

# Predviđanje jakosti 25. Sunčevog ciklusa ARMA modelom i procjena geomagnetske aktivnosti u tom razdoblju

---

Krčelić, Patrik

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:021556>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-28**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu  
Prirodoslovno-matematički fakultet  
Geofizički odsjek

Patrik Krčelić

**PREDVIĐANJE JAKOSTI 25. SUNČEVOG  
CIKLUSA ARMA MODELOM I  
PROCJENA GEOMAGNETSKE  
AKTIVNOSTI U TOM RAZDOBLJU**

Diplomski rad

Zagreb, 2019.

Sveučilište u Zagrebu  
Prirodoslovno-matematički fakultet  
Geofizički odsjek

Diplomski sveučilišni studij Fizika – Geofizika  
Smjer: Seizmologija i fizika čvrste Zemlje

**Patrik Krčelić**

Diplomski rad

**Predviđanje jakosti 25. Sunčevog ciklusa  
ARMA modelom i procjena geomagnetske  
aktivnosti u tom razdoblju**

Voditeljica diplomskog rada: izv. prof. dr. sc. Giuliana Verbanac

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2019.

Zahvaljujem izv. prof. dr. sc. Giuliani Verbanac, na uloženom trudu i vremenu, na uputama, sugestijama, i ispravcima. Također zahvaljujem prof. dr. sc. Zoranu Pasariću na diskusiji i sugestijama vezanim uz statistički ARMA model.

## Sažetak

U radu je predstavljeno predviđanje 25. Sunčevog ciklusa analizom broja Sunčevih pjega ARMA modelom. Trenutno se nalazimo na kraju 24. Sunčevog ciklusa, a 25. Sunčev ciklus početak će s minimumom Sunčeve aktivnosti koja se očekuje do kraja 2019. godine. Korišteni red metode bio je ARMA(3,3). Predviđanja su dosta dobra ukoliko imamo trend pada maksimuma. Razlog tomu je što je ARMA statistička metoda, a statistički je više bilo padova Sunčevih maksimuma od rasta. Osim samog predviđanja, ispitana je i veza Sunčeve aktivnosti s geomagnetskim indeksima aa, Dst i AE. Spomenuti indeksi se dobro koreliraju s brojem Sunčevih pjega te je pretpostavljena linearna veza među parametrima. Za aa indeks je ta veza djelomično dobra pa se može iskoristiti u sklopu nekog budućeg istraživanja s obzirom da je trend dosta dobro opisan. AE indeks ima preveliku raspršenost te se linearna veza ne može primijeniti. Dst indeks daje vrlo pouzdane rezultate. Linearna veza ovdje je poprilično dobra i može se koristiti za procjenu aktivnosti. Također je napravljeno i predviđanje geomagnetskih indeksa iz rezultata predviđanja ARMA modelom i linearne regresije Sunčevih pjega i geomagnetskih indeksa.

Ključne riječi: Svemirsko vrijeme, Sunčevi ciklusi, ARMA model, geomagnetski indeksi

# The forecast of the strength of the solar cycle 25 using ARMA model and estimation of geomagnetic activity in that period

## Abstract

The forecast of the 25. Solar cycle was made using the ARMA model analysis of the sunspot number. We are currently at the end of 24. solar cycle and 25. solar cycle will start with minimum of the solar activity, which is expected by the end of year 2019. The order of the model was ARMA(3,3). This forecast gives very good results for the trend of the downgoing maximum of the cycles. Reason for this behaviour is the fact that the ARMA is statistic model and statistically there are more downgoing than upgoing trends of maximum of the cycle. Aside from the forecast, the connection between sunspot number and geomagnetic indices aa, Dst and AE, was also analysed. The mentioned indices correlate well with sunspot number and the linear dependence between this parameters was assumed. For aa index this dependence is partially good, and can be used as a part of another research, considering the fact that the trend of index matches very well. AE index has too big standard deviation and linear function can not be used. Dst index gives very reliable results and can be used to estimate geomagnetic activity. Linear function matches very well and can be used. The forecast of the geomagnetic indices was also made using the results of the ARMA model and linear regression of geomagnetic indices.

Keywords: Solar weather, Solar cycles, ARMA model, geomagnetic indices

# Sadržaj

<b>1. Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2. Teorijska podloga</b>	<b>2</b>
2.1. Zemljina magnetosfera . . . . .	2
2.2. Sunčeva aktivnost . . . . .	2
2.3. Međuplanetarno magnetsko polje - IMF . . . . .	5
2.4. Interakcija Sunčevog vjetra sa Zemljinom magnetosferom . . . . .	8
2.5. Geomagnetski indeksi . . . . .	11
<b>3. ARMA modeli</b>	<b>13</b>
3.1. Osnove statističkih modela . . . . .	13
3.2. Osnove ARMA modela . . . . .	14
3.3. Analiza i predviđanje ARMA modelom . . . . .	19
3.4. Značaj reda metode p i q te koeficijenata a i b . . . . .	20
3.5. ARIMA modeli . . . . .	21
<b>4. Podatci</b>	<b>22</b>
<b>5. Primjena ARMA metode</b>	<b>24</b>
<b>6. Točnost metode ARMA(3,3)</b>	<b>27</b>
6.1. Točnost metode za mjesečne vrijednosti . . . . .	33
<b>7. Rezultati - ARMA</b>	<b>36</b>
7.1. Predviđanje godišnjih vrijednosti Sunčevih pjega . . . . .	36
7.2. Predviđanje mjesečnih vrijednosti Sunčevih pjega . . . . .	37
7.3. Usporedba predviđanja s rezultatima dobivenim u drugim radovima . . . . .	39
<b>8. Rezultati - Korelacija geomagnetskih indeksa sa Sunčevim ciklusima i procjena geomagnetske aktivnosti</b>	<b>41</b>
<b>9. Zaključak</b>	<b>48</b>
<b>Literatura</b>	<b>50</b>
<b>Dodatci</b>	<b>52</b>
<b>A Programi i podatci priloženi na CD-u</b>	<b>52</b>

# 1. Uvod

Sve veća učestalost svemirskih letova i veća brojnost umjetnih satelita oko Zemlje zahtjeva sve bolje poznavanje Zemljinog bliskog svemirskog okruženja. Bitno je spomenuti kako Zemljino blisko svemirsko okruženje nije statično, već se radi o promjenjivom i vrlo složenom sustavu. Pod time podrazumijevamo promjene oko i u Zemljinoj magnetosferi. Mijenja se Zemljino vanjsko magnetsko polje, plazmasfera, struje oko Zemlje, kao i broj i energija kozmičkih zraka koje ulaze u Zemljinu magnetosferu. Glavni pokretač tih promjena je Sunce, odnosno promjene koje se događaju na Suncu. Upravo je to rezultiralo brojnim radovima vezanim za Sunčevu aktivnost, međuplanetarni prostor, promjene u njemu, promjene u Zemljinoj magnetosferi te općenito istraživanje samog sustava Sunce-Zemlja. Jedna od važnijih stvari je dakako predviđanje Sunčeve aktivnosti i njezinog utjecaja na Zemlju. Disciplina koja se bavi tim predviđanjima naziva se Svemirsko vrijeme (eng. *Space weather*).

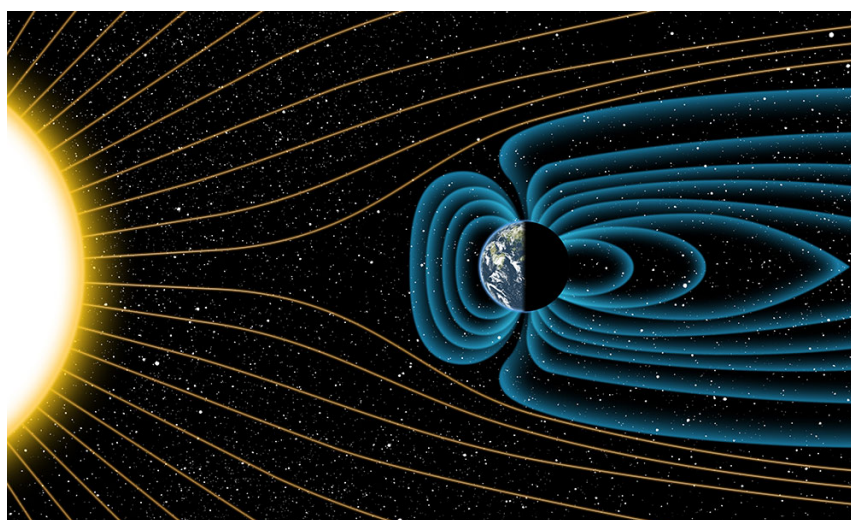
Cilj ovog rada jest napraviti predviđanje sljedećeg Sunčevog ciklusa, ispitati utjecaj Sunčeve aktivnosti na Zemljinu magnetosferu u nadolazećem ciklusu aktivnosti te napraviti predviđanje geomagnetske aktivnosti iz rezultata predviđanja Sunčevih pjega. Za predviđanje Sunčevih ciklusa korištena je statistička ARMA metoda koja daje poprilično dobre rezultate, dok je za ispitivanje promjene geomagnetskog polja korištena korelacija broja Sunčevih pjega s geomagnetskim indeksima (aa, Dst i AE). Predviđanje geomagnetskih indeksa napravljeno je primjenom rezultata linearne regresije na predviđenim Sunčevim pjegama.



## 2. Teorijska podloga

### 2.1. Zemljina magnetosfera

Zemljina magnetosfera je dio svemirskog okruženja bliskog Zemlji u kojem dominira Zemljino magnetsko polje. Vanjska granica magnetosfere naziva se magnetopauza i predstavlja mjesto u Svemiru koje nije dominantno pod utjecajem Zemljinog magnetskog polja niti je pod utjecajem međuplanetarnog magnetskog polja, već je to područje njihove interakcije. Zbog djelovanja Sunčevog vjetra Zemljino magnetsko polje se deformira te nema oblik dipolnog magnetskog polja, već se stvara rep magnetosfere na strani daljoj od Sunca. Izgled Zemljine magnetosfere prikazan je na slici 2.1.



Slika 2.1. Prikaz oblika Zemljinog magnetskog polja. Sa strane dalje od Sunca jasno se vidi magnetski rep, a sa strane Sunca nos magnetopauze zbog utjecaja Sunca. Slika je preuzeta s: <http://www.rochester.edu/newscenter/wp-content/uploads/2015/07/fea-magneticfield.jpg>

Dio magnetosfere okrenut prema Suncu nazivamo nos magnetosfere i nalazi se na udaljenosti 10-15  $R_z$ , pri čemu je  $R_z$  duljina jednog radijusa Zemlje. Upravo taj nos predstavlja mjesto međudjelovanja Sunčeva vjetra sa Zemljinom magnetosferom.

### 2.2. Sunčeva aktivnost

Sunčeva aktivnost obuhvaća promjene u Sunčevom magnetskom polju, promjene u Sunčevom vjetru, promjene u učestalosti i intenzitetu bljeskova, koronalnih izbačaja mase (*eng. Coronal mass ejection, CME*) itd. Te promjene uvelike utječu na promjene međuplanetarnog magnetskog polja (*eng. Interplanetary magnetic field, IMF*), a samim time i na Zemljinu magnetosferu i Zemlju općenito. Promjene u Sunčevoj aktivnosti događaju se otprilike periodično i te periode nazivamo Sunčevi ciklusi. Pro-

sječno trajanje jednog ciklusa je 11 godina.

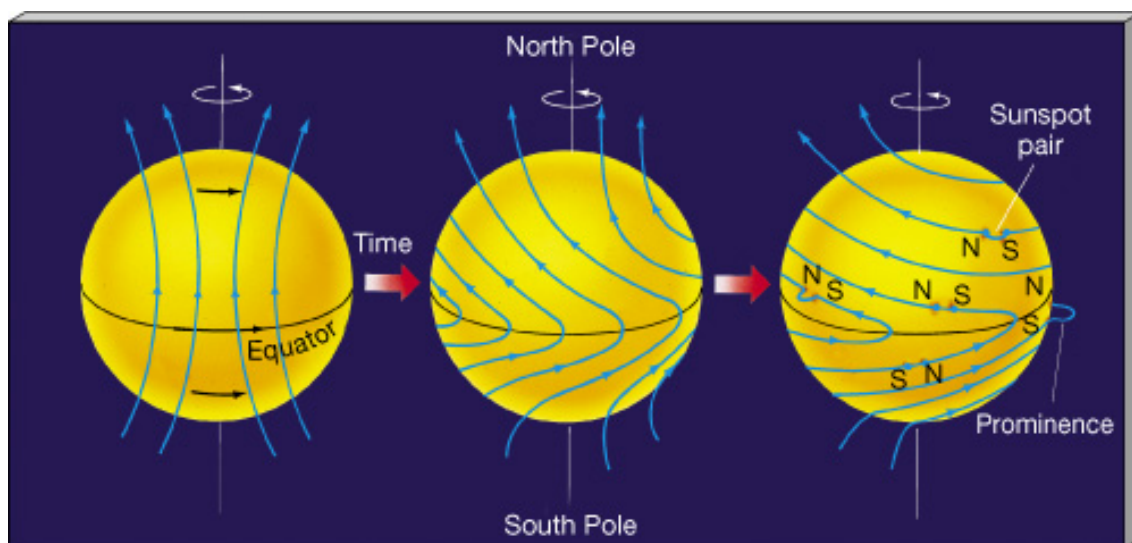
Sunčeva aktivnost vrlo se jednostavno može pratiti promatranjem Sunčevih pjega koje predstavljaju tamnija i nešto hladnija područja na Sunčevoj površini. Temperatura pjege je oko 4500 K, dok je ostatak Sunčeve površine 6000 K. Kada nastanu, traju nekoliko do desetak dana te se najčešće javljaju u skupinama i djeluju kao neka vrsta magnetskih dipola. Kada je Sunčevo magnetsko polje poremećeno, ono odstupa od dipolarnog magnetskog polja te je broj Sunčevih pjega najveći i kažemo da smo u maksimumu Sunčevog ciklusa. Tada je Sunce u nekom periodu kaotičnosti i vrlo su česte i intenzivne Sunčeve baklje, bljeskovi i CME-ovi. Više plazme izlazi iz Sunca u međuplanetarni prostor, odnosno međuplanetarno magnetsko polje je intenzivnije. Samim time i magnetske oluje na Zemlji su mnogo veće pa dolazi do promjena u čitavoj Zemljinoj magnetosferi. Treba spomenuti kako u maksimumu Sunčeve aktivnosti imamo mnogo manje kozmičkog zračenja na Zemlji.

Kada je Sunčevo magnetsko polje približno dipolarno, kažemo da je Sunce stabilno i da se nalazi u minimumu svoje aktivnosti. Tada je i broj nastalih Sunčevih pjega najmanji. Također je broj i intenzitet Sunčevih bljeskova, baklji i CME-ova najmanji, iako postoje i u minimumu Sunčevog ciklusa (Luhmann i sur., 2013). Sunčevo magnetsko polje je tada slabije pa je utjecaj kozmičkog zračenja na Zemlji mnogo veći. U minimumu Sunčeve aktivnosti dominiraju koronine šupljine koje su izvor brzog Sunčevog vjetra (eng. *high speed solar wind*, *HSS*).

Do nastajanja Sunčevih ciklusa dolazi primarno zbog Sunčeve rotacije koja traje u prosjeku 27 dana. Govorimo o prosjeku budući da Sunce nije kruto tijelo, već je građeno od plazme (ionizirani plin) pa ekvatorijalni dijelovi rotiraju brže od polarnih. Ova pojava se još naziva i diferencijalna rotacija. Početak Sunčevog ciklusa je dogovorno minimum i tada je magnetsko polje približno dipolarno. Zbog diferencijalne rotacije ekvatorijalni dijelovi brže rotiraju, brže nose plazmu i magnetsko polje. Time dolazi do postepenog poremećaja dipolnog magnetskog polja, a nakon 5-6 godina magnetsko polje je toliko poremećeno da više uopće nije polarno pa se nalazimo u maksimumu Sunčevog ciklusa. Daljnjom diferencijalnom rotacijom Sunčevo magnetsko polje se počinje „ispravljati“ sve dok opet ne postane stabilno dipolarno polje. Tada smo ponovno u minimumu Sunčeve aktivnosti i kažemo da je završio jedan ciklus i počinje novi ciklus. Slika 2.2 prikazuje promjenu magnetskog polja Sunca zbog diferencijalne rotacije.

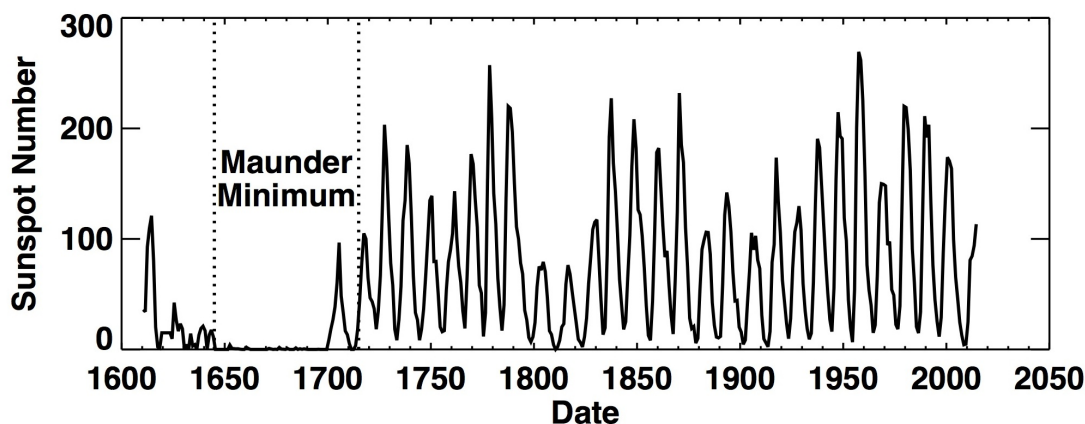
Bitno je spomenuti kako su magnetski polovi na kraju Sunčevog ciklusa na suprotnim stranama nego su bili na početku Sunčevog ciklusa zbog čega su potrebna dva Sunčeva ciklusa (približno 22 godine) da bi se polovi vratili na istu stranu na kojoj su

bili.



Slika 2.2. Slika prikazuje deformaciju Sunčevog magnetskog polja zbog diferencijalne rotacije i prijelaz iz dipolarnog polja u polje višeg reda. Slika je preuzeta s: [http://chemphys.armstrong.edu/secrest/Astro/plasma\\_sun.jpg](http://chemphys.armstrong.edu/secrest/Astro/plasma_sun.jpg)

U minimumu Sunčevog ciklusa zapažamo otprilike 5 Sunčevih pjega, a u maksimumu otprilike 108 Sunčevih pjega, ali to ovisi o ciklusu. Minimumi su mnogo sličniji jedan drugom gledajući od ciklusa do ciklusa, dok su iznosi maksimuma Sunčevih ciklusa izrazito promjenjivi. Sunčeve pjege počele su se mjeriti još u 17. stoljeću, međutim u razdoblju od 1645. do 1715. godine je Sunčeva aktivnost bila izrazito mala pa ni sami podatci iz tog razdoblja nisu pouzdani. Prema Annie i Edwardu Maunder, koji su istraživali latitudalne promjene sunčevih pjega, to razdoblje se još naziva i Maunderov minimum. U maksimumu Sunčeve aktivnosti 1760. godine je službeno definiran Sunčev ciklus, nakon Maunderovog minimuma te se taj ciklus uzima kao prvi Sunčev ciklus. Iako je taj ciklus određen kao prvi, u mnogim radovima se uzimaju i nešto ranije vrijednosti pa je tako i u ovom radu za početnu vrijednost uzet podatak iz siječnja 1749. godine. Na slici 2.3 je primjer Sunčevih ciklusa definiranih brojem Sunčevih pjega zajedno s Maunderovim minimumom. Trenutno se nalazimo na kraju 24. Sunčevog ciklusa.



Slika 2.3. Sunčevi ciklusi prikazani promjenom broja Sunčevih pjega. Na slici je označen Maunderov minimum, gdje se jasno vidi izrazito slaba Sunčeva aktivnost. Slika je preuzeta s: [http://www.maggiesnotebook.com/wp-content/uploads/2015/11/Maunder\\_Minimum\\_Sun\\_Cooling\\_1-900x362.jpg](http://www.maggiesnotebook.com/wp-content/uploads/2015/11/Maunder_Minimum_Sun_Cooling_1-900x362.jpg)

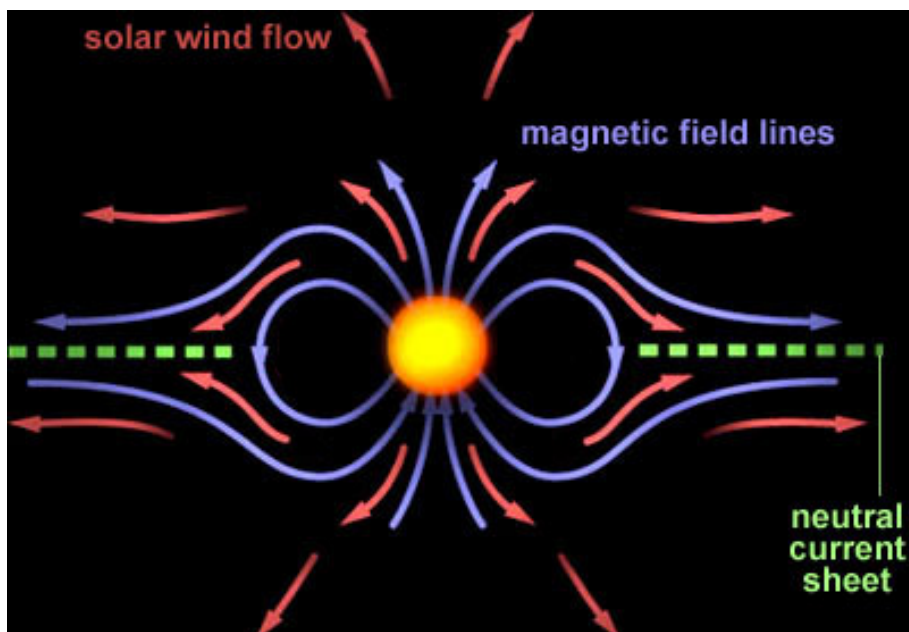
### 2.3. Međuplanetarno magnetsko polje - IMF

Sunčevo magnetsko polje se dosta razlikuje od Zemljinog, prvenstveno zbog Sunčevog vjetra. Naime, Sunce kontinuirano ispušta materiju u Svemir, a ta materija se sastoji od ioniziranih čestica, odnosno od Sunčeve plazme i nazivamo ju Sunčev vjetar. Općenito kada imamo gibanje nabijene čestice u magnetskom polju, ona se giba oko silnice po kružnici s radijusom (Larmor-ov radius):

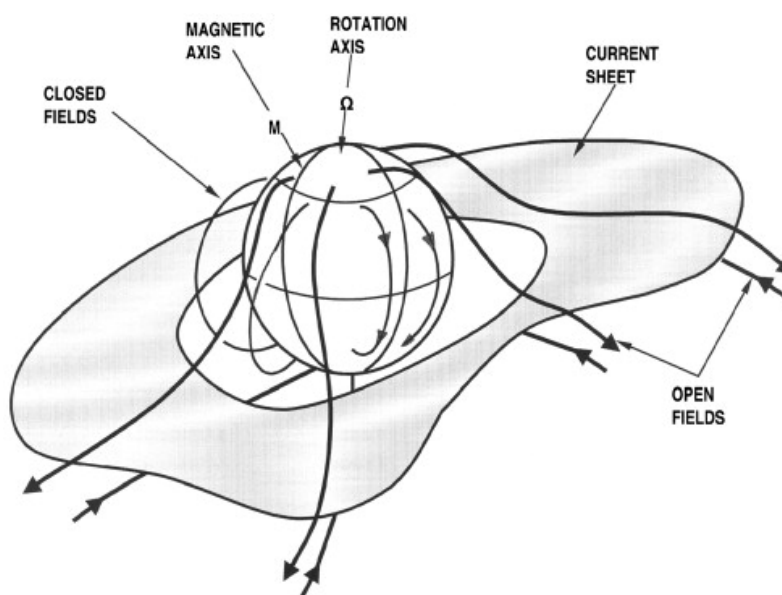
$$r = \frac{mv}{Be} \quad (2.1.)$$

gdje je  $m$  masa nabijene čestice,  $B$  je magnetsko polje,  $v$  brzina okomita na magnetsko polje, a  $e$  elementarni naboj.

U Sunčevom vjetru je taj radijus nekoliko kilometara za elektrone te nekoliko stotina kilometara za ione. Električna vodljivost je proporcionalna sa srednjim slobodnim putem, stoga pretpostavljamo da je Sunčev vjetar savršeni vodič i imamo magnetsko polje očuvano u Sunčevom vjetru (*eng. frozen flux approximation*), odnosno Sunčev vjetar povlači magnetsko polje. Gibanjem Sunčevog vjetra od Sunca deformira se magnetsko polje te se stvaraju otvorene silnice magnetskog polja koje su različitog smjera na različitim Sunčevim polutkama. Između tih silnica u ekvatorijalnoj ravnini stvara se neutralna ploha (*eng. heliospheric current sheet*). Slika 2.4 prikazuje magnetsko polje Sunca, a slika 2.5 prikazuje neutralnu plohu i silnice magnetskog polja.



Slika 2.4. Slika prikazuje Sunčevo magnetsko polje i tok Sunčevog vjetra. Silnice magnetskog polja prikazane su plavom linijom, a Sunčev vjetar crvenim strelicama. Zelenom isprekidanom linijom prikazana je neutralna ploha. Slika je preuzeta s: [http://www.daviddarling.info/images/IMF\\_2.jpg](http://www.daviddarling.info/images/IMF_2.jpg)



Slika 2.5. Na slici je prikazana neutralna ploha u odnosu na Sunce i magnetske silnice. Slika je preuzeta s: <http://pluto.space.swri.edu/image/figures/IMF.gif>

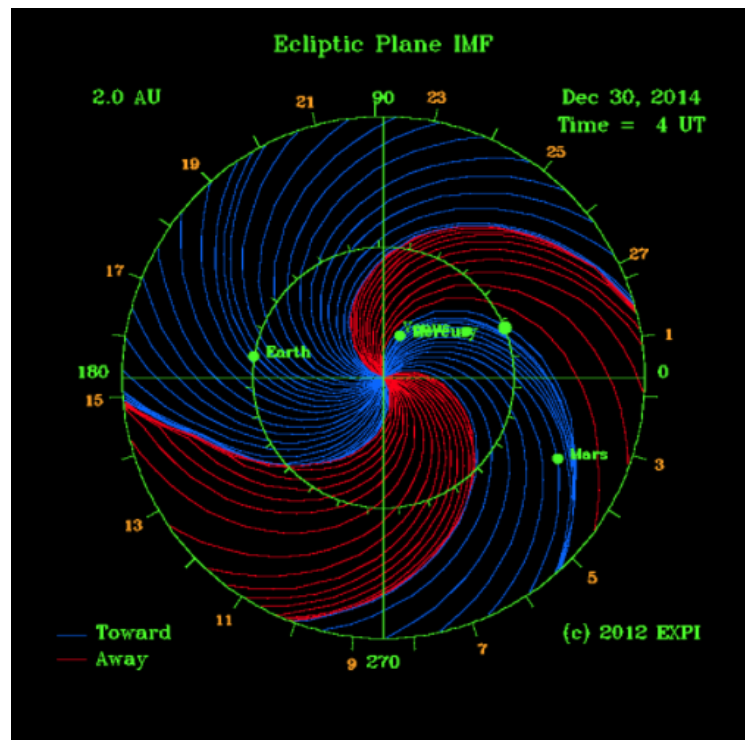
Ravnina ekliptike (ravnina u kojoj se Zemlja giba oko Sunca) je pod kutom od otprilike  $7^\circ$  u odnosu na neutralnu ravninu. Ovisno o tome u kakvom je položaju Zemlja u odnosu na Sunce, ona se može naći sa sjeverne ili južne strane neutralne ravnine. Samim time imamo dva različita režima međuplanetarnog magnetskog polja

koja reagiraju sa Zemljom. Ovdje je važno napomenuti da Sunčev vjetar dolazi do Zemlje pod kutom od  $45^\circ$ . Iako Sunčev vjetar sa Sunca izlazi radijalno prema van, zbog Sunčeve rotacije sam Sunčev vjetar poprima oblik Arhimedove spirale (slika 2.6) pa u Sunčevom vjetru imamo dvije komponente magnetskog polja, paralelnu sa spojnicom Zemlja-Sunce i okomitu na tu spojnicu:

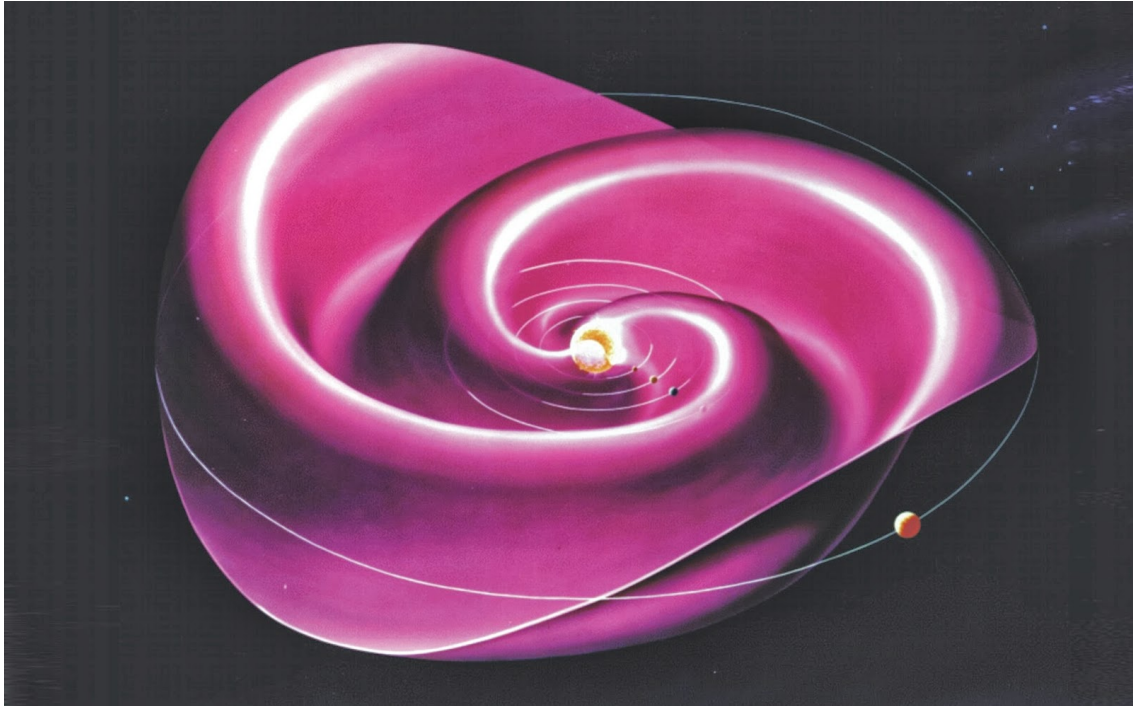
$$B_{\parallel} = \frac{B_0 s^2}{r^2} \quad (2.2.)$$

$$B_{\perp} = \frac{B_0 s^2 \alpha}{v_{sw} r}, \quad (2.3.)$$

pri čemu je  $B_{\perp}$  okomita komponenta magnetskog polja,  $B_{\parallel}$  paralelna komponenta magnetskog polja,  $B_0$  izmjereno ukupno magnetsko polje na udaljenosti  $s$ ,  $\alpha$  je kutna brzina rotacije Sunca na površini,  $v_{sw}$  je brzina Sunčevog vjetra, a  $r$  je udaljenost na kojoj računamo jakost polja. Zbog Sunčeve rotacije deformira se i neutralna ravnina koja poprima oblik Parkerove spirale prikazne na slici 2.7.



Slika 2.6. Slika prikazuje položaj Zemlje u odnosu na polaritet Sunčevog magnetskog polja. Crveno je označeno područje u kojem su silnice magnetskog polja usmjerene od Sunca prema van, a plavo je označeno područje u kojem su silnice prema Suncu. Slika je preuzeta s: <https://www.itsc.uah.edu/home/sites/default/files/spaceweather.png>



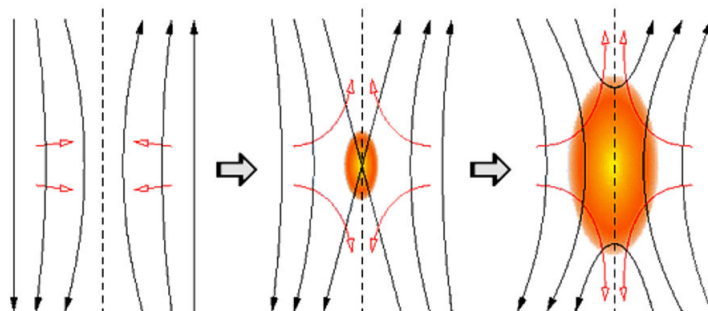
Slika 2.7. Prikaz deformacije neutralne ravnine u obliku Parkerove spirale. Slika je preuzeta s: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b6/Heliospheric-current-sheet.gif>

#### 2.4. *Interakcija Sunčevog vjetra sa Zemljinom magnetosferom*

Položaj nosa magnetosfere ovisi o samom Sunčevom vjetru. "Jači" Sunčev vjetar (veća brzina, gustoća, jače magnetsko polje) znači veću kontrakciju magnetosfere, dok kod slabijeg Sunčevog vjetra imamo općenito veću magnetosferu. Prije interakcije Sunčevog vjetra s magnetskim poljem Zemlje dolazi do naglog usporavanja Sunčevog vjetra te nastaje udarni val (eng. *Bow shock*). Komponente IMF-a određene su u solarno-magnetosferskim koordinatnim sustavom (eng. *solar-magnetospheric coordinates*). U tom sustavu je  $B_x$  komponenta okrenuta prema Suncu, a komponenta  $B_z$  okomita je na tu komponentu i okrenuta prema sjeveru Zemlje.  $B_y$  komponenta određena je pravilom desne ruke (u smjeru istoka). Ovisno o tome gdje se Zemlja nalazi u Parkerovoj spirali Sunčevog magnetskog polja, različite komponente IMF-a su više, odnosno manje zastupljene. Dakle, kada se Zemlja nalazi sa sjeverne magnetske polutke Sunca (kao na slici 2.8 kada magnetske silnice idu prema van), polje okomito na Zemlju je u smjeru  $B_y$  (prema istoku). Obrnuto, kada je Zemlja s južne strane Sunčevog magnetskog polja, okomita komponenta IMF-a je  $-B_y$  (prema zapadu). Ono što je iznimno bitno za interakciju IMF-a i magnetosfere je  $-B_z$  komponenta. Ta komponenta IMF-a je upravo suprotno orijentirana od Zemljinog magnetskog polja te dolazi do najjače interakcije. Zbog aproksimacije "zamrznutosti polja u plazmi" nema međusobnog miješanja dviju plazmi, već dolazi do rekonekcije. Rekonekcija je pojava u kojoj se magnetske silnice



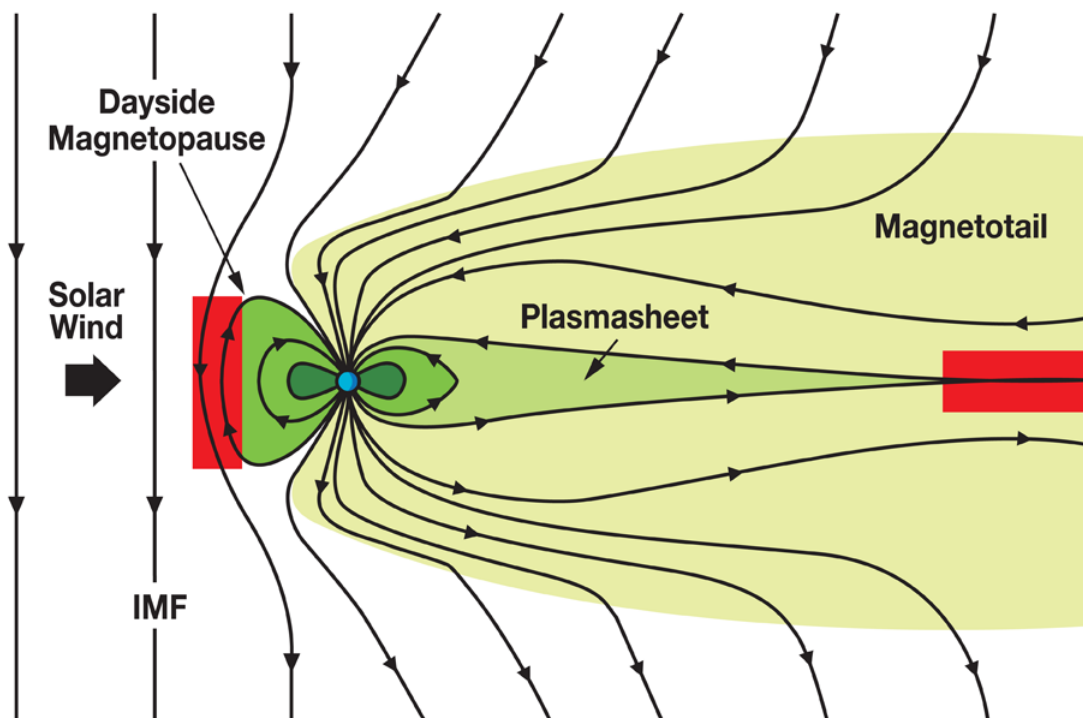
„prespoje“ te se plazma vezana za te silnice "izmiješa" i nastaje nova plazma vezana za novonastalu silnicu. Primjer rekonekcije prikazan je na slici 2.8.



Slika 2.8. Shematski prikaz magnetske rekonekcije u tri stadija. Crnim linijama prikazane su silnice magnetskog polja, a crvenim smjer kretanja plazme u magnetskom polju. Crveno polje označava područje rekonekcije. U posljednjem stadiju se jasno vidi formiranje novih magnetskih silnica gore i dolje. Slika je preuzeta s: <https://i.pinimg.com/originals/dc/7d/1d/dc7d1de1fe25059299632a727510ca9f.gif>

Treba napomenuti da rekonekcija IMF-a i magnetosfere nije u potpunosti shvaćena jer postoji mogućnost da do rekonekcije ne dođe i kad su svi uvjeti za to zadovoljeni. U području rekonekcije stvara se i plošna struja. U rekonekciji se, na nosu magnetosfere, plošna struja giba oko Zemljine magnetosfere okomito na ulazni smjer Sunčevog vjetra. To je struja magnetopauze. Plazma nastala rekonekcijom na nosu magnetosfere zajedno s novonastalim magnetskim silnicama, giba se oko Zemljine magnetosfere sve do repa magnetosfere. Kraj repa magnetosfere se nalazi otprilike na udaljenosti 100-150  $R_z$ , ovisno o aktivnosti Sunca. Kada novonastala plazma dođe do te točke, tj. do kraja repa magnetosfere, dolazi do nove rekonekcije. Ovdje se plazme odvoje na način da jedna ide u smjeru dalje od Zemlje, a druga prema Zemlji i ulazi u Zemljinu magnetosferu. Upravo ovdje čestice sa Sunca ulaze u Zemljinu magnetosferu. Dakle, rekonekcijom na nosu magnetosfere te rekonekcijom u repu magnetosfere ulazi preko 99% ekstraterestičkih čestica u Zemljinu magnetosferu. Također i ovom rekonekcijom nastaje plošna struja, struje repa, ali ovaj put u Zemljinoj magnetskoj ekvatorijalnoj ravnini. Cijeli proces se naziva Dungeyjev ciklus (Dungey, 1961) i prikazan je na slici 2.9.





Slika 2.9. Prikaz interakcije IMF-a i Zemljine magnetosfere. Crnim linijama prikazane su silnice magnetskih polja. Na nosu i u repu magnetosfere crvenim pravokutnicima su označena područja rekonekcije. Slika je preuzeta s: [https://mms.gsfc.nasa.gov/images/science\\_page/science\\_1\\_lg.png](https://mms.gsfc.nasa.gov/images/science_page/science_1_lg.png)

Količina plazme koja će ući u Zemljinu magnetosferu ovisi o karakteristikama Sunčevog vjetra i IMF-a (količina plazme u IMF-u, intenzitet magnetskog polja, brzina vjetra...).

Dakako, važno je spomenuti i populacije čestica (plazme) u Zemljinoj magnetosferi među kojima su najbitniji Van Alenovi radijacijski pojasevi, prstenasta struja te plazmasfera. Van Allenovi radijacijski pojasevi su populacije čestica visoke energije, a dijele se na vanjski i unutarnji radijacijski pojas. Unutrašnji pojas se proteže  $0.2-1.5R_z$ . Ove vrijednosti su okvirne i ovisno o aktivnosti Sunca mogu biti bliže ili dalje od Zemlje. Ovo je relativno stabilan pojas i sastoji se od protona i elektrona. Prosječna energija protona je 4 MeV, a elektrona  $> 1.6$  MeV. Zbog spomenutih energija, ovaj pojas je osobito opasan za ljude. Vanjski radijacijski pojas je nešto nestabilniji i sastoji se uglavnom od elektrona. Nalazi se otprilike na udaljenosti  $3-5R_z$  od Zemlje. Elektroni su u ovom pojasu vezani za otvorene silnice magnetskog repa. Ujedno je to i glavni razlog nestabilnosti. Ovaj pojas u značajnoj mjeri ovisi o Sunčevom vjetru, tj. što je Sunčev vjetar varijabilniji to je vanjski radijacijski pojas nestabilniji. Ujedno je ovaj radijacijski pojas je osobito opasan za elektroniku. Energije elektrona su  $0.1-10$  MeV.

Prstenasta struja je gibanje nabijenih čestica, a formira se kao prsten oko Zemlje na udaljenostima  $2-5R_z$ . Jednim dijelom se preklapa s radijacijskim pojasevima. Energije čestica su općenito niže nego u radijacijskim pojasevima i iznose 1-200 keV što također ovisi o Sunčevoj aktivnosti. Važno je spomenuti kako je prstenasta struja asimetrična, budući da je geomagnetsko polje dipolarno samo u prvoj aproksimaciji. U ovom radu nam je prstenasta struja osobito važna budući da njen utjecaj prikazujemo Dst geomagnetskim indeksom (više govora o Dst indeksu bit će u sljedećem poglavlju).

Plazmasfera je najbliža Zemlji i zapravo je nastavak ionosfere. Kažemo da je granica ionosfere i plazmasfere tamo gdje je omjer vodikovih iona i iona kisika veći od jedan ( $H^+/O^+ > 1$ ). Plazmasfera je područje hladne plazme, budući da čestice imaju malu energiju, otprilike 1 eV. Granice plazmasfere su dosta varijabilne pa je donja granica na udaljenostima  $0.08-0.3R_z$ , a vanjska na udaljenostima  $4-7R_z$ . Plazmasfera je na udaljenostima gdje je magnetsko polje dosta jako zbog čega je usko vezana uz samo magnetsko polje.

Spomenute populacije čestica ovise o Sunčevoj aktivnosti, stoga je predviđanje i razumijevanje Sunčeve aktivnosti potrebno za određivanje Zemlji bliže svemirske okoline, što je iznimno bitno za buduće, ali i trenutne svemirske misije.

## 2.5. Geomagnetski indeksi

Promjene u Zemljinom magnetskom polju mogu se iskazati geomagnetskim indeksima koji se računaju iz opservatorijskih mjerenja. Ovisno o tome što želimo iskazati, geomagnetski indeksi se različito računaju te se za njihovo računanje koriste različiti opservatoriji. U ovom radu su nam bitni aa indeks, AE indeks te Dst indeks. aa indeks prikazuje općenito stanje Zemljinog magnetskog polja, AE indeks prikazuje promjene u polarnim dijelovima Zemljine magnetosfere, dok Dst indeks prikazuje oluje, a za vrijeme jakih oluja prikazuje i jačanje prstenaste struje.

aa indeks je mjera cjelokupne geomagnetske aktivnosti, a određuje se iz dva antipodalna opservatorija, u Hartlandu u Ujedinjenom kraljevstvu i u Canberri u Australiji i vrlo je jednostavan za računanje i obradu. Mjere se 3-satne vrijednosti, ali se preporuča korištenje 12-satnih srednjaka budući je aa indeks određen iz samo dva opservatorija. Upravo zbog te jednostavnosti aa indeks se počeo jako rano računati (1868.) što nam je omogućilo da imamo dugi niz podataka.

AE (*eng. auroral electrojet indeks*) indeks je nastao kako bi se pratila geomagnetska

aktivnost vezana za polarna područja, a uveli su ga Davis i Sugiura (1966). Podatci se uzimaju iz opservatorija blizu maksimuma auroralne zone. AE se računa iz razlika AL i AU, pri čemu su AL i AU su envelope horizontalne komponente geomagnetskog polja u odabranom intervalu. Najveće vrijednosti u odabranom intervalu označavaju se kao AU (U za eng. *upper*), a najmanje se vrijednosti označavaju s AL (eng. *lower*). AE indeks je razlika tih dviju vrijednosti (AU-AL). Ipak, s AE indeksom ima nekoliko problema. Najveći problem je u tome što su opservatoriji statični, a maksimum auroralne aktivnosti se može kretati prema ekvatoru ili polu, tako da maksimum auroralne aktivnosti ne mjerimo kontinuirano, već samo kada ona prođe iznad opservatorija.

Dst (eng. *storm-distance disturbance*) indeks je mjera poremećaja u magnetosferi, a značajnu ulogu imaju i promjene u prstenastoj struji. Iako je bilo govora o uvođenju ovog indeksa neposredno poslije drugog svjetskog rata, prvi ga je uveo i definirao Sugiura i sur. (1957). godine. Određuje se pomoću četiri opservatorija locira u nižim geografskim širinama. Pretpostavka izvora prstenaste struje nas navodi na to da u računu koristimo samo horizontalnu komponentu geomagnetskog polja. Dst indeks se računa iz prosjeka vrijednosti kada se iz opažanja horizontalne komponente uklone baza glavnog polja i tipične varijacije „tiših“ dana. Te varijacije javljaju se kao posljedica struja u ionosferi. Najveći problem je slaba pokrivenost opservatorijima duž ekvatorijalnih širina dok je jedan od većih problema i to što se uklanjanjem varijacija "tiših" dana ne uklanja u potpunosti utjecaj ionosfere. Naime, za vrijeme geomagnetskih oluja dolazi i do promjena u samoj ionosferi pa se tada njezin utjecaj ne može ukloniti pretpostavkom da je varijacija ista kao i u "tišim" danima.

## 3. ARMA modeli

### 3.1. Osnove statističkih modela

Statistički modeli temelje se na analizi i predviđanju opaženih vrijednosti sa statističkog stajališta. Drugim riječima, nije potrebna nikakva teorijska podloga vezana za ono što analiziramo, već isključivo vremenski mjerene vrijednosti. Model je dobar ako su odstupanja izračunatih vrijednosti od opaženih vrijednosti nasumična. Ta odstupanja se nazivaju reziduali. Općenito kažemo da je model dobar ako su njegovi reziduali savršeno prikazani nasumičnim šumom (eng. *random noise*) s razdiobom  $Dist.(0, \sigma)$ , gdje je 0 srednja vrijednost, a  $\sigma$  standardna devijacija šuma. Ako je  $\hat{X}(t)$  stvarna vrijednost mjerene veličine u trenutku  $t$ , tada za izmjerenu vrijednost vrijedi  $X(t) = \hat{X}(t) + \epsilon(t)$ , budući da svako mjerenje u sebi ima ugrađenu slučajnu pogrešku.  $\epsilon(t)$  je slučajna pogreška ili odstupanje koje prati istu distribuciju nasumičnog šuma  $Dist.(0, \sigma)$ . U slučaju dobrog modela izračunata vrijednost  $x(t)$  je funkcija prijašnjih pogrešaka:

$$x(t) = f[\epsilon(t), \epsilon(t-1), \dots] \quad (3.1.)$$

Diferenciranjem te funkcije dobivamo izraz (Wiener i Masani, 1957):

$$x(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \epsilon(t-i) + \sum_{i,j}^{\infty} \psi_i \psi_j \epsilon(t-i) \epsilon(t-j) + \dots \quad (3.2.)$$

pri čemu su koeficijenti  $\psi$  derivacije funkcije  $f$ . Za model kažemo da je linearan ako je ovisnost u jednadžbi (3.2) linearna:

$$x(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \epsilon(t-i) \quad (3.3.)$$

Izrazito važno svojstvo statističkih modela je stabilnost. Za model kažemo da je stabilan ako je  $l_2$  konvergentan, odnosno mora vrijediti:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \psi_i^2 < \infty, \quad (3.4.)$$

odnosno koeficijenti  $\psi$  moraju konvergirati k nuli. Invertibilnost (eng. *invertibility*) također je bitno svojstvo statističkih modela, a odnosi se na to da se trenutna pogreška može prikazati kao težinska suma prijašnjih opažanja:

$$\epsilon(t) = \sum_{i=0}^{\infty} w_i x(t-i) \quad (3.5.)$$

Time je informacija sadržana u trenutnim i prijašnjim pogreškama ekvivalentna informaciji sadržanoj u trenutnim i prošlim opažanjima. Za neku slučajnu varijablu  $Y$  tada

možemo pisati:

$$E(Y|X(t), X(t-1), \dots) = E(Y|\epsilon(t), \epsilon(t-1), \dots), \quad (3.6.)$$

pri čemu je  $E$  srednja vrijednost slučajne varijable  $Y$ . Time osiguravamo da u modelu možemo računati s pogreškama ili opaženim vrijednostima ili s nekom kombinacijom tog dvoje.

### 3.2. Osnove ARMA modela

ARMA ili autoregresijski klizni srednjak (*eng. autoregressive moving-average*) je statistička metoda za analizu i predviđanje vremenskih nizova (Whittle, 1951; Box i sur., 2015). Ova metoda je zapravo kombinacija dviju starijih metoda, autoregresijske metode i metode kliznog srednjaka. Kako u metodama radimo s konačnim vrijednostima, suma u jednadžbi (3.3) poprima konačnu vrijednost ( $p$  za autoregresijsku metodu i  $q$  za metodu kliznog srednjaka). Autoregresijska metoda temelji se na prijašnjim opažanjima i ima oblik:

$$x(t) = \sum_{i=1}^p a_i x(t-i) + \epsilon_1(t), \quad (3.7.)$$

gdje je  $x(t)$  opažanje u trenutku  $t$ ,  $x(t-i)$  je opažanje  $i$  koraka prije vremena  $t$ ,  $a_i$  su odgovarajući koeficijenti, a  $\epsilon_1(t)$  je odstupanje predviđene od točne vrijednosti koja se uzima kao bijeli šum (*eng. white noise*) s normalnom razdiobom  $N(0, \sigma)$ . Stupanj autoregresijske metode je  $p$  pa metodu skraćeno pišemo kao  $AR(p)$ . Metodu kliznog srednjaka možemo pisati kao:

$$x(t) = \sum_{j=1}^q b_j \epsilon_2(t-j) + \epsilon_2(t), \quad (3.8.)$$

pri čemu su  $\epsilon_2(t-j)$  odstupanja, bijeli šum  $j$  koraka prije vremena  $t$ , a  $b_j$  su odgovarajući koeficijenti. Analogno slučaju autoregresijske metode, metoda kliznog srednjaka ima red  $q$  i pišemo je kao  $MA(q)$ .

$ARMA(p, q)$  je kombinacija ovih dviju metoda s redom  $p$  za autoregresijski dio, odnosno redom  $q$  za dio kliznog srednjaka. Pretpostavimo da vrijedi  $\epsilon_1(t) = \epsilon_2(t)$  u jednadžbama (3.7) i (3.8) i da je  $\epsilon_1(t) = \epsilon_2(t) = \epsilon(t)$ . Tada pišemo:

$$x(t) = \sum_{i=1}^p a_i x(t-i) + \sum_{j=1}^q b_j \epsilon_2(t-j) + \epsilon(t). \quad (3.9.)$$

Svi koeficijenti veći od  $a_p$  i  $b_q$  jednaki su nuli, čime se osigurava stabilnost metode,

odnosno zadovoljena je jednadžba (3.4). Potrebno je dobro odrediti redove  $p$  i  $q$ , tako da ne budu preveliki, a da su sve relevantne informacije sadržane u metodi. U slučaju samo autoregresijske metode ili samo metode kliznog srednjaka, ti redovi se određuju pomoću autokorelacija i parcijalnih autokorelacija.

Autokorelacija zapravo korelira vremenski niz sa samim sobom tako da se jedan niz drži fiksnim dok se drugi pomiče za odgovarajući korak  $k$  (eng. lag):

$$\hat{\rho}(k) = \frac{1}{(n-k)\sigma} \text{Cov}(x(t), x(t-k)) \quad (3.10.)$$

$$\text{Cov}(X(t), X(t-k)) = \sum_{t=1}^{n-k} (x(t) - \mu)(x(t-k) - \mu), \quad (3.11.)$$

$n$  je broj opažanja, a  $\mu$  i  $\sigma$  su srednja vrijednost i standardna devijacija. Grafički se obično prikazuje tako da su na  $x$ -osi vremenski zaostaci  $k$ , a na  $y$ -osi odgovarajuće vrijednosti. Također je običaj da se oko  $x$ -osi napravi odgovarajući interval pouzdanosti (najčešće 95%) za autokorelaciju. Taj interval pouzdanosti računa se inverznom funkcijom pogreške:

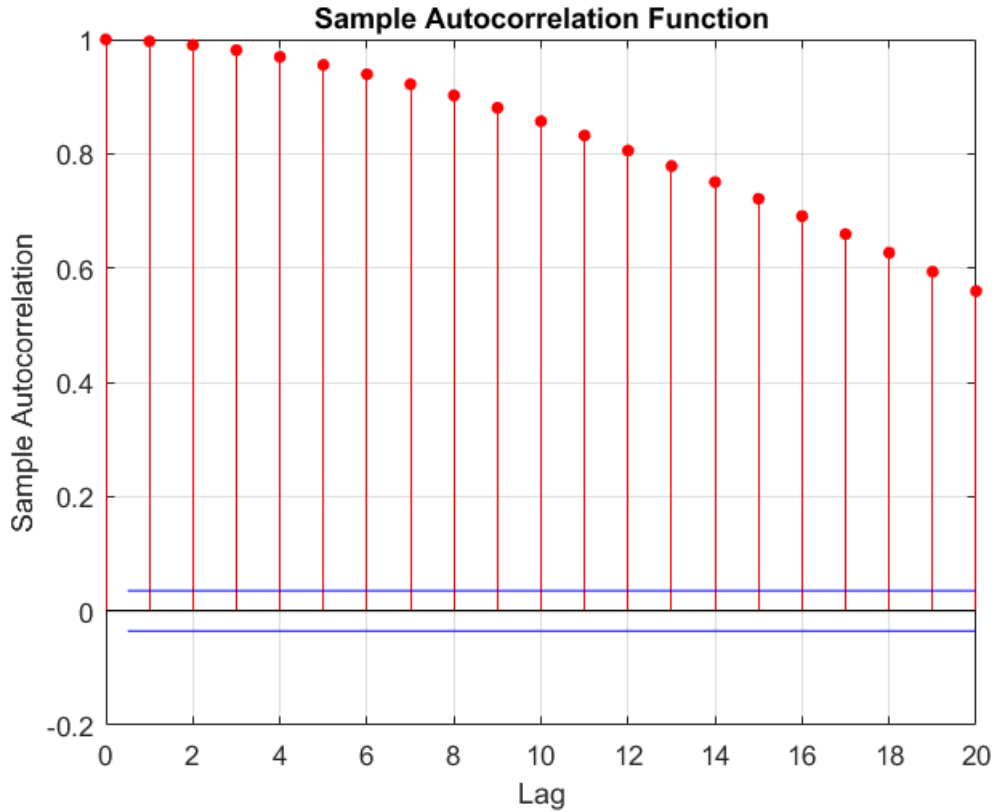
$$\Delta(p) = 0 \pm \sqrt{2}\sigma \cdot \text{erf}^{-1}(p) \quad (3.12.)$$

$$\text{erf}^{-1}(p) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{2k+1} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} p \right)^{2k+1} \quad (3.13.)$$

$$c_k = \sum_{m=0}^{k-1} \frac{c_m c_{k-1-m}}{(m+1)(2m+1)} \quad (3.14.)$$

$$c_0 = 1. \quad (3.15.)$$

$p$  je postotak pouzdanosti koji tražimo, a  $c_k$  pripadni koeficijenti. Tamo gdje vrijednosti autokorelacije padaju unutar tog područja pouzdanosti kažemo da više nema koralacije među vrijednostima udaljenim za taj korak. Primjer je prikazan na slici 3.1.

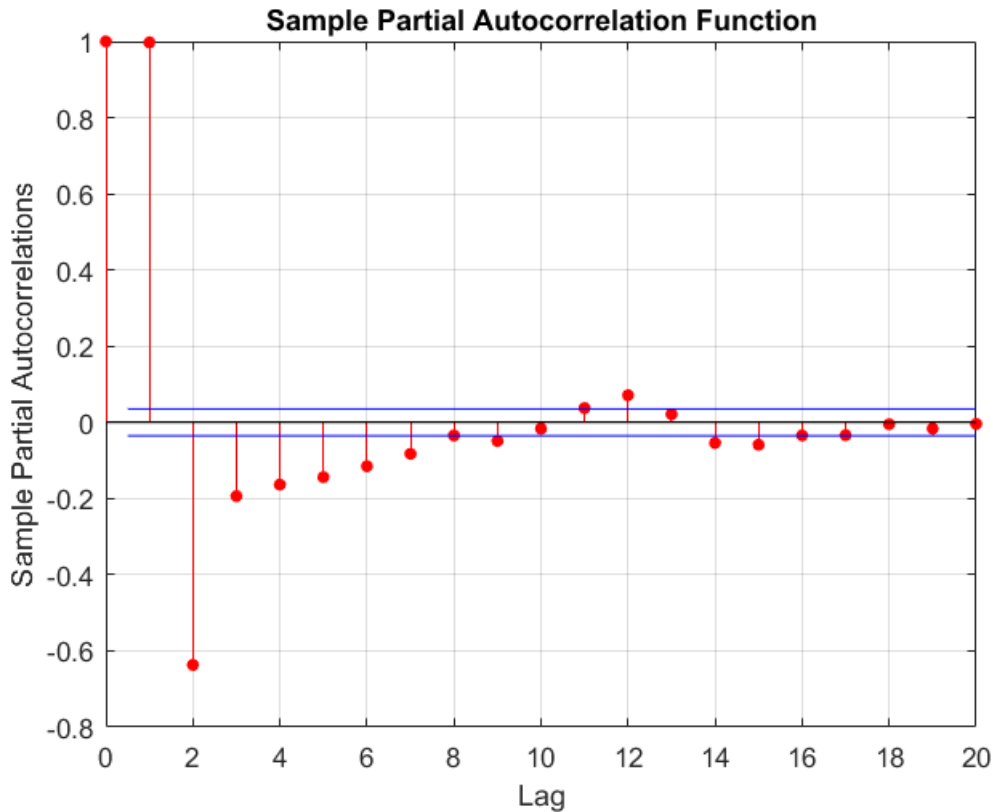


Slika 3.1. Primjer autokorelacije za određene vremenske zaostatke prikazane na x-osi za podatke o broju Sunčevih pjega. Plavom linijom označene su vrijednosti 95% nivoa signifikantnosti. Vrijednosti se eksponencijalno smanjuju.

Parcijalna autokorelacija je zapravo korelacija između vrijednosti  $x(t)$  i  $x(t - k)$  u smislu da su uklonjeni linearni utjecaji svih vrijednosti između  $X(t - 1), \dots, X(t - k + 1)$ . Računski se izražava preko uvjetne kovarijance:

$$\alpha(k) = \frac{1}{(n - k)\sigma} Cov(x(t), x(t - k) | x(t - 1), \dots, x(t - k + 1)) \quad (3.16.)$$

Parcijalna autokorelacija grafički se prikazuje isto kao i autokorelacija, a primjer je na slici 3.2.



Slika 3.2. Primjer parcijalne autokorelacije za određene vremenske zaostatke prikazane na x-osi. Plavom linijom označene su vrijednosti 95% nivoa signifikantnosti. Poslije zaostatka 2 parcijalne korelacije su značajno slabije.

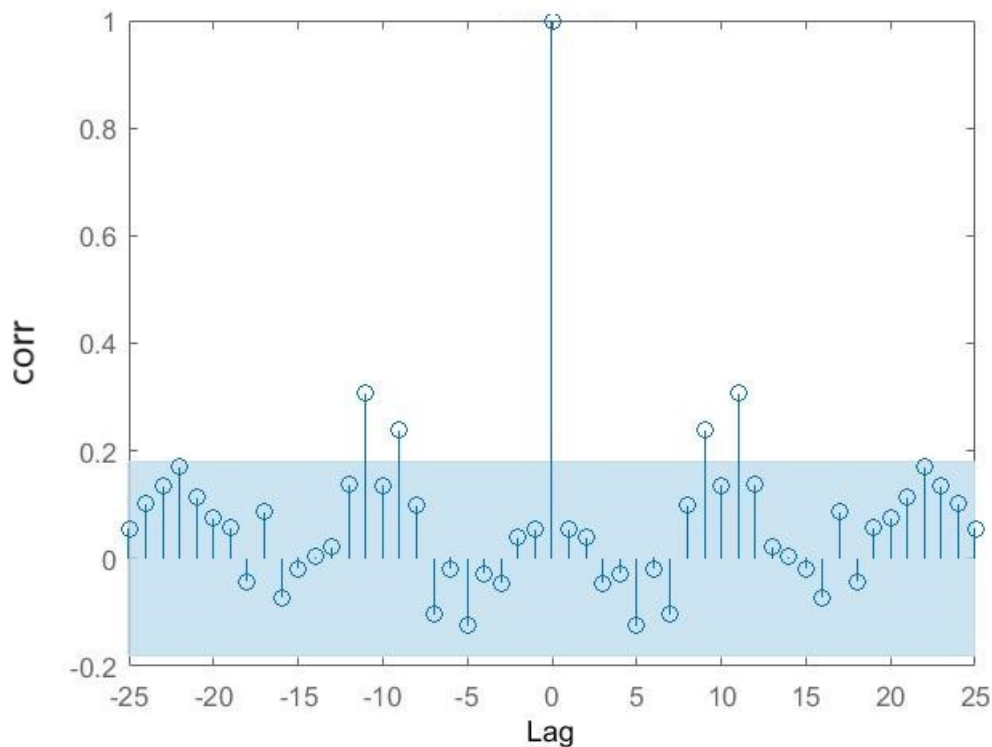
U slučaju autoregresijske metode  $AR(p)$ , autokorelacijska funkcija postepeno trne, dok parcijalna autokorelacija ima veća odstupanja od nivoa signifikantnosti sve do određenog vremenskog zaostatka. Vrijednost tog zaostatka nam sugerira koji red metode bi trebali koristiti za taj niz. Primjenom modela na niz i računanjem parcijalne autokorelacije ponovno gledamo odstupanja od nivoa signifikantnosti, koja nastojimo smanjiti.

U slučaju kliznog srednjaka  $MA(q)$  je situacija obrnuta. Parcijalna autokorelacijska funkcija postepeno trne, dok autokorelacija odstupa od nivoa signifikantnosti do zaostatka koji sugerira red metode. Također se primjenjuje model na niz, ali se sad računa autokorelacija i njezina odstupanja se nastoje smanjiti.

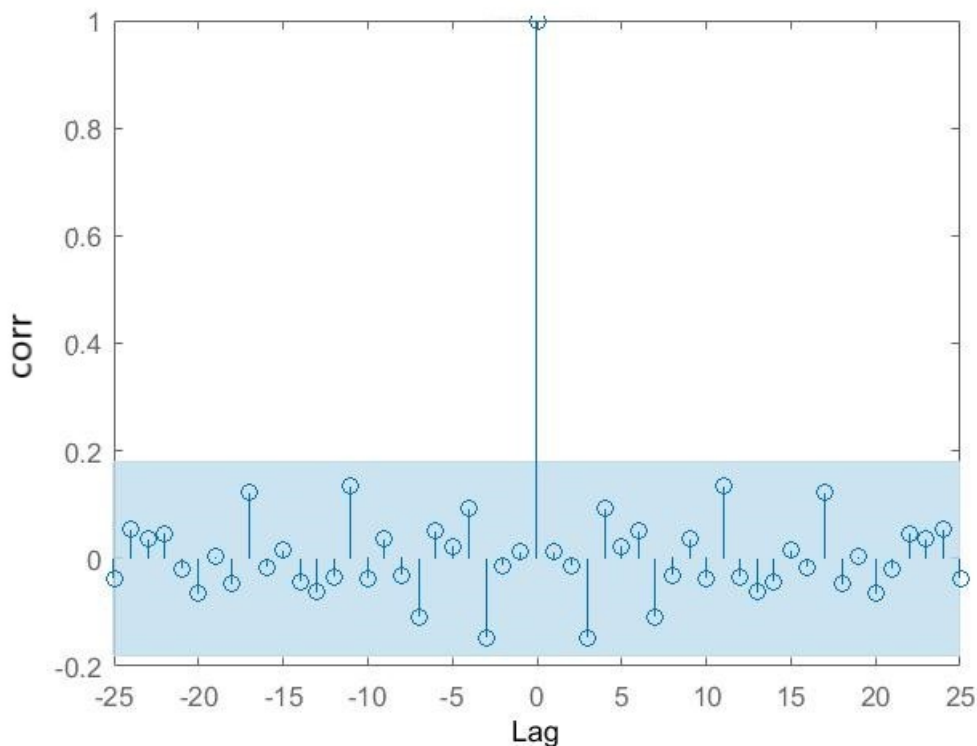
U slučaju  $ARMA(p, q)$  modela, dolazi do preklapanja autokorelacija i parcijalnih autokorelacija dviju metoda  $AR(p)$  i  $MA(q)$  pa taj način nije uvijek optimalan za određivanje reda metode. Jedan od načina određivanja reda metode je da se napravi model za određeni red i simulacija takvog modela. Ako simulirane vrijednosti pokazuju



stacionarnost (statistička svojstva se ne mijenjaju u vremenu - detaljnije objašnjeno u sljedećem poglavlju) i sličnost s originalnim nizom, tada je odgovarajući red dobar za analizu i predviđanje. Također bi model trebao davati rezidualne, tj. odstupanja od stvarnih vrijednosti  $\epsilon(t)$  koja odgovaraju bijelom šumu. To se može provjeriti crtanjem autokorelacije reziduala. Ako su vrijednosti autokorelacije unutar nivoa signifikantnosti za sve vremenske zaostatke kažemo da se radi o bijelom šumu. Na slici 3.3 primijenjena je ARMA(2,2) na podatke o broju Sunčevih pjega. Primijenjeni su redovi  $p = 2$ ,  $q = 2$  jer su te redove davale autokorelacije i parcijalne autokorelacije za svaku metodu zasebno (autoregresijska metoda i metoda kliznog srednjaka). Vidljivo je da reziduali odstupaju od bijelog šuma, stoga zaključujemo da ARMA(2,2) nije dobra metoda za analizu. Red je povećan na  $p = 3$ ,  $q = 3$  i vrijednosti autokorelacije reziduala modela ARMA(3,3) na istim podacima daju dobre rezultate prikazane na slici 3.4.



Slika 3.3. Primjer autokorelacije reziduala za određene vremenske zaostatke prikazane na x-osi. Plavo osjenčano područje označava vrijednosti 99% nivoa signifikantnosti. S obzirom da vrijednosti odstupaju od tog nivoa signifikantnosti, kažemo da se ne radi o bijelom šumu i odbacujemo primijenjene redove  $p$  i  $q$  kao točne. Reziduali su dobiveni primjenom modela ARMA(2,2) na podatke o broju Sunčevih pjega, detaljnije objašnjenih u poglavlju "Podatci".



Slika 3.4. Primjer autokorelacije reziduala za određene vremenske zaostatke prikazane na x-osi. Plavo osjenčano područje označava vrijednosti 99% nivoa signifikantnosti. S obzirom su vrijednosti unutar nivoa signifikantnosti, kažemo da se radi o bijelom šumu i prihvaćamo primjenjene redove  $p$  i  $q$  kao točne. Reziduali su dobiveni primjenom modela ARMA(3,3) na podatke o broju Sunčevih pjega, detaljnije objašnjenih u poglavlju "Podatci".

### 3.3. Analiza i predviđanje ARMA modelom

ARMA daje izrazito dobre rezultate za stacionarne vremenske nizove. Stacionarnost vremenskog niza podrazumijeva da se statistička svojstva ne mijenjaju u vremenu. Naime, za dovoljno velik broj opažanja, statistička svojstva, kao što su prosječna vrijednost ( $E$ ), standardna devijacija ( $\sigma$ ) te pripadni momenti, neće ovisiti o vremenskom segmentu kojeg promatramo:

$$\begin{aligned} E(t_n) &= E(t_n + \Delta t), \\ \sigma(t_n) &= \sigma(t_n + \Delta t), \end{aligned} \tag{3.17.}$$

gdje  $t_n$  označava vremenski trenutak  $n$ -tog opažanja, a  $\Delta t$  je neki vremenski korak. Kao što je vidljivo u jednadžbama (3.17), statistička svojstva se ne mijenjaju s kasnijim

opažanjima.

Sam račun ARMA modelom se uvelike temelji na određivanju koeficijenata  $a_i$  i  $b_j$  iz jednadžbe 12. Koeficijenti se određuju metodom maksimalne vjerodostojnosti (eng. *maximum likelihood method*). Box i sur. (2015) definiraju uvjetnu logaritamsku vjerodostojnost (eng. *conditional log-likelihood*) za ARMA model:

$$L(\theta) = -\frac{N}{2}\log(2\pi) - \frac{N}{2}\log(\sigma^2) - \sum_{t=1}^N \frac{\epsilon^2(\theta)}{2\sigma^2}, \quad (3.18.)$$

gdje je  $N$  broj mjerenja, a  $\theta = (a_1, \dots, a_p, b_1, \dots, b_q)$  skup koeficijenata. Koeficijenti se traže maksimiziranjem jednadžbe (3.18). Kako su prva dva člana u jednadžbi (3.18) konstantna, a treći član je negativan, maksimum  $L(\theta)$  će biti minimum trećeg člana, odnosno kažemo:

$$\arg \max_{\theta} L(\theta) = \arg \min_{\theta} \sum_{t=1}^N \epsilon^2(\theta). \quad (3.19.)$$

Funkcije  $\arg \min_{\theta}$  i  $\arg \max_{\theta}$  označavaju traženje minimuma, odnosno maksimuma, po argumentima  $\theta$ . Određivanje koeficijenata se svodi na to da tražimo minimum sume kvadrata reziduala:

$$\sum_t (\epsilon(t))^2 = \sum_t \left( x(t) - \left[ \sum_i a_i x(t-i) + \sum_j b_j \epsilon(t-j) \right] \right)^2. \quad (3.20.)$$

Nakon određivanja koeficijenata, radi se predviđanje za sljedeći vremenski trenutak. Tada se taj trenutak uzima kao posljednji u nizu i model se ponovno primjenjuje za sljedeći vremenski trenutak. Taj proces se ponavlja onoliko puta koliko koraka unaprijed želimo napraviti predviđanje. Naravno svakim sljedećim korakom nepouzdanost raste, odnosno što predviđamo dalje u vremenu nepouzdanost je veća.

### 3.4. Značaj reda metode $p$ i $q$ te koeficijenata $a$ i $b$

Iz jednadžbe (3.9) se jasno vidi da o redovima metode  $p$  i  $q$  ovisi koliko će zadnjih opažanja biti relevantno za predviđanje sljedeće vrijednosti. Na primjer, ako uzmemo redove  $p = q = 4$ , tada se samo vrijednosti i pogreške zadnja 4 opažanja uzimaju za predviđanje. Sve prijašnje vrijednosti nisu nam bitne u takvom predviđanju. Međutim, koeficijenti  $a_i$  i  $b_j$  se određuju primjenom modela na cijelom nizu. Možemo reći da je u tim koeficijentima sadržana "povijest". Broj relevantnih koeficijenata koji će se u konačnici koristiti ovisi o redovima metode. Za duže vremenske nizove ti koeficijenti su pouzdaniji jer su određeni većim brojem podataka.

### 3.5. ARIMA modeli

Kao što je spomenuto u poglavlju 3.3, ARMA modeli daju jako dobre rezultate za stacionarne nizove. Međutim, većina procesa u prirodi je nestacionarna stoga se u takvim slučajevima koristi modificirani model ARIMA ili autoregresijski integrirani klizni srednjak (*eng. autoregressive integrated moving-average*). Ovdje se koristi diferenciranje kako bi se uklonio izvor nestacionarnosti i dobio stacionarni niz na kojeg se tada primjenjuje ARMA. Radi objašnjenja, uvodimo operator  $(1 - B)X(t) = X(t) - X(t - 1)$ . Pretpostavimo da je srednja vrijednost niza linearno promjenjiva u vremenu  $E(X(t)) = a + bt$ . Tada diferenciranjem dobijemo niz:

$$E((1 - B)X(t)) = E[X(t) - X(t - 1)] = b\delta t. \quad (3.21.)$$

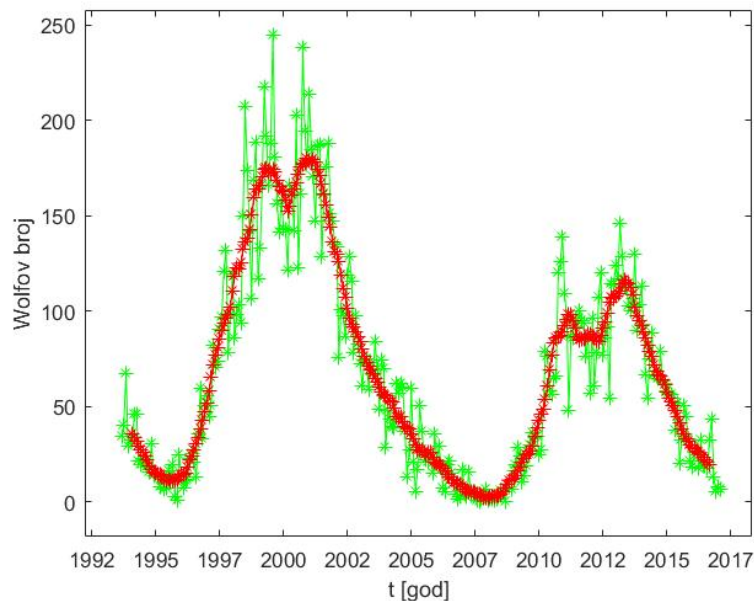
Za jednak vremenski korak opažanja ovaj proces je stacionaran. ARIMA( $p, d, q$ ) je karakterizirana s tri reda,  $p$ ,  $d$  i  $q$ . Redovi  $p$  i  $q$  odgovaraju onima u modelu ARMA( $p, q$ ), dok je  $d$  red diferencijacije nestacionarnog niza. Zapravo je ARIMA model koji djeluje isto kao i ARMA samo slučajnu varijablu  $x(t)$  zamijenimo s odgovarajućom diferenciranom vrijednosti:

$$X(t) \rightarrow (1 - B)^d X(t) \quad (3.22.)$$

Važno je napomenuti da ako je niz već stacionaran, diferenciranjem dobivamo nestacionaran niz, stoga je za dobivanje kvalitetnih rješenja potrebno provjeriti stacionarnost niza te odlučiti je li bolje koristiti ARMA ili ARIMA model.

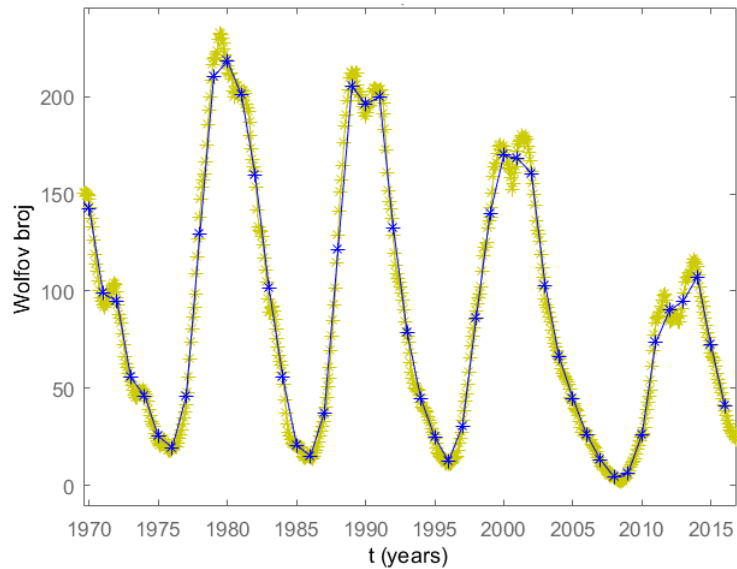
## 4. Podatci

Korištene su dvije vrste podataka, mjesečni broj Sunčevih pjega i izgladeni mjesečni broj Sunčevih pjega, a preuzeti su sa stranica SILSO data/image, Royal Observatory of Belgium, Brussels. Podatci počinju s prvim pouzdanim mjerenjima Sunčevih pjega u siječnju 1749. godine. Posljednji podatak je iz siječnja 2018. godine. Mjesečne vrijednosti Sunčevih pjega nisu dobre za analizu i predviđanje budući da sam nastanak Sunčevih pjega vrlo vjerojatno spada u slabi režim kaosa (Stix, 2002; Rudiger i sur., 2004; Ossendrijver, 2003). Mjesečni podaci su korišteni samo za prikaz odstupanja od srednjaka. U maksimumu Sunčevog ciklusa imamo veće raspršenje vrijednosti nego u minimumu (slika 4.1). Za analizu i predviđanje korištene su izgladene mjesečne vrijednosti. Izgladivanje je rađeno 13-mjesečnim kliznim srednjakom. Prvi i zadnji član u kliznom srednjaku (prvi i trinaesti mjesec u segmentu izgladivanja) imaju težine 0.5, dok ostali članovi imaju težinu 1. Na taj način imamo član normiranja  $1/12$ . S obzirom da se izgladivanje radi s kliznim srednjakom, prvih i posljednjih 6 vrijednosti niza je izbačeno. Pa ovako izgladeni niz počinje 1749. godine u Svibnju, a završava 2017. godine u kolovozu. Iako danas postoje drugi načini izgladivanja mjesečnih vrijednosti (razni niskopropusni filteri), ova metoda se prva počela koristiti i napravljen je cijeli niz radova i analiza na tako izgladenim podacima. Rezultati 13-mjesečnog kliznog srednjaka koriste se kao standard za određivanje minimuma i maksimuma Sunčevih pjega. Analize s 13-mjesečnim kliznim srednjakom pokazale su se kao najpouzdanije, a i korisne su radi usporedbe s rezultatima prijašnjih radova. Slika 4.1 prikazuje mjesečne i izgladene mjesečne vrijednosti za zadnja dva Sunčeva ciklusa.



Slika 4.1. Primjer mjesečnih i izgladenih mjesečnih vrijednosti.

Za godišnju vrijednost broja Sunčevih pjega korišten je srednjak izgladenih mjesečnih vrijednosti za pojedinu godinu. Na slici 4.2 prikazane su izgladene mjesečne vrijednosti i korištene godišnje vrijednosti za zadnja četiri Sunčeva ciklusa.



Slika 4.2. Primjer izgladenih mjesečnih i srednjih godišnjih vrijednosti.

Podatci geomagnetskih indeksa preuzeti su sa stranica Internacionalne Službe Geomagnetskih Indeksa (*eng. International Service of Geomagnetic Indices, ISGI*), koja je služba Internacionalne Asocijacije za Geomagnetizam i Aeronomiju (*eng. International Association of Geomagnetism and Aeronomy, IAGA*).

## 5. Primjena ARMA metode

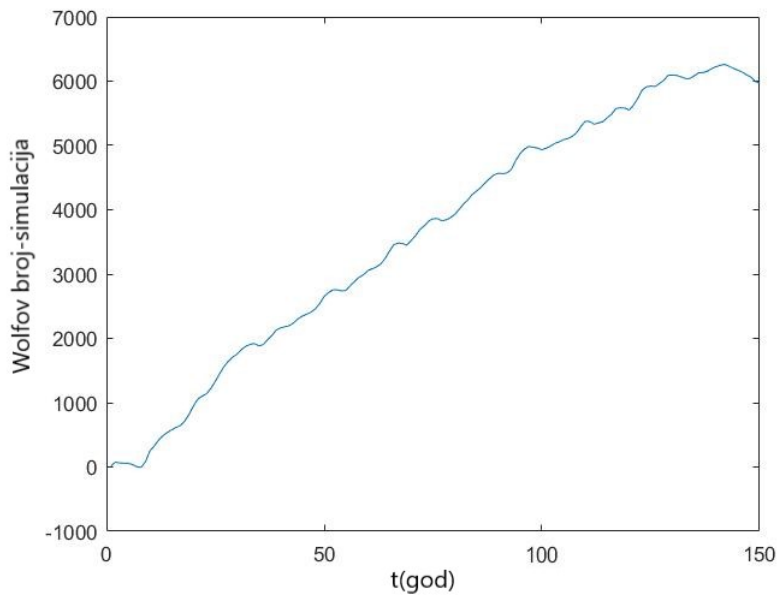
U poglavlju 3.2 ustanovljeno je da za kvalitetno predviđanje ARMA modelom treba ispuniti određene uvjete kao što su stacionarnost, linearnost i stabilnost. Što se samih podataka tiče oni nisu u potpunosti stacionarni. Naime, minimumi se malo razlikuju u različitim ciklusima, dok maksimumi pokazuju značajnu promjenu od ciklusa do ciklusa. Iz tog razloga, stacionarnost nije očuvana, već se srednja vrijednost i standardna devijacija mijenjaju ovisno o tome koje cikluse promatramo. Međutim, te vrijednosti ne variraju značajno pa možemo reći da je niz kvazi-stacionaran.

U radu Brajša i sur. (2009) korištena je ARMA metoda s vremenskim korakom od jedne godine. U istom radu se pretpostavlja slaba nestacionarnost i nelinearnost Sunčevih ciklusa. Također se navodi da je tu tvrdnju potrebno potvrditi s analizom na dužem vremenskom nizu. Ta pretpostavka omogućava korištenje ARMA modela za predviđanje, iako je točnost upitna i treba je provjeriti prije samog predviđanja. Autori napominju kako bi se bolji rezultati mogli dobiti primjenom modela na mjesečnim vrijednostima. Jedan od ciljeva ovog rada je potvrditi ili opovrgnuti tu tvrdnju te je stoga ARMA korištena i na mjesečnim i na godišnjim vrijednostima.

Potrebno je napomenuti da predviđanje vremenskog niza s ARMA modelom ovisi o samim podacima, odnosno o vremenskom koraku podataka. Konkretno u ovom radu predviđen je vremenski niz 12 koraka unaprijed. Ako je vremenski korak podataka jedan mjesec tada je predviđeno narednih 12 mjeseci, odnosno ako je korak jedna godina tada je predviđeno narednih 12 godina. Razlog zbog kojeg uzimamo narednih 12 koraka je u tome što je 12 godina neki prosječni period trajanja jednog Sunčevog ciklusa. Kod vremenskog koraka od jednog mjeseca, 12 koraka predviđa sljedeću godinu s usrednjenim mjesečnim vrijednostima. Kod predviđanja mjesečnih vrijednosti, broj predviđenih koraka povećan je na 72 (6 godina) radi usporedbe s rezultatima godišnjih vrijednosti.

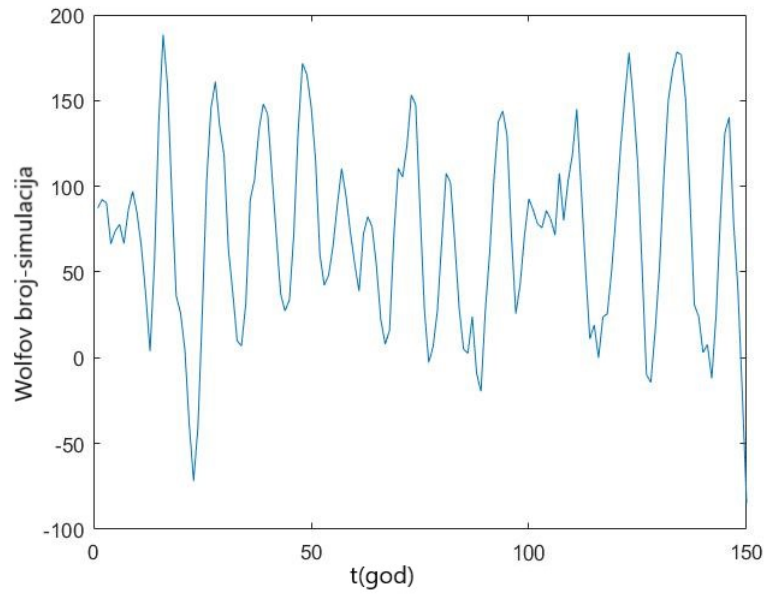
Također je potrebno spomenuti i ARIMA model budući da sami podatci nisu stacionarni. U poglavlju 1.4 spomenuli smo kako diferenciranjem stacionarnog dobijemo nestacionarni niz i samim time lošije rezultate. S obzirom da imamo kvazi-stacionarni niz diferenciranje narušava stabilnost i rezultati ARIMA modela daju lošije rezultate od ARMA modela. Stacionarnost se može provjeriti simuliranjem podataka korištenjem određene metode. Koeficijente određene metode odredimo primjenom metode na stvarnim podacima te simuliramo vremenski niz korištenjem koeficijenata na slučajno generiranom vremenskom nizu. U ovom radu se simulacija radila na vremenskom nizu od 150 godina za metode ARIMA(3,2,3) i ARMA(3,3). Za niz je dovoljno da bude

dovoljno dug kako bi se bolje uočili trendovi, stoga smo uzeli vremensko razdoblje od 150 godina, ali nema nikakvo fizikalno značenje. Na slici 5.1 prikazana je simulacija ARIMA modela na uzorku od 150 godina. Na slici se jasno vidi trend koji je nastao diferenciranjem. Odabrani redovi metode su  $p = 3$ ,  $d = 2$ ,  $q = 3$ , odnosno red diferencijacije je 2. Razlog zbog kojeg smo primijenili red diferencijacije 2 umjesto 1 je radi boljeg prikaza novonastalog trenda. Slika 5.2 prikazuje simulaciju ARMA modela na istom nizu. Na slici nema nikakvih trendova što znači da je bolji odabir od ARIMA modela. Također, ARMA simulira vrijednosti na način da se minimum i maksimum jednako mijenjaju što nije točno te je to glavni uzrok pogrešaka u samim rezultatima.



Slika 5.1. Primjer simulacije modela ARIMA(3,2,2) na vremenskom nizu od 150 godina. Jasno je vidljiv trend i takvu metodu ne možemo koristiti u obradi podataka.





Slika 5.2. Primjer simulacije modela ARMA(3,3) na vremenskom nizu od 150 godina. Nema nikakvog vidljivog trenda pa takvu metodu možemo primijeniti u obradi podataka. Ako usporedimo ovakav niz sa stvarnim podacima vidimo odstupanja u promjenjivosti minimuma. Zato kažemo da je ovakav niz stacionaran, a da je stvarni niz broja Sunčevih pjega kvazi-stacionaran.

## 6. Točnost metode ARMA(3,3)

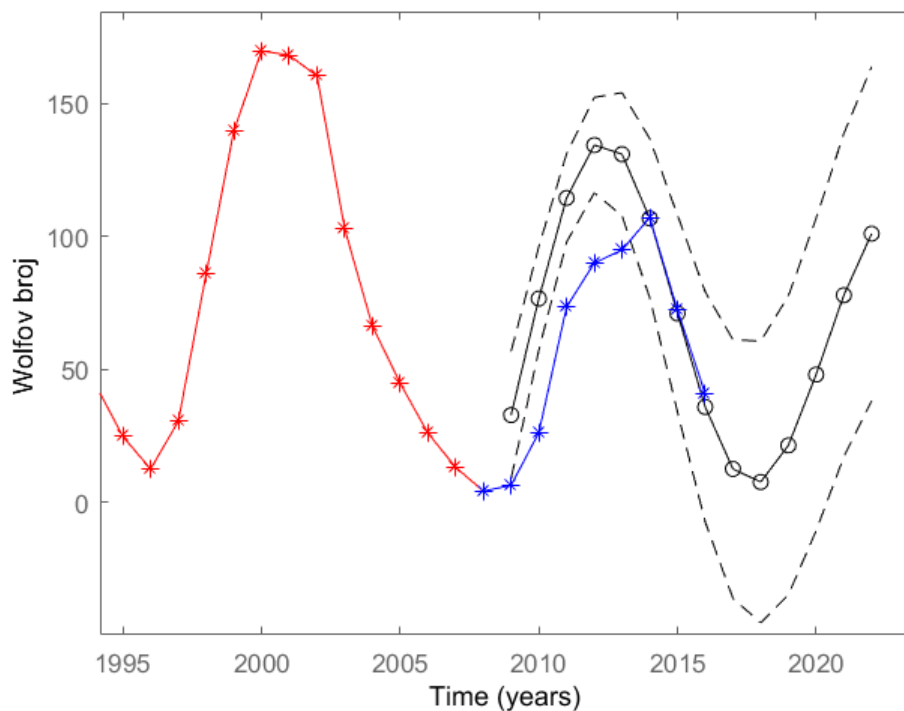
Za sve analize korištena je metoda ARMA(3,3). Odabir reda  $p = 3$ ,  $q = 3$  ranije je objašnjen u poglavlju 3.2 gdje su dani primjeri dobrog i lošeg odabira redova metode korištenjem autokorelacije reziduala. Točnost ove metode možemo vrlo jednostavno provjeriti na način da prekinemo niz prije samog kraja i napravimo predviđanje te usporedimo s kasnijim vrijednostima niza. Općenito, predviđanje Sunčevih pjega ovisi o tome otkuda počinjemo predviđanje, od minimuma ili maksimuma ili neke točke između. Najčešće se predviđanja Sunčevih ciklusa rade s početkom u minimumu ili tri godine prije minimuma u slučaju teorijskih predviđanja.

S obzirom da je ARMA statistička metoda, ovdje ćemo raditi predviđanja od minimuma, ali za analizu točnosti bit će korištena i predviđanja s početkom u maksimumu. Na slikama 6.1, 6.2, 6.3 i 6.4 prikazana predviđanja počevši s minimumom zadnja četiri Sunčeva ciklusa, dok su na slikama 6.5, 6.6, 6.7 i 6.8 su predviđanja počevši s maksimumom zadnja četiri Sunčeva ciklusa. U analizu smo uzeli sve opažene vrijednosti do zadanog vremenskog trenutka (minimum ili maksimum). Na slikama su crvenom linijom prikazane izgladene mjesečne vrijednosti posljednjeg ciklusa u analiziranom nizu radi usporedne sa sljedećim (predviđenim) ciklusom. Plavom linijom prikane su izgladene mjesečne vrijednosti sljedećeg ciklusa s kojim se uspoređuju podaci predviđanja. Konačno, crnom linijom prikazane su srednje vrijednosti predviđanja ARMA modelom, dok su crnom isprekidanom linijom prikazane standardne devijacije predviđanja. Sva predviđanja rađena su modelom ARMA(3,3).

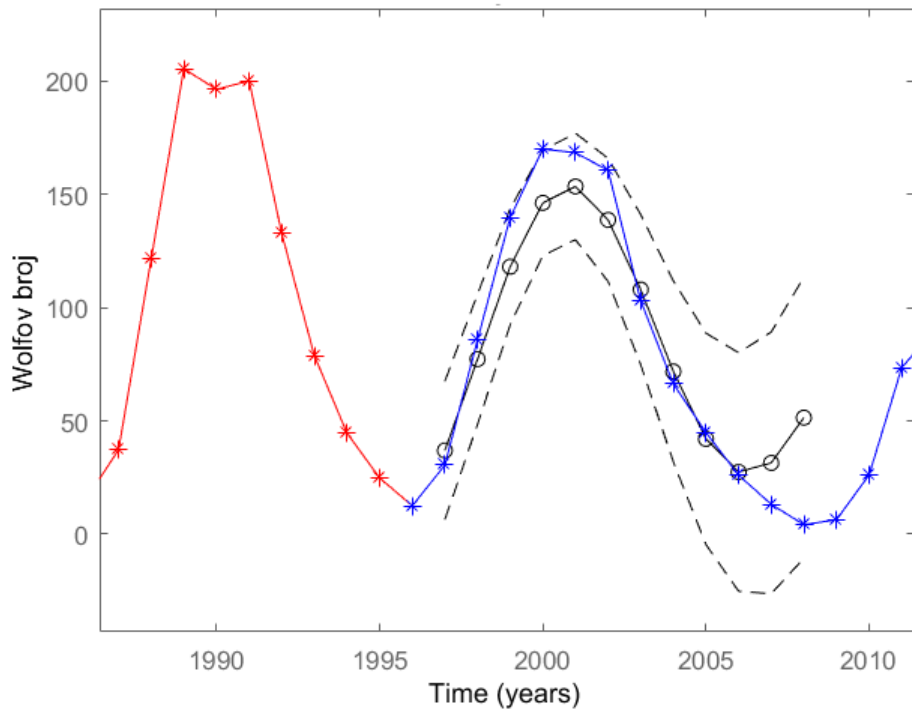
Slika 6.1 prikazuje analizu počevši od minimuma 2008. godine. Predviđanje premašuje vrijednosti maksimuma, dok se idući prema minimumu vrijednosti dosta dobro slažu. Usporedimo li posljednji ciklus u analizi s onim kojeg predviđamo, jasno se vidi da trend maksimuma opada. Na slici 6.2 imamo predviđanje počevši od minimuma 1996. godine. Maksimum je dosta dobro predviđen sa stvarnim vrijednostima između prosječne predviđene vrijednosti i gornje standardne devijacije. Što se minimuma tiče, po vrijednosti odgovara donjoj standardnoj devijaciji predviđenog minimuma. No problem je u tome što je minimum predviđen dvije godine ranije nego se stvarno zbio. Također valja napomenuti kako i ovdje imamo trend opadanja maksimuma u dva uzastopna ciklusa. Slika 6.3 prikazuje predviđanje počevši s minimumom 1986. godine. Predviđanje je u ovom slučaju dosta dobro. Vrijednosti su u okvirima standardnih devijacija s malim vremenskim pomakom od jedne godine oko maksimuma. Ponovno vidimo da je vrijednost očitnog minimuma bliže donjoj standardnoj devijaciji nego srednjoj vrijednosti predviđanja. Također i ovdje imamo trend opadanja maksimuma. Konačno na slici 6.4 imamo predviđanje počevši od minimuma 1976. U ovom slučaju

imamo trend rasta maksimuma između dva ciklusa. Sa slike se jasno vidi da u ovom slučaju imamo jako loše predviđanje maksimuma, a razlog je u tome što je model primijenjen na opažanjima Sunčevih ciklusa po kojima imamo više slučajeva opadanja maksimuma nego rasta. Iz tog razloga statistički model predviđa vjerojatniji slučaj, odnosno pad maksimuma Sunčevog ciklusa. Potrebno je napomenuti da je minimum u ovom slučaju dobro određen bez obzira na trend dvaju posljednjih Sunčevih ciklusa. Također, opažene vrijednosti se nalaze između donje standardne devijacije i prosječne vrijednosti opažanja.

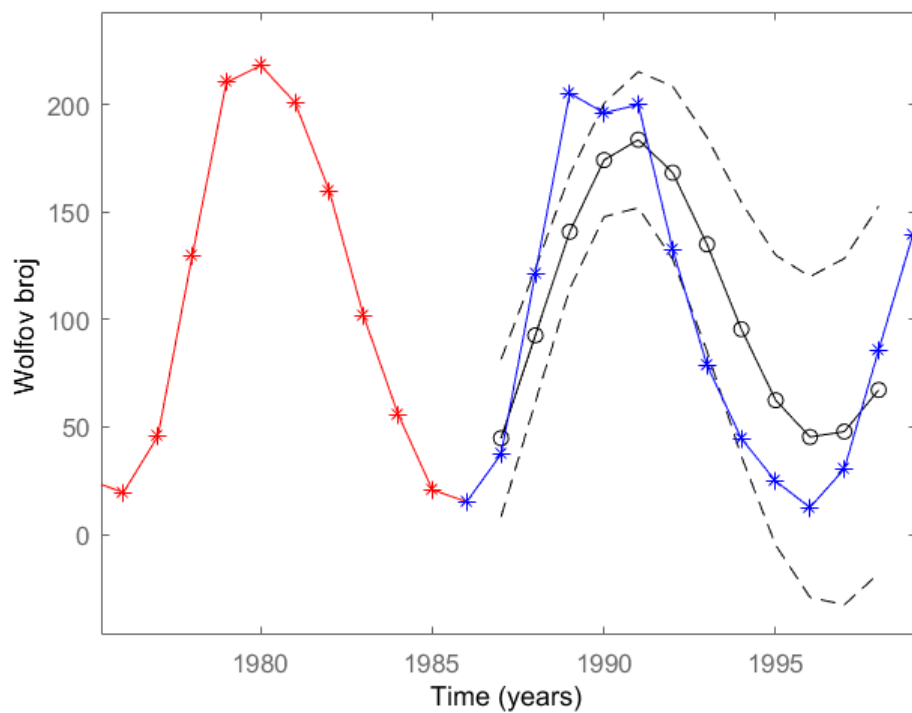
Možemo reći da predviđanjem počevši od minimuma imamo dobro predviđanje sljedećeg minimuma s vrijednostima u području između donje standardne devijacije i srednje vrijednosti predviđanja. Moguće je vremensko odstupanje nastupa minimuma, ali ne veće od dvije godine. U slučaju da imamo trend pada maksimuma između dvaju ciklusa, maksimum je otprilike dobro predviđen. Za razliku od toga, u slučaju rasta maksimuma između dvaju ciklusa, predviđene vrijednosti maksimuma su potpuno krive. Maksimume Sunčevih ciklusa je općenito teže predvidjeti, budući je tada nestabilnost na Suncu puno veća.



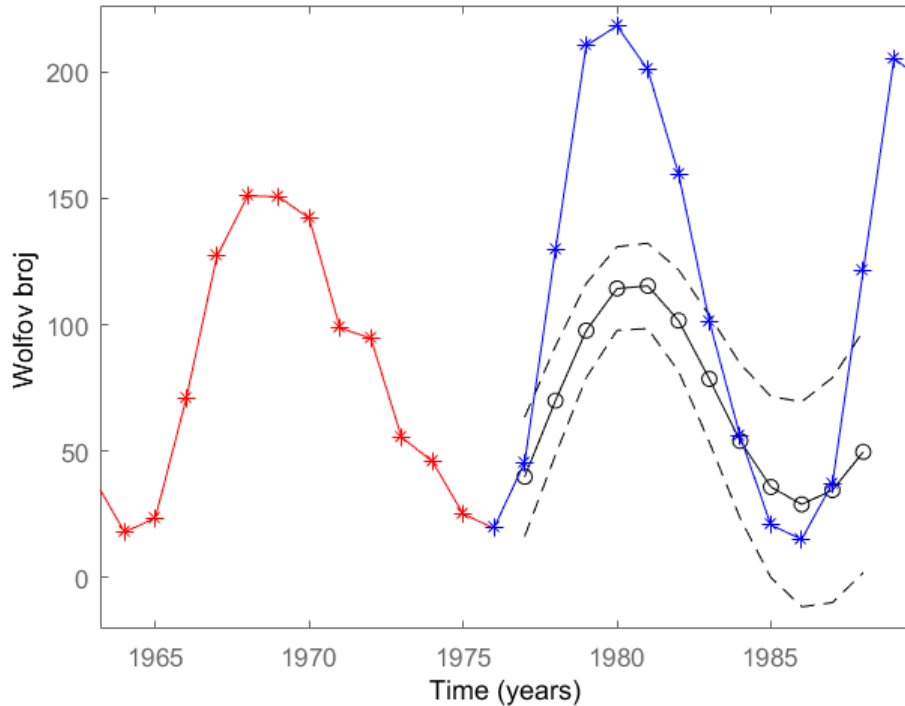
Slika 6.1. Predviđnje modelom ARMA(3,3) počevši od minimuma 2008. godine. Crvenom linijom su prikazane vrijednosti posljednjeg ciklusa uzetog u analizi, dok su plavom linijom prikazane izmjerene vrijednosti koje nisu uzete u analizu. Punom crnom linijom prikazane su srednje vrijednosti predviđanja, dok su crnom isprekidanom linijom prikazane standardne devijacije predviđanja.



Slika 6.2. Predviđanje modelom ARMA(3,3) počevši od minimuma 1996. godine. Oznake su jednake kao na slici 6.1.

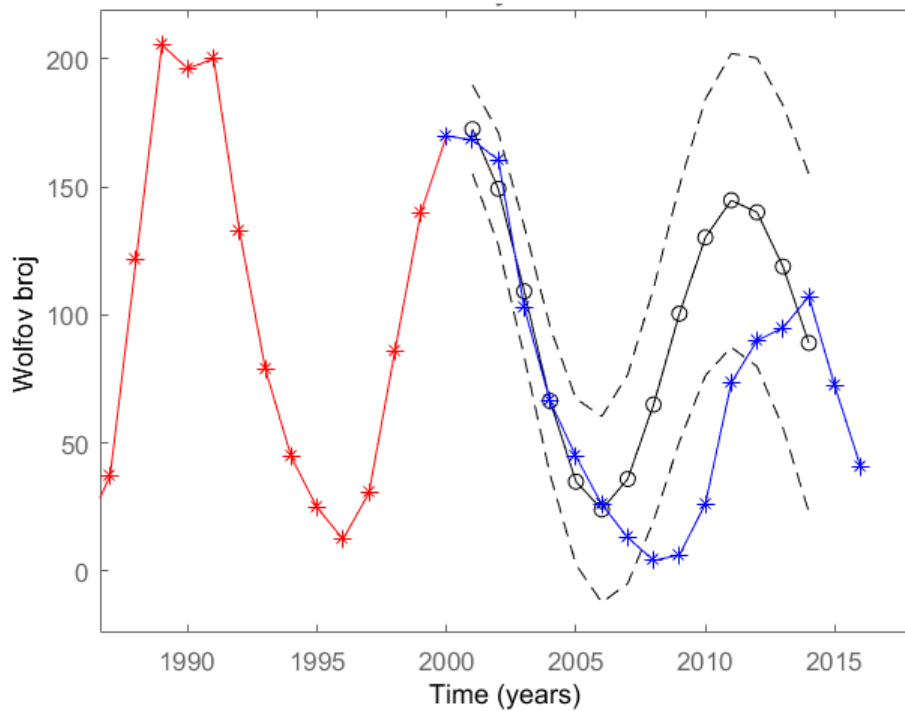


Slika 6.3. Predviđanje modelom ARMA(3,3) počevši od minimuma 1986. godine. Oznake su jednake kao na slici 6.1.

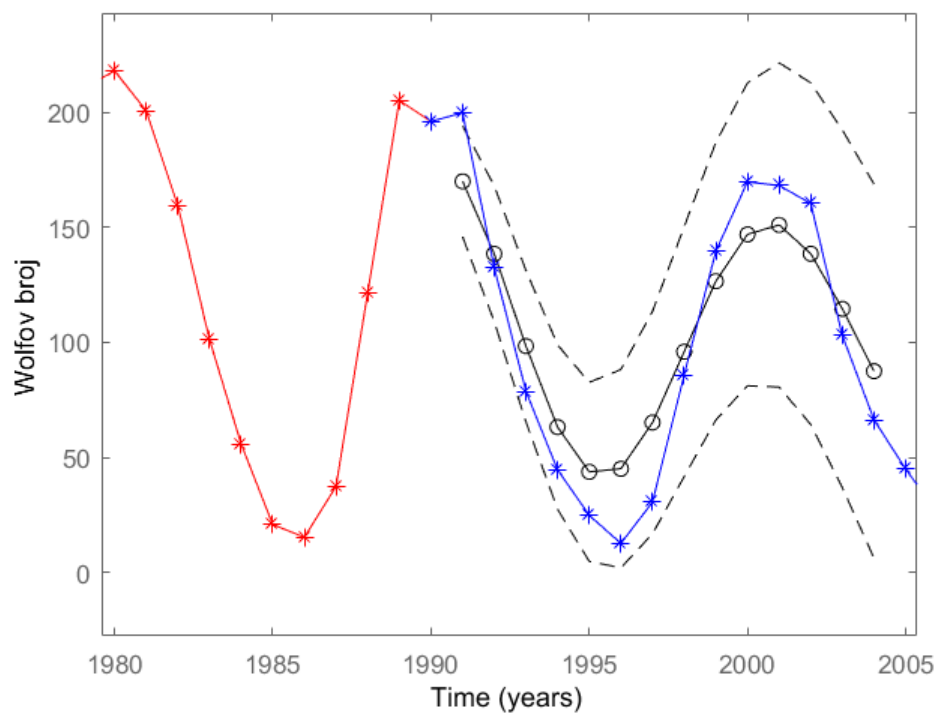


Slika 6.4. Predviđanje modelom ARMA(3,3) počevši od minimuma 1976. godine. Oznake su jednake kao na slici 6.1.

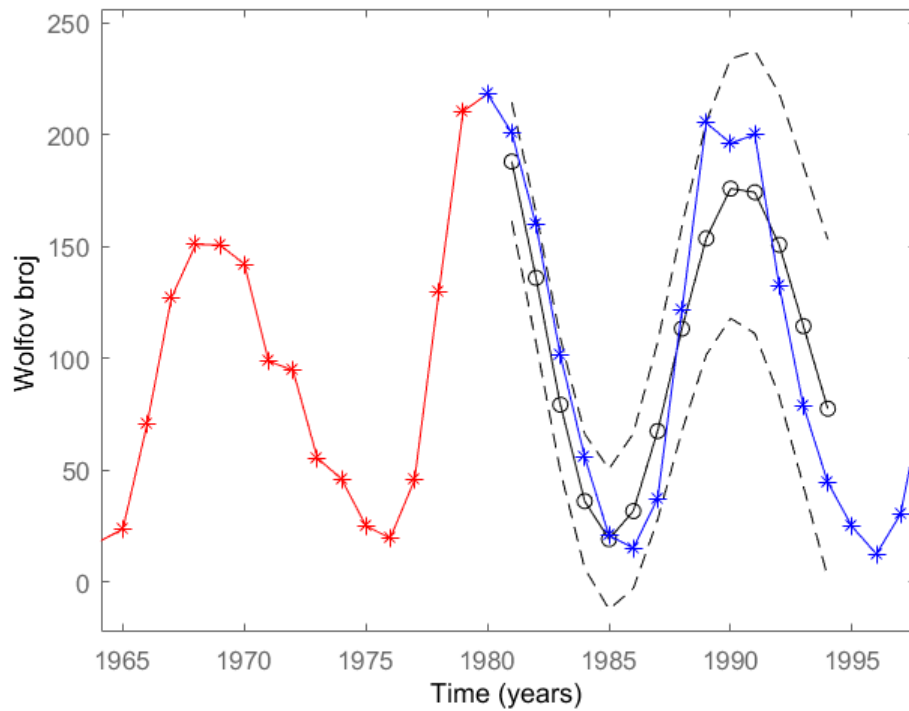
Iz slika 6.5-6.8 na kojima su prikazana predviđanja počevši od maksimuma ciklusa iz 2000., 1990., 1980. i 1968., možemo donijeti slične zaključke. Vrijednosti minimuma su približno dobro predviđene te se nalaze unutar spomenutog područja. Vrijednosti maksimuma odgovaraju vrijednostima gornje standardne devijacije za cikluse sa trendom pada maksimuma. Na slici 6.5 imamo predviđanje počevši od maksimuma 2000. godine. Cijeli predviđeni ciklus je pomaknut za dvije godine ranije od opaženog. Kod predviđanja počevši od minimuma ciklusa smo takvo odstupanje vidjeli samo za predviđanje od 1996. na slici 6.2 gdje je samo minimum predviđen dvije godine ranije, ali nikako cijeli ciklus. Razlog takvog ponašanja ARMA modela bi mogao biti u tome da je Sunčeva aktivnost stabilnija u minimumu Sunčevog ciklusa pa su stoga i rezultati predviđanja od minimum vjerodostojniji.



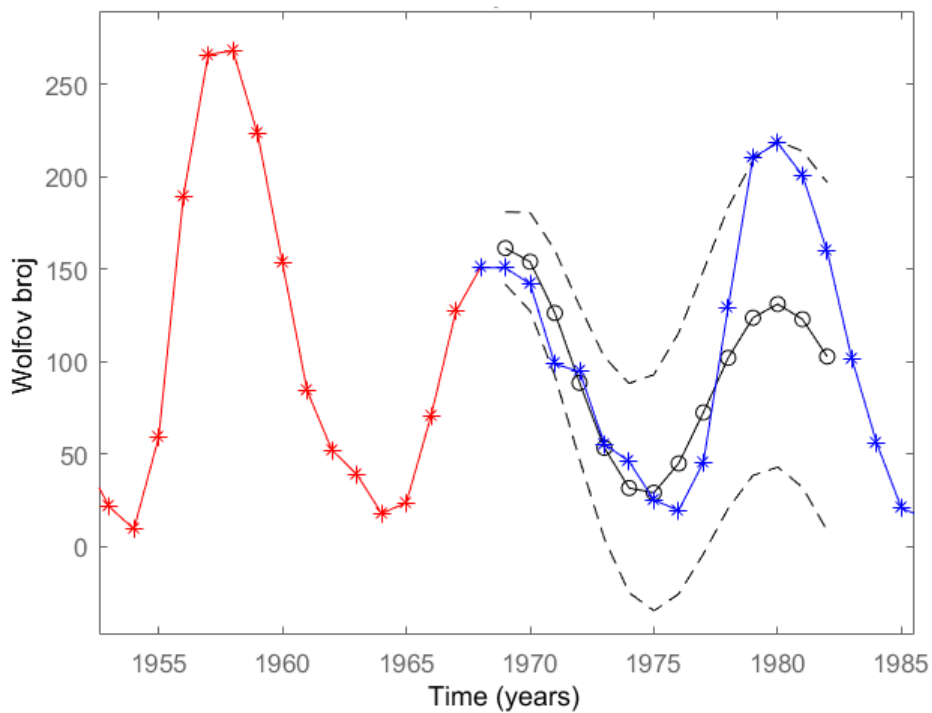
Slika 6.5. Predviđanje modelom ARMA(3,3) počevši od maksimuma 2000. godine. Oznake su jednake kao na slici 6.1.



Slika 6.6. Predviđanje modelom ARMA(3,3) počevši od maksimuma 1990. godine. Oznake su jednake kao na slici 6.2.



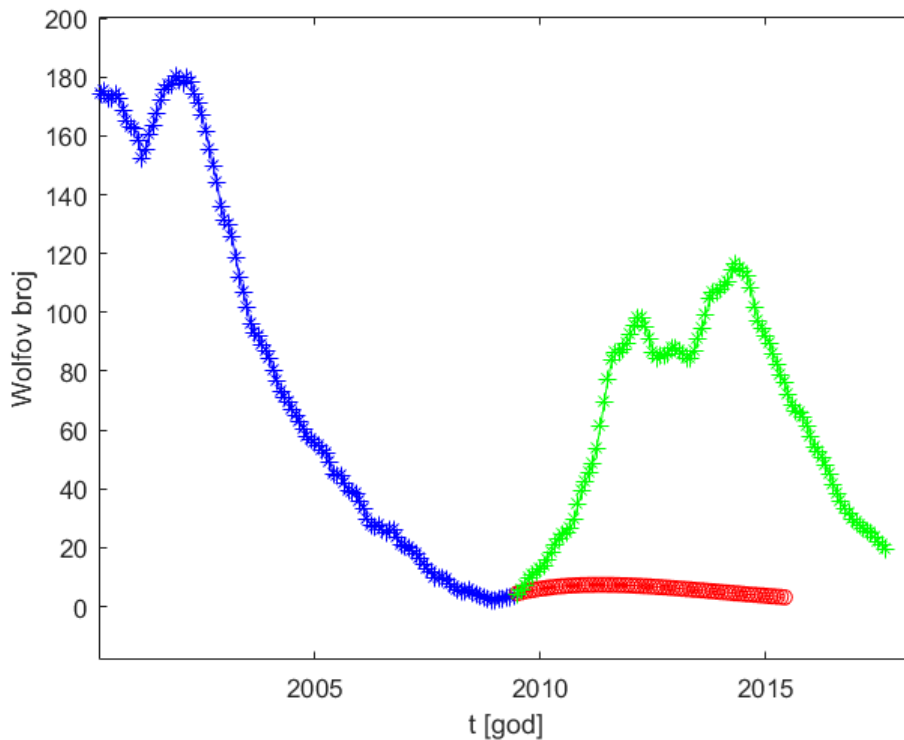
Slika 6.7. Predviđanje modelom ARMA(3,3) počevši od maksimuma 1980. godine. Oznake su jednake kao na slici 6.1.



Slika 6.8. Predviđanje modelom ARMA(3,3) počevši od maksimuma 1968. godine. Oznake su jednake kao na slici 6.1.

### 6.1. Točnost metode za mjesečne vrijednosti

Uzmemo li u analizu mjesečne vrijednosti, imat ćemo puno duži vremenski niz što može doprinijeti stabilnosti metode. Na slici 6.9 je primjer predviđanja ARMA(3,3) modelom. Sa slike se jasno vidi da predviđene vrijednosti dosta odstupaju od stvarnih, izmjerenih vrijednosti. Razlog je u tome što ARMA(3,3) uzima samo zadnja tri mjeseca u analizi što je premalo s obzirom da Sunčevi ciklusi imaju periode od 10 do 12 godina. To se također može vidjeti i iz autokorelacije reziduala cijelog niza za ovaj slučaj koji je prikazan na slici 6.11.



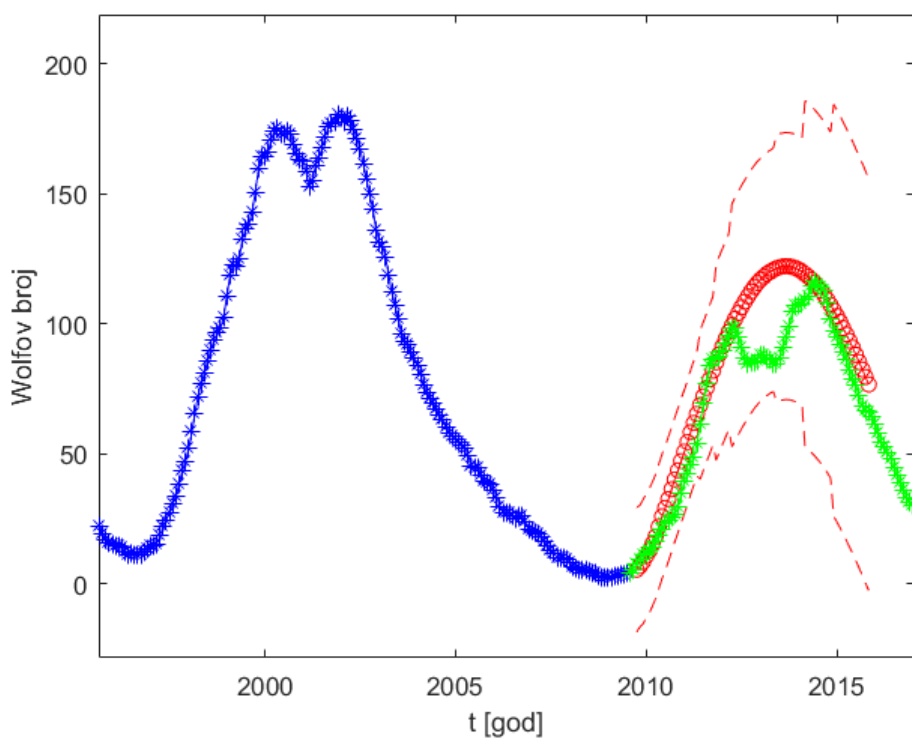
Slika 6.9. Predviđanje modelom ARMA(3,3) počevši od minimuma 2008. godine. Plavom linijom prikazane su posljednje vrijednosti uzete u analizu, dok su zelenom linijom prikazane stvarne vrijednosti koje su izmjerene nakon 2008 godine. Crveno su prikazane predviđene vrijednosti, dok su standardne devijacije prikazane isprekidanom crvenom linijom. Vrijednosti standardnih devijacija su u ovom slučaju toliko bliske srednjim vrijednostima da se niti ne vide.

U pravilu se ne preporučuje raditi sa statističkim modelima velikog reda iz razloga što ima puno malih koeficijenata koji su pogodni promjenjivi i daju nestabilnosti. Konkretno, u slučaju mjesečnih Sunčevih pjega imamo izrazito velike standardne devijacije. Ovdje je bitno napomenuti kako je potrebno naći red metode koji sadržava sve relevantne informacije, ali opet da nije prevelik jer time rastu standardne devijacije (srednje predviđene vrijednosti se ne mijenjaju povećavanjem reda metode). U našem slučaju mjesečnih Sunčevih pjega taj red varira ovisno o tome koji zadnji ciklus uzi-

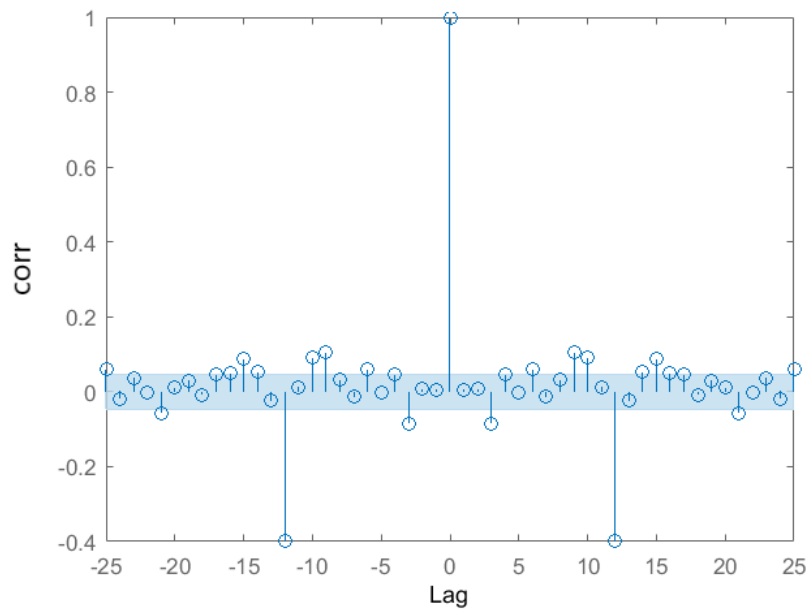


mamo u metodi. Za različite vremenske intervale redovi  $p$  i  $q$  poprimaju vrijednosti od 17 do 20. Točan red metode određen je traženjem minimuma zbroja standardnih devijacija svih kombinacija modela sa redovima u spomenutom području.

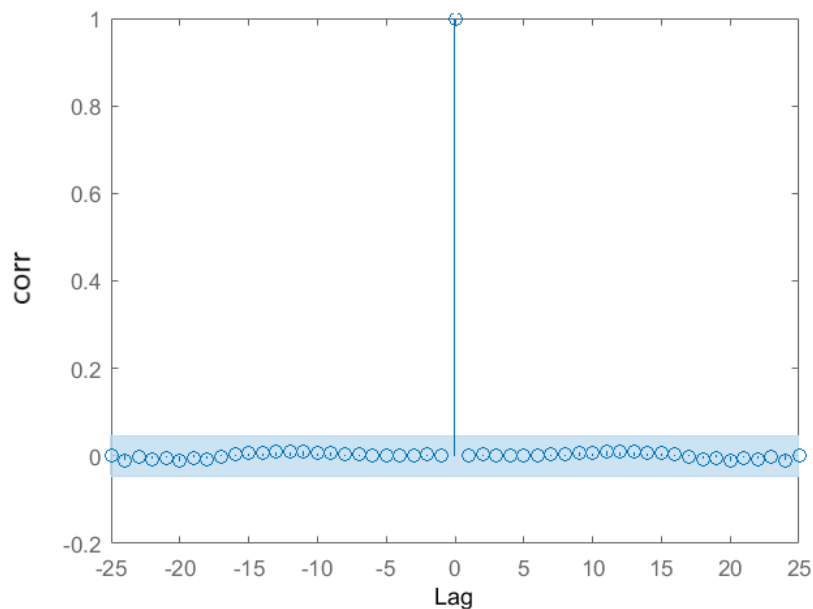
Slika 6.10 prikazuje predviđanje modelom ARMA(18,18) počevši od minimuma 2008 godine. Vidimo da se srednje vrijednosti dosta dobro poklapaju, čak možda i bolje od godišnjih, ali su standardne devijacije prevelike i područje koje je omeđeno standardnim devijacijama je svakako područje u kojem će biti sljedeći ciklus. Na slici 6.12 je prikazana autokorelacija reziduala za ARMA(18,18).



Slika 6.10. Predviđanje modelom ARMA(18,18) počevši od minimuma 2008. godine. Plavo su prikazane posljednje vrijednosti uzete u analizu, dok su zeleno prikazane stvarne vrijednosti koje su izmjerene nakon 2008 godine. Crveno su prikazane predviđene vrijednosti, dok su standardne devijacije prikazane isprekidanom crvenom linijom.



Slika 6.11. Autokorelacija reziduala ARMA(3,3) modela primijenjenog na mjesečnim vrijednostima Sunčevog ciklusa. Plavo osjenčano područje označava vrijednosti 99% nivoa signifikantnosti. S obzirom da vrijednosti leže van tog područja, kažemo da reziduali nemaju raspodjelu bijelog šuma i da ovakav model nije dobar.

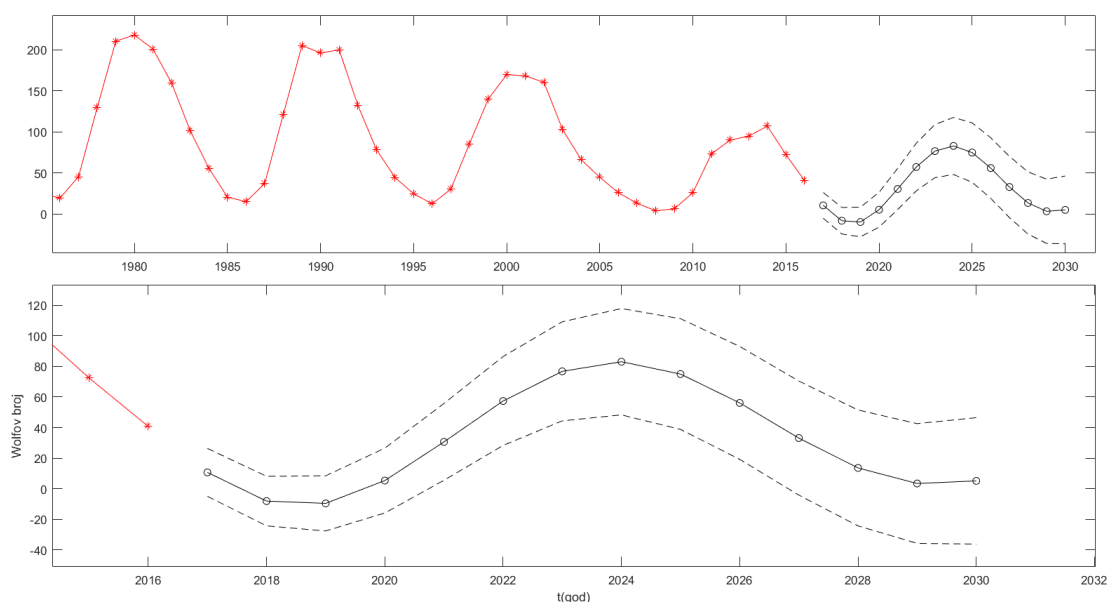


Slika 6.12. Autokorelacija reziduala ARMA(18,18) modela primijenjenog na mjesečnim vrijednostima Sunčevog ciklusa. Plavo osjenčano područje označava vrijednosti 99% nivoa signifikantnosti. S obzirom da vrijednosti leže unutar tog područja, kažemo da reziduali imaju raspodjelu bijelog šuma i da je ovakav model prihvatljiv u analizi.

## 7. Rezultati - ARMA

### 7.1. Predviđanje godišnjih vrijednosti Sunčevih pjega

Za predviđanje na godišnjem nizu Sunčevih pjega korišten je model ARMA(3,3) i rezultati su prikazani na slici 7.1. Na gornjem grafu je prikazan predviđeni ciklus u odnosu na prethodna četiri te se jasno vidi trend opadanja maksimuma. Predviđeni ciklus nastavlja taj trend iz razloga navedenih u prijašnjem poglavlju. Donji graf na slici 7.1 je uvećani prikaz predviđenog ciklusa. S obzirom na to da još nismo u minimumu Sunčevog ciklusa, već jako blizu, predviđena su dva minimuma, tj. početak i kraj 25. Sunčevog ciklusa. Predviđanje je napravljeno za narednih 14 godina, budući ispada da će sljedeći ciklus biti nešto duži (13 godina). Vrijednosti predviđenih minimuma i maksimuma prikazane su u tablici 1.



Slika 7.1. Predviđanja modelom ARMA(3,3). Posljednja godina uzeta u analizi je 2017. Crvenom linijom prikazane su vrijednosti posljednjih ciklusa uzetog u analizi. Punom crnom linijom prikazane su srednje vrijednosti predviđanja, dok su isprekidanom crnom linijom prikazane standardne devijacije predviđanja. Gornji graf prikazuje posljednja četiri ciklusa i predviđeni ciklus. Donja slika prikazuje uvećani predviđeni ciklus.

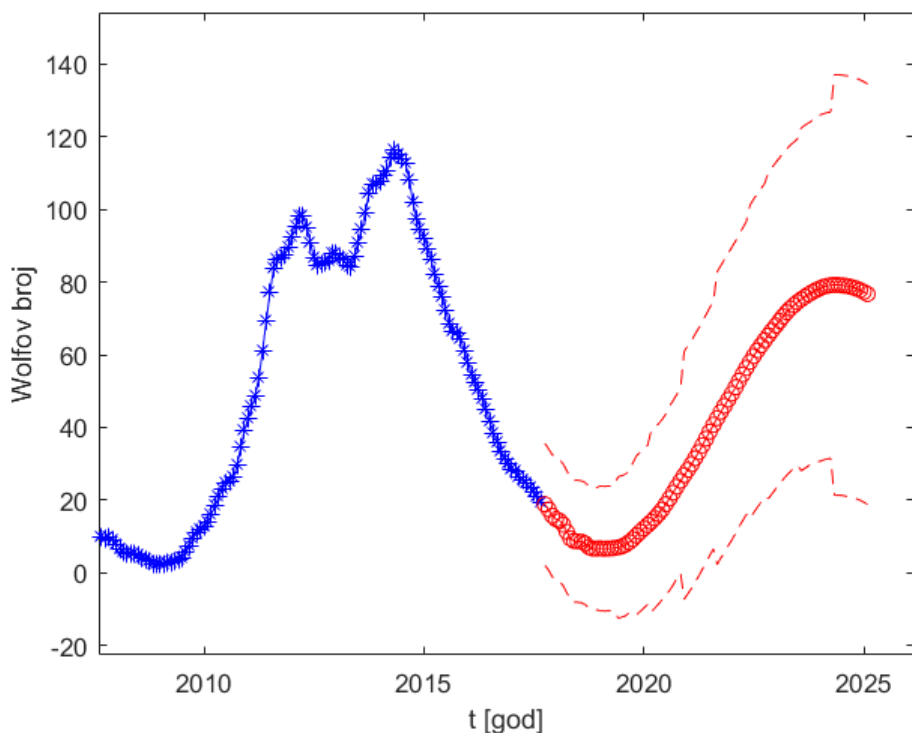
Tablica 7.1. Tablica predviđenih vrijednosti minimuma i maksimuma za godišnje vrijednosti modelom ARMA(3,3).  $min_1$  je prvi sljedeći minimum, dok je  $min_2$  minimum na kraju 25 Sunčevog ciklusa.  $t$  je predviđena godina nastupa ekstrema,  $n$  je prosječna vrijednost Wolfvogov broja, a  $\sigma$  je standardna devijacija.

	$t$	$n$	$\sigma$
$min_1$	2019	-9	$\pm 18$
$max$	2024	83	$\pm 34$
$min_2$	2029	3	$\pm 39$

Prvi minimum je negativna vrijednost. Model je statistički i može predvidjeti negativne vrijednosti iako one fizikalno nemaju smisla. Najmanja moguća vrijednost Sunčevih pjega je 0 te u ovom slučaju to uzimamo kao vrijednost predviđanja. Ranije smo ustanovili da su moguća kašnjenja predviđenog minimuma do dvije godine, stoga je zaključak da će se prvi sljedeći minimum dogoditi u periodu od 2019. do 2021. godine i vrijednost će biti približno 0. Drugi minimum se očekuje između 2029. i 2031. te je očekivana vrijednost u području između 3 i 17. Maksimumi su dosta nestabilni pa vrijednosti u tablici 1 mogu biti dosta dobre, ali su i moguća velika odstupanja (u slučaju promjene trenda maksimuma).

## 7.2. *Predviđanje mjesečnih vrijednosti Sunčevih pjega*

Predviđanje na mjesečnom nizu Sunčevih pjega prikazano je na slici 7.2, a korišteni model je ARMA(18,18). Predviđanje je napravljeno samo za pola sljedećeg ciklusa zbog velikog broja predviđenih vrijednosti. Točnost opada svakim sljedećim korakom predviđanja pa bi ostatak predviđanja ovog ciklusa bio upitan. Rezultati minimuma i maksimuma prikazani su u tablici 2.



Slika 7.2. Predviđanje modelom ARMA(18,18). Posljednja godina uzeta u analizi je 2017. Plavom bojom prikazane su posljednje vrijednosti uzete u analizu. Crveno su prikazane predviđene vrijednosti, dok su standardne devijacije prikazane isprekidanom crvenom linijom.

Tablica 7.2. Tablica predviđenih vrijednosti minimuma i maksimuma za mjesečne vrijednosti modelom ARMA(18,18). *min* je sljedeći minimum, dok je *max* maksimum. *t* je predviđena godina nastupa ekstrema, *n* je prosječna vrijednost Wolfvog broja, a  $\sigma$  je standardna devijacija.

	<i>t</i>	<i>n</i>	$\sigma$
<i>min</i>	2019	7	$\pm 17$
<i>max</i>	2024	89	$\pm 58$

Ako usporedimo tablice 1 i 2 vidimo da se minimumi i maksimumi vrlo dobro poklapaju. Također, vidimo da su i vrijednosti minimuma nešto veće za predviđene mjesečne od predviđenih godišnjih vrijednosti. Konačno, ako usporedimo standardne devijacije mjesečnih vrijednosti s godišnjim, imamo ogromnu razliku. Područje standardnih devijacija je toliko veliko za mjesečne vrijednosti maksimuma da se u njemu u potpunosti nalaze predviđene godišnje vrijednosti sa svojim standardnim devijacijama. Predviđanje mjesečnim vrijednostima ne daje neku novu informaciju budući da svakako očekujemo vrijednosti minimuma i maksimuma u tom području. S obzirom da promatramo 18 koraka unazad za dobre rezultate mjesečnim vrijednostima, duljina niza

nam ne igra veliku ulogu budući da imamo puno više koeficijenata koje treba odrediti. Osim toga i nestabilnost takvog ARMA modela je veća zbog velikog broja koraka pa zaključno možemo reći da je prilikom predviđanja bolje koristiti godišnje vrijednosti.

### ***7.3. Usporedba predviđanja s rezultatima dobivenim u drugim radovima***

Predviđanje Sunčevih ciklusa je iznimno teško i neki rezultati se podosta razlikuju od rada do rada. Za početak, važno je naglasiti da se Sunčevi ciklusi predviđaju brojem Sunčevih pjega, površinskim tokom magnetskog polja, pa čak i brojem bljeskova i koralnih izbačaja mase na Suncu. Ne možemo izravno međusobno uspoređivati rezultate različitih metoda, ali možemo izvući zaključke o intenzitetu i trajanju ciklusa. Također moramo napomenuti da se predviđanja rade na različitim podacima. Podatci mogu biti različiti od godine do godine zbog raznih kalibracija pa su tako su u radu Brajša i sur. (2009) korišteni podatci s istog observatorija kao i u ovom radu, ali su podatci različiti jer je u međuvremenu došlo do kalibracije podataka na opservatoriju, tj. vrijednosti nakon kalibracije nešto su veće nego prije kalibracije.

U prijašnjim poglavljima je objašnjeno kako točnost ARMA metode ovisi o trendu maksimuma Sunčevog ciklusa. Pogledamo li rezultate predviđanja broja Sunčevih pjega u drugim radovima, izvjesno je da će 25. ciklus biti nešto većeg intenziteta nego trenutni. U radu Helal i Galal (2013) dobivene vrijednosti maksimuma su  $W = 118$  u 2022. ili 2023. godini. Ovo predviđanje napravljeno je analizom broja dana bez pjega. Naravno da je takvih dana mnogo manje kada je Sunce u maksimumu ciklusa nego kada je u minimumu. Slični rezultati kao u radu Helal i Galal (2013) dobiveni su i u drugim radovima pa tako Du i Du (2006) predviđaju maksimum s  $W = 111.6$  Sunčevih pjega, Quassim i sur. (2007) predviđa maksimum s  $W = 116$  Sunčevih pjega i Pishkalo (2008) predviđa maksimuma s  $W = 112.3$  Sunčevih pjega. U svim spomenutim radovima maksimumi su predviđeni za 2023.-2024. godinu što se podudara s vremenom maksimuma dobivenog u ovom radu. Možda se čini kako ove vrijednosti odgovaraju trenutnom ciklusu, međutim treba uzeti u obzir da su ove vrijednosti dobivene prije kalibracije podataka. Prije kalibracije je trenutni Sunčev ciklus imao vrijednost 85. Iz njihovih rezultata se jasno vidi da su rezultati u ovom radu poprilično manji.

Noviji radovi daju nešto drugačije rezultate. Javaraiah (2017) analizira samo amplitude Sunčevih ciklusa u vremenu i aproksimira ih kosinusnom funkcijom. Prema njegovim rezultatima, 25. ciklus će biti puno manji od 24. te će 26. i 25. ciklus biti otprilike jednaki. Ovo predviđanje se dobro slaže s rezultatima dobivenima u ovom radu i daje nam potvrdu da bi rezultati mogli biti točni. Rezultati Hathaway i Upton

(2016) sugeriraju sličnu stvar. Naime, u radu je rađeno predviđanje Sunčevih ciklusa pomoću podataka toka magnetskog polja na površini Sunca. Njihova analiza predviđa 25. ciklus otprilike jednak ili manji od trenutnog ciklusa. Podladchikova i sur. (2017) određuju sekundarnu razliku broja Sunčevih pjega (*Sunspot number secondary difference*, SNSD) kako bi karakterizirali varijacije Sunčevih pjega. U svojoj analizi su uočili vezu između pada trenutnog ciklusa i maksimuma sljedećeg, a tu vezu su potvrdili na 22 od 23 opažena ciklusa (prvi ciklus nije uzet u analizu jer im je trebao par uzastopnih ciklusa), odnosno u 96% slučajeva. Primjenom te veze na trenutni ciklus dobivamo da će 25. ciklus biti slabiji od 24. U tablici 3 je prikaz spomenutih rezultata. Kako su u različitim radovima korištene različite metode, u tablici su prikazani samo trendovi sljedećeg maksimuma. Rast je označen s +, a pad s –.

Tablica 7.3. Tablica rezultata drugih radova. U prvom stupcu su autori radova, u drugom godinu od kojih je rađeno predviđanje, u trećem korištena metoda, a u četvrtom trend 2. Sunčevog ciklusa u odnosu na trenutni ciklus.

Autori	Godina analize	Metoda	Trend maksimuma
Helal i Galal	2013	Broj dana bez Sunčevih pjega	+
Du i Du	2006	Broj Sunčevih pjega	+
Quassim	2007	Broj Sunčevih pjega	+
Pishkalo	2008	Broj Sunčevih pjega	+
Javariah	2017	Aproksimacija amplituda	-
Hathaway i Upton	2016	Tok magnetskog polja	-
Podladchikova i sur.	2017	Sekundarna varijacija Sunčevih pjega	-

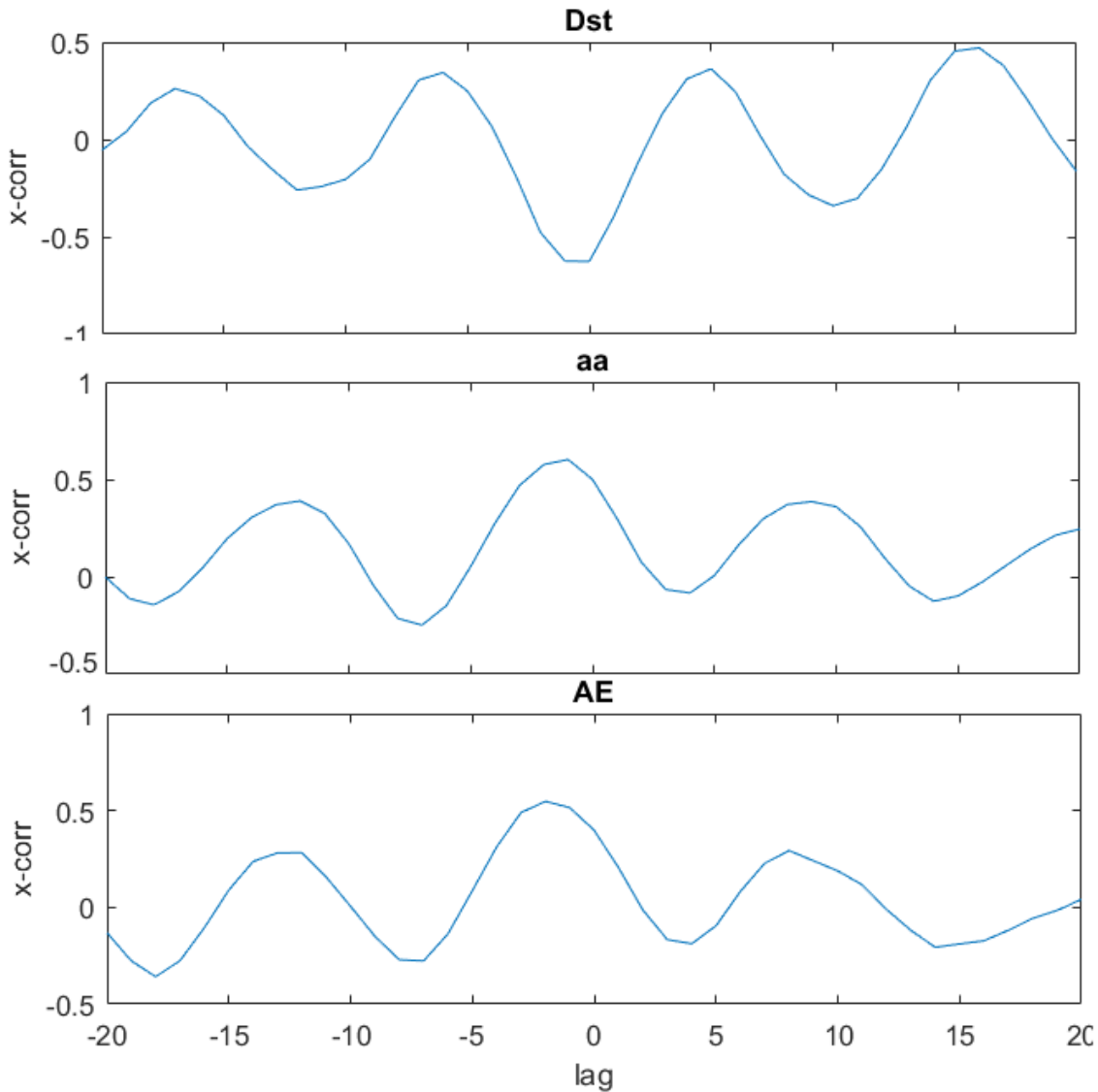
Različitost rezultata onemogućuje nam da sa sigurnošću kažemo koje predviđanje je točno. Tek s opažanjima sljedećeg ciklusa možemo vidjeti koje metode su bile pouzdanije te njima davati veće značenje u budućim predviđanjima, iako se može dogoditi da u ovom ciklusu metode dobro predvide stvarnu situaciju, a već u sljedećem u potpunosti promaše.

## 8. Rezultati - Korelacija geomagnetskih indeksa sa Sunčevim ciklusima i procjena geomagnetske aktivnosti

Jedan od ciljeva ovog rada bio je pokušati napraviti predikciju geomagnetskih indeksa koristeći korelaciju s predviđenim vrijednostima Sunčevih pjega. Prvi korak je bio odrediti korelacije geomagnetskih indeksa sa Sunčevim pjegama. Korištena je *cross*-korelacija na godišnjim vrijednostima kako bi se utvrdio vremenski odaziv geomagnetskog polja u odnosu na Sunčevu aktivnost. Naime, promjene na Suncu mogu imati utjecaja na Zemlju u istoj godini Verbanac i sur. (2011) ili nekoliko godina kasnije, ovisno o samim procesima koji utječu na pojedine geomagnetske indekse. Za korelaciju s aa indeksom korištene su vrijednosti od 1869. do 2017. godine, za korelaciju s Dst indeksom od 1958. do 2017. te za korelaciju s AE indeksom od 1964. do 2017. Korištene su prosječne godišnje vrijednosti indeksa za sve dostupne godine (od početka mjerenja). Na slici 8.1 imamo prikaz *cross*-korelacija Sunčevih pjega s aa indeksom, Dst indeksom te s AE indeksom.

Korelacija s aa indeksom ima pomak u fazi od jedne godine i iznosi  $C_{aa} = 0.6045$ , korelacija s Dst indeksom nema vremenskog zaostatka i iznosi  $C_{Dst} = -0.625$ , dok korelacija s AE indeksom ima pomak u fazi od dvije godine i iznosi  $C_{AE} = 0.5882$ . Primijenimo li t-test na setove mjerenja, dobivamo značajnu korelaciju za  $|C_{aa}| > 0.16$ ,  $|C_{Dst}| > 0.25$  i  $|C_{AE}| > 0.26$ , tj. za sva tri indeksa vidimo da postoji značajna korelacija. Ovi rezultati se dosta dobro slažu s onima dobivenima u radu Verbanac i sur. (2011). U navedenom radu, korelacija Dst indeksa s brojem Sunčevih pjega iznosi  $-0.59$ , a s brojem grupa Sunčevih pjega  $-0.61$ . Iako u tom radu nije rađena korelacija s aa indeksima, rađena je korelacija s Ap indeksom koji je po svojoj prirodi sličan aa indeksu (oba indeksa prikazuju općenitu geomagnetsku aktivnost). Korelacija Ap indeksa s brojem Sunčevih pjega dobivena u tom radu iznosi  $0.55$ , a s brojem grupa Sunčevih pjega  $0.51$ . Vrijednosti su nešto niže nego u ovom radu, ali su dosta bliske. Također vidimo da je indeks općenite aktivnosti manje koreliran s brojem Sunčevih pjega nego Dst indeks.





Slika 8.1. *Cross*-korelacija Sunčevih pjega i geomagnetskih indeksa. Gornja slika prikazuje korelaciju s Dst indeksom, srednja s aa indeksom, a donja s AE indeksom.

Sljedeći korak je odrediti vezu indeksa sa Sunčevim pjegama. Pretpostavljena je linearna veza:

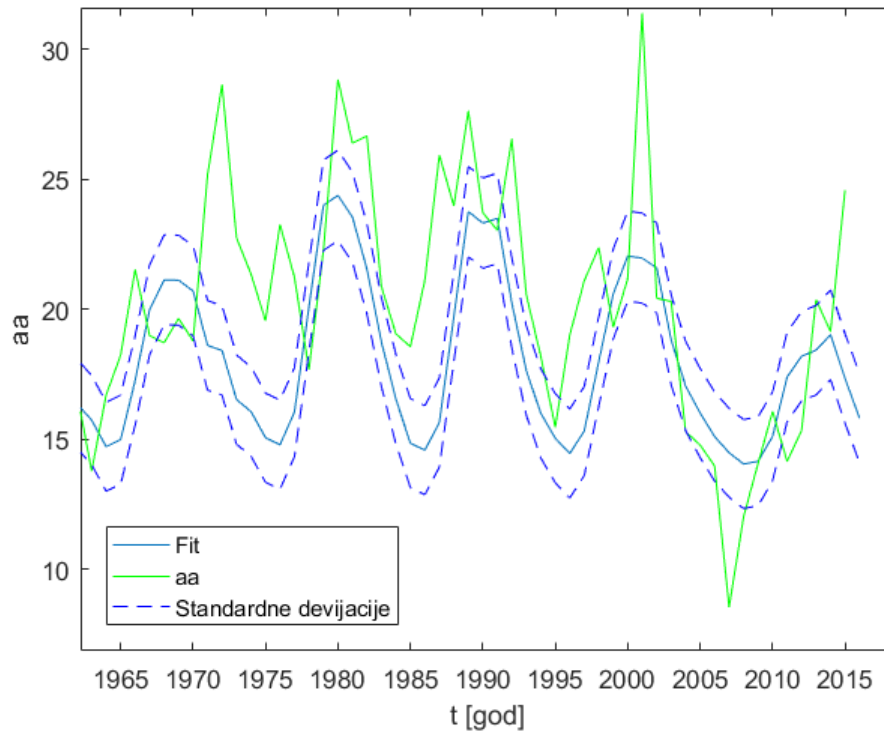
$$I = aW + b, \quad (8.1.)$$

gdje je  $I$  iznos pojedinog geomagnetskog indeksa, a  $W$  je Wolfov broj.  $a$  i  $b$  su koeficijenti određeni regresijom. Za aa indeks ti koeficijenti iznose:

$$a_{aa} = (0.05 \pm 0.02), b_{aa} = (14 \pm 2). \quad (8.2.)$$

Na slici 8.2 prikazane su izmjerene vrijednosti aa indeksa i vrijednosti indeksa određenih iz linearne regresije s pripadnim standardnim devijacijama, iz čega se može vidjeti da

izračunate vrijednosti prate trend promjena aa indeksa. Međutim, iznosi maksimuma i minimuma aa indeksa nisu sasvim dobro obuhvaćeni standardnim devijacijama.

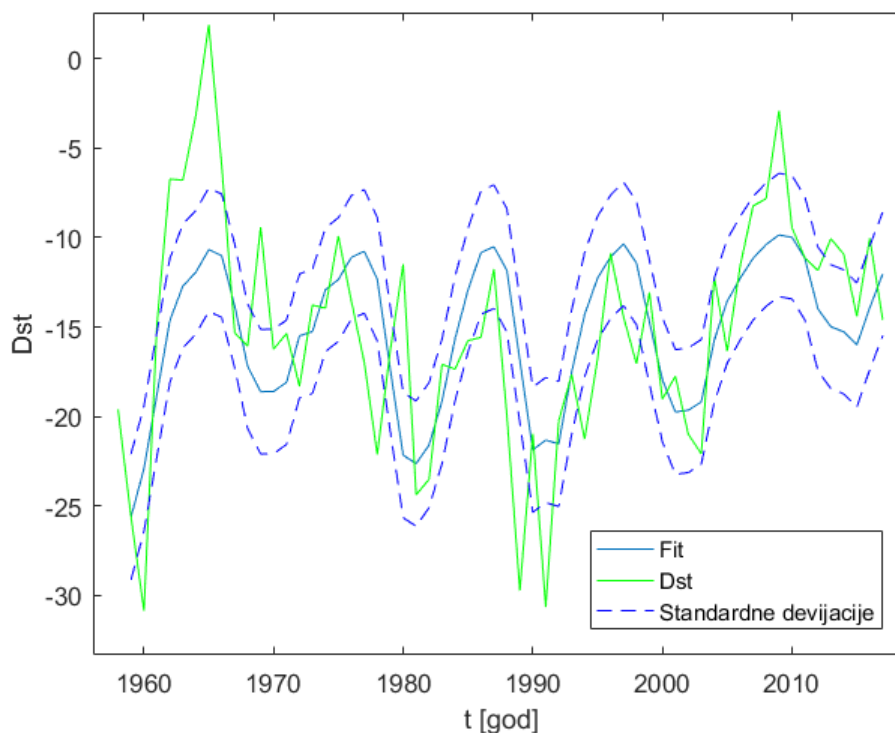


Slika 8.2. Usporedba izmjerenih i izračunatih vrijednosti aa indeksa. Zelenom linijom prikazane su izmjerene vrijednosti aa indeksa, dok su plavom punom linijom prikazane srednje izračunate vrijednosti. Plavom isprekidanom linijom prikazane su pripadne standardne devijacije.

Za Dst vrijednosti koeficijenata regresije iznose:

$$a_{Dst} = (-0.06 \pm 0.03), b_{Dst} = (-10 \pm 3). \quad (8.3.)$$

Na slici 8.3 je prikaz izmjerenih vrijednosti Dst indeksa i vrijednosti indeksa linearne regresije iz čega se može vidjeti da linearna regresija vrlo dobro opisuje promjene Dst indeksa. To niti ne čudi budući da je korelacija Dst indeksa i Sunčevih pjega najveća.

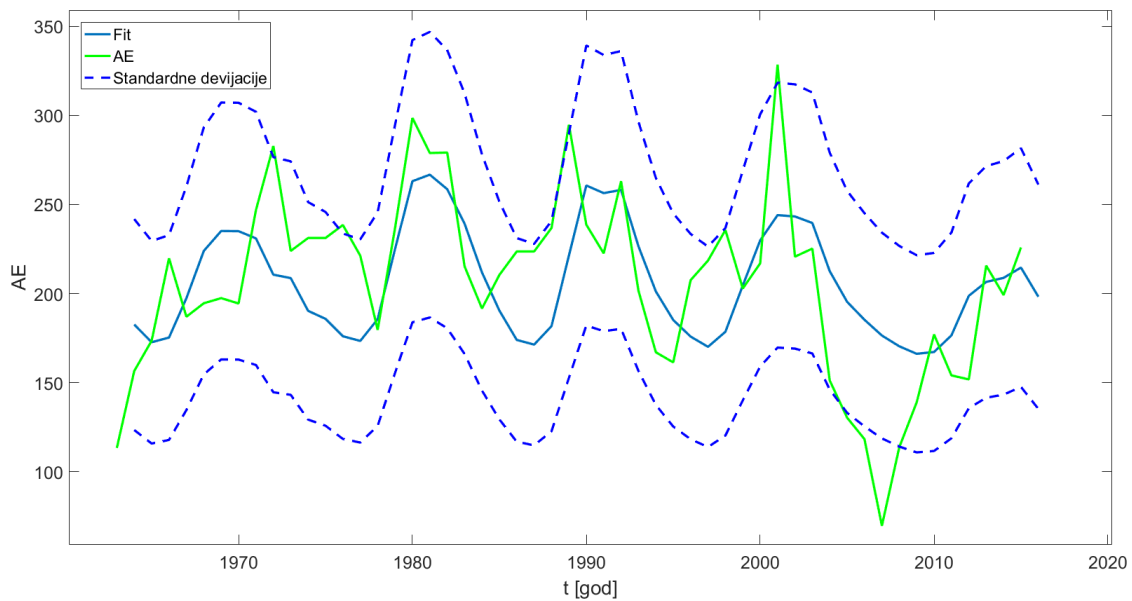


Slika 8.3. Usporedba izmjerenih i izračunatih vrijednosti Dst indeksa. Zelenom linijom prikazane su izmjerene vrijednosti Dst indeksa, dok su plavom punom linijom prikazane srednje izračunate vrijednosti. Plavom isprekidanom linijom prikazane su pripadne standardne devijacije.

Za AE indeks imamo dosta lošiju situaciju. Vrijednosti koeficijenata iznose:

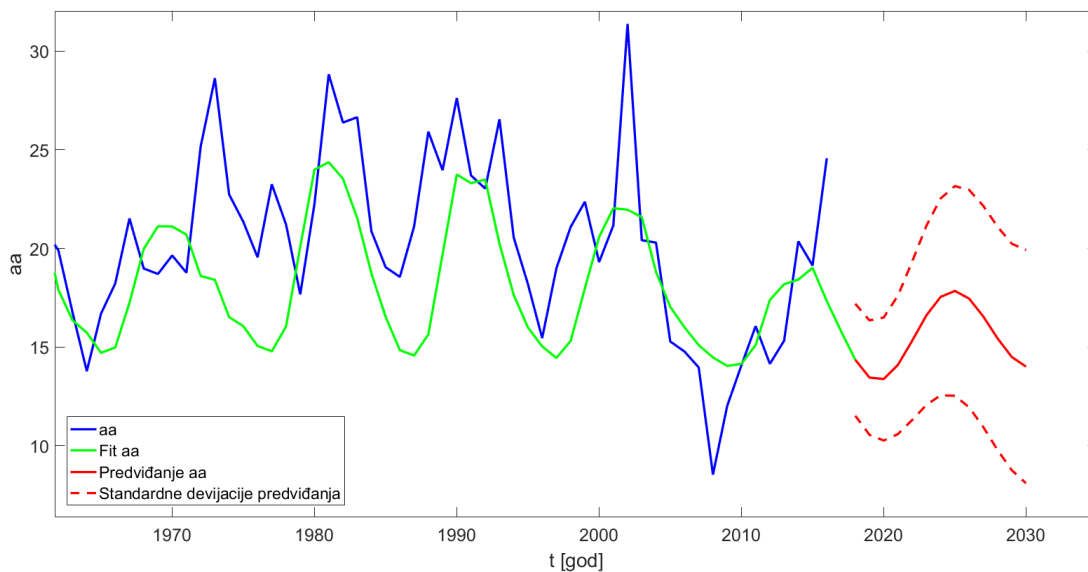
$$a_{AE} = (0.5 \pm 0.3), b_{AE} = (164 \pm 30). \quad (8.4.)$$

Slika 8.4 prikazuje izračunate vrijednosti AE indeksa u odnosu na izmjerene vrijednosti. Iako su vrijednosti dobro obuhvaćene standardnim devijacijama, same standardne devijacije su prevelike, stoga ne možemo reći da imamo kvalitetnu analizu. Uzrok velikih standardnih devijacija je u tome što AE indeks ima najmanju korelaciju sa Sunčevim pjegama.

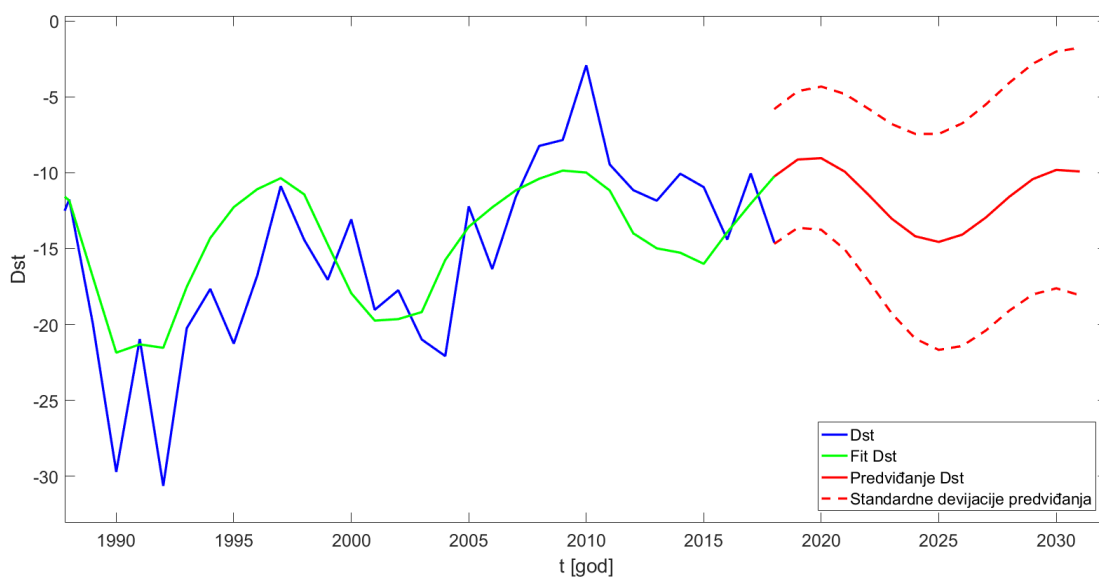


Slika 8.4. Usporedba izmjerenih i izračunatih vrijednosti AE indeksa. Zelenom linijom prikazane su izmjerene vrijednosti AE indeksa, dok su plavom punom linijom prikazane srednje izračunate vrijednosti. Plavom isprekidanom linijom prikazane su pripadne standardne devijacije.

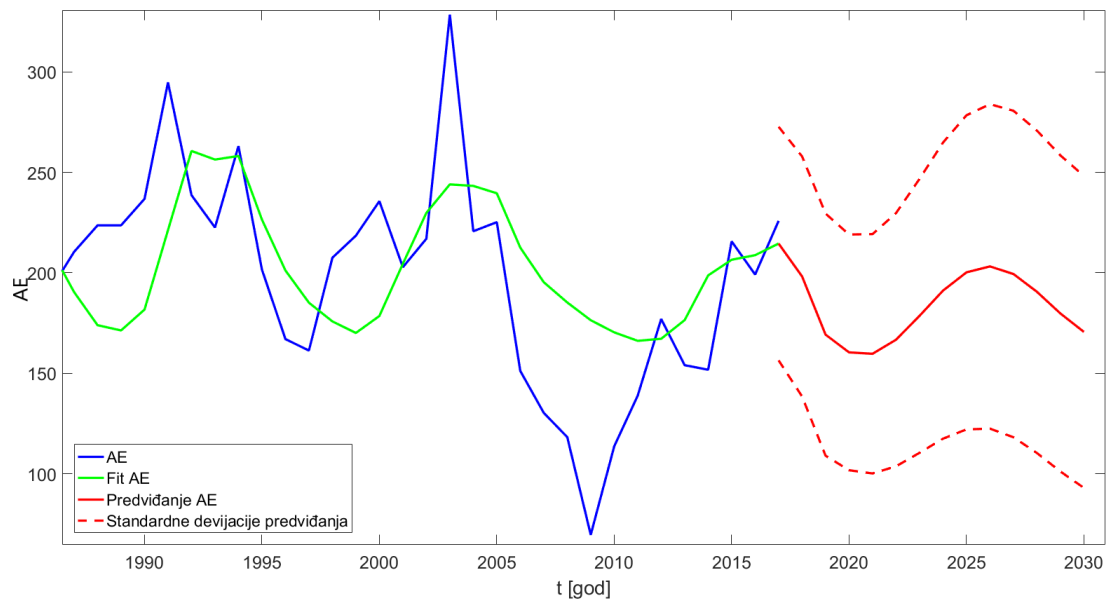
Primijenimo li koeficijente regresije na vrijednosti Sunčevih pjega predviđene ARMA modelom u poglavlju 7.1, dobit ćemo predviđene vrijednosti geomagnetskig indeksa. Predviđene vrijednosti prikazane su na slikama 8.5, 8.6 i 8.7. Iz iznosa korelacija i usporedbi regresija sa izmjerenim vrijednostima, najveću pouzdanost možemo dati predviđanju Dst indeksa, a najmanju predviđanju AE indeksa. Za aa indeks možemo reći da mu pridodajemo umjerenu pouzdanost budući da ekstremne vrijednosti mogu odskakati od regresije. Iznosi standardnih devijacija predviđanja veći su od standardnih devijacija regresije što je i normalno budući da imamo i standardne devijacije predviđanja Sunčevih pjega pa se sama pogreška povećava. Za AE indeks dobivamo maksimum od  $203 \pm 27$  u 2026. godini, za aa index očekujemo maksimum u 2025. i iznositi će  $18 \pm 2$  te za Dst indeks očekujemo maksimum geomagnetske aktivnosti u 2024. s vrijednosti od  $-15 \pm 2$  nT (kod Dst indeksa je maksimum geomagnetske aktivnosti prikazan s minimalnom vrijednosti indeksa).



Slika 8.5. Predviđanje aa indeksa. Plavom linijom prikazane su izmjerene vrijednosti aa indeksa, zelenom punom linijom prikazane su vrijednosti izračunate linearnom regresijom, dok su zelenom isprekidanom linijom prikazane pripadne standardne devijacije. Crvenom punom linijom prikazane su srednje predviđene vrijednosti, a crvenom isprekidanom linijom prikazane su standardne devijacije predviđanja.



Slika 8.6. Predviđanje Dst indeksa. Plavom linijom prikazane su izmjerene vrijednosti Dst indeksa, zelenom punom linijom prikazane su vrijednosti izračunate linearnom regresijom, dok su zelenom isprekidanom linijom prikazane pripadne standardne devijacije. Crvenom punom linijom prikazane su srednje predviđene vrijednosti, a crvenom isprekidanom linijom prikazane su standardne devijacije predviđanja.



Slika 8.7. Predviđanje AE indeksa. Plavom linijom prikazane su izmjerene vrijednosti AE indeksa, zelenom punom linijom prikazane su vrijednosti izračunate linearnom regresijom, dok su zelenom isprekidanom linijom prikazane pripadne standardne devijacije. Crvenom punom linijom prikazane su srednje predviđene vrijednosti, a crvenom isprekidanom linijom prikazane su standardne devijacije predviđanja.

## 9. Zaključak

Analiza Sunčeve aktivnosti i njenog utjecaja na Zemlju danas je potrebnija nego ikada, a razlog tome leži u sve brojnijoj i sofisticiranijoj svemirskoj tehnologiji. Promjenjiva Sunčeva aktivnost jedna je od glavnih pokretača promjena u Zemljinom magnetskom polju, a samim time i promjena populacija čestica u Zemljinoj magnetosferi. Zbog visokih energija, populacije čestica u magnetosferi mogu biti štetne za ljude i elektroniku, stoga je važno poznavati procese koji se događaju unutar Zemljine magnetosfere i utjecaj Sunca na te procese. U ovom radu napravljeno je predviđanje 25. Sunčevog ciklusa analizom broja Sunčevih pjega ARMA modelom. Usporedbom predviđanja na ranijim ciklusima ustanovili smo da je ARMA pouzdana metoda ukoliko imamo trend pada maksimuma (što je uglavnom slučaj). Predviđanjem sa godišnjim vrijednostima dobili smo da će početak 25. Sunčevog ciklusa biti sa minimumom Sunčeve aktivnosti u 2019. i vrijednosti od 0 do 9 Sunčevih pjega (rezultat metode je  $-9 \pm 18$ , ali negativne vrijednosti ne uzimamo u obzir, jer fizikalno nemaju smisla). Kraj 25. Sunčevog ciklusa predviđen je za 2029. sa brojem Sunčevih pjega od  $3 \pm 39$ . Maksimum Sunčeve aktivnosti očekujemo 2024. i očekivani broj Sunčevih pjega je  $83 \pm 34$ . Predviđanjem broja Sunčevih pjega na mjesečnom nizu ponovno dobivamo početak 25. Sunčevog ciklusa u 2019. godini, ali sa  $7 \pm 17$  Sunčevih pjega. Maksimum Sunčevog ciklusa je također predviđen za 2024. godinu sa  $84 \pm 58$  Sunčevih pjega. Kraj 25. Sunčevog ciklusa nije predviđen zbog prevelike nesigurnosti ARMA modela sa toliko koraka unaprijed (vremenski korak je ovdje jedan mjesec). Zbog kaotičnosti Sunčevih ciklusa, predviđanja se često razlikuju pa se tako i rezultati dobiveni u ovom radu ne slažu s rezultatima predviđanja Sunčevih pjega u radovima objavljenim do 2013. godine, ali se vrlo dobro slažu s rezultatima radova objavljenim 2016.-2017. godine koja se bave analiziranjem drugih parametara Sunčeve aktivnosti.

Veza Sunčevih pjega i geomagnetskih indeksa aa, Dst i AE, također je važna odrednica ovog rada. Sva tri indeksa daju značajne korelacije s brojem Sunčevih pjega. Pretpostavljena je linearna veza među parametrima i napravljena je linearna regresija. aa indeks ima kašnjenje za promjenama Sunčevih pjega od jedne godine, a linearnom regresijom se vrlo pouzdano može opisati trend indeksa. Ekstremne vrijednosti aa indeksa nisu dobro opisane linearnim modelom. Dst indeks nema vremenskih zaostataka za Sunčevim pjegama i daje najbolje rezultate linearne regresije. AE indeks kasni za promjenom sunčeve aktivnosti 2 godine. S obzirom da AE indeks ima najmanju korelaciju sa Sunčevim pjegama, linearna regresija daje rezultate s jako velikim standardnim devijacijama, uslijed čega ne možemo govoriti o velikoj pouzdanosti linearnog modela za ovaj indeks.

Važno je napomenuti da na geomagnetske indekse utječu i brojni drugi parametri (npr. promjene inducirane procesima unutar same magnetosfere) čiju vezu još treba ispitati. Linearna veza sa Sunčevim pjegama nije dovoljna za predviđanje geomagnetskih parametara, već treba uračunati i druge parametre (promjene unutarnjeg magnetskog polja, broj ioniziranih čestica u magnetosferi itd.). Dakako, promjene u Sunčevoj aktivnosti imaju dominantan uzrok što je rezultiralo dobrim rezultatima jednostavne linearne veze u ovom radu.

U radu je napravljeno predviđanje geomagnetske aktivnosti koristeći rezultate predviđanja broja Sunčevih pjega i rezultate linearne regresije sunčevih pjega sa geomagnetskim indeksima. Najveću pouzdanost pridodajemo predviđanjima Dst indeksa, zbog najveće korelacije sa Sunčevim pjegama i činjenice da linearna regresija sa Sunčevim pjegama najbolje opisuje ovaj index. Prema rezultatima predviđanja Dst indeksa, maksimum geomagnetske aktivnosti očekujemo 2024. godine, za vrijeme maksimuma Sunčeve aktivnosti. Prosječna očekivana godišnja vrijednost Dst indeksa je  $-15 \pm 2$ .



## Literatura

- Box, G. E. P., G. M. Jenkins, G. C. Reinsel, i G. M. Ljung (2015). *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons.
- Brajša, R., H. Wöhl, A. Hanslmeier, G. Verbanac, D. Ruždjak, E. Cliver, L. Svalgaard, i M. Roth (2009). On solar cycle predictions and reconstructions. *Astronomy & Astrophysics* 496(3), 855–861.
- Davis, T. N. i M. Sugiura (1966). Auroral electrojet activity index AE and its universal time variations. *Journal of Geophysical Research* 71(3), 785–801.
- Du, Z. i S. Du (2006). The Relationship Between the Amplitude and Descending Time of a Solar Activity Cycle. *Solar Physics* 238(2), 431–437.
- Dungey, J. W. (1961). Interplanetary magnetic field and the auroral zones. *Physical Review Letters* 6(2), 47.
- Hathaway, D. H. i L. A. Upton (2016). Predicting the amplitude and hemispheric asymmetry of solar cycle 25 with surface flux transport. *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 121(11), 10–744.
- Helal, H. R. i A. A. Galal (2013). An early prediction of the maximum amplitude of the solar cycle 25. *Journal of advanced research* 4(3), 275–278.
- Javaraiah, J. (2017). Will Solar Cycles 25 and 26 Be Weaker than Cycle 24? *Solar Physics* 292(11), 172.
- Luhmann, J. G., G. Petrie, i P. Riley (2013). Solar origins of solar wind properties during the cycle 23 solar minimum and rising phase of cycle 24. *Journal of advanced research* 4(3), 221–228.
- Ossendrijver, M. (2003). The solar dynamo. *The Astronomy and Astrophysics Review* 11(4), 287–367.
- Pishkalo, M. I. (2008). Preliminary prediction of solar cycles 24 and 25 based on the correlation between cycle parameters. *Kinematics and Physics of Celestial Bodies* 24(5), 242.
- Podladchikova, T., R. der Linden, i A. M. Veronig (2017). Sunspot number second differences as a precursor of the following 11-year sunspot cycle. *arXiv preprint arXiv:1712.05782*.
- Quassim, M. S., A.-F. Attia, i H. K. Elminir (2007). Forecasting the peak amplitude of the 24th and 25th sunspot cycles and accompanying geomagnetic activity. *Solar Physics* 243(2), 253–258.

- Rudiger, G., G. Rüdiger, i R. Hollerbach (2004). *The magnetic universe: geophysical and astrophysical dynamo theory*. wiley-vch.
- Stix, M. (2002). Sunspots: What is interesting? *Astronomische Nachrichten* 323(3-4), 178–185.
- Sugiura, M., T. Kamei, A. Berthelier, i M. Menvielle (1957). International Union of Geodesy and Geophysics, International Association of Geomagnetism and Aeronomy, and International Council of Scientific Unions. *Equatorial Dst index 1986*.
- Verbanac, G., M. Manda, B. Vršnak, i S. Sentic (2011). Evolution of solar and geomagnetic activity indices, and their relationship: 1960–2001. *Solar physics* 271(1-2), 183–195.
- Whittle, P. (1951). *Hypothesis testing in time series analysis*, Volume 4. Almqvist & Wiksells.
- Wiener, N. i P. Masani (1957). The prediction theory of multivariate stochastic processes. *Acta Mathematica* 98(1), 111–150.

# Dodatci

## A Programi i podatci priloženi na CD-u

Uz diplomski rad je priložen i CD s programima i podacima. Priloženi programi na CD-u su:

- `predvidanje_godisnje.m` - program učitava izgladene mjesečne vrijednosti broja Sunčevih pjega i predviđa godišnje vrijednosti za sljedeći Sunčev ciklus (14 godina)
- `predvidanje_mjesečno.m` - program učitava izgladene mjesečne vrijednosti broja Sunčevih pjega i predviđa mjesečne vrijednosti narednih godina 90 mjeseci (7,5 godina)
- `geomag_indeksi_regress_i_predvidanje.m` - program učitava godišnje vrijednosti geomagnetskih indeksa, izgladene mjesečne vrijednosti broja Sunčevih pjega, te predviđene godišnje vrijednosti broja Sunčevih pjega. Program računa linearnu regresiju broja Sunčevih pjega s geomagnetskim indeksima i predviđa geomagnetske indekse primjenom rezultata linearne regresije na predviđene vrijednosti Sunčevih pjega.

Priložene datoteke s podacima na CD-u su:

- `SN_ms_tot_V2.0.txt` - izgladene mjesečne vrijednosti korištene u analizi u `.txt` formatu
- `predvidene_vrijednosti.mat` - godišnje predviđene vrijednosti broja Sunčevih pjega u `.mat` formatu
- `aa_godisnji.txt`, `AE_godisnji.txt`, `Dst_godisnji.txt` - prosječne godišnje vrijednosti pripadnih geomagnetskih indeksa u `.txt` formatu