

# Motivacijske aktivnosti u nastavi matematike

---

**Gregorinčić, Valentina**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2021**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:421541>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-25**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu  
Prirodoslovno-matematički fakultet  
Matematički odsjek

Valentina Gregorinčić

# **Motivacijske aktivnosti u nastavi matematike**

Diplomski rad

Voditeljica rada:  
prof.dr.sc. Sanja Varošaneć

Zagreb, rujan 2021.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana \_\_\_\_\_ pred  
ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. \_\_\_\_\_ , predsjednik

2. \_\_\_\_\_ , član

3. \_\_\_\_\_ , član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom \_\_\_\_\_ .

Potpisi članova povjerenstva:

1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

*Zahvaljujem se svojoj mentorici prof.dr.sc Sanji Varošaneć na ukazanom povjerenju, nesebično pruženoj pomoći i ustrajnosti tijekom izrade diplomskog rada.*

*Od srca se zahvaljujem roditeljima, sestri, zaručniku i prijateljima koji su mi uvijek bili velika podrška i potpora.*

# Sadržaj

Sadržaj	1
Uvod	3
<b>1 PETI RAZRED OSNOVNE ŠKOLE</b>	<b>6</b>
1.1 Zbrajanje brojeva u skupu $\mathbb{N}_0$	6
1.2 Preračunavanje mjernih jedinica	7
1.3 Obujam kvadra	10
<b>2 ŠESTI RAZRED OSNOVNE ŠKOLE</b>	<b>12</b>
2.1 Višekratnici	12
2.2 Sukladnost trokuta	13
2.3 Trapez - površina trapeza	14
2.4 Površina četverokuta s okomitim dijagonalama	16
<b>3 SEDMI RAZRED OSNOVNE ŠKOLE</b>	<b>20</b>
3.1 Proporcionalnost	20
3.2 Postoci	22
<b>4 OSMI RAZRED OSNOVNE ŠKOLE</b>	<b>24</b>
4.1 Spajamo i režemo	24
4.2 Pitagorin poučak	27
<b>5 PRVI RAZRED SREDNJE ŠKOLE</b>	<b>29</b>
5.1 Graf linearne funkcije	29
5.2 Podatci	30
<b>6 DRUGI RAZRED SREDNJE ŠKOLE</b>	<b>38</b>
6.1 Geometrija prostora	38
6.2 Rotacijska tijela	44
<b>7 TREĆI RAZRED SREDNJE ŠKOLE</b>	<b>48</b>
7.1 Elipsa	48

<i>SADRŽAJ</i>	2
<b>8 ČETVRTI RAZRED SREDNJE ŠKOLE</b>	<b>53</b>
8.1 Funkcije . . . . .	53
<b>Bibliografija</b>	<b>63</b>
<b>Sažetak</b>	<b>66</b>
<b>Summary</b>	<b>67</b>
<b>Životopis</b>	<b>68</b>

# Uvod

Za razvoj društva koje potiče slobodno i stvaralačko mišljenje u kojem su neobične, originalne i nove ideje više nego poželjne, ključan element je suvremena škola. Suvremena škola je škola koja je koncipirana prema mjeri učenika, gdje je učenik aktivni subjekt učenja i nastave, odnosno subjekt vlastitog razvoja. Sredina u kojoj učenici borave u školi je prijateljska i poželjna. Škola je usmjerena na razvoj kreativnosti i suradničko učenje između učenika te učenika i nastavnika. Pedagozi koji podržavaju suvremeni pristup nastavi zapravo podržavaju ideju realizacije nastave na učeniku prihvatljive i različite načine pri čemu se uzima u obzir učenikov osobni stil i dinamika samog učenja, no pritom se ne zanemaruju temeljni ciljevi i zadaci učenja.

Istraživanje provedeno u 10 osnovnih škola Novog Zagreba učenika osmih razreda pokazalo je da su učenici svjesni potrebe matematike u svakidašnjem životu (75% učenika je matematiku stavilo na sami vrh važnosti) što je ohrabrujuće za nastavnika matematike. Problemi se nameću kod pogleda zašto učiti matematiku. Samo nešto više od 15% učenika se izjasnilo da matematiku uči jer im je zanimljiva, dok 58.7% učenika matematiku uči zbog ocijene. Također, 49.5% učenika uči matematiku kako bi imali bolju ocjenu na kraju osmog razreda, a 14% učenika uči matematiku da bi ispravili lošu ocjenu. Time zapravo dolazimo do postotka 63.5% učenika koji uči matematiku samo zbog više ocijene, dok njih 18.1% uči matematiku bez obzira na ocjenu, [3]. Rezultati istraživanja nam pokazuju koliko se psihologija učenja kod učenika promijenila. Naime, umjesto da su kod učenika razviti unutarnji ciljevi za učenje, istraživanje pokazuje da čak 63.5% učenika uči isključivo motivirano vanjskim ciljevima učenja, odnosno završnom ocjenom iz matematike čime se postavljaju pitanja je li učenicima na matematici možda dosadno ili ih se ne postavlja na mjesto ravnopravnog i aktivnog subjekta.

Nastavnik je jedan od glavnih faktora koji bi trebao potaknuti unutar-nje ciljeve učenja kod učenika. Nastavnik u tom procesu mora motivirati učenike za nastavu, odnosno usmjeriti učenika, potaknuti ga na učenje,

odrediti intenzitet, kakvoću i trajanje. Što dulje traje motivacija, povećava se mogućnost uspješnosti završetka određenog zadatka. Pomoću motiviranja učenika nastavnik ostvaruje da ga učenici pažljivo prate, gradi pouzdanje učenika i potiče zadovoljstvo učenja učenika novih nastavnih sadržaja, te povećava važnost predmeta matematike. Tehnike motivacije se mogu postaviti na konkretno nastavno gradivo ili na održavanje pozornosti učenika. Osim motivacije na uvodnom dijelu nastavnog sata, potrebno je motivirati učenike tijekom cijelog nastavnog sata, posebno kod ponavljanja nastavnog sadržaja.

Kao motivacijske tehnike nastavnik može izraditi križaljke, kvizove, rebus, različite društvene igre modificirati na način da se ponavlja nastavni sadržaj i rješavaju matematički zadaci, zagonetke, uklopiti glazbu za opuštanje ili naglasak na važnost kod određenog dijela nastavnog sadržaja, statičku nastavu pretvoriti u dinamičku u kojoj se učenici kreću i ne provode nastavni sat isključivo za školskim klupama, itd.. Motivacijske aktivnosti se mogu provoditi u oblicima rada u skupini, rada u parovima, individualnog rada i frontalnog rada. Što se tiče frontalnog rada on nam služi za izvođenje aktivnosti na kojoj istovremeno rade svi učenici predvođeni nastavnikom ili jednim od učenika. Velika prednost frontalnog rada je ekonomičnost. On je nezamjenjiv kod pojašnjavanja uputa aktivnosti i pruža osjećaj zajedništva i jednakosti svih učenika. Nedostatak frontalnog izvođenja aktivnosti je taj što se prisiljava učenike da izvrše aktivnost jednakom brzinom. Kod individualnog rada svaki učenik samostalno odrađuje aktivnost koja može biti jednaka ili različita za svakog učenika. Time je omogućena individualizacija za svakog učenika i poticanje intelektualne aktivnosti. Nedostatak individualnog izvođenja aktivnosti je nedostatak komunikacije između učenika. Rad u skupinama (skupine od tri do šest učenika) koje mogu biti homogene ili heterogene, ovisno o vrsti aktivnosti, razvija komunikacijske vještine učenika, učenici postavljaju zajednički cilj i teže bržem i boljem rješenju problema koji im se nameće tijekom aktivnosti. Problemi koji se mogu javiti kod rada u skupini su dominacija određenih učenika unutar skupine, nastavnik vrlo lako može izgubiti kontrolu nad razredom, a također u cilju što bržeg i boljeg dolaska do rješenja problema, pojedini učenici preuzimaju inicijativu i rješavaju problem, dok slabiji učenici znaju biti zapostavljeni u radu. Kako bi se spriječila glasna komunikacija među učenicima i moguć gubitak kontrole nad razredom, nastavnici se puno puta okreću izvođenjem aktivnosti u kojoj učenici rade u parovima. Tako se koncentracija drugih učenika ne narušava jer je komunikacija unutar para tiša, ali se suzbija monotonija. Kao nedostatak oblika rada u paru se ističe nespremnost učenika na zajednički rad, a može se i javiti nemogućnost uvida u rad svakog od učenika u paru.



Ovaj diplomski rad se temelji na motivacijskim aktivnostima za nastavu matematike za osnovnu školu od petog do osmog razreda i srednju školu. Rad sadrži aktivnosti podijeljene po razredima i nastavnim temama. Neke od motivacijskih aktivnosti koje su u ovom diplomskom radu predviđene za određen razred i nastavni sadržaj, vrlo lako se mogu preoblikovati za niže/više razrede, ali i za druge nastavne cjeline ili jedinice. Motivacijske aktivnosti mogu se izvoditi različitim oblicima rada, od frontalnog do rada u skupinama. Aktivnosti su napisane na način da se nastavnicima daju ideje za uvođenje više motivacijskih aktivnosti u nastavu matematike kako bi se postotak učenika s unutaršnjim ciljevima matematike povećao, odnosno da učenici ne bi učili samo zbog ocjene. Neke od napisanih aktivnosti su provedene tijekom obrade metodičkih praksi na fakultetu. Provedene aktivnosti su učenici vrlo srdačno prihvatili i dinamika samog učenja se promijenila na tim nastavnim satovima. Motivacijske aktivnosti osim što bi trebale motivirati učenike i aktivirati razmišljanje, one ih uče i snalaženju, ogledanju izvan okvira problema te kritičkom razmišljanju i promišljanju, a sve te kompetencije će im u kasnijem životu i obrazovanju olakšati razumijevanje i rješavanje problema.

# Poglavlje 1

## PETI RAZRED OSNOVNE ŠKOLE

### 1.1 Zbrajanje brojeva u skupu $\mathbb{N}_0$

#### 1.1.1 Mađioničar ili profesor matematike

Učenici se dolaskom u pete razrede osnovnih škola susreću s brojnim promjenama: veći broj nastavnih predmeta, mijenjanje učionica, veći broj nastavnika, opširnije gradivo, duži boravak u školi te u nekim slučajevima i potpuno nova škola. Sve te nove promjene kod učenika mogu izazvati strah, nelagodu, iščekivanja, itd.. S obzirom da je matematika jedan od težih nastavnih predmeta s kojim velik broj djece ima određene probleme, ova aktivnost je lijep i zanimljiv uvod u matematiku. S obzirom da je ova aktivnost za učenike petog razreda osnovne škole, nastavnik može dodati i dodatna pomagala, primjerice mađioničarski šešir, štapić ili plašt čime bi dodatno utjecao na pažnju i zanimaciju učenika.

Nastavnik upita učenike vjeruju li oni da profesori matematike ponekad posjeduju magiju pomoću koje mogu proricati budućnost. Nakon toga, objasni im kako će izvesti mali pokus u kojem će svaki učenik zamisliti neki troznamenkasti broj, provesti nekoliko računskih operacija te dobiti rješenje, a nastavnik će pogoditi koji broj će svaki od učenika dobiti za rješenje. Također zamoli učenike da međusobno ne komentiraju rješenja koja će dobiti. Nastavnik nakon toga na praznu pločicu ( ili list papira ) napiše broj 1089 i stavi pločicu na stol okrenutu tako da učenici ne vide što piše na njoj. Zatim zamoli učenike da na komad papira napišu troznamenkasti broj takav da mu se prva i posljednja znamenka razlikuju najmanje za dva. Učenici moraju okrenuti svoj broj tako da na mjesto znamenke jedinice dođe znamenka stotice i obrnuto. Nakon toga, učenici oduzmu manji

broj od većeg pa ponovno okrenu dobiveni broj i pribroje ga prethodnom rezultatu oduzimanja. Nakon što učenici učine tražene korake, nastavnik okrene pločicu na kojoj je prethodno napisao broj 1089 i zamoli sve učenike čije je dobiveno rješenje jednako rješenju na pločici da dignu ruke u zrak.

Naravno, svi učenici će dignuti ruke u zrak jer je rezultat koji je dobio svaki od učenika upravo 1089. Matematički dokaz je vrlo lako provesti te zbog jednostavnosti samog dokaza nastavnik ga može provesti već nakon završetka nastavne jedinice. Dokaz ćemo i ovdje prikazati.

*Dokaz.* Prvo što moramo je odabrati neki troznamenasti broj, prikažimo ga s  $\overline{xyz}$  gdje  $x, y, z \in \mathbb{N}$ , takvi da je  $|x - z| \geq 2$ . Broj  $\overline{xyz}$  možemo prikazati kao  $\overline{xyz} = 100 \cdot x + 10 \cdot y + z$ . Okrenemo li zadani broj, dobivamo  $\overline{zyx} = 100 \cdot z + 10 \cdot y + x$ . Pretpostavimo da je prvi broj veći od drugoga. Oduzimanjem dobivamo

$$100x + 10y + z - (100z + 10y + x) = 99x - 99z = 99(x - z). \quad (1.1)$$

Budući da su brojevi  $x$  i  $z$  prirodni brojevi, rezultat oduzimanja će biti višekratnik broja 99 i to troznamenasti zbog uvjeta zadatka. Troznamenasti višekratnici broja 99 su 198, 297, 396, 495, 594, 693, 792, 891 i 990. Promotrimo li sada prvu i treću znamenku višekratnika, vidimo da je njihov zbroj 9. Odaberemo li bilo koji od višekratnika, okrenemo li ga i zbrojimo taj novi broj s prethodnim, zbroj prvih znamenki će uvijek biti 9 kao i zbroj trećih znamenki, a zbroj drugih znamenki daje 18, odnosno  $9 \cdot 100 + 18 \cdot 10 + 9 = 1089$ .  $\square$

## 1.2 Preračunavanje mjernih jedinica

### 1.2.1 Lako do tražene mjerne jedinice

Prema sadašnjem iskustvu u kojem smo se susreli s problematikom pretvaranja mjernih jedinica iz manjih mjernih jedinica u veće i obrnuto, na metodičkoj praksi u osnovnim i srednjim školama iz fizike i matematike. Ova aktivnost može uvelike pomoći učenicima. Razlog tome je taj što ovdje imamo određeni sistem, odnosno pravila koja učenici primjenjuju kako bi došli do tražene mjerne jedinice. Učenici redaju prefikse po danom redu bez da pamte koliko puta je koja mjerna jedinica veća ili manja od druge. Za početak učenici crtaju tablicu i označimo mjerne jedinice kao na 1.1.

Kao primjer uzeli smo metar. Veće mjerne jedinice kilometar, hektometar i dekametar (prefiksi označeni crvenom bojom) pišemo s lijeve strane u odnosu na osnovnu mjernu jedinicu, a manje (prefiksi označeni plavom bojom) decimetar, centimetar i milimetar s desne strane.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Tablica 1.1: Tablica s mjernim jedinicama

Postupak pretvorbe:

1. Pretvorba veće mjerne jedinice u manju

Kod pretvorbe veće mjerne jedinice u manju, znamenku jedinice zadanog broja upišemo u stupac mjerne jedinice koji imamo zadani. U slučaju da zadani broj nije jednoznamenasti, svaku od ostalih znamenki upišemo u po jedan stupac ulijevo od stupca u koji smo upisali jedinicu. Nakon toga u stupac u kojem je tražena mjerna jedinica upišemo nulu te stupce između dane i tražene mjerne jedinice popunimo s nulama. Decimalnu točku stavljamo nakon nule u stupcu tražene mjerne jedinice.

2. Pretvorba manje mjerne jedinice u veće

U slučaju pretvorbe manje mjerne jedinice u veću, postupak je vrlo sličan prethodnom. U stupac dane mjerne jedinice upišemo znamenku jedinice, a u slučaju višeznamenastog broja ostale svaku od sljedećih znamenki počevši od desetice upisujemo u stupac ulijevo od upisane jedinice. Nakon toga, u stupac tražene mjerne jedinice upišemo nulu te stupce između tog stupca i stupca u kojem se nalazi zadnja upisana znamenka (krenuli smo upisivati zadani broj od znamenke jedinice pa nju smatramo prvom znamenkom u ovom slučaju) popunimo nulama. Decimalnu točku stavljamo između zadnjeg i predzadnjeg ispunjenog stupca.

**Primjer 1.1.** *Pretvorite:*

a) *jedan metra u centimetre*

b) *jedan centimetar u kilometre*

c) *deset milimetara u dekametre*

d) *125 metara u milimetre.*

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			<b>1</b>	0	0	
0	0	0	0	0	<b>1</b>	
		0	0	<b>1</b>	0	
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	0	0	0

Tablica 1.2: Tablica s rješenjima

U primjeru a) pretvaramo jedan metar u centimetre. Broj jedan napišemo u ćeliju čiji je stupac označen s m te dopišemo dvije nule kako bi došli do stupca označenog s centimetrima. Budući da pretvaramo iz veće u manju mjernu jedinicu, odnosno po tablici nule dopisujemo s desne strane, decimalnu točnu stavljamo nakon posljednje nule. Tražena vrijednost je 100 cm.

U sljedećem primjeru jedinicu stavljamo u ćeliju s stupcem centimetara, a nule dopisujemo s lijeve strane do tražene mjerne jedinice kilometara. Decimalnu točku stavljamo prije zadnje nule koja se nalazi u stupcu kilometara. Dakle,  $1 \text{ cm} = 0.00001 \text{ km}$ .

Primjer c) je analogan prethodnom primjeru samo što znamenka jedinici broja 10 se nalazi u stupcu centimetara, a znamenku desetice zapišemo u stupac decimetara, odnosno mjerne jedinice koja je 10 puta veća od mjerne jedinice centimetara, tj. mjerne jedinice u kojima je izražen broj. Zadnji primjer radimo analogno primjenjujući zapis broja 125 kao u prethodnom c) primjeru, a stavljanje decimalne točke analogno primjeru a). Slijedi  $125 \text{ m} = 125000 \text{ mm}$ .

Primjena postupaka pretvorbe je vrlo jednostavna, a tablica se može proširiti i kasnije u srednjim školama s prefiksima ato, femto, piko, nano, mikro, te mega, giga, tera, peta i ekса, samo što treba između njih ostaviti dva stupca prazna jer je razlika među njima  $10^3$ , a ne 10.

mm			$\mu\text{m}$			pm			nm

Tablica 1.3: Tablice za prefikse manje od mili

Također, primjerice dekametar nije baš česta mjerna jedinica u svakodnevnom životu, ali je stavljamo u tablicu zbog samog prefiksa koji se koristi kod mjerne jedinice za masu – gram.

## 1.3 Obujam kvadra

### 1.3.1 Pogled kroz fiziku

Prema nastavnom kurikulumu fizike, učenici se s pokusima susreću u 7. razredu osnovne škole kada i dobivaju predmet fizike. Ova aktivnost se izvodi i u 7. razredu osnovne škole samo što smo mi ovdje uz pomoć rezultata mjerenja volumena kvadra pomoću menzure opisali kako će učenici samostalno doći do formule za volumen kvadra. Prije same aktivnosti potrebno je ponoviti sam pojam kvadra, objasniti aparaturu kojom se učenici koriste u mjerenju i odrediti cilj pokusa: odrediti volumen kvadra i učenicima podijeliti nastavne listiće koji su prikazani nakon opisa aktivnosti. Također, važno je napomenuti učenicima kako se pomoću menzure određuje volumen nekog tijela. Prvo učenici moraju odrediti koliki je volumen između dvaju razmaka na ljestvici menzure. Razlika između dvaju brojeva na ljestvici menzure podijelimo s brojem razmaka između tih dvaju brojeva i dobijemo iznos jednog razmaka. Nakon toga, postavimo menzuru na vodoravnu površinu stola. Prvo učenici moraju očitati volumen vode u menzuri, a nakon toga volumen vode kada je u vodu u potpunosti uronjen kvadar obješen na koncu. Razlika dobivenih volumena je volumen kvadra izražen u ml, što je ekvivalentno volumenu u  $\text{cm}^3$ . Nakon izvršenog pokusa, učenici moraju izmjeriti duljine bridova kvadra i upisati duljine u tablicu na nastavnom listiću te će pokušati povezati duljine stranica koje su dobili s volumenom koji su izmjerili.

**Nastavni listić**

## 1. zadatak

Odredite volumen vode u menzuri.

$$V = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ml} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$$

Odredite volumen vode u menzuri kada je cijeli kvadar uronjen u vodu.

$$V = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ml} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$$

Odredite volumen kvadra.

$$V = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ml} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$$

## 2. zadatak

Ravnalom izmjerite duljine bridova kvadra i upišite ih u tablicu.

	duljina u cm
<i>a</i>	
<i>b</i>	
<i>c</i>	

## 3. zadatak

Pogledajte duljine bridova koje ste odredili te pomoću matematičkih operacija povežite izračunati volumen i duljine bridova kvadra.

## Poglavlje 2

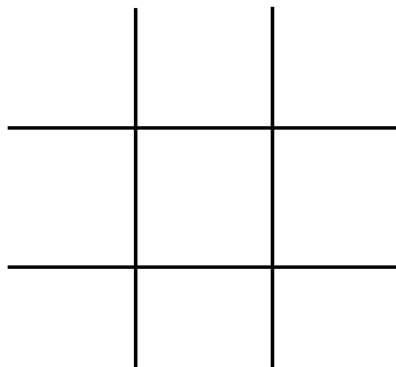
# ŠESTI RAZRED OSNOVNE ŠKOLE

### 2.1 Višekratnici

#### 2.1.1 Križić-kružić za matematičare

Učenici dobivaju crtovlje za igru križić-kružić Slika 2.1. Umjesto križića i kružića učenici pišu višekratnike zadanog broja u crtovlje tako da se višekratnici ne ponavljaju. Primjerice, jedan od učenika piše višekratnike broja 2, a drugi višekratnike broja 5. Učenik koji prvi dođe do tri višekratnika broja čije višekratnike upisuje u nizu (vodoravno, horizontalno ili ukoso) je pobjednik.

Cilj ove aktivnosti je da učenici uvide da su određeni višekratnici nekog broja ujedno i višekratnici drugih brojeva, odnosno da su im to zajednički višekratnici.



Slika 2.1: Crtovlje za igru križić kružić



2	10	4
	5	
		15

Slika 2.2: Primjer jedne odigrane igre

Promotrimo li primjer sa Slike 2.2, uzeli smo brojeve 2 i 5, te pišemo njihove višekratnike. Igrači označeni različitim bojama. Igrač koji piše višekratnike broja 2 je označen zelenom bojom, a igrač koji piše višekratnike broja 5 crvenom. Vidljivo je da je prvi igrač (crvena boja) postavio broj 10 u prvi red drugog stupca te time omogućio pobjedu drugom igraču (zeleno boje) jer je 10 ujedno i višekratnik broja 2.

## 2.2 Sukladnost trokuta

### 2.2.1 Utrka učenika: “Brzina i snalažljivost”

Učenicima su podijeljeni A4 papiri, geometrijski pribor i škare. Zadatak učenika je da izrežu iz dobivenog papira trokut koji se može dovesti do preklapanja s trokutom koji će nastavnik zalijepiti na ploči, a jedino pravilo koje učenici moraju poštivati je zabrana odljepljivanja zalijepljenog trokuta s ploče. Nastavnik zalijepi trokut na ploču (kako bi smanjili gužvu pred pločom, nastavnik može izrezati i više sukladnih trokuta iz kartona te ih zalijepiti na različita mjesta na ploči) i učenici imati oko 5 minuta za izvršenje zadatka. Nastavnik tijekom aktivnosti obilazi učenike, promatra njihov rad i daje pokoji savjet ako je potrebno. Na kraju aktivnosti, učenik koji je prvi točno izvršio zadatak, objašnjava ostalim učenicima kako je došao do rješenja.

Ova aktivnost je provedena na praksi iz matematike i učenici su bili oduševljeni ovom aktivnošću, a također, svi učenici su aktivno sudjelovali u njoj. Što se tiče samog načina dolaska do rješenja u ovoj aktivnosti, bilo je svakakvih ideja od učenika koji su mjerili duljinu svake stranice i veličinu svakog kuta, učenika koji su mjerili samo duljine stranica ovog trokuta pa konstruirali trokut ravnalom i šestarom pa do učenika koji je prislonio A4

papir preko zalijepljenog trokuta i olovkom precrtao trokut. Taj učenik je i bio najbrži i najbliži rješenju te je time i odnio pobjedu u ovoj aktivnosti. Takav način dolaska do traženog trokuta je bio sasvim legitiman i poučan za ostatak razreda zbog toga što im je pokazao da su snalažljivost i „pogled izvan okvira“ velike vrline koje su u ovoj aktivnosti donijele pobjedu, a korisne su i u svakodnevnom životu jer potiču inovativnost i posebnost. Osim toga, taj postupak upravo i odražava definiciju sukladnosti dva lika koja govori da su dva lika sukladna ako se mogu dovesti u takav položaj da jedan drugoga potpuno preklapaju. Ili, kad to iskažemo matematičkim rječnikom: dva su trokuta sukladna ako postoji izometrija koja jedan trokut preslikava u drugi.

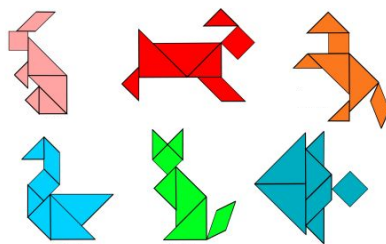
## 2.3 Trapez - površina trapeza

### 2.3.1 Tangram

Kod ove aktivnosti koristit ćemo slike životinja složenih pomoću tangrama i dva kompleta tangrama.



Slika 2.3: Tangram



Slika 2.4: Prikazi životinja pomoću tangrama

Učenici su podijeljeni u grupe i nastavnik svakoj grupi daje po dva kompleta tangrama te jednu sliku s životinjom složenu pomoću svih dijelova jednog kompleta tangrama. Od jednog cijelog dijela kompleta tangrama učenici slažu dobivenu životinju. Nakon što završe, predstavnici grupa ostalim učenicima pokazuju životinje koje su složili. Nastavnik završetkom toga metodom dijaloga usmjerava učenike na jednakost površina svih životinja dobivenih od jednog kompleta tangrama. Nastavnik sada zadaje svakoj grupi da složi po jedan trapez iz svakog kompleta tangrama koje su dobili tako da ti trapezi budu međusobno sukladni.



Slika 2.5: Primjeri trapeza

Po završetku slaganja trapeza, nastavnik metodom dijaloga učenike vodi do zaključka da su im površine jednake. Sljedeći zadatak koji dobivaju učenici je slaganje jednog paralelograma (mogu složiti i pravokutnik jer je i pravokutnik paralelogram) od dijelova tangrama koje su koristili za slaganje dva sukladna trapeza. Nastavnik na ploči konstruira paralelogram  $ABCD$ . Nakon što učenici završe nastavnik na stranicu  $\overline{AB}$  nanese dužinu  $\overline{AE}$  duljine  $b$  pomoću šestara na stranicu  $\overline{AB}$  paralelograma tako da  $\overline{AE} < \overline{AB}$ . Analogno, konstruira dužinu  $\overline{CF}$  duljine  $b$ . Točke  $F$  i  $E$  nastavnik spoji dužinom. Duljine dužina  $|BE|$  i  $|DF|$  označi s  $l = |AB| - b = |CD| - b$ , a visinu paralelograma s  $v$ . Time dobiva dva sukladna trapeza  $Aefd$  i  $CFEB$ . Učenici sami izvode formulu za konstruirani paralelogram na ploči koja iznosi  $P_{\text{paralelogram}} = (b + l) \cdot v$ . Po završetku izvoda formule, nastavnik metodom dijaloga učenike vodi do zaključka dobivanja formule za površinu trapeza uz pomoć dobivene formule za površinu paralelograma ( $P_{\text{trapez}} = \frac{1}{2}(b + l) \cdot v$ ). Za kraj aktivnosti nastavnik s učenicima komentira

što su dužine  $\overline{AE}$ ,  $\overline{FE}$ ,  $\overline{FD}$  i  $\overline{AD}$  (ekvivalentno u drugom trapezu) u trapezu  $AEFD$ .

## 2.4 Površina četverokuta s okomitim dijagonalama

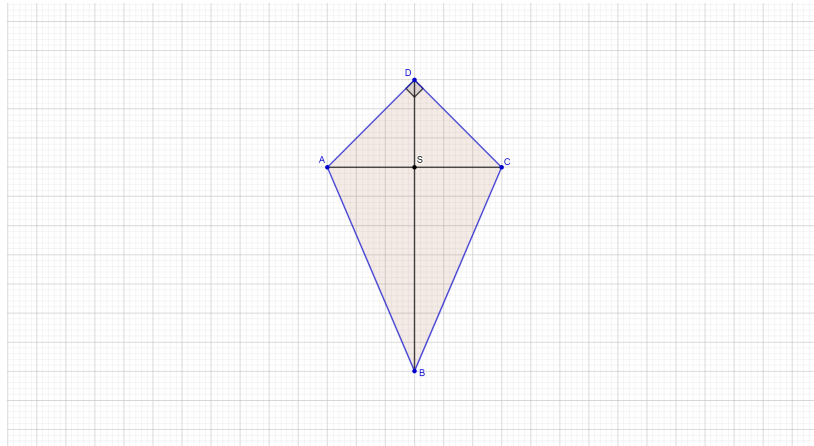
### 2.4.1 Benjamin Franklin

Ova aktivnosti je zamišljena kao korelacija fizike i matematike. Iako učenici u šestom razredu osnovne škole još uvijek nemaju predmet fizike, ovo je zanimljiva priča koja je poznata barem nekim od učenika.

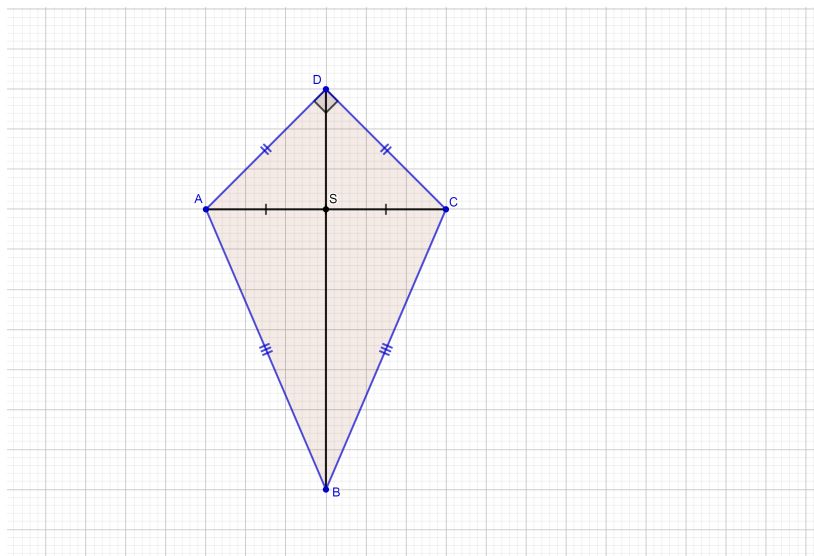
Nastavnik na samom početku nastavnog sata metodom dijaloga postavlja pitanja o puštanju zmaja kao uvod u aktivnost. Nakon toga, nastavnik može pustiti video učenici o izumima Benjamina Franklina. Video traje 3.05 minuta na poveznici <https://www.youtube.com/watch?v=Uwx5g70f50c>. Slijedi razredna diskusija koju vodi nastavnik postavljajući sljedeća pitanja: „**Koje ste sve izume Benjamina Franklina mogli vidjeti?**“ (učenici nabrajaju izume kojih se sjećaju), „**Vrlo zanimljiv je bio pokus sa zmajem, smijemo li ga mi izvoditi?**“ (ne), „**A kakav je oblik imao zmaj koji ste vidjeli u videu?**“ (četverokut), „**Kako nazivamo takav četverokut?**“ (deltoid, u slučaju da ni jedan učenik ne zna odgovor na pitanje, nastavnica kaže odgovor). Nastavnica zadaje učenicima sljedeći zadatak:

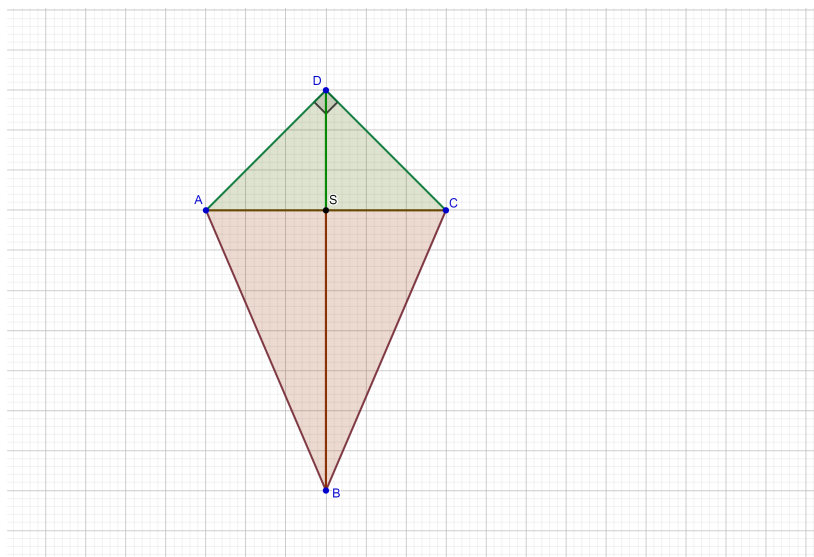
Pero i Ana su oduševljeni videom o izumima Benjamina Franklina i žele izraditi zmaj sličan zmaju kakvog je imao Benjamin Franklin. Za izradu zmaja potreban im je dovoljno velik papir. Pero i Ana su odlučili primijeniti znanje matematike te konstruirati deltoid  $ABCD$  i izračunati mu površinu. Pomozite im odrediti površinu deltoida  $ABCD$  ako žele da kraća dijagonala  $AC$  deltoida bude duljine 50 cm, dulja dijagonala  $BD$  bude duljine 30 cm,  $\angle ADC$  pravi, a duljina dužine  $DS$  bude 15 cm, gdje je  $S$  sjecište dijagonala.

Nastavnica daje par minuta da učenici nacrtaju skicu zadatka i konstruiraju zadani deltoid. Nakon toga, nastavnica konstruira uz pomoć učenika deltoid na ploči.

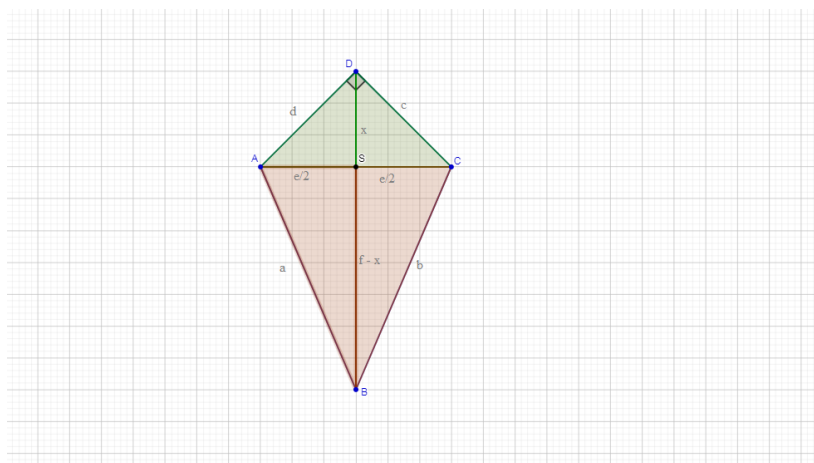


„Kako bi mogli izračunati površinu ovog geometrijskog lika?“  
 (nastavnica navodi učenike na uočavanje dva para sukladnih trokuta).





Uočavanjem sukladnih trokuta  $\triangle ASD$  i  $\triangle CSD$ , te  $\triangle ASB$  i  $\triangle CSB$ , nastavnica označi na ploči duljinu stranica ( $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$ ) i dijagonala ( $e$  i  $f$ ) deltoida kao na SLICI.



Duljina dužine  $\overline{SD}$  jednaka  $x$ , a duljina dužine  $\overline{SB}$  jednaka  $f - x$ .

$$P_{\triangle ASD} = P_{\triangle CSD} = \frac{\frac{e}{2} \cdot x}{2} = \frac{e \cdot x}{4},$$

$$P_{\triangle ASB} = P_{\triangle CSB} = \frac{\frac{e}{2} \cdot (f - x)}{2} = \frac{e \cdot f - e \cdot x}{4},$$

iz čega slijedi

$$\begin{aligned}
 P_{\text{deltoid}} &= P_{\Delta ASD} + P_{\Delta CSD} + P_{\Delta ASB} + P_{\Delta CSB} \\
 &= \frac{e \cdot x}{4} + \frac{e \cdot x}{4} + \frac{e \cdot f - e \cdot x}{4} + \frac{e \cdot f - e \cdot x}{4} \\
 &= \frac{2 \cdot e \cdot f}{4} \\
 &= \frac{e \cdot f}{2}.
 \end{aligned}$$

„Prema vašem mišljenju, zašto smo imali zadan jedan kut deltoida?“ (da možemo konstruirati deltoid), „Ovisi li površina deltoida o kutovima deltoida?“ (ne). Učenici čitaju formulu za površinu deltoida riječima: Površina deltoida je jednaka polovini umnoška duljina dijagonala deltoida. Učenici računaju površinu papira potrebnog za izradu zmaja zadanog u zadatku. Rješenje zadatka

$$P_{\text{deltoid}} = \frac{50 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm}}{2} = 75 \text{ cm}^2.$$

Površina potrebnog papira je  $75 \text{ cm}^2$ . Završetkom ovog dijela aktivnosti, nastavnica postavlja pitanje učenicima koji još četverokuti imaju okomite dijagonale (kvadrat, jednakokračan trapez i romb). Nastavnica podijeli razred tako da svaki jednak dio učenika razreda računa površinu na dva načina jednog od navedenih geometrijskih likova kojima su zadane duljine dijagonala, duljina jedne stranice te visina na tu stranicu. Na kraju aktivnosti učenici donose zaključak o formuli površine četverokuta s okomitim dijagonalama.

# Poglavlje 3

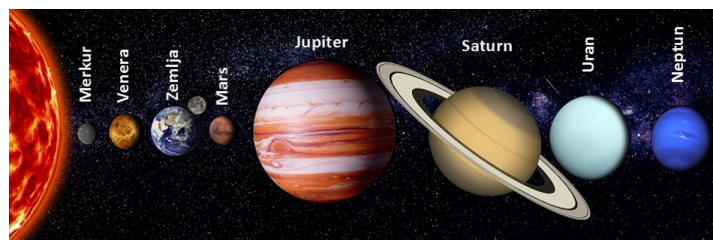
## SEDMI RAZRED OSNOVNE ŠKOLE

### 3.1 Proporcionalnost

#### 3.1.1 Masa i težina

Aktivnost je zamišljena kao motivacijski primjer obrade nastavne jedinice Proporcionalnost u kojoj imamo korelaciju s dva nastavna predmeta – priroda i društvo iz 6. razreda te fizikom, 7. razred. Na prirodi i društvu su učenici upoznali koncepte svemira, Sunčevog sustava i planeta, a na fizici se upoznaju s međudjelovanjima tijela gdje analiziraju masu, silu teže i težinu tijela. Ovu aktivnost iskoristit ćemo za rad na nastavnoj jedinici proporcionalnost. Pomoću težine tijela na različitim planetima u Sunčevom sustavu.

Za početak potrebno je ponoviti 8 planeta koji čine Sunčev sustav (Slika 3.1).



Slika 3.1: Planeti Sunčevog sustava

Težina tijela  $G$  je sila kojom tijelo pritišće na vodoravnu površinu na kojoj se nalazi ili zateže ovjes o koju je ovješeno. Masa je svojstvo tijela



koje određujemo vagom, dok dinamometrom određujemo težinu. Masu i težinu tijela možemo povezati formulom

$$G = m \cdot g, \quad (3.1)$$

gdje je  $g$  količnik težine i mase tijela (učenici se tek u srednjoj školi susreću s nazivom gravitacijske konstante). Masa tijela je na svakom planetu jednaka, ali težina ovisi o količniku težine i mase tijela pojedinog planeta.

Učenici računaju vlastitu težinu na sljedećim planetima: Merkur ( $g = 3.7\text{N}$ ), Venera ( $g = 8.8\text{N}$ ), Zemlja ( $g = 9.8\text{N}$ ), Saturn ( $g = 11.8\text{N}$ ), Jupiter ( $g = 24.8\text{N}$ ). Nakon toga nastavnik ispisuje jednadžbe jednog od učenika u koje je uvrštavao brojeve da dobije vlastitu težinu na različitim planetima.

**Primjer 3.1.**  $m = 50\text{kg}$

Planet	Sila teža (N)
Merkur	$185 = 50 \cdot 3.7$
Venera	$440 = 50 \cdot 8.8$
Zemlja	$490 = 50 \cdot 9.8$
Saturn	$590 = 50 \cdot 11.8$
Jupiter	$1240 = 50 \cdot 24.8$

Tablica 3.1: Primjer težina na različitim planetima učenika čija je masa 50kg

*U tablici iznos težine  $G$  ovisi o odabiru količnika težine i mase za pojedini planet te se povećanjem količnika težine i mase, povećava i težina učenika i obrnuto, smanjenjem količnika težine i mase smanjuje se i iznos težine učenika. U tablici je crvenim pravokutnikom označena veličina mase koja nam je u ovom slučaju konstanta i iznosi 50kg. Odnosno vrijedi da jednadžbu  $G = m \cdot g$  možemo zapisati kao  $y = k \cdot x$ . U ovom slučaju veličinu mase zovemo koeficijentom proporcionalnosti, a veličine  $G$  i  $g$  proporcionalnim veličinama jer koliko puta se smanjio/povećao količnik težine i mase na nekom planetu, toliko puta se smanjila/povećala i težina učenika na tom planetu.*

Analogno, nastavnik napravi i drugu tablicu u koju upisuje težine učenika samo na jednom planetu.

**Primjer 3.2.**  $g = 24.8\text{N/kg}$

$$m_1 = 50\text{kg}$$

$$m_2 = 40\text{kg}$$

$$m_3 = 55\text{kg}$$

$$m_4 = 45\text{kg}$$

$$m_5 = 60\text{kg}$$

Učenik	Sila teža (N)
1	1240 = <b>24.8</b> · 50
2	992 = <b>24.8</b> · 40
3	1364 = <b>24.8</b> · 55
4	1116 = <b>24.8</b> · 45
5	1488 = <b>24.8</b> · 60

Tablica 3.2: Primjer težina učenika različitih masa na Jupiteru

*U tablici iznos težine  $G$  ovisi o odabiru mase učenika te se povećanjem mase učenika, povećava i težina učenika i obrnuto. U tablici je crvenim pravokutnikom označena veličina količnika težine i mase učenika slučaju konstanta i iznosi  $24.8\text{N/kg}$ . Odnosno vrijedi da jednadžbu  $G = g \cdot m$  možemo zapisati kao  $y = k \cdot x$ . U ovom slučaju veličinu koeficijent težine i mase zovemo koeficijentom proporcionalnosti, a veličine  $G$  i  $m$  proporcionalnim veličinama jer koliko puta je masa drugog učenika manja/ veća u odnosu na masu prvog učenika, toliko puta se smanjila/povećala i težina drugog učenika u odnosu na prvog učenika promatrajući je na Jupiteru.*

Na ovaj način učenici mogu vidjeti da kod promatranja jedne linearne jednadžbe, u ovom slučaju jednadžbe za izračun težine, koeficijent proporcionalnosti ne mora biti uvijek količnik težine i mase, nego to može biti i sama masa tijela ovisno o tome koje podatke želimo reprezentirati – promjenu težine jednog učenika na različitim planetima ili promjenu težine učenika različitih masa na jednom planetu. Također, pomoću ove aktivnosti uvodimo i nove pojmove: koeficijent proporcionalnosti i proporcionalnost.

## 3.2 Postoci

Učenici se svakodnevno susreću s postocima iako možda u potpunosti nisu svjesni što je postotak. Ono što učenici mogu primijetiti iz svakodnevnoga života da što je postotak bliži 100% to je nešto sigurnije, tj. bolje kada su u pitanju sniženja, odnosno lošije kada su u pitanju povećanja cijena. Primjerice, „100% sam siguran da je to istina“. Sniženje 50% je veće sniženje od 20%, odnosno plaćamo manju cijenu proizvoda kada je veći broj ispred znaka posto. Aktivnost je zamišljena za samostalni rad te uz namjenu motivacije, poučava učenike kritičkom razmišljanju po pitanju sniženja cijena proizvoda u trgovinama. Nastavnik svakom učeniku podijeli jedan katalog

iz neke trgovine ili učenici pomoću mobitela pristupaju jednom od online kataloga na internetu trgovine po izboru. U katalogu svaki učenik izabire proizvod po želji koji je na sniženju. Nakon toga zapisuje u bilježnicu ime proizvoda, količinu, masu ili volumen tekućine, staru i novu cijenu proizvoda. Računa jediničnu cijenu proizvoda, dakle, cijenu jednog komada, kilograma ili litre. Dijeli novu cijenu sa starom cijenom proizvoda i to cijenu proizvoda te novu i staru jediničnu cijenu.

**Primjer 3.3.** *Kao primjer uzmimo negazirani sok u pakiranju od 1.5 l čija je cijena bez sniženja 9.99 kn, a sa sniženjem 7.79 kn. Cijena jedne litre proizvoda bez sniženja iznosi 6.66 kn, dok nakon sniženja iznosi 5.19 kn, odnosno 5.193 kn. Omjer stare i nove cijene je jednak  $\frac{7.79}{9.99} = 0.7797$ , odnosno omjeri cijena jedne litre  $\frac{5.193}{6.66} = 0.7797$ .*



Slika 3.2: Prikaz akcijske cijene soka

Nakon toga, nastavnik uvodi naziv postotak i metodom dijaloga navodi učenike na dobivanje odnosa stare i nove cijene dijeljenjem nove i stare cijene. Učenici zatim računaju postotak sniženja i uspoređuje izračunati postotak sniženja zapisan u katalogu i zaključuje o točnosti napisanih podataka.

## Poglavlje 4

# OSMI RAZRED OSNOVNE ŠKOLE

### 4.1 Spajamo i reżemo

U matematici najčešće koristimo dvije vrste dokaza, to su direktni i indirektni dokaz gdje razlikujemo dokaze svodenjem na kontradikciju i dokaze po kontrapoziciji.

U sljedećim motivacijskim aktivnostima za osmi razred osnovne škole koristit ćemo dokaze bez riječi koje učenici mogu sami izvesti pomoću papira i škara. Time će biti prikazana jasna ideja dokaza iako sami neće biti izvedeni formalno.

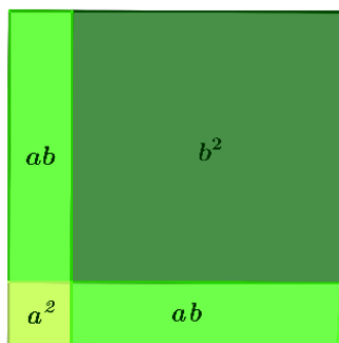
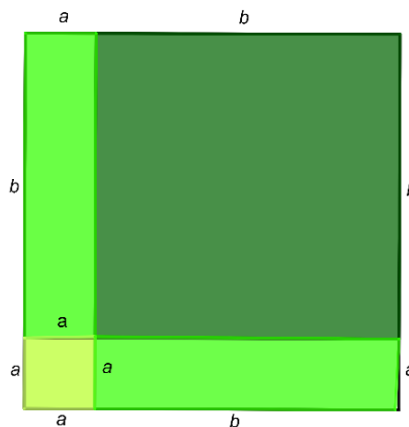
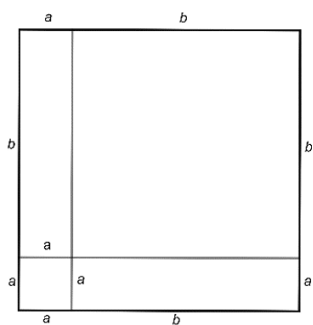
#### 4.1.1 Kvadrat zbroja

Kvadrat zbroja i zbroj kvadrata su dvije toliko različite, a opet učenicima toliko slične stvari. Mnogi učenici rješavajući zadatke griješe zbog primjene pogrešne formule za kvadrat zbroja koju izjednače s zbrojem kvadrata svakog od pribrojnika unutar zagrade.

Aktivnost je zamišljena tako da učenici rade u paru. Svaki par dobiva jedan bijeli papir jednakih duljina stranica, geometrijski pribor i škare. Svaki par izabire proizvoljne  $a$  i  $b$  tako da su  $a, b < d$  i  $a + b = d$ , gdje je  $d$  duljina stranice papira.

Nakon toga dvije nasuprotne stranice kvadrata podijele na dijelove  $a$  i  $b$  dok na preostale dvije stranice kvadrata povuku okomicu koja je za  $a$  udaljena od jedne od prethodnih stranica kvadrata. Nastavnik metodom dijaloga navodi učenike na formulu površine kvadrata duljine stranica  $a + b$ . Učenici svaku stranicu manjih kvadrata i pravokutnika te svaki dio kvadrata

označe nekom bojom te izrežu kvadrat na podijeljene dijelove i izračunaju površinu svakog izrezanog dijela.

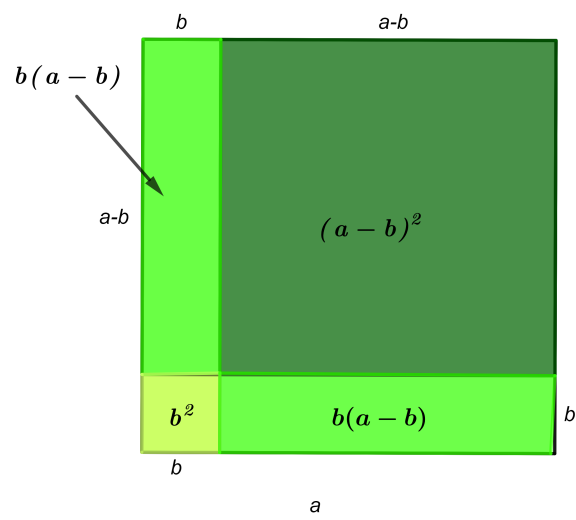
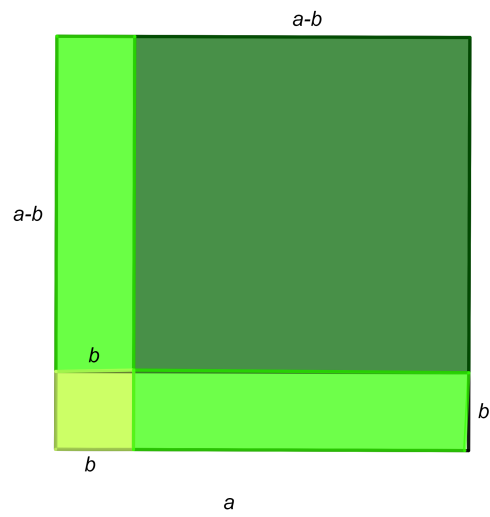


Učenici uspoređuju početnu površinu kvadrata sa zbrojem površina izreznih dijelova kvadrata i dobivaju sljedeće:

$$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

#### 4.1.2 Kvadrat razlike

Dokaz bez riječi za formulu kvadrata razlike se ekvivalentno može provesti kao i dokaz bez riječi za kvadrat zbroja. Učenici podijeljeni u parove dobivaju papir kvadratnog oblika duljine stranice  $a$ , geometrijski pribor i škare. Kao i u prethodnoj aktivnosti dijele papir kvadratnog oblika tako da odabiru proizvoljni  $b < a$  te dijele kvadrat kao na slici.



Učenci izrežu kvadrat na manje dijelove. Nastavnik upita učenike kolika je površina početnog kvadrata duljine stranica  $a$  ( $a^2$ ) te čemu je jednaka površina početnog kvadrata iskazana pomoću dijelova kvadrata koje smo dobili rezanjem.

$$a^2 = (a - b)^2 + (a - b) \cdot b + (a - b) \cdot b + b^2$$

Prebacimo li izraz  $(a - b)^2$  na lijevu stranu, a ostatak izraza na desnu stranu i dobivamo,

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= -(a - b) \cdot b - (a - b) \cdot b - b^2 + a^2 \\(a - b)^2 &= -ab + b^2 - ab + b^2 - b^2 + a^2,\end{aligned}$$

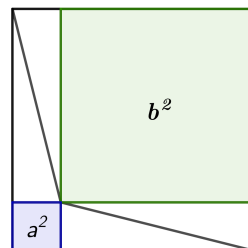
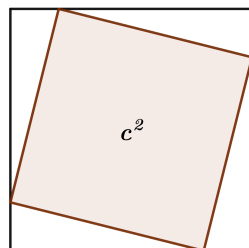
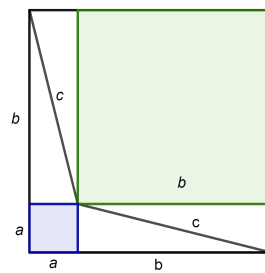
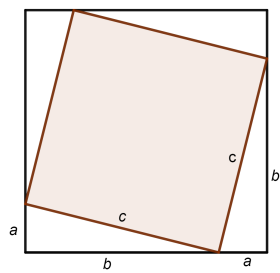
odnosno

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

## 4.2 Pitagorin poučak

Učenci podijeljeni u parove dobivaju pravokutni trokut duljina stranica  $a$ ,  $b$  i  $c$ . Zadatak učenika je izrezati osam pravokutnih trokuta koji su sukladni danom trokutu i tri kvadrata tako da je duljina stranice jednog kvadrata  $a$ , drugoga  $b$ , a trećega  $c$ . Nakon toga, učenici nadopunjuju dva manja kvadrata trokutima do kvadrata duljine stranica  $a + b$  kao i treći kvadrat do duljine stranica  $a + b$ . Za kraj aktivnosti, učenici uspoređuju površine dopunjenih kvadrata i površine pojedinačnih likova koji tvore složene kvadrate.

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)^2 \\c^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2} &= a^2 + 2 \cdot \frac{ab}{2} + b^2 + 2 \cdot \frac{ab}{2} \\c^2 &= a^2 + b^2.\end{aligned}$$





# Poglavlje 5

## PRVI RAZRED SREDNJE ŠKOLE

### 5.1 Graf linearne funkcije

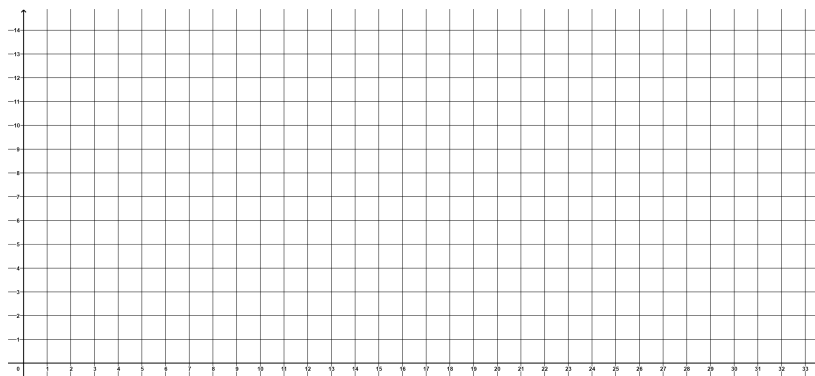
#### 5.1.1 Potapanje brodova

Aktivnost je predviđena za središnji dio nastavnog sata prije čega je potrebno ponoviti opći oblik linearne funkcije  $y = a \cdot x + b$  te definirati graf linearne funkcije.

Učenici su podijeljeni u parove i dobivaju kartonska polja 5.1 na kojima je ucrtan prvi kvadrant koordinatnog sustava. Svaki učenik pomoću pribadača stvara pravac na polju koji je zamislio. Svaki učenik dobiva dva kartonska polja. Na jedno kartonsko polje pomoću pribadača stvara pravac na polju koji je zamislio, a na drugom kartonskom polju prikazuje točke koje otkriva kod svog suigrača. Cilj je da svaki igrač pokuša prvi otkriti jednadžbu suigračevog pravca. Svaki od igrača otkriva skriveni pravac suigrača izgovarajući koordinate točaka u protivničkom koordinatnom sustavu. Kako bi svaki igrač zaštitio svoj pravac od pogleda suigrača, na stol se može postaviti improvizirana pregrada. Također, ako suigrač pogodi položaj jedne od točaka drugog igrača, stavlja pribadaču na pripadajuće polje u drugom kartonskom polju, a u slučaju da određena točka koordinatnog sustava ne pripada pravcu tada suigrač ucrtava križić u toj točki kartonskog polja. Igrači naizmjenice pogađaju koordinate točaka sve dok se ne otkrije položaj pravca suigrača. Pobjednik igre je igrač koji prvi otkrije jednadžbu pravca suigrača. Nakon što svi učenici završe igru i sve jednadžbe pravaca budu otkrivene, nastavnik na ploču zapiše nekoliko jednadžbi pravaca koje su odabrali učenici – ovdje je potrebno pripaziti da nastavnik odabire jednadžbe pravaca u kojima ima pozitivnih, negativnih i koeficijenta pravca

koji su jednaki nuli. Učenici čije su to odabrane jednadžbe pravaca na ploči konstruiraju te pravce u kartezijevom koordinatnom sustavu. Nakon toga, slijedi razredna rasprava koju vodi nastavnik postavljanjem pitanja. Cilj razredne rasprave je da učenici dođu do sljedećih zaključaka: U jednadžbi pravca  $y = a \cdot x + b$ , broj  $a$  govori o nagibu grafa linearne funkcije, a broj  $b$  prikazuje  $y$  koordinatu točke u kojoj pravac siječe os  $y$ .

Nakon toga, nastavnik imenuje učenicima broj  $a$  koji nazivamo koeficijentom smjera pravca, a broj  $b$  odsječkom na  $y$ -osi.



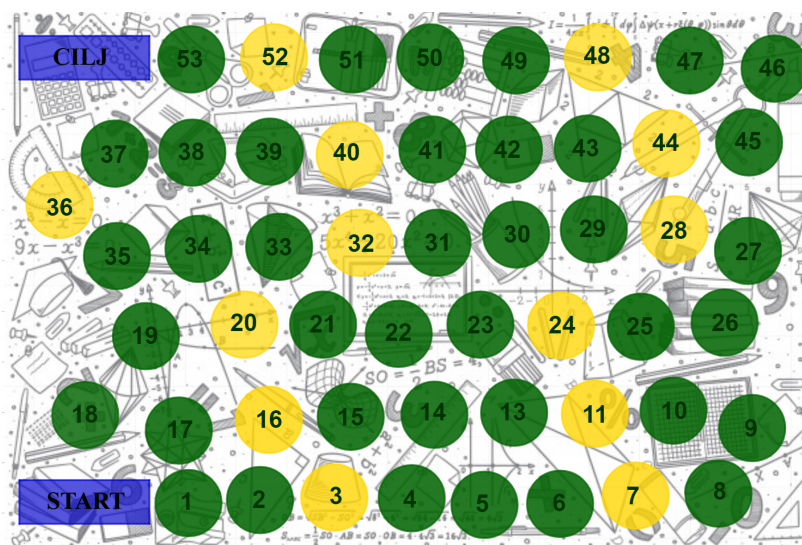
Slika 5.1: Polja za potapanje brodova

## 5.2 Podatci

### 5.2.1 Čovječe ne ljuti se

Prema novoj kurikularnoj reformi – Škola za život, nastavna cjelina *Podatci* se uvela u prvi razred srednje škole. Sama nastavna cjelina sadrži već otprije poznate pojmove (primjerice aritmetička sredina ili kružni dijagram) učenicima, ali i onih koji učenicima nisu toliko poznati (primjerice stablo - list dijagram ili mod). Ovom aktivnosti se na vrlo jednostavan i zabavan način nakon obrade nastavne cjeline ponavlja nastavni sadržaj koji su učenici usvojili.

Interaktivna igra Čovječe ne ljuti se je vrlo dobro znana svakom učeniku. U ovoj aktivnosti će učenici podijeljeni u grupe igrati igru koja je vrlo slična spomenutoj igri. Svaka grupa učenika dobiva papir na kojem se polja 5.2, po jednu figuricu za svakog učenika u grupi koje su različitih boja ili oblika, dvije vrste kartica (zadatak i objašnjenje), te jednu igraču kockicu.



Slika 5.2: Polja igre

Neka od polja su žute boje, a neka zelene. Cilj igre je dovesti svoju figuricu do Cilja. Igru započinje učenik koji bacanjem kockice dobije najveći broj. Također, kada učenik tijekom igre dobije šesticu na kockici, ima pravo bacati kockicu još jednom. Svi učenici kreću od polja start. Nakon što učenik baci kockicu, pomiče svoju figuricu za onoliko mjesta koliki je dobiveni broj na kockici. Nakon toga izvlači jednu karticu. Karticu koju izvlači ovisi o boji polja na koje je došao pomičući figuricu. Polje žute boje označava kartice sa zadacima, a polje zelene boje kartice s objašnjenjima. U slučaju da učenik dođe na polje na kojem se nalazi figurica drugog učenika, učenik ne “ruši” figuricu drugog učenika nego nastavlja igru. Nakon svakog pomicanja figurice, učenik izvlači određenu karticu. U slučaju da učenik ne zna odgovoriti na pitanje ili ne zna riješiti zadatak s kartice, učenik se vraća unazad onoliko mjesta koliko se pomaknuo naprijed. Tijekom rješavanja zadatka ili odgovaranja na pitanja s kartice, drugi učenici kontroliraju točnost rješenja. Pobjednik je onaj učenik koji prvi dovede svoju figuricu do Cilja.

## Zelene kartice

Nabrojite neke nedostatke moda podataka.

Objasni pojam "populacije".

Čime se bavi statistika?

Objasni standardnu devijaciju uzorka.

Koje vrijednosti čine karakterističnu petorku brojeva?

Koje vrijednosti su potrebne za crtanje brkate kutije?

Koliki postotak podataka je manji ili jednak gornjem kvartilu?

Koliki postotak podataka je manji ili jednak donjem kvartilu?

Koje kvartile poznajete?

<p>Koji je drugi naziv za treći kvartil?</p>	<p>Koji je drugi naziv za drugi kvartil?</p>	<p>Što je treći kvartil?</p>
<p>Što je drugi kvartil?</p>	<p>Kako računski dolazimo do trećeg kvartila?</p>	<p>Kako računski dolazimo do drugog kvartila?</p>
<p>Kako računski dolazimo do prvog kvartila?</p>	<p>Koji je drugi naziv za prvi kvartil?</p>	<p>Što je prvi kvartil?</p>
<p>Što je maksimum uzorka?</p>	<p>Što je minimum uzorka?</p>	<p>Kada medijan računamo kao srednju vrijednost dvaju brojeva u sredini?</p>

<p>Nabroji neke prednosti aritmetičke sredine.</p>	<p>Nabroji neke nedostatke aritmetičke sredine.</p>	<p>Može li aritmetička sredina biti jednaka maksimumu uzorka?</p>
<p>Kako računamo aritmetičku sredinu ako su podaci <math>x_1, x_2, x_3, \dots, x_n</math> zadani pomoću frekvencija <math>f_1, f_2, f_3, \dots, f_n</math>?</p>	<p>Kako računamo aritmetičku sredinu ako su podaci zadani kao niz brojeva <math>x_1, x_2, x_3, \dots, x_n</math>?</p>	<p>Kako računamo aritmetičku sredinu podataka?</p>
<p>Što je mod?</p>	<p>Nabrojite neke prednosti moda podataka.</p>	<p>Nabrojite neke prednosti medijana podataka.</p>
<p>Nabrojite neke nedostatke medijana podataka.</p>	<p>Što je medijan?</p>	<p>Čemu je jednak raspon podataka?</p>

<p>Što opisuje obilježje razreda?</p>	<p>Što je histogram?</p>	<p>Objasni postupak dobivanja dijagrama stablo - list.</p>
<p>Što prikazujemo kružnim dijagramom?</p>	<p>Objasni postupak izrade linijskog dijagrama.</p>	<p>Objasni postupak izrade stupičastog dijagrama.</p>
<p>Čemu je jednak volumen uzorka?</p>	<p>Koje je obilježje modalnog razreda?</p>	<p>Kako računamo relativnu frekvenciju?</p>
<p>Što čini tablicu frekvencija?</p>	<p>Što je frekvencija?</p>	<p>Kako dobivamo podatke neprekinutog oblika?</p>

Kako dobivamo podatke diskretnog oblika?

Objasni pojam "veličina uzorka".

Objasni pojam "uzorak".

## Žute kartice

Matko ima sljedeće ocjene iz matematike: 2, 3, 4, 5, 5, 5, 3, 2, 5, 4. Izračunaj aritmetičku sredinu Matkovih ocjena.

Na izboru za predsjednika razreda, Ivica je dobio 14 glasova, a Perica 12. Ako su svi učenici glasali ili za Pericu ili za Ivicu, odredi relativne frekvencije danih podataka.

Četiri najdraže voćke učenika 1. b razreda su jabuke, naranče, banane i kivi. Relativne frekvencije su redom 50%, 25%, 15% i 10%. Prikažite kružnim dijagramom relativne frekvencije.

Odredi veličinu uzorka ako 25% ljudi na ulici nosi crnu majcu, odnosno 18 ljudi ne nosi crnu majcu.

U 1.a razredu izmjerene su sljedeće visine učenika: 171, 169, 175, 167, 159, 173, 171, 164, 168, 177, 163, 167, 174, 156, 165, 170, 179 i 181.

Sredite podatke i prikažite ih dijagramom stablo - list.

Jedanaest uzastopnih dana je mjerena temperatura zraka ( u °C) u Zagrebu u 13 h i dobiveni su sljedeći rezultati: 25, 24, 26, 23, 28, 24, 25, 21, 23, 23, 27. Odredite medijan podataka.



Jedanaest uzastopnih dana je mjerena temperatura zraka ( u °C) u Zagrebu u 13 h i dobiveni su sljedeći rezultati: 25, 24, 26, 23, 28, 24, 25, 21, 23, 23, 27. Odredite mod podataka.

Jedanaest uzastopnih dana je mjerena temperatura zraka ( u °C) u Zagrebu u 13 h i dobiveni su sljedeći rezultati: 25, 24, 26, 23, 28, 24, 25, 21, 23, 23, 27. Odredite prvi kvartil.

Jedanaest uzastopnih dana je mjerena temperatura zraka ( u °C) u Zagrebu u 13 h i dobiveni su sljedeći rezultati: 25, 24, 26, 23, 28, 24, 25, 21, 23, 23, 27. Odredite treći kvartil.

U nekom nizu mjerenja najmanja vrijednost podataka je 48, a maksimalna 77, medijan iznosi 62.5, prvi kvartil iznosi 55.5 i treći kvartil iznosi 66.5. Nacrtajte brkatu kutiju.

Izračunajte standardnu devijaciju podataka 16, 16, 18, 20, 22, 22, 23, 25.

## Poglavlje 6

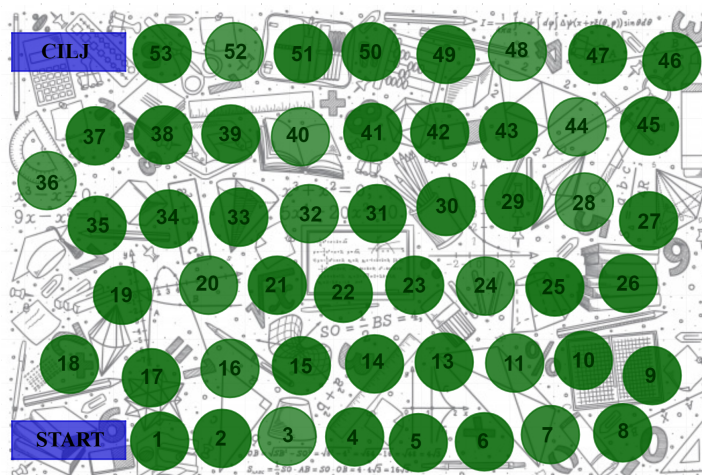
# DRUGI RAZRED SREDNJE ŠKOLE

### 6.1 Geometrija prostora

#### 6.1.1 Matematički alias

Aktivnost je zamišljena kao ponavljanje geometrije u ravnini kako bi učenici ponovili pojmove i formule s kojima su upoznati u osnovnoj školi. Ovakav tip ponavljanja moguće je primijeniti i na druge nastavne cjeline. Postupak provođenja aktivnosti je poput ovog opisanog, samo što se pojmovi na karticama kod drugih cjelina razlikuju.

Učenici su podijeljeni u grupe tako da je u svakoj od grupa paran broj učenika. Svaka grupa dobiva po jednu ploču, čunjiće (svaki par učenika dobiva jedan čunjić), igraću kocku i kartice s pojmovima. Na početku igre, sve figurice se stavljaju na polje Start, a igra kreće od para koji je bacio najveći broj na kockici. Jedan od učenika u paru izvlači karticu s pojmom i objašnjava drugom učeniku koji je s njim u paru pojam s kartice tako da ne kaže korijen riječi pojma. Nakon što učenik koji pogađa pojam, pogodi pojam, izvlači se sljedeća kartica i kreće u ponovno objašnjavanje novog pojma. Svaki par ima dvije minute za objašnjavanje i pogađanje pojmova, a ostali parovi u grupi kontroliraju način objašnjavanja i točnost pojma. Završetkom dvije minute igre, par učenika pomiće svoj čunjić onoliko polja koliko je točan pojmova na karticama pogodio. Pobjednik je onaj par koji prvi stigne do Cilja.



Slika 6.1: Polje za alias

### 6.1.2 Pojmovi na karticama

<b>CENTAR SIMETRIJE</b>	<b>DELTOID</b>
<b>DIJAGONALA PARALELOGRAMA</b>	<b>DIJAGONALNI PRESJEK</b>
<b>DIRALIŠTE</b>	<b>DULJINA</b>
<b>DUŽINA</b>	<b>HIPOTENUZA</b>
<b>JEDNAKOKRAČAN TROKUT</b>	<b>JEDNAKOSTRANIČNI TROKUT</b>
<b>JEDNAKOKRAČNI TRAPEZ</b>	<b>KATETE</b>
<b>KARAKTERISTIČNI TROKUT</b>	<b>KOCKA</b>

KONCENTRIČNE KRUŽNICE	KONKAVNI MNOGOKUT
KONVEKSNI MNOGOKUT	KRAK
KRUG	KRUŽNI ISJEČAK
KRUŽNI VIJENAC	KRUŽNI ODSJEČAK
KUGLA	KRUŽNICA
KUT	KVADRAT
KVADAR	MIMOILAZNI PRAVCI
MREŽA TIJELA	NEPRAVILNI MNOGOKUT
KRUŽNI VIJENAC	KRUŽNI ODSJEČAK
KUGLA	KRUŽNICA
KUT	KVADRAT
KVADAR	MIMOILAZNI PRAVCI

MREŽA TIJELA	NEPRAVILNI MNOGOKUT
KRUŽNI VIJENAC	KRUŽNI ODSJEČAK
KUGLA	KRUŽNICA
KUT	KVADRAT
KVADAR	MIMOILAZNI PRAVCI
MREŽA TIJELA	NEPRAVILNI MNOGOKUT
OKOMITI PRAVCI	OPISANA KRUŽNICA
OPSEG	OS SIMETRIJE
OSNA SIMETRIJA	OSNI PRESJEK
OSNOVICA	PARALELNI PRAVCI
PARALELOGRAM	PETEROKUT
$\pi$	PIRAMIDA

<b>PIRAMIDA</b>	<b>PITAGORIN POUČAK</b>
<b>PLOŠNA DIJAGONALA</b>	<b>POBOČKA</b>
<b>POLOVIŠTE</b>	<b>POLUMJER</b>
<b>POLUMJER BAZE</b>	<b>POLUPRAVAC</b>
<b>POVRŠINA</b>	<b>POVRŠINA KRUGA</b>
<b>POVRŠINA TROKUTA</b>	<b>PRAVAC</b>
<b>PRAVI KUT</b>	<b>PRAVILNA ČETVEROSTRANA PRIZMA</b>
<b>PRAVILNI MNOGOKUT</b>	<b>PRAVOKUTNI TROKUT</b>
<b>PRESJEČNICA</b>	<b>PROMJER</b>
<b>PROMJER BAZE</b>	<b>PROSTORNA DIJAGONALA</b>
<b>RAVNINA</b>	<b>RAZNOSTRANIČAN TROKUT</b>
<b>ROMB</b>	<b>ROTACIJA</b>

<b>SFERA</b>	<b>SLIČNI TROKUTI</b>
<b>SUKLADNI TROKUTI</b>	<b>SREDIŠNJI KUT</b>
<b>STOŽAC</b>	<b>STRANICA TROKUTA</b>
<b>SUSJEDNI KUTEVI</b>	<b>ŠESTEROKUT</b>
<b>ŠILJASTI KUT</b>	<b>ŠILJASTOKUTNI TROKUT</b>
<b>TALESOV POUČAK</b>	<b>TETIVA</b>
<b>TRAPEZ</b>	<b>TROKUT</b>
<b>TUPI KUT</b>	<b>TUPOKUTAN TROKUT</b>
<b>UNUTARNJI KUT MNOGOKUTA</b>	<b>VANJSKI KUT MNOGOKUTA</b>
<b>UPISANA KRUŽNICA</b>	<b>VALJAK</b>
<b>VISINA TIJELA</b>	<b>VISINA TROKUTA</b>
<b>VOLUMEN</b>	<b>VRH TROKUTA</b>

VRŠNI KUTEVI	OPSEG KRUGA
ORTOCENTAR	CENTRALNA SIMETRIJA
CENTAR SIMETRIJE	VRŠNI KUTEVI

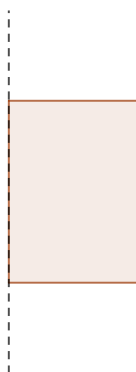
## 6.2 Rotacijska tijela

### 6.2.1 Vrtuljkom kroz geometrijska tijela

#### 1. zadatak

Iz kartona izrežite pravokutnik čije su duljine stranica 5 cm i 7 cm.

a) Zalijepite ljepljivom trakom drveni štapić uz dulju stranicu pravokutnika. Neka štapić bude zalijepljen tako da u odnosu na stranicu pravokutnika, štapić bude dulji od kraja stranice točno za vrh štapića. Stranicu pravokutnika koja je okomita na štapić i bliža je vrhu štapića umočimo u boju. Vrh štapića zabodite u karton koji se nalazi na stolu i rotirajte pravokutnik oko štapića.



Nastavnik postavlja pitanja učenicima nakon što svaki par završi s prvim podzadatkom: **“Koji geometrijski lik se ocrtao bojom na kartonu nakon rotacije?”** (Krug.), „Koliko iznosi površina ocrtanog kruga?“



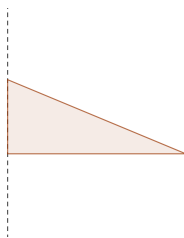
( $P = 25\pi \text{ cm}^2$ ), „Primjenom koje formule ste dobili taj rezultat?“ (Formule za površinu kruga,  $P = r^2\pi$ .), „Što nam simbolizira karton u koji ste zaboli vrh štapića?“ (Ravninu.), „Ako stavimo još jedan karton paralelo s prvim na udaljenosti 7 cm, koji geometrijski lik bi se ocrtao na tom kartonu i kakav je on u odnosu na dobiveni krug na donjem kartonu?“ (Krug, sukladan krugu na donjem kartonu.), „Kako nazivamo tijelo koje se dobiva rotacijom pravokutnika kao u ovom zadatku?“ (Valjak.), „Kako još nazivamo krugove koji se ocrtavaju na paralelnim kartonima?“ (Baze valjka.), „Što nastaje između baza valjka?“ (Plast valjka.).

b) Ponovite postupak kao u a) podzadatku, ali štapić zalijepite tako da prolazi polovištima kraćih stranica pravokutnika.

Nakon drugog podzadatka, nastavnik ponovno postavlja pitanja učenicima: „Koji geometrijsko tijelo ste dobili rotacijom u ovom podzadatku?“ (Valjak.), „Kolika je površina baza u ovom podzadatku?“ ( $P = 6.25\pi \text{ cm}^2$ .), „Kako objašnjavate da je sada manja površina baza, a koristili ste isti pravokutnik?“ (Pravac oko kojega rotiramo prolazi polovištima stranica pravokutnika, a ne jednom od stranica pravokutnika pa se i radijus kruga smanjio upola.), „Kako nazivamo pravac na kojem se nalazi zalijepljen štapić?“ (Os valjka.), „Skicirajte i usporedite osne presjeke valjaka u a) i b) podzadatku.“ (U a) podzadatku osni presjek valjka ima dimenzije 10 cm i 7 cm, dok u b) podzadatku ima dimenzije 5 cm i 7 cm, u oba slučaja su osni presjeci pravokutnici.).

## 2. zadatak

Iz kartona izrežite pravokutni trokut duljina stranica 5 cm, 12 cm i 13 cm. Zalijepite štapić uz jednu katetu. Ponovite postupak kao u prvom zadatku.



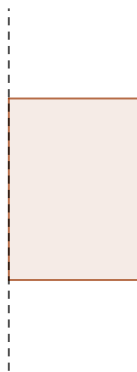
Ponovno slijedi diskusija s učenicima koju predvodi nastavnik pitanjima: „Koje se tijelo dobiva rotacijom pravokutnog trokuta oko jedne njegove katete?“ (Stožac.), „Koji geometrijski lik se ocrtao na kartonu nakon rotacije?“ (Krug.), „Postavimo li još jedan karton paralelno s prvim na udaljenosti 5 cm, što će se ocrtati na dom

**kartonu?**“ ( Točka. ), „**Što simbolizira ta točka?**“ ( Vrh stošca. ), „**Koliko baza ima stožac?**“ ( Jednu. ), „**Kolika je površina baze stošca, a kolika je visina stošca?**“ (Površina baze iznosi  $P = 144\pi\text{cm}^2$ , a visina stošca je 5 cm.), „**Kako zovemo dužinu koja je duljine 13 cm i nalazi se na plaštu stošca?**“ ( Izvodnica. ), „**Promatrate li sada kartonski trokut, s kojim dijelom pravokutnog trokuta se poklapa izvodnica stošca?**“ ( Hipotenuzom. ).

## Nastavni listić

**1. zadatak** Iz kartona izrežite pravokutnik čije su duljine stranica 5 cm i 7 cm.

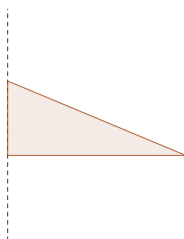
a) Zalijepite ljepljivom trakom drveni štapić uz dulju stranicu pravokutnika. Neka štapić bude zalijepljen tako da u odnosu na stranicu pravokutnika, štapić bude dulji od kraja stranice točno za vrh štapića. Stranicu pravokutnika koja je okomita na štapić i bliža je vrhu štapića umočimo u boju. Vrh štapića zabodite u karton koji se nalazi na stolu i rotirajte pravokutnik oko štapića.



b) Ponovite postupak kao u a) podzadatku, ali štapić zalijepite tako da prolazi polovištima kraćih stranica pravokutnika.

### 2. zadatak

Iz kartona izrežite pravokutni trokut duljina stranica 5 cm, 12 cm i 13 cm. Zalijepite štapić uz jednu katetu. Ponovite postupak kao u prvom zadatku.



## Poglavlje 7

# TREĆI RAZRED SREDNJE ŠKOLE

### 7.1 Elipsa

Pomoću ove aktivnosti učenici otkrivaju osnovne pojmove o elipsi – velika os, velika poluos, mala os, mala poluos, tjemena elipse, središte elipse i fokuse te izvode vrtlarsku konstrukciju elipse.

S obzirom da učenici većinu vremena u školi provedu sjedeći za klupama, ova aktivnost je zamišljena tako da u njoj učenici ne sjede nego rješavaju zadatke obilazeći tri različita punkta.

Potrebna materijal za izvođenje aktivnosti su papiri na kojima se nalaze s jedne strane brojevi punktova, a s druge strane QR kod za određeni zadatak, barem jedan pametni telefon u svakoj grupi učenika, radni listić za svakog od učenika, te za svaku grupu učenika po dva kolčića, nerastezljivo uže čiji su krajevi zavezani čvorom za dva nepomična kolčića, pomični štap s našiljenim jednim krajem i veće ravnilo.

Učenici podijeljeni u grupe dobivaju nastavni listić takav da za svaku grupu upute pišu drugom bojom koja označava boju koja je dodijeljena njihovoj grupi. Broj različitih boja ovisi o broju grupa. Svaka grupa kreće rješavati zadatke na punktovima boje koja joj je dodijeljena. Učenici kreću prema prvom punktu odgovarajuće boje označenim brojem 1 i rješavaju prvi zadatak, a nastavnik nadgleda grupe. Prvi zadatak je zamišljen kao korelacija matematike i fizike u kojem se prisjećaju izgleda putanje gibanja Zemlje oko Sunca. Ovdje uvodimo naziv elipse. Nakon toga, u drugom zadatku na nastavni listić dopunjuju sliku elipse, smještaju elipsu u Kartezijev koordinatni sustav, određuju sjecišta elipse s koordinatnim osima i upoznaju se s pojmovima žarišta (fokusi) elipse, središte elipse, velika os,

velika poluos, duljine velike poluosi i velike osi, mala poluos, mala os te duljine malih poluosi i osi.

Na kraju aktivnosti učenici konstruiraju elipsu vrtlarskom metodom i dolaze do definicije elipse.

Završetkom aktivnosti, učenici i nastavnik kreću u razred te ponove i sistematiziraju nove pojmove i definiciju elipse, izvode jednadžbu elipse, uvode linearni ekscentricitet i njegova ovisnost o duljinama velike i male poluosi.

## RADNI LISTIĆ

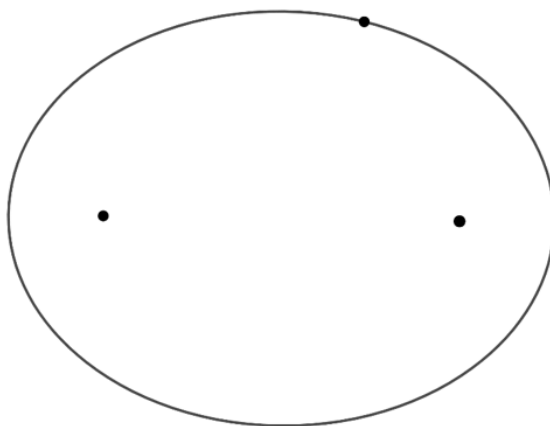
### Potruga za elipsom

U školskom dvorištu se nalaze tri punkta jednakih boja. Svaka od grupa učenika rješava zadatke na punktovima boje koja joj je dodijeljena. Odgovarajuća boja vaše grupe je jednaka boji ovog teksta. Krenite prema punktu odgovarajuće boje označenim brojem 1 i riješite prvi zadatak.

#### 1. Zadatak

Skicirajte krivulju po kojoj se giba Zemlja oko Sunca. Točkama  $S$  i  $Z$  označite Sunce, odnosno Zemlju na skici. Nakon toga, skenirajte QR kod s prvog punkta.

#### 2. Zadatak



Kako nazivamo točke  $F_1$  i  $F_2$ , a kako točku  $O$ ?

---

Navedi točke koje su tjemena elipse.

---

Ako dužinu  $\overline{AB}$  nazivamo velika os, kako bismo nazvali dužine  $\overline{AO}$  i  $\overline{OB}$  te koliko bi iznosile njihove duljine?

---

Ako dužinu  $\overline{CD}$  nazivamo velika os, kako bismo nazvali dužine  $\overline{DO}$  i  $\overline{OC}$  te koliko bi iznosile njihove duljine?

---

### 3. Zadatak

Skenirajte QR kod i konstruirajte elipsu vrtlarskom konstrukcijom. Odaberete li bilo koju točku elipse vrhom štapa, hoće li se promijeniti zbroj udaljenosti te točke od nepomičnih kolčića (fokusa elipse)? Odaberite par točaka na elipsi i izvedite potrebna mjerenja ravnalom.

Kako biste definirali elipsu?

## QR-kodovi



Slika 7.1: QR-kod za 1. zadatak



Slika 7.2: QR-kod za 2. zadatak



Slika 7.3: QR-kod za 3. zadatak



# Poglavlje 8

## ČETVRTI RAZRED SREDNJE ŠKOLE

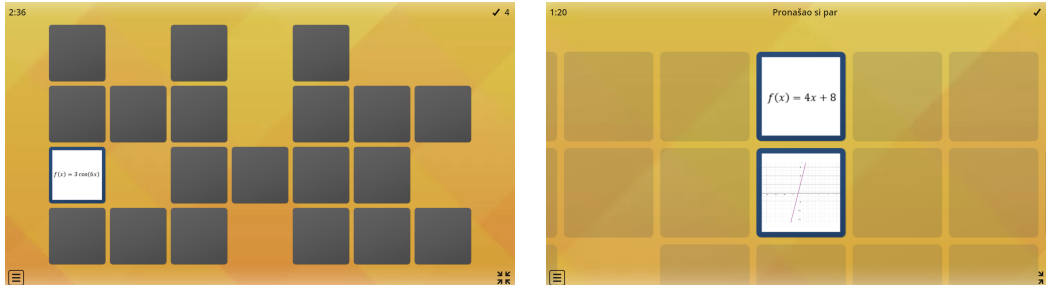
### 8.1 Funkcije

U četvrtom razredu četverogodišnjih srednjih škola u nastavnoj cjelini Funkcije učenici proučavaju domenu, kodomenu, sliku, rast/pad, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost funkcija te crtaju grafove funkcija. Ova aktivnost je napravljena u svrhu ponavljanja elementarnih funkcija koje čine polinomi, racionalne funkcije, trigonometrijske funkcije, eksponencijalne i logaritamske funkcije, te povezivanja elementarnih funkcija s grafom funkcije. Aktivnost je moguće izvesti na dva načina – samostalnim radom i grupnim radom.

#### 8.1.1 Pronađi par

Za aktivnost je potreban tablet. Svaki učenik na tabletu otvara internetsku stranicu sa sljedeće poveznice <https://wordwall.net/hr/resource/20845896>. Nakon toga, odabire jednu od ponuđenih vrsta igre: Pronađi par, Spoji, Pronađi podudarnost, Kviz, Gameshow kviz, Čudnovati kotač, Pločice na okretanje, Labirint, Otvaranje okvira ili Slučajne kartice. Završetkom prve igre, odabire drugu vrstu igre. Učenik ne mora odigrati sve igre, dovoljne su dvije.

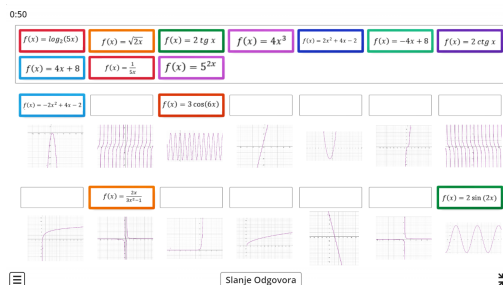
### Pronađi par



Igra je vrlo slična poznatoj igri Memory. Učenici klikom miša otvaraju po dva polja. Ako se na odabranim poljima nalazi jednačba grafa funkcije prikazanog na drugoj slici, učenici su pronašli par. Igra sadrži 14 parova funkcija i grafova tih funkcija.

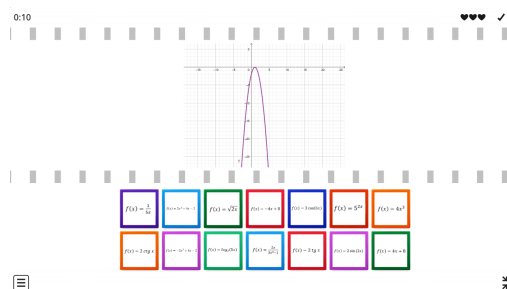
### Spoji

Učenici imaju ponuđeno četrnaest različitih jednačbi i grafova funkcija. Pomoću kompjuterskog miša povlače jednačbu funkcije na odgovarajuće polje iznad odgovarajućeg grafa funkcije.



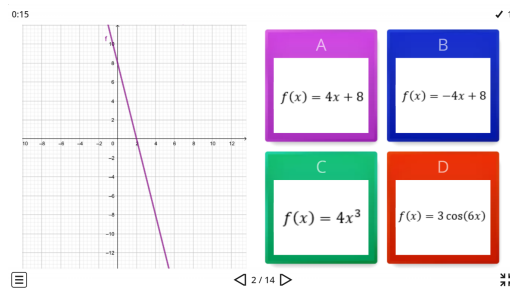
### Pronađi podudarnost

Na traci putuju grafovi funkcija i kada se graf funkcije zaustavi, učenici odabiru odgovarajuću jednačbu prikazane funkcije.

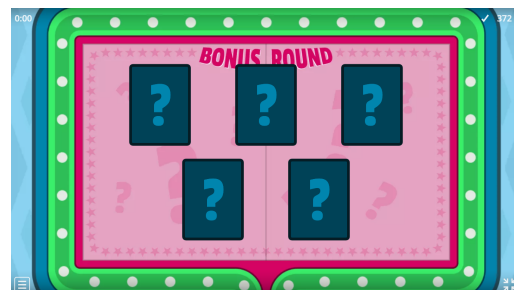
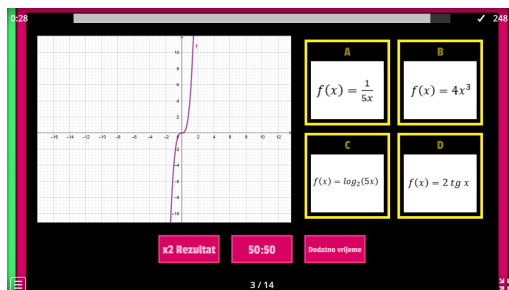


**Kviz**

Učenici igraju kviz. U svakom pitanju su ponuđena četiri odgovora. Učenik izabire odgovor pod kojim je jednadžba grafa funkcije prikazana na slici.

**Gameshow kviz**

Igra slična prijašnjoj samo što ovdje učenik ima ograničeno vrijeme biranja točnog odgovora. Također, tu su i dva gumba za pomoć kod odgovora. Gumb 50:50 briše dva netočna odgovora pa učeniku ostaju samo dva od četiri ponuđenih, dok gumb Dodatno vrijeme produžuje moguće vrijeme odgovora. Treći gumb x2 Rezultat dodjeljuje dvostruke bodove u slučaju točnog odgovora, odnosno, oduzima dvostruke bodove u slučaju pogrešnog odgovora. Između pitanja na kvizu, učenik dobiva i Bonus round u kojima ima mogućnost dobiti bodove odabirom kartice, ali ih i izgubiti. Nakon svakog pitanja i svake Bonus runde učeniku se pokazuje dosadašnji rezultat i pribrajaju bodovi osvojeni na posljednjem pitanju kao i bodovi za odgovor unutar predviđenog vremena.





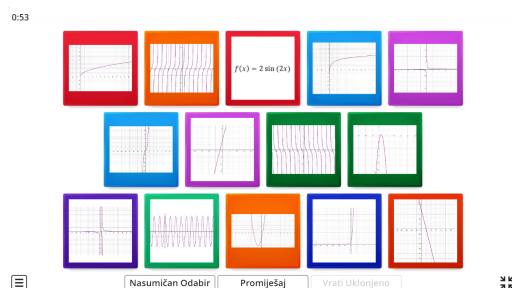
### Čudnovati kotač

U ovoj igri učenik pomoću kompjuterskog miša ili gumba Zavrti okreće kotač. Polje koje se zaustavi kod strelice se poveća i učenik na papir zapisuje vrstu funkcije kojoj pripada graf funkcije sa slike na tom polju.



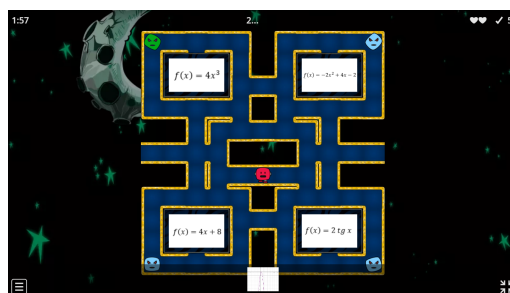
### Pločice na okretanje

Učenik odabire pločicu na kojoj se nalazi graf funkcije. Zapisuje na papir vrstu funkcije kojoj pripada graf. Nakon toga, kompjuterskim mišem okreće pločice na kojima se nalaze grafovi funkcija i provjerava odgovara li jednačba funkcije vrsti funkcije koju je napisao na papir i grafu funkcije koji se nalazi na prednjoj strani pločice.



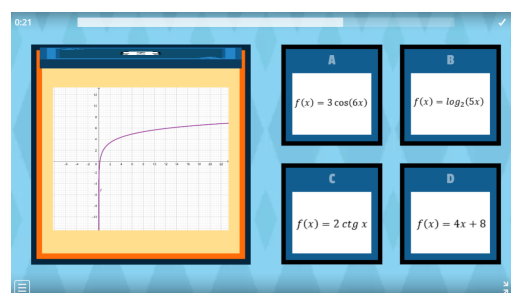
### Labirint

Na dnu labirinta se pojavljuje graf funkcije. Učenik pomoću tipkovnice ili kompjuterskog miša upravlja rožim svemircem. Cilj igre je rožim svemircem doći do odgovarajuće jednačbe funkcije prikazane na grafu.



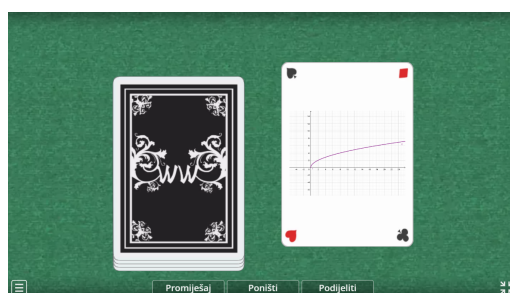
### Otvaranje okvira

Učenik dobiva četrnaest okvira označenih brojevima. Klikom kompjuterskog miša na okvir, okvir se otvara. Učenik dobiva sliku grafa funkcije i ponuđena četiri odgovora od kojih jedan sadrži odgovarajuću jednadžbu prikazanog grafa funkcije. U ovoj igri je vrijeme ograničeno.



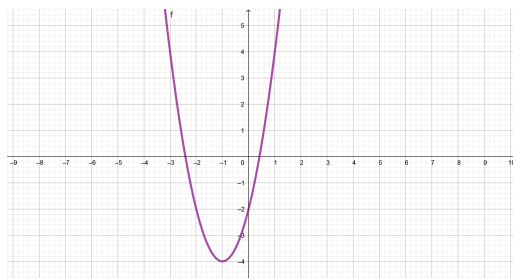
### Slučajne kartice

Učenik klikom na kartice otvara novu karticu na kojoj je prikazan graf funkcije. Zapisuje jednadžbu i vrstu prikazane funkcije. Ovdje su prikazani i gumbi komoću Promiješaj (promiješati neotvorene karte), Poništi (vratiti prethodnu kartu) i Podijeliti (otvoriti novu kartu).

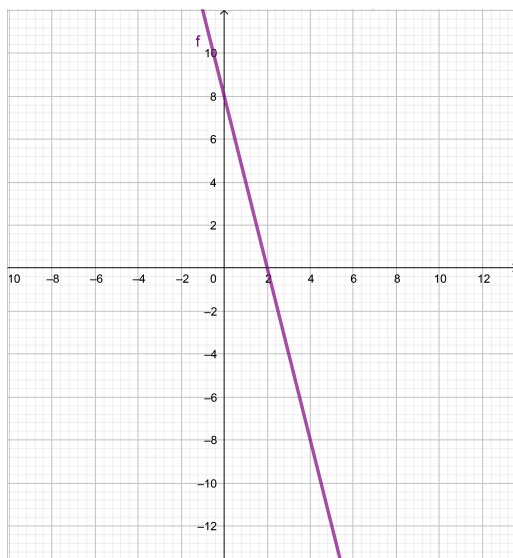


### 8.1.2 Pronađi par

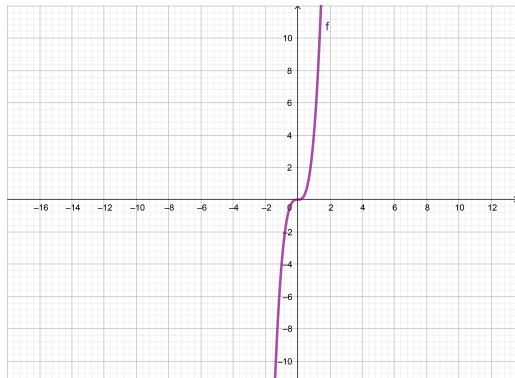
Učenici su podijeljeni u grupe po četvero. Sva grupa dobiva po dva ili više (ovisno koliko je vremena predviđeno za aktivnost) kopija kartica sa grafovima funkcija i jednadžbama funkcija. Kartice su izmiješane i svaki učenik dobiva po 14 (ili više) kartica okrenutih naopako i naslaganih jedna na drugi. Osim kartica potreban je i totem ili neka plišana igračka koja se nalazi na sredini stola. Učenici naizmjenice izvlače kartice iz svog kupa karata. Totem ili plišanu igračku učenici moraju uhvatiti u ruku onog trena kada je izvučena kartica na kojoj je jednadžba grafa funkcije koji se nalazi kod učenika, odnosno kada je izvučen onaj graf funkcije čija se jednadžba nalazi kod promatranog igrača. Učenik koji prvi uhvati totem daje sve svoje okrenute kartice drugom učeniku koji nije uspio uhvatiti totem prije njega. Ako učenik uhvati totem na temelju nepodudarnih kartica, slijedi kazna za učenika. Pobjednik je onaj učenik koji prvi ostane bez svih kartica.



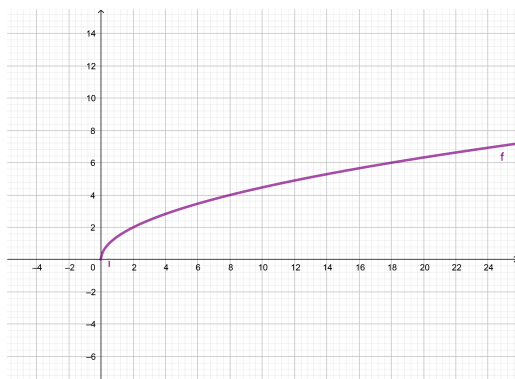
$$f(x) = 2x^2 + 4x - 2$$



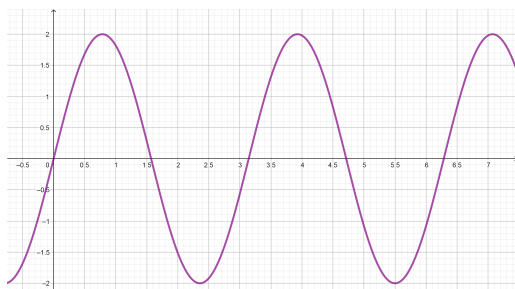
$$f(x) = -4x + 8$$



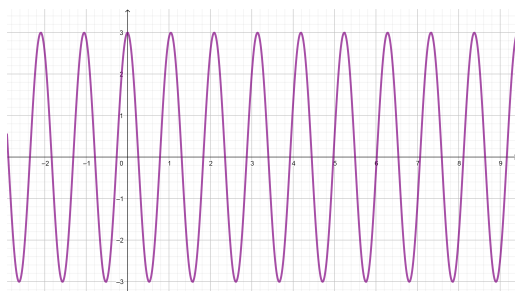
$$f(x) = 4x^3$$



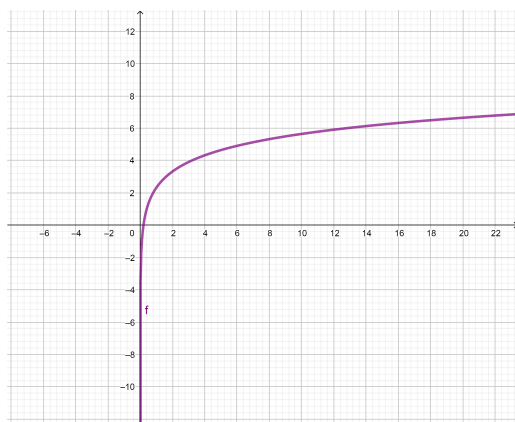
$$f(x) = \sqrt{2x}$$



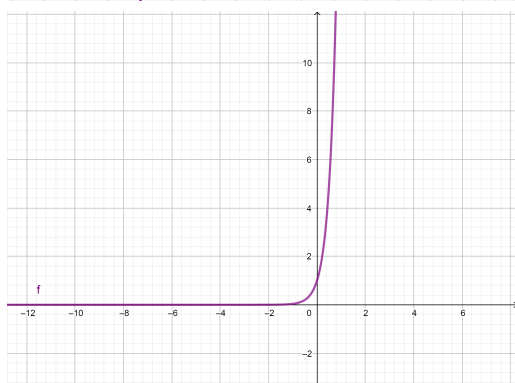
$$f(x) = 2 \sin(2x)$$



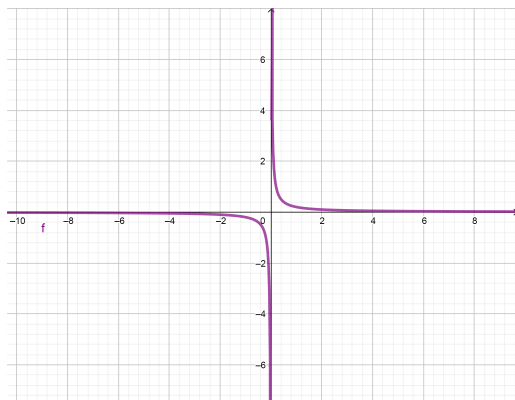
$$f(x) = 3 \cos(6x)$$



$$f(x) = \log_2(5x)$$

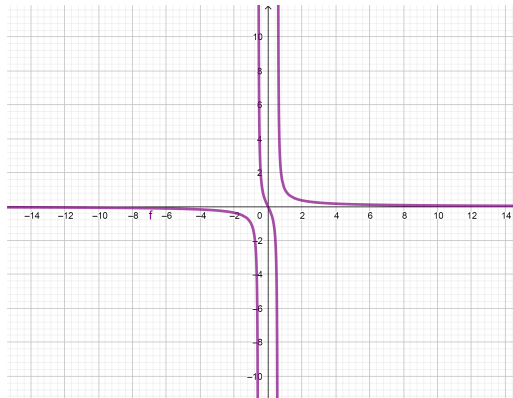


$$f(x) = 5^{2x}$$

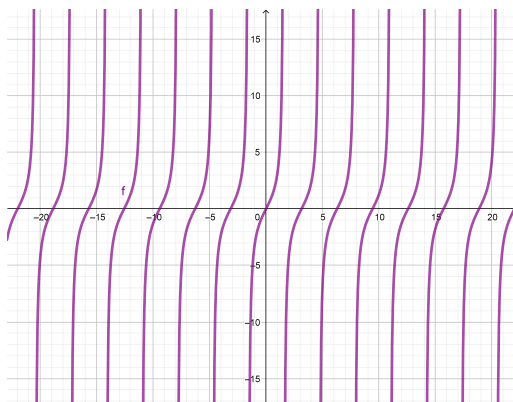


$$f(x) = \frac{1}{5x}$$

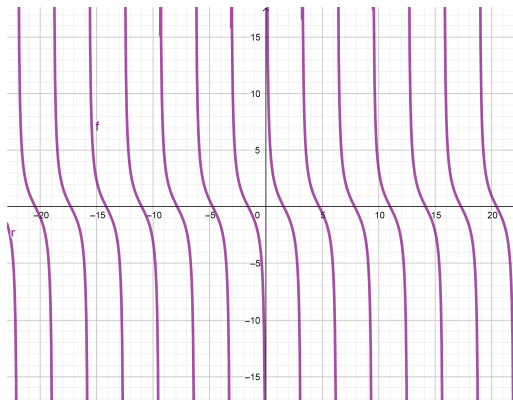




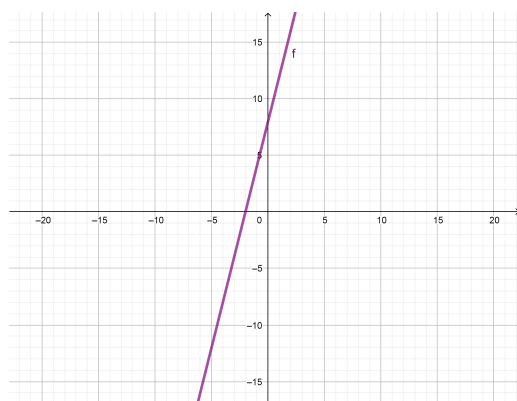
$$f(x) = \frac{2x}{3x^2 - 1}$$



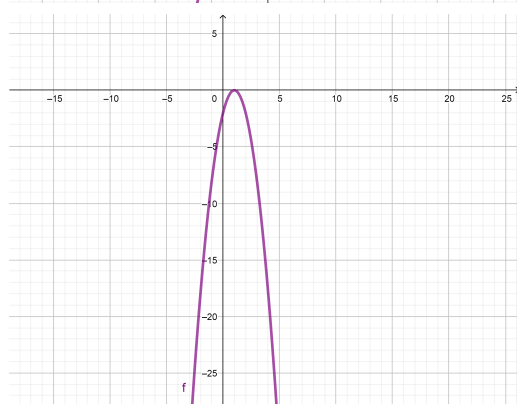
$$f(x) = 2 \operatorname{tg} x$$



$$f(x) = 2 \operatorname{ctg} x$$



$$f(x) = 4x + 8$$



$$f(x) = -2x^2 + 4x - 2$$

# Bibliografija

- [1] 5 proofs without words in 5 minutes, On The Spot STEM, Pythagorean Theorem, You Tube <https://www.youtube.com/watch?v=T7qAQ3MLV-o> (kolovoz, 2021.)
- [2] Acheson D., 1089 + još ponešto = putovanje kroz matematiku, Element, Zagreb, 2014.
- [3] Benček A., Marenčić M., Motivacija učenika osnovne škole u nastavi matematike [file:///D:/Download/Microsoft\\_Word\\_9\\_BENCEK.pdf](file:///D:/Download/Microsoft_Word_9_BENCEK.pdf) (kolovoz, 2021.)
- [4] Bešlić P., Lešković P., Dokazi bez riječi, seminar iz metodike nastave matematike 2, 2018./2019.
- [5] Čizmek H., Gregorinčić V., Lončarević K., Nastavne aktivnosti pri obradi površina, seminar iz metodike nastave matematike 4, 2019./2020.
- [6] Čovječe ne ljuti se <http://www.pjesmicezadjecu.com/drustvene-igre-pravila-igre/covjece-ne-ljuti-se.html> (svibanj, 2021.)
- [7] Gojmerac Dekanić G., Radanović P., Varošaneć S., Matematika 5, 1. dio, udžbenik za 5. razred osnovne škole, Elektronički udžbenik, Element <https://digitalni.element.hr/> (Ožujak, 2021.)
- [8] Gojmerac Dekanić G., Radanović P., Varošaneć S., Matematika 5, 2. dio, udžbenik za 5. razred osnovne škole, Elektronički udžbenik, Element <https://digitalni.element.hr/> (Ožujak, 2021.)
- [9] Gojmerac Dekanić G., Radanović P., Varošaneć S., Matematika 6, 1. dio, udžbenik za 6. razred osnovne škole, Elektronički udžbenik, Element <https://digitalni.element.hr/> (Ožujak, 2021.)

- [10] Gojmerac Dekanić G., Radanović P., Varošaneć S., Matematika 6, 1. dio, udžbenik za 6. razred osnovne škole, Elektronički udžbenik, Element <https://digitalni.element.hr/> (Ožujak, 2021.)
- [11] Gojmerac Dekanić G., Radanović P., Varošaneć S., Matematika 7, 1. dio, udžbenik za 7. razred osnovne škole, Elektronički udžbenik, Element <https://digitalni.element.hr/> (Ožujak, 2021.)
- [12] Gojmerac Dekanić G., Radanović P., Varošaneć S., Matematika 7, 2. dio, udžbenik za 7. razred osnovne škole, Elektronički udžbenik, Element <https://digitalni.element.hr/> (Ožujak, 2021.)
- [13] Gojmerac Dekanić G., Radanović P., Varošaneć S., Matematika 8, 1. dio, udžbenik za 8. razred osnovne škole, Elektronički udžbenik, Element <https://digitalni.element.hr/> (Svibanj, 2021.)
- [14] Gojmerac Dekanić G., Radanović P., Varošaneć S., Matematika 8, 2. dio, udžbenik za 8. razred osnovne škole, Elektronički udžbenik, Element <https://digitalni.element.hr/> (Svibanj, 2021.)
- [15] Horvat Z., Motivacija u suvremenoj nastavi matematike [file:///D:/Download/4\\_Horvat.pdf](file:///D:/Download/4_Horvat.pdf) (kolovoz, 2021.)
- [16] i-nastava Ministarstvo znanosti i obrazovanja, videolekcije: Od čestice do Svemira <https://i-nastava.gov.hr/videolekcije-11/osnovna-skola-predmetna-nastava-5-8-razred-2020-2021/6-razred-os/priroda-za-6-razred-os/127> (Ožujak, 2021.)
- [17] Kadić Beštak Z., Brković N., Pećina P., Fizika 7, udžbenik iz fizike za sedmi razred osnovne škole, ogledno izdanje, Alfa Element, Zagreb, 2019.
- [18] Koludrović M., Ercegovać Reić I., Poticanje učenika na kreativno mišljenje u suvremenoj nastavi [file:///D:/Download/Morana\\_Koludrovic\\_427\\_439.pdf](file:///D:/Download/Morana_Koludrovic_427_439.pdf) (kolovoz, 2021.)
- [19] Kurikulumi nastavnih predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije i Matematika za srednje strukovne škole na razini 4.2: [https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/07/MAT\\_kurikulum\\_1\\_71.pdf](https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/07/MAT_kurikulum_1_71.pdf) (Ožujak, 2021.)
- [20] Kurikulum nastavnog predmeta Fizika za osnovne škole i gimnazije [https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/06/FIZ\\_kurikulum.pdf](https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/06/FIZ_kurikulum.pdf) (Ožujak, 2021.)

- [21] Kurikulum nastavnog predmeta Geografija za osnovne škole i gimnazije [https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/06/GEO\\_kurikulum.pdf](https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/06/GEO_kurikulum.pdf) (Ožujak, 2021.)
- [22] Kurnik Z., Motivacija, Poučak 68, HMD, 2003., 33.-48.
- [23] Piton Antunović B., Boroš Bogner A., Bijuković Havranek L. i dr., Matematika 8, udžbenik matematike u osmom razredu osnovne škole sa zadacima za rješavanje 2. dio, Školska knjiga, Zagreb, 2021. Petković M., Motivacija u nastavi matematike, Diplomski rad, Osijek, 2021.
- [24] Predojević Ž., Temeljni nastavni oblici rada [http://os-popovac.skole.hr/ucitelji?news\\_id=672](http://os-popovac.skole.hr/ucitelji?news_id=672) (kolovoz, 2021.)
- [25] Potapanje brodova <http://www.pjesmicezadjecu.com/drustvene-igre-pravila-igre/potapanje-brodova.html> (svibanj, 2021.)
- [26] Rankin W., Newton i klasična fizika za početnike, Naklada Jesenski i Turk, Zagreb, 2003.
- [27] Trškan D., Motivacijske tehnike u nastavi [file:///D:/Download/PUN7\\_02\\_Danijela\\_Trskan.pdf](file:///D:/Download/PUN7_02_Danijela_Trskan.pdf) (kolovoz, 2021.)
- [28] Varošaneć S., Matematika 1, udžbenik za 1. razred gimnazija i strukovnih škola ( 3 ili 4 sata nastave tjedno ), Elektronički udžbenik, Element <https://digitalni.element.hr/> (Svibanj, 2021.)
- [29] Varošaneć S., Matematika 2, udžbenik za 2. razred gimnazija i strukovnih škola ( 3 ili 4 sata nastave tjedno ), Elektronički udžbenik, Element <https://digitalni.element.hr/> (Lipanj, 2021.)
- [30] Varošaneć S., Matematika 3, udžbenik za 3. razred gimnazija i strukovnih škola ( 3 ili 4 sata nastave tjedno ), Elektronički udžbenik, Element <https://digitalni.element.hr/> (Srpanj, 2021.)
- [31] Varošaneć S., Matematika 4, udžbenik za 4. razred gimnazija i strukovnih škola ( 3 ili 4 sata nastave tjedno ), Elektronički udžbenik, Element <https://digitalni.element.hr/> (Svibanj, 2021.)

# Sažetak

Diplomski rad se temelji na motivacijskim aktivnostima za nastavu matematike za osnovnu školu od petog do osmog razreda i srednju školu. Rad sadrži aktivnosti podijeljene po razredima i nastavnim temama. Motivacijske aktivnosti mogu se izvoditi različitim oblicima rada, od frontalnog rada do rada u skupinama. Aktivnosti su napisane na način da se nastavnicima daju ideje za uvođenje više motivacijskih aktivnosti u nastavu matematike kako bi se broj učenika s unutarnjim ciljevima učenja povećao, odnosno da učenici ne bi učili samo zbog ocjene. Osim motiviranja učenika i aktiviranja razmišljanja učenika, motivacijske aktivnosti uče i snalaženju, gledanju izvan okvira problema te kritičkom razmišljanju i promišljanju, a sve te kompetencije će učenicima u kasnijem životu i obrazovanju olakšati razumijevanje i rješavanje problema.

# Summary

This master thesis is based on the mathematical motivation activities for elementary school between the 5th and the 8th grade and high school. It contains activities depends on the grade and type of lessons. Motivational activities can be performed in various forms of work, as frontal work to group work. The activities are written in such a way that they give more ideas for introducing more motivational activities in teaching mathematics in order to increase the number of students with internal learning goals, in that case students would not learn just for the school mark. In addition to motivating students and activating student's thinking, motivational activities also teach coping looking beyond the framework of the problem, critical thinking and reflection. All of these competencies will make further life and education easier for the students to understand and solve problems.

# Životopis

Rođena sam 2.2.1997. godine u Čakovcu, a odrasla sam u Gornjoj Dubravi. Osnovnu školu sam pohađala u Gornjem Mihaljevcu do 2011. godine. Svoje školovanje nastavljam u Gimnaziji Josipa Slavenskog u Čakovcu upisavši opći smjer. Završetkom srednje škole 2015. godine upisujem Integrirani nastavnički smjer matematike i fizike na Prirodoslovnom matematičkom fakultetu u Zagrebu. Tijekom srednjoškolskih i studentskih dana aktivno sam sudjelovala u raznim volontiranjima od pomoći u učenju do raznih organiziranih volontiranja u Crvenom križu. Rado sam sudjelovala i u pripremi te izradi pokusa i radionica na Danu otvorenih vrata Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Večerima matematike, posjećivala Stručno-metodičke večeri HMD-a koji su produbili moje znanje i predavačke vještine, a ujedno i dali bolji uvid u rad s djecom