

# Ispitivanje narušenja Paulijeva principa traženjem X-zraka iz zabranjenih prijelaza u olovu

---

Filipašić, Marijana

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:863431>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-28**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Marijana Filipašić

ISPITIVANJE NARUŠENJA PAULIJEVA PRINCIPA  
TRAŽENJEM X-ZRAKA IZ ZABRANJENIH  
PRIJELAZA U OLOVU

Diplomski rad

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ  
FIZIKA; SMJER NASTAVNIČKI

**Marijana Filipašić**

Diplomski rad

**Ispitivanje narušenja Paulijeve  
principa traženjem X-zraka iz  
zabranjenih prijelaza u olovu**

Voditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Damir Bosnar

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2020.

Zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Damiru Bosnaru na strpljenju, pomoći, stručnom vodstvu i savjetima pri izradi diplomskog rada. Zahvaljujem doc. dr. sc. Maji Planinić pri pomoći oko metodičkog dijela ovog diplomskog rada.

Zahvaljujem prijateljima i kolegama na pomoći i podršci tijekom studiranja.

Zahvaljujem svojim roditeljima i sestri na potpori i razumijevanju za vrijeme mog studija.

## Sažetak

Paulijev princip isključenja zabranjuje da dva fermiona u istom kvantnom sustavu budu u istom stanju. Od izrazitog je značaja no njegov uzrok još uvijek nije objašnjen. Zbog njegovog značaja, postoji značajan interes za traženje narušenja tog principa čak i u maloj mjeri. Generalno, traženje narušenja Paulijevog principa može se odviti tako da se traže već postojeći atomi ili jezgre koje krše taj princip ili da se traže prijelazi koji bi kršili Paulijev princip. U ovom diplomskom radu traži se kršenje Paulijeva principa tako da se traže X-zrake koje bi bile karakteristične za zabranjeni prijelaz u olovu. Uz pomoć 2 HPGe detektora mjeri se spektar zračenja olova kroz koje se ne propušta struja i kroz koje se propušta struja. Ukupno vrijeme mjerenja za svaki tip mjerenja iznosi 874 h. Rezultati mjerenja se kalibriraju i zbrajaju. Oduzimaju se zbrojeni grafovi za mjerenja sa strujom i mjerenja bez struje. Očekivana razlika je oko nule no konačna razlika kod rađenih mjerenja nije u tom području te je potrebno ispitati zašto se konačna razlika ne slaže s predviđanjima. Limit za narušenje Paulijeva principa se zbog toga nije računao.

Ključne riječi: Paulijev princip isključenja. Narušenje Paulijeva principa isključenja. Fermi-Diracova statistika.

# Investigation of Pauli principle violation by searching X-rays from forbidden transitions in lead

## Abstract

The Pauli principle of exclusion forbids for two fermions to be in the same quantum state while there are in the same system. It has significant meaning, but his cause is still not explained. Because of his meaning there is a significant interest in searching for his violation even if it is in a small measure. Generally, search for Pauli principle violation can be done in two ways. There can be a search for atoms or cores that are already violating the principle or there can be a search for forbidden transition that violates the principle. In this dissertation, Pauli principle violation is sought by looking for X-rays that would be characteristic of the forbidden transition in lead. The radiation spectrum of lead through which current is not passed and through which current is passed is measured by using two HPGe detectors. Total measurement time for each type of measurement is 874 h. The measurement results are calibrated and summed. The summed graphs for measurements without current and with current are subtracted. The expected difference is around zero, but the final difference in the measurements is not in this area, so it is necessary to examine why the final difference does not agree with the predictions. The limit for Pauli principle violation was therefore not calculated.

Keywords: Pauli exclusion principle. Pauli principle violation. Fermi-Dirac statistics.

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Standardni model</b>	<b>3</b>
2.1	Fermioni . . . . .	4
2.1.1	Kvarkovi i antikvarkovi . . . . .	4
2.1.2	Leptoni i antileptoni . . . . .	5
2.2	Bozoni . . . . .	6
2.2.1	Fotoni . . . . .	7
2.2.2	Gluoni . . . . .	7
2.2.3	W i Z bozoni . . . . .	7
2.2.4	Higgsov bozon . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Paulijev princip isključenja</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Fermi-Diracova statistika</b>	<b>15</b>
<b>5</b>	<b>Eksperimentalna ispitivanja Paulijevog principa isključenja</b>	<b>17</b>
<b>6</b>	<b>Interakcija fotona sa materijom</b>	<b>23</b>
6.1	Fotoelektrični efekt . . . . .	25
6.2	Comptonso raspršenje . . . . .	29
6.3	Tvorba parova . . . . .	31
<b>7</b>	<b>Poluvodički detektor</b>	<b>33</b>
7.1	Vrpčasta struktura . . . . .	33
7.2	Izolatori, poluvodiči i metali . . . . .	35
7.3	Poluvodički germanijski detektori . . . . .	40
<b>8</b>	<b>Izvođenje ispitivanja narušenja Paulijevog principa isključenja</b>	<b>42</b>
8.1	Eksperimentalni postav i provođenje mjerenja . . . . .	43
8.2	Analiza podataka . . . . .	46
<b>9</b>	<b>Zaključak</b>	<b>52</b>

<b>10 Metodički dio - atomski spektri i uvod u Bohrov model atoma</b>	<b>53</b>
10.1 Očekivani ishodi . . . . .	55
10.1.1 Predmetni ishodi . . . . .	55
10.1.2 Međupredmetni ishodi . . . . .	56
10.2 Tijek nastavnog sata . . . . .	56
10.2.1 Uvodni dio . . . . .	56
10.2.2 Središnji dio sata . . . . .	59
10.2.3 Završni dio . . . . .	62
<b>Literatura</b>	<b>65</b>



# 1 Uvod

Paulijev princip isključenja posjeduje izrazito veliku važnost u znanosti. Uz njegovu pomoć objašnjava se ponašanje fermiona u istim sustavima. Fermioni su čestice polucijelobrojnog spina koje prema Paulijevom principu isključenja ne mogu zaposjednuti isto kvantno stanje. Wolfgang Pauli formulirao je Paulijev princip isključenja kako bi objasnio anomalni Zeemanov efekt kojeg je istraživao na primjeru dubletne strukture alkalijevih metala. Iako posjeduje velik značaj u znanosti on još nije objašnjen na elementarnoj razini. Dakle, ne može se objasniti uz pomoć općenitijih pretpostavki.

Zbog fundamentalne prirode Paulijevog principa isključenja, ispitivanja njegovog kršenja su od izričite važnosti. Prva razmišljanja o mogućnosti kršenja Paulijevog principa isključenja javila su se 1974. godine. [1] Važnu ulogu u istraživanjima kršenja Paulijevog principa isključenja igraju znanstvenici Ignatev i Kuzmin [2] koji su razvili model u kojem je uveden parametar  $\frac{\beta^2}{2}$  koji predstavlja vjerojatnost malog kršenja Paulijevog principa isključenja.

Postoje dva tipa eksperimenata koji bi mogli potvrditi postojanje kršenja Paulijevog principa isključenja. Eksperimenti koji traže stabilne atome ili jezgre čija struktura krši Paulijev princip isključenja ili eksperimenti koji traže zabranjene prijelaze koji krše Paulijev princip isključenja.

Eksperiment koji je izvođen u svrhu izrade ovog diplomskog rada spada u skupinu eksperimenata koji traže zabranjene prijelaze koji krše Paulijev princip isključenja. Eksperiment se bazira na tipu eksperimenta koji su izvodili Ramberg i Snow [3] koji je detaljnije pojašnjen u petom poglavlju.

Mjerenja analizirana u ovom radu su se izvodila na olovnoj pločici koja je bila okružena bakrenim šipkama koje vrše ulogu zaštite od pozadinskog zračenja. Mjerenja su se prvo izvodila na olovnoj pločici kroz koju ne protječe struja. Ukupno vrijeme mjerenja bilo je 874 h. Dalje su se izvodila mjerenja na olovnoj pločici kroz koju se propuštala struja od otprilike 50 A i s istim ukupnim vremenom mjerenja. Svrha propuštanja struje kroz olovnu pločicu je u tome da se u sustav dovode novi

elektroni. Uz pomoć detektora tražila se emisija X-zraka koje su zabranjene Paulijevim principom isključenja. Dobivena mjerenja se zatim koriste u obradi podataka. Narušenje se traži u blizini područja atomskog prijelaza u najniže stanje.

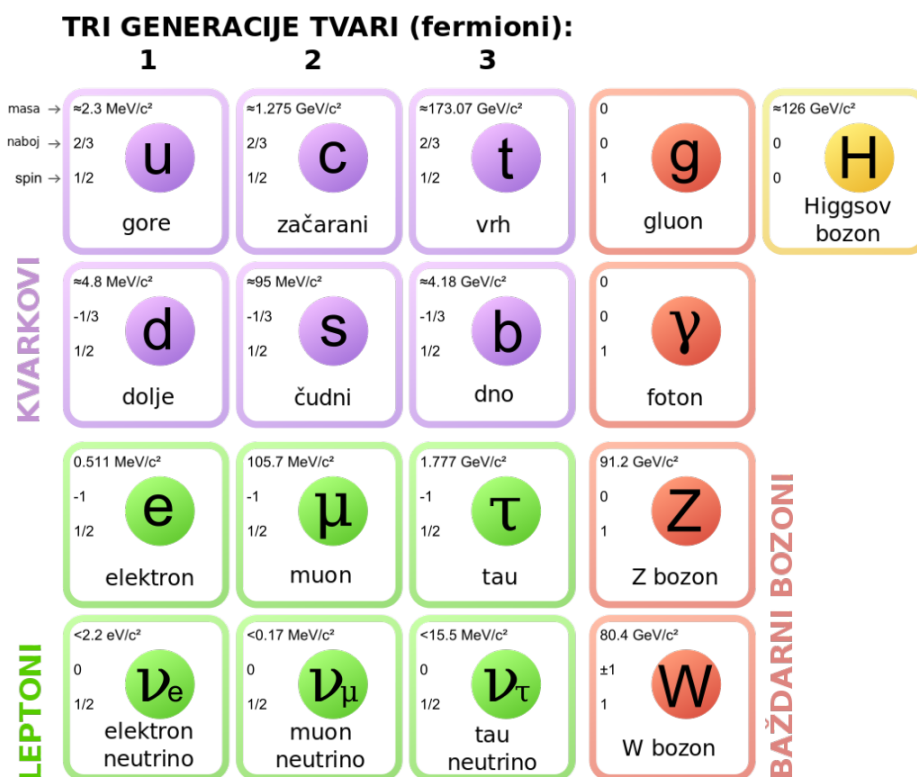
Diplomski rad podijeljen je u deset dijelova. U drugom poglavlju ukratko je objašnjen standardni model. Opisana je podjela čestice na fermione i bozone i navedene su neke njihove bitne karakteristike. U trećem poglavlju detaljnije je objašnjen Paulijev princip isključenja i opisan je njegov povijesni značaj. U četvrtom poglavlju ukratko je opisana Fermi-Diracova statistika koja je posljedica ideje Paulijevog principa isključenja. U petom poglavlju opisana je povijest traženja kršenja Paulijevog principa isključenja. Opisani su i također bitni modeli i eksperimenti na kojima se bazira i eksperiment koji je proveden u svrhu izrade ovog diplomskog rada. U šestom poglavlju opisana je interakcija fotona s materijom koja je bitna za razumijevanje rada detektora. U sedmom poglavlju opisan je princip rada poluvodičkih detektora. U osmom poglavlju je opisan postupak izvođenja ovog eksperimenta te proces analize podataka i konačni rezultati. Diplomski rad završava s metodičkim dijelom u kojem je opisana nastavna priprema za atomske spektre.

## 2 Standardni model

Standardni model je naziv za teoriju u čestičnoj fizici koja organizira sve poznate čestice. Objašnjava elektromagnetsko, slabo i jako međudjelovanje, ali ne i gravitacijsko.

U standardnom modelu, bitan kriterij podjele među česticama je njihov spin, koji predstavlja unutrašnju kutnu količinu gibanja čestice. Radi se o isključivo kvantnom svojstvu čestice te su njegove vrijednosti kvantizirane. Uz pomoć spina, vrši se podjela svih čestica u dvije grupe: fermione i bozone. Fermioni su čestice sa polucjelobrojnim spinom, dok su bozoni čestice s cjelobrojnim spinom. [4]

Unatoč razlici u spinu, fermioni i bozoni dijele velik broj sličnosti: mogu biti elementarne čestice ili složene čestice, mogu biti nabijeni ili neutralni, imaju širok raspon masa, interagiraju slabim, jakim i elektromagnetskim međudjelovanjem.



Slika 2.1: Podjela elementarnih čestica prema standardnom modelu. Slika preuzeta iz [5]

## 2.1 Fermioni

Fermioni su čestice polucijelobrojnog spina koje slijede Fermi-Diracovu statistiku. Postoji sveukupno 24 elementarna fermiona. Oni se dijele na kvarkove i leptone. Postoji 6 kvarkova i 6 antikvarkova te 6 leptona i 6 antileptona.

Čestice sastavljene od većeg broja fermiona (hadroni, jezgre i atomi) mogu također biti fermioni. Primjer takvih čestica su protoni i neutroni. Oni pripadaju skupini čestica koje se nazivaju barioni koji su sastavljeni od 3 kvarka.

### 2.1.1 Kvarkovi i antikvarkovi

Kvarkovi i antikvarkovi su elementarne čestice (ili antičestice) sa spinom  $\frac{1}{2}$  što ih čini fermionima. Radi se o česticama koje su uvijek sastavni dijelovi hadrona te u prirodi nije zapaženo postojanje samostalnih kvarkova i antikvarkova. Čestice koje se opažaju uvijek su nenabijene ili imaju naboj +1, -1, +2, -2, dok kvarkovi i antikvarkovi imaju naboj  $+\frac{1}{3}$ ,  $-\frac{1}{3}$ ,  $+\frac{2}{3}$ ,  $-\frac{2}{3}$ . Kvarkovi i antikvarkovi su grupirani u tri generacije. Njihova podjela je vidljiva na tablici 2.1. Kvarkovi viših generacija su masivniji od kvarkova nižih generacija.

	Ime	Oznaka	Naboj (e)	Antičestica
Prva generacija	Gornji	u	$-\frac{1}{3}$	$\bar{u}$
	Donji	d	$+\frac{2}{3}$	$\bar{d}$
Druga generacija	Čarobni	c	$-\frac{1}{3}$	$\bar{c}$
	Strani	s	$+\frac{2}{3}$	$\bar{s}$
Treća generacija	Vršni	t	$-\frac{1}{3}$	$\bar{t}$
	Dubinski	b	$+\frac{2}{3}$	$\bar{b}$

Tablica 2.1: Kvarkovi

Jedno od bitnih svojstava kvarkova je njihov barionski broj koji preostaje očuvan u svim reakcijama. Svi kvarkovi imaju barionski broj iznosa  $\frac{1}{3}$ , dok on kod antikvarkova iznosi  $-\frac{1}{3}$ .

Kako bi se objasnila činjenica da ne postoje slobodni kvarkovi u prirodi, dodeljeni su im "naboji boje". Kvarkovi mogu biti "crveni", "zeleni" ili "plavi", dok su antikvarkovi "anticrveni", "antizeleni" ili "antiplavi". Ustanovljeno je pravilo da je u

prirodi moguće samostalno postojanje samo neutralne "bijeke boje" koju je moguće dobiti kombinacijom crvene, zelene i plave boje, njihovih antiboja ili kombinacijom boje i njene antiboje.

### 2.1.2 Leptoni i antileptoni

Leptoni i antileptoni elementarne su čestice (ili antičestice) sa spinom  $\frac{1}{2}$  što ih čini fermionima. Za razliku od kvarkova, u prirodi su opaženi samostalni leptoni. Leptoni i antileptoni ne sudjeluju u jakom međudjelovanju, ali su zato česti sudionici slabih međudjelovanja te sudjeluju i u elektromagnetskoj interakciji. Leptoni se dijele u tri generacije. Leptoni viših generacija su masivniji te su manje stabilni. U svakoj od generacija nalaze se četiri čestice.

Generacija	Lepton		Antilepton		Masa	
	<i>nabijeni</i>	<i>neutralni</i>	<i>nabijeni</i>	<i>neutralni</i>	<i>nabijeni</i>	<i>neutralni</i>
<b>Elektron</b>	$e^-$	$\nu_e$	$e^+$	$\bar{\nu}_e$	$0,511 \frac{MeV}{c^2}$	$< 14 \frac{eV}{c^2}$
<b>Mion</b>	$\mu^-$	$\nu_\mu$	$\mu^+$	$\bar{\nu}_\mu$	$105,66 \frac{MeV}{c^2}$	$< 0,25 \frac{MeV}{c^2}$
<b>Tau</b>	$\tau^-$	$\nu_\tau$	$\tau^+$	$\bar{\nu}_\tau$	$1784 \frac{MeV}{c^2}$	$< 35 \frac{MeV}{c^2}$

Tablica 2.2: Tri generacije leptona i antileptona

U tablici 2.2 vidljivo je da čestice i njihove antičestice imaju jednaku masu, dok smo prethodno naveli da imaju identične spinove. One se razlikuju po naboju pa se u tablici može vidjeti da leptoni koji posjeduju naboj su uvijek negativno nabijeni dok su antileptoni koji posjeduju naboj uvijek pozitivno nabijeni.

Elektroni, mioni i tau čestice su po svojim svojstvima vrlo slični. Jedna od važnih razlika među njima je u njihovoj masi. Tau čestice su najmasivnije dok su elektroni najlakši. Međutim, razlika u masama nije jedina razlika među tim česticama. Poznato je da se teži leptoni raspadaju u lakše, a kad bi se razlikovali samo po masi u prirodi opažavao bi se raspad:

$$\mu \rightarrow e + \gamma$$

Pretpostavlja se da leptoni posjeduju neko unutarnje svojstvo, koje se naziva leptonskim brojem te je to svojstvo očuvano u velikom broju reakcija. Svaka genera-

	Elektronski broj $L_e$	Mionski broj $L_\mu$	Tau broj $L_\tau$
<b>Elektron</b>	1	0	0
<b>Elektronski neutrino</b>	1	0	0
<b>Mion</b>	0	1	0
<b>Mionski neutrino</b>	0	1	0
<b>Tau</b>	0	0	1
<b>Tau neutrino</b>	0	0	1

Tablica 2.3: Vrijednosti leptonskih brojeva za leptone

cija posjeduje svoj leptonski broj, elektronski, mionski i tauonski koji moraju ostati jednaki prije i poslije reakcije. Vrijednosti pojedinih leptonskih brojeva za leptone vidljive su u tablici 2.3, a za antileptone u tablici 2.4

	Elektronski broj $L_e$	Mionski broj $L_\mu$	Tau broj $L_\tau$
<b>Pozitron</b>	-1	0	0
<b>Pozitronski neutrino</b>	-1	0	0
<b>Antimion</b>	0	-1	0
<b>Antimionski neutrino</b>	0	-1	0
<b>Antitau</b>	0	0	-1
<b>Antitau neutrino</b>	0	0	-1

Tablica 2.4: Vrijednosti leptonskih brojeva za antileptone

## 2.2 Bozoni

Bozoni su čestice s cjelobrojnim spinom koje slijede Bose-Einsteinovu statistiku. U skupini bozona se nalaze neke elementarne čestice, kao i neke složene čestice. Primjermi elementarnih bozona su fotoni, gluoni, W i Z bozon, Higgsov bozon. Pretpostavlja se još i postojanje gravitona kao elementarne čestice čije postojanje još nije detektirano, čija uloga bi bila prenošenje gravitacijskog međudjelovanja. Primjeri složenih bozona su mezoni. Radi se o skupini čestica koje pripadaju skupini hadrona. Mezoni su sastavljeni od jednog kvarka i jednog antikvarka. U skupini hadrona nalaze se i barioni koji su složene čestice s neparnim brojem kvarkova zbog čega imaju i polucjelobrojan spin i klasificiraju se kao fermioni.

### 2.2.1 Fotoni

Fotoni su čestice koje pripadaju skupini baždarnih bozona koji vrše ulogu prijenosnika interakcija. Oni su nositelji elektromagnetske interakcije. Njom međudjeluju čestice koje posjeduju električni naboj. Čestice s istoimenim nabojem se odbijaju, dok se čestice s raznoimenim nabojem privlače. Sami fotoni ne posjeduju naboj zbog čega oni ne osjećaju djelovanje elektromagnetske sile. Nadalje, radi se o česticama bez mase te se oni kao posljedica toga uvijek gibaju brzinom svjetlosti. Pojavu elektromagnetske sile uzrokuju prenošenjem energije i impulsa.

### 2.2.2 Gluoni

Gluoni su također čestice koje pripadaju skupini baždarnih bozona. Radi se o nositeljima jake interakcije. Njom međudjeluju kvarkovi koji se nalaze u nukleonima atoma i ona je zaslužna za zadržavanje jezgre atoma na okupu. Gluoni su čestice koje nose boju (crvenu, zelenu ili plavu) i antiboju (anticrvenu, antizelenu ili antiplavu) te postoji osam vrsta gluona. Interagiraju s kvarkovima i drugim gluonima uz pomoć naboja boje.

### 2.2.3 W i Z bozoni

W i Z bozoni pripadaju skupini baždarnih bozona. Radi se o nositeljima slabe interakcije. Njom međudjeluju i kvarkovi i leptoni, a posljedica njenog djelovanja je raspad težih kvarkova i leptona u lakše kvarkove i leptone. W i Z bozoni su masivne čestice sa spinom iznosa  $s=1$ . W bozoni su čestice s nabojem, dakle postoji  $W^+$  i  $W^-$  te su si oni međusobno jedan drugome antičestica. Z bozon ne posjeduje naboj te je sam sebi antičestica. Pojavu slabe sile uzrokuju prijenosom spina, količine gibanja i energije na drugu česticu. W bozoni također uzrokuju i promjenu naboja čestica.

### 2.2.4 Higgsov bozon

Higgsov bozon je elementarna čestica od iznimne važnosti jer dokazuje postojanje Higgsovog polja koji je jedan od najjednostavnijih mehanizama za lomljenje elek-

troslabe simetrije i način na koji elementarne čestice dobivaju svoju masu. Radi se o čestici iznimno velike mase koja je električki neutralna i sama je sebi antičestica. Postojanje Higgsovog bozona je potvrđeno 2012. godine promatranjem sudara protona u Velikom hadronskom sudarivaču u CERN-u. [6]



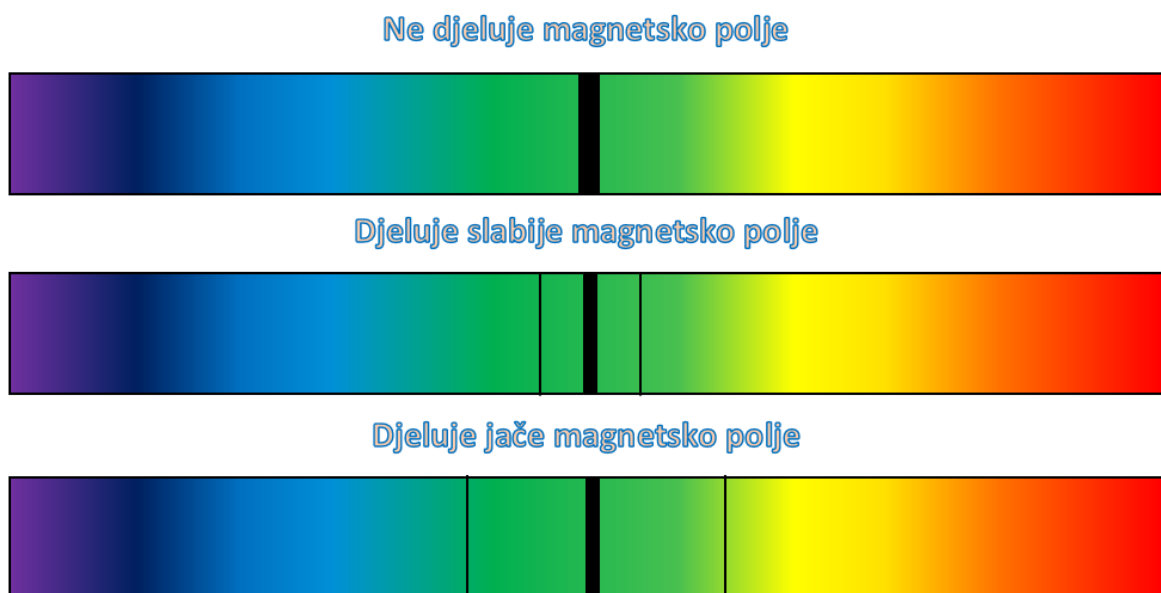
### 3 Paulijev princip isključenja

Paulijev princip isključenja postuliran je 1925. godine. [7] Prema Paulijevom principu dva fermiona koja se nalaze u istom kvantnom sustavu ne mogu imati jednake sve kvantne brojeve. Postulirao ga je austrijski znanstvenik Wolfgang Ernst Pauli. Igrao je veoma bitnu ulogu u razvoju ideje o građi atoma. U razdoblju kada je postulat predložen, znanstvenici su pretpostavljali da Bohrovi postulati, prema kojima elektroni u atomu okupiraju točno određena stacionarna stanja te prilikom emisije ili apsorpcije fotona, elektroni vrše kvantne skokove između tih stanja, vrijede za sve atome. Pauli je igrao ključnu ulogu u stvaranju kvantne teorije koja vrijedi još i danas. Kako bi se objasnio značaj Paulijevog principa isključenja u objašnjenju građe atoma, potrebno je prvo razjasniti pojam kvantnih brojeva.

Prilikom kruženja elektrona oko jezgre, moguće je odrediti vjerojatnosti da se elektron nalazi u nekim položajima, ali nikako nije moguće odrediti njegov točan položaj unutar atoma. Iako nije moguće odrediti detalje putanje elektrona u jezgri, on ima određenu energiju, određenu količinu gibanja i određenu os orbitalnog gibanja. Kako se radi o vrijednostima koje je moguće utvrditi, njima se mogu pridodati numeričke vrijednosti zbog čega postoji broj za određeno energijsko stanje, broj za kutnu količinu gibanja i broj za orijentaciju kutne količine gibanja. Kako se radi o kvantiziranim vrijednostima, pridodani brojevi su također kvantizirani. Energijska stanja su opisana kvantnim brojem koji se naziva glavni kvantni broj. On se označava slovom  $n$  i ima raspon veličina od 1 do broja ljuske u kojoj se nalazi posljednji vanjski atom ( $n=1,2,\dots$ ). Kutna količina gibanja je opisana kvantnim brojem koji se naziva orbitalni kvantni broj. On se označava slovom  $l$  i ima raspon veličina od 0 do  $n-1$ . Dakle, primjerice za  $n=4$ ,  $l$  može imati vrijednosti  $l=0,1,2,3$ . U kemiji i spektroskopiji,  $l=0$  se zove s orbitala,  $l=1$  je p orbitala,  $l=2$  je d orbitala i  $l=3$  je f orbitala. Orijetacija spina osi orbitalnog gibanja je opisana kvantnim brojem koji se naziva magnetski orbitalni kvantni broj. On se označava s oznakom  $m_l$  i ima raspon veličina od  $-l$  do  $l$ . Dakle, primjerice za  $l=2$ ,  $m_l$  može imati vrijednosti  $m_l = -2, -1, 0, 1, 2$ .

Pauli je zaslužan za uvođenje četvrtog kvantnog broja koji se zove magnetni spinski kvantni broj i označava se oznakom  $m_s$ . U vremenu kada je postuliran Paulijev

princip isključenja, bilo je zaključeno da se elektroni nalaze u ljuskama i da su njihova gibanja mogu u potpunosti opisati pomoću tri kvantna broja. No, nije bilo objašnjenja zašto prva ljuska sadrži dva elektrona, a druga osam. Princip isključenja je formulirao kada je pokušavao objasniti anomalni Zeemanov efekt. Zeemanov efekt može se uočiti promatranjem emisijskog spektra nekog elementa koji se nalazi u magnetskom polju. U takvim uvjetima dolazi do interakcije magnetskog polja i orbitalne kutne količine gibanja što uzrokuje pomicanje energetskih razina i cijepanje spektralne linije. U normalnom Zeemanovom efektu, novonastale linije su sve jednakog razmaka. Primjer je moguće vidjeti na slici 3.1.



Slika 3.1: Demonstracija Zeemanovog efekta. Bez djelovanja magnetskog polja postoji samo jedna spektralna linija. Kada se promatra dani element u magnetskom polju spektralna linija se dijeli na 3 linije međusobno jednakog razmaka; centralna linija se nalazi u jednakom položaju kao i linija koja postoji bez djelovanja magnetskog polja. Pojačavanjem jačine magnetskog polja povećava se razmak između linija.

Pauli je istraživao anomalni Zeemanov efekt na primjeru dubletne strukture alkalijskih metala. Primjer razdiobe na slici 3.2. Napisao je članak u kojem opovrgava Bohrovu teoriju za nastajanje dubleta u kojoj on tvrdi da postoji kutna količina gibanja zatvorene ljuske. Pauli postulira da umjesto kutne količine gibanja zatvorene ljuske, potrebno je uvesti novo kvantno svojstvo za elektrone koje ima dvostruku vrijednost. Posljedično se dolazi i do objašnjenja brojeva elektrona u ljuskama. [7]

## Natrijev dublet



### Bez prisustva magnetskog polja



### U prisustvu magnetskog polja

Slika 3.2: Prikaz anomalnog Zeemanovog efekta.

Značenje četvrtog kvantnog broja su interpretirali Samuel Goudsmit i George Uhlenbeck. Prema njima, on indicira da se elektron rotira te da taj spin ima vrijednost  $\frac{1}{2}\hbar$  ( $\hbar$  je reducirana Planckova konstanta koje je definirana kao:  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ). Tada četvrti kvantni broj koji može poprimiti samo dvije vrijednosti označava dvije moguće orijentacije spina. Može biti orijentiran prema gore ili prema dolje. Uvođenjem elektronskog spina, anomalni Zeemanov efekt se sada shvaća kao normalan Zeemanov efekt jer je otkrivena još jedna dodatna interakcija magnetskog polja, sada sa spinom elektrona što stvara dodatne pomake u energiji.

Ime	Oznaka	Značenje	Raspon veličina
Glavni kvantni broj	$n$	ljuska	$1 \leq n$
Orbitalni kvantni broj	$l$	podljuska	$0 \leq l \leq n - 1$
Magnetni orbitalni kvantni broj	$m_l$	pomak energije	$-l \leq m_l \leq l$
Magnetni spinski kvantni broj	$m_s$	spin	$-s, s$

Tablica 3.1: Podjela kvantnih brojava

Iako ga je postulirao, sam Pauli nije mogao ponuditi objašnjenje zašto je princip isključenja baš takav kakav jest: [8]

” Already in my original paper I stressed the circumstance that I was unable to give a logical reason for the exclusion principle or to deduce it from more general assumptions. I had always the feeling and I still have it today, that this is a deficiency. Of course in the beginning I hoped that the new quantum mechanics, with the help of which it was possible to deduce so many half-empirical formal rules in use at that time, will also rigorously deduce the exclusion principle. Instead of it there was for electrons still an exclusion: not of particular states any longer, but of whole classes of states, namely the exclusion of all classes different from the antisymmetrical one. The impression that the shadow of some incompleteness [falls] here on the bright light of success of the new quantum mechanics seems to me unavoidable.”

Richard Feynman, koji je poznat po svojim intuitivnim objašnjenjima pojmova iz fizike za Paulijev princip isključenja, izjavio je: [9]

”... Why is it that particles with half-integral spin are Fermi particles (...) whereas particles with integral spin are Bose particles (...)? We apologize for the fact that we can not give you an elementary explanation. An explanation has been worked out by Pauli from complicated arguments from quantum field theory and relativity. He has shown that the two must necessarily go together, but we have not been able to find a way to reproduce his arguments on an elementary level. It appears to be one of the few places in physics where there is a rule which can be stated very simply, but for which no one has found a simple and easy explanation. (...) This probably means that we do not have a complete understanding of the fundamental principle involved. For the moment, you will just have to take it as one of the rules of the world.”

U ranim začecima kvantne mehanike, Heisenberg i Dirac bavili su se primjenom kvantne mehanike na sustav u kojem se nalazi veliki broj čestica. Paulijev princip isključenja uspjeli su dobiti kao posljedicu asimetrije Schrödingerove valne jednadžbe. Po prvi puta je izvršena konstrukcija asimetrične valne jednadžbe za velik broj elektrona. Zaključeno je da takve funkcije ne dozvoljavaju da dvije čestice posjeduju isto stanje.

Heisenberg je konstruirao N-elektronsku valnu jednadžbu uz pomoć operatora antisimetrizacije [10] [11]:

$$\hat{A}_N = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_P (-1)^p P \quad (3.1)$$

P prolazi preko N! permutacija N čestica, p je paritet permutacije P primijenjen na antisimetrizirani produkt jednoelektronske valne funkcije.

1926. godine Dirac predstavlja generalni oblik reprezentacije elektronske valne jednadžbe. [12] 1929. godine Slater uključuje spinsku funkciju u determinantu zbog svrhe računa atomskih multiplleta. [13] U Slaterovim determinantama broj elektrona je  $N=r$ :

$$\Psi_{n_1 n_2 \dots n_r}(1, 2, \dots, r) = \begin{vmatrix} \psi_{n_1}(1) & \psi_{n_1}(2) & \dots & \psi_{n_1}(r) \\ \psi_{n_2}(1) & \psi_{n_2}(2) & \dots & \psi_{n_2}(r) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{n_r}(1) & \psi_{n_r}(2) & \dots & \psi_{n_r}(r) \end{vmatrix} \quad (3.2)$$

$\psi_{n_1}$  predstavlja jednoelektronsku valnu funkciju.

U kvantnoj mehanici, ograničenje na ukupan broj elektrona unutar sustava je uvedeno zabranom na sve moguće tipove permutacijske simetrije elektronske valne jednadžbe osim asimetrične.

Fowler je bio prvi koji je primijenio Paulijev princip isključenja u astrofizici. [14] Uz pomoć Paulijevog principa isključenja objasnio je strukturu bijelih patuljaka. Njihova prosječna gustoća je  $10^6$  puta veća od prosječne gustoće sunca te se je u to vrijeme bilo nejasno zašto se toliko gusti objekti pri niskim temperaturama ne uruše. Pokazao je da prilikom kompresije bijelih patuljaka dolazi do povećanja unutrašnjeg elektronskog tlaka što je posljedica Paulijevog principa isključenja.

Prilikom analize podataka svih do tada otkrivenih čestica, došlo se do zaključka kako se sve čestice mogu razdijeliti na samo dva tipa permutacijske simetrije; mogu biti simetrične ili antisimetrične. Posljedično, dozvoljeno je da se Paulijev princip

isključenja primjeni ne samo na elektrone, već na cijelu skupinu elementarnih fermiona. Ehrenfest i Oppenheimer su pokazali kako se i složene čestice također mogu razdijeliti na samo dva tipa permutacijske simetrije zbog čega i za njih vrijedi tvrdnja: Jedina moguća stanja sustava identičnih čestica spina su ona za koje se ukupna valna funkcija transformira nakon razmjene bilo koje dvije čestice kao:

$$P_{ij}\Psi(1, \dots, i, \dots, j, \dots, N) = (-1)^{2s}\Psi(1, \dots, i, \dots, j, \dots, N) \quad (3.3)$$

Dakle, simetrična za cjelobrojne vrijednosti  $s$  i antisimetrična za polucjelobrojne vrijednosti  $s$ .

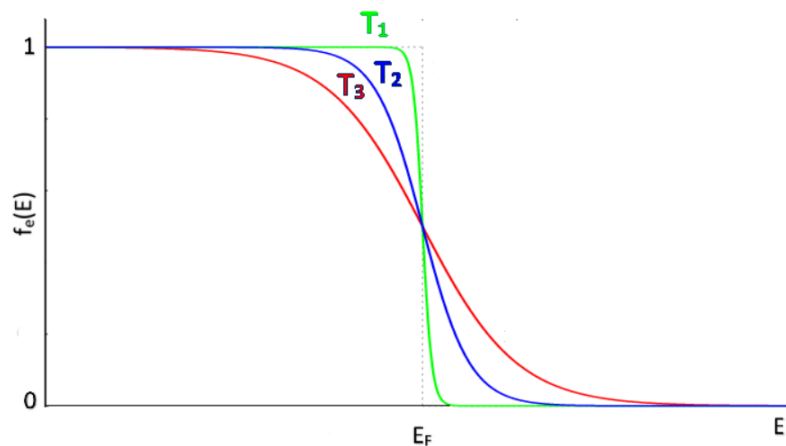
U samom atomu, postoji više vrsta fermiona što nam pomaže u shvaćanju da Paulijev princip isključenja vrijedi samo za identične fermione. Naime, u jezgri atoma nalaze se protoni i neutroni koji su oba fermioni. 1948. godine shvaćeno je da su protoni i neutroni također organizirani u ljuske unutar jezgre. Činjenicu da Paulijev princip isključenja vrijedi samo za identične fermione moguće je opaziti na temelju stabilnosti jezgara atoma. Izotop helija, helij 4 je izrazito stabilan kemijski element. On se sastoji od dva protona i dva neutrona. Dva protona i dva neutrona ne mogu imati jednaka stanja gibanja dok jedan proton i jedan neutron mogu imati jednaka stanja gibanja. Zbog toga, u jezgri helija 4 oba protona i neutrona se nalaze na najnižem energetsom stanju što ga čini posebno stabilnim. [15]

## 4 Fermi-Diracova statistika

Nakon otkrića Paulijevog principa isključenja, pojavilo se pitanje o ponašanju identičnih fermiona u istom sustavu. Tim pitanjem su se nezavisno bavili Enrico Fermi i Paul Dirac koji su osmislili Fermi-Diracovu statistiku. Ona opisuje distribuciju fermiona po energijskim stanjima kada se u nekom sustavu nalazi velik broj identičnih fermiona. Važna relacija u Fermi-Diracovoj statistici se naziva Fermijeva funkcija:

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1} \quad (4.1)$$

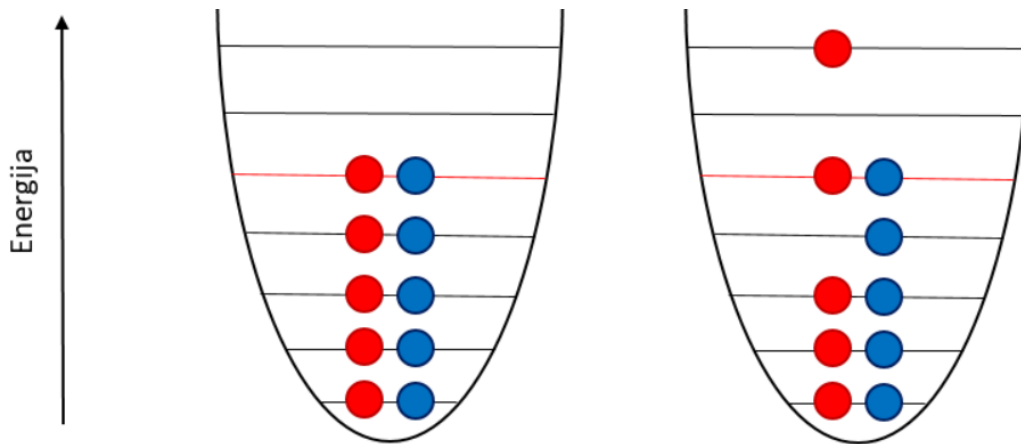
u kojoj je  $f(E)$  vjerojatnost da će čestica imati energiju  $E$ ,  $E$  energija stanja,  $E_F$  Fermijeva energija,  $k$  - Boltzmannova konstanta i  $T$  - temperatura. Kako bi navedena distribucija bila primjenjiva, potrebno je promatrati sustav identičnih fermiona koji se nalaze u termodinamičkoj ravnoteži te koji je dovoljno velik da dodavanje dodatnog fermiona u sustav dovodi do zanemarivih promjena u sustavu. Grafički prikaz distribucije je vidljiv na slici 4.1.



Slika 4.1: Fermi-Diracova distribucija za tri različite temperature:  $T_3 > T_2 > T_1$ . Crtkana linija predstavlja distribuciju pri temperaturi od 0 K što je temperatura apsolutne nule. Slika preuzeta iz [16].

Iz prikaza, vidljivo je da je raspon vrijednosti koje funkcija može poprimiti  $0 \leq f(E) \leq 1$ . Za temperaturu apsolutne nule, funkcija poprima vrijednost 1 za sve energije koje su manje od Fermijeve energije, a 0 za sve energije koje su iznosom veće od Fermijeve energije što znači da će bilo koji fermion u sustavu na apsolutnoj nuli sigurno imati energiju koja je manja od Fermijeve energije. Povećavanjem tempera-

ture, dolazi do promjene izgleda raspodjele u području oko Fermijeve energije, što je veća temperatura to je šire područje u kojem se mijenja izgled te raspodjele. Naime, budući da je temperatura sustava veća, fermioni više ne moraju nužno zauzimati najniže moguće položaje energije te zbog toga postoji vjerojatnost da će se neki od njih naći na višem energijskom području. Kako raste temperatura sustava, tako raste i vjerojatnost da će fermioni okupirati viša energijska stanja.



Slika 4.2: Ilustracija raspodjele fermiona po energijskim razinama. Lijevo je ilustrirana raspodjela fermiona na apsolutnoj nuli, desno je ilustrirana raspodjela fermiona na nekoj proizvoljnoj temperaturi. Crvenom bojom su označeni fermioni sa spinom gore, a plavom bojom fermioni sa spinom dolje. Crveno obojena energijska razina predstavlja Fermijeve energiju.

Raspodjelu fermiona možemo i ilustrirati kao na slici 4.2. S ilustracije je jasno vidljivo da na apsolutnoj nuli fermioni u potpunosti popunjavaju sve energijske razine do Fermijeve energije. Na svakoj energijskoj razini se mogu nalaziti po dva fermiona, jedan sa spinom gore, a drugi sa spinom prema dolje. Povećavanjem temperature sustava fermionima se daje mogućnost prijelaza s nižih energijskih razina na više energijske razine, no nemaju svi fermioni tu mogućnost. Naime, za fermione koji su na niskim energijskim razinama, pri dovoljno niskim temperaturama, postoji zanemariva mogućnost prijelaska na više energijske nivoe iz razloga jer su im svi bliski energijski nivoi već zauzeti, a kako bi skočili na nezauzete energijske nivoe bilo bi potrebno da dobiju jako veliku količinu energije što je malo vjerojatno. To i objašnjava zašto se raspodjela prikazana na slici 4.1 razmazuje oko Fermijeve energije dok preostaje na vrijednosti 1 pri niskim energijama. [17] [18]



## 5 Eksperimentalna ispitivanja Paulijevog principa isključenja

Paulijev princip isključenja ima izričito veliku važnost u području kvantne teorije te dosad nisu pronađeni nikakvi dokazi za njegovo kršenje. Motivaciju za pokušaje traženja možemo pronaći u 1956. godini kada je prvi puta bilo pokazano da fundamentalni zakoni mogu biti prekršeni. Te godine su Chien-Shiung Wu i njeni suradnici eksperimentalno potvrdili nesačuvanje pariteta u  $\beta$  raspadu što je potvrdilo postulaciju da paritet ne mora biti očuvan u slaboj interakciji što su primijetili Tsung-Dao Lee i Chen Ning Yang [19] [20]. 1964. godine, James Cronin i Val Fitch, otkrili su kršenje invarijantnosti pariteta naboja [21]. Nakon te godine, počinje se s testiranjem svih fundamentalnih zakona. Nadalje, fizičar L. Okun koji se bavio pitanjem kršenja Paulijevog principa isključenja je napisao: [22]

“The special place enjoyed by the Pauli principle in modern theoretical physics does not mean that this principle does not require further and exhaustive experimental tests. On the contrary, it is specifically the fundamental nature of the Pauli principle that would make such tests, over the entire periodic table, of special interest.”

Prva razmišljanja o mogućem kršenju Paulijevog principa isključenja predstavili su Reins i Sobel [1] 1974. godine nakon što su reanalizirali pokus od Goldhabera i Scharffa [23] iz 1948. godine. 1980. godine Amado i Primakoff [24] teoretski odbacuju malu mogućnost kršenja Paulijevog principa isključenja. 1987. godine se ponovno javlja pitanje mogućnosti malog kršenja Paulijevog principa isključenja. Ignatev i Kuzmin [2] prezentiraju nerelativistički model koji je karakteriziran "beta parametrom"  $|\beta| \ll 1$ .  $\beta$  je parametar koji opisuje vjerojatnost da se dva fermiona koji su u istom kvantnom sustavu nalaze u istom stanju. U njihovom modelu uveden je parametar  $\frac{\beta^2}{2}$  koji predstavlja vjerojatnost malog kršenja Paulijevog principa isključenja koji je proporcionalan s vjerojatnošću prijelaza za anomalno dvoelektronsko simetrično stanje. Greenberg i Mohapatra [25] i Okun [26] pokušali su izvršiti generalizaciju modela Ignateva i Kuzmina na kvantnu teoriju no zbog Gorkovih istraživanja, uvidjeli su da i mala kršenja Paulijevog principa isključenja dovodi

do negativne vjerojatnosti u teoriji kvantnih polja. Greenberg je kao mogući način modifikacije njihove teorije predložio uporabu koncepta beskonačne statistike. Trenutno se u pokusima koji se bave traženjem malog kršenja Paulijevog principa isključenja koristi Greenbergov quon model. [27]

Ponuđeni modeli koji bi objasnili kršenje Paulijevog principa isključenja ne obuhvaćaju potpunu relativističku teoriju zbog čega se javlja problem kompatibilnosti s kvantnom mehanikom. Kako bi razriješili problem kompatibilnosti, Rahal i Campa, [28] predložili su postojanje rijetkih stanja pogrešne simetrije. U slučaju postojanja takvih stanja, parametar  $\frac{\beta^2}{2}$  se može shvatiti kao vjerojatnost susreta fermiona koji imaju pogrešnu simetriju. Ako fermionski sustav nije u nultom stanju, prilikom susreta fermiona s pogrešnom simetrijom došlo bi do elektromagnetskog prijelaza te bi se posljedično emitirao kvant svjetlosti. U takvim razmatranjima, moguća su dva različita tipa eksperimenata uz pomoću kojih bi se moglo potvrditi postojanje kršenja Paulijevog principa isključenja:

- Traže se atomi ili jezgre koje su stabilne, ali njihova struktura krši Paulijev princip isključenja.
- Vrše se mjerenja emitiranog zračenja te se provjerava da li se unutar atoma ili jezgre dogodio prijelaz koji krši Paulijev princip isključenja.

Ideju za potragom stabilnih anomalnih atoma predložili su Gavrin, Ignatiev i Kuzmin [29], a kasnije su ju izveli Novikov i Pomanskii [30]. Predloženo je da bi u takvim anomalnim atomima, jedan od valentnih atoma koji se nalazi u najgornjoj ljuski pao na najdonju ljusku zabranjenim Paulijevim prijelazom. Time bi došlo do stvaranja populacije od tri elektrona na K-ljuski što je zabranjeno Paulijevim principom isključenja. Kako u toj situaciji dolazi do promjene valentnih elektrona dolazi i do promjene kemijskih svojstava. Naime, anomalni atom elementa Z imat će u valentnoj ljusci jedan elektron manje, dakle jednak broj kao i normalan element Z-1 te bi zbog toga trebali imati slična kemijska svojstva.

1980. godine Amado i Primakoff [24] smatrali su kako, zbog Messiah-Greenbergovog superizbornog pravila prema kojem hamiltonijan sustava čestica mora ostati invari-

jantan na zamjenu čestica, prijelazi koji nisu mogući zbog Paulijevog principa isključenja su strogo zabranjeni bez obzira na Paulijev princip isključenja. U takvim situacijama, ne bi bilo moguće ni postojanje stabilnih anomalnih atoma koji ne slijede Paulijev princip isključenja. No, u kasnijim eksperimentima je prihvaćeno da nije zabranjeno spuštanje ne-Paulijevih elektrona u popunjenu K-ljusku uz pomoć kaskadnog procesa. Glavna ideja potrage za stabilnim anomalnim atomima je upravo u tome da su se takvi prijelazi već prethodno dogodili.

Novikov, Pomanski [31] i Nolte [32] su tražili anomalne atome  $^{20}\widetilde{Ne}$  i  $^{36}\widetilde{Ar}$ . Tražili su ih u izrazito velikom uzorku fluora (F) i klora (Cl) iz kojih su bili uklonjeni njihovi negativni ioni. Kao rezultate mjerenja, dobili su gornji limit:

$$\frac{^{20}\widetilde{Ne}}{^{20}Ne} < 2 * 10^{-21} \quad (5.1)$$

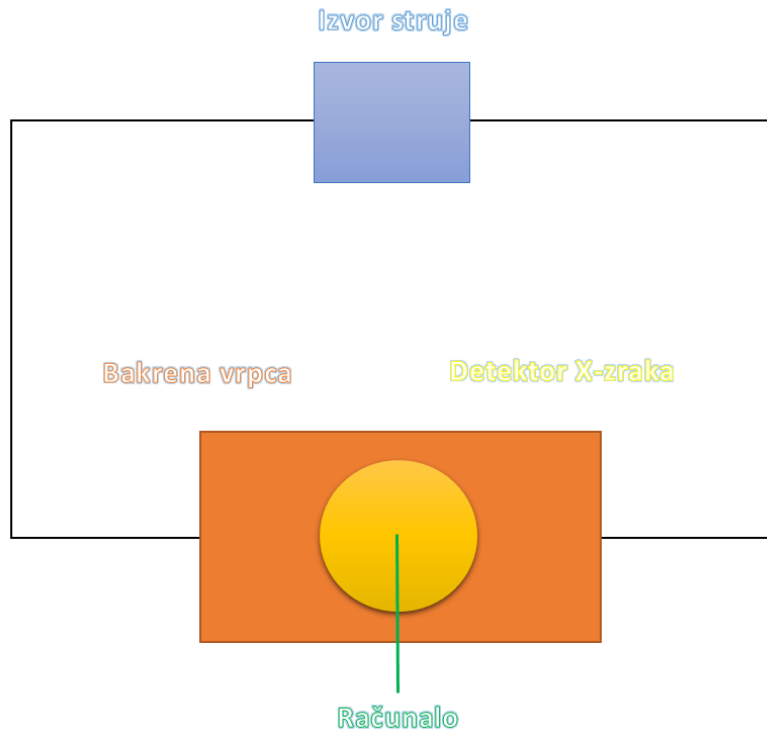
$$\frac{^{36}\widetilde{Ar}}{^{36}Ar} < 4 * 10^{-17} \quad (5.2)$$

Potruga za ne-Paulijevim zračenjem vrši se na jezgrama i atomima. U jezgrama se tražilo kršenje Paulijevog principa isključenja promatranjem  $\gamma$  emisije,  $p$  emisije,  $n$  emisije,  $\beta^+$  i  $\beta^-$  raspada i nuklearnih reakcija. Promatranjem raspada jezgre  $^{12}C$  pronađene su eksperimentalne granice za kršenje Paulijevog principa isključenja uz pomoć ne-Paulijevih prijelaza [33]:

- $(^{12}C \rightarrow ^{12}\widetilde{C} + \gamma) \geq 5,0 * 10^{31}$  godina
- $(^{12}C \rightarrow ^{11}\widetilde{B} + p) \geq 8,9 * 10^{29}$  godina
- $(^{12}C \rightarrow ^{11}\widetilde{C} + n) \geq 3,4 * 10^{30}$  godina
- $(^{12}C \rightarrow ^{11}\widetilde{N} + e^- + \widetilde{\nu}_e) \geq 3,1 * 10^{30}$  godina
- $(^{12}C \rightarrow ^{12}\widetilde{B} + e^+ + \widetilde{\nu}_e) \geq 2,1 * 10^{30}$  godina

U traženju kršenja Paulijevog principa isključenja, od iznimne je važnosti eksperiment koji su predložili Ramberg i Show. [3] Konceptualna shema eksperimenta

vidljiva je na slici 5.1. Ramberg i Show predložili su da se kroz bakrenu traku pro-  
pusti električna struja te se uz pomoć nje u sustav uvode novi elektroni. Pretpostavlja  
se da se među tim novim elektronima nalazi nekoliko anomalnih ne-Paulijevih elek-  
trona.

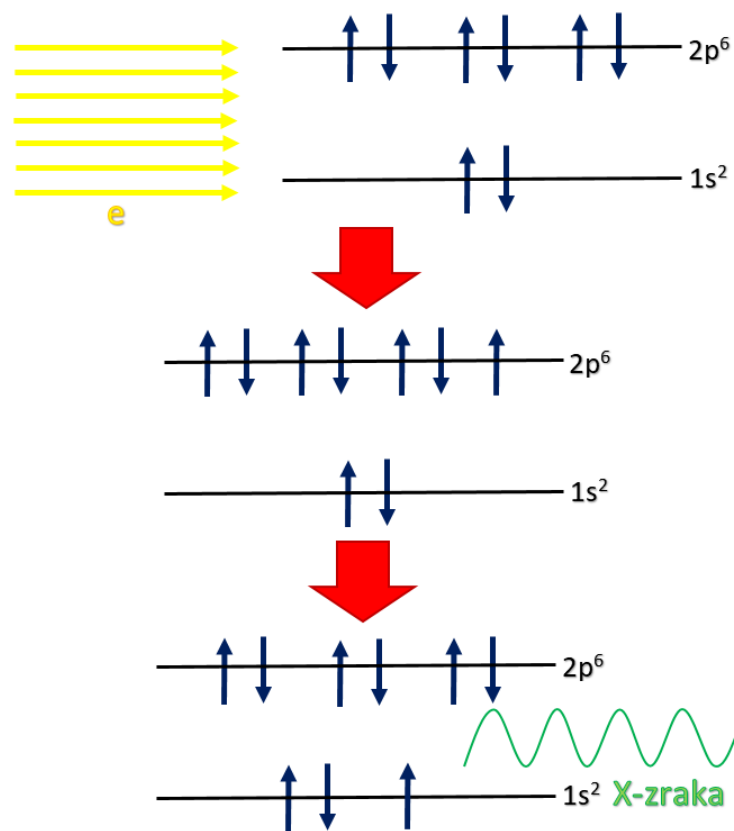


Slika 5.1: Konceptualna shema eksperimenta od Ramberga i Snow-a. U bakrenu traku se uz pomoć struje uvode novi elektroni koje će uloviti atomi bakra što će uzrokovati emisiju X-zraka. Kršenje Paulijevog principa isključenja određuje se brojanjem X-zraka koje mogu nastati samo prijelazima koji krše Paulijev princip isključenja.

Atomi bakra mogu uloviti nove elektrone koji su dovedeni u bakrenu vrpca te će se zatim dogoditi kaskada do K-ljuske. U svojem eksperimentu tražili su X-zrake koje bi nastale ne-Paulijevim prijelazom tako da bi se elektron spuštao sa  $2p^7$  energetske razine na  $1s^2$  energetska razine ( $K_\alpha$  prijelaz). Time bi se formirala  $1s^3$  energetska razine koja krši Paulijev princip isključenja. Shema formacije ljuske nalazi se na slici 5.2. Energija takvog ne-Paulijevog prijelaza bi se razlikovala od uobičajenog  $K_\alpha$  prijelaza za 300 eV. Dakle, energija prijelaza bi bila 7,729 keV umjesto 8,040 keV. [34] Energija prijelaza ne-Paulijevog prijelaza bila bi manja zbog toga što bi u ne-Paulijevom prijelazu osnovno stanje bilo popunjeno dvama elektronima koji bi uzrokovali veće zasjenjenje Coulombove privlačne sile nego u slučaju dozvoljenog prijelaza u kojem je osnovno stanje popunjeno samo s jednim elektronom. Zbog

većeg zasjenjenja Coulombove privlačne sile dolazi do smanjenja energije vezanja u osnovnom stanju za treći elektron. Prilikom analize podataka pretpostavlja se da elektroni gibaju ravno prilikom cijele putanje niz bakrenu vrpcu. Kao gornji limit na vjerojatnost zabranjenog prijelaza dobili su:

$$\frac{\beta^2}{2} < 4,7 * 10^{-29} \quad (5.3)$$



Slika 5.2: Shema formacije zabranjene K-ljuske u eksperimentu Ramberga i Snow-a.

Gornji limit određuje se općenito kao [35]:

$$\frac{\beta^2}{2} < \frac{N_{3\sigma}}{N_{new}\epsilon_x P_{cpt} N_{int}} \quad (5.4)$$

gdje je  $N_{new}$  broj novih elektrona u sustavu, a  $N_{int}$  broj individualnih elektrona koji se gibaju kroz metal. Njih je moguće odrediti kao:

$$N_{new} = \frac{1}{e} \Sigma I \Delta t \quad (5.5)$$

$$N_{int} = \frac{D}{\mu} \quad (5.6)$$

gdje je  $e$  naboj elektrona,  $I$  struja koja prolazi kroz vodič,  $\Delta t$  ukupno vrijeme mjerenja,  $D$  udaljenost koju elektroni prođu putovanjem kroz vodič.

U eksperimentu koji je provodio S.R. Elliott i suradnici [35] umjesto bakrene vrpce, koristi se olovna ploča. Princip koji se koristi se i dalje bazira na eksperimentima Ranberga i Snowa. Zbog zamjene materijala, moguće je izvoditi preciznija mjerenja zbog toga što su X-zrake iz olova viših energija. Olovna pločica pruža veći otpor gibanju elektrona zbog čega dolazi i do većeg broja raspršenja što je povoljno zbog povećane proizvodnje X-zraka. Također, u tom eksperimentu su izmijenili postupak obrade podataka. Umjesto novodovedenih elektrona, sada se pri obradi podataka razmatraju svi slobodni elektroni u sustavu. Kao gornji limit na vjerojatnost zabranjenog prijelaza dobili su [35]:

$$\frac{\beta^2}{2} < 2,6 * 10^{-39} \quad (5.7)$$

Trenutno se koristi unaprijeđeni postav od opisanog. Analizom prvih mjerenja na novom postavu kao gornji limit na vjerojatnost zabranjenog prijelaza dobili su [36]:

$$\frac{\beta^2}{2} < 2,6 * 10^{-40} \quad (5.8)$$

Prilikom analize podataka odbačeno je pojednostavljenje pravocrtnog gibanja elektrona kroz bakrenu vrpcu. [37] Korišten je jednodimenzionalan difuzni transportni model s klasičnim Einsteinovim izrazom za difuznu konstantu. Također se razmatraju i efekti raspršenja elektrona koji su uzrokovani nečistoćom materijala, nesavršenostima kristalne rešetke, fononima. Trenutno dani rezultat je formiran na razmatranjima baziranim u polju klasične fizike te se radi na analizi u kvantno mehaničkoj domeni.

## 6 Interakcija fotona sa materijom

Fotoni su kvanti elektromagnetskog zračenja sa svojstvima čestica i valova. Tipove elektromagnetskog zračenja razlikujemo po količini energije koja se nalazi u fotonima. Fotoni najniže energije se nalaze u radiovalovima, malo veću energiju posjeduju fotoni mikrovalova, pa zatim infracrvene zrake, vidljiva svjetlost, ultraljubičaste zrake, X-zrake te najvišu energiju posjeduju fotoni koji se nalaze u  $\gamma$ -zrakama.

X- zrake i  $\gamma$ -zrake imaju široku primjenu. Koriste se u: medicini, biologiji, agrikulturi, astronomiji... Zračenja visokih frekvencija klasificiraju se po načinu njihovog nastanka, a ne po energiji no postoji nekoliko varijacija u klasifikacijama koje su specifične za određena područja. Prema jednoj klasifikaciji  $\gamma$ -zrake nastaju prilikom nuklearnih prijelaza, dok X-zrake nastaju emisijom koja je posljedica prijelaza vezanih elektrona iz višeg energijskog stanja u niže. Prema drugoj klasifikaciji  $\gamma$ -zrake nastaju iz prirodnih izvora dok X-zrake nastaju iz strojeva. Ako porijeklo zračenja nije poznato tada se vrši klasifikacija po energiji.  $\gamma$ -zrake imaju višu energiju dok X-zrake imaju nižu energiju. Iako se često klasificiraju po načinu njihovog nastanka, on ne igra ulogu u načinu interakcije tih fotona s materijom, već način interakcije isključivo ovisi o njihovim kvantima energije,  $h\nu$ . Način na koji promatramo njihovu interakciju s materijom moguće je podijeliti u dvije glavne kategorije: vrste interakcije i efekti interakcije.

Vrste interakcije:

- interakcije s atomskim elektronima
- interakcije s nukleonima
- interakcije s električnim poljem koje okružuje nukleone ili elektrone
- interakcija sa mezonim poljem obližnjih nukleona

Efekti interakcije:

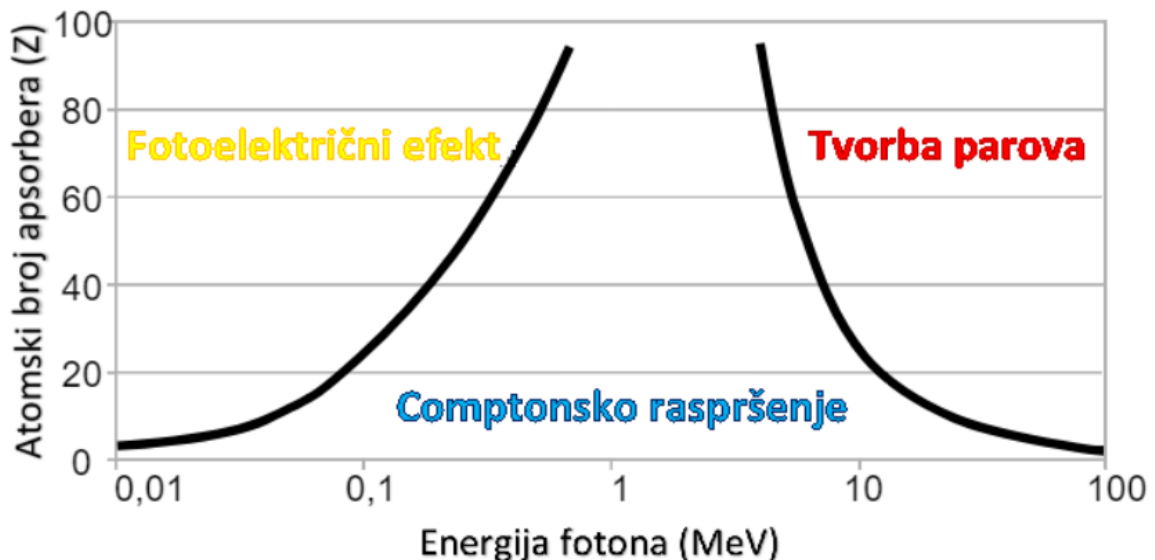
- potpuna apsorpcija
- elastično raspršenje

- neelastično raspršenje

Kombinacijom vrsta interakcije i efekta interakcije, dolazi se do dvanaest različitih, teorijski mogućih, procesa interakcije fotona s materijom. Primjerice, moguće su interakcije s atomskim elektronima u kojima se odvija potpuna apsorpcija ili elastično raspršenje ili neelastično raspršenje. Posljedica tih procesa je da foton ili djelomično ili potpuno predaje svoju energiju. Kod  $X$ -zraka i  $\gamma$ -zraka postoje tri interakcije koje su od velike važnosti:

- Fotoelektrični efekt
- Comptonovo raspršenje
- Tvorba parova

Vrsta interakcije koja će prevladavati ovisi o energiji fotona te atomskom broju apsorbera kao što je vidljivo na slici 6.1. Fotoelektrični efekt dominira na nižim energijama, Comptonovo raspršenje na višim energijama te ima širi raspon dominacije kod lakših jezgara dok je tvorba parova dominantna za fotone viših energija. [9]



Slika 6.1: Ovisnost vrste interakcije o energiji fotona i atomskom broju apsorbera. Slika preuzeta iz [38].

Kod  $X$ -zraka i  $\gamma$ -zraka opažena su dva glavna svojstva: penetriraju puno dublje nego nabijene čestice u materiju i zraka fotona ne gubi na energiji prilikom prolaska



kroz materiju, već je samo slabijeg intenziteta. Ta svojstva se mogu objasniti danim interakcijama. Fotoni mogu penetrirati dublje u materiju nego nabijene čestice zbog toga što je udarni presjek danih interakcija puno manji od udarnog presjeka neelastičnog elektronskog sudara. Gubitak intenziteta se objašnjava tako da kad fotoni prolaze kroz materiju, dio njih interagira s materijom te se time oni apsorbiraju ili se rasprše, dok ostatak prolazi kroz materiju bez ikakve interakcije s materijom zbog čega zraka zadržava svoju energiju.

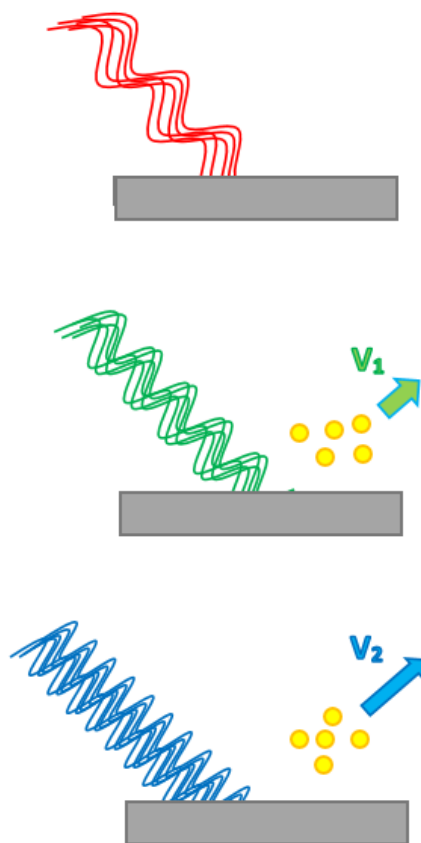
## 6.1 Fotoelektrični efekt

Heinrich Hertz je 1887. godine po prvi puta opazio postojanje fotoelektričnog efekta kada je radio eksperimente na generatoru iskre. Uočio je povećanu osjetljivost generatora iskre kada se on obasja vidljivom ili ultraljubičastom svjetlošću. Nakon što je fotoelektrični efekt prvi puta opažen, otkriveno je da obasjavanje metalne pločice elektromagnetskim zračenjem dovodi do izbijanja elektrona van iz pločice. Brzina kojom elektroni izlaze van pločice ne ovisi o intenzitetu elektromagnetskog zračenja, već o njegovoj valnoj duljini. Povećanje intenziteta elektromagnetskog zračenja uzrokuje izbacivanje većeg broja elektrona u jednakom vremenskom intervalu. Robert Millikan je 1914. godine otkrio postojanje granične frekvencije. Radi se o frekvenciji ispod koje elektromagnetsko zračenje više ne uzrokuje izbacivanje elektrona van iz metala. Iznos granične frekvencije ovisi o materijalu. Većina elemenata ima graničnu frekvenciju koja se nalazi na spektru ultraljubičaste svjetlosti.

1905. godine Albert Einstein shvatio je da se svjetlost ponaša kao da je sačinjena od velikog broja čestica (koje su kasnije dobile naziv fotoni) te da je energija svake od tih čestica proporcionalna frekvenciji elektromagnetskog zračenja:

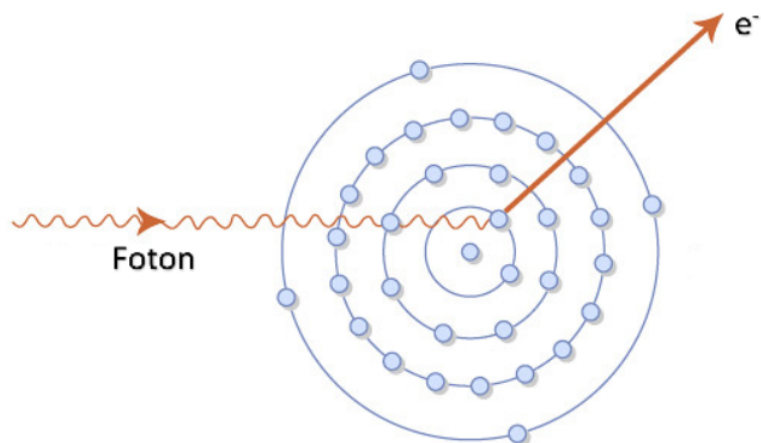
$$E_{\gamma} = hf \quad (6.1)$$

Pomoću ideje fotona objašnjava se fotoelektrični efekt. Na atom u materijalu nailazi foton koji nosi određenu energiju. Taj foton može, ali ne mora predati energiju elektronu koji se nalazi u atomu. Ako foton predaje svoju energiju elektronu, on će



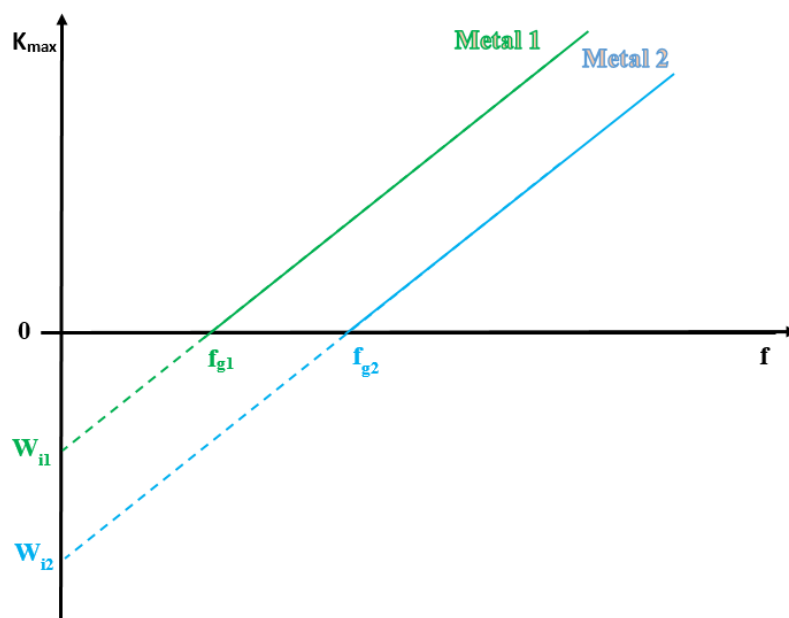
Slika 6.2: Fotoelektrični efekt. Obasjavanje metalne ploče crvenom svjetlošću ne izaziva izbacivanje elektrona van iz metalne ploče. Obasjavanje te iste metalne ploče zelenom svjetlošću uzrokuje izbacivanje elektrona van iz metalne ploče. Obasjavanje s plavom svjetlošću uzrokuje izbacivanje jednakog broja elektrona kao i kad se ploča obasjava zelenom svjetlošću. Elektroni koji se izbacuju prilikom obasjavanja plavom svjetlošću imaju veću kinetičku energiju od elektrona koji se izbacuju prilikom obasjavanja ploče zelenom svjetlošću. Zrake svjetlosti su sve jednakog intenziteta.

mu predati svu svoju energiju. Kako bi elektron izašao van iz materijala, on mora primiti energiju koja je veća od njegovog izlaznog rada  $\phi$ . Izlazni rad ovisi samo o vrsti elementa kojeg se promatra (slika 6.4), dok je energija koja se predaje elektronu iznosa:  $E_\gamma = hf$ . Dakle, mora vrijediti  $f > \frac{\phi}{h}$ , što objašnjava postojanje granične frekvencije. Ako foton koji nailazi na elektron nema dovoljnu količinu energije da nadvlada izlazni rad, elektron ne može izaći van iz materijala. Nadalje se objašnjava i veza s intenzitetom. Pojačavanjem intenziteta zračenja, povećava se broj fotona po jedinici vremena koji nailaze na materijal te se time povećava i broj apsorbiranih fotona po jedinici vremena. Što je više apsorbiranih fotona to više elektrona izlazi van iz materijala. Energija izlaznog elektrona može se zapisati kao:



Slika 6.3: Fotoelektrični efekt. Foton predaje svoju energiju elektronu koji se nalazi u unutrašnjoj ljusci. Elektron prima dovoljno veliku količinu energije da izađe van iz atoma i da se nastavi dalje slobodno gibati. Slika preuzeta iz [39].

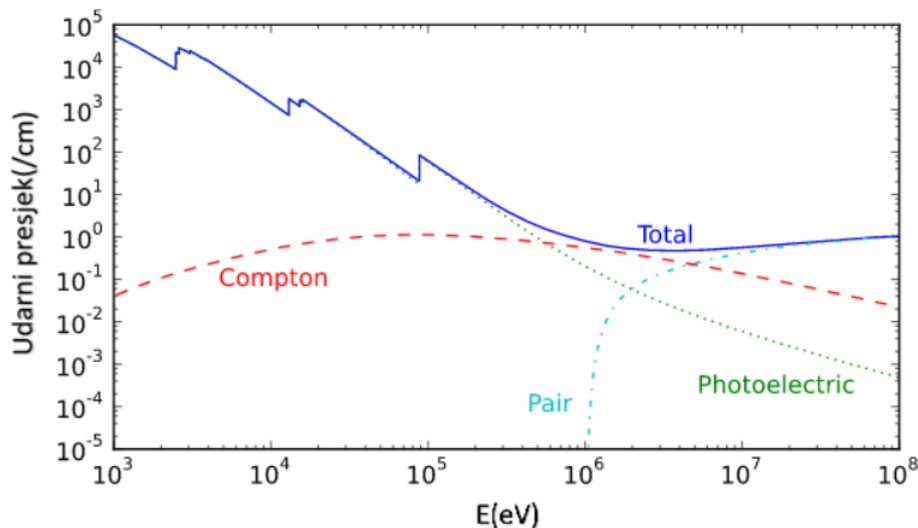
$$E = h\nu - \phi$$



Slika 6.4: Fotoelektrični efekt se može dogoditi samo ako je frekvencija elektromagnetskog zračenja veća od granične frekvencije. Mjerenjem svih metalnih površina dolazi se do linearnih grafova jednakih nagiba, što navodi na jedinstvene granične frekvencije. Produživanjem pravaca koji se dobivaju mjerenjem, dolazi se do iznosa izlaznog rada.

Kod fotoelektričnog efekta, važno je još i napomenuti se on uvijek dešava samo kod elektrona koji su vezani na atomsku jezgru. Slobodan elektron ne može apsorbirati foton i istovremeno očuvati svoju količinu gibanja. Kod fotoelektričnog efekta, atomska jezgra upija preostalu količinu gibanja.

Vjerojatnost fotoelektrične interakcije možemo predstaviti udarnim presjekom po atomu kojeg kod fotoelektričnog efekta označavamo sa  $\tau$ . Na slici 6.5 vidljiv je tipičan izgled udarnog presjeka fotoelektričnog efekta u ovisnosti upadne energije fotona. Javljaju se područja oštih diskontinuiteta koja se nazivaju apsorpcijski rubovi. Oni se javljaju kada je energija fotona jednaka veznoj energiji pojedine elektronske ljuske.



Slika 6.5: Udarni presjek za fotoelektrični efekt kod olova. Fotoelektrični udarni presjek se povećava kada se energija upadnog fotona približava energiji K-ljuske. Dolazi do drastičnog pada udarnog presjeka kada energija upadnog fotona postane manja od energije K-ljuske jer tada elektroni iz K ljuske više nisu dostupni za fotoefekt. Taj pad se naziva K-apsorpcijski rub. Zelenom bojom označen je doprinos fotoelektričnog efekta, crvenom doprinos Comptonovog efekta, tirkiznom doprinos produkcije parova. Slika preuzeta iz [40].

Postoje tri jedinstvena energijska područja koja karakteriziraju atomski udarni presjek:

- područje u blizini apsorpcijskih rubova
- područje na nekoj udaljenosti od ruba apsorpcije
- područje u relativističkom području daleko od K apsorpcijskog ruba

U područjima koja se nalaze u blizini apsorpcijskih rubova teško je napraviti teorijska predviđanja za udarni presjek i takva predviđanja su poprilično nesigurna. U područjima koja se nalaze na nekoj udaljenosti od ruba apsorpcije, dobiva se izraz za udarni presjek po atomu za elektrone K-ljuske:

$$\tau_K = \alpha^4 (\sigma_{Th}) Z^n \sqrt{\frac{32}{\epsilon^7}} \quad (6.2)$$

gdje je  $\epsilon$  uobičajena normalizirana energija fotona  $\epsilon = \frac{h\nu}{m_e c^2}$ ,  $\alpha$  je konstanta fine strukture iznosa  $1/137$ ,  $Z$  je atomski broj apsorbera,  $\sigma_{Th}$  je Thomsonov udarni presjek elektrona,  $n$  je eksponent atomskog broja koji ima raspon od  $n = 4$  kod fotona relativno niske energije do  $n = 4, 6$  kod fotona se visokim energijama. U relativističkim područjima je izraz za udarni presjek:

$$\tau_K = \frac{1,5}{\epsilon} \alpha^4 Z^5 (\sigma_{Th}) \quad (6.3)$$

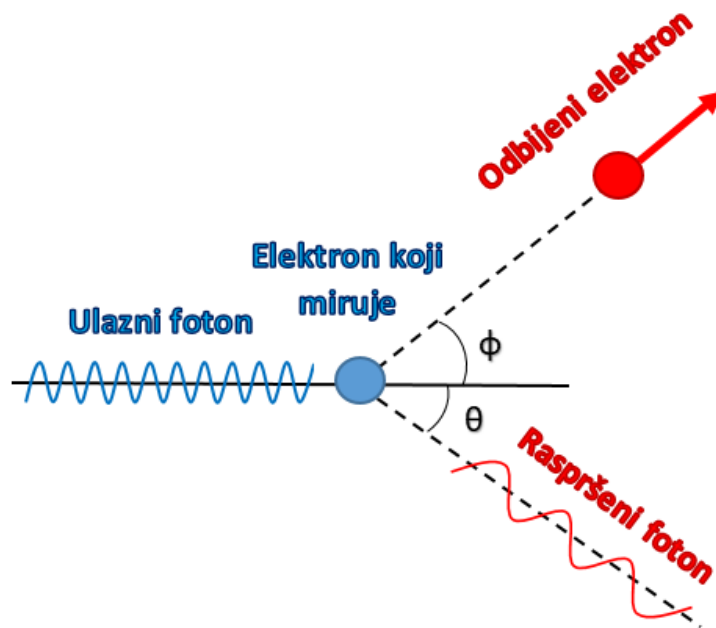
## 6.2 Comptonско raspršenje

Ranih 1920-tih godina vršila se debata oko prirode svjetla zbog predloženog čestičnog modela svjetlosti na koji sugerira fotoelektrični efekt. 1922. godine je Arthur Compton izvršio eksperiment koji nezavisno potvrđuje čestično ponašanje svjetlosti. U eksperimentu, mjerio je valne duljine zračenja koje je bilo raspršeno na meti koju je obasjavao X-zrakama. Otkrio je da raspršeno zračenje ima manju frekvenciju u usporedbi s ulaznim zračenjem. Promjena u valnoj duljini je ovisila o kutu raspršenja. Takav proces se naziva Comptonovo raspršenje. [4] [41]

Ako se razmatra raspršeno zračenje koje izlazi pod kutom  $\phi$  u usporedbi na ulazno zračenje, vrijedi:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\phi) \quad (6.4)$$

gdje je  $\lambda$  valna duljina ulaznog zračenja,  $\lambda'$  valna duljina raspršenog zračenja i  $m$  je masa elektrona. Iz mjerenja valne duljine raspršenog zračenja koje izlazi pod



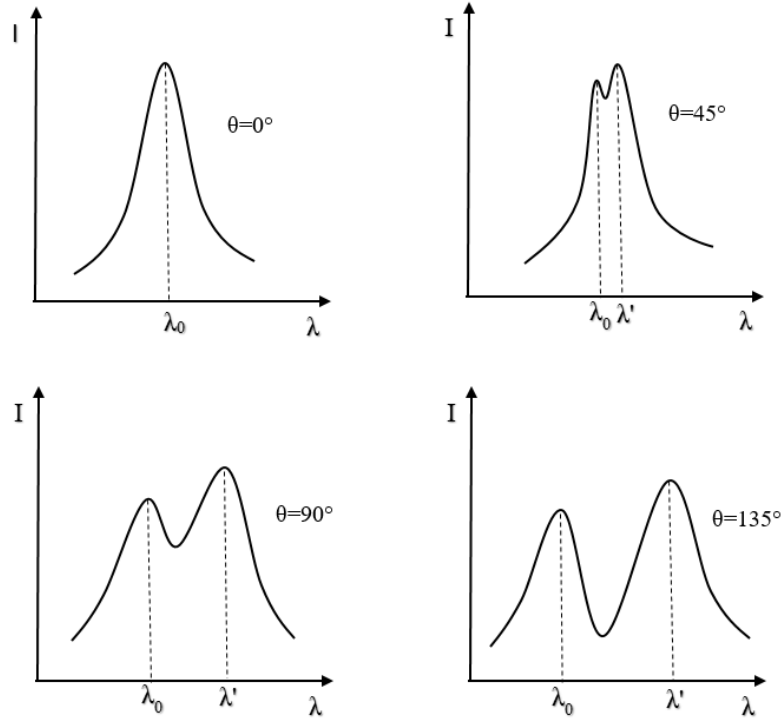
Slika 6.6: Comptonovo raspršenje. Ulazni foton se raspršuje na elektronu. Elektron se odbija pod kutem  $\psi$ , foton se raspršuje pod kutem  $\theta$ . Raspršeni foton ima manju frekvenciju od ulaznog fotona.

kutom  $\phi$  u usporedbi na ulazno zračenje moguće je dobiti graf ovisnosti intenziteta zračenja u ovisnosti o valnoj duljini kao što je prikazano na slici 6.7. Vidljiva je pojava dva vrha. Vrh veće valne duljine predstavlja Comptonovo raspršenje dok vrh kraće valne duljine predstavlja raspršenje X-zrake na čvrsto vezanim elektronima. Tada masa u gornjoj jednačbi predstavlja masu cijelog elektrona te je rezultat pomak u valnoj duljini zanemariv. [4]

Jedna od prvih formula koje su bile određene kvantnom elektrodinamikom bila je Klein-Nishina formula koja određuje udarni presjek za Comptonovo raspršenje:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1 + \gamma(1 - \cos\theta)]^2} \left( 1 + \cos^2\theta + \frac{\gamma^2(1 - \cos\theta)^2}{1 + \gamma(1 - \cos\theta)} \right) \quad (6.5)$$

gdje je  $\gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2}$ , a  $r_e$  klasični radijus elektrona. Ukupna vjerojatnost Comptonovog raspršenja po elektronu dobiva se integracijom Klein-Nishine formule: [42]



Slika 6.7: Comptonovo raspršenje. Graf ovisnosti intenziteta zračenja o valnoj dužini za tri različita kuta raspršenja. Povećanjem kuta raspršenja povećava se razmak između dva vrha u kojima je intenzitet zračenja najveći.  $\lambda_0$  predstavlja raspršenje na čvrsto vezanim elektronima i pomak valne duljine kod takvog raspršenja je zanemariv.  $\lambda'$  predstavlja Comptonovo raspršenje, pa je vidljivo da se promjena valne duljine povećava se veličinom kuta raspršenja.

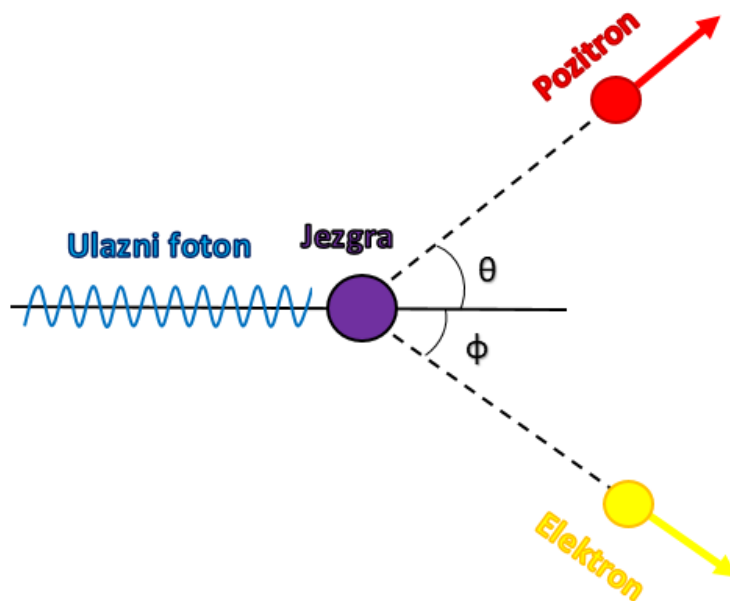
$$\sigma_c = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+\gamma}{\gamma^2} \left[ \frac{2(1+\gamma)}{1+2\gamma} - \frac{1}{y} \ln(1+2\gamma) \right] + \frac{1}{2\gamma} \ln(1+2\gamma) - \frac{1+3\gamma}{(1+2\gamma)^2} \right\} \quad (6.6)$$

### 6.3 Tvorba parova

Tvorba parova (slika 6.8) je proces koji su prvi puta uočili fizičari Patrick Blackett i Giuseppe Occhialini 1933. godine. Ako se na metu ispali  $\gamma$ -zraka dovoljno visoke frekvencije, moguće je da ta  $\gamma$ -zraka u potpunosti nestane te da se umjesto nje stvori čestica-antičestica par. Mogući su elektron-pozitron par, mion-antimion par, tau-antitau par. Foton nužno mora imati minimalno 1,022 MeV energije za tvorbu elektron - pozitron para iz razloga jer obje čestice posjeduju energiju mirovanja  $mc^2$ , gdje je  $m$  masa čestice ili masa antičestice. Minimalna energija za tvorbu parova određuje se kao:

$$E_{min} = 2mc^2 \quad (6.7)$$

Minimalna energija odgovara dvostrukoj energiji mirovanja čestice (ili antičestice, obje imaju istu masu).



Slika 6.8: Tvorba elektron-pozitron para. Foton nalijeće na jezgru, nestaje te umjesto njega dolazi do stvaranja elektron-pozitron para.

Proces inverzan tvorbi parova naziva se anihilacija parova. Događa se prilikom sudara čestice i antičestice prilikom čega nastaju dva ili više fotona, dok čestica i antičestica nestanu. Nije moguć raspad u jedan foton zbog nemogućnosti istovremenog očuvanja energije i količine gibanja u takvom procesu. [4] [41]



## 7 Poluvodički detektor

Prilikom izvođenja mjerenja za ovaj diplomski rad koristi se poluvodički germanijski detektor posebno visoke čistoće (High Purity Germanium Detector ili HPGe). Radi se o detektoru koji pripada skupini poluvodičkih detektora. Rad poluvodičkih detektora je baziran na kristalnim poluvodičkim materijalima od kojih su najznačajniji silicij i germanij. Komercijalno su se pojavili na tržištu 1960-ih godina te su bili prvi detektori visoke rezolucije za mjerenja energijskih spektara. Vrlo brzo su se adaptirali u području nuklearne fizike. Koristili su se u području detekcije nabijenih čestica te u gamma spektroskopiji. [42]

Osnovni princip rada poluvodičkih detektora analogno je uređajima koji koriste ionizirajući plin. Prilikom prolaska ionizirajućeg zračenja dolazi do stvaranja parova elektron-šupljina. Stvoreni parovi se zatim usmjeravaju uz pomoć električnog polja. Prednosti poluvodičkih detektora nad plinskim je u tome da je kod poluvodičkih detektora potrebna manje energija za stvaranje para elektron-šupljina nego što je potrebna za ionizaciju plina što posljedično producira povećanu energijsku rezoluciju. Nadalje, zbog veće gustoće poluvodički detektori imaju veću zaustavnu snagu. Kompaktni su u veličini te imaju brzo vrijeme odziva. Nedostaci nekih poluvodičkih uređaja su u tome da rade samo na niskim temperaturama zbog čega ih je potrebno hladiti. Postoje i poluvodički uređaji koje nije potrebno hladiti. Primjer jednog takvog uređaja je silicijski poluvodički detektor. Nadalje, poluvodički uređaji osjetljivi su na oštećenja od zračenja što utječe na životni vijek takvih detektora.

Glavno svojstvo poluvodičkih detektora je poluvodički materijal. Kod detektora koji je korišten u mjerenjima za ovaj diplomski rad radi se o germaniju. Zbog važnosti poluvodičkog materijala kod rada detektora potrebno je opisati vrpčastu strukturu kristala te kako se poluvodiči razlikuju od izolatora i metala.

### 7.1 Vrpčasta struktura

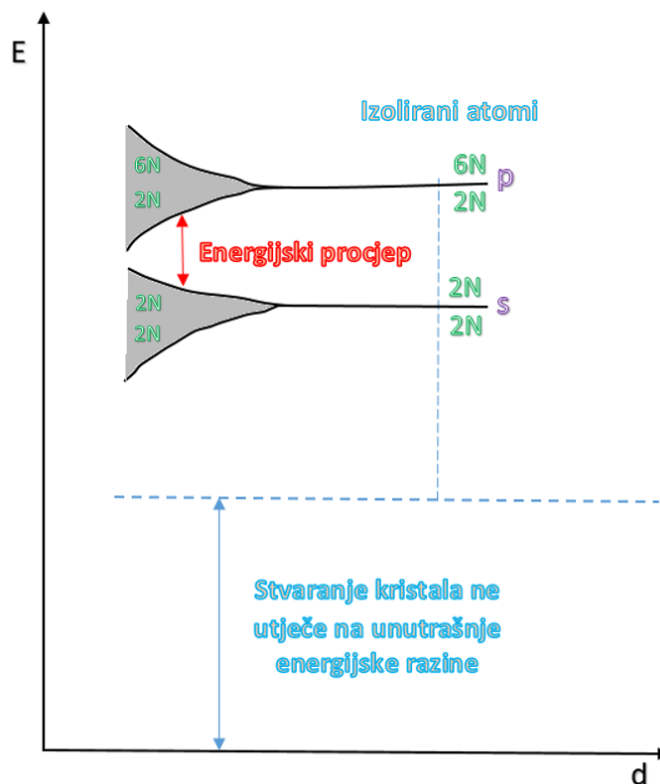
Poznato je kako većina metala i poluvodiča imaju kristalnu strukturu. Radi se o fizikalnom tijelu u čvrstom agregatnom stanju koje je građeno od trodimenzijski pe-

riodički raspoređenih atoma, iona ili molekula. Za atome u kristalu, pronađeno je da prisustvo susjednih atoma ne utječe na energijsku razinu elektrona koji se nalaze u unutarnjim ljuskama. Međutim, energijske razine elektrona vanjske ljuske se značajno mijenjaju. Nove energijske razine mogu se odrediti uz pomoć kvantne mehanike te pronađeno je da kod elektrona u kristalu koji se nalaze u vanjskoj ljusci dolazi do stvaranja vrpce bliskih energijskih stanja umjesto široko razdvojenih energijskih stanja koja se javljaju kod izoliranih atoma.

Vrpčastu strukturu moguće je razmotriti na primjeru kristala koji se sastoji od  $N$  atoma nekog elementa. [44] U hipotetskoj situaciji razmatra se kako je moguće kontrolirati razmak između susjednih atoma bez promjene tipa fundamentalne kristalne strukture. Ako je njihov međusobni razmak dovoljno velik da je njihova međusobna interakcija zanemariva, energijske razine će biti jednake kao i kod izoliranog atoma. Na slici 7.1 prikazan je primjer elementa čije dvije vanjske podljuske sadrže dva s elektrona i dva p elektrona. Energijske razine unutarnjih ljusaka se zanemaruju. Sa slike je vidljivo kako u slučaju velikog razmaka između atoma (posve desno na grafu) postoji  $2N$  elektrona koji u potpunosti popunjavaju  $2N$  mogućih s razina koje su sve na istoj energiji. P podljuska ima šest mogućih stanja zbog čega dani imaginarni kristal ima  $2N$  elektrona koji popunjavaju trećinu od  $6N$  mogućih p stanja koja se također nalaze na istoj razini.

Ako se smanjuje razmak između susjednih atoma (pomicanjem ulijevo na slici 7.1) povećava se električna sila između susjednih atoma. Atomske valne funkcije se preklapaju te kristal postaje elektronski sustav zbog čega mora slijediti Paulijevo načelo isključenja. Posljedično  $2N$  degenerirana s stanja se moraju energijski raširiti. Separacija između razina je malena no  $N$  je izrazito velik ( $\approx 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ ) zbog čega ukupni razmak između minimalne i maksimalne energije može iznositi nekoliko elektron volta ako je razmak između susjednih atoma dovoljno malen. Velik broj diskretnih ali međusobno bliskih energijskih razina naziva se energijska vrpca. Na slici 7.1 naznačena je osjenčanim područjem.

U području između dviju energijskih vrpca nalazi se energijski procjep koji se smanjuje kako se razmak između dva susjedna atoma smanjuje. Pri dovoljno male-



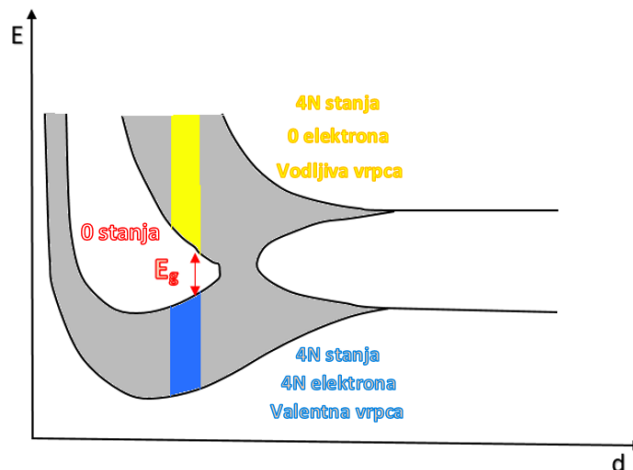
Slika 7.1: Ilustracija kako se energetske razine izoliranih atoma dijele u energetske vrpce kada su atomi na bliskim udaljenostima.

nim udaljenostima te vrpce će se preklapati. Ako dolazi do takvih preklapanja 6N gornje stanje se spaja s 2N donjim stanjem te se dobiva ukupno 8N razina, polovica tih stanje je okupirana s 4N slobodna elektrona. Pri tom razmaku svaki od atoma daje 4 elektrona energetskej vrpce te ti elektroni pripadaju cijelom kristalu. Elektroni okupiraju valentnu vrpcu.

Ako se razmak između susjednih atoma dodatno smanjuje struktura energetske vrpce tada ovisi o kristalnoj strukturi i atomskom broju. Dobiva se energetska vrpca kao na slici 7.2. 4N elektrona popunjavaju valentnu vrpcu koja je razdvojena energetske procjepom od vodljive vrpce. Vodljiva i valentna vrpca imaju dostupno 4N stanja.

## 7.2 Izolatori, poluvodiči i metali

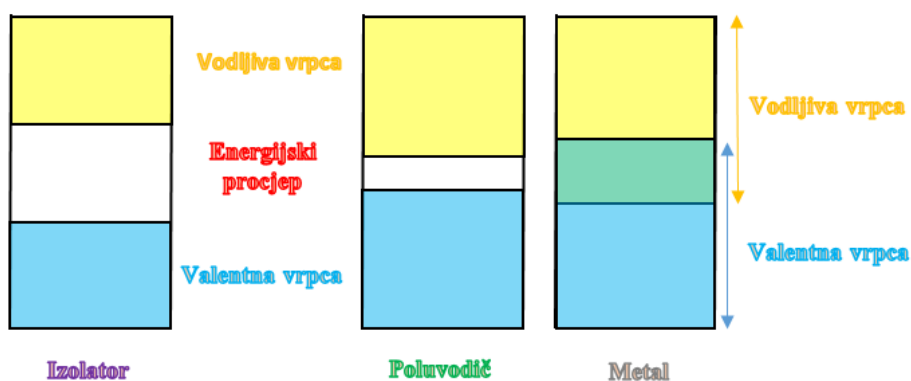
Ovisno o strukturi energetske vrpce, materijali se mogu podijeliti u tri klase: izolatori, poluvodiči i metali.



Slika 7.2: Ilustracija kako se energijske razine izoliranih atoma dijele u energijske vrpce kada su atomi na bliskim udaljenostima.

Struktura energijske vrpce izolatora vidljiva je na slici 7.3. Valentna i vodljiva vrpca razdvojene su širokim zabranjenim pojasom. Kod izolatora, elektroni ne dobivaju dovoljno energije kako bi mogli skočiti iz valentne u vodljivu vrpcu zbog čega su i loši vodiči struje.

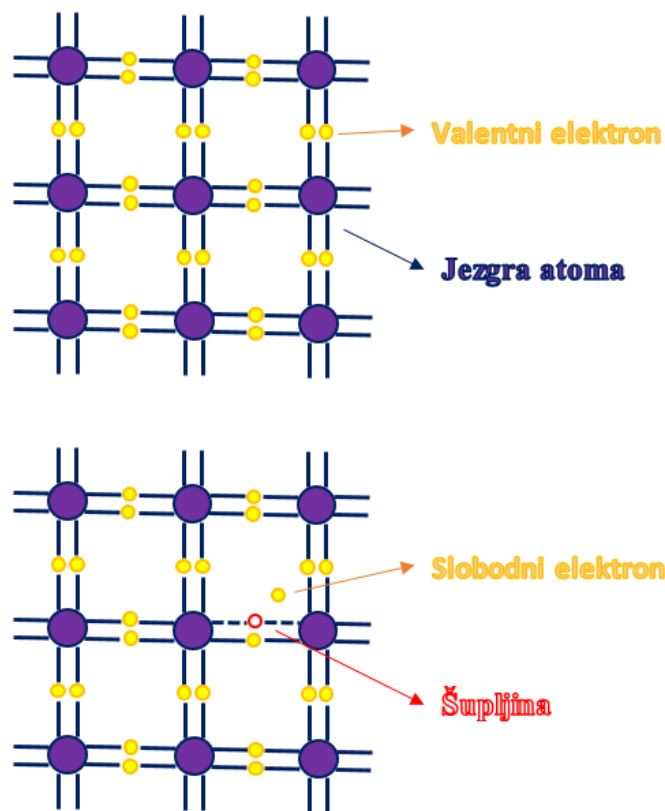
Struktura energijske vrpce metala vidljiva je na slici 7.3. Dolazi do preklapanja valentne i vodljive vrpce. Zbog preklapanja valentne i vodljive vrpce lako je postići gibanje elektrona zbog čega su metali dobri vodiči.



Slika 7.3: Struktura energijske vrpce za izolatore, poluvodiče i metale.

Struktura energijske vrpce poluvodiča vidljiva je na slici 7.3. [42] Valentna i vodljiva vrpca razdvojene su relativno malenim zabranjenim pojasom. Pri 0 K svi elek-

troni nalaze se u valentnoj vrpici te sudjeluju u kovalentnoj vezi između atoma u kristalnoj rešetki. Na slici 7.4 nalazi se ilustracija kovalentne veze za silicij i germanij. Radi se o elementima koji posjeduju četiri valentna elektrona zbog čega dolazi do formacije četiri kovalentne veze. Pri sobnim temperaturama moguće je da termalna energija pobudi elektron čime dolazi do toga da elektron skoči iz valentne vrpce u vodljivu vrpću. Nakon skoka preostaje šupljina u položaju u kojem se nalazio elektron. Susjedni valentni elektroni mogu skočiti na položaj novonastale šupljine što uzrokuje nastanak šupljine na položaju na kojem se nalazio susjedni elektron. Takva šupljina koja je okružena negativnim elektronima, ponaša se kao nosilac pozitivnog naboja te njegovo gibanje kroz kristal također predstavlja električnu struju. Zbog toga, električnu struju u poluvodiču stvaraju dva izvora: gibanje slobodnih elektrona u vodljivoj vrpći te gibanje šupljina u valentnoj vrpći. Poluvodiči koji u sebi sadrže izrazito malen broj nečistoća nazivaju se intrinzični poluvodiči, dok su poluvodiči s većim brojem nečistoća ekstrinzični poluvodiči.



Slika 7.4: Kovalentna veza silicija: slika gore - pri 0 K, slika dolje - pri višim temperaturama.

U poluvodičima, osim generacije para elektron šupljina, događa se i suprotan proces, rekombinacija elektrona i šupljina. Pri stabilnim uvjetima, postiže se ravnotežno stanje. Moguće je odrediti koncentraciju elektrona ( $n_i$ ) pri temperaturi  $T$ :

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} e^{-\frac{E_G}{2kT}} \quad (7.1)$$

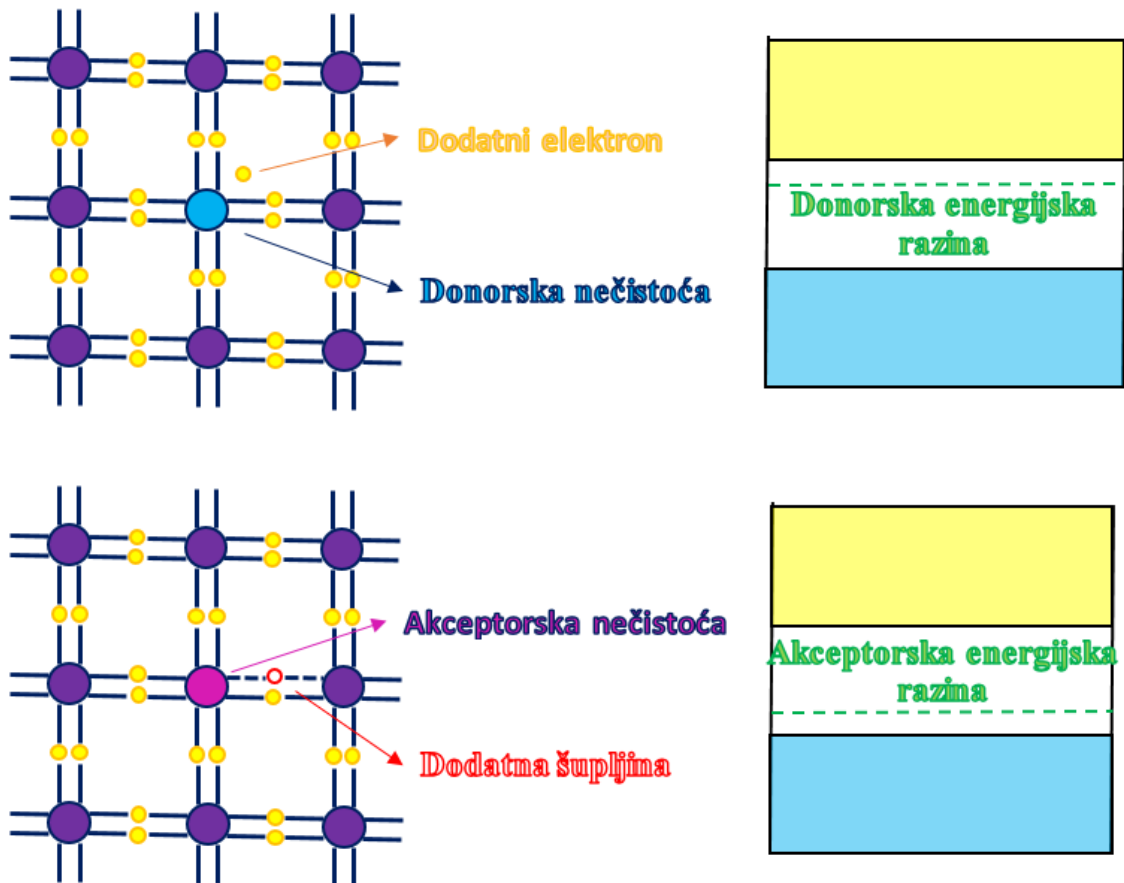
gdje je  $N_C$  broj stanja u vodljivoj vrpici,  $N_V$  broj stanja u valentnoj vrpici,  $E_g$  širina zabranjenog pojasa pri 0 K i  $k$  je Boltzmannova konstanta.  $N_C$  i  $N_V$  se računaju uz pomoć Fermi-Diracove statistike te variraju sa  $T^{\frac{3}{2}}$  zbog čega se gornji zapis može preinčiti u:

$$n_i = AT^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_G}{2kT}} \quad (7.2)$$

Konstanta  $A$  u danjuj jednadžbi ne ovisi o temperaturi. Tipičan iznos  $n_i$  za germanij je reda veličine  $2,5 * 10^{13} \text{cm}^{-3}$  pri temperaturi od 300 K. [42] Međutim, u volumenu od  $1 \text{cm}^3$  nalazi se  $10^{22}$  atoma što pokazuje da se radi o maloj koncentraciji.

Kod intrinzičnih poluvodiča broj elektrona u vodljivoj vrpici i broj šupljina u valentnoj vrpici su jednaki. Dodavanjem nečistoća u čisti poluvodič stvara se ekstrinzični poluvodič. U poluvodiče se dodaju peterovalentni ili trovalentni atomi.

Peterovalentni atomi nazivaju se donori. Zbog viška elektrona dolazi do pojave dodatne diskretne energijske razine u zabranjenom pojasu. Nova energijska razina nalazi se blizu vodljive vrpce zbog čega je lako postići pobuđenje elektrona koji se nalazi na toj energijskoj razini te time on prelazi u vodljivu vrpcu. Elektroni viška također mogu i popuniti šupljine koje se pojavljuju u valentnoj vrpici zbog čega će koncentracija šupljina u vodičima koji su dopirani peterovalentnim atomima biti manja od koncentracije elektrona. Elektroni su u tom slučaju većinski nosioci dok su šupljine manjinski nosioci. Vodič dopiran peterovalentnim atomima se naziva n-tip poluvodiča.



Slika 7.5: Slika gore - U poluvodič se dodaje peterovalentni atom (donor). Dodavanjem donora dobiva se n-tip poluvodiča. Višak elektrona stvara dodatnu energijsku razinu u zabranjenom pojasu koja se nalazi u blizini vodljive vrpce. Slika dolje - U poluvodič se dodaje trovalentni atom (akceptor). Dodavanjem akceptora dobiva se p-tip poluvodiča. Višak šupljina stvara dodatnu energijsku razinu u zabranjenom pojasu koja se nalazi u blizini valentne vrpce.

Trovalentni atomi nazivaju se akseptori. Zbog manjka elektrona u valentnoj vrpici dolazi do viška šupljina u valentnoj vrpici. Pojavljuje se dodatna energijska razina u blizini valentne vrpce zbog čega je lako postići pobuđenje elektrona u valentnoj vrpici čime oni prelaze na tu novu diskretnu koja se nalazi u zabranjenom pojasu. Takvim pobuđenjem elektrona dolazi do dodatnog stvaranja šupljina u valentnoj vrpici zbog čega će u poluvodičima koji su dopirani trovalentnim atomima koncentracija šupljina u valentnoj vrpici biti veća od koncentracije elektrona u vodljivoj vrpici. Šupljine su u tom slučaju većinski nosioci dok su elektroni manjinski nosioci. Vodič dopiran trovalentnim atomima se naziva p-tip poluvodiča.

### 7.3 Poluvodički germanijski detektori

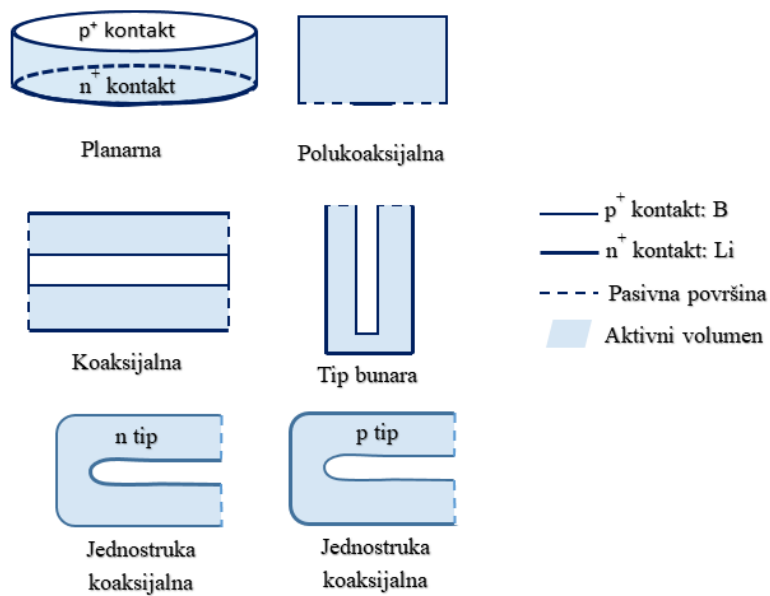
Germanijski detektori preferiraju se u detekciji gamma zraka zbog toga što ima veći atomski broj od silicija. Zbog većeg atomskog broja fotoelektrični udarni presjek je 60 puta veći u germaniju nego u siliciju. Germanijski detektori mogu biti i korišteni kod detekcije nabijenih čestica. Iako germanijski detektori imaju veću zaustavnu moć, njihov rad zahtijeva hlađenje dok hlađenje nije potrebno za rad silicijskih detektora.

Prvi germanijski detektori bili su germanijski detektori s povlačenim litijem ili Ge(Li) detektori. Izrađuju se nanošenjem metalnog litija na monokristal germanija tipa P. Proces izgradnje detektora uključuje zagrijavanje materijala kako bi se povećala učinkovitost difuzije litijevih iona u monokristal. Litijevi ioni se privlače kroz kristal uz pomoć električnog polja kako bi se postigla kompenzacija akceptor-skih stanja. Kompenzirani sloj je debljine 10 do 15 mm te ima svojstva intrinzičnog germanija. Ge(Li) detektori mogu biti različitih oblika (primjeri na slici 7.6) no često se koristi koaksijalni oblik kako bi se postigla maksimizacija osjetljivog volumena. Velik nedostatak Ge(Li) detektora je u tome da se moraju držati na niskim temperaturama. Litijevi atomi su izrazito mobilni u germaniju zbog čega je potrebno izrazito kratko vrijeme da dođe do uništenja kompenziranog sloja čak i na sobnoj temperaturi.

Razvoj u tehnologiji omogućio je stvaranje izrazito čistog germanija s malom koncentracijom nečistoća. Takvi detektori nazivaju se poluvodički germanijski detektori posebno visoke čistoće (HPGe). Njihova konstrukcija i način operacije je jednak kao i kod Ge(Li) detektora. Prednost takvih detektora je da se može koristiti i n-tip poluvodiča. Također, takvi detektori ne moraju uvijek biti hlađeni.

Poluvodički detektori su po svojoj građi poluvodičke diode, dakle spojevi N-P ili spojevi N-I-P. U radnim uvjetima spojeni su na visok napon u zapornom smjeru. Tim naponom se postiže električno polje u osjetljivom sloju detektora. Nakon što prođe električki nabijena čestica kroz osjetljivi sloj detektora dolazi do stvaranja elektrona u vodljivoj vrpici i šupljina u valentnoj vrpici. Oni se pod djelovanjem električnog polja kreću prema pozitivnoj ili negativnoj elektrodi detektora. Dolazi do stvaranja električnog signala koji je proporcionalan energiji koju je izgubila čestica u osjetljivom



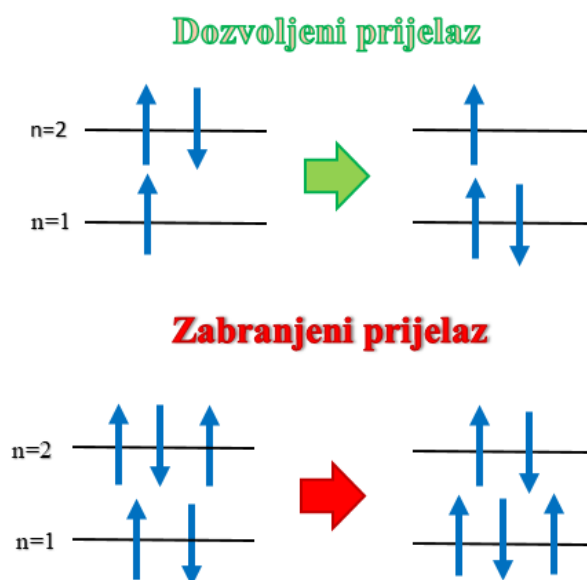


Slika 7.6: Izvedbe Ge(Li) detektora i HPGe detektora.

sloju detektora.

## 8 Izvođenje ispitivanja narušenja Paulijevog principa isključenja

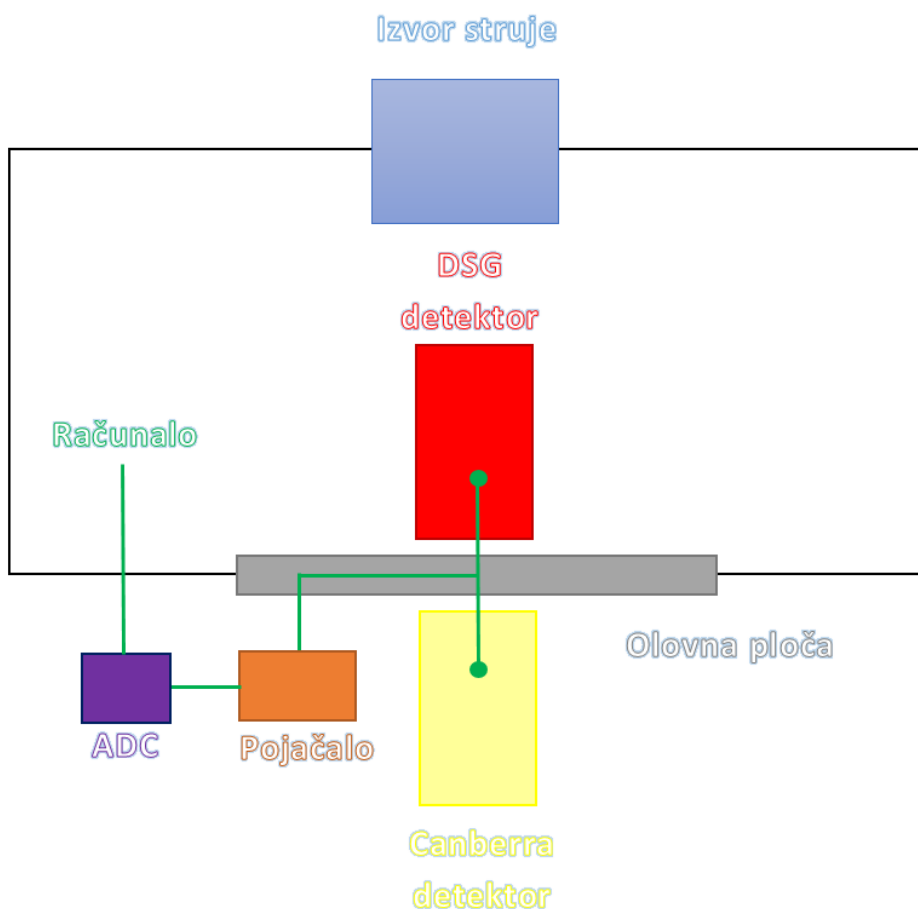
Na Fizičkom odsjeku proveden je eksperiment tipa Ramberga i Snow-a kako bi se ispitala mogućnost narušenja Paulijevog principa isključenja. Dakle, uz pomoć olovne pločice, izvora struje i detektora X-zraka traže se atomski prijelazi koji su zabranjeni Paulijevim principom isključenja. Atomski prijelazi u olovu odvijaju se zbog kozmičkih zraka ili zbog zračenja iz okoline ili zbog prisustva radioaktivnih tvari koje izbijaju elektrone van iz olova. Ta prazna stanja popunjavaju elektroni iz viših energijskih stanja. Prilikom atomskih prijelaza dolazi do stvaranja fotona čija je energija definirana razlikom u energijskim razinama. Kršenje Paulijevog principa isključenja detektiralo bi se pronalaskom fotona određenih energija. Naime, energija prijelaza kod dozvoljenih i nedozvoljenih prijelaza nije identična (8.1). Kod nedozvoljenih prijelaza, energija je manja zbog toga što se u osnovnom stanju nalaze dva elektrona koji daju ukupno veće zasjenjenje Coulombovoj privlačnoj sili nego jedan elektron koji se nalazi u osnovnom stanju pri dozvoljenim prijelazima.



Slika 8.1: Gore - shema dopuštenog  $2p \rightarrow 1s$  prijelaza. Dolje - shema zabranjenog  $2p \rightarrow 1s$  prijelaza. Prikazanim dozvoljenim prijelazom nastaju fotoni energije  $E = 74961eV$ , dok bi nedozvoljenim prijelazom nastajali fotoni energije  $E = 73813eV$  [43]

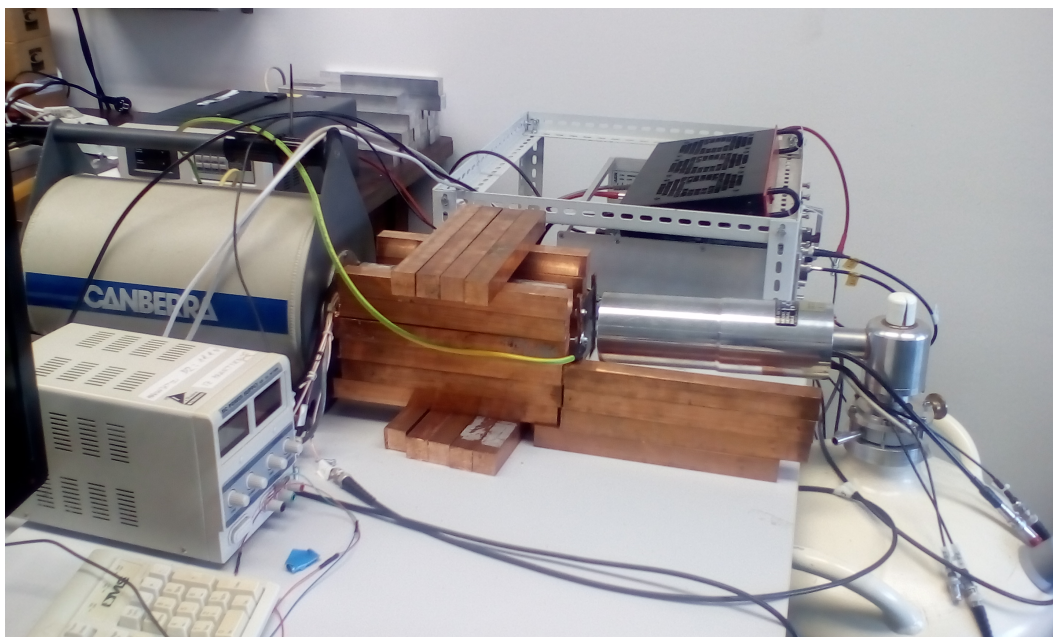
## 8.1 Eksperimentalni postav i provođenje mjerenja

Principijelno, postav koji se koristi prilikom izvođenja mjerenja za ovaj eksperiment gotovo je identičan postavu koji su koristili Ramberg i Snow te koji je pojašnjen u prethodnom poglavlju. Shema korištenog postava prikazana je na slici 8.2. Postavi se razlikuju u tome da se u ovom pokusu umjesto bakrene ploče koristi olovna ploča te umjesto jednog detektora se koriste dva.



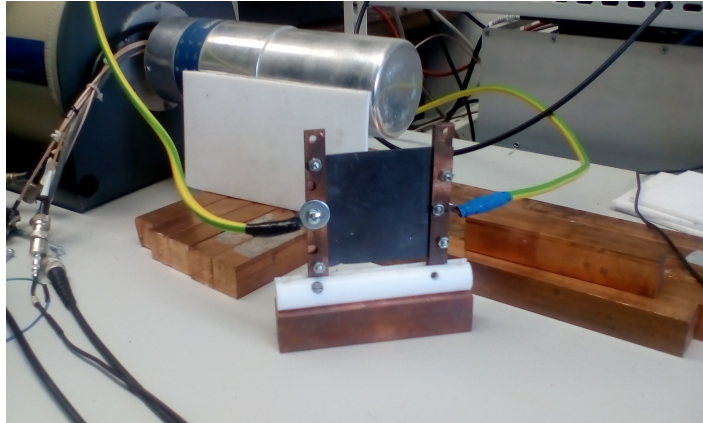
Slika 8.2: Shema eksperimentalnog postava za izvođenje ispitivanja kršenja Paulijevog principa isključenja.

Postav koji se koristi za izvođenje ispitivanja kršenja Paulijevog principa isključenja prikazan je na slici 8.3. Olovna ploča (slika 8.4) spojena je na strujni izvor. S obje strane ploče nalazi se HPGe detektor koji detektira emitirane fotone. Prilikom vršenja mjerenja koriste se dva različita detektora: DSG detektor i Canberra detektor. Uz pomoć detektora snima se spektar zračenja olovne pločice. Stvorene X-zrake ulaze u detektor u kojem interagiraju s elektronima koji se nalaze u detektoru. Ako se desi



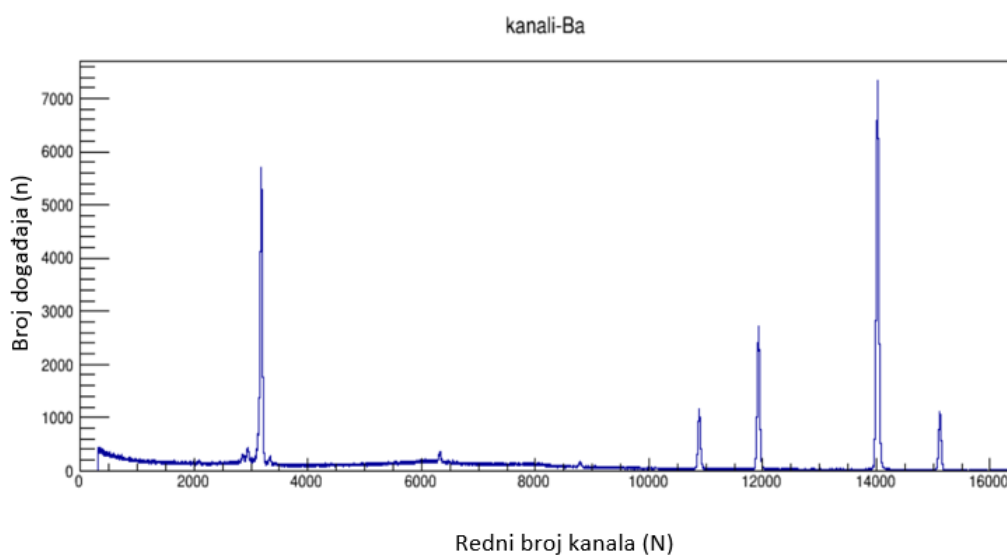
Slika 8.3: Eksperimentalni postav za izvođenje ispitivanja kršenja Paulijevega principa isključenja.

fotoelektrični efekt, X-zraka će predati svu svoju energiju elektronu. Taj elektron dobiva kinetičku energiju te interagira s elektronima u samom detektoru. Elektroni u detektoru se pobuđuju te dolazi do stvaranja parova elektron-šupljina. Ukupan broj stvorenih parova ovisi o energiji elektrona koji je interagirao s X-zrakom. Što je veća energija X-zrake to je i veća energija elektrona koji izaziva stvaranje parova. Kod detektora postoji narinuti visoki napon koji razdvaja elektrone i šupljine iz kristala. Stvara se električna struja koja formira električni signal koji se modificira uz pomoć pretpojačala i pojačala. Intenzitet signala zatim se pretvara u numeričku vrijednost uz pomoć analogno digitalnog pretvarača (ADC-a). ADC ima 16384 kanala. Broj kanala vezan je uz visinu mjerenog pulsa. U samom računalu, prikupljali su se podaci o broju događaja. Broj kanala vezan je uz visinu pulsa. U podacima se prikupljalo za svaki kanal ukupan broj detektiranih pulsa koji su vezani za taj kanal. Što je bio veći broj kanala, to je i veća visina impulsa. Veća visina impulsa znači da je bilo stvoreno više parova elektron-šupljina. Veći broj stvorenih parova je zbog toga što ih je pobudio elektron veće energije koji je imao veću energiju jer je X-zraka koja mu je predala tu energiju imala veću energiju. Dobiveni podaci sa dalje analiziraju. Olovna pločica je okružena bakrenim blokovima kako bi se smanjila količina okolnog zračenja koje bi utjecalo na mjerenje.



Slika 8.4: Olovna pločica korištena u eksperimentalnom postavu za izvođenje ispitivanja kršenja Paulijevog principa isključenja

Prvi dio mjerenja vrši se s radioaktivnim  $^{133}\text{Ba}$ . Mjerenje spektra barija vrši se zbog potrebe kalibracije detektora. Spektar barija vidljiv je na slici 8.5. Sa slike je vidljivo kako u  $^{133}\text{Ba}$  postoji određeni broj prijelaza koji su izrazito česti te se oni manifestiraju kao vrhovi na danom grafu. Energijske vrijednosti takvih energijskih prijelaza već su eksperimentalno određene zbog čega je moguće iskoristiti te poznate eksperimentalne vrijednosti kako bi se odredila veza između rednog broja kanala u detektoru s energijskom vrijednošću koja je detektirana. Za svaki detektor je izvršeno po 13 mjerenja spektra  $^{133}\text{Ba}$ . Mjerenje s  $^{133}\text{Ba}$  vrši se prije svakog mjerenja s olovnom pločicom kako bi se ta mjerenja iskoristila za kalibraciju.



Slika 8.5: Spektar barija koji se koristi kako bi se utvrdila veza između rednog broja kanala i detektirane energije

Broj maksimuma	Broj kanala (N)	Energija maksimuma (keV)
1	3293	81
2	11235	276,39
3	12310	302,85
4	14470	356,02
5	15600	383,85

Tablica 8.1: Određeni kanali za jedno mjerenje dobiveno uz pomoć Canberra detektora. Energije određenih maksimuma su već prethodno poznate iz drugih eksperimentalnih mjerenja.

Drugi dio mjerenja izvodi se s olovnom pločicom. Mjeri se spektar zračenja olovne ploče kroz koju ne prolazi struja. Jedno mjerenje traje ili 48 h ili 70 h.

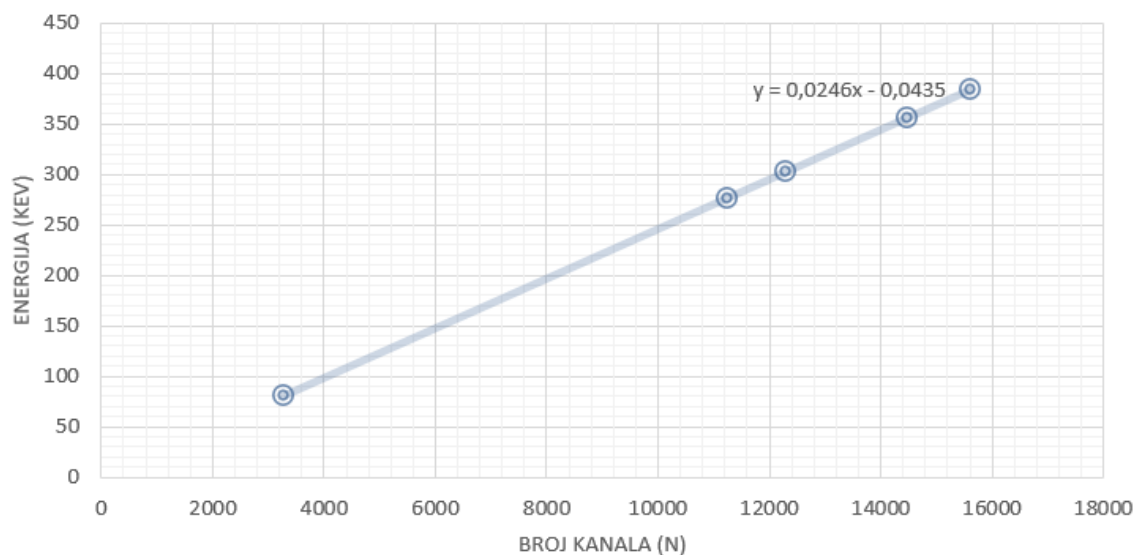
Treći dio mjerenja se također izvodi uz pomoć olovne pločice. Prilikom tih mjerenja kroz olovnu pločicu se propušta struja od otprilike 50 A te se mjeri emitirani spektar zračenja. Mjerenja u ovom setu također traju ili 48 h ili 70 h.

## 8.2 Analiza podataka

Prvi korak u analizi podataka je kalibracija ADC-a. Kalibracija se vrši uz pomoć podataka dobivenih mjereći spektar uzorka  $^{133}\text{Ba}$ . Kao što je već prethodno spomenuto, poznate su vrijednosti energija za vrhove u dobivenom spektru zbog čega se početno određuje broj kanala kod dobivenog spektra u kojem se pojedini maksimum nalazi. Broj kanala se određuje prilagodbom Gaussove krivulje na energijski maksimum, a primjer rezultata za jedno takvo mjerenje nalazi su u tablici 8.1.

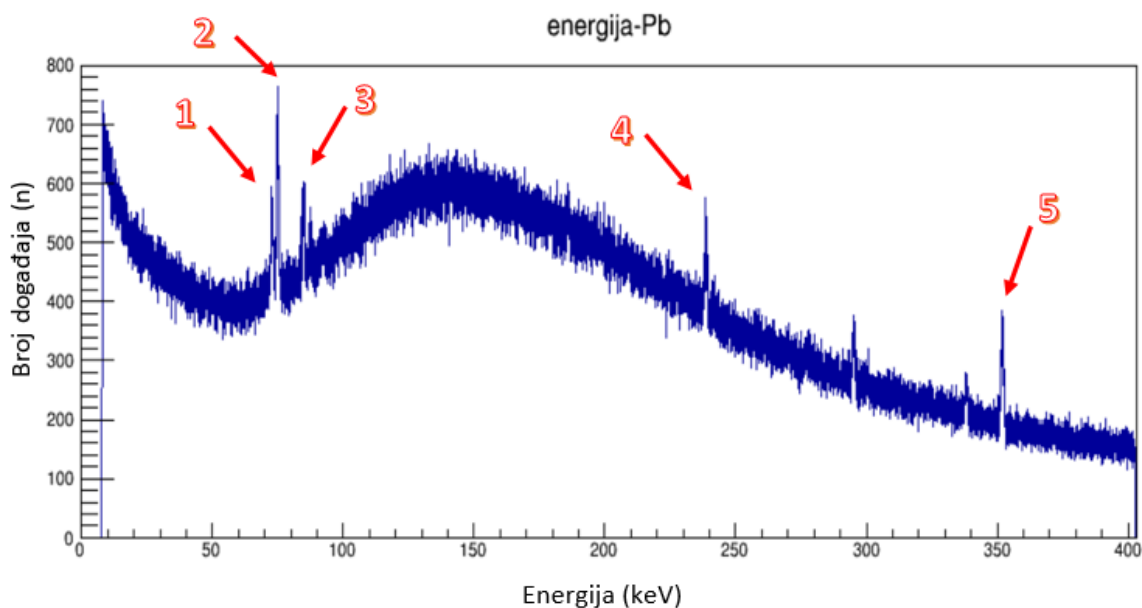
Određeni podaci se zatim koriste kako bi se linearnom regresijom odredila kalibracijska funkcija  $E(N) = aN + b$ . Primjer određene kalibracijske funkcije za navedene podatke vidljiv je na slici 8.6.

Kalibracija se izvršava tako da se uzima određena kalibracijska funkcija. U funkciju se uvrštava broj kanala čime se dobiva energija za taj određeni kanal. Taj proces se ponavlja za svaki kanal. Nakon toga se prilikom crtanja grafa na x-osi umjesto broja kanala koristi energija koja je određena za taj kanal dok na y-osi preostaje ukupan broj događaja koji je detektiran na određenom kanalu. Primjer jednog takvog grafa vidljiv je na slici 8.7. Dakle, povezuje se određena energija s ukupnim brojem



Slika 8.6: Određena kalibracijska funkcija za mjerenje dano u tablici 8.1 gdje y predstavlja energiju fotona, x broj kanala koji detektira tu energiju.

dogadaja koji su bili na toj energiji. Određeni grafovi kasnije se koriste u daljnjoj obradi podataka.



Slika 8.7: Spektar zračenja za olovo bez struje. Brojevima su označeni vrhovi koji su korišteni prilikom analize podataka. Eksperimentalno određene energije vrhova su: 1-72,65 keV; 2-74,8 keV; 3-84,6 keV; 4-238,5 keV; 5-351,8 keV.

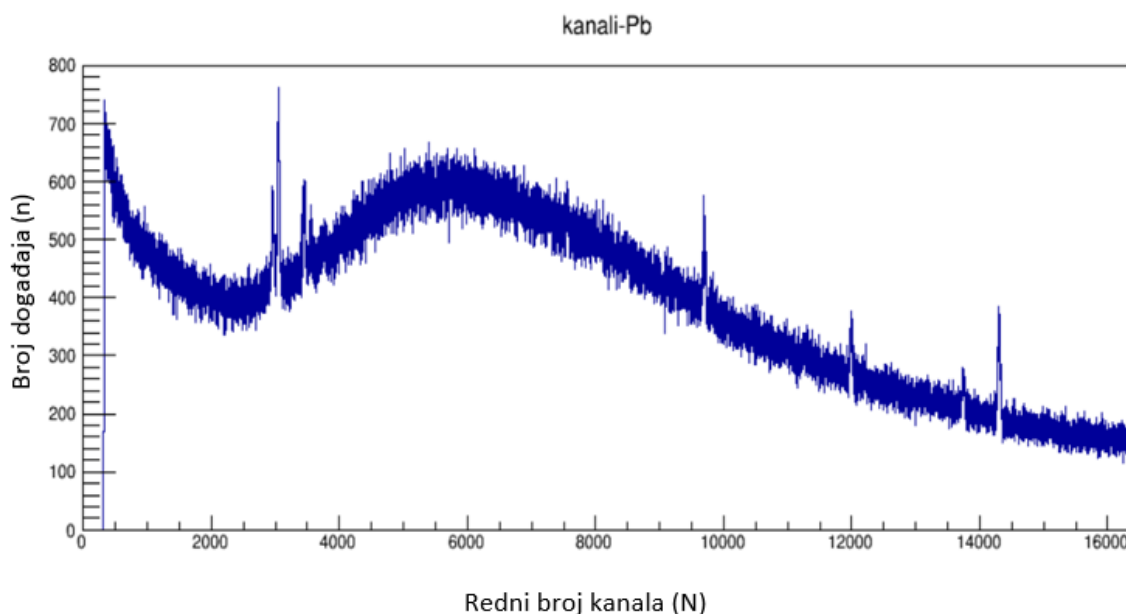
Nadalje, koristi se kalibrirani graf za zračenje olova kada kroz njega ne prolazi struja. Za svako mjerenje određuju se energije za pet vrhova. Nakon što se odrede energije za sva mjerenja, traži se srednja energija za svaki pojedini vrh. U tablici 8.2

nalaze se dobivene srednje energije za mjerenje izvršeno uz pomoć Canberra detektora i uz pomoć DSG detektora.

Broj maksimuma	Energija max - DSG (keV)	Energija max - Canberra (keV)
1	72,668	72,7542
2	74,81155	74,93017
3	84,62558	84,75897
4	238,4623	238,5863
5	351,6655	351,883

Tablica 8.2: Određene srednje vrijednosti za pet maksimuma energije naznačenih na slici 8.7 dobiveni uz pomoć DSG i Canberra detektora.

U idućem koraku, potrebno je izvršiti kalibraciju mjerenja sa strujom. U tu svrhu se koristi se graf prikazan na slici 8.8. Iz grafa se određuje na kojem se kanalu nalaze određeni maksimumi energije. Radi se o istima koji su naznačeni na slici 8.7. Broj kanala se određuje prilagodbom Gaussove krivulje na određeni vrh i zatim se, uz pomoć srednjih energija koje smo odredili iz mjerenja olova kroz koje ne teče struja, određuje kalibracijska funkcija  $E(N) = aN + b$ .



Slika 8.8: Spektar zračenja za olovo kroz koje teče struje.

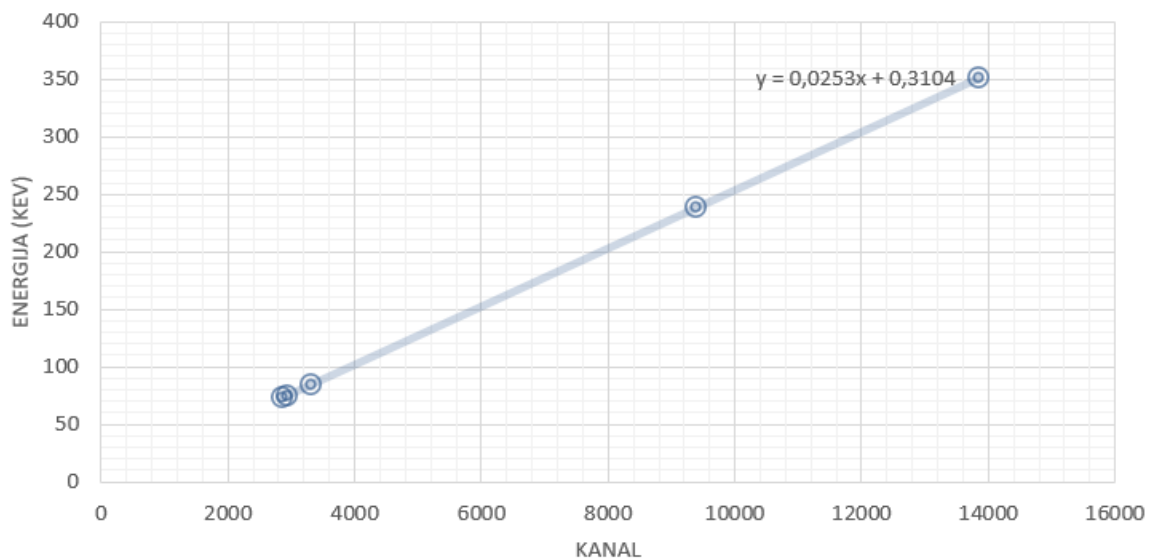
Rezultati za jedno takvo mjerenje primjenom DSG detektora prikazani su u tablici 8.2, a kalibracija za to isto mjerenje prikazana je na slici 8.9.

Kako bi se izvršila kalibracija mjerenja, ponavlja se prethodno opisani proces. Za



Broj maksimuma	Broj kanala (N)	Energija maksimuma - DSG (keV)
1	2854	72,668
2	2940	74,81155
3	3327	84,62558
4	9396	238,4623
5	13864	351,6655

Tablica 8.3: Određeni kanali za jedno mjerenje spektra olova kada se kroz njega pušta struja. Mjerenje je dobiveno uz pomoć DSG detektora. Energije maksimuma su određene kao srednje vrijednosti energija maksimuma tih istih vrhova za mjerenja s olovom kroz koje ne protječe struja.



Slika 8.9: Određena kalibracijska funkcija za mjerenje dano u tablici 8.3.

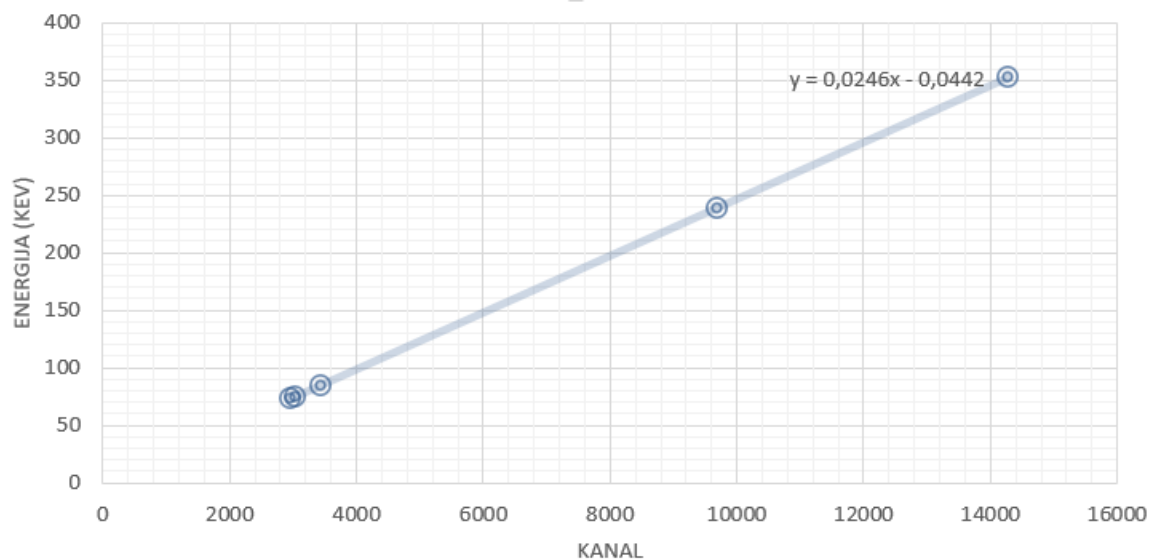
svako mjerenje određuje se nagib pravca i odsječak na y-osi koji se zatim koriste za kalibraciju. Kalibrirani grafovi za spektar zračenja za olovo kroz koje protječe struja kasnije se koriste u daljnjoj analizi podataka.

Analiza podataka dobivenih Canberra detektorom ekvivalentna je analizi podataka dobivenih uz pomoć DSG detektora. Primjer analize jednog mjerenja zračenja olova kroz koje protječe struja prikazano je na tablici 8.4, a graf korišten za određivanje kalibracijske funkcije za to isto mjerenje prikazan je na slici 8.10.

Nakon što se izvrši kalibracija za sva mjerenja, vrši se zbrajanje svih mjerenja bez struje te svih mjerenja sa strujom. Posebno se zbrajaju mjerenja za Canberra detektor i za DSG detektor. Ukupno vrijeme mjerenja za svaki tip mjerenja iznosi 874 h. Zbrojeni spektri za mjerenja bez struje i za mjerenja sa strujom nakon toga se oduzi-

Broj maksimuma	Broj kanala (N)	Energija maksimuma - Canberra (keV)
1	2957	72,7542
2	3045	74,93017
3	3443	84,75897
4	9691	238,5863
5	14292	351,883

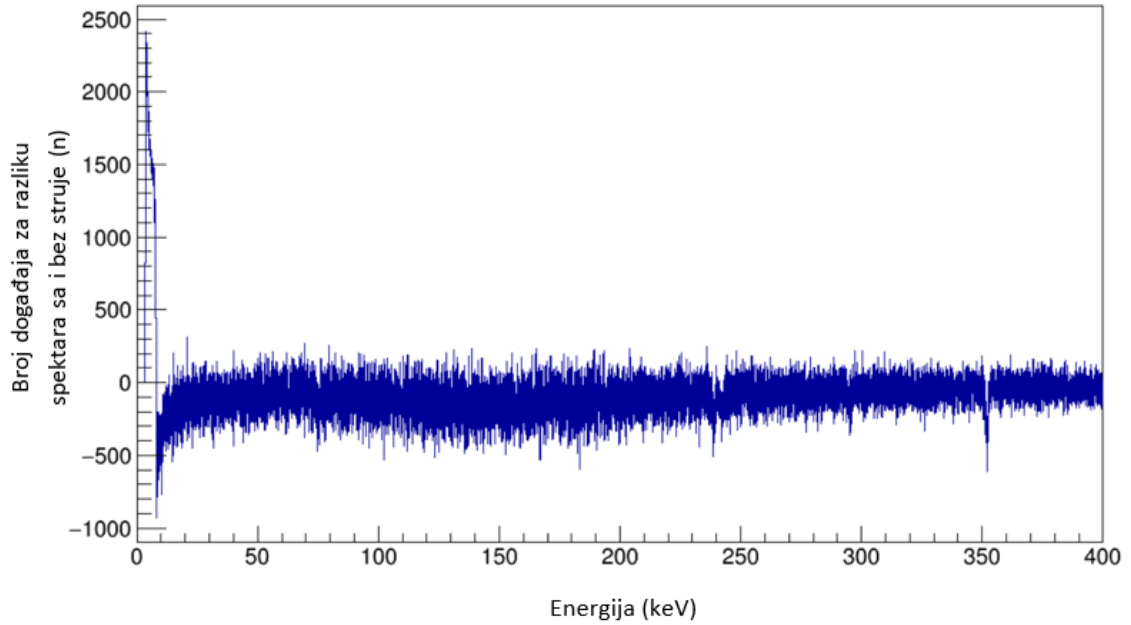
Tablica 8.4: Određeni kanali za jedno mjerenje spektra olova kada se kroz njega pušta struja. Mjerenje je dobiveno uz pomoć Canberra detektora. Energije maksimuma su određene kao srednje vrijednosti energija maksimuma tih istih vrhova za mjerenja s olovom kroz koje ne protječe struja.



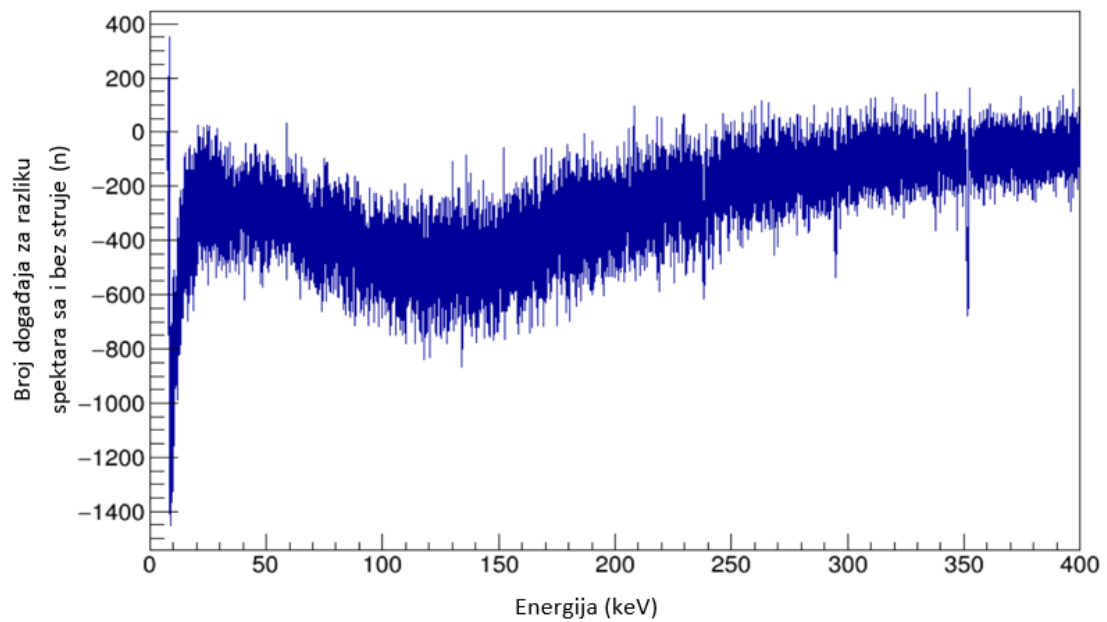
Slika 8.10: Određena kalibracijska funkcija za mjerenje dano u tablici 8.4.

maju. Razlika spektara dobivena iz mjerenja uz pomoć Canberra detektora vidljiva je na slici 8.11, dok je razlika spektara dobivena iz mjerenja uz pomoć DSG detektora vidljiva je na slici 8.12.

Očekivana razlika spektara je oko nule no iz slike 8.11 i slike 8.12 je vidljivo kako konačna razlika iz rađenih mjerenja nije u tom području. Zbog neslaganja tih rezultata s predviđanjima limit narušenja Paulijeva principa neće se računati sve dok se ne istraži gdje je nastao problem.



Slika 8.11: Graf razlike broja događaja za spektar olovne pločice kroz koju ne prolazi električna struja i kroz koju prolazi električna struja dobiven. Podaci su dobiveni uz pomoć Canberra detektora.



Slika 8.12: Graf razlike broja događaja za spektar olovne pločice kroz koju ne prolazi električna struja i kroz koju prolazi električna struja dobiven. Podaci su dobiveni uz pomoć DSG detektora.

## 9 Zaključak

Paulijev princip isključenja je izričito važan u području kvantne teorije no njegov uzrok još uvijek nije objašnjen. Zabranjuje da dva fermiona u istom kvantnom sustavu budu u istom stanju. Dosad nisu pronađeni nikakvi dokazi za njegovo kršenje. Na Fizičkom odsjeku proveden je eksperiment tipa Ramberga i Snow-a kako bi se ispitala mogućnost njegovog kršenja. Dakle, traže se atomski prijelazi koji su zabranjeni Paulijevim principom isključenja. Zabranjeni prijelazi manifestirali bi se kao fotoni koji su nešto manje energije od fotona koji su stvoreni dozvoljenim prijelazom između istih energijskih razina. Razlog za manju energiju je veće zasjenjenje Coulombove privlačne sile kod zabranjenih prijelaza.

U eksperimentu, koristi se olovna ploča koja je spojena na strujni izvor. S obje strane ploče nalazi se HPGe detektor koji detektira emitirane fotone. Uz pomoć detektora snima se spektar zračenja olovne pločice. Prije mjerenja spektra olova kroz koje se ne propušta električna struja, vrši se mjerenje s radioaktivnim  $^{133}\text{Ba}$ . Uz pomoć mjerenja s radioaktivnim  $^{133}\text{Ba}$  vrši se kalibracija mjerenja spektra olova kroz koje se ne propušta električna struja. Srednja vrijednost energijskih vrhova koristila se kako bi se izvršila kalibracija mjerenja spektra olova kroz koje se propušta električna struja. Za oba detektora (Canberra i DSG) pojedinačno su se zbrojila mjerenja olova kroz koje se nije propuštala električna struja i olova kroz koje se propušta električna struja. Zbroj tih mjerenja se zatim oduzima kako bi se uklonila pozadina u mjerenju te kako bi se vidjelo kakav je signal na energijama zabranjenih prijelaza.

Očekivana razlika mjerenja trebala bi biti oko nule no kod izvršenih mjerenja to nije slučaj. Iz nekog razloga pozadina u mjerenju bez struje nije jednaka pozadini u mjerenju sa strujom. Potrebno je daljnje ispitivanje kako bi se utvrdio razlog za odstupanje rezultata od predviđanja. Limit za narušenje Paulijeva principa nije računat jer očekivana razlika mjerenja nije oko nule te ti podaci nisu pogodni za daljnji račun.

## 10 Metodički dio - atomski spektri i uvod u Bohrov model atoma

Svima je poznato iz svakodnevnog iskustva kako užareni materijali emitiraju svjetlost. Iz snopa svjetlosti moguće je dobiti spektar boja određenih valnih duljina koje su sadržane u tom snopu svjetlosti ako ju promatramo uz pomoć prizme ili difrakcijske rešetke. Ovisno o izvoru svjetlosti dani spektar može biti kontinuirani ili linijski.

U ranom devetnaestom stoljeću, otkriveno je kako elementi u plinovitom stanju imaju jedinstveni set linija u linijskom spektru. To saznanje se pokazalo iznimno korisnim u identifikaciji raznih elemenata i spojeva. Također to saznanje je iznimno važno u kreiranju modela atoma jer svaki dobar model atoma nužno mora objasniti jedinstveni set spektralnih linija za svaki atom.

Emisija i apsorpcija zračenja je nastavna jedinica koja je dio cjeline Atomi i jezgre. Prije ove nastavne jedinice, učenici uče o fotoelektričnom učinku i valno-čestičnoj prirodi tvari. Učenici se još na satu fizike nisu susreli s modelima atoma, ali bi trebali biti djelomično upoznati s njima iz satova kemije. Također se očekuje da će učenici biti upoznati s kontinuiranim spektrom koji se dobiva uz pomoć prizme i bijele svjetlosti. Zbog veze između Bohrovog modela atoma i atomskih spektra u ovoj nastavnoj jedinici obradit će se i energijski nivoi te će se uvesti Bohrov model atoma koji će se kasnije detaljnije razraditi.

U ovoj nastavnoj jedinici postoji velik broj učeničkih poteškoća na koje bi nastavnik trebao obratiti pažnju. Potrebno je utrošiti dovoljnu količinu vremena kako bi se razjasnilo učenicima o tome kako se dolazi do formiranja spektra. Naime, u istraživanjima [46] se pokazalo da učenici ne raspoznaju koje su uloge pojedinih dijelova eksperimentalnih postava koji se koriste kako bi se formirao spektar. U eksperimentalnom postavu se svjetlost propušta kroz pukotinu. Snop svjetlosti zatim nailazi na prizmu koja razdvaja svjetlost ovisno o frekvenciji te se na zastoru zbog toga dobiva spektar boja. Za prizmu mogu smatrati da uvijek stvara kontinuirani spektar što znači da ne povezuju vrstu spektra s izvorom svjetlosti. Neki od učenika mogu sugerirati da se od kontinuiranog izvora svjetlosti može dobiti diskretni spek-

tar tako da se suzi pukotina ili da se prizma zamijeni difrakcijskom rešetkom čime pokazuju da ne razlikuju diskretni spektar od ogibne slike. Nadalje, moguće je da neki od učenika smatraju kako bilo koji izvor svjetlosti daje diskretan spektar. Zbog toga mogu sugerirati kako je svjetlost uvijek razdijeljena te da se spektralne linije uvijek javljaju, a uloga prizme je samo u tome da proširi već postojeću razdiobu svjetlosti. Bitno je također da se osvrne i na monokromatske izvore svjetlosti. Naime, u istraživanju se pokazalo kako je samo 20% studenata točno predvidjelo formaciju diskretnog spektra ako se izvor kontinuiranog svjetla zamijeni monokromatskim izvorom. Nadalje, iako su točno predvidjeli stvaranje diskretnog spektra njihovi razlozi za odabir odgovora sugeriraju kako studenti ne razumiju što znači diskretan spektar i kako on nastaje.

Učeničke poteškoće se također javljaju i u razumijevanju veze između spektralnih linija i energijskih nivoa u atomu. Najčešća poteškoća u tom dijelu je povezivanje jedne linije u spektru s jednim energijskim nivoom. Među učenicima koji imaju tu poteškoću, moguće je da će i smatrati kako je energija fotona koji formiraju pojedinu spektralnu liniju jednaka energiji jednog energijskog nivoa. Neki od učenika mogu povezati određenu boju s energijskim nivoom, dakle smatraju kako je nekoliko spektralnih linija iste boje jedan energijski nivo. U istraživanju se pokazalo kako neki studenti smatraju da osnovni energijski nivo nije energijski nivo te se javilo i uvjerenje kako atomski prijelazi uvijek uključuju osnovni energijski nivo. [46]

Ova priprema je predviđena za učenike četvrtih razreda gimnazije. Za obradu ove nastavne jedinice predviđen je jedan školski sat. Nastava se jednim dijelom izvodi frontalno, a djelomično učenici rade u grupama.

Cilj ove nastavne jedinice je upoznavanje učenika s kontinuiranim, emisijskim i linijskim spektrom, spektralnom analizom, energijskim nivoima, Balmerovom formulom i Lymanovim, Balmerovim, Paschenovim, Brackettovim i Pfundovim nizom.

Sat je razdijeljen na tri dijela. U uvodnom dijelu frontalno se izvodi pokus u kojem se prikazuje kontinuirani i linijski spektar, s učenicima se raspravlja o radu spektroskopa i o povijesnoj važnosti linijskih spektara posebice u razvoju Bohrovog

modela atoma.

U središnjem dijelu uvode se Bohrovi postulati te Rydbergova formula. Bohrovi postulati se uvode uz pomoć PhET simulacije. Simulacija prikazuje izgled Bohrovog modela atoma na primjeru vodika. Simulira se interakcija fotona s elektronom te se prikazuje spektar koji nastaje iz emisije fotona kada se elektron u modelu spušta iz viših energijskih razina na niže što se koristi u raspravi o tome kako po Bohrovom modelu atoma dolazi do nastajanja linijskog spektra. Uvode se Lymanov, Balmerov, Paschenov, Brackettov i Pfundov niz.

U završnom dijelu učenici odgovaraju na nekoliko konceptualnih pitanja. Pitanja su višestrukog izbora, a učenici odgovaraju na njih uz pomoć kartica. Ako preostaje dovoljno vremena, učenicima se zadaje numerički zadatak da riješe na satu.

## **10.1 Očekivani ishodi**

### **10.1.1 Predmetni ishodi**

FIZ SŠ A.4.4. Analizira modele atoma i energijske spektre.

- Analizira emisijske i apsorpcijske spektre
- Tumači pojam spektralne analize i linijskog i kontinuiranog spektra
- Tumači matematički zapis Balmerove i Rydbergove formule
- Opisuje formiranje Lymanovog, Balmerovog, Paschenovog, Brackettovog i Pfundovog niza
- Opisuje Bohrov model atoma
- Povezuje spektralne linije i energijske razine u atomu

FIZ OŠ A.8.10. Istražuje fizičke pojave.

- Istražuje spektar zračenja užarenih tijela
- Interpretira spektar zračenja tijela

## FIZ OŠ A.8.11. Rješava fizičke probleme

- Uz pomoć Rydbergove formule, određuje valnu duljinu emitiranog fotona te između kojih energijskih razina elektron prijelazi

### 10.1.2 Međupredmetni ishodi

- uku A.3.3. 3. Kreativno mišljenje - Učenik samostalno oblikuje svoje ideje i kreativno pristupa rješavanju problema.
- uku A.3.4. 4. Kritičko mišljenje - Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.
- ikt C.3.4. Učenik uz učiteljevu pomoć ili samostalno odgovorno upravlja prikupljenim informacijama.
- osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

## 10.2 Tijek nastavnog sata

### 10.2.1 Uvodni dio

Sat se započinje frontalnim izvođenjem pokusa čija je skica prikazana na slici 10.1. Kroz pukotinu se propušta zraka svjetlosti koja prolazi kroz prizmu na kojoj se razlaže na kontinuirani spektar. Učenicima se u početnom dijelu objašnjava postav te se od njih traže opažanja. Spominjemo kako se nastali spektar naziva kontinuirani spektar.

Učenicima se prikazuje linijski spektar žive te im se postavlja pitanje:

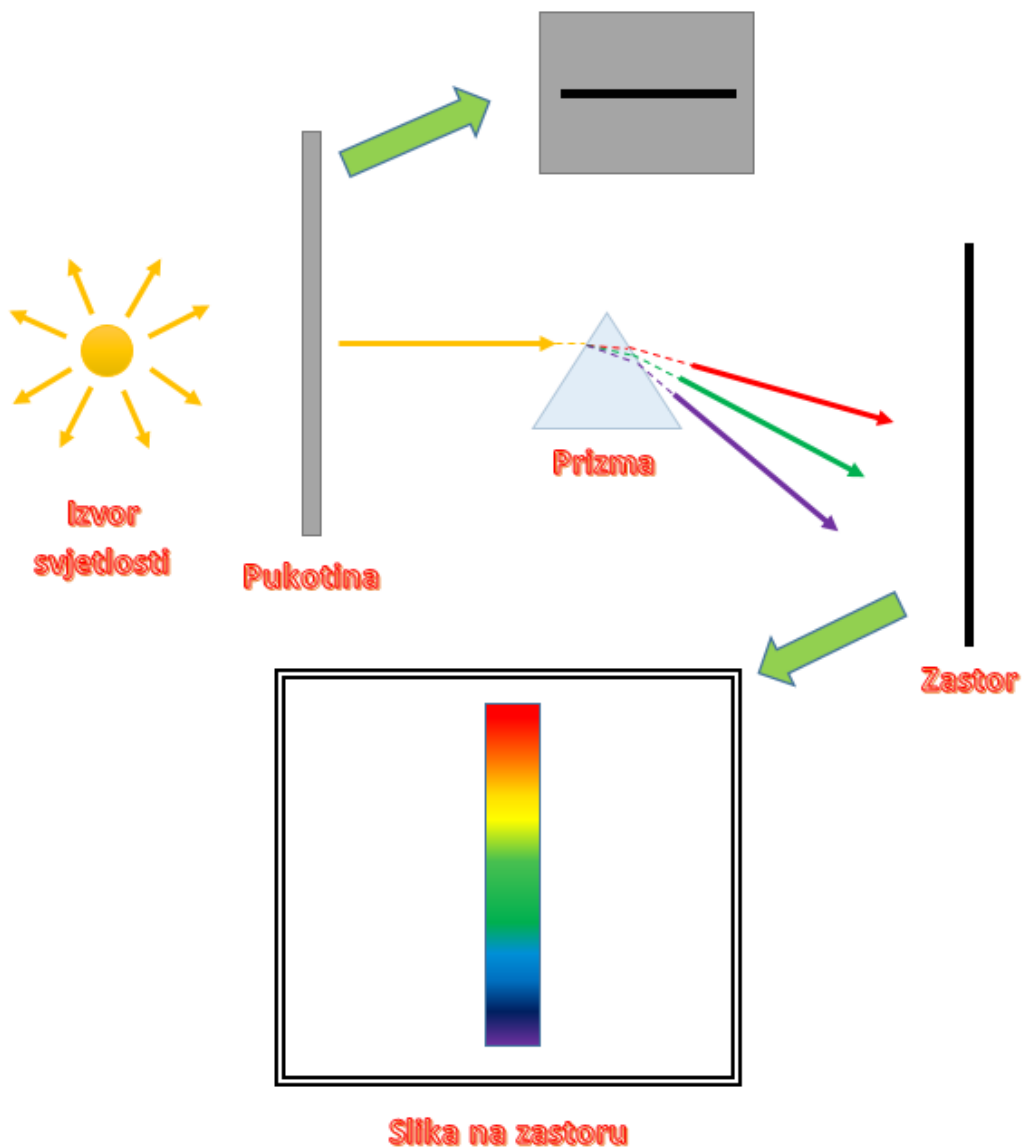
*Što je potrebno izmijeniti u postavu kako bismo dobili spektar koji nalikuje prikazanom spektru?*

*Što očekujete da će se dogoditi ako se suzi širina pukotine?*

*Što očekujete da će se dogoditi ako se zamijeni prizma s optičkom rešetkom?*

Cilj je da učenici dođu do zaključka kako vrsta spektra ovisi o izvoru svjetlosti. Također je potrebno diskutirati o tome da li je moguće dobiti drugačiji tip spektra sužavanjem pukotine ili zamjenom prizme optičkom rešetkom kako bi se riješile potencijalne učeničke poteškoće brkanja linijskog spektra i ogibne slike te uvjerenja kako se kontinuirani spektar sastoji samo od određenih valnih duljina.



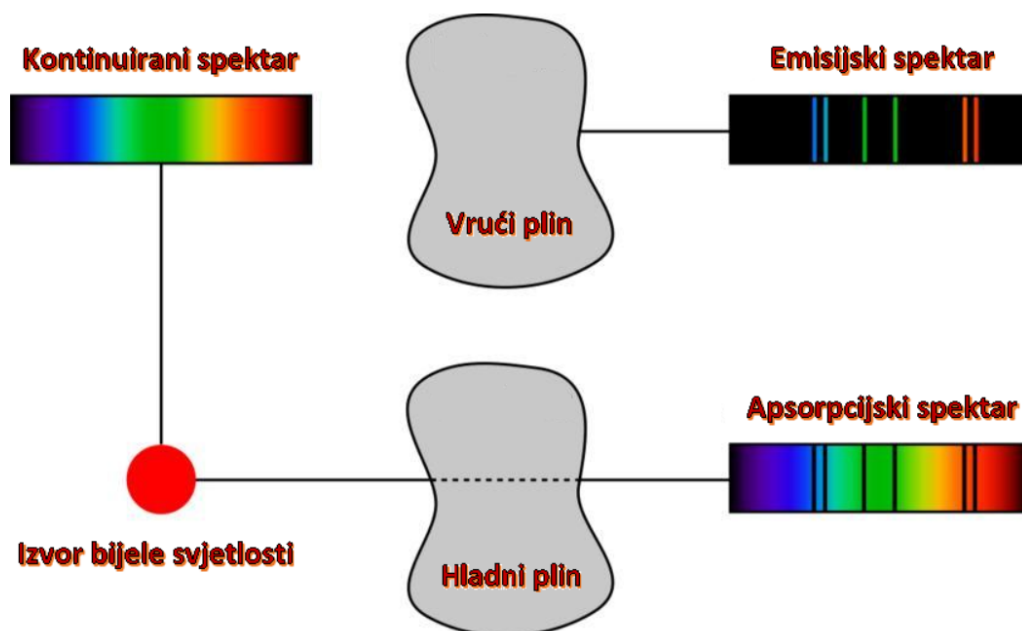


Slika 10.1: Skica uvodnog pokusa.

Dakle, smatraju da će se zbog sužavanja pukotine ili kada se zamjeni prizma s optičkom rešetkom snop svjetlosti raširiti te da će zbog toga nastati diskretan spektar. Učenicima se zatim demonstrira što se događa kada se suzi pukotina te kada se prizma zamijeni difrakcijskom rešetkom. Na kraju se mijenja izvor svjetlosti uz pomoću kojeg se stvara linijski spektar te se uvodi pojam emisijskog linijskog spektra.

*Kakav će spektar nastati ako koristimo monokromatski izvor svjetlosti?*

Cilj je da učenici zaključe da ponovno nastaje linijski spektar koji će se sastojati samo od jedne linije.



Slika 10.2: Kontinuirani spektar se dobiva iz izvora bijele svjetlosti, a emisijski spektar od vrućeg plina. Apsorpcijski spektar nastaje kada snop bijele svjetlosti prolazi kroz oblak hladnog plina. Slika preuzeta iz [47]

Učenicima se zatim prikazuje slika vodikovog emisijskog i apsorpcijskog spektra na temelju koje se raspravlja o nastalim spektrima.

*Po čemu se razlikuju dva prikazana spektra vodika?*

*Po čemu su prikazani spektri slični?*

U ovom dijelu uvode se pojmovi emisijskog i apsorpcijskog linijskog spektra. Cilj je da učenici opaze da su položaji spektralnih linija jednaki.

*Kako nastaje emisijski linijski spektar nekog plina?*

*Kako nastaje apsorpcijski spektar nekog plina?*

S učenicima se raspravlja o tome kako nastaju spektri. Prikazuje im se slika 10.2. Bitno je naglasiti kako emisijski linijski spektar emitiraju zagrijani plinovi i pare, dok kontinuirani spektar potječe od užarenih čvrstih tijela i plinova velike gustoće i temperature. Potrebno je naglasiti kako emisijski spektar emitiraju slobodni atomi ugrijanog plina, dok apsorpcijski spektar nastaje kao posljedica prolaska bijele svjetlosti kroz hladni plin u atomarnom stanju. Od učenika se zatim traži da samostalno objasne razliku između kontinuiranog spektra, emisijskog spektra i apsorpcijskog spektra kako bi se provjerilo da li su usvojili nove pojmove.

Učenicima se zatim opisuje kako su povijesno linijski spektri predstavljali problem

Rutherfordovom modelu atoma po kojem bi atomi trebali stvarati kontinuirani spektar. Linijski spektri razjasnili su se uz pomoć Bohrovog modela atoma te se učenicima postavlja pitanje: *Što znate o Bohrovom modelu atoma?*

Cilj ovog pitanja je da steknemo uvid u učenička predznanja. Nakon diskusije o njihovom znanju prelazi se na središnji dio sata u kojem se povezuju Bohrovi postulati i Rydbergova formula za vodik.

### 10.2.2 Središnji dio sata

U središnjem dijelu sata istražuje se kako nastaje linijski spektar po Bohrovom modelu atoma. Učenicima prikazujemo PhET simulaciju [48] u kojoj je simuliran Bohrov model vodikovog atoma. Simulira se i snop bijele svjetlosti koja može pobuditi elektron. Kada se pobuđeni elektron spušta s više stacionarne staze na nižu emitira se foton. Spektrometar bilježi koji fotoni su se emitirali.

Kada se pokrene simulacija, simulira se putanja elektrona u osnovnom stanju.

*Kako se giba elektron?*

*Može li se elektron drugačije gibati?*

*Što označavaju kružnice na simulaciji?*

*Dolazi li do kakve promjene kada se elektron giba po stacionarnoj stazi?*

*Može li se elektron podići iz osnove stacionarne staze u višu stacionarnu stazu? Kako?*

Svrha ovih pitanja je da se učenici navedu na prvi Bohrov postulat. Nakon što se raspravi o pitanjima na simulaciji se uključuje snop bijele svjetlosti koja je reprezentirana fotonima raznih valnih duljina što je potrebno napomenuti učenicima:

*Što se događa kada na elektron naleti foton?*

*Da li elektron uvijek skoči u višu stazu nakon što na njega naleti foton?*

Cilj pitanja je da učenici zaključe kako je nužno da foton ima određenu energiju kako bi se elektron mogao pobuditi. Na simulaciji je moguća uporaba i monokromatske svjetlosti zbog čega je moguće demonstrirati kako foton nasumične energije ne može pobuditi elektron.

*Što se događa kada se elektron spušta s više stacionarne staze na nižu?*

*Kakve su energije fotona koji su emitirani?*

Cilj pitanja je kako bi se učenici naveli na drugi Bohrov postulat. Nakon završetka rasprave izriču se Bohrovi postulati koji tvrde:

- Elektron može kružiti oko jezgre samo po točno određenim stacionarnim stazama za koje vrijedi  $mvr = n\hbar$ . Dok se on giba po jednoj od takvih stacionarnih staza, on pri tom gibanju ne emitira te se nalazi u tzv. stacionarnom energijskom stanju.
- Elektron može skakati iz jedne stacionarne staze u drugu samo kada primi ili emitira određeni kvant energije. Energija koju prima ili emitira jednaka je razlici energija konačnog i početnog stanja elektrona.

Nakon navođenja Bohrovih postulata uvodi se i Rydbergova formula:

$$\frac{hc}{\lambda} = 13,6eV \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (10.1)$$

S učenicima se zatim raspravlja o danoj formuli:

*Što predstavlja  $\frac{hc}{\lambda}$ ?*

Cilj je da se učenici prisjete kako je to energija fotona.

*O kakvom se fotonu radi?*

Želimo istaknuti da se radi o fotonu koji će biti emitiran.

*Što predstavljaju  $m$  i  $n$ ?*

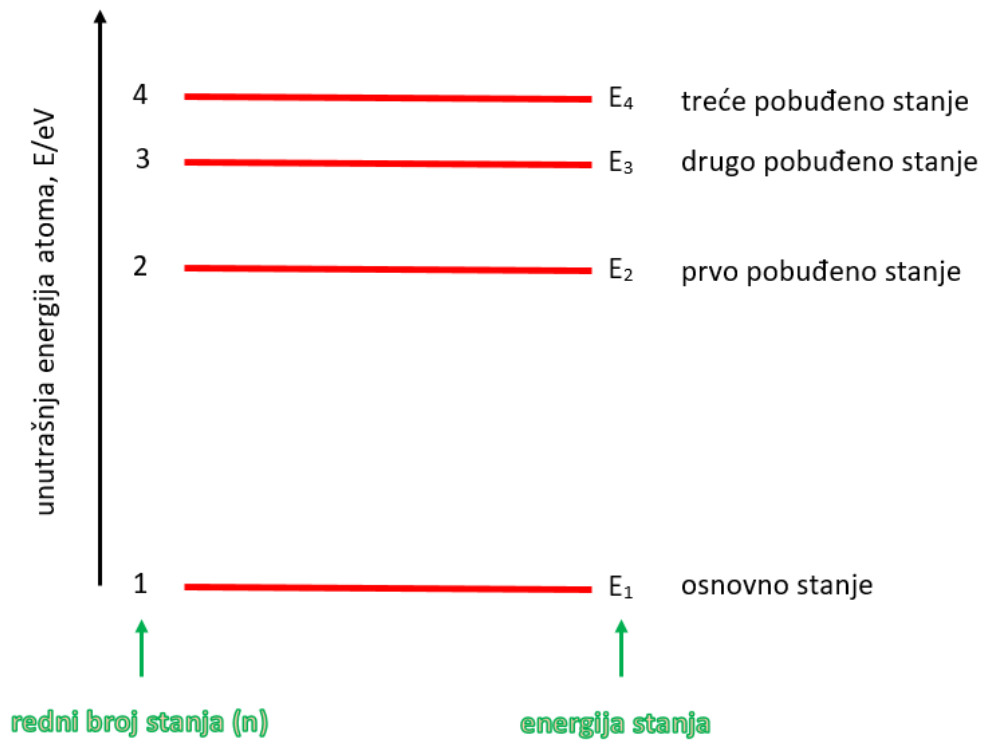
Cilj je da učenici povežu oznake se brojem stacionarne staze. *Što se od navedenog može opaziti u emisijskom ili apsorpcijskom spektru?*

Cilj je da se dođe do zaključka kako se u spektrima opažavaju valne duljine emitiranih ili apsorbiranih fotona.

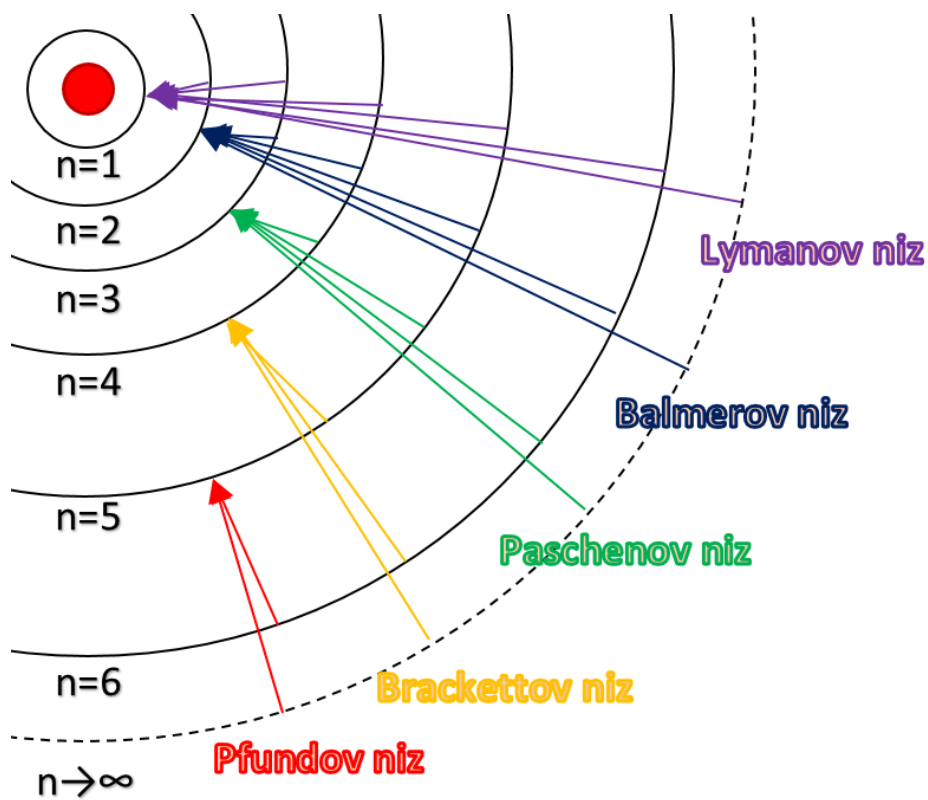
*O čemu ovisi broj linija u spektru?*

*Koliki će biti broj linija ako postoje dva, tri ili četiri stacionarna stanja?*

O ovom pitanju potrebno je detaljnije diskutirati zbog toga što učenici često povezuju broj energijskih stanja s brojem linija u spektru, dakle potrebno je detaljnije istaknuti kako su linije u spektru posljedica prijelaza između dva energijska nivoa. Također, moguća je pojava uvjerenja kako atomski prijelazi uvijek uključuju osnovni nivo pa se tim pitanjem provjerava da li su dobro shvatili taj dio. Potrebno je i skicirati graf kao na slici 10.3 te na njemu diskutirati o ukupnom broju nastalih linija.



Slika 10.3: Donji dio energijskog spektra.



Slika 10.4: Lymanov, Balmerov, Paschenov, Brackettov i Pfundov niz.

Nakon rasprave uvode se Lymanov, Balmerov, Paschenov, Brackettov i Pfundov niz koji su vidljivi na slici 10.4. Napominje se kako u Rydbergovoj formuli  $m$  predstavlja određeni niz;  $m=1$  - Lymanov niz,  $m=2$  - Balmerov niz,  $m=3$  - Paschenov niz,  $m=4$  - Brackettov niz i  $m=5$  - Pfundov niz. Ističe se kako je od posebnog značaja Balmerov niz te se zapisuje Balmerova eksperimentalna formula kojom ga je on opisao: [49] [50] [51] [52]

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (10.2)$$

### 10.2.3 Završni dio

Sat se završava uz pomoć nekoliko konceptualnih pitanja:

1) Korištenjem eksperimentalnog postava prikazanog na slici 10.1 nastaje kontinuirani spektar. Koju od sljedećih promjena u eksperimentalnom postavu je potrebno učiniti da bi na zastoru vidjeli linijski spektar? [46] (rj. a)

- a. Zamijeniti izvor svjetlosti.
- b. Suziti pukotinu.
- c. Proširiti pukotinu.
- d. Prizmu zamijeniti s optičkom rešetkom.
- e. Promijeniti udaljenost između prizme i zastora.

2) Odaberi TOČNU tvrdnju. (rj. c)

- a. Kontinuirani spektar potječe od plinova niske gustoće i visoke temperature.
- b. Emisijski spektar potječe od plinova niske gustoće i niske temperature.
- c. Apsorpcijski spektar nastaje kada bijela svjetlost prolazi kroz plin niske temperature.

- d. Linijski spektar nastaje kada monokromatska svjetlost prolazi kroz plin visoke temperature.
- e. Apsorpcijski spektar potječe od užarnih čvrstih tijela i plinova velike gustoće i temperature.

3) Koja je od navedenih tvrdnja UVIJEK TOČNA za elektron koji skače iz stacionarne staze koja je dalja od jezgre u stacionarnu stazu koja je bliža jezgri? Moguće je više točnih odgovora. (rj. b)

- a. Apsorbira se foton.
- b. Emitira se foton.
- c. Elektron prelazi iz pobuđenog stanja u osnovno stanje.
- d. Elektron prelazi iz osnovnog stanja u pobuđeno stanje

4) Spektar nekog plina sadrži 11 spektralnih linija. Koji je najmanji broj energijskih nivoa u svakom atomu plina potreban da bi nastao takav spektar? [46] (rj. b)

- a. 5
- b. 6
- c. 8
- d. 10
- e. 11

5) Elektron se nalazi u trećem pobuđenom stanju. Koliki je maksimalni broj spektralnih linija koje mogu nastati ako se taj elektron spusti u osnovno stanje? (rj. d)

- a. 3
- b. 4
- c. 5

d. 6

e. 7

Ako preostane dovoljno vremena učenicima se zadaje zadatak da odrede koje sve valne duljine može zračiti vodikov atom ako se elektron u vodik u spustio s treće staze u prvu stazu. (rj.  $\lambda_1 = 1,03 * 10^{-7} \text{ m}$ ,  $\lambda_2 = 6,58 * 10^{-7} \text{ m}$ ,  $\lambda_3 = 1,22 * 10^{-7} \text{ m}$ ) [50]



## Bibliography

- [1] Reines, F.; Sobel, H.W. Test of the Pauli Exclusion Principle for Atomic Electrons. //Phys. Rev. Lett. Vol. 32, (1974), str. 32-954.
- [2] Ignatiev, A.Y.; Kuzmin, V.A. Is small violation of the Pauli principle possible? //Sov. J. Nucl. Phys. Vol. 46, (1987), str. 444-446.
- [3] Ramberg, E.; Snow, G.A. Experimental limit on a small violation of the Pauli principle. //Phys. Lett. B Vol. 238, (1990), str. 438-441.
- [4] Young HD, Freedman RA, Ford AL, Sears FW. Sears and Zemansky's university physics: With modern physics. San Francisco: Pearson Addison Wesley; 2008.
- [5] Standard Model of Elementary Particles, (23.09.2020), Wikimedia Commons, [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard\\_Model\\_of\\_Elementary\\_Particles\\_hr.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles_hr.svg), 23.9.2020.
- [6] ATLAS Collaboration. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. //Phys. Lett.. Vol. 716, 1(2012), str. 1-29.
- [7] Pauli, W. Über den Zusammenhang des Abschlusses der Elektronengruppen im Atom mit der Komplexstruktur der Spektren. //Z. Phys. Vol. 31, 1(1925), str. 765-783.
- [8] New Quantum Mechanics 13: The Trouble with Standard QM, (26.08.2020), Claes Johnson on Mathematics and Science, <http://claesjohnson.blogspot.com/2016/08/new-quantum-mechanics-13-trouble-with.html>, 26.8.2020.
- [9] Feynman, R. Feynman Lectures of Physics. 3rd Vol. 2nd ed. Massachusetts : Addison-Wesley, 1963.
- [10] Kaplan, I. G. The Pauli Exclusion Principle and the Problems of Its Experimental Verification // Symmetry. Vol. 320, 12(2020), br. članka 320 <https://doi.org/10.3390/sym12020320>
- [11] Heisenberg, W. Mehrkörperproblem und Resonanz in der Quantenmechanik. //Z. Phys. Vol. 38, 1(1926), str. 411-426.

- [12] Dirac, P.A.M. On the theory of quantum mechanics. //Proc. R. Soc. Lond. A Vol. 112, (1926), str. 661-667.
- [13] Slater, J.C. The Theory of Complex Spectra. //Phys. Rev. Vol. 34, (1929), str. 1293-1322.
- [14] Fowler, R.H. On dense matter. //Mon. Not. R. Astron. Soc. Vol. 87, (1926), str. 114-122.
- [15] Ford, K.W.: The Quantum world - Quantum physics for everyone. Harvard University Press.;2004.
- [16] Fermi dirac distr (23.09.2020), Wikimedia Commons, [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fermi\\_dirac\\_distr.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fermi_dirac_distr.svg), 23.9.2020.
- [17] Sunko, D.: Statisticka fizika i termodinamika. interna skripta.;2016.
- [18] Griffiths, D.; Schoreter, D.F.: Introduction to Quantum Mechanics 3rd ed. Cambridge University Press.;2018.
- [19] Lee, T. D.; Yang, C. N. Question of Parity Conservation in Weak Interactions // Physical Review. Vol. 104, 1(1956), str. 254-258.
- [20] Wu, C.-S.; Ambler, E.; Hayward, R. W.; Hoppes, D. D.; Hudson, R. P. Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay // Physical Review. Vol. 105, 4(1957), str. 1413-1415.
- [21] Christenson, J. H.; Cronin, J. W.; Fitch, V. L.; Turlay, R. "Evidence for the  $2\pi$  Decay of the  $K_2^0$  Meson System // Physical Review Letters. Vol. 13, 4(1964), str. 138.
- [22] Okun, L. Possible violation of the Pauli principle in atoms. // JETP Lett. Rev. Vol. 46, 10(1987), str. 420-422.
- [23] Goldhaber, M.; Scharff-Goldhaber, G. Identification of Beta-Rays with Atomic Electrons. // Phys. Rev. Vol. 73, 12(1948), str. 1472-1473.
- [24] Amado, R.D.; Primakoff, H. Comments on testing the Pauli principle. // Phys. Rev. C Vol. 22, (1980), str. 1338-1340.

- [25] Greenberg, O.W.; Mohapatra, R.N. Local Quantum Field Theory of Possible Violation of the Pauli Principle. // Phys. Rev. Lett. Vol. 59, (1987), str. 2507-2510.
- [26] Okun, L.B. Possible violation of the Pauli principle in atoms // JETP Lett. Vol. 46, (1987), str. 529-532.
- [27] Greenberg, O.W. Particles with small violations of Fermi or Bose statistics. //Phys. Rev. D Vol. 43, (1991), str. 4111-4120.
- [28] Campa, A.; Rahal V. Thermodynamical implications of a violation of the Pauli principle. //Phys. Rev. A Vol. 38, 7(1988), <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.38.3728>
- [29] Gavrin, V.N.; Ignatiev, A.Y.; Kuzmin, V.Z. Search for small violation of the Pauli principle // Phys. Lett. B Vol. 206, (1988), str. 343-345.
- [30] Novikov, V.M.; Pomansky, A.A. Experimental test of a possible violation of the Pauli principle. // JETP Lett. Vol. 49, (1989), str. 81-83.
- [31] Novikov, V.M.; Pomansky, A.A. Test of the Pauli exclusion principle for atomic electrons. //Phys. Lett. B Vol. 240, (1990), str. 227-231.
- [32] Nolte, E. Test of the Pauli exclusion principle for nucleons and atomic electrons by accelerator mass spectrometry. //Z. Phys. A Vol. 340, (1991), str. 411-413.
- [33] Bellini, G. New experimental limits on the Pauli-forbidden transitions in  $^{12}\text{C}$  nuclei obtained with 485 days Borexino data. //Z. Phys. A Vol. 81, (2010), 034317
- [34] Curceanu Petrascu, C.; Bartalucci, S.; Bartalucci, S.; Bragadireanu, M.; Cargnelli, M.; Di Matteo, S.; Egger, J-P.; Guaraldo, C.; Iliescu, M.; Ishiwatar, T.; Laubenstein, M.; Marton, J.; Milotti, E.; Pietreanu, D.; Ponta, T.; Rizzo, A.; Romero, Vidal, A.; Sordo, A.; Sirghi, D. L.; Sirghi, F.; Sperandio, L.; Vazquez Doce, O.; Widmann, E.; Zmeskal, J. Experimental tests of quantum mechanics – Pauli exclusion principle violation (the VIP experiment) and future perspective // Journal of Physics: Conference Series. Vol. 306, (2011), str. 012036.

- [35] Elliott, S.R. An Improved Limit on Pauli-Exclusion-Principle Forbidden Atomic Transitions. //Found. Phys. Vol. 42, (2012), str. 1015-1030.
- [36] Shi, H. Experimental search for the violation of Pauli exclusion principle. //Eur. Phys. J. C. Vol. 78, (2019), 319.
- [37] Milotti, E. On the Importance of Electron Diffusion in a Bulk-Matter Test of the Pauli Exclusion Principle. //Entropy. Vol. 20, (2018), 515.
- [38] Xray-shielding, (23.09.2020), Wikimedia Commons, <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Xray-shielding.svg>, 23.9.2020.
- [39] Photo Electric Effect, (23.09.2020),MIT OpenCourseWare, <https://www.flickr.com/photos/mitopencourseware/4706688476>, 23.9.2020.
- [40] File:Pb-gamma-xs.svg (01.10.2020), Wikimedia Commons, <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pb-gamma-xs.svg>, 01.10.2020.
- [41] Podgoršak, E.B.:Radiation Physics for Medical Physicists. Springer, Cham.;2016.
- [42] Leo, W. R. Techniques for nuclear and particle physics experiments: A how-to approach. Berlin: Springer;1994.
- [43] Marton, Johann and Pichler, Andreas and Bartalucci, S. and Bazzi, Massimiliano and Bertolucci, Sergio and Berucci, Carolina and Bragadireanu, M. and Cargnelli, Michael and Clozza, Alberto and Curceanu, C. and Paolis, L. and Matteo, S. and Egger, J. and Guaraldo, C. and Iliescu, M. and Laubenstein, Matthias and Milotti, Edoardo and Pietreanu, D. and Piscicchia, K. and Zmeskal, Johann. "VIP2 at Gran Sasso - Test of the validity of the spin statistics theorem for electrons with X-ray spectroscopy // Journal of Physics: Conference Series. Vol. 1342, 11(2017). doi. 10.1088/1742-6596/1342/1/012087
- [44] Grove, A.S.:Physics and Technology of Semiconductor Devices . University of California , Berkeley .;1967.
- [45] Eberth, j.; Simpson, J. From Ge(Li) detectors to gamma-ray tracking arrays–50 years of gamma spectroscopy with germanium detectors. //Elsevier. Vol. 60, 2(2008), str. 283-337

- [46] Ivanjek, L. Istraživanje konceptualnog razumijevanja atomskih spektara kod studenata. Doktorski rad. Zagreb : Prirodoslovno-matematički fakultet, 2012.
- [47] Snell law wawefronts, (22.09.2020), SnappyGoat, <https://images.app.goo.gl/WUaNsyJBBkY7nnGC9>, 22.09.2020.
- [48] Models of the Hydrogen Atom, (22.09.2020), Phet, <https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/hydrogen-atom>, 22.09.2020.
- [49] Horvat, D; Hrupec D : Fizika 4. Neodidactica.;2013.
- [50] Labor, J. : Fizika 4. Alfa.;2008.
- [51] Krsnik, R. : Fizika 4 - Metodički priručnik za nastavnike. Školska knjiga.;2003.
- [52] Vlaho, Đ; Vlaho Z; Paar, V.: Fizika 4 - Metodički priručnik za nastavnike. Školska knjiga.;2004.