

# Istovremeno hlađenje dvije vrste atoma optičkim frekventnim češljem

---

**Puljić, Ivana**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:388389>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-18**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Ivana Puljić

ISTOVREMENO HLAĐENJE DVIJE VRSTE  
ATOMA OPTIČKIM FREKVENTNIM ČEŠLJEM

Diplomski rad

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ  
FIZIKA; SMJER ISTRAŽIVAČKI

**Ivana Puljić**

Diplomski rad

**Istovremeno hlađenje dvije vrste  
atoma optičkim frekventnim češljem**

Voditelj diplomskog rada: Doc.dr.sc. Damir Aumiler

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2020.

*Zahvaljujem se najprije svom mentoru, doc. dr. sc. Damiru Aumileru, na pomoći, strpljenju i uloženom vremenu. Također, veliko hvala i dr. sc. Tacijani Ban, najviše na tome što je uvijek spremna uskočiti i pomoći oko bilo kakvog problema.*

*Zahvalila bi se i svim ostalim članovima grupe na srdačnosti, savjetima i pomoći oko izrade diplomskog rada.*

*Hvala i mojoj obitelji, ponajviše roditeljima i sestri Mariji, na podršci i savjetima čime su mi uvelike olakšali cijeli studij.*

*Na kraju, zahvaljujem se i svim prijateljima koji su u teškim trenucima uvijek imali lijepe riječi podrške.*

## Sažetak

U ovom diplomskom radu proučavano je istovremeno hlađenje dva izotopa rubidija,  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ , pomoću optičkog frekventnog češlja. U tu svrhu, razvila se magneto-optička stupica za atome  $^{85}\text{Rb}$  te se dobiveni oblak preklopio s oblakom  $^{87}\text{Rb}$  pripremljenim u prije razvijenoj magneto-optičkoj stupici za taj izotop. Ovako pripremljen sustav, predhlađen oblak atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ , početna je točka za pokazivanje hlađenja frekventnim češljem. Određene su spektralne linije češlja koje u frekvencijama odgovaraju prijelazima korištenim za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  te su tehnikom vremena proleta izmjerene temperature oba izotopa istovremeno. Pri tome je dobiveno da oba izotopa prate iste temperaturne trendove, odnosno da je na ovaj način moguće istovremeno hladiti dvije vrste atoma. Također, ispitano je kako vrijeme trajanja međudjelovanja frekventnog češlja sa atomima  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  utječe na postizanje konačnih temperatura. Zaključeno je da se nakon hlađenja frekventnim češljem u trajanju od nekoliko milisekundi postiže konačna temperatura atoma te da je ona iznosom bliska Dopplerovoj temperaturi.

Ključne riječi: optički frekventni češalj, magneto-optička stupica, izotop rubidija, istovremeno lasersko hlađenje, tehnika vremena proleta, Dopplerova temperatura

# Simultaneous cooling of two atomic species using an optical frequency comb

## Abstract

In this thesis, simultaneous cooling of two rubidium isotopes,  $^{85}\text{Rb}$  and  $^{87}\text{Rb}$ , using an optical frequency comb was studied. For that purpose, a magneto-optical trap for  $^{85}\text{Rb}$  atoms was developed. The obtained cloud was overlapped with a  $^{87}\text{Rb}$  cloud which was beforehand developed in a magneto-optical trap for that isotope. A precooled cloud of  $^{85}\text{Rb}$  and  $^{87}\text{Rb}$  atoms prepared in this way serves as a starting point for cooling with a frequency comb. Comb lines which, in terms of frequency, correspond to transitions used for cooling of  $^{85}\text{Rb}$  and  $^{87}\text{Rb}$  atoms, were determined. Temperatures of both isotopes were measured simultaneously using a time of flight method. Obtained temperatures showed same behaviour for both isotopes which led to the conclusion that it is indeed possible to simultaneously cool two atomic species using an optical frequency comb. In addition, temperature dependence of  $^{85}\text{Rb}$  and  $^{87}\text{Rb}$  atoms on the interaction time with the frequency comb was measured. Results showed that temperatures close to the Doppler limit are obtained on a time scale of few milliseconds, and do not change with further increasing the interaction time.

Keywords: optical frequency comb, magneto-optical trap, rubidium isotop, simultaneous laser cooling, time of flight method, Doppler limit

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teorija laserskog hlađenja</b>	<b>3</b>
2.1	Magneto-optička stupica . . . . .	3
2.1.1	Lasersko hlađenje atoma . . . . .	3
2.1.2	Zarobljavanje atoma . . . . .	6
2.1.3	Granice temperatura . . . . .	9
2.2	Atomi rubidija . . . . .	10
2.3	Optički frekventni češalj . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Eksperimentalni postav</b>	<b>18</b>
3.1	Laserski sustav . . . . .	20
3.1.1	Kontinuirani laseri . . . . .	20
3.1.2	Femtosekundni pulsni laser i stvaranje optičkog frekventnog češlja . . . . .	29
3.2	Magneto-optička stupica . . . . .	31
3.3	Određivanje temperature hladnih atoma . . . . .	33
<b>4</b>	<b>Rezultati mjerenja</b>	<b>37</b>
4.1	Priprema sustava za hlađenje optičkim frekventnim češljem . . . . .	37
4.2	Istovremeno hlađenje dvije vrste atoma optičkim frekventnim češljem .	41
4.2.1	Temperatura oblaka . . . . .	41
4.2.2	Vrijeme međudjelovanja optičkog frekventnog češlja sa atomima	43
<b>5</b>	<b>Zaključak</b>	<b>46</b>
	<b>Dodaci</b>	<b>47</b>
<b>A</b>	<b>Akusto-optički modulator</b>	<b>47</b>
	<b>Literatura</b>	<b>49</b>



# 1 Uvod

Još od 1960. godine kada je Theodore H. Maiman napravio prvi laser, laseri su postali jedno od velikih područja istraživanja. Takav trend održao se do danas, a oni sami našli su brojne primjene u istraživačkoj fizici, kemiji, biologiji, medicini i drugim znanostima. Konstruiranje sve jačih i stabilnijih lasera omogućilo je postupno pomicanje granica, pa su tako kroz desetljeća razvoja dobivene brojne Nobelove nagrade kao npr. za razvoj metoda hlađenja i zarobljavanja atoma (1997. godine) [1], razvoj metode proučavanja kemijskih reakcija pomoću femtosekundne laserske spektroskopije (1999. godine) [2], postizanje Bose-Einsteinovog kondenzata (2001. godine) [3], razvoj optičkog frekventnog češlja i njegovu primjenu u spektroskopiji (2005. godine) [4], optičke pincete i razvoj tehnike generiranja ultrakratkih laserskih pulseva visokog intenziteta (2018. godine) [5], itd. Sva ta otkrića otvorila su puno prostora za nova istraživanja a danas je jedno od najvećih područja atomske i molekulske fizike upravo lasersko hlađenje i manipulacija ultrahladnim atomima. Najčešće korištena tehnika pri tome je tzv. *magneto-optička stupica* (*magneto-optical trap*, MOT) koja kombinacijom laserskih zraka i magnetskog polja hladi i zarobljava atome unutar vakuumske komore. Kao rezultat dobiva se ohlađeni plin atoma s temperaturama koje se spuštaju čak do razine desetaka mikrokelvina.

Općenito, magneto-optičkom stupicom moguće je zarobljavati različite neutralne atome, a najčešće su to alkalijski (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) i zemnoalkalijski (Mg, Ca, Sr, Ba, Ra) te prijelazni metali (Hg, Ag, Cd, Cr...) i plinovi (H, He, Ar, Kr...). Ipak, pri postavljanju ovog eksperimenta znanstvenici se često susreću sa dva glavna problema. Prvi je taj što ne postoje laseri koji zrače kontinuirano (eng. *continuous wave*, cw) u ultraljubičastom (UV) spektralnom području u kojem neki od navedenih atoma imaju zatvorene optičke prijelaze. Drugi problem je u tome što većina atoma ima složenu energijsku strukturu koja omogućuje da se pobuđeni atom relaksira u više (međusobno energijski razmaknutih) stanja niže energije. Rezultat toga je potreba za korištenjem više kontinuiranih lasera za naseljavanje (eng. *repumping laser*) što čini eksperiment kompleksnim i neefikasnim. Rješenje oba problema nalazi se u uvođenju pulsnog femtosekundnog lasera velike vršne snage. Njegov spektar naziva se optički frekventni češalj, a sastoji se od mnoštva uskih spektralnih linija (tzv. zubaca). Nelinearnom pretvorbom zračenja ovog lasera moguće je dostići UV

spektralno područje, pri čemu dobiveni spektar služi kao puno kontinuiranih lasera istovremeno.

Ovakav način hlađenja atoma pomoću niza ultrakratkih laserskih pulseva demonstriran je tek nedavno u nekoliko istraživačkih grupa u svijetu, a jedan od tih eksperimenata izveden je u Zagrebu u Laboratoriju za hladne atome Instituta za fiziku gdje je i izrađen ovaj diplomski rad. Navedenim eksperimentom pokazano je hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$  koristeći jedan zub frekventnog češlja.

Budući da spektar optičkog frekventnog češlja čini velik broj (stotine tisuća) zuba, odnosno laserskih modova, moguće je pri laserskom hlađenju koristiti više njih. Cilj ovog diplomskog rada je istovremenim korištenjem dva moda frekventnog češlja pokazati istovremeno lasersko hlađenje dva izotopa rubidija,  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ . U tu svrhu, razvila se i karakterizirala magneto-optička stupica za atome  $^{85}\text{Rb}$  te se dobiveni oblak preklonio s oblakom  $^{87}\text{Rb}$  pripremljenim u prije razvijenoj magneto-optičkoj stupici za taj izotop. Ovako pripremljen sustav, predhlađen oblak atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ , početna je točka za hlađenje frekventnim češljem. Uspješna demonstracija istovremenog hlađenja dva izotopa rubidija pomoću optičkog frekventnog češlja otvorila bi mogućnost za primjenu ove tehnike za lasersko hlađenje više vrsta atoma istovremeno upotrebom samo jednog lasera, sa značajnim potencijalom za primjenu u razvoju nove generacije atomskih interferometara.

Ovaj diplomski rad izrađen je u Laboratoriju za hladne atome Instituta za fiziku, u sklopu rada na HRZZ projektu IP-2018-01-9047 pod nazivom Hlađenje atoma frekventnim češljem.

## 2 Teorija laserskog hlađenja

Lasersko hlađenje i zarobljavanje neutralnih atoma rubidija  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  u ovom radu postignuto je pomoću magneto-optičke stupice (eng. *magneto-optical trap*, MOT). Standardno postavljena magneto-optička stupica za atome  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  korištena je za stvaranje hladnih oblaka dva izotopa kao početne točke za hlađenje frekventnim češljem.

U nastavku poglavlja opisan je princip rada MOT-a, hiperfina struktura  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  i njihovi relevantni optički prijelazi te princip rada optičkog frekventnog češlja.

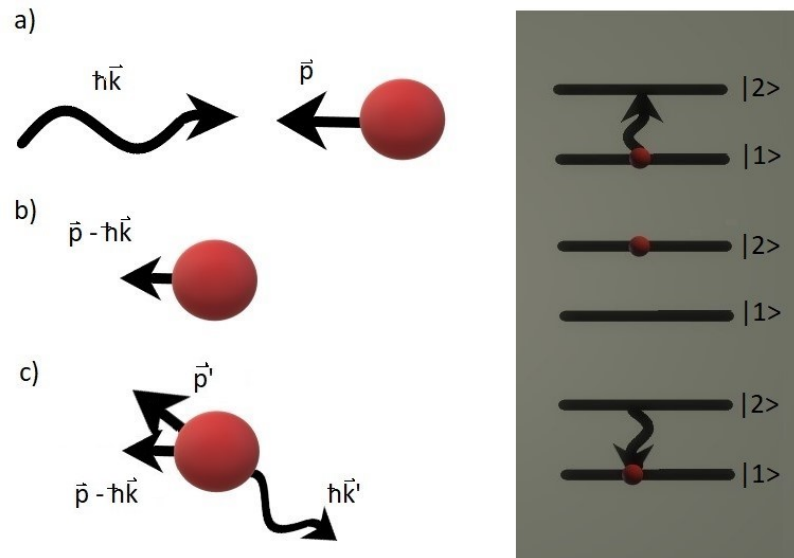
### 2.1 Magneto-optička stupica

Magneto-optička stupica je eksperimentalna tehnika hlađenja atoma koja se temelji na međudjelovanju atoma i tri međusobno ortogonalna para laserskih zraka dobro definirane polarizacije u prisustvu gradijenta magnetskog polja. Princip rada stupice opisan je u dva dijela. Najprije je opisan osnovni princip hlađenja atoma te je opisana konfiguracija laserskih zraka u stupici. Kao rezultat dobivaju se ohlađeni atomi. Nakon toga uveden je i dio konfiguracije stupice potreban za zarobljavanje atoma. Dodatno zarobljavanje atoma unutar stupice potrebno je zbog njihove difuzije iz područja u kojem se presijecaju laserske zrake.

#### 2.1.1 Lasersko hlađenje atoma

Lasersko hlađenje atoma temelji se na prijenosu količine gibanja s fotona na atom pri apsorpciji fotona. Uzmimo najjednostavniji model atoma s dva nivoa čija je frekvencija prijelaza  $\omega_0$  te neka je laserska svjetlost koja pada na atom definirana frekvencijom  $\omega_L$  i valnim vektorom  $\vec{k}$ . Uzmimo da atom ima impuls u smjeru suprotnom od smjera širenja laserskog zračenja. Nailaskom laserske svjetlosti, atom apsorbira foton i prelazi u pobuđeno stanje. Pri tome, on (zbog očuvanja impulsa) preuzima impuls fotona što smanjuje njegovu brzinu. Atom u pobuđenom stanju može ostati samo određeno vrijeme nakon kojeg spontanom emisijom fotona u nasumičnom smjeru prelazi natrag u osnovno stanje. Pri tome sam atom dobiva dodatni impuls u smjeru suprotnom od smjera emitiranog fotona. Ukoliko je vrijeme međudjelovanja laserskog zračenja s atomom dovoljno dugo, atom će kroz ciklus apsorpcija/spontana emisija proći puno puta. Usrednjavanje impulsa koji atom dobiva pri spontanoj emi-

siji (kroz velik broj ciklusa) daje nulu, pa je ukupna promjena impulsa atoma posljedica apsorpcije fotona. Kaže se da na atom djeluje efektivna sila zračenja, odnosno radijativna sila (eng. *radiation pressure force*)<sup>1</sup>. Na slici 2.1 nalazi se shematski prikaz jednog ciklusa apsorpcije/spontane emisije.



Slika 2.1: Shematski prikaz međudjelovanja laserskog zračenja sa atomom u gibanju: a) apsorpcija fotona impulsa  $\hbar\vec{k}$ , b) promjena impulsa atoma zbog apsorpcije fotona, c) spontana emisija fotona impulsa  $\hbar\vec{k}'$  u nasumičnom smjeru pri prijelazu u niže stanje.

Treba spomenuti da, u slučaju kada se atom kreće nekom brzinom  $v$ , recimo, prema laserskoj zruci, frekvencija lasera mora biti niža od frekvencije atomskog prijelaza da bi se foton apsorbirao. Razlog tomu je Dopplerov efekt koji, zbog toga što se atom i lasersko zračenje kreću u suprotnim smjerovima, rezultira da atom "vidi" frekvenciju lasera koja je jednaka  $\omega'_L = \omega_L - \vec{k}\vec{v}$ . Da bi se dogodio prijelaz, ta frekvencija mora odgovarati frekvenciji atomskog prijelaza  $\omega'_L = \omega_0$ . Kombinacijom i malo drugačijim zapisom te dvije jednačbe, može se definirati odmak frekvencije lasera od frekvencije atomskog prijelaza kao  $\delta = \omega_L - \omega_0$ . Ovu veličinu nazivamo frekventni pomak (eng. *detuning*) lasera te za laser kažemo da je pomaknut u crveno u odnosu na atomski prijelaz kada je  $\delta < 0$ .

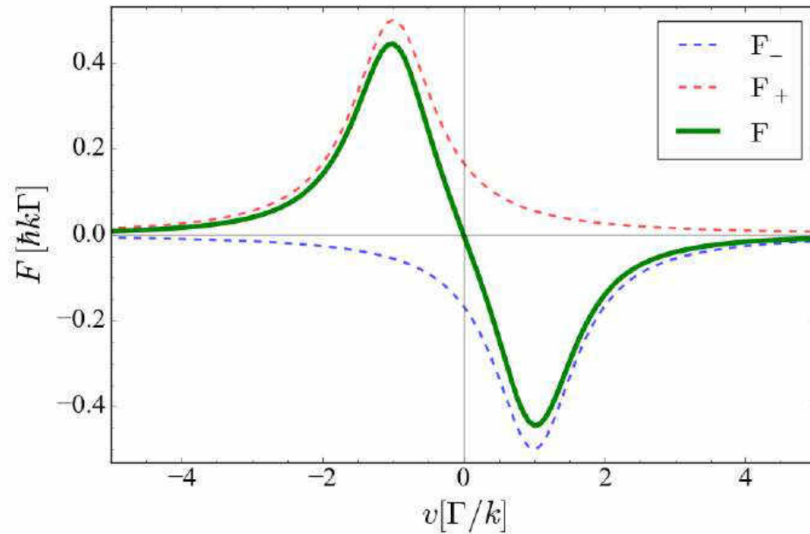
Do sada smo opisali smanjenje brzine atoma koji se giba u smjeru suprotnom od smjera širenja laserskog zračenja. Međutim, u plinovima se atomi gibaju u različitim

<sup>1</sup>U literaturi se još može naći pod nazivom sila raspršenja (eng. *scattering force*), svjetlosna sila (eng. *light pressure force*) ili disipativna sila (eng. *dissipative force*).

smjerovima te se stoga u magneto-optičkoj stupici postavljaju tri međusobno ortogonalna para laserskih zraka. Svaki par zraka sastoji se od dvije suprotno propagirajuće laserske zrake čija je frekvencija pomaknuta u crveno u odnosu na frekvenciju atomskog prijelaza ( $\delta < 0$ ). Na slici 2.2 prikazana je ovisnost sile zračenja o brzini atoma u slučaju jedne i dvije suprotno propagirajuće zrake. Ukupna sila na atom je negativna za  $v > 0$ , a pozitivna za  $v < 0$ , što rezultira smanjenjem brzine. Sila pojedine zrake ima oblik Lorentzijana, a ukupna sila koju par zraka stvara na atom koji se kreće malom brzinom ( $k|v| \ll \Gamma, \delta$ ) je proporcionalna brzini atoma [8]:

$$F = \frac{I}{I_{sat}} \frac{8\hbar k^2 \delta}{\Gamma [1 + \frac{I}{I_{sat}} + (\frac{2\delta}{\Gamma})^2]^2} v = -\alpha v, \quad (2.1)$$

pri čemu je  $I$  intenzitet laserskih zraka,  $I_{sat}$  saturacijski intenzitet, odnosno, intenzitet laserske zrake za koju je laserski medij saturiran [9],  $\Gamma$  prirodna širina linije, a  $\alpha = -\frac{I}{I_{sat}} \frac{8\hbar k^2 \delta}{\Gamma [1 + \frac{I}{I_{sat}} + (\frac{2\delta}{\Gamma})^2]^2}$  uvedena pokratak za faktor proporcionalnosti.



Slika 2.2: Sila na atome koji međudjeluju s dvije suprotno-propagirajuće laserske zrake za  $\delta = -\Gamma$  i  $I = I_{sat}$ . Koeficijent smanjenja brzine je proporcionalan nagibu krivulje u  $v = 0$ . Ukupna sila na atom je negativna za  $v > 0$ , a pozitivna za  $v < 0$ . Crtkane linije prikazuju sile na atom uslijed međudjelovanja s pojedinim laserskim zrakama.  $F_{\pm}$  označava lasersku zraku valnog broja  $\pm k$ . Preuzeto iz [6].

Pogledajmo kako je smanjenje brzine atoma povezano sa hlađenjem, odnosno zašto o smanjenju brzine govorimo kao o hlađenju atoma. Naime, temperatura kao veličina definirana je u termodinamici kao parametar stanja zatvorenog sustava koji je u termalnoj ravnoteži sa okolinom. S obzirom na to da atomi u magneto-optičkoj stupici konstantno apsorbiraju i emitiraju fotone, laserom ohlađeni atomski sustav ne

možemo opisati termodinamičkom definicijom temperature. Ipak, s obzirom na to da se u eksperimentu koristi plin atoma, ovaj sustav može se promatrati kao klasični idealni plin sa Maxwell-Boltzmannovom raspodjelom brzina atoma. To znači da možemo iskoristiti ekviparticijski teorem prema kojem je temperatura idealnog plina povezana s prosječnom kinetičkom energijom atoma po stupnju slobode. Slijedi da je temperatura laserom ohlađenog atomskog sustava u 3D slučaju definirana kao:

$$T = \frac{m \langle v^2 \rangle}{3k_B}, \quad (2.2)$$

gdje je  $k_B$  Boltzmannova konstanta,  $m$  masa atoma, a  $\langle v^2 \rangle$  prosječna kvadratna brzina atoma. Dakle, smanjenje brzine atoma znači i smanjenje ovako definirane temperature plina, odnosno hlađenje.

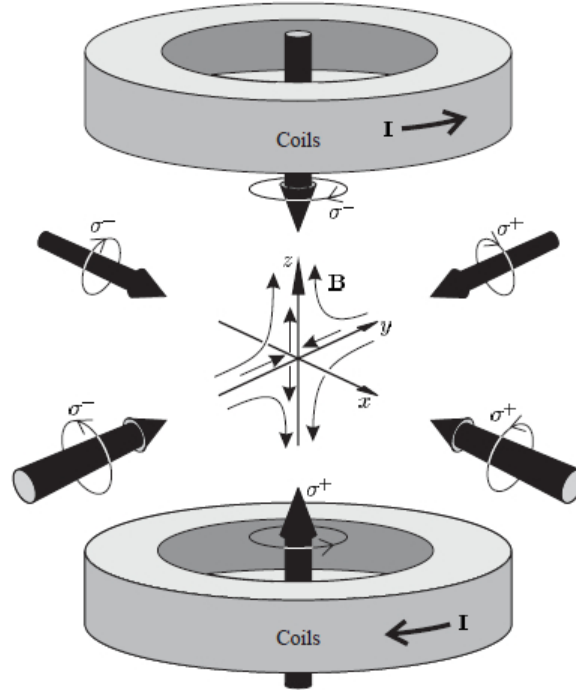
S obzirom da se temelji na Dopplerovom efektu, ovako opisani mehanizam laserskog hlađenja naziva se Dopplerovo hlađenje.

### 2.1.2 Zarobljavanje atoma

U prethodnom poglavlju objasnili smo kako dolazi do laserskog hlađenja atoma. Međutim, tako postavljena konfiguracija sastavljena od samo tri para laserskih zraka ne uspijeva zadržati atome u području presijecanja tih zraka te oni brzo difundiraju. Nasumična priroda procesa spontane emisije uslijed koje atom vrši nasumičan hod u prostoru rezultira pomakom atoma iz područja u kojem se presijecaju laserske zrake. Kako ne postoji sila koja bi vraćala atome natrag, oni difundiraju iz tog područja. Stoga, da bi postigli veću gustoću hladnih atoma unutar magneto-optičke stupice, potrebno ih je dodatno prostorno zatočiti. Zatočenje, odnosno zarobljavanje atoma postiže se pomoću dvije zavojnice postavljene u anti-Helmholtzovoj konfiguraciji te pravilnim odabirom polarizacija gore opisanih laserskih zraka.

Shematski prikaz magneto-optičke stupice nalazi se na slici 2.3. Zavojnice tvore kvadrupolno magnetsko polje i to takvo da u točki u kojoj se presijecaju laserske zrake ono ima najmanju vrijednost. Svaki par laserskih zraka sastoji se od jedne zrake polarizacije  $\sigma^+$  i jedne zrake polarizacije  $\sigma^-$ . U skladu s izbornim pravilima i Zeemanovim cijepanjem energijskih nivoa atoma, različito polarizirane zrake djelovat će silom na atome na različitim prostornim točkama MOT-a. Objasnimo to, uz pomoć sheme na slici 2.4, na primjeru zarobljavanja atoma u MOT-u u 1D. Uzmimo

da atom ima osnovno stanje  $J_g = 0$  i degenerirano pobuđeno stanje  $J_e = 1$ . Magnetsko polje je za malene odmake od centra stupice proporcionalno odmaku (oblika  $B(z) = Az$  u 1D slučaju), odnosno konstantnog gradijenta ( $A = \frac{\partial B}{\partial z}$ ). Zbog toga dolazi do pojave Zeemanovog efekta koji uklanja degeneraciju nivoa atoma pri čemu je energija cijepanja linearno ovisna o položaju atoma od centra stupice  $z$ .



Slika 2.3: Magneto-optička stupica sastoji se od tri ortogonalna para laserskih zraka i dvije zavojnice u anti-Helmholtzovoj konfiguraciji. Svaki par laserskih zraka sastoji se od jedne zrake polarizacije  $\sigma^+$  i jedne zrake polarizacije  $\sigma^-$ . Preuzeto iz [7].

Promotrimo detaljnije shemu na slici 2.4. Neka je frekvencija obje laserske zrake ugođena za isti iznos u crveno od rezonancije atomskog prijelaza iz stanja  $J_g = 0$  u degenerirano stanje  $J_e = 1$  (u odsustvu magnetskog polja) i označimo je sa  $\omega_L$ . Uzmimo na primjer da se atom nalazi na udaljenosti  $z' > 0$  od centra MOT-a. U tom slučaju će stanje  $M_J = -1$  biti bliže rezonanciji prijelaza atoma od stanja  $M_J = +1$ . S obzirom na to da su zrake kružno polarizirane, zbog izbornih pravila, zraka  $\sigma^-$  ( $\sigma^+$ ) će pobuđivati prijelaze za koje vrijedi  $\Delta M = M_{J_e} - M_{J_g} = -1$  ( $\Delta M = +1$ ). Drugim riječima, atomi na položaju  $z'$  više apsorbiraju zračenje  $\sigma^-$  polarizirane laserske zrake te efektivno osjećaju silu koja ih gura prema centru magneto-optičke stupice. Analogno se događa i na drugoj strani stupice za  $z' < 0$  gdje su atomi bliže rezonanciji sa  $\sigma^+$  laserskim zračenjem. Ukupni frekventni pomak laserskog zračenja pojedine laserske zrake valnog vektora  $\pm k$  iznosi  $\delta \mp kv \pm \beta z$ , pri čemu je  $\beta z = \frac{gJ\mu_B}{h} \frac{dB}{dz} z$  Ze-

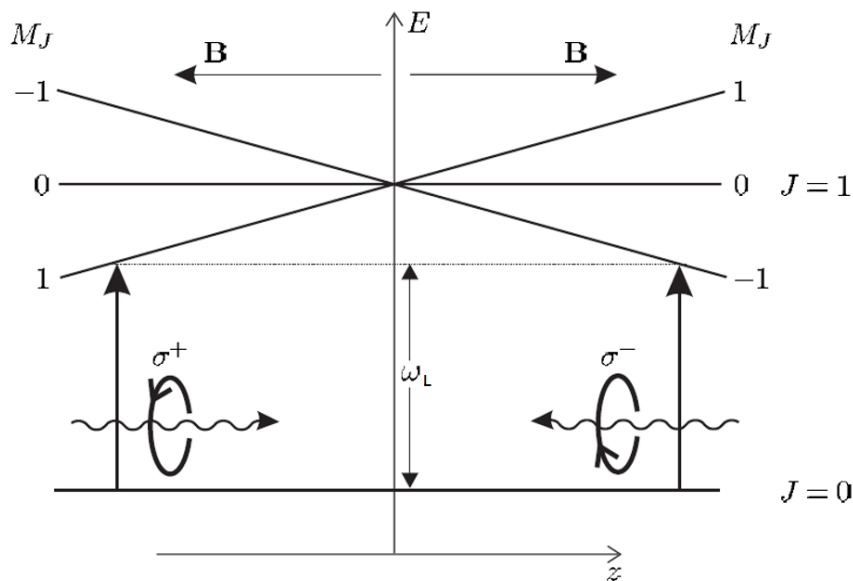
emanov pomak energija atoma (eng. *Zeeman shift*) na udaljenosti  $z$  od centra stupice. Brojnik  $g_J\mu_B = (g_e M_{J_e} - g_g M_{J_g})\mu_B$  označava efektivni magnetski moment prijelaza,  $\mu_B$  Bohrov magneton, a  $g_g$  ( $g_e$ ) Landeov faktor osnovnog (pobuđenog) stanja.

Ukupno, može se zaključiti da sila na atom, osim što ovisi o njegovoj brzini, ovisi i o njegovom položaju unutar magneto-optičke stupice. U slučaju malih brzina i malenih udaljenosti od centra stupice ( $k|v|, \beta|z| \ll \Gamma, \delta$ ), ukupna sila na atom u 1D MOT-u ima oblik sile gušenog harmoničkog oscilatora:

$$F = -\alpha v - \beta z. \quad (2.3)$$

pri čemu je koeficijent gušenja  $\alpha$  dan izrazom (2.1), a  $\beta = \frac{g_J\mu_B}{\hbar} \frac{dB}{dz}$  konstanta opruge stupice. Dakle, atomi unutar magneto-optičke stupice efektivno osjećaju silu koja smanjuje njihovu brzinu te ih gura prema centru stupice, odnosno prostorno zarobljava.

Napomenimo za kraj da je oblik sile u 3D magneto-optičkoj stupici za sva tri smjera istog oblika kao u posljednjoj jednadžbi.



Slika 2.4: Shematski prikaz zarobljavanja atoma osnovnog  $J_g = 0$  i pobuđenog  $J_e = 1$  stanja u 1D magneto-optičkoj stupici. Magnetsko polje uzrokuje Zeemanovo cijepanje koje je linearno ovisno o položaju atoma od centra stupice  $z$ . Preuzeto i prilagođeno iz [7].



### 2.1.3 Granice temperatura

Kao što smo već spomenuli u odjeljku 2.1.1, djelovanjem radijativne sile na atome u kretanju, smanjuje se njihova brzina, a samim time i temperatura. Pogledajmo neke karakteristične temperature atoma koje je moguće postići laserskim hlađenjem unutar magneto-optičke stupice.

Najviša temperatura specifična za lasersko hlađenje atoma povezana je s brzinom uhvata (eng. *capture velocity*), odnosno maksimalnom brzinom koju atomi mogu imati, a da mogu biti zarobljeni i ohlađeni usmjerenom apsorpcijom laserskog zračenja. Brzina uhvata definirana je kao  $v_c = \frac{\Gamma}{k}$ , pri čemu je  $\Gamma$  prirodna širina atomskog prijelaza, a  $k$  valni broj laserskog zračenja. Ubacimo li taj izraz u jednadžbu 2.2, dobivamo najvišu specifičnu temperaturu [8]:

$$T_c = \frac{m\Gamma^2}{k_B k^2} \quad (2.4)$$

koja je u razini od nekoliko milikelvina.

Nešto niža specifična temperatura naziva se Dopplerova temperatura (eng. *Doppler temperature*)<sup>2</sup> te predstavlja najnižu temperaturu koju je moguće postići principom Dopplerovog hlađenja. Gledajući isključivo jednadžbu 2.1, dobiva se fizikalno nerealistična predikcija da brzina atoma u interakciji sa laserskim zračenjem teži u nulu. Razlog tome je što u toj jednadžbi nisu uzete u obzir fluktuacije sile, odnosno difuzno grijanje atoma zbog spontane emisije koje postavlja donju granicu temperature atoma. Difuzno grijanje ima dva doprinosa - jedan dolazi kao posljedica fluktuacija u broju apsorbiranih fotona, dok je drugi posljedica nasumične prirode procesa spontane emisije uslijed koje atom vrši nasumičan hod u impulsnom prostoru. Više o ovim doprinosima može se pronaći u literaturi [7], [8]. Ipak, nakon određenog vremena međudjelovanja laserskog zračenja sa atomima, uspostavlja se ravnoteža između hlađenja i grijanja, pa cijeli sustav dolazi u stacionarno stanje i može se ohladiti do Dopplerove temperature [7]:

$$T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}. \quad (2.5)$$

Za atom rubidija ona iznosi oko 146  $\mu\text{K}$  [11], [12].

---

<sup>2</sup>Zbog toga što odgovara graničnoj temperaturi nekih procesa hlađenja, ova temperatura se se u literaturi može naći i pod nazivom Dopplerov limit (eng. *Doppler (cooling) limit*).

Još niže temperature atoma moguće je postići samo posebnim mehanizmima sub-Dopplerovog hlađenja. U ovom radu postignute su temperature do Dopplerovog limita, odnosno ovi mehanizmi nisu korišteni te stoga neće biti objašnjeni. Više o sub-Doppler hlađenju moguće je pronaći u [10].

Posljednja granična temperatura koju ćemo spomenuti, povezana je sa brzinom odboja atoma (eng. *recoil velocity*). Brzina odboja odgovara promjeni brzine atoma prilikom jednog procesa apsorpcije ili spontane emisije fotona,  $v_{rec} = \frac{\hbar k}{m}$ . Iskoristimo li i ovdje jednadžbu 2.2, dobivamo graničnu temperaturu od [8]:

$$T_{rec} = \frac{\hbar^2 k^2}{k_B m}. \quad (2.6)$$

Za atom  $^{85}\text{Rb}$  ona iznosi oko 370 nK, a za atom  $^{87}\text{Rb}$  oko 360 nK. Iako se temperatura  $T_{rec}$  smatra donjom temperaturnom granicom u laserskom hlađenju, posebnim tehnikama koje se više ne temelje na radijativnoj sili moguće je postići i niže temperature. Tako se na primjer tehnikom evaporativnog hlađenja može stvoriti Bose-Einsteinov kondenzat (BEC) sa temperaturama koje dostižu čak nekoliko stotina pikokelvina [8].

## 2.2 Atomi rubidija

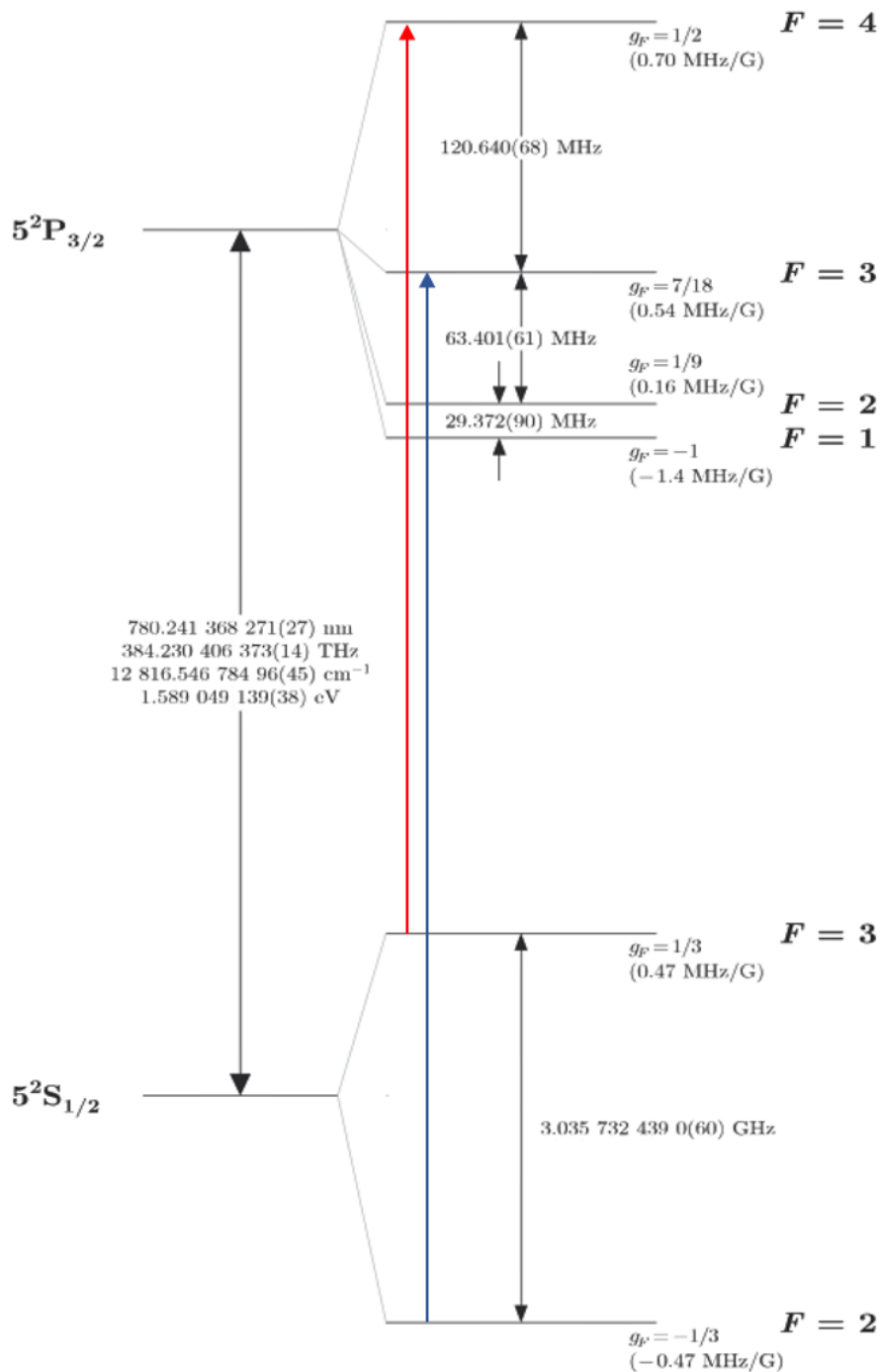
Kemijski element rubidij, oznake *Rb*, nalazi se u prvoj skupini periodnog sustava elemenata što znači da ima jedan valentni elektron u posljednjoj ljusci (alkalijski metal). Mekan je, srebrnobijele boje, lako isparava, a na Zemlji dolazi u dva izotopa: 72% stabilni izotop  $^{85}\text{Rb}$  i 28% slabo reaktivni izotop  $^{87}\text{Rb}$ . Što se tiče energijskog spektra rubidija, oba izotopa leže u bliskom infracrvenom području (eng. *near-infrared*, NIR) što ih čini pogodnim za lasersku spektroskopiju pomoću diodnih lasera, kao i za lasersku manipulaciju unutar magneto-optičke stupice.

U ovom poglavlju detaljnije ćemo pogledati energijske strukture atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  koje koristimo u eksperimentu te ćemo odabrati energijske prijelaze relevantne za njihovo lasersko hlađenje. Detaljan opis fizikalnih i optičkih svojstava atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  dan je u literaturi [11] i [12], respektivno. S obzirom na to da je hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$  optičkim frekventnim češljem već pokazano u radovima [6], [14], fokus ovog poglavlja bit će na opisu atoma  $^{85}\text{Rb}$ .

Neutralni atom rubidija ima elektronsku konfiguraciju  $[\text{Kr}]5s^1$  što znači da mu

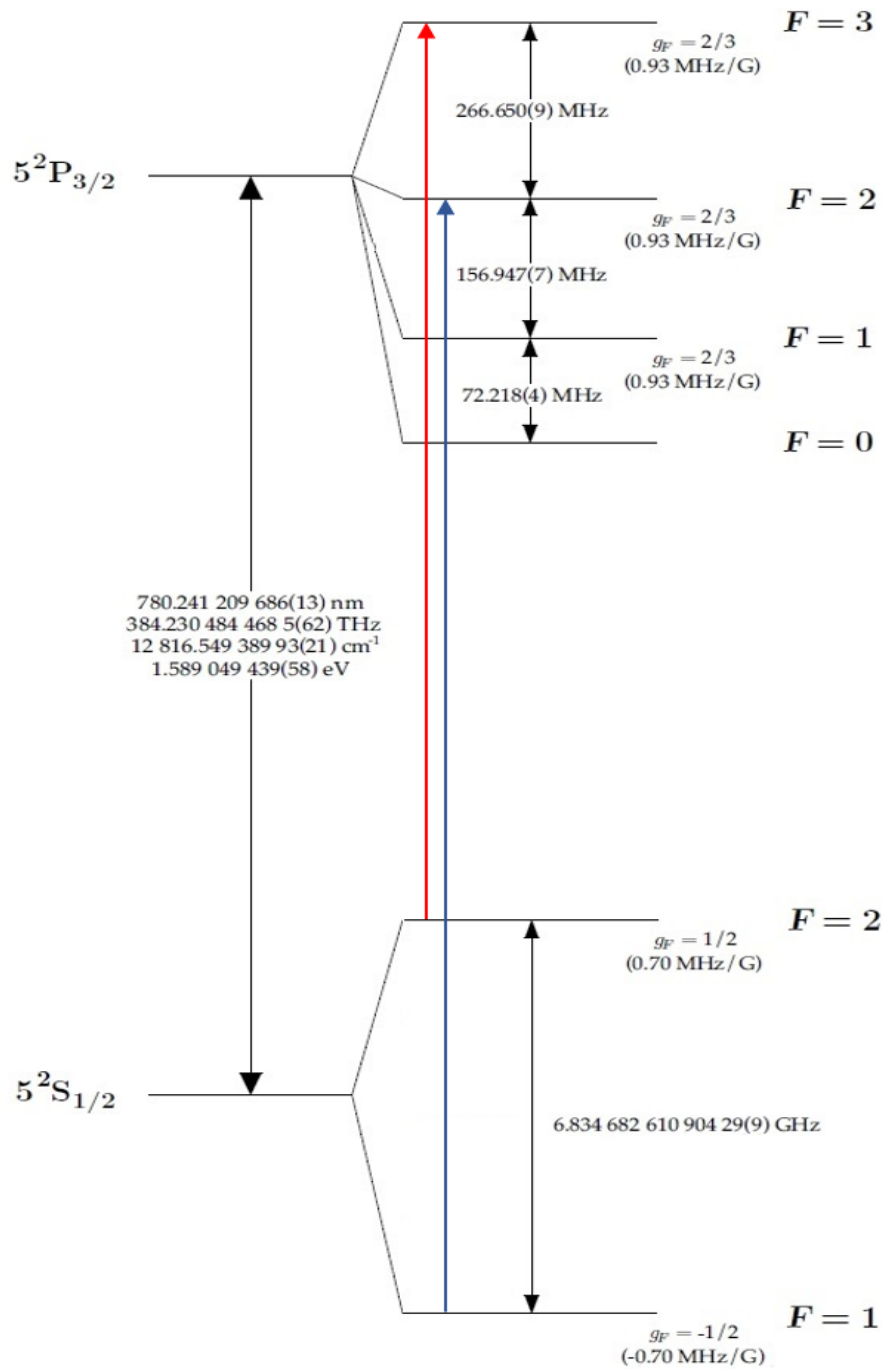
ukupni orbitalni angularni moment  $\mathbf{L}$  i spinski angularni moment  $\mathbf{S}$  ovise samo o valentnom elektronu. Na slici 2.5 prikazani su energijski nivoi izotopa  $^{85}\text{Rb}$ , a na slici 2.6 energijski nivoi izotopa  $^{87}\text{Rb}$ . U oba slučaja shema energijskog spektra prikazuje cijepanje relevantnih nivoa fine strukture, notacije  $n^{2S+1}L_J$ , u stanja hiperfine strukture, označenih sa  $F$ . Fina struktura posljedica je međudjelovanja elektronskog orbitalnog angularnog momenta  $\mathbf{L}$  sa spinskim angularnim momentom  $\mathbf{S}$  što rezultira u njihovom vezanju u ukupni elektronski angularni moment  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ . Broj  $n$  označava glavni kvantni broj. Hiperfina struktura posljedica je vezanja ukupnog angularnog momenta i spinskog angularnog momenta jezgre u ukupni angularni moment atoma  $\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}$ .

Za lasersko hlađenje  $^{85}\text{Rb}$  koristi se prijelaz  $|5^2S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 4\rangle$  (označeno crvenom bojom na slici 2.5) što odgovara laseru koji emitira svjetlost valne duljine oko 780 nm. Prema izbornim pravilima, električni dipolni prijelazi su mogući samo između stanja čija razlika kvantnog broja ukupnog angularnog momenta atoma iznosi  $\Delta F = 0, \pm 1$ . Zato se atom, nakon prelaska u pobuđeno stanje, spontanom emisijom relaksira natrag u stanje  $|5^2S_{1/2}, F = 3\rangle$ . Međutim, kao što je objašnjeno u poglavlju 2.1.1, frekvencija lasera za hlađenje (eng. *cooling laser*) mora biti nešto manja od frekvencije prijelaza pa je moguće da se pobudi prijelaz  $|5^2S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$  iz kojeg se onda atom spontanom emisijom može relaksirati u stanje  $|5^2S_{1/2}, F = 3\rangle$  ili  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ . Ako završi u stanju  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ , atom izlazi iz ciklusa hlađenja pa je zbog toga potreban još jedan laser, tzv. laser za naseljavanje (eng. *repumping laser*) koji pobuđuje prijelaz  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$  (označeno plavom bojom na slici 2.5) i time vraća atome u ciklus hlađenja.



Slika 2.5: Hiperfinski energijski nivoi  $^{85}\text{Rb}$ . Crvenom strelicom označen je prijelaz lasera za hlađenje, a plavom lasera za naseljavanje. Preuzeto iz [11].

Slično se događa i pri laserskom hlađenju izotopa  $^{87}\text{Rb}$  za koje se koristi prijelaz  $|5^2S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F'=3\rangle$  (označeno crvenom bojom na slici 2.6). Atom se iz pobuđenog stanja može relaksirati samo natrag u stanje  $|5^2S_{1/2}, F=2\rangle$ . Međutim, i ovaj laser je ugođen u crveno od frekvencije prijelaza pa postoji nezamislivo pobuđenje prijelaza  $|5^2S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F'=2\rangle$  iz kojeg atom



Slika 2.6: Hiperfinski energijski nivoi  $^{87}\text{Rb}$ . Crvenom strelicom označen je prijelaz lasera za hlađenje, a plavom lasera za naseljavanje. Preuzeto iz [12].

spontanom emisijom može prijeći u stanje  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  i time izaći iz ciklusa hlađenja. Zbog toga je i ovdje potreban laser za naseljavanje koji pobuđuje prijelaz  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 2\rangle$  (označeno plavom bojom na slici 2.6) i vraća atome natrag u ciklus hlađenja.

### 2.3 Optički frekventni češalj

Iako u slučaju atoma rubidija postoje kontinuirani laseri koji laseriraju u frekventnom području njihovih zatvorenih optičkih prijelaza, ovim radom želimo pokazati mogućnost istovremenog hlađenja dva izotopa rubidija pomoću pulsnog femtosekundnog lasera. Spektar takvog lasera sastoji se od jednako razmaknutih uskih linija (tzv. zubaca), a naziva se optički frekventni češalj (eng. *optical frequency comb*). Prednost ovakve tehnike hlađenja atoma je što se pomoću samo jednog lasera generira velik broj frekventnih linija od kojih se onda izabiru dvije koje odgovaraju prethodno opisanim prijelazima hlađenja izotopa  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ . Zupci frekventnog češlja općenito mogu služiti i kao laseri za naseljavanje, međutim, u ovom radu smo ih koristili samo kao lasere za hlađenje.

Važnost optičkog frekventnog češlja prepoznata je i nagrađena Nobelovom nagradom 2005. godine, a primili su je J. L. Hall i T. W. Hänsch [13]. Naime, razvoj ove tehnike omogućio je velik napredak u metrologiji i preciznom mjerenju apsolutnih optičkih frekvencija iz razloga što se pomoću njega mogu mjeriti frekvencije u optičkom frekventnom području koje obični elektronički uređaji ne mogu mjeriti. U ovom posljednjem teorijskom poglavlju opisat ćemo osnovni princip generiranja ultrakratkih laserskih pulseva i optičkog frekventnog češlja.

Longitudinalni modovi optičkog rezonatora (eng. *optical resonator*) femtosekundnog lasera zadovoljavaju uvjet stojnog vala  $\nu_m = \frac{mc}{2nL}$ , pri čemu je  $\nu_m$  frekvencija  $m$ -tog moda,  $\frac{c}{n}$  brzina svjetlosti u laserskom mediju koji se nalazi u rezonatoru, a  $L$  duljina laserskog rezonatora. Na slici 2.7 c) prikazan je broj modova koji mogu istovremeno oscilirati unutar rezonatora. On ovisi o širini emisijskog spektra aktivnog medija  $\delta\nu_g$  i frekventnoj razlici između pojedinih modova  $\Delta = \frac{c}{2nL}$  i to približno kao  $M \simeq \delta\nu_g/\Delta$ . Za stvaranje femtosekundnih pulseva koristi se tehnika sprezanja modova (eng. *mode-locking*) koja se temelji na uspostavi konstantne fazne razlike između susjednih modova. Ukupno električno polje lasera koji oscilira sa  $M$  longitudinalnih modova frekvencije  $\omega_m = 2\pi\nu_m = \omega_c + 2\pi m\Delta$ , faze  $\Phi_m = \Phi_0 + m\alpha$  i amplitude  $\varepsilon_m = \varepsilon_0$  može se zapisati:

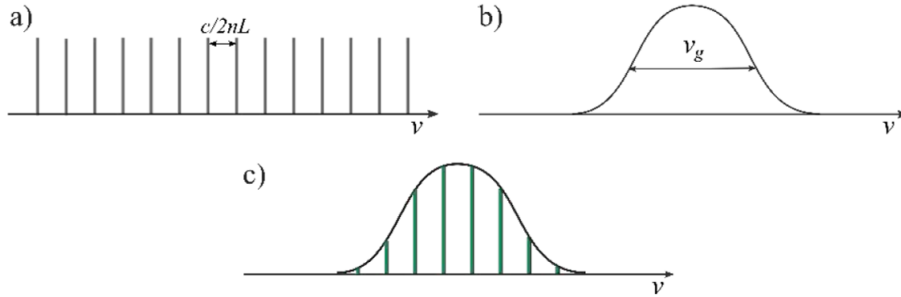
$$E(t) = \sum_m \varepsilon_m e^{i(\omega_m t + \Phi_m)} = \varepsilon_0 e^{i(\omega_c t + \Phi_0)} \sum_{m=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} e^{i(2m\pi\Delta t + m\alpha)}, \quad (2.7)$$

gdje je  $\omega_c$  centralna frekvencija. Iskoristimo li relacije za računanje parcijalnih suma

te uz pretpostavku iste faze za sve modove,  $\alpha = 0$ , dobiva se:

$$E(t) = \varepsilon_0 \frac{\sin(M\pi\Delta t)}{\sin(\pi\Delta t)} e^{i(\omega_c t + \Phi_0)}. \quad (2.8)$$

Ovaj rezultat nam govori da ukoliko spregnemo  $M$  longitudinalnih modova lasera, kao posljedicu njihove interferencije, dobit ćemo lasersko zračenje koje se sastoji od niza pulseva razmaknutih za  $T_{rep} = \frac{1}{\Delta} = \frac{2nL}{c}$  u vremenu (vrijeme repeticije). Vremensko trajanje svakog pulsa bit će  $\tau_{pulse} \simeq \frac{1}{M\Delta} = \frac{1}{\delta\nu_g}$ . Što je veći broj  $M$  spregnutih modova, odnosno širi emisijski spektar aktivnog medija lasera, veća je amplituda i kraće trajanje svakog pojedinog pulsa. Na slici 2.8 prikazana je snaga ( $P(t) \sim I(t) \sim |E(t)|^2$ , gdje je  $I(t)$  intenzitet pulsa) emitiranih pulseva u slučaju jednog, dva, četiri i šest spregnutih modova.

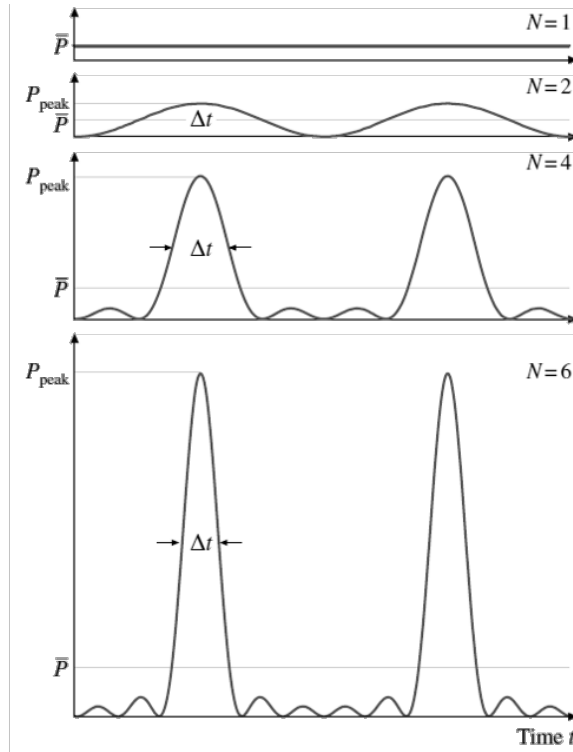


Slika 2.7: a) Longitudinalni modovi u laserskog rezonatora. b) Emisijski spektar aktivnog medija. c) Longitudinalni modovi koji mogu istovremeno oscilirati unutar rezonantne šupljine. Preuzeto iz [6].

Međutim, ono što nije prikazano na slici 2.8 je da unutar svakog prikazanog pulsa postoji i brže titranje električnog polja frekvencijom  $\omega_c$ . Drugim riječima, ono što vidimo na slici su samo envelope pulsa koje su određene izrazom  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \frac{\sin(M\pi\Delta t)}{\sin(\pi\Delta t)}$  iz jednadžbe 2.8. Brzo titranje električnog polja unutar envelope jednog pulsa (val nosioc) imat će određeni fazni pomak u odnosu na envelope drugog pulsa, kao što se može vidjeti na slici 2.9 a). Razlog tomu su različite brzine širenja vala nosioca, koji se širi faznom brzinom  $v_f$ , i envelope, koja se širi grupnom brzinom  $v_g$ , u laserskom rezonatoru. Fazni pomak vala nosioca i envelope između dva uzastopna pulsa označen je sa  $\Phi$ .

Ukupno električno polje niza pulseva može se matematički zapisati na način [16]:

$$E(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon(t - nT_R) e^{in\Phi} e^{i\omega_c t}. \quad (2.9)$$



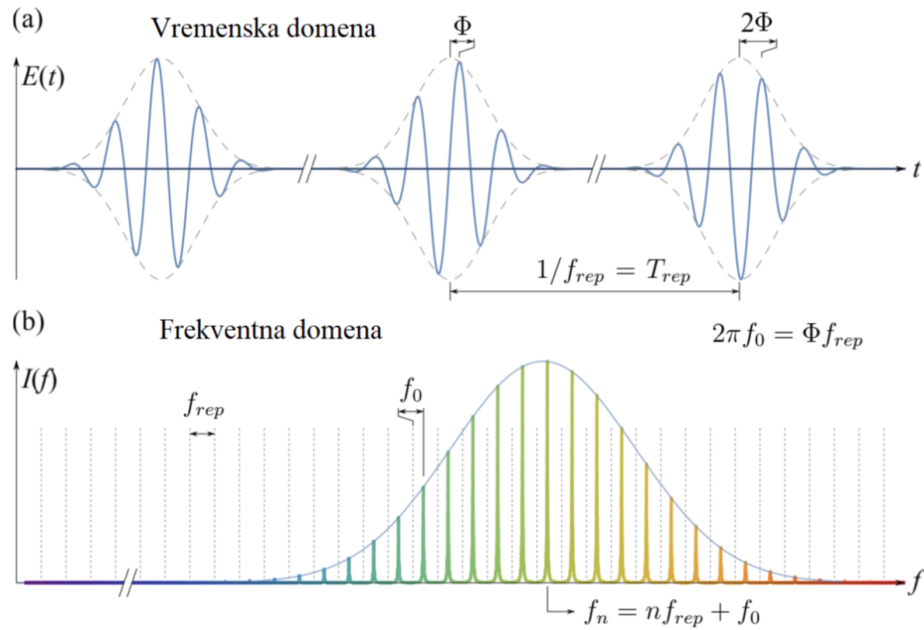
Slika 2.8: Snaga emitiranih laserskih pulseva u slučaju jednog, dva, četiri i šest spregnutih modova. Povećanje broja spregnutih modova rezultira u smanjenju trajanja pulseva, dok maksimalna snaga  $P_{peak}$  drastično raste. Prosječna snaga  $\bar{P}$  lasera raste linearno s brojem modova (što je slučaj i kada modovi nisu spregnuti). Preuzeto iz [22].

Uzimanjem Fourierovog transformata tog polja dobiva se frekventni spektar niza pulseva, odnosno optički frekventni češalj. Spektar se sastoji od niza linija razmaknutih za  $f_{rep} = \frac{1}{T_{rep}}$  te je prikazan na slici 2.9 b). S obzirom na to da je ukupno električno polje u vremenskoj domeni imalo član koji je opisivao njegovu envelopu, Fourierov transformat će imati envelopu u frekventnoj domeni što je i prikazano na slici. Frekvencija n-tog moda frekventnog češlja nalazi se u optičkom frekventnom području i dana je izrazom:

$$f_n = n f_{rep} + f_0, \quad (2.10)$$

pri čemu se frekvencija repeticije pulseva  $f_{rep} = \frac{1}{T_{rep}}$  i frekvencija pomaka  $f_0 = \frac{\Phi}{2\pi T_{rep}}$  nalaze u radio-frekventnom (RF) području. Za optičke frekventne češljeve čije se frekvencije nalaze u vidljivom i blisko-infracrvenom (NIR) području, broj modova  $n$  poprima vrijednosti u rasponu od  $10^5$  do  $10^7$ . Frekvencije repeticije i pomaka mogu se precizno izmjeriti [7] što znači da se na taj način može precizno odrediti i apsolutna frekvencija svakog moda  $f_n$ .





Slika 2.9: a) Vremenska domena niza pulseva s periodom (frekvencijom) repeticije  $T_{rep}$  ( $f_{rep}$ ) i faznim pomakom  $\Phi$  između dva uzastopna pulsa. b) Frekventna domena niza pulseva, odnosno optički frekventni češalj. Modovi frekventnog češlja frekvencije repeticije  $f_{rep}$  i frekvencije pomaka  $f_0$  prikazani su punim linijama. Različite boje naznačuju pokrivanje širokog spektra frekvencija. Envelopa frekventnog spektra označena je plavom linijom. Crnim crtkanim linijama označeni su modovi laserskog rezonatora. Preuzeto iz [15].

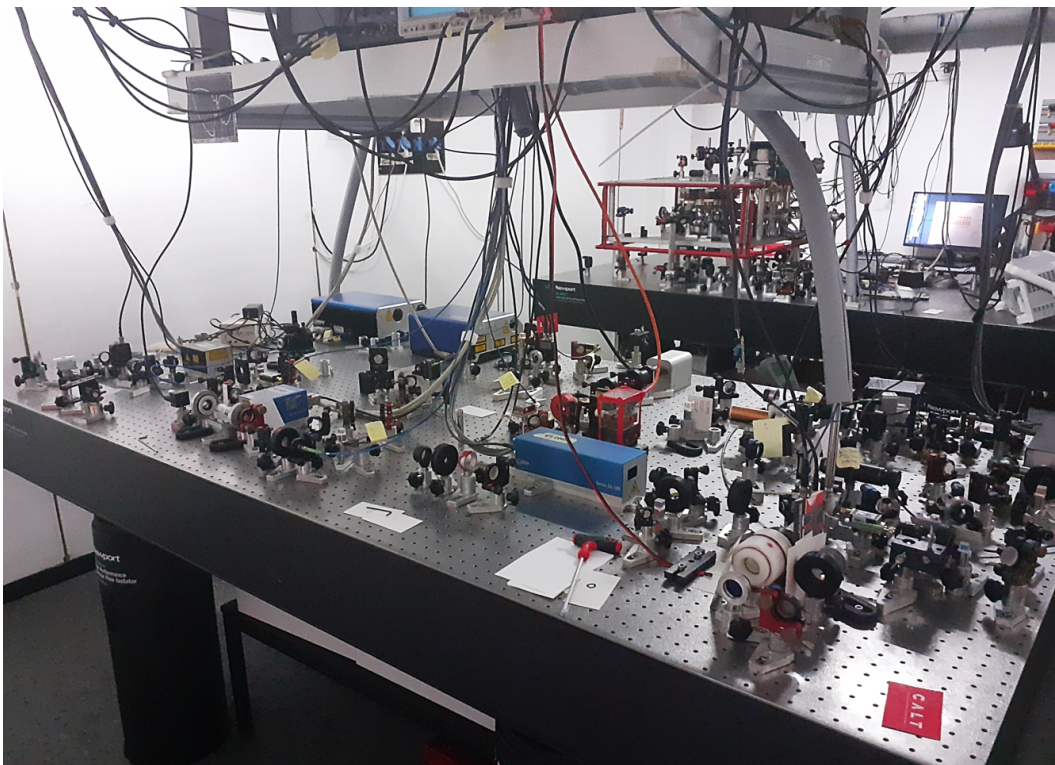
Bitno je uočiti da je spektar frekventnog češlja dobiven iz izraza 2.9 za ukupno električno polje niza pulseva te nije rezultat pojedinačnog laserskog pulsa. Detaljnije o generiranju ultrakratkih pulseva i optičkom frekventnom češlju može se pronaći u literaturi [15-19].

### 3 Eksperimentalni postav

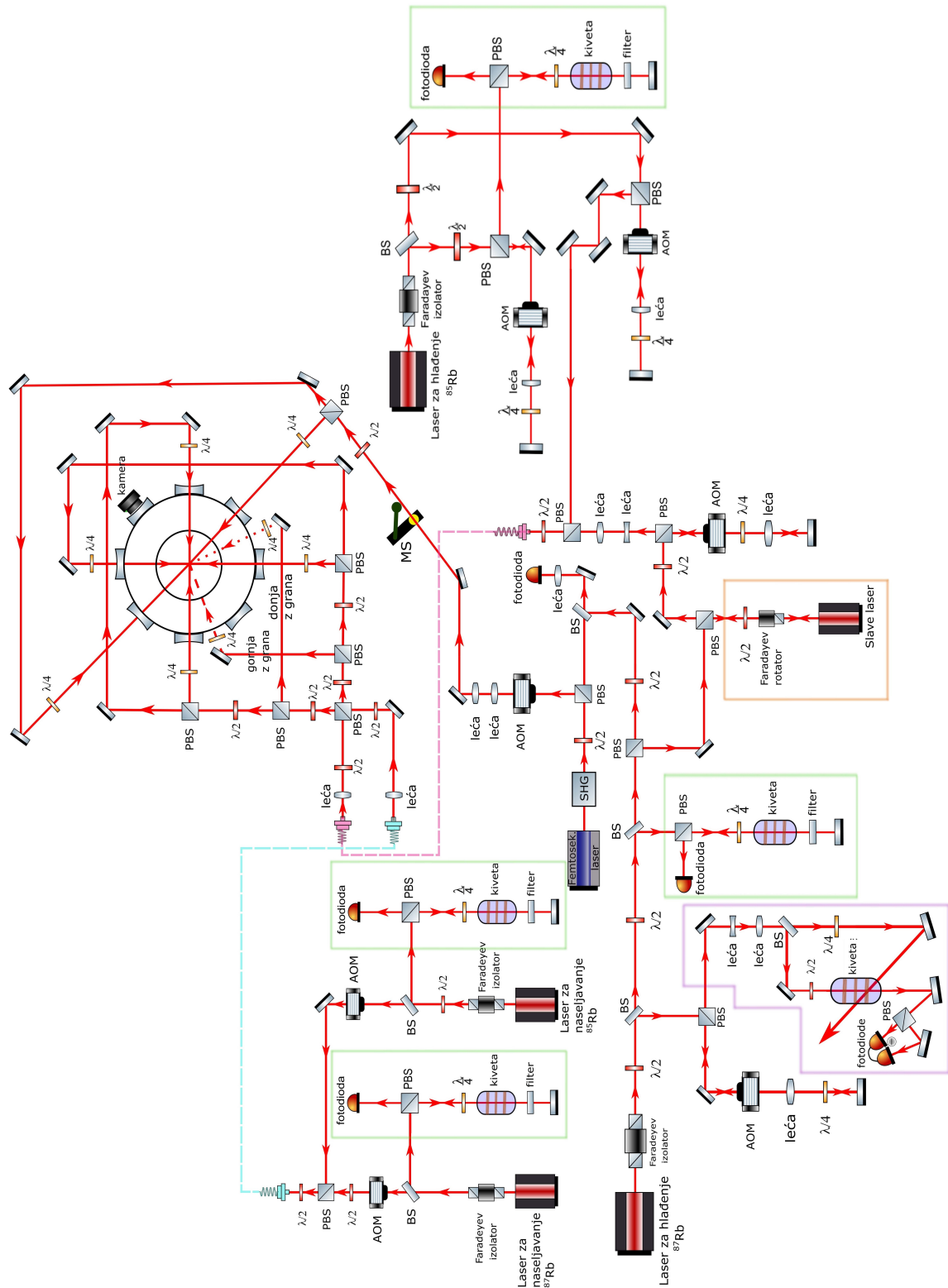
Cijeli eksperimentalni postav može se podijeliti u nekoliko dijelova, pa će u nastavku ovog poglavlja najprije biti opisan laserski sustav, zatim magneto-optička stupica te, za kraj, sam tijek eksperimenta i način određivanja temperatura atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ .

Slika 3.1 prikazuje eksperimentalni postav postavljen za realizaciju magneto-optičke stupice  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  te pokazivanje istovremenog hlađenja ta dva izotopa optičkim frekventnim češljem. Na jednom optičkom stolu (na slici bliži čitatelju) postavljen je laserski sustav za hlađenje atoma rubidija, dok se na drugom optičkom stolu (na slici udaljeniji od čitatelja) nalazi vakuumska komora magneto-optičke stupice. Zrake kontinuiranih lasera provode se od prvog do drugog optičkog stola pomoću optičkih vlakana, dok se femtosekundni laserski pulsevi šire u slobodnom prostoru.

Shematski prikaz cijelog ekperimentalnog postava nalazi se na slici 3.2.



Slika 3.1: Eksperimentalni postav u Laboratoriju za hladne atome Instituta za fiziku postavljen za realizaciju magneto-optičke stupice  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  te pokazivanje istovremenog hlađenja ta dva izotopa optičkim frekventnim češljem. Postav se sastoji od dva optička stola s pet kontinuiranih i jednim femtosekundnim laserom i pripadnim optičkim elementima na jednom te magneto-optičkom stupicom s pripadnim optičkim elementima na drugom optičkom stolu. Zrake kontinuiranih lasera se provode od prvog do drugog optičkog stola pomoću optičkih vlakana, dok se femtosekundni laserski pulsevi šire u slobodnom prostoru.



Slika 3.2: Shematski prikaz postava za istovremeno hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  optičkim frekventnim češljem. Oznake: PBS - polarizacijski djelitelj zrake; BS - djelitelj zrake;  $\lambda/2$ ,  $\lambda/4$  - polarizacijske pločice, AOM - akusto-optički modulator, MS - mehanički zatvarač. Dijelovi sheme uokvireni bojama redom označavaju: zelena - saturacijsku spektroskopiju, ljubičasta - polarizacijsku spektroskopiju, narančasta - injection locking.

### 3.1 Laserski sustav

Laserski sustav korišten za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  sastoji se od četiri kontinuirana i jednog femtosekundnog lasera. Posljednji (peti) kontinuirani laser koristi se za metodu pojačanja intenziteta zrake diodnog lasera za hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$  poznatu pod nazivom *injection locking* [27].

Emitirane laserske frekvencije svakog od četiri osnovna lasera (dva za hlađenje i dva za naseljavanje) ovisne su o vanjskim parametrima kao što su temperatura, tlak, neke mehaničke vibracije, itd., te ih je zbog toga potrebno zaključati, odnosno stabilizirati. U slučaju oba lasera za naseljavanje i lasera za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  koristimo stabilizaciju pomoću stvaranja povratne veze na odabranom hiperfinom prijelazu dobivenom pomoću saturacijske spektroskopije. Laser za hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$  stabiliziran je pomoću tehnike polarizacijske spektroskopije. Obje metode će biti opisane u nastavku poglavlja.

Stabilizacija femtosekundnog lasera, odnosno optičkog frekventnog češlja, također je vrlo bitna iz razloga što frekvencije modova (zubaca) češlja moraju biti dobro definirane (poglavlje 2.3). Ova se stabilizacija provodi na nešto drugačiji način u odnosu na kontinuirane lasere, a zasniva se na prenošenju frekventne stabilnosti referentnih signala na frekvenciju repeticije  $f_{rep}$  i frekvenciju n-tog moda  $f_n$  frekventnog češlja. Detalji stabilizacije frekvencije optičkog frekventnog češlja također će biti opisani u nastavku poglavlja.

#### 3.1.1 Kontinuirani laseri

Od četiri osnovna kontinuirana lasera korištena u eksperimentu, dva odgovaraju laserima za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  dok su druga dva laseri za naseljavanje tih atoma. Laser za hlađenje i laser za naseljavanje korišteni za međudjelovanje s atomima  $^{85}\text{Rb}$ , kao i laser za naseljavanje atoma  $^{87}\text{Rb}$  su poluvodički diodni laseri s vanjskim rezonatorom (eng. *External Cavity Diode Laser*, ECDL) Toptica Photonics DL 100 nominalne valne duljine 780 nm i nominalne snage 120 mW, 40 mW, 30 mW, respektivno. Posljednji kontinuirani laser poluvodički je diodni laser s vanjskim rezonatorom MOGLabs CEL002 korišten za hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$ , iste nominalne valne duljine te nominalne snage od 100 mW. Standardne magneto-optičke stupice  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  stvorene pomoću ovih lasera služe za predhlađivanje oblaka ova dva izotopa

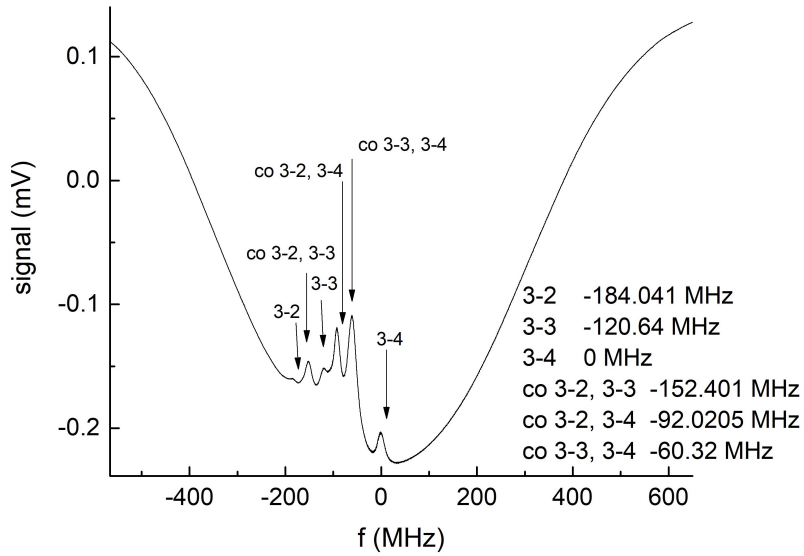
čime se pripremaju za daljnje pokazivanje hlađenja optičkim frekventnim češljem. Iz tog razloga potrebna je precizna kontrola njihovih početnih temperatura, a ona je postignuta uvođenjem druge faze hlađenja u procese hlađenja atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ . Uvođenje druge faze hlađenja bit će detaljnije opisano u nastavku poglavlja.

Eksperiment zahtjeva mogućnost brzog prekidanja laserskih zraka, za što su u ovom eksperimentalnom postavu odgovorni akusto-optički modulatori (eng. *Acousto-optic modulator*, AOM). Osim te, ovi uređaji imaju još jednu bitniju ulogu, a to je pomicanje frekvencije laserske zrake koja prolazi kroz njih. Princip rada AOM-a temelji se na ogibu vala EM zračenja na zvučnom valu proizvedenom pomoću piezoelektričnog elementa, a detaljno je objašnjen u Dodatku A. Akusto-optičkim modulatorima koje koristimo u eksperimentu možemo mijenjati frekvenciju laserske zrake za  $f_{RF} = 50 - 90$  MHz u prvom difrakcijskom redu. Različitom odabirom frekvencije rada AOM-a, omogućeno je skeniranje i promjena laserske frekvencije oko atomskog prijelaza za potrebe eksperimenta.

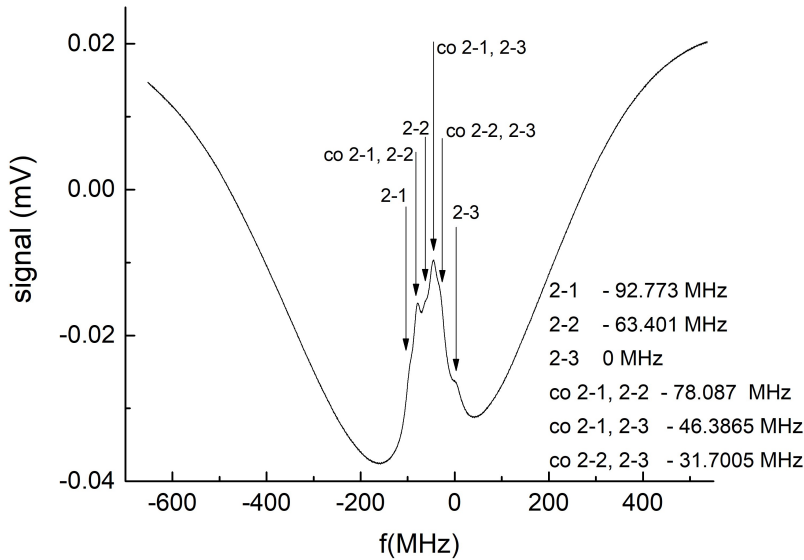
Laser za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  ugođen je pomoću AOM-ova u crveno od atomskog prijelaza  $|5^2S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 4\rangle$ . Kao što je prikazano na shemi 3.2, dio laserske zrake frekvencije  $f_L$  odvađa se na izlasku iz lasera, prolazi kroz double-pass AOM (dodatak A) nakon čega se reflektira na polarizacijskom djelitelju zrake (eng. *polarization beam splitter*, PBS) i odlazi na dio optičkih elemenata postavljenih za saturacijsku spektroskopiju (uokvireno zelenom bojom na slici 3.2). U tom dijelu postava zraka prolazi kroz kivetu s parama  $^{85}\text{Rb}$  na sobnoj temperaturi, reflektira se od zrcala, vraća istim putem te se šalje na fotodiodu gdje se promatra apsorpcijski spektar. Prvi prolazak zrake (tzv. pumpna zraka) kroz kivetu pobudio je atome iz osnovnog u pobuđeno stanje, zbog čega je pri drugom prolasku (tzv. probna zraka) reducirana njena apsorpcija. Dobiveni spektar može se vidjeti na slici 3.3 a), a sastoji se od širokog Dopplerovog profila, na kojem se nalaze saturacijski vrhovi pojedinih hiperfinih prijelaza i cross-over rezonancije. Više o saturacijskoj spektroskopiji i cross-over prijelazima može se naći u literaturi [7]. Ovaj spektar dalje služi za stabilizaciju frekvencije lasera za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  na prijelaz  $|5^2S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 4\rangle$  koja se postiže stvaranjem negativne povratne veze pomoću tzv. *error signala* na odabranom hiperfinom prijelazu. Error signal je mjera koliko se frekvencija lasera i u kojem smjeru pomakla u odnosu na frekvenciju željenog hiperfinog prijelaza, a generiran je na dva različita načina: a) direktnom modulacijom frekvencije lasera

pomoću modulacije napona na piezo-električnom elementu i struje laserske diode ili b) modulacijom energija elektronskih prijelaza u atomima  $^{85}\text{Rb}$  pomoću modulacije struje kroz solenoid u kojem se nalazi kivet a s atomima (čime se postiže modulacija magnetskog polja a samim time i Zeemanovog cijepanja). Generirani error signal odvodi se na PID upravljač (eng. *Proportional - Integral - Derivative controller*) koji stvara signal koji se negativnom povratnom vezom regulira piezo-električni element i mijenja struju na laserskoj diodi. Dakle, ukoliko se iz nekog razloga promijeni frekvencija lasera, u slučaju direktne modulacije ona se vraća na odabranu vrijednost i time drži na odabranom hiperfinom prijelazu. U b) slučaju, promjena laserske frekvencije dovodi do pomicanja hiperfinih prijelaza u atomima rubidija te se na taj način frekvencija lasera zaključava na odabranom hiperfinom prijelazu.

Različiti načini stabilizacije lasera, daju različitu širinu emisijskog spektra lasera za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$ . Jedna od tehnika kojom je moguće izmjeriti tu širinu je tehnika heterodine spektroskopije u kojoj se laserska svjetlost nepoznate spektralne širine na fotiodi superponira s laserskom svjetlošću tzv. lokalnog oscilatora (eng. *local oscillator*), odnosno drugog lasera poznate i uske spektralne širine. Kao rezultat superpozicije dobivaju se udari čija je amplituda proporcionalna umnošku amplituda električnih polja pojedinih valova laserske svjetlosti, a frekvencija jednaka razlici frekvencija dvaju valova (frekvencija udara). Struja dobivena na fotiodi je stoga proporcionalna ukupnom intenzitetu i ovisna o frekvenciji udara te se odvodi do analizatora spektra. Detaljnije o heterodinoj spektroskopiji može se pronaći u [28]. Kao lokalni oscilator korišten je MOGLabs CEL002 poznate spektralne širine od  $\Delta\omega_{osc} = (100 \pm 300)$  kHz [23]. Tehnikom heterodine spektroskopije izmjerena je spektralna širina lasera za hlađenje  $^{85}\text{Rb}$  za dvije tehnike stabilizacije. Dobiveni frekventni udari prikazani su na slici 3.4 te im je izmjerena puna širina na pola maksimuma (eng. *full width at half maximum*, FWHM). Vidimo da je u slučaju direktne modulacije frekvencije lasera spektralna širina udara puno šira,  $\Delta\omega = (2.7 \pm 0.3)$  MHz, u odnosu na onu dobivenu modulacijom magnetskog polja solenoida,  $\Delta\omega = (0.589 \pm 0.004)$  MHz. Iz tog razloga je u nastavku eksperimenta korištena stabilizacija frekvencije lasera za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  modulacijom energija prijelaza u atomu. Spektralna širina lasera za hlađenje  $^{85}\text{Rb}$ ,  $\Delta\omega_1$ , se onda može izračunati pomoću formule [23]:



(a)



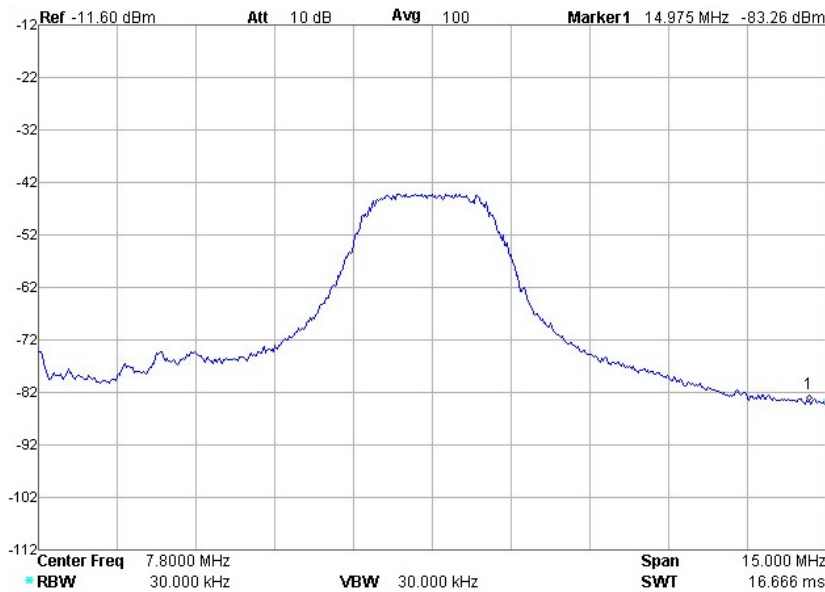
(b)

Slika 3.3: Spektri atoma  $^{85}\text{Rb}$  dobiveni saturacijskom spektroskopijom. Gornji spektar prikazuje prijelaze iz  $|5^2S_{1/2}, F = 3\rangle$  u gornja hiperfina stanja, a donja prijelaze iz  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$  u gornja hiperfina stanja. Označeni su odgovarajući hiperfina prijelazi i crossover vrhovi.

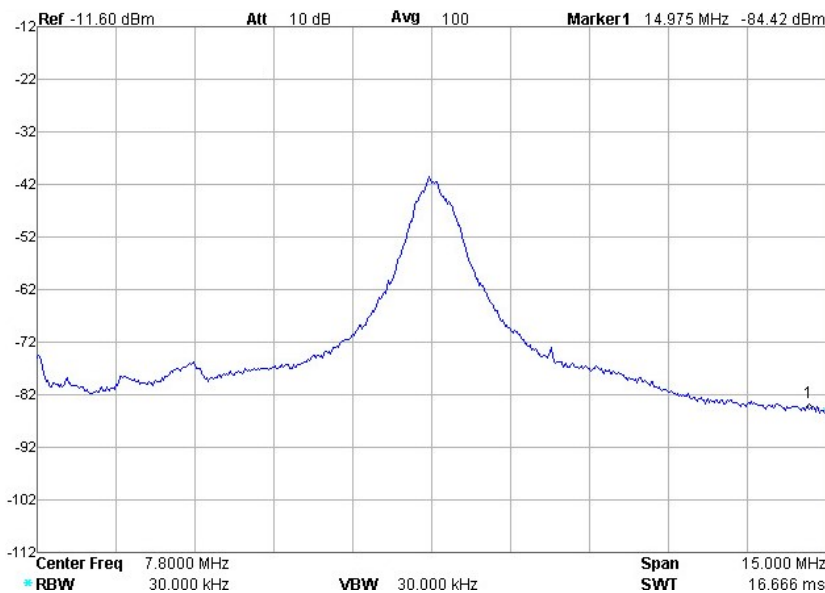
$$\Delta\omega^2 = \Delta\omega_{osc}^2 + \Delta\omega_1^2, \quad (3.1)$$

iz čega se dobiva  $\Delta\omega_1 = (0.58 \pm 0.3)$  MHz.

Nakon stabilizacije frekvencije laserske zrake  $f_L + 2f_{AOM1}$  (prvi AOM koristi +1. difrakcijski red) na prijelaz  $|5^2S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 4\rangle$  laserska zraka prolazi dalje kroz optičke elemente među kojima se nalazi i još jedan akusto-optički modu-



(a)



(b)

Slika 3.4: Frekventni udari između lasera za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  i referentnog lasera spektralne širine oko 100kHz. Na slici a) laser za hlađenje stabiliziran je direktnom modulacijom frekvencije lasera, a na slici b) modulacijom struje solenoida, odnosno modulacijom energija prijelaza u atomu.

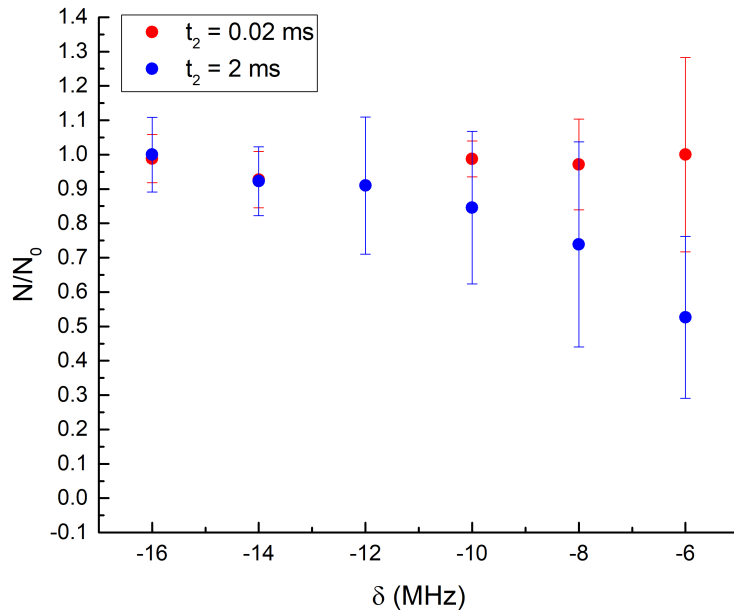
lator u double-pass konfiguraciji koji je odgovoran za pomicanje frekvencije zrake u crveno od frekvencije atomskog prijelaza (slika 3.2). I ovaj akusto-optički modulator koristi  $m = +1$  difrakcijski red. Ukupni pomak u frekvenciji lasera za hlađenje u odnosu na rezonanciju prijelaza u atomu  $^{85}\text{Rb}$  određen je razlikom pomaka frekvencija koje daju pojedini AOM-ovi,  $\delta = 2f_{AOM2} - 2f_{AOM1}$ . Ovako postavljen sustav elemenata omogućuje uvođenje druge faze hlađenja u proces hlađenja atoma  $^{85}\text{Rb}$ . Uvođenje druge faze bilo je nužno zbog slabog intenziteta lasera za hlađenje atoma



$^{85}\text{Rb}$ . Naime, u režimu niskih intenziteta, ukoliko se pri hlađenju atoma jednom fazom laser ugodu u crveno blizu rezonantnog prijelaza atoma, dobivaju se temperature povoljne za daljnje pokazivanje hlađenja atoma optičkim frekventnim češljem. Također, u tom slučaju atomi difundiraju iz stupice, što nije povoljno za eksperiment. Ukoliko pak ugodimo laser u crveno dalje od atomske rezonancije, gotovo svi atomi ostaju u stupici, ali se dobivaju temperature koje su preniske za daljnje hlađenje frekventnim češljem. Stoga se za prvu fazu odabire frekventni odmak od rezonancije takav da je broj atoma unutar stupice i dalje dobar ali i da se pri tome ohlade atomi na neke niže temperature. Druga faza koja slijedi je onda manjeg frekventnog odmaka od rezonancije i puno kraćeg vremenskog trajanja što rezultira grijanjem atoma na temperature iznad Dopplerovog limita uz gotovo nepromijenjen broj atoma u stupici. Uvođenje druge faze u proces hlađenja atoma  $^{85}\text{Rb}$  daje mogućnost da preciznom kontrolom frekventnog odmaka lasera za hlađenje od rezonantnog prijelaza precizno kontroliramo temperaturu atoma uz približno konstantan broj atoma u stupici. Precizna kontrola početne temperature oblaka potrebna je da bi pripremili sustav za pokazivanje hlađenja optičkim frekventnim češljem. Priprema početne temperature sustava bit će detaljnije objašnjena u poglavlju 4.1. Detalji karakterizacije magneto-optičke stupice za  $^{85}\text{Rb}$  mogu se naći u [29]. Bitno je napomenuti da trajanje druge faze hlađenja mora biti puno kraće od trajanja prve faze da bi zadržali dobar broj atoma u stupici. Na slici 3.5 prikazan je broj atoma u MOT-u u ovisnosti o frekventnom odmaku lasera za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  za dva različita odabira vremena trajanja druge faze hlađenja. Pri tome se prva faza hlađenja provodila laserom na frekventnom odmaku od  $\delta = -16$  MHz u trajanju  $t_1 = 1500$  ms.

Očito je da u slučaju dužeg vremena međudjelovanja lasera sa atomima u drugoj fazi hlađenja,  $t_2 = 2$  ms, približavanjem atomske rezonanciji dolazi do gubitka atoma iz magneto-optičke stupice. S druge strane, kraće vrijeme trajanja druge faze hlađenja,  $t_2 = 0.02$  ms, rezultira u gotovo konstantnom broju atoma unutar stupice za sve frekventne odmake.

Broj atoma izmjeren za frekventni odmak  $\delta = -12$  MHz s vremenom trajanja druge faze od  $t_2 = 0.02$  ms puno je manji od svih ostalih izmjerenih točaka te ima veliku nepouzdanost. Temeljnijim proučavanjem slika uočeno je da u tom slučaju nije bilo dovoljno signala za pouzdanu obradu podataka. Razlog tomu je najvjerojatnije poremećaj u stabilizaciji lasera (odnosno otključavanje lasera) uzrokovan jačom



Slika 3.5: Broj atoma u ovisnosti o frekventnom odmaku od rezonancije lasera za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  za dva različita odabira vremena trajanja druge faze hlađenja. Prva faza hlađenja provodi se laserom na odmaku od  $\delta = -16$  MHz i traje  $t_1 = 1500$  ms.

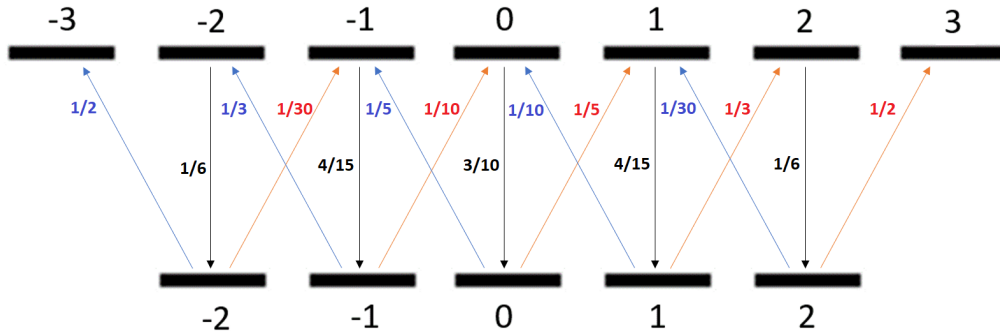
vanjskom pobudom kao na primjer udarcem vratima u sobi do laboratorija na što je eksperiment osjetljiv, a na što nije bilo moguće utjecati. Više o obradi slika i dobivanju konačnih rezultata koje prikazujemo na grafovima poput ovog bit će riječi u poglavlju 3.3.

Laser za hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$  pomaknut je pomoću AOM-ova u crveno od prijelaza  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$ . Nakon izlaska iz lasera, dio zrake lasera za hlađenje  $^{87}\text{Rb}$  odvojen je za polarizacijsku spektroskopiju, dio za saturacijsku spektroskopiju, a dio i za stabilizaciju optičkog frekventnog češlja. Također, da bi hlađenje atoma u magneto-optičkoj stupici bilo efikasno, potrebna je laserska zraka određenog intenziteta. Zbog toga se intenzitet laserske zrake, prije ulaska u optičko vlakno koje ju vodi do stupice, pojačava pomoću *injection lock* metode (uokvireno narančastom bojom na slici 3.2). Metoda se temelji na pretpostavci da slaba laserska zraka, čija je emisijska širina vrlo uska, prilikom obasjavanja laserske diode drugog lasera koja može emitirati zračenje velike snage ali s većom spektralnom širinom, uzrokuje određenu rezonanciju te natjera jaču diodu da laserira s istom širinom linije kao i slabija. Dobiva se laserska zraka jačeg intenziteta i uske spektralne širine.

Laser čija se snaga pojačava često se stoga naziva *master laser*, a laser koji služi za pojačavanje snage *slave laser*. Više o ovoj metodi može se pronaći u [27].

Za frekventnu stabilizaciju lasera za hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$  korištena je tehnika polarizacijske spektroskopije, dok je tehnika saturacijske spektroskopije ovdje korištena za kalibraciju frekventne skale i detektiranje pojedinih hiperfinih linija. Kao što je prikazano na shemi 3.2, dio laserske zrake frekvencije  $f_L$  odvaja se na izlasku iz lasera, reflektira se na PBS-u i prolazi kroz double-pass AOM (dodatak A) nakon čega se vraća na PBS, transmitira i odlazi na dio optičkih elemenata postavljenih za polarizacijsku spektroskopiju (uokvireno ljubičastom bojom na slici 3.2). Kao i kod saturacijske spektroskopije, ova tehnika temelji se na prolasku pumpne i probne zrake kroz kivetu s parama  $^{87}\text{Rb}$  na sobnoj temperaturi. Probna zraka je linearno polarizirana pod kutom od  $45^\circ$  u odnosu na PBS na kojem se dio zrake transmitira, a dio reflektira. Na fotodiodama se proučava razlika signala transmitirane i reflektirane zrake te je u slučaju kada pumpna zraka ne prolazi kroz kivetu, ona jednaka 0. U slučaju kružno polarizirane pumpne zrake to više nije slučaj jer ona procesom optičkog pumpanja hiperfinih  $m_F$  podnivoa uzrokuje njihovu neravnomjernu naseljenost. Ukoliko je pumpna zraka  $\sigma^+$  ( $\sigma^-$ ) polarizirana, prema izbornim pravilima, pobuđivat će prijelaze za koje vrijedi  $\Delta m_F = m_{F'} - m_F = +1$  ( $\Delta m_F = -1$ ). Atomi će se pak relaksirati u stanja za koja vrijedi  $\Delta m_F = 0, \pm 1$  što će nakon dovoljno dugog vremena interakcije rezultirati najvećom naseljenošću  $m_F = +2$  ( $m_F = -2$ ) stanja. Na slici 3.6 prikazani su  $m_F$  podnivoi  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$  i  $|5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$  energijskih stanja atoma  $^{87}\text{Rb}$  te pripadajuće vjerojatnosti  $\sigma^+$  i  $\sigma^-$  prijelaza i relaksacije atoma  $\Delta m_F = 0$ . Linearna polarizacija probne zrake može se promatrati kao superpozicija  $\sigma^+$  i  $\sigma^-$  kružno polariziranih komponenti. Stoga će, zbog nastale razlike u naseljenosti hiperfinih stanja zbog prolaska pumpne zrake, vjerojatnost apsorpcije  $\sigma^+$  ( $\sigma^-$ ) komponente probne zrake biti veća od vjerojatnosti apsorpcije  $\sigma^-$  ( $\sigma^+$ ) zrake.  $\sigma^+$  komponenta pobuđuje prijelaze  $m_F = 2 \rightarrow m_{F'} = 3$  ( $m_F = -2 \rightarrow m_{F'} = -1$ ), dok  $\sigma^-$  komponenta pobuđuje prijelaze  $m_F = 2 \rightarrow m_{F'} = 1$  ( $m_F = -2 \rightarrow m_{F'} = -3$ ). Drugim riječima, koeficijenti apsorpcije i indeksi loma su različiti za  $\sigma^+$  i  $\sigma^-$  komponentu probne zrake što vodi na zakretanje njene ravnine polarizacije. Zbog toga signali koji se dobivaju na fotodiodama nakon prolaska zrake kroz PBS nisu jednaki, te je njihova razlika različita od nule. Rezultantni signal je disperzivnog oblika centriran oko frekvencije hiperfinog prijelaza, služi kao error signal te se, kao i u slučaju

stabilizacije pomoću saturacijske spektroskopije, šalje na PID upravljač koji stvara signal kojim se negativnom povratnom vezom direktno modulira frekvencija lasera za hlađenje  $^{87}\text{Rb}$ . Više o stabilizaciji lasera za hlađenje  $^{87}\text{Rb}$  tehnikom polarizacijske spektroskopije može se pronaći u [6].



Slika 3.6: Energijski podnivoi stanja  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$  i  $|5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$  atoma  $^{87}\text{Rb}$  te pripadajuće vjerojatnosti  $\sigma^+$  (crveno) i  $\sigma^-$  (plavo) prijelaza te relaksacije atoma  $\Delta m_F = 0$  (crno). Vrijednosti preuzete iz [12].

Nakon stabilizacije frekvencije laserske zrake  $f_L + 2f_{AOM1}$  (prvi AOM koristi +1. difrakcijski red) na prijelaz  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$  laserska zraka prolazi dalje kroz optičke elemente gdje se jedan dio odvaja za stabilizaciju frekventnog češlja, dok se drugi dio pojačava pomoću već opisane *injection lock* metode te prolazi kroz drugi akusto-optički modulator u double-pass konfiguraciji. Ovaj AOM je odgovoran za pomicanje frekvencije zrake u crveno od frekvencije atomskog prijelaza na koju je laser stabiliziran (slika 3.2). I ovaj akusto-optički modulator koristi  $m = +1$  difrakcijski red. Ukupni pomak u frekvenciji lasera za hlađenje određen je razlikom pomaka frekvencija koje daju pojedini AOM-ovi,  $\delta = 2f_{AOM2} - 2f_{AOM1}$ .

Nakon pomaka frekvencije u crveno, laserska zraka se odvodi do PBS-a na kojem se spaja sa zrakom lasera za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  te tzv. PM optičkim vlaknom (eng. *polarization-maintaining optical fiber*) odvodi do magneto-optičke stupice.  $\lambda/2$  pločica postavljena između PBS-a i optičkog vlakna služi za namještanje polarizacija laserskih zraka za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  tako da one odgovaraju polarizacijskim osima optičkog vlakna. Na taj način se polarizacije pojedinih zraka ne miješaju pri prolasku kroz optičko vlakno, odnosno ostaju očuvane [33]. Kao i kod hlađenja atoma  $^{85}\text{Rb}$ , atome  $^{87}\text{Rb}$  također hladimo u dvije faze.

Laser za naseljavanje atoma  $^{85}\text{Rb}$  stabiliziran je na crossover vrh između prijelaza  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2S_{3/2}, F' = 1\rangle$  i  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2S_{3/2}, F' = 2\rangle$ , a laser

za naseljavanje atoma  $^{87}\text{Rb}$  na crossover vrh između prijelaza  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2S_{3/2}, F' = 1\rangle$  i  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2S_{3/2}, F' = 2\rangle$ . Razlog ovakvih odabira stabilizacija dolazi zbog potrebe za brzim prekidanjem zrake. S obzirom na to da se u oba slučaja za to koristi AOM postavljen u single-pass konfiguraciji (dodatak A i slika 3.2), njegova frekvencija rada namještena je tako da nakon prolaska laserske zrake frekvencija lasera za naseljavanje točno odgovara atomskom prijelazu  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2S_{3/2}, F' = 3\rangle$  u slučaju  $^{85}\text{Rb}$ , odnosno  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 2\rangle$  u slučaju  $^{87}\text{Rb}$ . Stabilizacija oba lasera provodila se pomoću saturacijske spektroskopije i direktne modulacije laserske frekvencije. Nakon stabilizacije, zrake oba lasera za naseljavanje odvođe se do PBS-a na kojem se spajaju te dalje PM optičkim vlaknom odvođe do magneto-optičke stupice.

### 3.1.2 Femtosekundni pulsni laser i stvaranje optičkog frekventnog češlja

Za generiranje optičkog frekventnog češlja korišten je femtosekundni laser s optičkim vlaknom dopiranim erbijevim ionima  $\text{Er}^{3+}$ , Toptica Photonics Femtofiber Scientific FFS (desni uređaj na slici 3.7). Osnovne dijelove ovog laserskog sustava čine oscilator i pojačalo, a detalji rada lasera mogu se pronaći u radu [31]. Erbij dopirano optičko vlakno služi kao rezonator, ali i kao aktivni medij. Aktivni medij pumpa se pomoću laserske diode koja emitira svjetlost valne duljine od 980 nm. Laser emitira svjetlost valne duljine 1560 nm sa FWHM širinom emisije od 50 nm, frekvencijom repeticije oko  $f_{rep} \simeq 80.5$  MHz (odnosno vremenom repeticije od  $T_{rep} \simeq 12.4$  ns), srednje snage  $\bar{P} = 230$  mW te trajanjem pulsa od 200 fs [32]. S obzirom na to da su za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  potrebne valne duljine od oko 780 nm (2.2), femtosekundna laserska zraka prolazi kroz jedinicu za generiranje drugog harmonika (eng. *Second harmonic generator*, SHG); lijevi uređaj na slici 3.7. Drugi harmonik, odnosno udvostručenje frekvencije zrake odvija se nelinearnim procesom u kojem se laserska zraka propagira kroz nelinearni medij. Spektralna širina zrake (FWHM) na izlazu iz SHG-a iznosi 5 nm, dok srednja snaga iznosi  $\bar{P} \simeq 75$  mW [32]. Envelopa ovako generiranog optičkog frekventnog češlja sadrži otprilike 100 000 laserskih modova, tj. zubaca češlja.

Kao što je objašnjeno u poglavlju 2.3, za generiranje optičkog frekventnog češlja potrebno je spregnuti longitudinalne modove svjetlosti laserskog rezonatora. Pasivno sprežanje modova ovdje je postignuto efektom nelinearne polarizacijske rota-



Slika 3.7: Femtosekundni laser Toptica Photonics Femtofiber Scientific FFS (desno) te jedinica za generiranje drugog harmonika (lijevo). Preuzeto iz [23].

cije. Ovisno o intenzitetu, pri prolasku kroz nelinearni medij (erbij dopirano optičko vlakno) mijenja se polarizacija svjetlosti iz linearne u eliptičnu (i obrnuto). Detaljniji opis sprezanja modova ovog lasera može se pronaći u [31].

Nakon prolaska kroz SHG, zraka femtosekundnog lasera prolazi kroz single-pass akusto-optički modulator (slika 3.2) koji pomiče njenu frekvenciju za  $f_{AOM} = 80$  MHz. I ovaj akusto-optički modulator koristi  $m = +1$  red difrakcije, a služi za brzo prekidanje laserske zrake. Više o prekidanju zrake femtosekundnog lasera uz pomoć AOM-a i mehaničkog zatvarača može se pronaći u [23].

Kao što je već spomenuto, optički frekventni češalj je također potrebno stabilizirati. Frekvencija  $n$ -tog moda frekventnog češlja određena je frekvencijom repeticije  $f_{rep}$  i frekvencijom pomaka  $f_0$  (jednadžba 2.10), pa se stoga ova stabilizacija provodi na nešto drugačiji način od stabilizacije kontinuiranih lasera opisanih u prošlom odjeljku. Frekvencija repeticije  $f_{rep}$  mjeri se brzom fotodiodom koja se nalazi unutar samog femtosekundnog lasera te se na detektoru faze uspoređuje sa DDS (eng. *Direct digital synthesizer*) signalom koji je referenciran na Rb frekventni standard. Razlika faza ova dva signala na izlazu iz detektora faze daje error signal koji se šalje na PID upravljač koji negativnom povratnom vezom regulira napon na elementu koji je montiran na zrcalo femtosekundnog lasera. Na taj način se mijenja duljina laserskog rezonatora, a time i frekvencija repeticije. S druge strane, umjesto stabilizacije frekvencije pomaka  $f_0$  stabilizira se frekvencija  $n$ -tog moda  $f_n$  frekventnog češlja. Na taj način se indirektno stabilizira i frekvencija pomaka (jednadžba 2.10). Stabilizacija  $n$ -tog moda temelji se na stvaranju udara kopropagacijom zrake femtosekundnog lasera

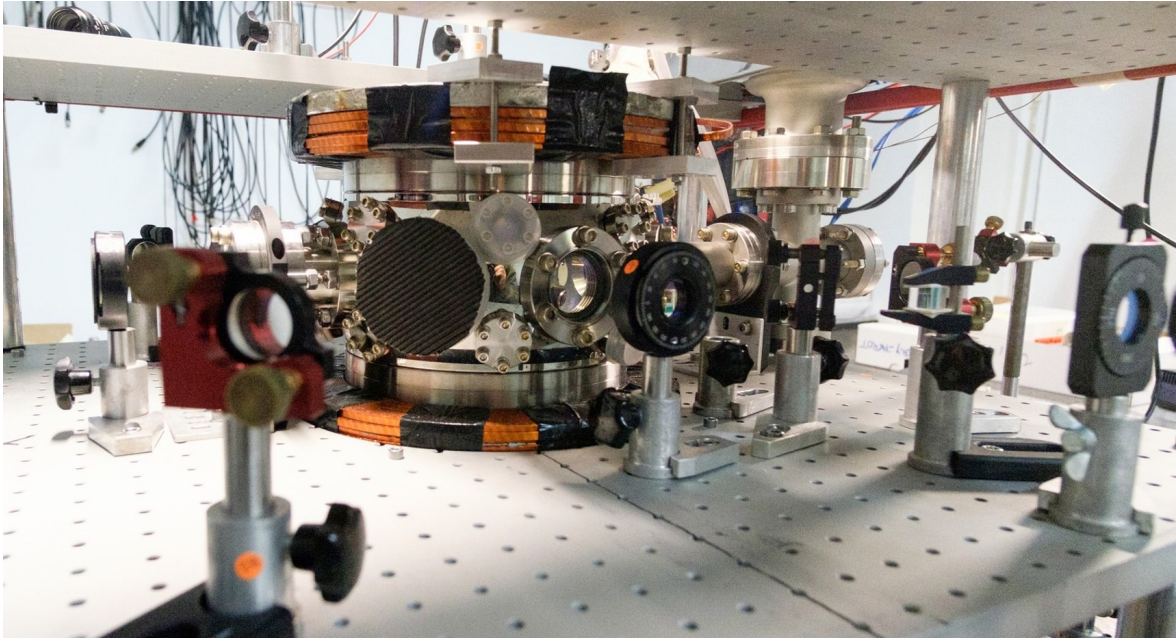
i referentne zrake stabiliziranog kontinuiranog lasera MOGLabs CEL002 korištenog za hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$ . Odvajanje dijela zrake lasera za hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$  pomaknute u crveno za  $\delta = -180$  MHz i njeno spajanje sa femtosekundnom zrakom na PBS-u prikazano je na shemi 3.2. Signal udara dobiven na fotiodi mižeša se sa DDS signalom koji je referenciran na Rb frekventni standard. Dobiveni error signal se šalje na PI upravljač koji negativnom povratnom vezom regulira struju pumpnih dioda femtosekundnog lasera, tj. frekvenciju pomaka  $f_0$  i time stabilizira frekvenciju udara. S obzirom na to da je referentni kontinuirani laser stabiliziran, stabilizacija frekvencije udara  $f_{beat} = |f_n - f_{cw}|$  povlači stabilizaciju n-tog moda frekventnog češlja, odnosno stabilizaciju frekvencije pomaka. Detaljniji opis stabilizacije optičkog frekventnog češlja može se pronaći u [6].

### 3.2 Magneto-optička stupica

Početna točka za mjerenje temperature atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  pri interakciji sa optičkim frekventnim češljem je hladni oblak  $^{85}\text{Rb}$  preklopljen s hladnim oblakom  $^{87}\text{Rb}$  unutar vakuumske komore magneto-optičke stupice. Radi se o posebno dizajniranoj vakuumskoj komori (slika 3.8) koja omogućuje prolazak laserskih zraka kroz staklene prozore, a spojena je na ionsku pumpu. Tlak unutar komore iznosi oko  $10^{-8}$  mbar. Prolaskom struje od 4.5 A kroz dispencer u kojem se nalaze  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  (u svom prirodnom omjeru od 72% za  $^{85}\text{Rb}$  i 28% za  $^{87}\text{Rb}$ ) na sobnoj temperaturi stvara se plin atoma unutar čelične MOT komore.

Nadalje, kao što je spomenuto u teorijskom poglavlju, za rad magneto-optičke stupice potrebno je stvoriti kvadrupolno magnetsko polje. Ono se stvara pomoću dvije zavojnice postavljene u anti-Helmholtzovoj konfiguraciji kao na slici 3.8. Struja kroz zavojnice iznosila je  $I_{AH} = 17$  A. Osim njih, postavljene su i tzv. kompenzacijske zavojnice u sva tri smjera oko vakuumske komore. One služe za kompenzaciju neželjenih magnetskih polja kao što su magnetsko polje Zemlje te magnetsko polje koje proizvode magneti unutar ionske pumpe. Karakterizacija zavojnica dana je u diplomskome radu [23], a utjecaj magnetskog polja na MOT u [6].

U prošlom odjeljku opisali smo laserski sustav pripremljen na jednom optičkom stolu te smo spomenuli da se kontinuirane laserske zrake provode optičkim vlaknima do drugog optičkog stola. Tamo se zrake lasera za hlađenje i lasera za naseljavanje



Slika 3.8: Čelična vakuumska komora sa staklenim prozorima unutar koje se stvara oblak rubidija i anti-Helmholtzove zavojnice koje stvaraju gradijent magnetskog polja.

spajaju na PBS-u i dalje šalju kroz iste optičke elemente. Pravilnim postavljanjem  $\lambda/2$  pločica i PBS-a zraka se dijeli na šest zraka koje tvore tri para međusobno ortogonalnih zraka, kao što je prikazano na shemi 3.2.  $\lambda/2$  pločice služe za određivanje omjera intenziteta zraka razdijeljenih na PBS-ovima. Prije ulaska u komoru svaka od šest zraka prolazi kroz  $\lambda/4$  pločicu čime postaju kružno polarizirane. Svaki par suprotno propagirajućih kontinuiranih laserskih zraka sastoji se od jedne zrake  $\sigma^+$  i jedne zrake  $\sigma^-$  polarizacije.

Za razliku od zraka kontinuiranih lasera, femtosekundni pulsevi se do drugog optičkog stola usmjereno šire u prostoru. Prvi element na drugom optičkom stolu na koji nailazi ova laserska zraka je PBS pomoću kojeg se dijeli na dvije zrake (slika 3.2). One se onda pomoću zrcala uvode u komoru pod kutom od  $45^\circ$  u odnosu na x, odnosno y smjer propagacije kontinuiranih laserskih zraka u horizontalnoj ravnini. Prije ulaska u komoru svaka zraka prolazi kroz  $\lambda/4$  pločicu čime postaje kružno polarizirana. Polarizacije se namještaju kao i u slučaju kontinuiranih zraka tako da tvore par zraka  $\sigma^+ - \sigma^-$  konfiguracije.

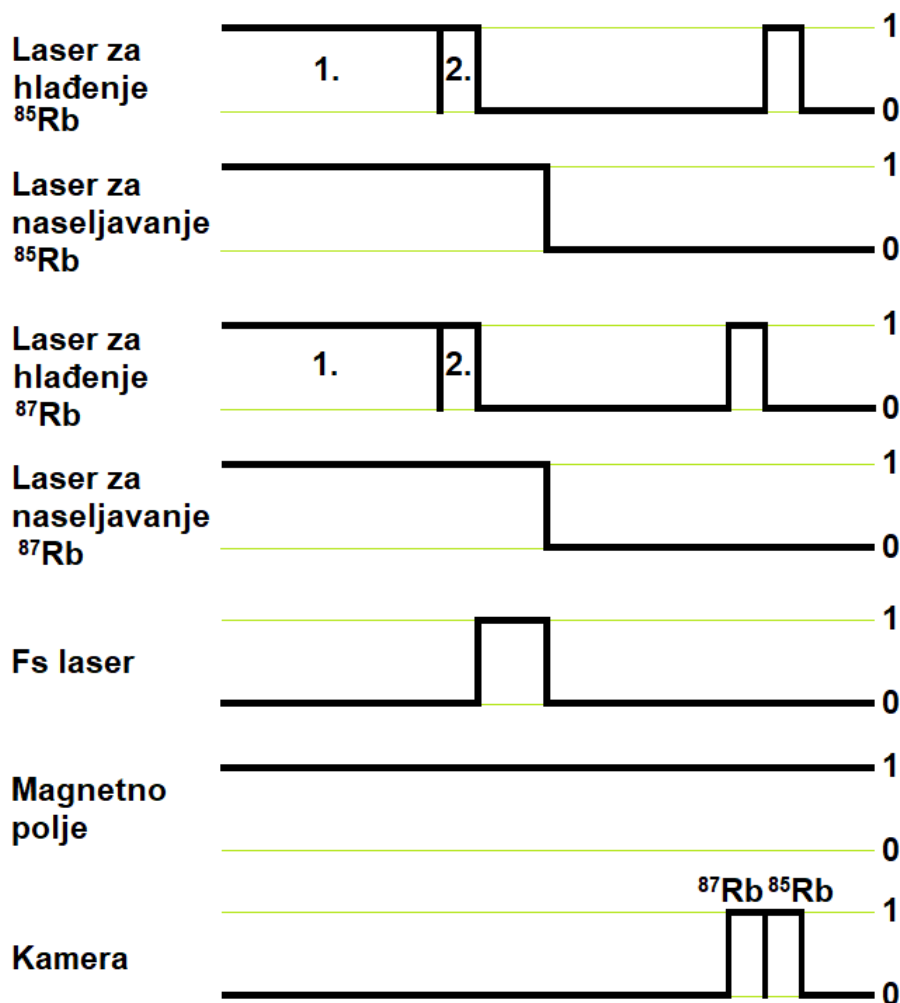


### 3.3 Određivanje temperature hladnih atoma

Nakon opisivanja postava eksperimenta za istovremeno hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ , potrebno je opisati i vremenski tijek eksperimenta te način na koji se određuju temperature atoma. To ćemo učiniti u nastavku ovog poglavlja.

Vremenski tijek eksperimenta je sljedeći. Dispenzeri su upaljeni te je čelična komora napunjena parom rubidijevih atoma u prirodnom omjeru od 72% za  $^{85}\text{Rb}$  i 28% za  $^{87}\text{Rb}$ . Anti-Helmholtzove zavojnice za stvaranje gradijenta magnetskog polja pale se na početku eksperimenta i ostaju upaljene cijelo vrijeme. Laseri za hlađenje pale se na početku ciklusa, upaljeni su nekoliko sekundi za vrijeme kojih hlade atome u dvije faze te su nakon toga ugašeni. Femtosekundni laser pali se odmah nakon gašenja lasera za hlađenje i upaljen je nekoliko milisekundi. Nakon toga slijedi slobodna ekspanzija oblaka atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  u trajanju od nekoliko ms te slikanje fluorescence oblaka pomoću kamere. Najprije se slika oblak atoma  $^{87}\text{Rb}$ , a zatim i oblak atoma  $^{85}\text{Rb}$ . Za slikanje fluorescence oblaka potrebno je ponovo upaliti laser za hlađenje i to onaj koji odgovara oblaku atoma koji se u tom trenutku slika. Laseri za naseljavanje upaljeni su na početku ciklusa, ugašeni tek kada i femtosekundni laser te ostaju ugašeni do kraja ciklusa. Nakon određenog vremena, ponovo se pale laseri za hlađenje i naseljavanje kako bi se u magneto-optičkoj stupici ponovo generirali atomski oblaci te se protokol ponavlja za različita vremena ekspanzije oblaka. Kao što je već spomenuto, za paljenje i gašenje, kao i preciznu kontrolu detuninga, koriste se akusto-optički modulatori. Na slici 3.9 shematski je prikazan vremenski protokol eksperimenta.

Vrijeme slobodne balističke ekspanzije oblaka nakon gašenja femtosekundnog lasera i lasera za naseljavanje naziva se vrijeme proleta, a varirano je između 6 ms i 11 ms. Ovakva tehnika mjerenja se stoga naziva tehnika vremena proleta (eng. *Time of flight*, TOF), a koristi se za određivanje temperature hladnih oblaka atoma unutar magneto-optičke stupice. Kao što je već spomenuto, nakon slobodne ekspanzije oblaka, vrlo kratkom ( $t_{img} = 0.15$  ms) interakcijom lasera za hlađenje sa odgovarajućim oblakom atoma, atomi prelaze u pobuđeno stanje te se emitirajući fotone relaksiraju. Nastala fluorescence slika se IDS UI-3240CP-NIR kamerom koja ima pojačanu osjetljivost u bliskom infracrvenom spektru, a postavljena je u xy ravnini pod kutem od  $45^\circ$  u odnosu na x, odnosno y smjer propagacije kontinuiranih laserskih zraka te okomito na zraku femtosekundnog lasera (slika 3.2).



Slika 3.9: Vremenski protokol za istovremeno hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  optičkim frekventnim češljem. Oznake: 0 - isključeno; 1 - uključeno; 1. - prva faza hlađenja; 2. - druga faza hlađenja.

Treba spomenuti da u slučaju pripreme sustava za hlađenje optičkim frekventnim češljem (poglavlje 4.1) slobodna ekspanzija atomskih oblaka počinje odmah nakon gašenja lasera za hlađenje, tj.  $t_{fs} = 0$  ms. Stoga je vrijeme proleta u tom slučaju varirano između 9 i 14 ms.

Razmotrimo širenje oblaka u 1D slučaju. Pretpostavimo da su brzine atoma dane Maxwell-Boltzmannovom raspodjelom:

$$P(v_x) = \left( \frac{m}{2\pi k_B T_x} \right)^2 \exp\left( \frac{-mv_x^2}{2k_B T_x} \right), \quad (3.2)$$

te da je temperatura jednolika kroz cijeli oblak atoma. Prostorna raspodjela atomskog

oblaka može se opisati Gaussovom raspodjelom:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma_x^2}\right), \quad (3.3)$$

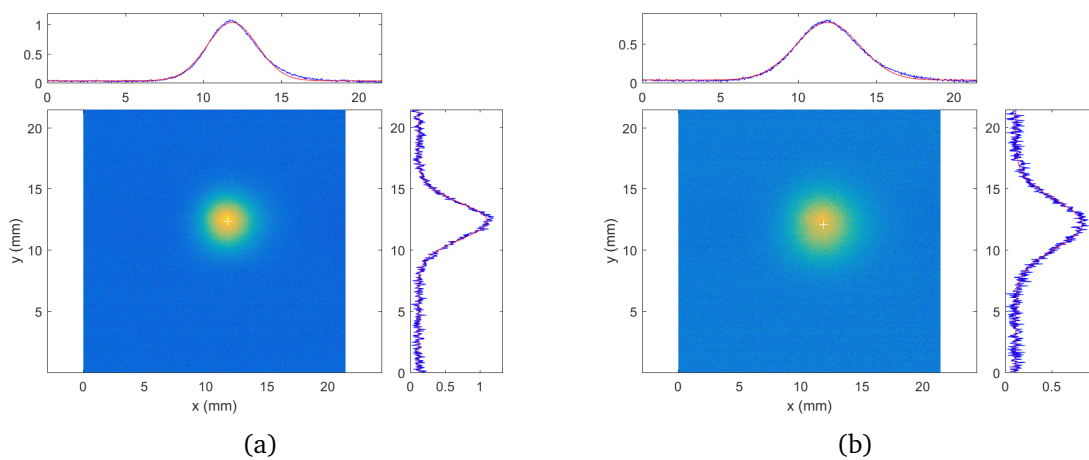
pri čemu je  $\sigma_x$  prostorna devijacija raspodjele koju uzimamo kao radijus oblaka. S obzirom na to da ukupna distribucija atoma  $f(x, v_x)dx dv_x = P(x)P(v_x)dx dv_x$  u oblaku očito ovisi o  $x$  i  $v_x$ , iz razloga što na atom pri slobodnoj ekspanziji ne djeluju sile, dobiva se da radijus oblaka nakon vremena ekspanzije  $t_{exp}$  slijedi jednadžbu [30]:

$$\sigma_x(t_{exp})^2 = \frac{k_B T_x}{m} t_{exp}^2 + \sigma_x(0)^2, \quad (3.4)$$

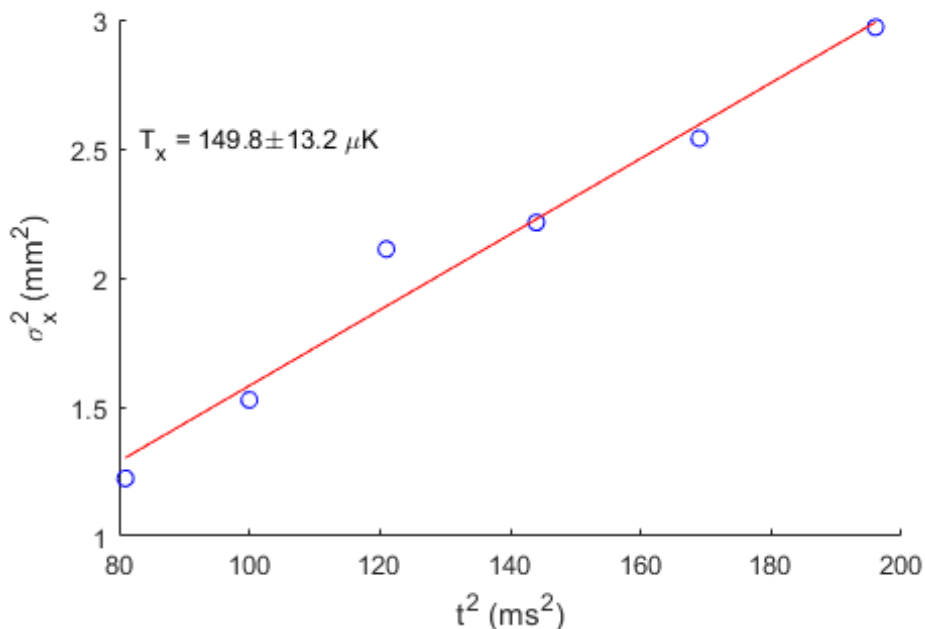
gdje je  $k_B$  Boltzmannova konstanta,  $m$  masa atoma, a  $\sigma_x(0)$  početni radijus oblaka. Dakle, slikanjem oblaka za različita vremena ekspanzije  $t_{exp}$  i prilagodbom Gaussove raspodjele moguće je linearnom regresijom odrediti temperaturu oblaka atoma. Pri prilagodbi podataka na pravac  $y = ax + b$  uzima se  $y = \sigma_x^2$  te  $x = t_{exp}^2$ , a dobiva smjer koeficijenta pravca  $a$  i odsječak na y-osi  $b$ . Iz koeficijenta smjera pravca se onda može izračunati temperatura oblaka u x smjeru:

$$T_x = \frac{m}{k_B} a. \quad (3.5)$$

U eksperimentu kamerom slikamo 2D slike oblaka atoma, pa je potrebno odrediti širine raspodjele u oba smjera. Navedene jednadžbe vrijede za oba smjera (uz zamjenu varijabli  $x, v_x$  odgovarajućim varijablama položaja i brzine atoma za taj smjer), pa se na taj način može odrediti širina ali i temperatura oblaka atoma za svaki smjer posebno. Dobivene slike oblaka atoma  $^{85}\text{Rb}$  i pripadajuće Gaussove raspodjele za vrijeme ekspanzije  $t_{exp}$  od 9 i 12 ms u slučaju kada je vrijeme međudjelovanja oblaka sa femtosekundnim laserom  $t_{fs} = 0$  ms nalaze se na slici 3.10. Na slici 3.11 prikazane su dobivene točke kvadrata radijusa oblaka  $\sigma_x^2$  u x-smjeru u ovisnosti o kvadratu vremena ekspanzije oblaka  $^{85}\text{Rb}$  te je povučen pravac dobiven linearnom regresijom. Iz nagiba pravca izračunata je temperatura oblaka u x-smjeru,  $T_x = (149.8 \pm 13.2)\mu\text{K}$ .



Slika 3.10: Flouescencija atomskog oblaka  $^{85}\text{Rb}$ , u slučaju kada nema međudjelovanja oblaka sa femtosekundnim laserom, za vrijeme ekspanzije od (a) 9 ms i (b) 12 ms. Svakoj slici pridružene su i pripadajuće Gaussove raspodjele.



Slika 3.11: Kvadrat radijusa oblaka u x-smjeru u ovisnosti o kvadratu vremena ekspanzije oblaka  $^{85}\text{Rb}$  za slučaj bez hlađenja femtosekundnim laserom. Prikazane su izmjerene točke i pravac dobiven linearnom regresijom. Iz nagiba pravca izračunata je temperatura oblaka.

## 4 Rezultati mjerenja

Cilj postavljanja eksperimenta je istovremenim korištenjem dva moda (odnosno zupca) optičkog frekventnog češlja pokazati istovremeno lasersko hlađenje dva izotopa rubidija,  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ .

Ukupna snaga femtosekundne laserske zrake (FWHM širine  $2r = 2.7$  mm) iznosi je  $P = 20$  mW, a frekvencija repeticije  $f_{rep} = 80.495$  MHz. Snaga pojedine linije frekventnog češlja (odnosno jednog zupca) iznosi oko  $0.6$   $\mu\text{W}$ . Kako ta snaga nije dovoljna za direktno hlađenje atoma od sobne temperaturi, potrebno ih je predhladiti. Predhlađivanje izotopa  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  postignuto je stvaranjem magneto-optičke stupice koristeći dvije faze hlađenja kontinuiranim laserima opisanim u prethodnom poglavlju. Preciznim ugađanjem parametara lasera poput odmaka frekvencije od rezonancije prijelaza atoma i vremenskog trajanja međudjelovanja s atomima, precizno se ugađa temperatura na koju želimo predhladiti pojedini izotop, uz gotovo minimalan gubitak atoma iz magneto-optičke stupice. Predhlađeni oblaci  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  početna su točka za daljnje pokazivanje hlađenja pomoću optičkog frekventnog češlja.

U ovom poglavlju najprije je opisana priprema sustava atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  za hlađenje optičkim frekventnim češljem (predhlađenje) te istovremeno ugađanje frekventnih modova češlja na određeni frekventni pomak od rezonantnih prijelaza atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ . Nakon toga izneseni su rezultati istovremenog hlađenja prethodno pripremljenih izotopa rubidija optičkim frekventnim češljem te je za kraj ispitano kako temperatura tih atoma ovisi o vremenu trajanja hlađenja češljem.

### 4.1 Priprema sustava za hlađenje optičkim frekventnim češljem

Sustav atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  pripremljen je za hlađenje pomoću optičkog frekventnog češlja postavljanjem magneto-optičke stupice za oba izotopa te preklapanjem nastalih oblaka. Dobro preklapanje atomskih oblaka postignuto je 1) korištenjem jednog PM optičkog vlakna (poglavlje 3.1.1) za dovođenje obje laserske zrake za hlađenje do drugog optičkog stola i 2) pažljivim namještanjem omjera intenziteta zrake koja izlazi iz vlakna pri njenom dijeljenju na PBS-ovima ispred ulaska u vakuumsku komoru, shema 3.2. Razlog odabira PM optičkog vlakna jest taj što je geometrija propagacije zraka kroz takvo vlakno ista za obje ulazne zrake što osigurava istu geometriju obje zrake za hlađenje koje koristimo za stvaranje MOT-a. Isto vrijedi i za zrake lasera

za naseljavanje, pri čemu se one dovode do vakuumske komore pomoću drugog PM optičkog vlakna.

Za pripremu sustava za hlađenje frekventnim češljem korištene su dvije faze hlađenja kontinuiranim laserima, kao što je prikazano na shemi 3.9. Pažljivim odabirom parametara faza ovih lasera, precizno je odabrana početna temperatura atoma. Snage lasera za hlađenje  $P_{cool}$  i lasera za naseljavanje  $P_{rep}$  izmjerene na izlazu iz optičkih vlakana te parametri prve i druge faze hlađenja (odmaci frekvencija lasera za hlađenje od rezonantne linije,  $\delta_1$  i  $\delta_2$ , te vremena trajanja pojedine faze hlađenja,  $t_1$  i  $t_2$ ) za pojedini izotop rubidija nalaze se u tablici 4.1.

izotop	$P_{cool}/(\text{mW})$	$P_{rep}/(\text{mW})$	$\delta_1/(\text{MHz})$	$\delta_2/(\text{MHz})$	$t_1/(\text{ms})$	$t_2/(\text{ms})$
$^{87}\text{Rb}$	39.5	2.15	-20	-15.6	1300	0.1
$^{85}\text{Rb}$	26.7	2.8	-10	-6	1300	0.1

Tablica 4.1: Snage lasera za hlađenje i lasera za naseljavanje te odabrani parametri prve i druge faze hlađenja korišteni pri pripremi sustava atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  za hlađenje optičkim frekventnim češljem.

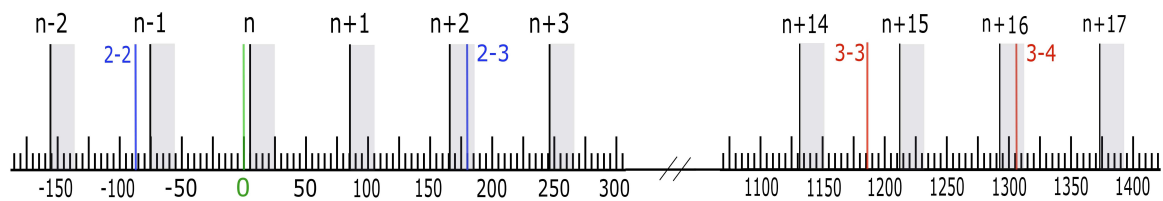
Ovako ugođene početne temperature atoma iznosile su  $T_0^{85} = (210 \pm 20) \mu\text{K}$  za  $^{85}\text{Rb}$  i  $T_0^{87} = (260 \pm 10) \mu\text{K}$  za  $^{87}\text{Rb}$ .

Gledajući shemu 3.9 jasno je da su odabrani parametri, korišteni pri svakom ciklusu hlađenja s frekventnim češljem. Interakcijom oblaka s kontinuiranim laserima na početku svakog ciklusa atomi su predhlađeni na odabrane početne temperature nakon kojih slijedi hlađenje optičkim frekventnim češljem.

Napomenimo da je pri mjerenju iznosa početne temperature atoma  $^{85}\text{Rb}$ , odnosno atoma  $^{87}\text{Rb}$ , vrijeme proleta varirano između 9 i 14 ms. Naime, pri ugađanju početne temperature slobodna ekspanzija atomskih oblaka počinjala je odmah nakon gašenja lasera za hlađenje jer nije bilo međudjelovanja femtosekundnog lasera sa atomima ( $t_{fs} = 0$  ms na shemi 3.9).

Pogledajmo još kako istovremeno ugoditi frekventne linije češlja od rezonantnih prijelaza atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ . Kao što je objašnjeno u odjeljku 3.1.2, stabilizacija modova frekventnog češlja zahtjeva kopropagaciju zrake femtosekundnog lasera sa referentnom zrakom kontinuiranog lasera. Za referentnu zraku uzet je dio zrake lasera za hlađenje  $^{87}\text{Rb}$  pomaknute u crveno za  $\delta = -180$  MHz od prijelaza  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$ . U nastavku će sve ostale frekvencije biti računane

u odnosu na ovu frekvenciju, odnosno ova frekvencija je postavljena kao nulta frekvencija. Kopropropagacijom referentne zrake sa zrakom femtosekundnog lasera stvaraju se udari, a usporedba frekvencije udara  $f_{beat} = |f_n - f_{cw}|$  i frekvencije DDS signala stabilizira modove frekventnog češlja. Drugim riječima, promjenom DDS signala mijenja se i frekvencija udara, a time i frekvencija n-tog moda frekventnog češlja. Na ovaj način mijenja se frekvencija udara od 5 do 25 MHz, tj. pomiču modovi češlja za 5 do 25 MHz u odnosu na frekvenciju kontinuiranog lasera. Na slici 4.1 prikazani su odnosi frekvencija kontinuiranog lasera, modova frekventnog češlja i frekvencija prijelaza u atomima  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ .



Slika 4.1: Shematski prikaz odnosa frekvencija kontinuiranog lasera (zeleno) preko kojeg je stabiliziran frekventni češalj, modova češlja (crno) i prijelaza u atomu  $^{87}\text{Rb}$  (plavo) i  $^{85}\text{Rb}$  (crveno). Siva područja označuju frekventno područje koje obuhvati pojedini mod češlja prilikom promjene frekvencije udara  $5 < f_{beat} = |f_n - f_{cw}| < 25$  MHz za slučaj  $f_n > f_{cw}$ . Skala je prikazana relativno u odnosu na frekvenciju kontinuiranog lasera stabiliziranog na 180 MHz ispod frekvencije prijelaza  $|5^2 S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2 P_{3/2}, F' = 3\rangle$ .

Nakon stabilizacije modova frekventnog češlja, zraka femtosekundnog lasera prolazi kroz single-pass AOM koji pomiče frekvenciju modova za +80 MHz. To znači da se mijenjanjem frekvencije udara, n+1-im modom skenira područje frekvencija od -14.5 MHz do +5.5 MHz od rezonancije prijelaza  $|5^2 S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2 P_{3/2}, F' = 3\rangle$ . Dakle, n+1-i mod češlja prelazi preko rezonancije prijelaza korištenog za hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$ . Istovremeno, n+15-ti mod češlja skenira frekvencije u rasponu od -14.5 MHz do +5.5 MHz od rezonancije prijelaza  $|5^2 S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5^2 P_{3/2}, F' = 4\rangle$ , odnosno ovaj mod češlja prelazi preko rezonancije prijelaza korištenog za hlađenje atoma  $^{85}\text{Rb}$ . Ovako postavljen sustav omogućuje da stabilizacijom frekvencije n-tog moda češlja pomoću kontinuiranog lasera za hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$  ugodimo frekvenciju n+1-og moda češlja za željeni iznos od rezonancije prijelaza  $^{87}\text{Rb}$  te istovremeno ugodimo frekvenciju n+15-og moda češlja za isti iznos od rezonancije prijelaza  $^{85}\text{Rb}$ .

Temperatura oblaka izmjerena je u ovisnosti o frekvenciji udara između n-tog moda frekventnog češlja i kontinuiranog lasera za hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$  pomoću ko-

jeg je češalj stabiliziran. Međutim, kako je objašnjeno, promjenom frekvencije udara modovi frekventnog češlja skeniraju područje frekvencija oko atomskog prijelaza pojedinog izotopa. Koristiti takav model dobro je za objašnjavanje međusobnih odnosa frekvencija, jer je jednostavnom matematikom moguće shvatiti što se događa pri vršenju mjerenja. Iz navedenog bi se moglo zaključiti da za  $f_{beat} = 19.5$  MHz frekventni modovi češlja točno odgovaraju frekvencijama prijelaza atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ . Međutim, s obzirom na to da se radi o realnom eksperimentu koji je vrlo kompleksan, postoje faktori koji utječu na egzaktne iznose frekvencija koje su navedene. Naime, nulta frekvencija odabrana je odvajanjem zrake za hlađenje atoma  $^{87}\text{Rb}$  čija je frekvencija ugođena na  $-180$  MHz od rezonancije prijelaza tog atoma. Ta frekvencija namještena je korištenjem akusto-optičkog modulatora koji je postavljen u double-pass konfiguraciji te ju postavljamo na početku mjerenja. Kako su mjerenja vremenski dugotrajna te su izvođena kroz cijeli dan, frekvencija AOM-a se zbog dugog vremena korištenja tijekom dana može pomaknuti i to za čak par MHz. Isto vrijedi i za drugi AOM koji stabilizirane modove češlja pomiče za dodatnih  $+80$  MHz. Kako te dvije brojke određuju nultu frekvenciju i položaj modova oko rezonancija prijelaza (slika 4.1) jasno je da promjenom frekvencije udara zapravo ne možemo biti sigurni da skeniramo područje od točno  $-14.5$  do  $+5.5$  MHz oko rezonancije prijelaza pojedinog izotopa rubidija. Iz tog razloga, u laboratoriju se koristi tehnika za apsolutnu kalibraciju frekventne skale, tj. određivanje pomaka moda frekventnog češlja od rezonancije. Tehnika uključuje mjerenje sile kojom frekventni češalj djeluje na atome, a zbog opsežnosti opisivanja cijelog mehanizma, neće biti objašnjena u ovom radu, već ćemo samo upotrijebiti dobiveni rezultat. Mjerenje sile kojom frekventni češalj djeluje na atome  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  te točno određivanje frekvencija udara za koju modovi češlja pogađaju rezonancije prijelaza tih atoma može se pronaći u [34]. Poklapanje modova frekventnog češlja sa rezonancijom prijelaza dobiveno je za frekvenciju udara od  $11.5$  MHz za oba izotopa.

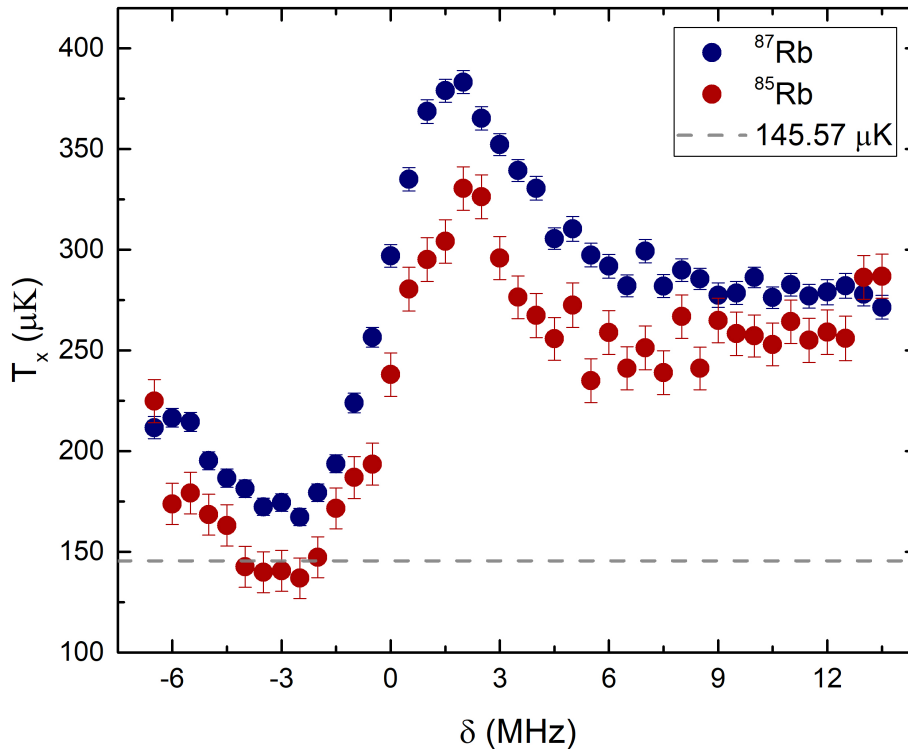
S obzirom na ovaj rezultat, frekvencije udara preračunate su u frekvencije odmakta od rezonancije prijelaza atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  te su u nastavku rada temperature prikazane u odnosu na ovako definiranu frekventnu skalu.



## 4.2 Istovremeno hlađenje dvije vrste atoma optičkim frekventnim češljem

### 4.2.1 Temperatura oblaka

Na slici 4.2 prikazana je temperatura atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  u ovisnosti o frekventnom odmaku moda češlja od rezonancije prijelaza odgovarajućeg izotopa. Tijek eksperimenta prikazan je na slici 3.9, a odabrano vrijeme međudjelovanja frekventnog češlja sa atomima iznosilo je  $t_{int} = 3$  ms. Vrijeme slobodne ekspanzije atoma varirano je između 6 i 11 ms, pri čemu je izmjereno 10 ovakvih ciklusa za svaku točku. Gradient kvadrupolnog magnetnog polja iznosio je 11.22 G/cm. Vrijeme ekspozicije iznosilo je  $t_{img} = 0.15$  ms, a odmaci frekvencije lasera za hlađenje od atomskog prijelaza pojedinog atoma pri slikanju fluorescence iznosili su  $\delta_{img}^{85} = -6$  MHz za  $^{85}\text{Rb}$  i  $\delta_{img}^{87} = -15.6$  MHz za  $^{87}\text{Rb}$ .



Slika 4.2: Temperatura atoma  $^{85}\text{Rb}$  (crveno) i  $^{87}\text{Rb}$  (plavo) u ovisnosti o frekventnom odmaku moda češlja od rezonancije prijelaza odgovarajućeg izotopa. Početna temperatura iznosila je  $T_0^{87} = (260 \pm 10) \mu\text{K}$  za  $^{87}\text{Rb}$  i  $T_0^{85} = (210 \pm 20) \mu\text{K}$  za  $^{85}\text{Rb}$ . Iscrtkana linija označava Dopplerovu granicu temperature za  $^{85}\text{Rb}$  [11].

Sa slike 4.2 jasno se vidi isto ponašanje temperature u odnosu na promjenu spektra frekventnog češlja. Za sve frekvencije odmaka modova češlja od rezonancije, temperatura atoma  $^{87}\text{Rb}$  viša je u odnosu na temperaturu atoma  $^{85}\text{Rb}$ . Razlog tomu je viša početna temperatura atoma  $^{87}\text{Rb}$  te činjenica da vrijeme međudjelovanja češlja sa atomima nije bilo dovoljno dugo, odnosno da nije postignuto stacionarno stanje. U slučaju dužeg međudjelovanja frekventnog češlja sa atomima  $^{87}\text{Rb}$ , postigle bi se temperature jednake temperaturama postignutim za atome  $^{85}\text{Rb}$ .

Nadalje, za odmake modova češlja u crveno od rezonancije prijelaza pojedinog izotopa, izmjerene temperature oba izotopa su niže od početnih, odnosno imamo hlađenje optičkim frekventnim češljem. Kao što smo vidjeli u teorijskom uvodu, postignuta temperatura atoma je balans između hlađenja i grijanja. Kada je frekvencija lasera ugođena u crveno od atomskog prijelaza, za hlađenje je odgovorna radijativna sila, dok je za grijanje odgovorna difuzija. Ukoliko smo dovoljno daleko od rezonancije prijelaza atoma, temperature atoma iznosom teže početnim temperaturama, dok je za manje frekventne odmake od rezonancije efekt hlađenja veći te su postignute temperature niže od početnih temperatura atoma.

Minimalna temperatura postignuta je za  $\delta = -2.5$  MHz i iznosila je  $T_{min}^{85} = (137 \pm 10) \mu\text{K}$  za  $^{85}\text{Rb}$  i  $T_{min}^{87} = (167 \pm 4) \mu\text{K}$  za  $^{87}\text{Rb}$ . Dopplerova temperatura iznosi  $T_D^{85} = 145.57 \mu\text{K}$  za  $^{85}\text{Rb}$  [11], čime izmjerena minimalna temperatura tog izotopa, unutar greške, odgovara hlađenju do Dopplerove temperature. Izmjerena minimalna temperatura atoma  $^{87}\text{Rb}$  nešto je viša od njegove Dopplerove temperature,  $T_D^{87} = 146 \mu\text{K}$  [12], što je posljedica njihove više početne temperature. Frekventni odmak modova češlja od rezonancija za koju su dobivene minimalne temperature atoma odgovara odmaku od  $\delta = -0.41\Gamma$  od rezonancije prijelaza, što je dosta dobro slaganje sa teorijski očekivanom vrijednošću od  $\delta = -\Gamma/2$ . Daljnjim približavanjem rezonanciji, atomi prolaze kroz sve više apsorpcija/spontana emisija ciklusa što za posljedicu ima veću difuziju, odnosno manji efekt hlađenja i više konačne temperature atoma.

Prelaskom preko rezonancija, modovi frekventnog češlja ugađaju se u plavo od rezonancije prijelaza atoma  $^{85}\text{Rb}$ , odnosno  $^{87}\text{Rb}$  ( $\delta > 0$ ). Radijativna sila koja djeluje na atome, dodatno ih akcelerira, odnosno zagrijava, čime se njihove temperature sve više povećavaju i prelaze na vrijednosti više od početnih temperatura. Za  $\delta = +2$  MHz postižu se maksimalne temperature atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ , nakon čega daljnjim ugađanjem modova češlja u plavo od rezonancija atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$   $\delta$  frekventni

odmak postaje prevelik te temperatura oba izotopa pada i približava se početnoj temperaturi.

Dakle, mjerenjima je pokazano da se istovremenim ugađanjem dva moda optičkog frekventnog češlja u crveno od rezonantnih prijelaza atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ , istovremeno mogu ohladiti navedeni atomi. Drugim riječima, može se zaključiti da je moguće istovremeno ohladiti dvije vrste atoma optičkim frekventnim češljem.

#### 4.2.2 Vrijeme međudjelovanja optičkog frekventnog češlja sa atomima

Za kraj, izmjerena je temperatura atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  u ovisnosti o vremenu trajanja međudjelovanja frekventnog češlja sa atomima  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ . Za frekventni odmak moda češlja od rezonantnog prijelaza pojedinog izotopa izabran je  $\delta = -4$  MHz. Snage lasera za hlađenje  $P_{cool}$  i lasera za naseljavanje  $P_{rep}$  izmjerene na izlazu iz optičkih vlakana te odabrani parametri prve i druge faze hlađenja za pojedini izotop rubidija nalaze se u tablici 4.2.

izotop	$P_{cool}/(\text{mW})$	$P_{rep}/(\text{mW})$	$\delta_1/(\text{MHz})$	$\delta_2/(\text{MHz})$	$t_1/(\text{ms})$	$t_2/(\text{ms})$
$^{87}\text{Rb}$	34	1.4	-20	-17	1300	0.1
$^{85}\text{Rb}$	27	2.5	-10	-7.5	1300	0.1

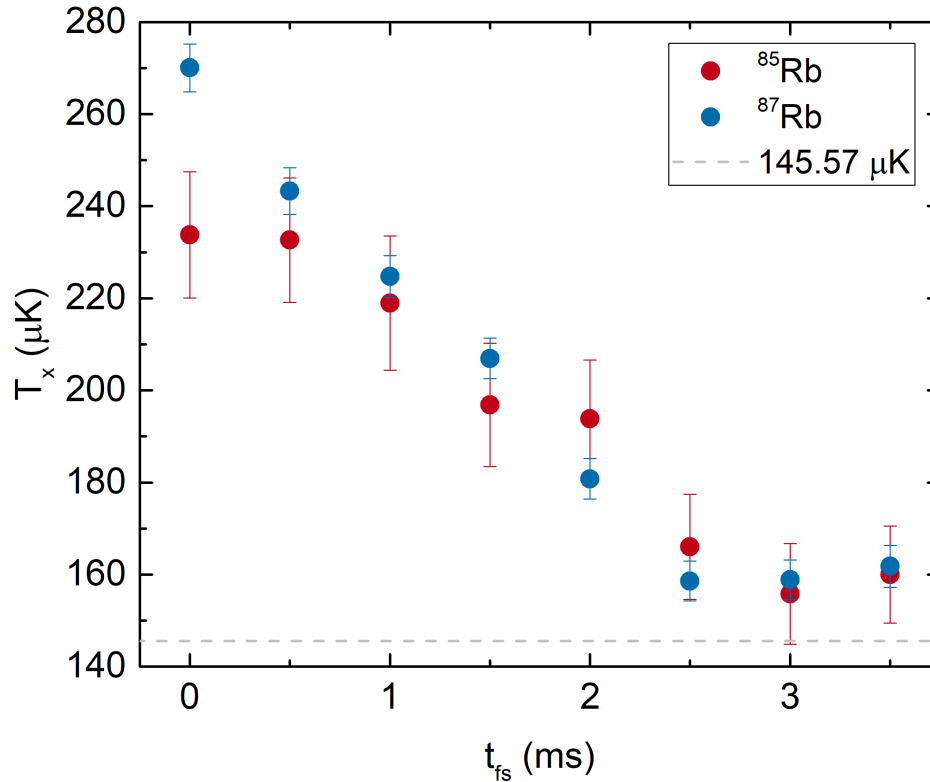
Tablica 4.2: Snage lasera za hlađenje i lasera za naseljavanje, te odabrani parametri prve i druge faze hlađenja korišteni pri pripremi sustava atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  za hlađenje optičkim frekventnim češljem prikazanim na slici 4.3.

Ovako ugođene početne temperature atoma iznosile su  $T_0^{85} = (234 \pm 13) \mu\text{K}$  za  $^{85}\text{Rb}$  i  $T_0^{87} = (270 \pm 5) \mu\text{K}$  za  $^{87}\text{Rb}$ .

Vrijeme međudjelovanja mijenjano je od 0 do 3.5 ms u koracima od 0.5 ms, a izmjerene temperature prikazane su na slici 4.3. Vrijeme slobodne ekspanzije atoma je stoga varirano od 9 – 14 ms (za  $t_{fs} = 0$  ms) do 5.5 – 10.5 ms (za  $t_{fs} = 3.5$  ms). Vrijeme ekspozicije iznosilo je  $t_{img} = 0.15$  ms, a odmaci frekvencije lasera za hlađenje od atomskog prijelaza pojedinog atoma pri slikanju fluorescencije iznosili su  $\delta_{img}^{85} = -6$  MHz za  $^{85}\text{Rb}$  i  $\delta_{img}^{87} = -15.6$  MHz za  $^{87}\text{Rb}$ .

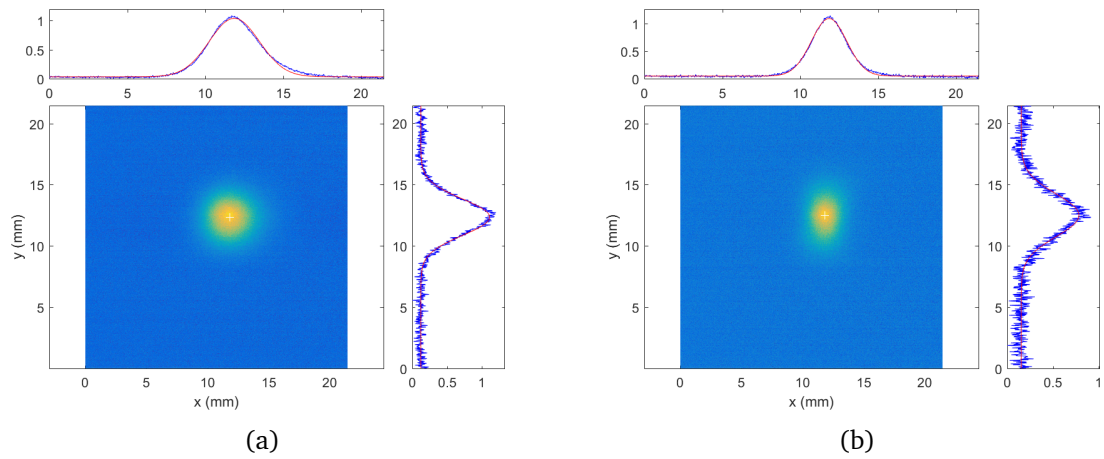
Iz mjerenja je vidljivo da temperatura oba izotopa u ovisnosti o trajanju hlađenja optičkim frekventnim češljem slijedi isti trend. Naime, atomi se više hlade kako je vrijeme trajanja međudjelovanja sa češljem duže te se njihova temperatura približava

Dopplerovoj temperaturi. Nakon hlađenja češljem u trajanju od nekoliko milisekundi, vidimo da se temperatura više gotovo i ne mijenja.



Slika 4.3: Temperatura atoma  $^{87}\text{Rb}$  (plavo) i  $^{85}\text{Rb}$  (crveno) u ovisnosti o vremenu trajanja međudjelovanja femtosekundnog lasera sa atomima  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ . Početna temperatura iznosila je  $T_0^{87} = (270 \pm 5) \mu\text{K}$  za  $^{87}\text{Rb}$  i  $T_0^{85} = (234 \pm 13) \mu\text{K}$  za  $^{85}\text{Rb}$ . Iscrtkana linija označava Dopplerovu granicu temperature za  $^{85}\text{Rb}$  [11].

Radi potpunosti, na slici 4.4 prikazana je fluorescencija oblaka  $^{85}\text{Rb}$  dobivenog (a) postavljanjem magneto-optičke stupice za vrijeme ekspanzije od 9 ms i (b) međudjelovanjem sa frekventnim češljem u trajanju od  $t_{fs} = 3$  ms za vrijeme ekspanzije od 6 ms. Očito je da je oblak u drugom slučaju spljošten u x smjeru. Razlog je što dvije suprotno propagirajuće femtosekundne zrake smanjuju brzine atoma u x smjeru te atomi efektivno pri slobodnoj ekspanziji vrše manji pomak u prostoru u tom smjeru. Kako femtosekundna zraka ne djeluje u y smjeru, brzine atoma su veće te je stoga i temperatura oblaka u y smjeru veća od one u x smjeru.



Slika 4.4: Flouescencija atomskog oblaka  $^{85}\text{Rb}$  dobivena (a) postavljanjem magneto-optičke stupice za vrijeme ekspanzije od 9 ms i (b) hlađenjem femtosekundnim laserom u trajanju od  $t_{fs} = 3$  ms za vrijeme ekspanzije od 6 ms. Svakoj slici pridružene su i pripadajuće Gaussove raspodjele. Slike flouescencije oblaka  $^{87}\text{Rb}$  imaju istu raspodjelu atoma u prostoru u oba slučaja.

## 5 Zaključak

Cilj ovog diplomskog rada bio je pokazati istovremeno hlađenje dvije vrste atoma,  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ , pomoću optičkog frekventnog češlja. Pripremljena je magneto-optička stupica za atome  $^{85}\text{Rb}$  te je preklopljena sa već postojećom magneto-optičkom stupicom atoma  $^{87}\text{Rb}$ . Atomi su najprije predhlađeni pomoću dvije faze hlađenja kontinuiranim laserima te je takav sustav korišten za daljnje pokazivanje hlađenja frekventnim češljem.

Frekventni češalj ugođen je na način da postoje modovi prikladni za pokazivanje hlađenja izotopa  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ . Izmjerene su temperature atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  za različite frekventne odmake modova frekventnog češlja od rezonantnih prijelaza tih atoma. Mjerenja su pokazala isto ponašanje temperatura za oba izotopa. Atomi su ohlađeni do Dopplerove temperature, a izmjerena je i njihova minimalna temperatura. Više temperature izmjerene za atom  $^{87}\text{Rb}$  posljedica su veće početne temperature te činjenice da se za odabrano trajanje interakcije frekventnog češlja ne postiže stacionarno stanje u slučaju tog izotopa. Dobiveni rezultati u skladu su s očekivanim ponašanjem temperatura za sve odmake frekventnih modova od rezonancija prijelaza atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ .

Izmjerena je temperatura atoma  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  u ovisnosti o vremenu trajanja međudjelovanja frekventnog češlja sa navedenim atomima. Rezultati su pokazali veće hlađenje atoma za duža vremena trajanja međudjelovanja sa češljem. Temperature atoma se približavaju Dopplerovoj temperaturi, a nakon hlađenja češljem u trajanju od nekoliko milisekundi, temperatura atoma se više gotovo i ne mijenja, odnosno postiže se stacionarno stanje.

Dobiveni rezultati pokazuju da je moguće istovremeno ohladiti dvije vrste atoma optičkim frekventnim češljem, odnosno da, pažljivim ugađanjem frekvencija, svaki mod češlja može imati ulogu kontinuiranog lasera u laserskom hlađenju.

# Dodaci

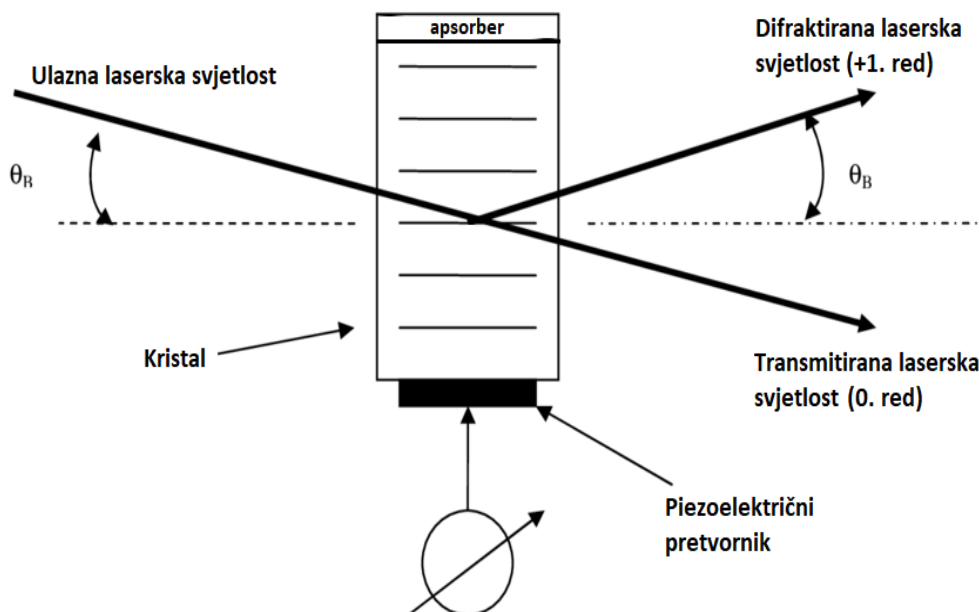
## Dodatak A Akusto-optički modulator

Akusto-optički modulator (eng. *acousto-optic modulator*), skraćeno AOM, je optički uređaj koji omogućuje mijenjanje snage, frekvencije i optičkog puta laserske zrake. Princip rada AOM-a temelji se na akusto-optičkom efektu stvaranja prostornih oscilacija indeksa loma transparentnog kristala (ili stakla) u prisutnosti zvučnog vala. Dakle, ključni element AOM-a je kristal (ili staklo) na čijem se jednom kraju nalazi piezoelektrični pretvornik. Dovođenjem snažnog oscilirajućeg električnog RF signala na piezoelektrični pretvornik, u kristalu se stvara zvučni val frekvencije  $f_{RF}$ , odnosno, naizmjenična područja zgušnjavanja i razrijeđenja koja dovode do kontinuirane periodične promjene indeksa loma kristala. Prolaskom laserske svjetlosti frekvencije  $f_L$  kroz AOM dolazi do Braggove difrakcije, zbog čega se akusto-optički modulator često naziva i Braggova ćelija. Prema Braggovom zakonu, kut loma svjetlosti određen je:

$$2\lambda_s \sin(\theta_B) = \frac{m\lambda_L}{n}, \quad (\text{A.1})$$

pri čemu je  $\lambda_L$  valna duljina laserske svjetlosti,  $\lambda_s$  valna duljina zvučnog vala,  $n$  indeks loma kristala, a  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  red difrakcije svjetlosti. Shematski prikaz loma svjetlosti pri prolasku kroz AOM nalazi se na slici A.1. Osim što mijenja kut širenja laserske zrake, difrakcijom se mijenja i njena frekvencija. Frekvencija laserskog zračenja nakon prolaska kroz AOM jednaka je  $f = f_L + mf_{RF}$ , što znači da promjenom električnog RF signala na piezoelektričnom pretvorniku mijenjamo frekvenciju lasera na izlazu iz AOM-a. Ukoliko je akusto-optički modulator postavljen tako da laserska zraka jednom prolazi kroz njega kažemo da je u *single-pass* konfiguraciji. Pri tome laserska zraka mijenja svoj optički put i frekvenciju.

Osim *single-pass* konfiguracije, u eksperimentu koristimo i tzv. *double-pass* konfiguraciju u kojoj laserska zraka prolazi kroz AOM, reflektira se od zrcala te vraća natrag kroz isti AOM. Na taj način izbjegnuta je promjena optičkog puta laserske zrake prilikom promjene njene frekvencije. Drugim riječima, *double-pass* konfiguracija kompenzira ogib laserske zrake te ju vraća u isti smjer koji je imala prije prvog prolaska kroz AOM. Ukupna frekvencija lasera u ovom slučaju iznosi  $f = f_L + 2mf_{RF}$ .



Slika A.1: Shematski prikaz rada akusto-optičkog modulatora. Piezoelektrični pretvornik stvara zvučni val na kojem se laserska svjetlost djelomično ogiba. Radi jednostavnosti prikazan je samo prvi red difrakcije. Preuzeto i prilagođeno iz [26].

Za kraj ovog dodatka, spomenimo da, iako to općenito nije primarna funkcija akusto-optičkog modulatora, pogodno ga je koristiti i za brzo prekidanje i puštanje laserske zrake. Naime, gašenjem RF signala na piezoelektričnom pretvorniku, ne stvara se više zvučni val te se zraka nema na čemu ogibati. Ostaje samo transmitirana zraka 0.redda koja ne prolazi kroz ostatak eksperimentalnog postava. Ponovnim paljenjem AOM-a, zraka se ponovo ogiba na zvučnom valu i prolazi kroz daljnje optičke elemente.

Više o akusto-optičkom modulatoru moguće je pronaći u [24] i [25].



## Bibliography

- [1] Službena stranica Nobelove nagrade - Metode hlađenja i zarobljavanja atoma, <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1997/summary/>
- [2] Službena stranica Nobelove nagrade - Metoda proučavanja kemijskih reakcija pomoću femtosekundne laserske spektroskopije, <https://www.nobelprize.org/prizes/chemistry/1999/summary/>
- [3] Službena stranica Nobelove nagrade - Bose Einsteinov kondenzat, <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2001/summary/>
- [4] Službena stranica Nobelove nagrade - Laserske tehnike spektroskopije, uključujući tehnike optičkog frekventnog češlja, <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2005/summary/>
- [5] Službena stranica Nobelove nagrade - Optičke pincete i njihova primjena u biologiji, te metode generiranja ultrakratkih optičkih pulseva visokog intenziteta, <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2018/summary/>
- [6] Cipriš, A. Hlađenje atoma optičkim frekventnim češljem. Diplomski rad, Zagreb : Prirodoslovno-matematički fakultet, 2017.
- [7] Foot, C. J. Atomic Physics. 1st ed. New York : Oxford University Press, 2005.
- [8] Metcalf, H. J. i van der Straten, P. Laser Cooling and Trapping. New York : Springer, 1999.
- [9] RP Photonics - Saturation Power, [https://www.rp-photonics.com/saturation\\_power.html](https://www.rp-photonics.com/saturation_power.html)
- [10] Dalibard, J.; Cohen-Tannoudji, C. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models // J. Opt. Soc. Am. B Vol. 6, 2023-2045(1989) <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1997/summary/>
- [11] Steck, D. A. Rubidium 85 D line data, <https://steck.us/alkalidata/rubidium85numbers.pdf>
- [12] Steck, D. A. Rubidium 87 D line data, <https://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.pdf>

- [13] Službena stranica Nobelove nagrade - Doprinos razvoju precizne laserske spektroskopije, uključujući tehniku optičkog frekventnog češlja , <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2005/summary/>
- [14] Šantić, N.; Buhin, D.; Kovačić, D.; Krešić, I.; Aumiler, D.; Ban, T. Cooling of atoms using an optical frequency comb // Scientific reports. Vol. 9, 2510(2019)
- [15] Kruljac, M. Koherentni efekti u hladnom atomskom plinu. Diplomski rad, Zagreb : Prirodoslovno-matematički fakultet, 2018.
- [16] Aumiler, D.; Ban, T. Simultaneous Laser Cooling of Multiple Species Using an Optical Frequency Comb // Phys. Rev. A 85, 063412 (2012).
- [17] Diels, J. C.; Rudolph, W. Ultrashort Laser Pulse Phenomena: Fundamentals, Techniques, and Applications on a Femtosecond Time Scale. 2nd ed. Academic Press, 2016
- [18] Milonni, P. W. Laser Physics. 2ns ed. New Jersey : Wiley, 2010.
- [19] Demtröder, W. Laser Spectroscopy. Vol. 2: Technology. 4th ed. Verlag Berlin Heidelberg : Springer, 2008.
- [20] Demtröder, W. Atoms, Molecules and Photons: An Introduction to Atomic, Molecular and Quantum-Physics. Verlag Berlin Heidelberg : Springer, 2006.
- [21] RP Photonics - Frequency combs, [https://www.rp-photonics.com/frequency\\_combs.html](https://www.rp-photonics.com/frequency_combs.html)
- [22] Träger, F. Handbook of Lasers and Optics, New York : Springer, 2007.
- [23] Buhin, D. Optomehanika hladnih atoma uzrokovana femtosekundnim laserskim zračenjem. Diplomski rad, Zagreb : Prirodoslovno-matematički fakultet, 2017.
- [24] RP Photonics - Acousto-optic Modulators, [https://www.rp-photonics.com/acousto\\_optic\\_modulators.html](https://www.rp-photonics.com/acousto_optic_modulators.html)
- [25] AA Opto-Electronic, <http://www.acoustooptic.com/>

- [26] Pacheco, G. M. Variable optical attenuator using double acousto-optic modulator, Conference paper. 2006. [https://www.researchgate.net/publication/260336819\\_Variable\\_optical\\_attenuator\\_using\\_double\\_acousto-optic\\_modulator](https://www.researchgate.net/publication/260336819_Variable_optical_attenuator_using_double_acousto-optic_modulator)
- [27] Petrinović, T. Izgradnja i karakterizacija optičkog pojačala za ultrastabilni diodnilaserski sustav. Seminarski rad. Zagreb : Prirodoslovno-matematički fakultet, 2020.
- [28] Protopopov, V. V. Laser Heterodyning, New York : Springer, 2009.
- [29] Puljić, I. Precizno ugađanje temperature u sustavu hladnih atoma rubidija. Seminarski rad. Zagreb : Prirodoslovno-matematički fakultet, 2020.
- [30] Nekić, N. Dinamika hladnih atoma rubidija zatočenih u magneto-optičkoj stupici. Diplomski rad, Zagreb : Prirodoslovno-matematički fakultet, 2014.
- [31] Školnik, G. Koherentna spektroskopija femtosekundnim frekventnim češljem. Diplomski rad, Zagreb : Prirodoslovno-matematički fakultet, 2008.
- [32] Šantić, N. Sintetička Lorentzova sila za neutralne hladne atome. Doktorski rad, Zagreb : Prirodoslovno-matematički fakultet, 2018.
- [33] RP Photonics - Polarization-maintaining Fibers, [https://www.rp-photonics.com/polarization\\_maintaining\\_fibers.html](https://www.rp-photonics.com/polarization_maintaining_fibers.html)
- [34] Buhin, D.; Kovačić, D.; Schmid, F; Kruljac, M; Vulić, V.; Ban, T.; Aumiler, D. Simultaneous dual-species laser cooling using an optical frequency comb // arXiv:2006.01547v1 (2020).