

# Simulacija procesa nuklearnog raspada

---

**Tomrlin, Bruno**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2021**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:912243>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-05**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Bruno Tomrlin

SIMULACIJA PROCESA NUKLEARNOG  
RASPADA

Diplomski rad

Zagreb, 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ  
FIZIKA I INFORMATIKA; SMJER NASTAVNIČKI

**Bruno Tomrlin**

Diplomski rad

# **Simulacija procesa nuklearnog raspada**

Voditelj diplomskog rada: izv. prof. dr. sc. Nikola Poljak

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2021.

Zahvaljujem se svim profesorima i profesoricama koji su bili prisutni kada sam najviše trebao pomoć. Hvala referadi na podršci i strpljenju. Najveća hvala obitelji i prijateljima koji su uvijek bili uz mene i uljepšali dane provedene studirajući.

## Sažetak

Iako je nuklearni raspad statistički proces, opisujemo ga jednostavnim jednakostima koje govore o najvjerojatnijim vrijednostima vremenskih prosjeka fizičkih veličina. Ovakav opis često odmaže u razumijevanju koncepta statističkih procesa što je slučaj i kod nuklearnih raspada. U diplomskom radu student bi napravio simulaciju raspada sustava  $N$  radioaktivnih čestica i pokušao odgovoriti na niz konceptualnih pitanja kao što su: Je li definirano vrijeme poluživota za jednu česticu?, Kako se odnose prosječno vrijeme između dva raspada i prosječno vrijeme od nasumičnog trena do idućeg raspada? itd., direktno pomoću simulacije. Simulacija bi bila opremljena jednostavnim grafičkim prikazom raspada, kao i sadržavala niz pitanja na koja bi korisnik pokušao odgovoriti.

Ključne riječi: nuklearna reakcija, nuklearni raspad, radioaktivnost, atomska jezgra, neutron, proton, elektron, energija, python, simulacija.

### **Abstract**

Although nuclear decay is a statistical process, we can describe it with simple equations that tell us the most probable values of the time averages of physical quantities. Such a description often makes it more difficult to understand the concept of statistical processes, which is the case with nuclear decay. In the thesis, the student would make a simulation of the decay of a system consisting of  $N$  radioactive particles and try to answer a number of conceptual questions such as: Is the half life defined for a single particle?, How do the average time between two decays and the average time from a random moment to the next correlate? etc., directly with simulation. The simulation would be equipped with a simple graphical representation of the decay, as well as contain a series of questions that the user would try to answer.

Key words: nuclear reaction, nuclear decay, radioactivity, atomic nucleus, neutron, proton, electron, energy, python, simulation.

## Sadržaj

1.Uvod	7
2.Radioaktivnost	8
2.1. Definicija radioaktivnosti	8
2.2. Povijest istraživanja	9
2.3. Vrste radioaktivnog raspada	12
2.3.1. Alfa raspad	12
2.3.2. Beta raspad	13
2.3.3. Gama raspad	14
2.4. Zakon radioaktivnog raspada	14
3. Simulacija raspada	16
3.1 Algoritam	16
3.2 Usporedba sa brute force algoritmom	17
3.3 Sučelje	18
3.4 Mali broj jezgara	18
3.5 Velik broj jezgara	21
3.6 Konceptualna pitanja	21
3.7 Prednosti i nedostaci	24
4. Metodički dio	25
4.1 Istraživački usmjerena nastava fizike	25
4.2 Nastavna priprema	26
5. Zaključak	33
6. Literatura	35

## 1. Uvod

Svaki proces u kojem se atomska jezgra spontano mijenja bez vanjskog utjecaja zove se radioaktivni proces, odnosno radioaktivni raspad. Iako je nuklearni raspad statistički proces, opisujemo ga jednostavnim jednakostima koje govore o najvjerojatnijim vrijednostima vremenskih prosjeka fizičkih veličina. Ovakav opis često odmaže u razumijevanju koncepta statističkih procesa što je slučaj i kod nuklearnih raspada.

Svojstvo da se jezgre spontano mijenjaju ima široku primjenu. Koristi se od arheologije, kako bi se saznala starost uzoraka, do medicine gdje se može koristiti pri liječenju raka.

Kako bi učenici lakše shvatili koncept radioaktivnog raspada koristimo simulaciju kao nastavno pomagalo. Simulacija može prikazati vremensku evoluciju uzorka u vremenu i razne grafove koji pomažu u odgovaranju na konceptualna pitanja.



## 2. Radioaktivnost

### 2. 1. Definicija

Radioaktivnost možemo najkraće definirati kao pojavu pretvorbe atoma u kojoj atomske jezgre zrače čestice ili elektromagnetsko zračenje. Najčešće se definira kao spontano emitiranje alfa-čestica i beta-čestica iz tvari, često praćeno i emisijom gama-elektromagnetskih valova. Raspadom jezgre se oslobađa energija i to u obliku kinetičke energije emitiranih čestica ili energije elektromagnetskih valova [1].

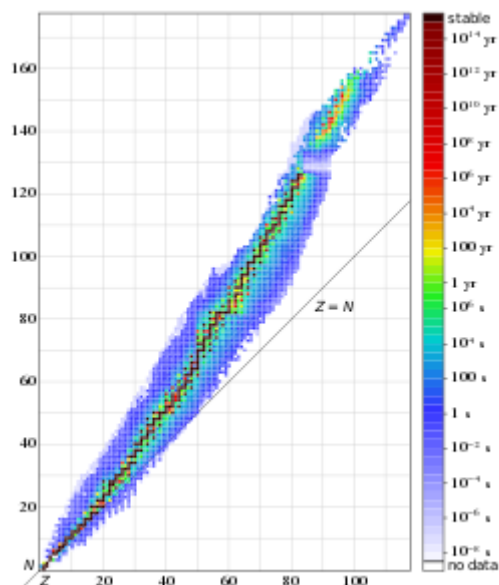
U prirodi postoje stabilne i nestabilne atomske jezgre. Nestabilne atomske jezgre se spontano raspadaju tako da izbacuju bilo čestična zračenja (alfa, beta) ili fotonsko gama zračenje čime prelaze u energijski stabilnija stanja. Proces je poznat pod nazivom radioaktivnost, a zračenja koja raspadom nastaju zovemo radioaktivna zračenja [2].

Radioaktivnost kao pojava vezana je za stabilnost atomske jezgre. Atomska jezgra (nukleus) nalazi se u središtu atoma. Za opisivanje i razumijevanje radioaktivnosti potrebno je poznavati osnove o strukturi atoma i o silama koje djeluju u unutrašnjosti atomske jezgre.

Atom čine elektroni, protoni i neutroni. Atom se sastoji od pozitivno nabijene atomske jezgre (nukleusa) i negativno nabijenog elektronskog omotača u kojem se u točno određenim energijskim stanjima nalaze elektroni.

Proton posjeduje pozitivan elementarni naboj  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ , elektron negativan elementarni naboj  $e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  dok je neutron elementarna čestica bez naboja.

U središnjem dijelu atoma nalazi se atomska jezgra (nukleus) u kojoj su nukleoni (protoni i neutroni) vezani jakom nuklearnom silom. Nuklearna sila djeluje samo između najbližih susjeda. Kako raste broj protona u jezgri između kojih djeluje odbojna elektrostatska sila mora rasti i broj neutrona da bi jezgra ostala stabilna. Ako je omjer broja neutrona i protona odgovarajući jezgra je stabilna, u protivnom se raspada u procesu radioaktivnosti. Za lakše elemente ona se poklapa sa  $N = Z$ , a za teže elemente omjer broja neutrona i protona je približno 1,6.



Slika 1. Linija stabilnosti. Crne točke predstavljaju stabilne jezgre, a obojane nestabilne jezgre s pripadnim vremenom poluraspada [3].

Linija stabilnosti završava s bizmutom ( $Z=83$ ). Iznad 83 protona u jezgri dalje povećanje broja neutrona ne može održati stabilnost jezgre. Sve teže jezgre su nestabilne i spontano se raspadaju uz emisiju radioaktivnog zračenja (alfa, beta). Nastaju nove jezgre (elementi), koji se dalje raspadaju sve dok ne postignu stabilnost [2].

## 2. 2. Povijest istraživanja

Otkriće rendgenskog zračenja (W. C. Rontgen, 1895.) i otkriće radioaktivnosti (H. Becquerel, 1896.) uzбудili su znanstvenu i širu javnost potkraj 19. i početkom 20. stoljeća. Otkriće radioaktivnosti bilo je slučajno.



Slika 2. Henri Becquerel [4]

U siječnju 1896. godine, na zasjedanju Pariške akademije, Henri Poincare (1854. - 1912.) iznosi pretpostavku da je fluorescencija u svezi s pojavom rendgenskih zraka i kako one nastaju uvijek pri luminiscenciji tvari. Na zasjedanju je bio i francuski fizičar Henri Antonie Becquerel (1852. - 1908.) koji je odlučio provjeriti tu pretpostavku. U daljnjim pokusima, Becquerel je osporio navedenu Poincarevu pretpostavku i pokazao da zrake mogu ispuštati samo spojevi uranija. Novonastale zrake

nazvane su „uranijevim zrakama“, a poslije „Becquerelovim zrakama“. Tako je Becquerel 1896. godine otkrio, za ono vrijeme, nove zrake, tj. radioaktivnost. Otkrio je i biološki utjecaj djelovanja tih zraka na kožu čovjeka.

Prirodnu radioaktivnost otkrio je Antoine Henri Becquerel 1896. uočivši da uranijeve soli emitiraju nevidljivo zračenje koje djeluje na fotografsku ploču kroz zaštitni papir te da pod utjecajem toga zračenja elektroskop gubi električni naboj.

Uskoro se u istraživanje ove nove pojave uključuju Marie Skłodowska – Curie (1867. - 1934.) i njen muž Pierre Curie (1859. - 1906.). Marie Curie početkom 1898. godine objavljuje svoj prvi rad o radioaktivnosti. U radu je napisala: „Uranij, torij i njihovi spojevi ispuštaju Becquerelove zrake. Tvari koje posjeduju to svojstvo, nazvala sam radioaktivnim“.



Slika 3. Marie Curie [5]

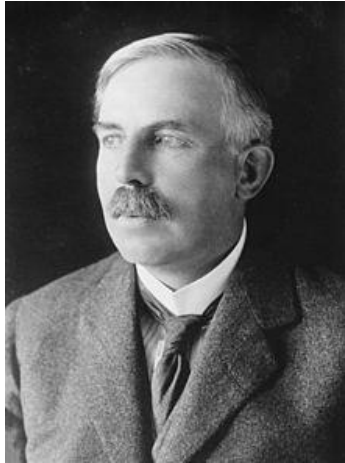
Maria Curie-Skłodowska otkrila je 1898. da se na zračenje ne može utjecati električnom strujom, zagrijavanjem, kemijskim reakcijama i sl., da se radioaktivni kemijski elementi pretvaraju jedni u druge i da vjerojatnost raspada ne ovisi o starosti pojedinog atoma.

Marie Curie je uočila da je radioaktivnost uranijevih i torijevih spojeva vezana uz njihove atome. Atomi uranija, torija, polonija i radija su aktivni i ispuštaju nevidljive zrake. Među prvim fizičarima koje je

zanimalo djelovanje tih zraka bio je Ernest Rutherford (1871. - 1937.) koji je zaključio da uranijeve zrake nisu istovrsne po sastavu, već da u njima ima najmanje dvije vrste različitih zraka. Jedne, koje se jako apsorbiraju, nazvao je  $\alpha$ -zrakama ( $\alpha$ -česticama), a druge, koje imaju veću prodornost, nazvao je  $\beta$ -zrakama.

Francuski fizičar Paul Villard (1860. - 1934.) je 1900. godine otkrio i treće zračenje koje je bilo vrlo prodorno. Zrake koje je otkrio nazvane su  $\gamma$ -zrakama. Ubrzo se pokazalo kako se  $\alpha$ -,  $\beta$ - i  $\gamma$ -čestice ne razlikuju samo po prodornosti.

Gerhard Schmidt (1865. -1949.) – otkrio je radioaktivnost torija.



Slika 4. Ernest Rutherford [6]

U veljači 1903. godine, Rutherford je pokazao da se do tada „neotklonjene“  $\alpha$ -čestice mogu otkloniti s pravocrtno putanje jakim magnetskim i električnim poljima. Pokusima je ustanovljeno otklanjanje u suprotnom smjeru od katodnih zraka pa je zaključeno kako se radi o pozitivno nabijenim česticama koje se gibaju velikim brzinama.

Pri proučavanju radioaktivnosti torijevih spojeva, Rutherford uočava kako ti spojevi, osim običnih radioaktivnih zraka, neprekidno ispuštaju i neke

radioaktivne čestice koje zadržavaju radioaktivna svojstva tijekom nekog vremena. Te je čestice nazvao „emanacijom“.

Rutherford i Frederick Soddy (1902) na temelju analize gibanja zraka u magnetskome polju objasnili su prirodu radioaktivnosti.

Rutherford i Frederick Soddy (1877. - 1956.) su 1903. godine objavili dva vrlo značajna rada: „Usporedno izučavanje radija, torija“ i „Radioaktivne pretvorbe“. Istraživanjem su došli do zaključka da je radioaktivnost pojava u kojoj se javljaju nove tvari, a promjene se moraju dogoditi unutar atoma. Potpuno su jasno utvrdili: „Svaki proučavani sadržaj radioaktivne pretvorbe svodi se na nastanak jedne tvari iz druge“.



Slika 5. Frederick Soddy [7]

Rutherford i Soddy su došli i do zakona radioaktivnog raspada. Također su razmotrili i pitanje o energiji radioaktivnih pretvorbi. Izračunavajući energiju  $\alpha$ -čestice, koju zrači radij, uočili su da je „energija radioaktivne pretvorbe, najmanje 20 000 puta, a možda i milion puta veća od neke molekularne pretvorbe“. Tako je već 1903. godine nastala ideja o novom obliku energije.

Wolfgang Pauli postavio je 1930. hipotezu o postojanju neutrina, tadašnjim detektorima neuhvatljive čestice koja odnosi dio energije u  $\beta$ -raspadu.

Enrico Fermi postavio je 1933. prvu strogu teoriju  $\beta$ -raspada koja pretpostavlja da prijelaz neutrona u proton ili obratno uzrokuje slabo nuklearno međudjelovanje, a pritom dolazi do simultane emisije, odnosno apsorpcije elektrona i neutrina.

Irène Joliot-Curie i Frédéric Joliot-Curie prvi su 1934. umjetno izazvali radioaktivnost i proizveli umjetni radionuklid stabilnog kemijskog elementa.

### 2. 3. Vrste radioaktivnog raspada

Radioaktivnost je svojstvo nekih vrsta atoma da im se jezgre spontano mijenjaju i pri tome emitiraju energiju u obliku zračenja. Ta se promjena jezgre naziva radioaktivnim raspadom. Do radioaktivnoga raspada dolazi zbog nestabilnosti atomske jezgre. Neke su atomske jezgre prirodno nestabilne, a neke to mogu postati kad na njih djeluju čestice visoke energije. Radioaktivni raspad je pretvorba jedne atomske jezgre u drugu uz najčešće emitiranje  $\alpha$ -čestica,  $\beta$ -čestica ili  $\gamma$ -zračenja. Radioaktivni ili tzv. nuklearni raspad mora zadovoljiti zakon očuvanja energije, podrazumijevajući da vrijednost očuvane veličine nakon raspada ima jednaku vrijednost kao i za jezgru prije raspada.

U radioaktivnim procesima elementarne čestice ili elektromagnetsko zračenje se emitiraju iz jezgara atoma. Zračenja iz jezgre mogu uključivati emisiju protona ili neutrona, a može doći i do spontanih fisija (cijepanja) masivnih jezgara. Od otprilike 2500 poznatih nuklida, manje od 300 ih je stabilno. Međutim od svih jezgri koje su pronađene u prirodi, mnoge su stabilne. To je zbog toga što su se sve kratkoživuće radioaktivne jezgre raspale tijekom povijesti zemlje. Zato u prirodi, među 260 prirodnih nuklida, nalazimo tek oko 50 prirodnih radioaktivnih izotopa [8].

#### 2.3.1. Alfa raspad

Alfa raspad se događa najčešće kod masivnih jezgri koje imaju prevelik omjer protona u odnosu na neutrone. Kod alfa raspada mijenja se atomska masa i redni brojevi jezgre, pa to ujedno znači da atomska jezgra koja se raspada i jezgra nastala tim raspadom pripadaju različitim kemijskim elementima.

Čestice koje nastaju pri alfa raspadu nazivamo  $\alpha$ -čestice tj. predstavljaju jezgru atoma helija.

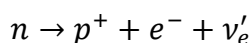
Prilikom radioaktivne pretvorbe jezgre  $\alpha$ -čestice izlijeću velikom brzinom. Kad tako brze čestice prolaze kroz neko tijelo one zahvaljujući vlastitom električnom polju vrše ionizaciju atoma kroz koje prođu ili atoma pored njihove putanje. Pri

stvaranju svakog para iona utroši se energija koja odgovara energiji ionizacije atoma. Budući da  $\alpha$ -čestice vrše intenzivnu ionizaciju na svom putu, jasno je da se njihova energija vrlo brzo troši. Posljedica toga je da  $\alpha$ -čestice imaju vrlo malu prodornost. Proučavanjem  $\alpha$ -raspada utvrđeno je da su  $\alpha$ -radioaktivne jezgre one čiji je redni broj u periodnom sustavu veći od 82. Preciznim mjerenjima energija  $\alpha$ -čestica iz radioaktivnih raspada utvrđena je i fina struktura  $\alpha$ -spektra. Alfa emiteri su prisutni u gotovo svim stijenama, tlu i vodi. Nakon emisije  $\alpha$ -čestice se zbog velike mase i električnog naboja gibaju relativno sporo i u zraku potroše svu energiju nakon nekoliko centimetara pa tada vežu slobodne elektrone i postaju helij.

### 2.3.2. Beta raspad

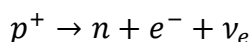
Beta raspad je druga vrsta radioaktivnog raspada atomskih jezgara, koja je izazvana utjecajem slabe nuklearne sile i kod tog raspada atomska jezgra zrači elektron ili pozitron, i ne dolazi do promjene atomske mase nego se samo atomski broj poveća ili smanji za jedan, a to znači da se atomska jezgra pretvori u novi kemijski element, koji je slijedeći ili prethodni redni broj u periodnom sustavu elemenata.

Poznate su dvije vrste beta raspada, a to su beta plus raspad ( $\beta^+$ ) i beta minus raspad ( $\beta^-$ ). Beta minus raspad nazivamo još i elektronskim zračenjem. Kod te vrste raspada nestabilne atomske jezgre koje imaju višak neutrona mogu spontano ostvariti raspad, gdje se neutron raspada u proton, uz zračenje elektrona i antineutrina (elektronski antineutrino ili antičestica neutrina).



Beta minus raspad nastaje zbog djelovanja slabe nuklearne sile. Taj postupak se obično javlja u nuklearnim reaktorima, ako u nuklearnom gorivu ima nestabilnih atomskih jezgri s viškom neutrona.

Kod beta plus raspada ili pozitronskog zračenja nestabilne atomske jezgre koje imaju višak protona mogu spontano ostvariti raspad, gdje se proton raspada u neutron, uz zračenje pozitrona (antičestice elektrona) i neutrina.



Beta (plus) raspad se može dogoditi samo unutar atomske jezgre, kojoj je nuklearna energija vezanja novonastalog kemijskog elementa ili izotopa veća od nuklearne energije vezanja kemijskog elementa iz kojeg je radioaktivni raspad započeo.

### 2.3.3. Gama raspad

Gama raspad je za razliku od alfa i beta raspada malo specifičniji. Kod gama raspada ne dolazi do pravog raspada jedne jezgre u drugu, već je gama raspad jedna vrsta emisije gama zraka. Ponekad jezgra, nakon emisije  $\alpha$  ili  $\beta$  čestica, ostane u pobuđenom stanju. To je stanje u kojemu je energija jezgre veća od osnovnog stanja. U tome slučaju, jezgra će spontano prelaziti u stanja niže energije sve do osnovnog. Pri tim prijelazima jezgra emitira elektromagnetske valove. Ovu emisiju gama fotona nazivamo  $\gamma$  zračenje. Gama zrake su fotoni, prema tome, nemaju električnog naboja i gibaju se brzinom svjetlosti. Sposobnost ionizacije manja je od alfa i beta zračenja. Domet u zraku im je od nekoliko desetaka metara do par kilometara.

### 2. 4. Zakon radioaktivnog raspada

Radioaktivni raspad jezgre ne ovisi o vanjskim utjecajima. Za atom koji se raspada, nevažno je nalazi li se pored njega još jedan takav raspadajući atom. Iako je neizvjesno kada će se pojedini atom raspasti, ipak se u jedinici vremena raspadne približno isti postotak atoma. To znači da u određenom vremenskom intervalu svaki atom ima mogućnost raspada pa je zbog toga radioaktivni raspad slučajni događaj.

Neka je  $N_0$  broj atoma neke radioaktivne tvari u početku promatranja, odnosno u početku mjerenja vremena  $t$ . Neka je  $N$  broj atoma koji su poslije vremena  $t$  ostali neraspadni.

Raspadne li se  $dN$  atoma neke tvari u vremenskom intervalu  $dt$ , onda je taj broj  $dN$  proporcionalan i broju  $N$  neraspadnutih atoma i vremenskom intervalu  $dt$ . Kako se broj  $N$  smanjuje može se napisati:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

pri čemu je  $\lambda$  konstanta raspada. Konstanta raspada  $\lambda$  poprima različite vrijednosti ovisno o izotopu. Rješavanjem ove jednadžbe dobivamo  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ . Vrijeme za koje broj atoma padne na polovicu početne vrijednosti naziva se vrijeme poluraspada  $T_{1/2}$ . Vrijeme poluraspada je povezano s konstantom raspada na način:

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Broj raspada koji se u radioaktivnom izvoru dogodi u jedinici vremena zove se aktivnost izvora  $A = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$ . Jedinica aktivnosti radioaktivnog izvora u Internacionalnom sustavu mjernih jedinica (SI) je  $s^{-1}$  i zove se bekerel (Bq). 1Bq je jedan raspad u jednoj sekundi. Aktivnost radioaktivnog izvora se u vremenu smanjuje na isti način kao i broj radioaktivnih jezgri  $A = A_0 e^{-\lambda t}$ .



### 3. Simulacija raspada

Proces radioaktivnog raspada učenicima možemo približiti raznim analogijama i pokusima, ali za bolje razumijevanje nam je potrebna simulacija procesa.

Simulacija ima dva načina rada. Prvi se koristi kada je broj jezgara malen i vjerojatnost raspada velika, a drugi kada je broj jezgara velik i vjerojatnost raspada malena.

#### 3.1 Algoritam

Svaka jezgra ima vjerojatnost raspada  $p$  u jednom vremenskom koraku simulacije. Vremenski korak možemo proizvoljno odabrati. Kada se provjeri svaka čestica u uzorku tada je gotov korak simulacije.

U slučaju kada imamo mali broj jezgara  $p$  može poprimiti proizvoljnu vrijednost, a kada imamo velik broj jezgara tada su vrijednosti koje  $p$  može poprimiti određene vrijednosti.

Kada imamo velik uzorak sa malim  $p$  nije pogodno provjeriti je li se pojedina čestica raspala. Ovisno o operacijskom sustavu koriste se 32x32 ili 64x64 blokovi sa kojima provjeravamo koje su se čestice raspale. Blokove dobivamo tako da generiramo  $n$  nasumičnih brojeva i izvršimo binarni *and* nad tim brojevima i maksimalnim pozitivnim cijelim brojem koji sustav može zapisati.

Postupak ponovimo još jednom kako bi imali dva broja koji čine blok.

Pošto je distribucija nasumičnih brojeva uniformna, vjerojatnost da bilo koji bit poprimi vrijednost 1 je  $\frac{1}{2}$ . Za svaki nasumični broj koji generiramo vjerojatnost da pojedini bit poprimi vrijednost 1 je  $\frac{1}{2^n}$ . Na pozicijama gdje su bitovi 1 čestica se raspadne.

	1	0	0	1	0	0
0						
0						
1						
0						
0						
1						

Pošto imamo dva broja u kojima je vjerojatnost da pojedini bit poprimi vrijednost 1  $\frac{1}{2^n}$ , tada je vjerojatnost raspada pojedine čestice  $\frac{1}{4^n}$ . Upravo tog oblika su vjerojatnosti  $p$ .

$n$	$p$
1	0,25
2	0,0625
3	0,015625
4	0,00390625
5	0,0009765625

Tablica 1. Odnos između  $n$  i  $p$ .

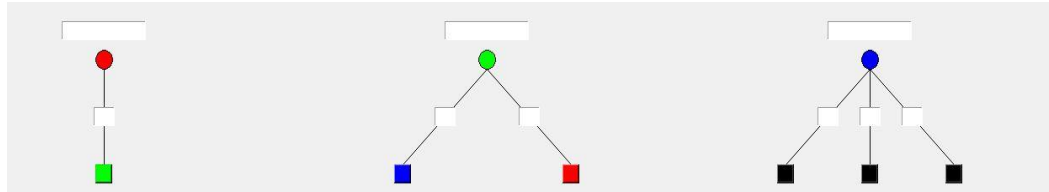
Za svakih  $2n$  se  $p$  razlikuje za otprilike red veličine.

### 3.2 Usporedba s brute force algoritmom

Kada bi provjeravali je li se pojedina čestica raspala za zadan  $N \times N$  uzorak morali bi napraviti  $N^2$  usporedbi. Ako se koriste  $64 \times 64$  blokovi tada bi se broj usporedbi znatno smanjio. Za svaki blok trebamo generirati  $2n$  brojeva, a u  $N \times N$  uzorku imamo  $\frac{N^2}{64^2}$  blokova. Postoji mogućnost da se niti jedna čestica ne raspadne u bloku. U tom slučaju blok se preskoči. Da bi provjerili cijeli uzorak potrebno nam je  $\frac{N^2}{64^2} \times 2n$  generiranih brojeva, što je znatno manje od  $N^2$ .

### 3.3 Sučelje

Prije pokretanja simulacije moramo odrediti što želimo simulirati. Možemo simulirati do 3 različite jezgre, od kojih se svaka može raspasti na tri različita načina.



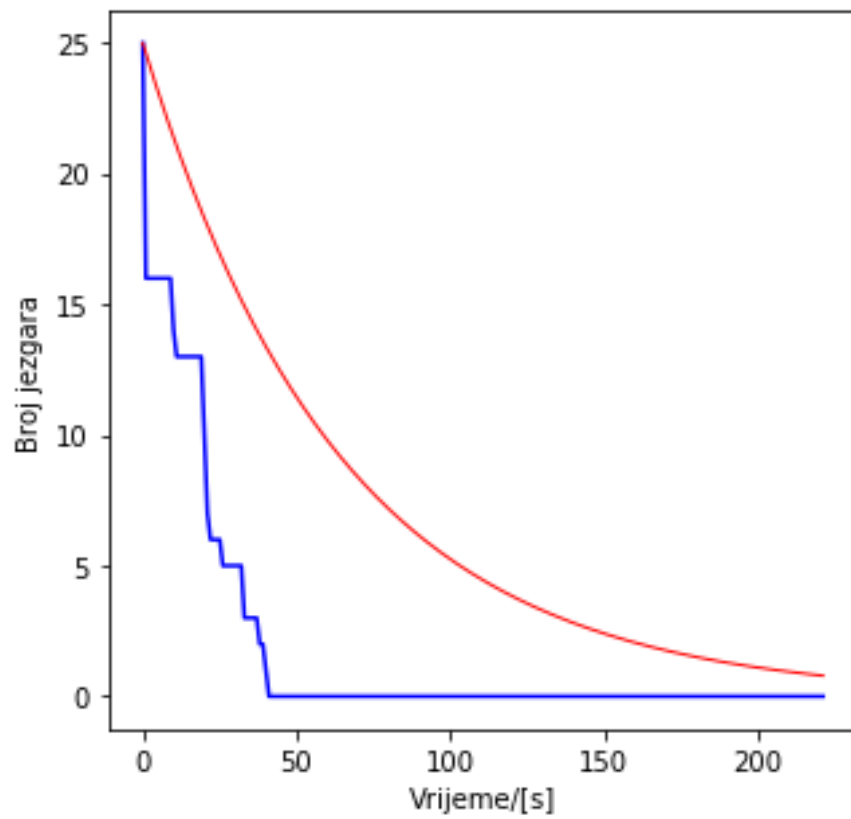
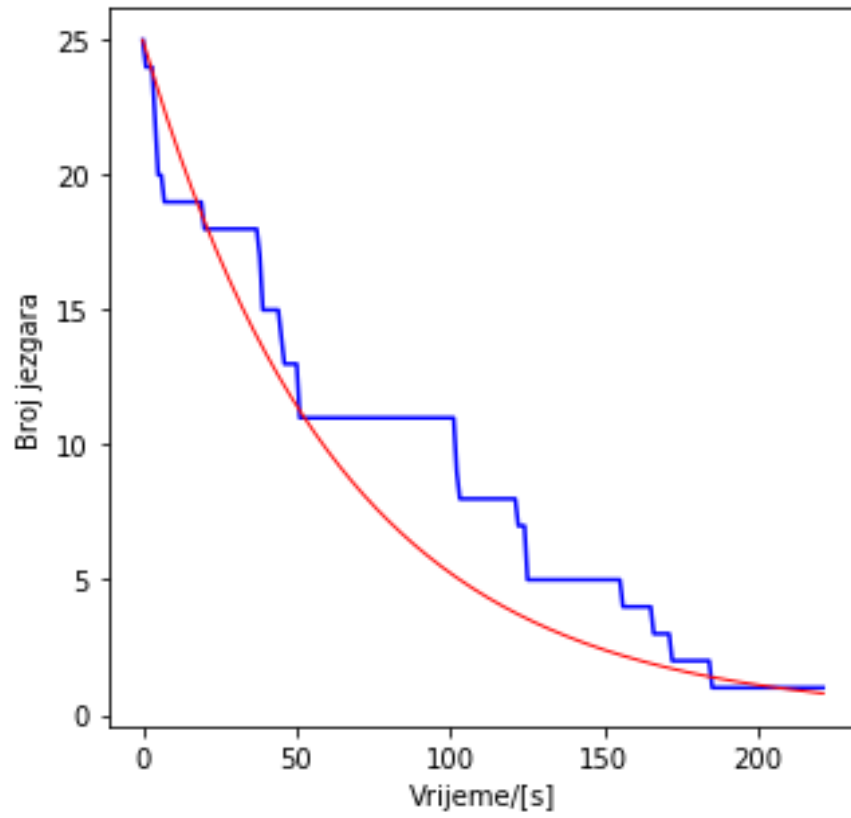
Slika 6. Sučelje.

Za svaku pojedinu jezgru definiramo broj jezgara te vjerojatnosti raspada za svaki pojedini mod raspada.

Program bira mod rada ovisno o unesenim parametrima. Za slučajeve gdje imamo malen broj jezgara sa velikom vjerojatnošću raspada, pokreće se vizualna simulacija gdje vidimo kako uzorak evoluira u vremenu popraćeno  $N - t$  grafom, a za slučajeve gdje je broj jezgara velik i vjerojatnost raspada mala, pokreće se simulacija koja prikaže samo  $N - t$  graf.

### 3.4 Mali broj jezgara

Bitan koncept radioaktivnog raspada, koji želimo približiti učenicima, je taj da je to statistički proces. To se najbolje može vidjeti kada imamo malen broj jezgara u uzorku koji promatramo.

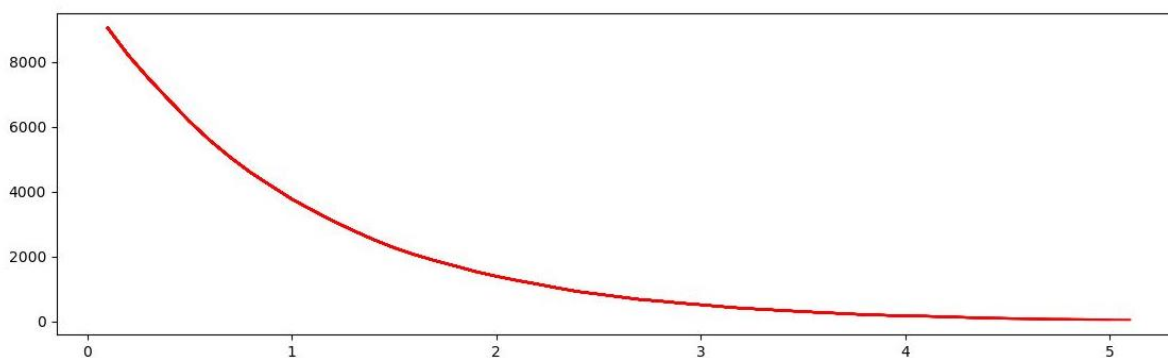
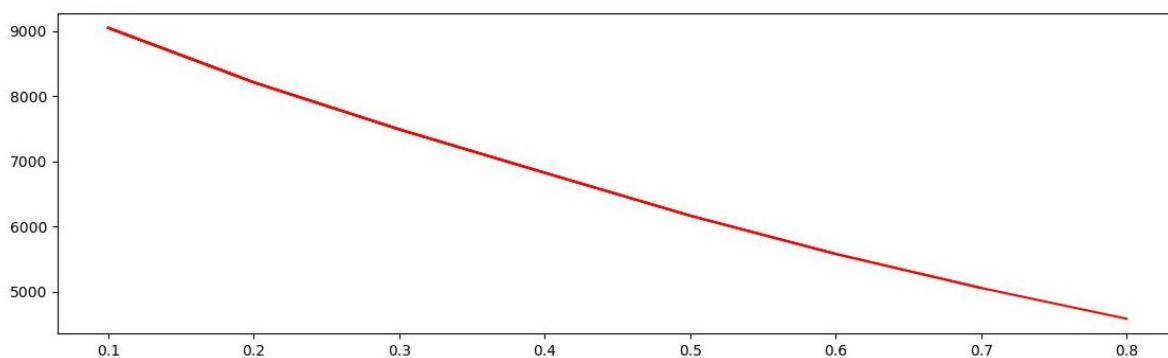


Slika 7. i Slika 8. Simulacija malog broja jezgara  $N=25$  i  $p=0,125$ .

Crvena linija predstavlja teorijsko očekivanje, a plava rezultat simulacije.

Vidimo da je simulacija različita u sva tri slučaja i da se niti jedan ne poklapa, u potpunosti, sa teorijskim očekivanjima. Nekada se jezgre brže raspadaju, a nekad sporije. Nikada ne možemo, sa sigurnošću, reći kada će se pojedina jezgra raspasti, a to je zato što je radioaktivni raspad statistički proces.

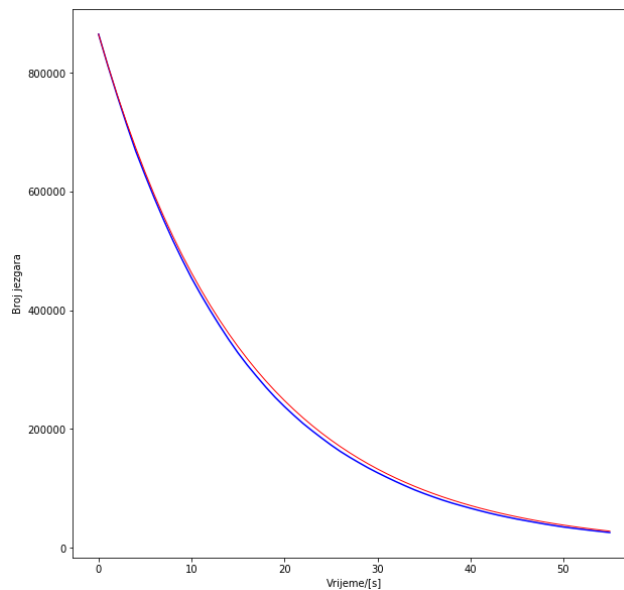
Simulaciju možemo pratiti kako evoluiru u vremenu. Na taj način učenici mogu lakše shvatiti kako dolazimo do izgleda  $N - t$  grafa.



Slika 9. i Slika 10. Grafički prikaz evolucije uzorka u vremenu.

### 3.5 Velik broj jezgara

Kada imamo velik broj jezgara nije pogodno pratiti evoluciju uzorka. Grafički prikaz velikog broja jezgara znatno usporava izvršenje programa. U tim slučajevima se ispisuje  $N - t$  graf. Ovdje vidimo dobro poklapanje teorijskog očekivanja s rezultatom simulacije. Linije se ne poklapaju u potpunosti jer se radi o statističkom procesu.



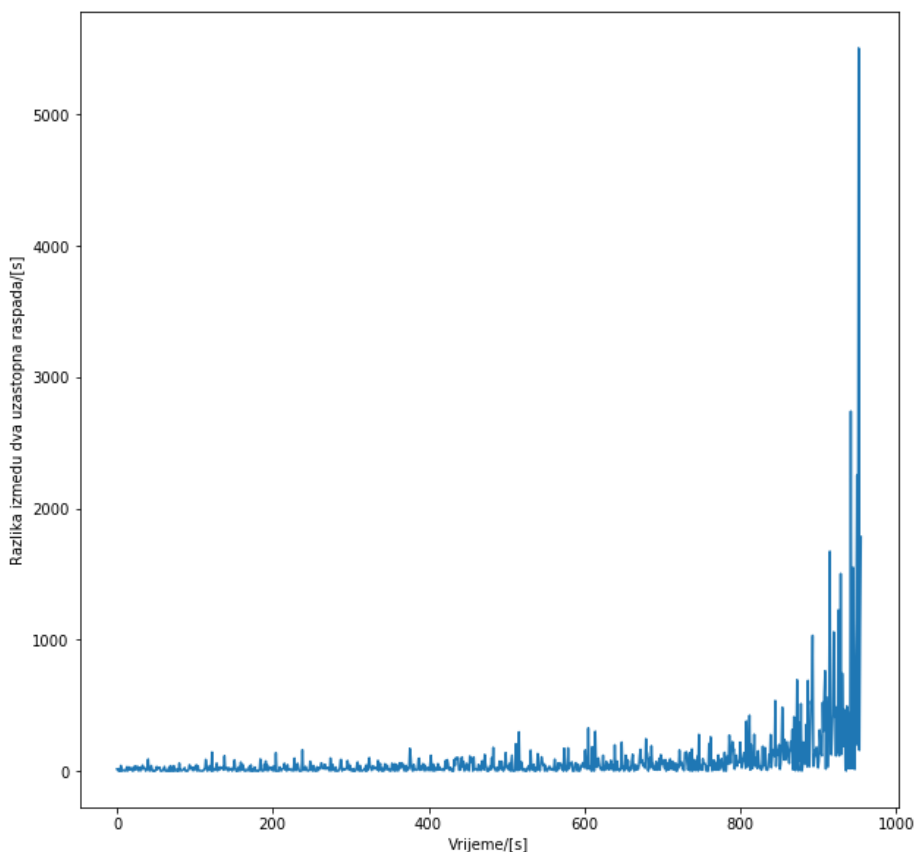
Slika 11. Simulacija velikog broja jezgara.

### 3.6 Konceptualna pitanja

Konceptualna pitanja na koja bi se moglo odgovoriti pomoću simulacije:

1) Koliko je prosječno vrijeme između dva raspada?

Simulacija bilježi kada se koji raspad desio. Računaju se razlike između dva sukcesivna raspada i na kraju se izračuna njihov prosjek.



Slika 17. Vrijeme između dva uzastopna raspada. U ovom primjeru prosjek između dva raspada iznosi 81 sekundu.

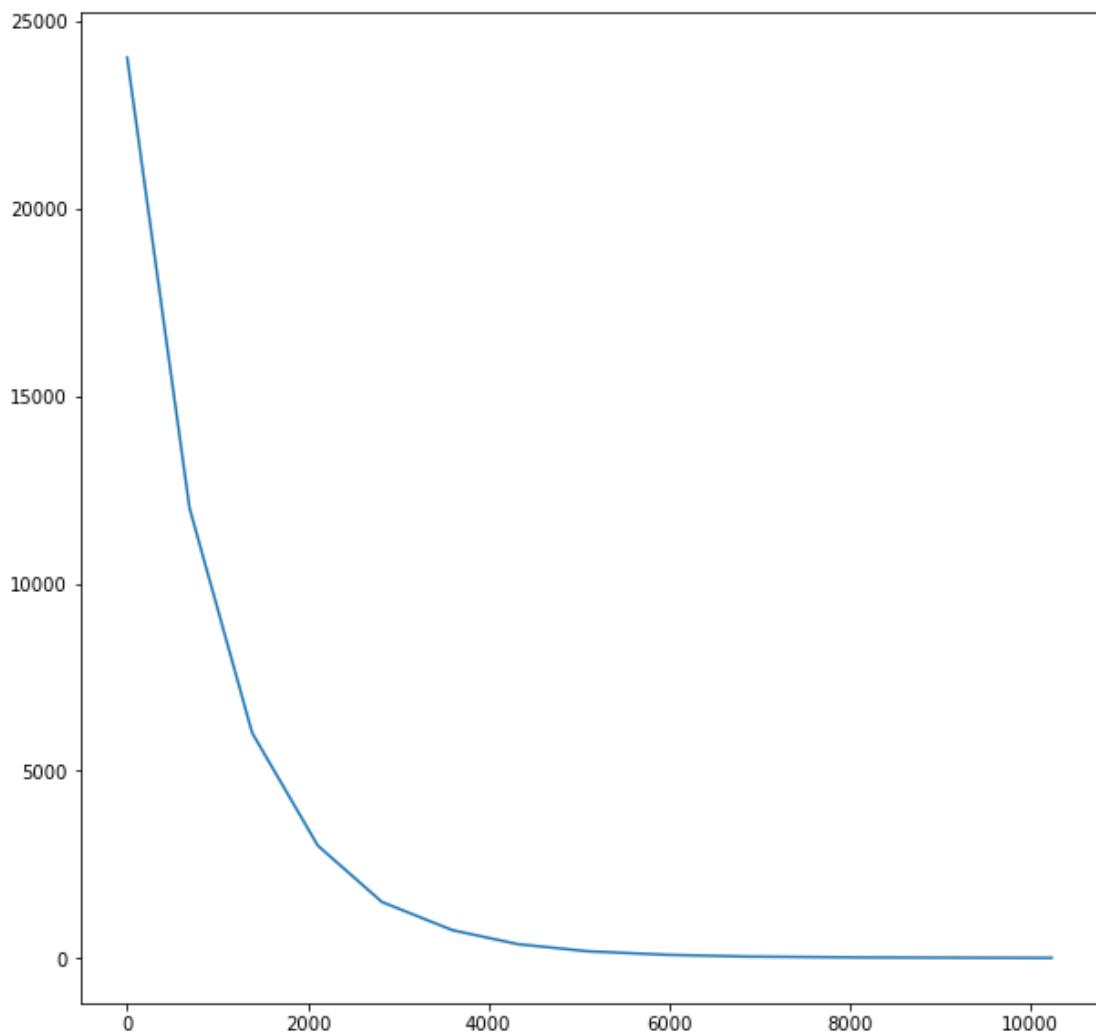
U početku, gdje su raspadi češći, vrijeme između dva uzastopna raspada je manje, a pri kraju imamo manji broj čestica pa vrijeme između raspada u prosjeku raste.

2) Koliko je prosječno vrijeme od nasumičnog trenutka do idućeg (ili od prethodnog) raspada?

Biramo nekoliko npr. 1000 nasumičnih vremenskih trenutaka u simulaciji te gledamo koliko je prosječno vrijeme od prethodnog i do idućeg raspada. Odgovor se poklapa sa odgovorom na pitanje 1 što je očekivano.

3) Zanimljivo je promatrati što se dešava s vremenom polživota tokom simulacije. Program bilježi kada se raspadne pola uzorka i zabilježi vrijeme te ponavlja postupak.

Dobiveni rezultati jedne simulacije:



Slika 18. Broj jezgara u ovisnosti o vremenu. Zadano vrijeme poluživota iznosi 700s.

$N$ : [24025, 12014, 6012, 3006, 1503, 752, 378, 189, 95, 48, 24, 12]

$t$ : [0, 690, 1384, 2111, 2821, 3600, 4326, 5097, 5970, 6850, 8112, 10236]

U početku vidimo da se, otprilike, svakih 700s broj čestica u uzorku prepolovi. Kada broj čestica postane malen vrijeme poluživota počinje odskakati od očekivanja. To je još jedan pokazatelj da je riječ o statističkom procesu.



### 3.7 Prednosti i nedostatci

Simulacija je osmišljena da bude nastavničko pomagalo na satu. Kako bi se olakšalo korištenje, sučelje je minimalno i jednostavno za koristiti. Oba načina rada su brza i responzivna. U slučaju gdje imamo mali broj jezgara korisnik odabire vjerojatnosti raspada što nije slučaj gdje imamo velik broj jezgara. Tada se vrijednosti vjerojatnosti raspada razlikuju za red veličine od prethodnog slučaja. Razlog tome je da se ubrza unošenje početnih parametara tj. da se ne gubi vrijeme na satu. Iako nemamo kontrolu nad vjerojatnosti raspada, to ne utječe na koncept koji želimo pokazati.

Postoji i ograničenje na broj različitih jezgara koje možemo imati u simulaciji i njihove modove raspada. Iako u prirodi imamo velik broj nestabilnih jezgri koje možemo simulirati, ovdje je taj broj ograničen na tri. Iako se algoritam može prilagoditi da se simulira bilo kakav proces radioaktivnog raspada, ograničen je radi jednostavnosti korištenja.

Dobiveni rezultati simulacije služe kao pomagalo u rješavanju konceptualnih zadataka koji se nalaze u metodičkom djelu rada.

## 4. Metodički dio

### 4.1 Istraživački usmjerena nastava fizike

U posljednje se vrijeme, u suvremenu nastavu fizike uvodi istraživački pristup s ciljem poticanja intelektualnog razvoja i znanstvenog zaključivanja učenika kao i lakšeg prepoznavanja i utjecanja na njihove konceptualne i matematičko-logičke poteškoće u učenju fizike, prepoznate kao problem u nizu prethodnih generacija učenika [9]. Kontinuirano se razvijaju i evaluiraju nove nastavne metode kao odgovor na rastuću potrebu društva za učinkovitijom provedbom nastave fizike. Dodatno, provedbom istraživački usmjerene nastave fizike potiče se veći interes i motivacija učenika za znanost općenito. Suprotno klasičnom, predavačkom pristupu, kod istraživački usmjerene nastave naglasak se stavlja na razvijanje prijeko potrebnih sposobnosti poput kritičkog razmišljanja, znanstvenog zaključivanja, eksperimentalnih vještina itd. Tijekom nastave učenici se suočavaju s novim problemima koje samostalno ili grupno istražuju, razmatraju i analiziraju. Nastavnik pitanjima navodi učenike na diskusiju te ih vodi u razmišljanju i zaključivanju. Ovakvim pristupom radu, nastavnik izbjegava problem isključivo deklarativnog znanja, koje učenici nisu sposobni samostalno primijeniti u realnim situacijama i problemima. Uz vođenje nastavnika, učenici samostalno korigiraju vlastiti tok misli i ispravljaju svoje pogreške [9].

Pored istraživačke komponente bitno je istaknuti i važnost interaktivnosti u suvremenoj nastavi fizike. Kako bi nastavu učinili razumljivijom i zanimljivijom, suvremeni nastavnici koriste brojne interaktivne nastavne metode, kao što su kooperativno rješavanje zadataka u grupi, konceptualna pitanja s karticama, provođenje istraživanja pomoću računalnih simulacija itd. Izazov nastavnika je postići maksimalnu efikasnost primjene interaktivnih metoda, pažljivo voditi učenike u razmišljanju i tražiti od njih kontinuirano aktivno sudjelovanje.

Za metodički dio ovog diplomskog rada odabrana je tema „Zakon radioaktivnog raspada“. Radioaktivni raspad je spontano pretvaranje jedne atomske jezgre u drugu uz emitiranje alfa ili beta čestice ili gama zrake. Radioaktivnost i radioaktivni raspad prisutni su u svakodnevnom životu. Proces radioaktivnog raspada opisan je u teorijskom dijelu rada.

#### 4.2. Nastavna priprema

Nastavna jedinica „Zakon radioaktivnog raspada“ obrađuje se u četvrtom razredu gimnazije i za nju je predviđen jedan školski sat.

Ključni koncepti koje želimo razviti u nastavnoj jedinici: zakon radioaktivnog raspada su vrijeme poluraspada, konstanta radioaktivnog raspada i koncept aktivnosti. Fizika se kao znanost svakodnevno razvija te se tradicionalni odgojno-obrazovni pristup u kojem profesor preuzima ulogu predavača dok su učenici pasivni slušatelji i u kojem je naglasak stavljen na reprodukciju činjenica pokazao neadekvatnim za nastavu fizike [9]. Iz tog razloga nastava se transformira u smjeru interaktivne istraživački usmjerene nastave fizike.

Neposredno prije nastavne jedinice „Zakon radioaktivnog zračenja“ učenici obrađuju radioaktivne raspade ( $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  raspad). Osim navedenog gradiva fizike, postoji i korelacija s kemijom i matematikom. Kako je predložena priprema pisana za učenike četvrtih razreda gimnazije pretpostavlja se da interes za ovo gradivo već postoji.

Nastava ima strukturu prema kojoj nastavna jedinica započinje uvodnim problemom, a to može biti pitanje ili pokus koji se koristi kao motivacija za poticanje zainteresiranosti kod učenika. Učenici upoznaju novu pojavu i rade pokus u grupama. Nakon pokusa potrebno je navesti učenike da sami dođu do zaključka što je vrijeme poluraspada, kao ključno obilježje radioaktivnog raspada. Učenici iznose svoje ideje i promišljanja o uvodnom problemu, dok se pokusom omogućava stjecanje direktnog iskustva o novoj fizikalnoj pojavi, na taj način dajemo im polazište u razvijanju ideja i priliku za povezivanje sadržaja sa svakodnevnim životom. Demonstriranjem i upoznavanjem nove pojave dajemo motivaciju za uvođenje novog koncepta.

Središnji dio sata započinje istraživačkim pitanjem, koje se odnosi na ono što nas zanima o novoj pojavi ili konceptu. Na istraživačko pitanje odgovaramo eksperimentom. „Kako matematički opisati radioaktivni raspad?“. Cilj je ovoga pitanja potaknuti učenike na kvantitativno istraživanje i razmišljanje o tome kako bi matematički opisali pokus koji su vidjeli u uvodnom djelu sata. Uz pomoć računalne simulacije, koja prikazuje kako se broj radioaktivnih jezgri smanjuje u ovisnosti o vremenu, učenici uz pomoć nastavnika dolaze do matematičkog izraza za zakon radioaktivnog raspada. Učenici postavljaju hipoteze, osmišljavaju pokuse, potom kroz pokus testiraju postavljene hipoteze i donose zaključke. Nastavnik pomoću interaktivnih metoda vodi učenike u zaključivanju. Cilj interaktivnosti u nastavi je

poticanje aktivnog učenja kod učenika, u kojem učenici promišljaju o fizikalnim pojavama i samostalno donose zaključke. Ključ ostvarivanja interaktivne nastave je kvalitetna interakcija između profesora i učenika.

U završnom dijelu sata učenici primjenjuju znanje stečeno na satu za objašnjenje radioaktivnog datiranja. Cilj je uočiti jesu li učenici razumjeli osnovni princip radioaktivnog raspada te vidjeti kako ga primjene na opis radioaktivnog datiranja. Učenicima pokazujemo kako koristiti simulaciju i njene mogućnosti. Postavljamo učenicima konceptualno pitanje koje mogu odgovoriti pomoću simulacije. Zajedno postavimo simulaciju i usmjerenom raspravom dolazimo do odgovora.

Metode koje se primjenjuju s ciljem ostvarivanja kvalitetne interaktivne nastave su [9]:

Razredna rasprava - u kojoj sudjeluju i surađuju profesor i učenici; profesor pred učenike stavlja problem, potiče razrednu raspravu, te kroz nju prikuplja njihove ideje.

Konceptualna pitanja - kako bi se dobio odgovor od svih učenika mogu se koristiti i kartice s odgovorima, kao način odgovora na postavljeno pitanje. Nakon istovremenog podizanja kartica pokreće se razredna rasprava o odgovorima.

Kooperativno rješavanje zadataka u malim grupama - odstupanje od klasičnih metoda „svatko za sebe“, zadaci se rješavaju u malim grupama, na taj način potičemo interakciju među učenicima i razvijanje pristupa zadacima. U središnjem dijelu sata provodimo istraživanje, radimo konstrukciju modela i odgovaramo na istraživačko pitanje.

Interaktivno izvođenje pokusa - učenici se uključuju u tijek pokusa sa svrhom razvijanja znanstvenog zaključivanja.

Nastavne metode predviđene za ovaj sat su demonstracija pokusa, učeničko izvođenje pokusa, mjerenja u skupinama, metoda razgovora i usmjerena rasprava.

Odgojni i obrazovni ishodi predstavljaju očekivane vještine, znanja i sposobnosti te stavove i vrijednosti koje učenici stječu i koje mogu pokazati nakon uspješno obrađene teme.

Obrazovni ishodi, odnosno učenička postignuća, za ovu nastavnu jedinicu su:

Opisati pojavu radioaktivnog raspada

Matematički opisati zakon radioaktivnog raspada

Definirati vrijeme poluraspada i konstantu raspada  
Matematički opisati aktivnost radioaktivnog uzorka  
Objasniti radioaktivno datiranje  
Primijeniti zakon radioaktivnog raspada i pripadne pojmove  
Razvijati sposobnosti usmenog i pismenog izražavanja  
Razvijati formiranje mišljenja na temelju činjenica  
Razvijati znanstveno zaključivanje  
Razvijati komunikacijske vještine.

Odgojni ishodi, odnosno vrijednosti koje će učenici usvajati tokom sata:

Uvažavati tuđe i izražavati vlastito mišljenje  
Razvijati kooperativnost pri radu u skupini  
Razvijati uljudnost  
Razvijati interes za znanost  
Poticati radoznalost i motivaciju za učenje.

Literatura:

Paar V. Fizika 4, udžbenik za četvrti razred gimnazije, Školska knjiga, Zagreb, 2006  
Brković N., Pećina P. Fizika u 24 lekcije, priručnik za pripremu državne mature, Element, Zagreb, 2012

Tijek nastavnog sata

UVODNI DIO:

Što biste rekli, kako arheolozi znaju koliko je uzorak koji su pronašli star?  
Želimo prikupiti ideje učenika o pojavi sa kojom se do sada nisu susreli.

Pokus s bombonima: bomboni predstavljaju radioaktivne jezgre. Označena strana bombona predstavlja raspadnutu jezgru, a neoznačena strana predstavlja neraspadnutu jezgru. Učenike podijelimo u grupe, njih 4 do 5, i podijelimo im kutije s 50 bombona, koji na jednoj strani imaju oznaku. Bombone stavimo u kutiju i tresemo ju, nakon što istresemo bombone na papir, one kojima je natpis okrenut prema gore tretiramo kao „raspadnute jezgre“ i maknemo sa strane.

Koliko "jezgara" se raspalo?

Želimo da učenici uvide kako će se otprilike polovica bombona okrenuti s natpisom prema gore i polovica s natpisom prema dolje.

Ponovimo postupak, koliko se sada „jezgara“ raspalo?

Želimo da učenici uvide kako će se broj bombona smanjivati za otprilike pola neovisno o tome koliko bombona imamo u kutiji.

Jesmo li u našem pokusu s bombonima znali koji će se točno bombon „raspasti“?

Želimo da učenici primijete kako ne znamo točno koji će bomboni biti okrenuti s natpisom prema gore, a koji s natpisom prema dolje.

Svako protresanje predstavlja u analogiji s radioaktivnim raspadom jednako vrijeme u kojem se raspalo pola jezgara. To vrijeme nazivamo vremenom poluraspada. Istražimo to još detaljnije simulacijom. Vrijeme u kojemu se raspadne polovica od početnog broja jezgri naziva se vremenom poluraspada i ono je karakteristično za svaki radioaktivni element.

Uvodimo naslov: Zakon radioaktivnog raspada

SREDIŠNJI DIO:

ISTRAŽIVAČKO PITANJE: Kako matematički opisati radioaktivni raspad?

Na simulaciji korištenoj u ovom diplomskom radu se odredi početni broj jezgara i vjerojatnost raspada. Promatra se kako se jezgre raspadaju u vremenu. Nakon svakog vremenskog perioda učenici zapisuju broj jezgara koje se nisu raspale i rezultate zapisuju u tablicu. Ideja je da se napravi nekoliko mjerenja za bar dva različita početna broja jezgara.

Što primjećujete? Kakva je ovisnost?

Želimo da učenici nacrtaju  $N - t$  graf i prepoznaju izgled grafa sa eksponencijalnim padom.

Dobivena ovisnost je eksponencijalna. Broj ispred eksponencijalnog člana je približno jednak broju početnih jezgara  $N_0$ .

Što mislite čemu je proporcionalna promjena broja čestica  $\Delta N$  (broj raspadnutih jezgri) u nekom vremenu  $\Delta t$ ?

Želimo da učenici primijete odnos broja čestica i vremena.

Umnošku broja čestica i vremena  $\Delta t$ .

$$\Delta N \sim -N \cdot \Delta t$$

Zašto minus?

Želimo da učenici mogu objasniti matematički izraz promatrane fizikalne pojave.

Jer se broj čestica smanjuje.

Koeficijent proporcionalnosti je konstanta raspada  $\lambda$ . Konstanta raspada ima različite vrijednosti za različite elemente. Mjerna jedinica je  $s^{-1}$  i ona karakterizira brzinu raspada. Što je konstanta raspada veća, veća je i brzina raspada jezgre.

Kako biste sada iz gornjeg izraza napisali čemu je jednak omjer broja raspadnutih čestica i vremena?

Želimo promatranu pojavu zapisati u obliku jednadžbe.

$$-\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N$$

Aktivnost uzorka je definirana kao broj raspadnutih jezgara u jedinici vremena  $-\frac{dN}{dt}$ .

Što dobivamo integracijom ovog izraza?

Sa učenicima rješavamo diferencijalnu jednadžbu i razvijamo njihove vještine.

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Kako biste sada riječima opisali zakon radioaktivnog raspada?

Bitno je s učenicima diskutirati značenje zakonitosti, kako bismo se uvjerali da su svi dobro razumjeli.

Zakon radioaktivnog raspada govori o broju preostalih, neraspadnutih jezgara, nakon vremena  $t$ . Taj se broj s vremenom eksponencijalno smanjuje.

## ZAVRŠNI DIO:

Vraćamo se na pitanje iz uvodnog djela sata.

Na koji se način u arheologiji primjenjuje zakon radioaktivnog raspada?

Želimo vidjeti jesu li učenici primijetili kako bi se zakon radioaktivnog raspada mogao primijeniti u arheologiji.

Zakon radioaktivnog raspada u arheologiji se koristi za određivanje starosti arheoloških predmeta organskog podrijetla. Starost se određuje na temelju koncentracije nekog radioaktivnog elementa u predmetu.

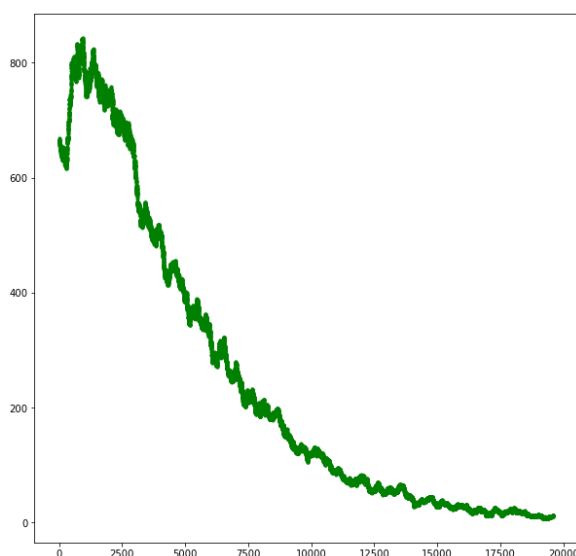
Za određivanje starosti fosila živih organizama koristi se radioaktivni izotop ugljika  $^{14}\text{C}$ . Postoji ravnoteža između koncentracije  $^{14}\text{C}$  u atmosferi i u živom organizmu. U trenutku smrti počinje razgradnja  $^{14}\text{C}$  u organizmu i zbog toga na temelju koncentracije  $^{14}\text{C}$  možemo odrediti starost predmeta organskog podrijetla.

Može li aktivnost uzorka rasti u vremenu ili se uvijek smanjuje?

Želimo učenike potaknuti na razmišljanje kako bi produbili znanje o zakonu radioaktivnog raspada i pokazati im kako se koristi simulacija i koje su njene mogućnosti.

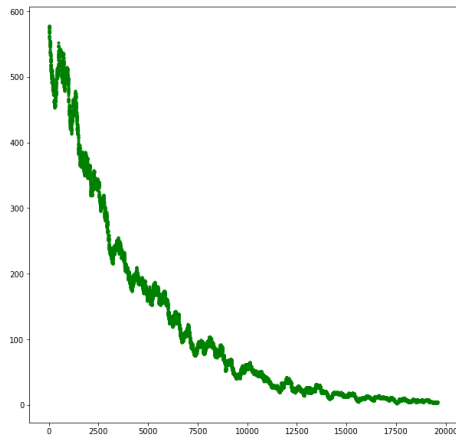
Ako imamo sustav gdje promatramo samo jednu česticu tada će se aktivnost uvijek smanjivati u vremenu. Što ako promatrano složeniji sustav?

Pokrenemo simulaciju s dvije čestice gdje se čestica A raspada na česticu B. U početnom trenutku imamo 10000 čestica A i 0 čestica B. Vjerojatnost raspada čestice A je manja od vjerojatnosti raspada čestice B.

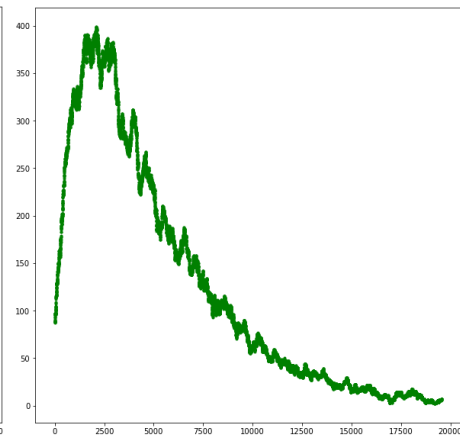


Slika 12. Aktivnost uzorka.





Slika 13. Aktivnost čestice A.



Slika 14. Aktivnost čestice B.

Učenicima treba skrenuti pozornost na izgled grafova tj. zašto imamo "šiljke" na grafovima. Radioaktivno raspad je statistički proces i ne možemo znati kada će se pojedina jezgra raspasti.

Aktivnost čestice A odgovara pretpostavci da će se aktivnost smanjivati u vremenu. Zašto aktivnost čestice B raste na početku pa se zatim smanjuje? Kako to utječe na promatrani uzorak?

Zbog velikog broja čestica A, više njih se raspadne na početku tj. na početku se stvara više čestica B nego što ih se raspadne. Porastom broja čestica B raste i njihova aktivnost sve do trenutka kada ih se stvara otprilike jednako koliko ih se i raspada.

Ako promatramo cijeli uzorak vidimo da zbog povećanja aktivnosti čestica B raste aktivnost cijelog uzorka na djelu intervala.

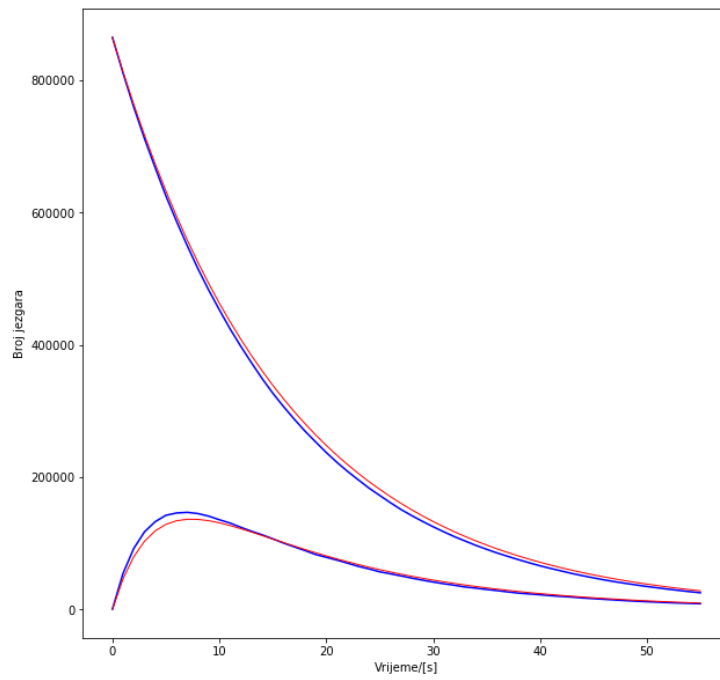
## 5. Zaključak

Simulacija je napravljena kako bi bila jednostavno pomagala na satu. Iz tog razloga se prednost dala jednostavnosti sučelja i demonstraciji pojave. Algoritam bi se mogao napraviti da je općenit tj. da korisnik unosi početne vrijednosti bilo kakvog sustava i simulira njegov razvoj u vremenu. Iako se mogao napraviti takav algoritam, znatno bi otežao korištenje na satu. Veliki nedostatak je to što  $p$  ne može poprimiti proizvoljnu vrijednost. Moglo bi se napraviti da se simulira raspad s određenom vrijednosti raspada  $p$ , a zatim se na kraju simulacije pomnoži s broj jezgara u svakom pojedinom trenutku za faktor koji bi odgovarao vrijednosti  $p$  koji želimo simulirati.

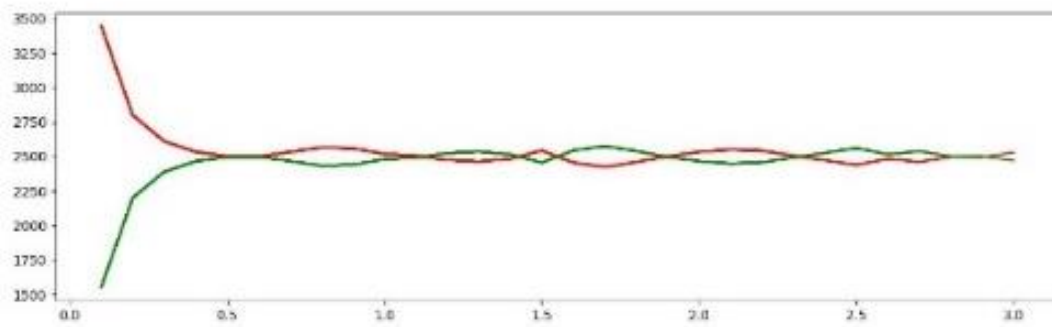
Postoji i mogućnost ubrzanja algoritma. Umjesto da se generiraju  $64 \times 64$  blokovi, algoritam bi mogao izračunati optimalan broj  $n$  dimenzionalnih blokova koje bi koristio. Isto tako bi se mogao implementirati više dretveni način izvršavanja algoritma.

Proces radioaktivnog raspada nije intuitivan koncept učenicima. Uz dobre analogije, pokuse i simulacije se znatno olakšava pojašnjenje koncepta radioaktivnog raspada. Zbog jednostavnosti simulacije, svaki učenik bi ju mogao koristiti na svojem osobnom računalu. Mogu se "igrati" parametrima i gledati kako različite konfiguracije sustava utječu na izgled grafova i što ti grafovi znače.

Npr. možemo promatrati što se dešava kada se jezgra A raspada na jezgru B, a kada se jezgra B raspadne dolazi u stabilno stanje. Isto tako možemo imati sustav gdje se jezgra A raspada na jezgru B, a jezgra B na jezgru A. Takav spontani proces nije moguć u prirodi, ali se može simulirati. Baš takvim "igranjem" se potiče radoznalost učenika i pomaže pri shvaćanju koncepta.



Slika 15. Simulacija raspada dvije čestice.



Slika 16. Simulacija raspada dvije čestice gdje se A raspada na B, a B se raspada na A.

## 6. Literatura

- [1] <https://enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=51474> 13.9.2021.
- [2] Young and Freedman: University physics with modern physics 12th edition. Pearson Addison-Wesley, 2008.
- [3] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Atom> 13.9.2021.
- [4] <https://www.istmira.com/w-hist/sundries/742-antoine-becquerel-a-short-biography.html> 13.9.2021
- [5] [https://en.wikipedia.org/wiki/Marie\\_Curie](https://en.wikipedia.org/wiki/Marie_Curie) 13.9.2021.
- [6] [https://en.wikipedia.org/wiki/Ernest\\_Rutherford](https://en.wikipedia.org/wiki/Ernest_Rutherford) 13.9.2021.
- [7] [https://en.wikipedia.org/wiki/Frederick\\_Soddy](https://en.wikipedia.org/wiki/Frederick_Soddy) 13.9.2021.
- [8] <https://enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=28361> 13.9.2021.
- [9] Predavanje iz Metodike nastave fizike 1 i 2, doc.dr.sc. Maja Planinić, url: <http://metodika.phy.hr/claroline/claroline/document/document.php?cidReset=true&cidReq=MET2> 10.9.2021.