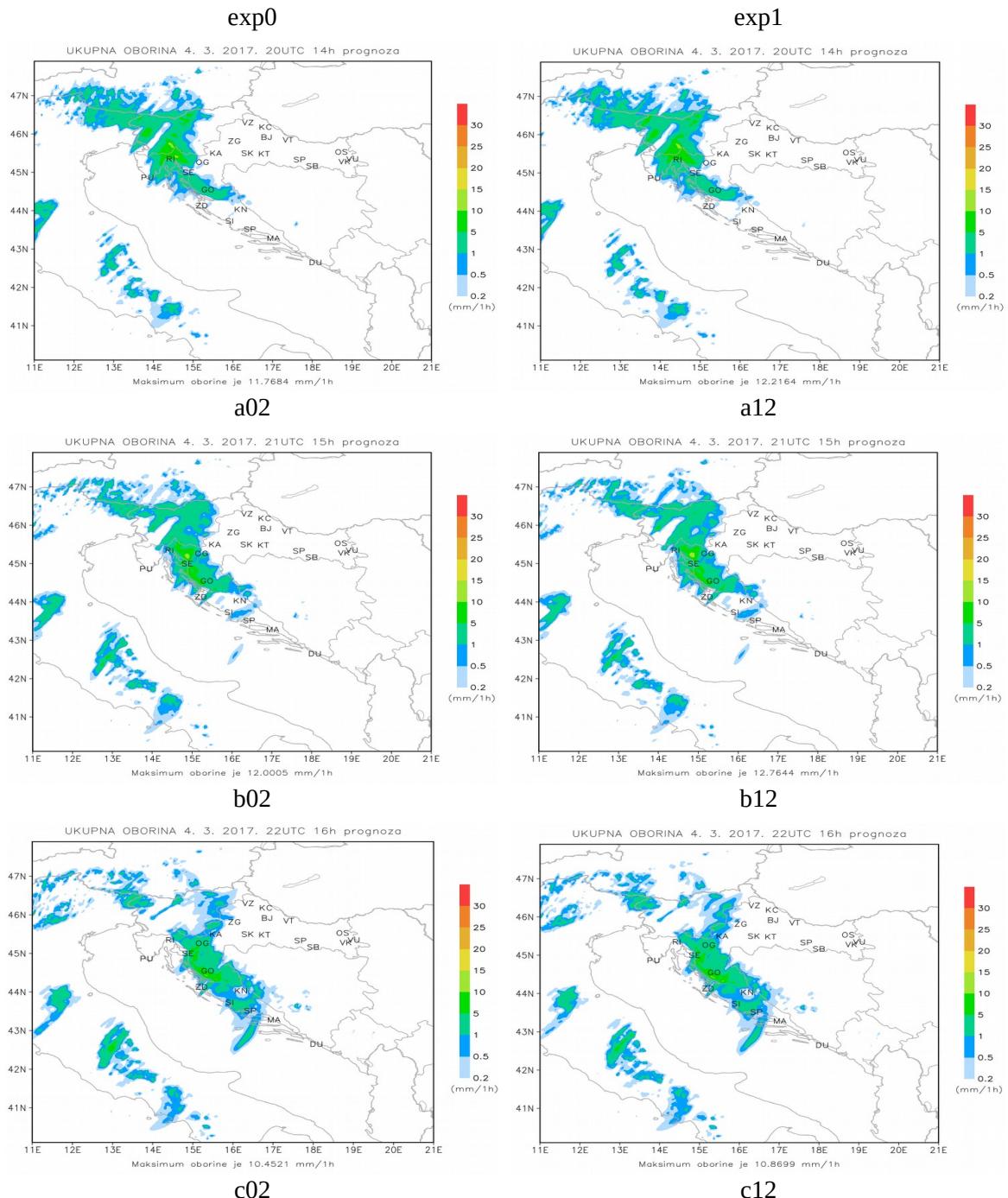


**Slika 8.** Prognozirana satna ukupna oborina (kiša + snijeg) dobivena nehidrostatickom verzijom ALADIN/HR sa uključenom ALARO fizikom na 2 km rezoluciji za 1. ožujka 2017. Lijevi stupac prikazuje vremensku evoluciju eksperimenta 0 (odozgo prema dolje 8,

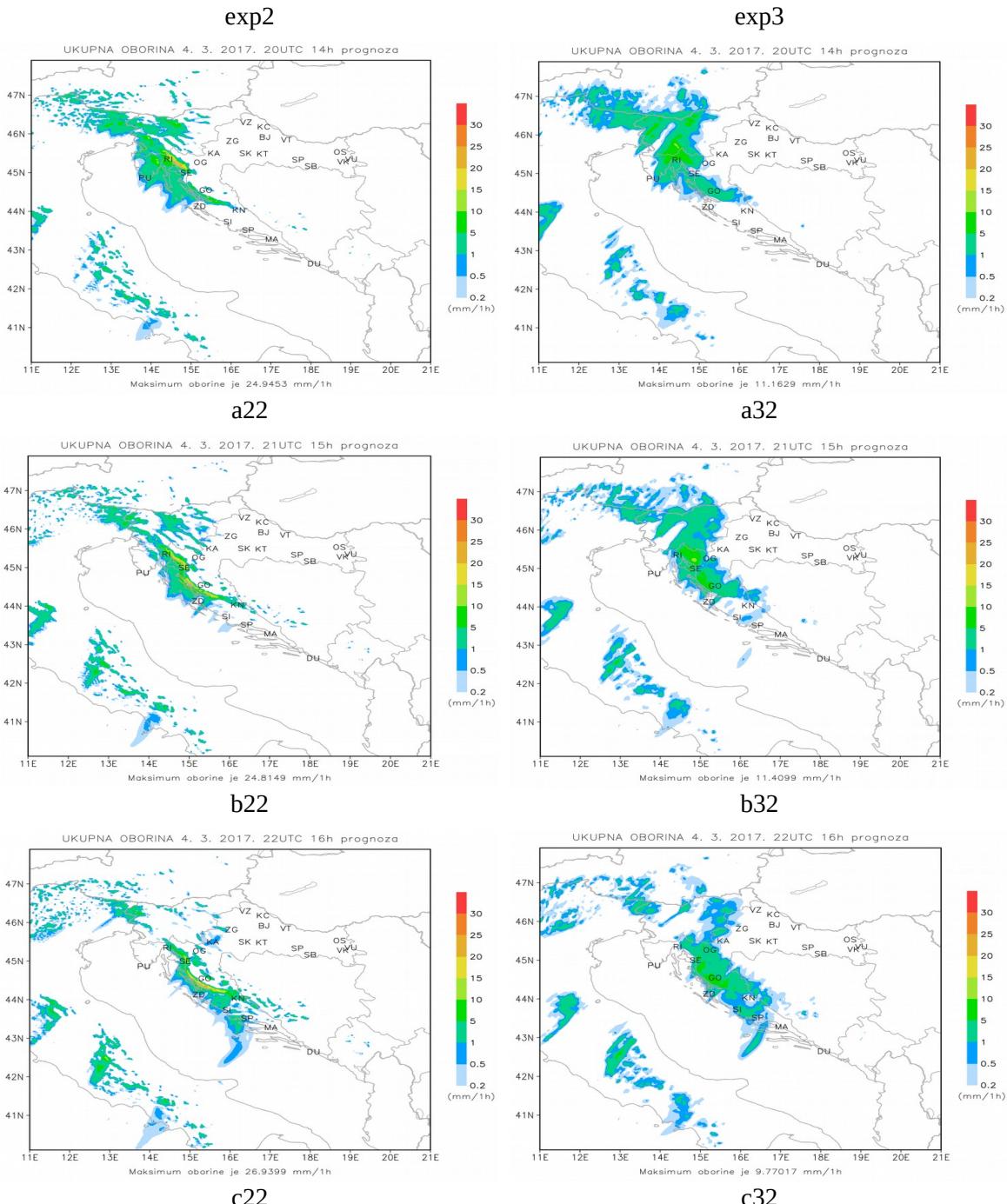
9 i 11 UTC) , a desni stupac prikazuje vremensku evoluciju eksperimenta 1 (odozgo prema dolje 8, 9 i 11 UTC).



**Slika 9.** Prognozirana satna ukupna oborina (kiša + snijeg) dobivena nehidrostatičkom verzijom ALADIN/HR sa uključenom ALARO fizikom na 2 km rezoluciji za 1. ožujka 2017. Lijevi stupac prikazuje vremensku evoluciju eksperimenta 2 (odozgo prema dolje 8, 9 i 11 UTC) , a desni stupac prikazuje vremensku evoluciju eksperimenta 2 (odozgo prema dolje 8, 9 i 11 UTC).



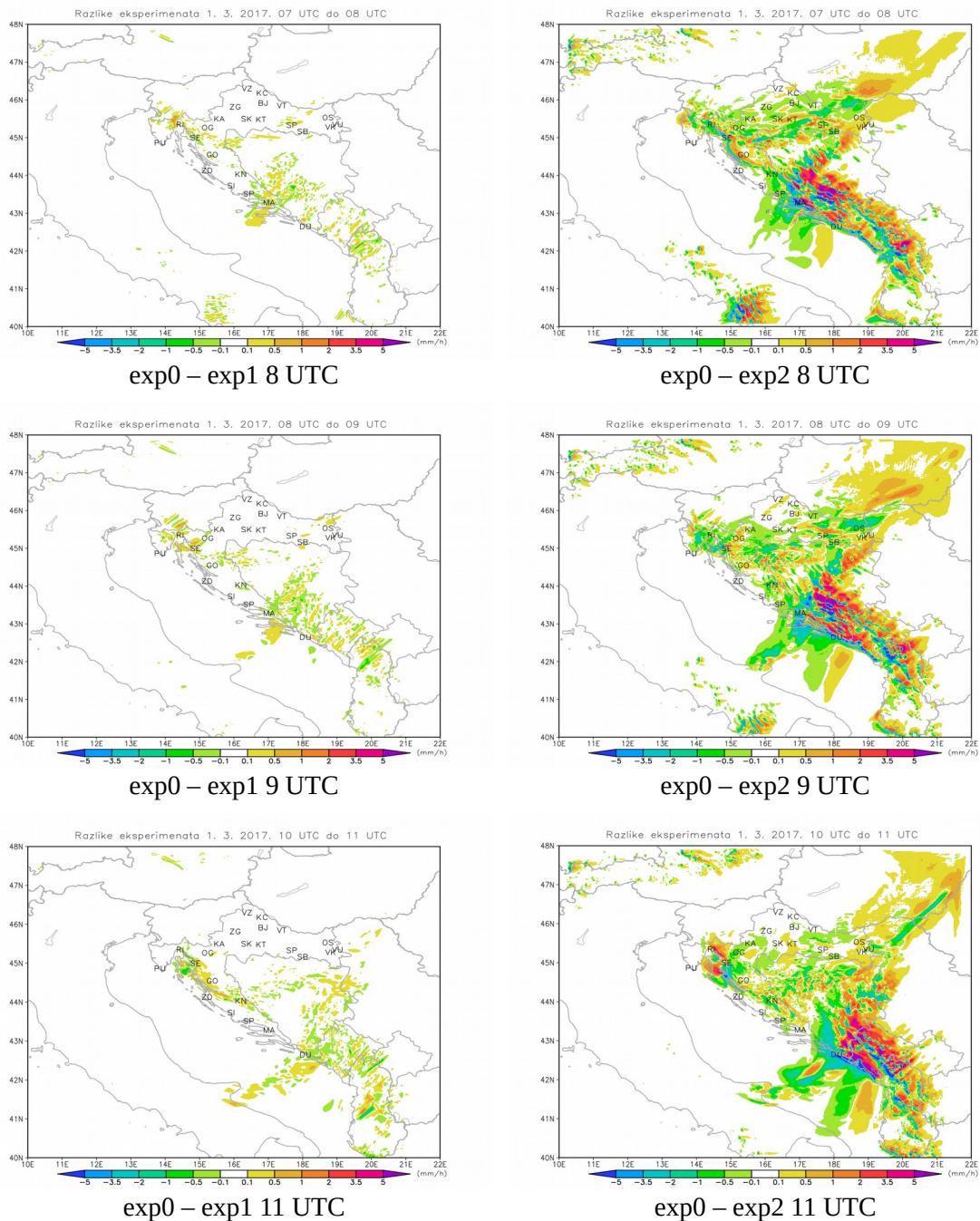
**Slika 10.** Prognozirana satna ukupna oborina (kiša + snijeg) dobivena nehidrostatickom verzijom ALADIN/HR sa uključenom ALARO fizikom na 2 km rezoluciji za 4. ožujka 2017. Lijevi stupac prikazuje vremensku evoluciju eksperimenta 0 (odozgo prema dolje 20, 21 i 22 UTC), a desni stupac prikazuje vremensku evoluciju eksperimenta 1 (odozgo prema dolje 20, 21 i 22 UTC).



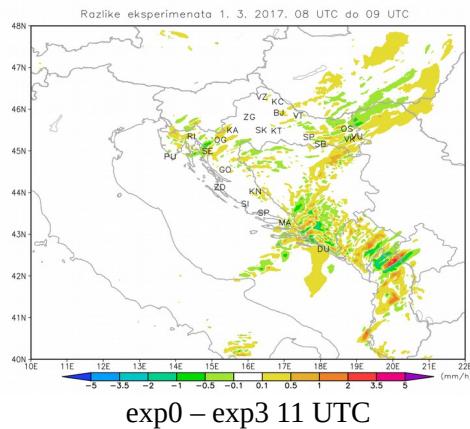
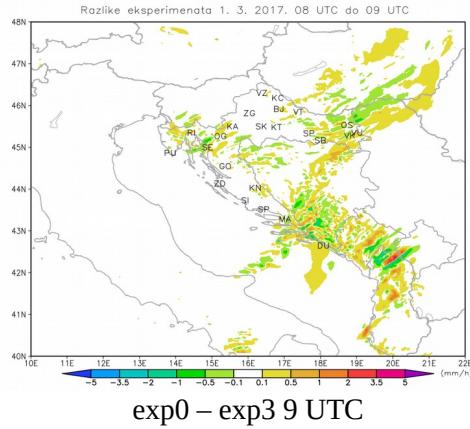
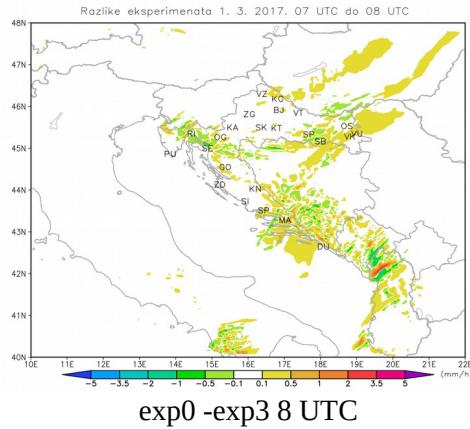
**Slika 11.** Prognozirana satna ukupna oborina (kiša + snijeg) dobivena nehidrostatičkom verzijom ALADIN/HR sa uključenom ALARO fizikom na 2 km rezoluciji za 4. ožujka 2017. Lijevi stupac prikazuje vremensku evoluciju eksperimenta 2 (odozgo prema dolje 20, 21 i 22 UTC), a desni stupac prikazuje vremensku evoluciju eksperimenta 3 (odozgo prema dolje 20, 21 i 22 UTC).

## 5.2 Razlike ukupne oborine

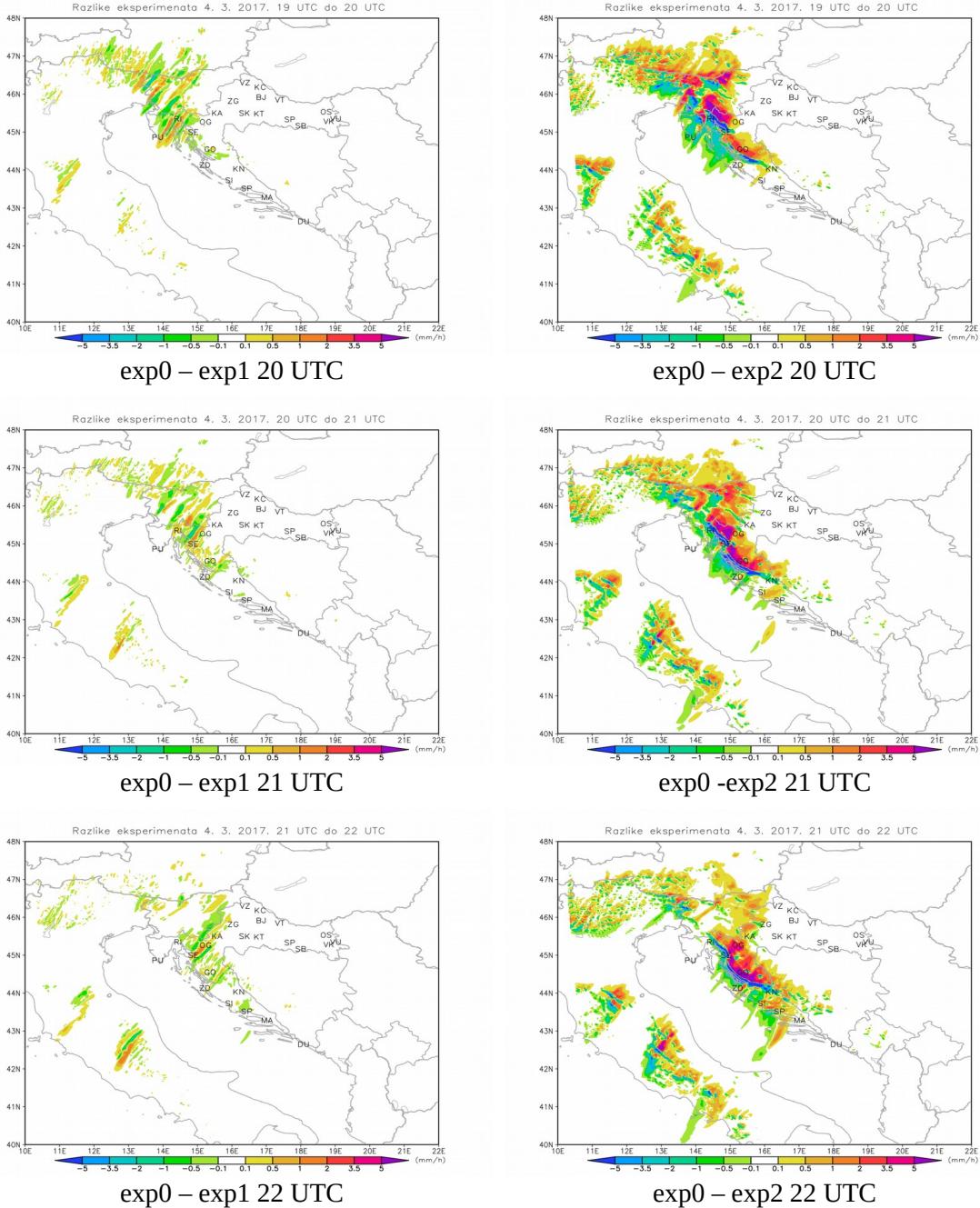
U ovom poglavlju prikazani su rezultati razlike ukupne oborine u obliku niza slika od (Slika 12 do Slika 15), a diskusija istih je dana u poglavlju 5.3.



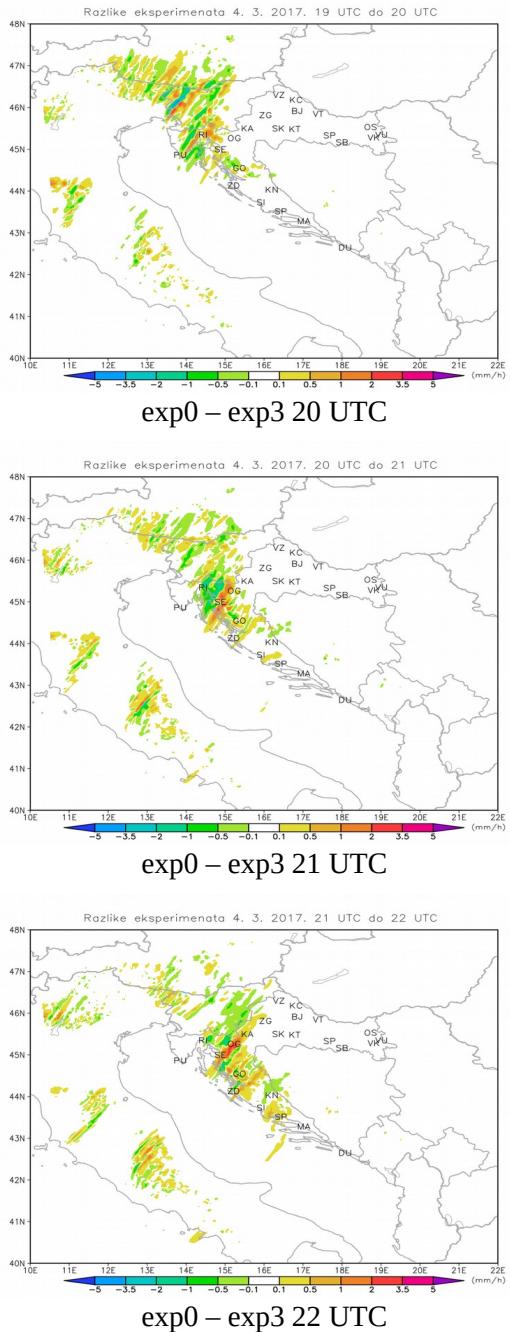
**Slika 12.** Razlika u prognostičkoj akumuliranoj ukupnoj oborini ( $\text{exp0} - \text{exp1}$ ,  $\text{exp0} - \text{exp2}$ ) (snijeg + kiša) dobivenoj nehidrostatickom verzijom ALADIN/HR sa uključenom ALARO fizikom na 2 km rezoluciji za 1. ožujka 2017. Vremenska evolucija 8, 9 i 11 UTC za lijevi i desni stupac ide odozgo prema dolje.



**Slika 13.** Razlika u prognostičkoj akumuliranoj ukupnoj oborini (exp0 – exp3) (snijeg + kiša) dobivenoj nehidrostatičkom verzijom ALADIN/HR sa uključenom ALARO fizikom na 2 km rezoluciji za 1. ožujka 2017. Vremenska evolucija 8, 9 i 11 UTC ide odozgo prema dolje.



**Slika 14.** Razlika u prognostičkoj akumuliranoj ukupnoj oborini ( $\text{exp0} - \text{exp1}$ ,  $\text{exp0} - \text{exp2}$ ) (snijeg + kiša) dobivenoj nehidrostatičkom verzijom ALADIN/HR sa uključenom ALARO fizikom na 2 km rezoluciji za 4. ožujka 2017. Vremenska evolucija 20, 21 i 22 UTC za lijevi i desni stupac ide odozgo prema dolje.



**Slika 15.** Razlika u prognostičkoj akumuliranoj ukupnoj oborini (exp0 – exp3) (snijeg + kiša) dobivenoj nehidrostatičkom verzijom ALADIN/HR sa uključenom ALARO fizikom na 2 km rezoluciji za 1. ožujka 2017. Vremenska evolucija 20 UTC, 21 UTC i 22 UTC ide odozgo prema dolje.

### **5.3 Diskusija rezultata**

Prikazani su rezultati eksperimenata na 2 km rezoluciji. Eksperimenti počinju s prognozom u 6 UTC, za početne uvjete koristi 6 satnu prognozu 8 km rezolucije s početkom u 00 UTC. Slika 8 prikazuje rezultate prognoze satne oborine za tri uzastopna sata tijekom jutra 1. ožujka 2017. kada je oborinski sutav prelazio područje Slavonije. Slika 9 prikazuje rezultate prognoze satne oborine za tri uzastopna sata tijekom večernjih sati 4. ožujka 2017. kada se oborinski sutav nalazio nad riječkim područjem. U prvom eksperimentu (exp1, slika 8 a11, b11, c11 i slika 10 a12, b12, c12) gledamo utjecaj uključivanja semi-lagrangijanske difuzije (SLHD) na prognostičkim varijablama, a to su kiša, snijeg, uzlazna i silazna brzina strujanja, te uzlazna i silazna strujanja u djeliću mreže. Uključivanje SLHD na varijablama koje opisuju oborinu (snijeg i kiša) te na konvektivnim varijablama ima slab utjecaj na ukupnu količinu prognozirane oborine, s time da operativna verzija (bez SLHD) daje nešto veći intenzitet oborine povezan sa konvektivnim sustavima jer SLHD pojačava korizntalno miješanje te time smanjuje intenzitet same konvekcije. Semi-lagrangijanska horizontalna difuzija (SLHD) je numerička shema za horizontalnu difuziju primjenjena u ALADIN modelu, a predstavlja alternativu linearnej spektralnoj difuziji. Možemo je promatrati kao neku vrstu horizontalne parametrizacije fizičkih procesa. Razlika između uključivanja SLHD i eksperimenta 0 nije primjetna jer nisu promatrani slučajevi ekstremnih vremenskih prilika koje SLHD vrlo dobro opisuje. U drugom eksperimentu (exp2, slika 9 a21, b21, c21 i slika 11 a22, b22, c22) gledamo utjecaj isključivanja advekcije na prognostičkim varijablama, a to su, kiša, snijeg, voda oblaka, led oblaka, uzlazna i silazna brzina strujanja, te uzlazna i silazna strujanja u djeliću mreže. Isključivanje advekcije oborine i konvektivnih varijabli znatno preraspoređuje prognoziranu količinu oborine, pogotovo u planinskim područjima, sa znatno više oborine na navjetrinskoj strani i općenito uzvodno uz zračnu struju u odnosu na eksperiment 0. U trećem eksperimentu (exp3, slika 9 a31, b31, c31 i slika 11, a32, b32, c32) gledamo utjecaj isključivanja advekcije na uzlaznu i silaznu brzinu strujanja, te uzlazna i silazna strujanja u djeliću mreže. Ukoliko je uključena advekcija i SLHD na mikrofizičkim varijablama, ali ne i na prognostičkim varijablama koje opisuju konvekciju, tada se razlučena oborina giba sa zračnom strujom, a nerazlučena oborina, koja je dio konvektivnog oblaka, je statična i ne giba se sa zračnom strujom. Preraspodjela količine oborine je veća nego za eksperiment 1,

ali znatno manja nego u eksperimentu 2. Razlike ukupne oborine računate su između polja dobivenog eksperimentom 0 (exp0 polja) i ostalih izračunatih polja (exp1, exp2 i exp3). Nacrtane razlike ukupne oborine prikazuju utjecaj uključivanja i isključivanja advekcije i semi-lagrangijanske difuzije. Slika 12 (exp0 – exp2) i slika 14 (exp0 – exp2) najbolje opisuju utjecaj isključivanja advekcije prognostičkih varijabli.

## 6 ZAKLJUČAK

Analizirano je deset slučajeva za koje su napravljeni eksperimenti od kojih su 1. ožujka 2017. i 4. ožujka 2017. detaljnije prikazani u ovom radu. Gledamo utjecaj advekcije i semi-lagrangijanske difuzije na mikrofizičke (voda i led u oblaku, kiša i snijeg) i kovektivne (brzina i zapremina površine uzlaznih te silaznih strujanja (eng. updraft i downdraft)) varijable. Prikazana je samo ukupna oborina (kiša i snijeg), iako je moguće detaljno analizirati komponente oborine zasebno, npr. tekuće oborine iz konvektivne naoblake, ukupne tekuće oborine, krute oborine iz slojevite nabolake te ukupne krute oborine. Varijable konvektivnih tvorevina koje ostaju stacionarne u prostoru (područja s planinskim preprekama), ali se relativno brzo razvijaju u vremenu, najbolje su prognozom razlučene kada je njihova advekcija isključena. To se odnosi na eksperiment 2 (exp2), slika 9 (a21, b21 i c21) za područje Makarske i Dubrovnika, slika 11 (a22, b22 i c22) za područje Rijeke pa sve do Gospića. Uključivanjem advekcije u prognozu dobro razlučujemo oborinske pojase koji se gibaju dolinom s vrlo malo prepreka (Slika 8 (a01, b01 i c01) i Slika 10 (a02, b02 i c02)). Brzina njihovog gibanja nešto je veća u modelu nego u stvarnosti. Međudjelovanje oborinskih pojaseva sa brdima i planinama može dovest do pojačanja ili smanjenja intenziteta oborine. Numeričke sheme same po sebi su difuzivne, a uključivanjem semi-lagrangijanske difuzije možemo u posebnim slučajevim postići bolju razlučenost ekstremne konvekcije.

## **7 LITERATURA**

### **Članak u časopisu:**

Catry, B.; Geleyn, J.-F.; Tudor, M.; Bénard, P.; Trojáková, A. 2006: Flux-conservative thermodynamic equations in a mass-weighted frameworks. Tellus.

Gerard, L.; Piriou, J.-M.; Brožková, R.; Geleyn, J.-F.; Banciu, D. 2009: Cloud and precipitation parameterization in a meso-gamma-scale operational weather prediction model. Monthly weather review.: 3960-3977

Gerard , L. 2007: An integrated package for subgrid convection, clouds and percipitation compatible with meso-gamma scales. Q. J. R. Meteorol. Soc. 133: 711-730

### **Ostalo:**

ALARO-0 baseline namelist documentation CY38T1.

Yessad, K. 2006: Semi-lagrangian computations in the cycle 31T1 of ARPEGE/IFS.

Tudor, M. 2007: Numeričke nestabilnosti fizikalnih parametrizacija u prognostičkom modelu ALADIN, Magistarski rad.:57

Plant, R.; Yano J-I. 2014.: Parameterization of atmospheric convection, Vol 1.

Plant, R.; Yano J-I. 2014.: Parameterization of atmospheric convection, Vol 2.