

# Učinak uporabe reprezentacija u nastavi na konceptualno razumijevanje kod studenata

---

Lukarić, Tatjana

Master's thesis / Diplomski rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:051974>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-14**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Tatjana Lukarić

UČINAK UPORABE REPREZENTACIJA U  
NASTAVI NA KONCEPTUALNO  
RAZUMIJEVANJE KOD STUDENATA

Diplomski rad

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ  
FIZIKA I KEMIJA; SMJER: NASTAVNIČKI

**Tatjana Lukarić**

Diplomski rad

**Učinak uporabe reprezentacija u nastavi na  
konceptualno razumijevanje kod studenata**

Voditelj diplomskog rada: doc. dr. sc. Ana Sušac

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

4. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2022.

*Zahvaljujem se, prije svega, svojoj mentorici koja je bila uz mene za vrijeme nastajanja rada te moje cijelo školovanje pružajući stručnu i moralnu potporu. Zahvaljujem se svojim roditeljima koji su vjerovali u mene i podržavali me kad je bilo najteže. Zahvaljujem se svojim prijateljima, kolegama i dečku što su me slušali, poticali i gurali naprijed dok nisam ni sama vjerovala u sebe.*

## Sažetak

Valna optika je područje fizike s kojima učenici i studenti imaju dosta poteškoća. Edukacijska istraživanja u fizici su pokazala da uporaba različitih reprezentacija u nastavi može pomoći u razvoju dubljeg razumijevanja fizikalnih koncepata. Cilj ovog diplomskog rada je ispitati mjerenjem pokreta očiju učinak uporabe različitih reprezentacija u nastavi na konceptualno razumijevanje valne optike kod studenata. Mjerenje se sastojalo od predtesta, intervencije i posttesta. Rezultati su pokazali kako je intervencija poboljšala postotak točnih odgovora na posttestu, a smanjilo se i vrijeme rješavanja na posttestu. Studenti su najbolje riješili zadatke s matematičkim reprezentacijama što pokazuje da su neki od njih znali formule, ali ih nisu znali primijeniti u zadacima s grafičkim, slikovnim ili verbalnim reprezentacijama. Mjerenja pokreta očiju su pokazala da su studenti najdulje rješavali zadatke s grafičkom reprezentacijom, a prosječna duljina fiksacija je bila najdulja za slikovnu i grafičku reprezentaciju što pokazuje da je studentima bilo teže izdvojiti potrebne informacije iz tih reprezentacija. S druge strane, verbalna reprezentacija se čini najlakša za studente jer je trajanje fiksacija bilo najkraće. Diskutirani su dobiveni rezultati i koje su njihove implikacije za nastavu fizike.

Ključne riječi: konceptualno razumijevanje, valna optika, mjerenje pokreta očiju, reprezentacije

# **The effect of the use of representations during instruction on students' conceptual understanding**

## **Abstract**

Wave optics is an area of physics with which pupils and students have a lot of difficulties. Physics education research has shown that the use of different representations in teaching can help develop a deeper understanding of physical concepts. The aim of this diploma thesis is to examine the effect of using different representations in teaching on students' conceptual understanding of wave optics by measuring eye movements. The measurement consisted of a pretest, an intervention, and a posttest. The results showed that the intervention improved the percentage of correct answers on the posttest, and the solving time on the posttest also decreased. Students solved best problems with mathematical representations, which shows that some of them knew the formulas, but did not know how to apply them in problems with graphic, pictorial, or verbal representations. Eye movement measurements showed that students solved for the longest time problems with graphic representation, and the average fixation duration was the longest for pictorial and graphic representation, which shows that it was more difficult for students to extract the necessary information from these representations. On the other hand, verbal representation seems to be the easiest for students because the duration of fixation was the shortest. The obtained results are discussed and what are their implications for teaching physics.

Keywords: conceptual understanding, wave optics, measurement of eye movements, representations

## Sadržaj

1. Uvod .....	1
2. Prijašnja istraživanja.....	3
3. Metode.....	7
3.1. Ispitanici.....	7
3.2. Materijali .....	7
3.2.1 Opis zadataka.....	8
3.2.2 Opis intervencije.....	9
3.3 Mjerenje pokreta očiju .....	9
3.4. Analiza podataka .....	12
4. Rezultati i diskusija.....	14
4.1. Predtest i posttest.....	14
4.1.1. Rezultati studenata .....	14
4.1.2. Mjerenje pokreta očiju .....	17
4.1.2.1. Vrijeme gledanja.....	17
4.1.2.2. Trajanje fiksacija .....	21
4.2. Intervencija.....	24
4.2.1. Vrijeme gledanja.....	24
4.2.2. Trajanje fiksacija .....	25
5. Implikacije za nastavu.....	28
Dodaci.....	30
A Pitanja na predtestu i posttestu .....	30
B Intervencija .....	38
Literatura.....	42

## 1. Uvod

Reprezentacije označavaju različite pojave i procese, a u fizici se najčešće koriste riječi, slike, dijagrami, grafovi, računalne simulacije i matematičke jednadžbe da bi opisali apstraktne pojmove [1]. U nastavi fizike, u osnovnoj i srednjoj školi i na sveučilištu koriste se različite reprezentacije čime se potiče bolje razumijevanje različitih fizičkih pojava i zakona. Prilikom postavljanja zadataka učenici često crtaju skice i/ili dijagrame, na primjer, dijagram sila za drugi Newtonov zakon. Pomoću tog dijagrama pišu jednadžbu gibanja, matematičku reprezentaciju zadanog problema. Učenici već u sedmom razredu počinju učiti različite reprezentacije kao što su matematičke i verbalne. U osmom razredu učenici koriste grafičke reprezentacije za prikazivanje brzine, akceleracije i prijednog puta. Učenici često nauče definicije i matematičke izraze bez razumijevanja te ih ne znaju primijeniti na ostale reprezentacije. Čak sam iz iskustva rada u školi i s instrukcija uočila kako učenici nauče i ostale reprezentacije napamet bez ikakvog razumijevanja, na primjer grafove koji opisuju pojedine vrste gibanja. U nastavi fizike bi trebalo razvijati konceptualno razumijevanje, a uporaba različitih reprezentacija ima važnu ulogu u tome.

Cilj ovog diplomskog rada je istražiti učinak uporabe različitih reprezentacija u nastavi na konceptualno razumijevanje kod studenata. Mjerili smo pokrete očiju studenata tijekom nastavne intervencije i rješavanja konceptualnih zadataka. Osim mjerenja učinkovitosti korištenja različitih reprezentacija, dobili smo uvid u raspodjelu pažnje studenata tijekom rješavanja zadataka i nastavne intervencije. Ovo istraživanje je obuhvaćalo područje valne optike u kojoj se koriste različite vrste reprezentacija te najčešće uzrokuju poteškoće prilikom razumijevanja gradiva kako učenicima tako i studentima.

Koristili smo četiri vrste reprezentacija:

- a) Verbalna reprezentacija – tekstualno postavljeni zadatak ili tekst na prezentaciji
- b) Slikovna reprezentacija – slika pojedine fizičke pojave iz valne optike
- c) Grafička reprezentacija – graf koji pokazuje određenu fizičku pojavu iz valne optike
- d) Matematička reprezentacija – matematički opis fizičke pojave iz valne optike



Da bi istražili kako različite reprezentacije utječu na razumijevanje kod studenata konstruirali smo test koji sadrži izomorfne zadatke koji na sličan način ispituju neki koncept koristeći verbalnu, slikovnu, grafičku i matematičku reprezentaciju.

Zbog ograničenja rada s fiksnim uređajem za mjerenje pokreta očiju, nastavna intervencija nije mogla biti nastava u razredu/predavaonici, nego su ispitanici proučavali nastavni tekst koji je sadržavao pet vrsta reprezentacija – verbalnu, slikovnu, dijagramsku, grafičku i matematičku. Mjerenje je provedeno u tri faze: predtest, intervencija i posttest. Istraživanje je provedeno u suradnji s apsolventima nastavničkih smjerova fizike Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

U ovom radu smo promatrali točnost odgovora na predtestu i posttestu i pomoću statističke analize zaključili ima li napretka nakon intervencije. Nadalje, odredili smo vrijeme gledanja i trajanje fiksacija za različite reprezentacije tijekom rješavanja konceptualnih pitanja i tijekom proučavanja nastavnog teksta (intervencije).

Kroz ovaj rad htjela sam provjeriti postoji li reprezentacija koja posebno utječe na razumijevanje valne optike te ima li poboljšanja u točno odgovorenim pitanjima nakon intervencije tj. utječe li intervencija na poboljšanje razumijevanja reprezentacija. Još me zanimalo koja od zadanih reprezentacija je studentima lakša za razumjeti, a s kojom su imali više problema prilikom rješavanja zadataka. U diplomskom radu su diskutirani dobiveni rezultati i navedene implikacije za nastavu.

## 2. Prijašnja istraživanja

Različite reprezentacije znatno utječu na razumijevanje učenika i studenata te ih je važno koristiti u nastavi fizike za pojašnjavanje fizičkih pojava i zakona te kod rješavanja konceptualnih i računskih zadataka. Provedena su brojna istraživanja među učenicima i studentima kako bi se ispitalo utječu li različite reprezentacije na konceptualno razumijevanje fizike. Ovdje ćemo navesti rezultate najvažnijih istraživanja iz tog područja.

Jedno takvo istraživanje proveo je Meltzer u kojem je promatrao ulogu reprezentacija na rješavanje zadataka iz fizike kod studenata prve godine te je uspoređivao verbalnu reprezentaciju i dijagrame s prikazima vektora u pitanjima koja su ispitivali razumijevanje trećeg Newtonovog zakona [2]. Rezultati su pokazali da su studenti imali više točnih odgovora ako je pitanje sadržavalo verbalnu reprezentaciju. Također je pokazano da su studenti birali različite netočne odgovore za različite reprezentacije. U nastavku istraživanja, studenti su rješavali izomorfna pitanja s verbalnom, dijagramskom, matematičkom i grafičkom reprezentacijom i imali su sličnu točnost za različite reprezentacije. Budući da su studenti općenito dobro odgovorili na ta pitanja, zaključeno je da se ti rezultati vjerojatno ne mogu poopćiti i na teža pitanja. Rezultati su još pokazali da su studentice imali više pogrešaka od studenata prilikom rješavanja grafičkih reprezentacija u usporedbi s verbalnom, matematičkom reprezentacijom i dijagramom.

Kohl i Finkelstein su također istraživali odnos uspješnosti rješavanja problema i reprezentacije kojoj je taj problem prezentiran [3]. U istraživanju su sudjelovale dvije velike skupine studenata (oko 600 studenata) uvodnih sveučilišnih kolegija fizike. Obje skupine su imale sličan format nastave koji se sastojao od predavanja i praktičnih vježbi u laboratoriju, ali su obrađivali teme iz različitih područja fizike. Jedna skupina je obrađivala teme iz energije i gibanja, dok je druga skupina obrađivala valnu optiku i atomsku fiziku. Studenti su rješavali za zadaću zadatke s različitim reprezentacijama, a na kraju je dio studenata mogao birati kojom će reprezentacijom biti postavljeni zadaci (verbalno, matematički, grafički ili slikovno), dok je drugi dio studenata nasumično dobio jedan od četiri tipa reprezentacija te je ta skupina uzeta kao kontrolna grupa. Rezultati su pokazali značajne razlike u točnosti odgovora na izomorfna pitanja koja su sadržavala različite reprezentacije.

U nekim područjima studenti su točnije riješili zadatak s reprezentacijom koju su sami izabrali od studenata koji su nasumično dobili reprezentaciju, dok je u drugim područjima bilo suprotno. Studenti su radije birali zadatke sa slikovnom reprezentacijom, ali to im nije uvijek pomagalo da točnije riješe zadatak. Zaključak istraživanja je bio da rezultat dosta ovisi o ispitivanom području, tj. kontekstu zadatka.

Kohl i Finkelstein su nastavili istraživati utjecaj reprezentacija prilikom rješavanja zadataka iz fizike [4]. Rezultati su pokazali da reprezentacija koja se koristi u zadatku manje utječe na studente koji su koristili različite reprezentacije u nastavi. Ovi rezultati su sugerirali da je dobro koristiti različite reprezentacije u nastavi ako želimo da studenti budu sposobni fleksibilno koristiti različite reprezentacije i načine rješavanja zadataka. Osim rješavanja zadataka s višestrukim izborom u velikim grupama studenata, Kohl i Finkelstein su detaljno analizirali i intervju s 15 studenata [5]. Rezultati su pokazali da strategija rješavanja zadataka često ovisi o reprezentaciji koja se koristi u zadatku. Potvrđeno je da uspješnost studenata na pojedinom zadatku ovisi o kombinaciji više faktora – reprezentaciji, ishodu koji zadatak ispituje i predznanju studenta. Općenito, studenti imaju pozitivna mišljenja o svojim reprezentacijskim vještinama, ali ta mišljenja često slabo koreliraju s njihovim stvarnim učinkom.

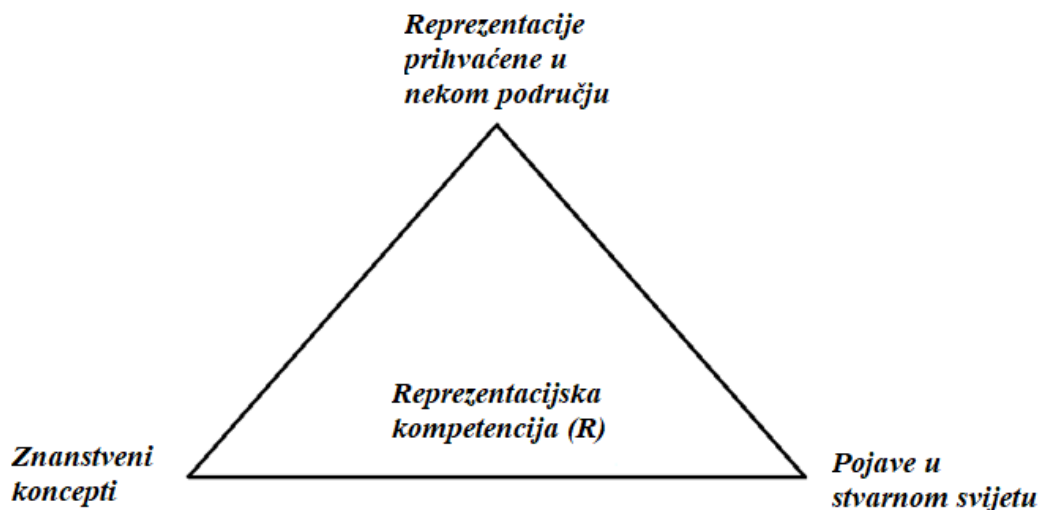
Na Sveučilištu Rutgers u Sjedinjenim Američkim Državama provedeno je istraživanje na studentima upisanima na kolegij iz fizike u kojem je uporaba različitih reprezentacija imala središnju ulogu [1]. Istraživači su ispitivali kako jedna reprezentacija (dijagram sila na tijelo) utječe na rješavanje zadataka višestrukog izbora u mehanici i elektrostatici. Rezultati su pokazali da je 58% studenata nacrtalo dijagram sila prilikom rješavanja zadatka iako su znali da nema dodatnih bodova za nacrtani dijagram. Prijašnja istraživanja su pokazala da u standardnim kolegijima (koji nemaju poseban naglasak na uporabu različitih reprezentacija) samo 15% studenata koristi dijagram sila prilikom rješavanja zadataka. Istraživači su također povezali uspješnost rješavanja zadataka s kvalitetom reprezentacije koju su studenti nacrtali. Rezultati su pokazali da je dijagram sila bio najviše koristan za one studente koji su ga konstruirali točno, dok oni koji nisu konstruirali točno dijagram su imali manje šanse da zadatak riješe točno nego da uopće nisu crtali dijagram.

U nastavku su ti istraživači ispitivali utječe li način na koji je zadatak postavljen na to hoće li studenti koristiti dijagram sila pri rješavanju. Analizirali su odgovore 245 studenata na 12 pitanja višestrukog izbora s ispita. Rezultati su pokazali da su studenti češće crtali dijagram sila ako ih se u zadatku tražilo da odrede silu (a ne akceleraciju). Očito je da riječ „sila“ potiče studente na crtanje dijagrama. Ako je uz tekst zadatka bila dana i slika, studenti su manje crtali dijagram sila. Jedno moguće objašnjenje je da studenti traže rješenje zadatka na zadanoj slici te nemaju potrebe crtati dijagram sila. Težina zadataka nije bitno utjecala na korištenje dijagrama sila.

Tradicionalna nastava upotrebljava točno određene reprezentacije koje treba koristiti na određenom tipu zadatka te ona ne utječe značajno na fleksibilno korištenje reprezentacija kod rješavanja konceptualnih pitanja. Autori ovih istraživanja zaključuju da pristup s više reprezentacija u nastavi fizike je nužno potreban za razvoj konceptualnog razumijevanja kod studenata [1].

Hill i Sharma su istraživali korištenje različitih reprezentacija (verbalnih, dijagramskih, grafičkih i matematičkih) kod australskih studenata različite dobi [6]. Pokazali su da studentske kompetencije povezane s uporabom višestrukih reprezentacija ovise o godini studija. Studenti viših godina su imali bolje rezultate na zadacima s različitim reprezentacijama. Analiza studentskih odgovora je pokazala da studenti koji bolje rješavaju zadatke s višestrukim reprezentacijama koriste veći broj reprezentacija te više vizualnih i simboličkih reprezentacija (grafova, dijagrama i jednadžbi) kako bi objasnili svoje odgovore. Autori su zaključili da studenti najbolje napreduju u učenju kada nastavnici koriste višestruke reprezentacije te pri tome studenti razvijaju razumijevanje i lakše pamte nove informacije. Tako se informacije lakše obrađuju u radnoj memoriji i integriraju s prethodnim znanjem u dugoročno pamćenje.

Linder i suradnici su definirali reprezentacijsku kompetenciju (R) kao „sposobnost prikladnog tumačenja i proizvodnje skupa disciplinarno prihvaćenih reprezentacija pojava iz stvarnog svijeta i njihovo povezivanje s formaliziranim znanstvenim konceptima” [7]. Ta povezanost se može prikazati kao na slici 2.1. To vrijedi jer se mnoga područja znanosti temelje na stvaranju znanstvenih objašnjenja pojava opaženih u stvarnom svijetu. Autori su na primjeru gibanja (kinematike) u jednoj dimenziji pokazali kako su povezani kinematički koncepti, grafovi i gibanje u stvarnom svijetu. Kreirali su tri eksperimentalna zadatka s ciljem razvoja reprezentacijske kompetencije kod studenata te su pokazali njihovu učinkovitost.



Slika 2.1. Reprezentacijska kompetencija (R) sastoji se od modeliranja pojava iz stvarnog svijeta povezivanjem disciplinarno prihvaćene reprezentacije znanstvenim konceptima [7].

U kinematici je bitno razumijevanje kako položaj, brzina i akceleracija ovise o vremenu. Studenti su prvo trebali iz realnog gibanja napraviti odgovarajuće grafove gibanja i opisati gibanje pomoću kinematičkih veličina. U drugom su zadatku iz verbalnog opisa gibanja trebali dati primjer gibanja iz stvarnog svijeta i predvidjeti oblik sva tri grafa. Konačno su trebali za dani oblik grafova objasniti što ti grafovi znače i dati primjer iz stvarnog svijeta. Studenti su pritom koristili fizički edukacijski alat iOLab koji sadrži senzore koji mogu snimati gibanje, tj. položaj u vremenu, te je program konstruirao graf položaja u ovisnosti o vremenu. Rezultati su pokazali da su studenti uspješno riješili prvi i drugi zadatak. Treći zadatak je bio najveći izazov za studente koji su isprobavali različite načine kako bi postigli konstantnu akceleraciju, npr. podizanjem stola na jednoj strani i slično. U ovom istraživanju se pokazalo kako grafička reprezentacija pozitivno utječe na konceptualno razumijevanje kinematike kod studenata. Lakše im je pomoću grafa opisati gibanje i obrnuto, nego povezati to gibanje s gibanjem iz stvarnog svijeta.

Svi ovi radovi pokazuju da različite reprezentacije pomažu u razumijevanju različitih koncepata u nastavi fizike. Važno je da ih nastavnik koristi da bi učenici i studenti uspjeli razumjeti različite fizičke pojave. Bilo bi najbolje koristiti više različitih oblika reprezentacija kako bi učenici i studenti mogli sagledati probleme s više aspekata i da bi imali priliku razumjeti zadatke i njihovu fizičku pozadinu.

### **3. Metode**

#### ***3.1. Ispitanici***

U ovom istraživanju je sudjelovalo 30 studenata nastavničkih smjerova fizike s Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Mjerenja su provedena tijekom lipnja i srpnja 2021. godine. Većina ispitanika su bili studenti pete godine i absolventi te je njihova prosječna dob iznosila  $(25 \pm 4)$  godine. Ispitanici su bili pojedinačno testirani u prostorijama Fakulteta elektrotehnike i računarstva. Prije testiranja bili su upućeni u tijek mjerenja te je napravljena kalibracija instrumenta za mjerenje pokreta očiju. Obzirom da je vrijeme pandemije COVID-19, svi sudionici u mjerenju su nosili maske tijekom cijelog testiranja i pridržavali su se propisanih epidemioloških mjera.

#### ***3.2. Materijali***

Mjerenje se sastojalo od tri dijela: predtesta, intervencije i posttesta. Predtest i posttest su sadržavali ista pitanja. Ispitalo se razumijevanje fizičkih pojava kao što su interferencija i ogib na jednoj ili više pukotina te različitih reprezentacija u području valne optike. Pitanja su kreirana u četiri skupine po četiri izomorfna pitanja koja ispituju isti koncept, a sadrže grafičke, matematičke, slikovne i verbalne reprezentacije. Sva pitanja su dana u Dodatku A.

Tijekom intervencije studenti su ponovili sadržaje vezane uz gradivo koje se ispitalo na predtestu i posttestu. Ti sadržaji su prezentirani na sedam stranica prezentacije. Svaka stranica je sadržavala informacije u verbalnom, slikovnom, dijagramskom, grafičkom i matematičkom formatu. Ti sadržaji se nalaze u Dodatku B.

### 3.2.1 Opis zadataka

(Z1) Prva skupina pitanja se odnosila na destruktivnu interferenciju svjetlosti iz dva koherentna izvora. Oni emitiraju svjetlost valne duljine  $\lambda$  i stvaraju uzorak na zastoru koji je gotovo jednak interferencijskom uzorku dviju idealnih pukotina. Ispitanici su trebali odrediti koja točka na zastoru odgovara zadanoj razlici putova.

(Z2) Druga skupina pitanja se opet odnosila na dva koherentna izvora svjetlosti koja daju uzorak na udaljenom zastoru koji je gotovo jednak interferencijskom uzorku dviju idealnih pukotina. Studenti su trebali odgovoriti kako se mijenja uzorak ukoliko mijenjamo razmak između izvora.

(Z3) Treća skupina pitanja je ispitivala razumijevanje ogiba svjetlosti na jednoj pukotini, tj. opisana je situacija u kojoj laserska svjetlost prolazi kroz jednu usku pukotinu te ona daje ogibni uzorak na udaljenom zastoru. Ispitalo se što se događa s uzorkom kada mijenjamo širinu pukotine.

(Z4) Četvrta skupina pitanja se odnosila na lasersku svjetlost koja prolazi kroz dvije pukotine pri čemu se dobiva kombinacija ogibnog i interferencijskog uzorka na udaljenom zastoru. Ispitanici su trebali odrediti kako se mijenja uzorak ukoliko se mijenja razmak između pukotina.

Kao što je već opisano, sve četiri skupine pitanja su sadržavale četiri različite reprezentacije: grafičku, matematičku, slikovnu i verbalnu reprezentaciju. Grafička reprezentacija je sadržavala grafove koji se odnose na fizikalni koncept koje se ispitivao. Matematička reprezentacija je sadržavala formule vezane uz dani koncept. Slikovna reprezentacija su bili uzorci koji nastaju u pokusima iz valne optike, a u verbalnoj reprezentaciji su tekstom bile opisane fizikalne situacije iz pokusa.

### ***3.2.2 Opis intervencije***

Nakon predtesta ispitanici su pristupili intervenciji. Intervencija je bila u obliku prezentacije koja je sadržavala osam stranica. Nulta stranica je bila uvodna i sadržavala je upute za sudjelovanje na tom dijelu mjerenja. Dan je i primjer reprezentacija koje će se pojavljivati na sljedećim stranicama. Budući da ta stranica nije imala sadržaje vezane uz pojave iz valne optike, nismo analizirali pokrete očiju ispitanika dok su promatrali tu stranicu. Na prvoj stranici prezentacije su bile predstavljene konstruktivna i destruktivna interferencija i uvjeti za njihovo nastajanje. Druga i treća stranica su opisivale dvije idealne pukotine kao dva točkasta izvora te cijeli opis pojave interferencije svjetlosti iz tih izvora. Četvrta i peta stranica su govorile o jednoj pukotini tj. što se događa kada laserska svjetlost dođe na jednu pukotinu. Šesta stranica je pokazala što se događa kada svjetlost prođe kroz dvije realne pukotine te nastaje kombinacija ogibnog i interferencijskog uzorka. Zadnja stranica je bila sažetak svih prethodnih stranica.

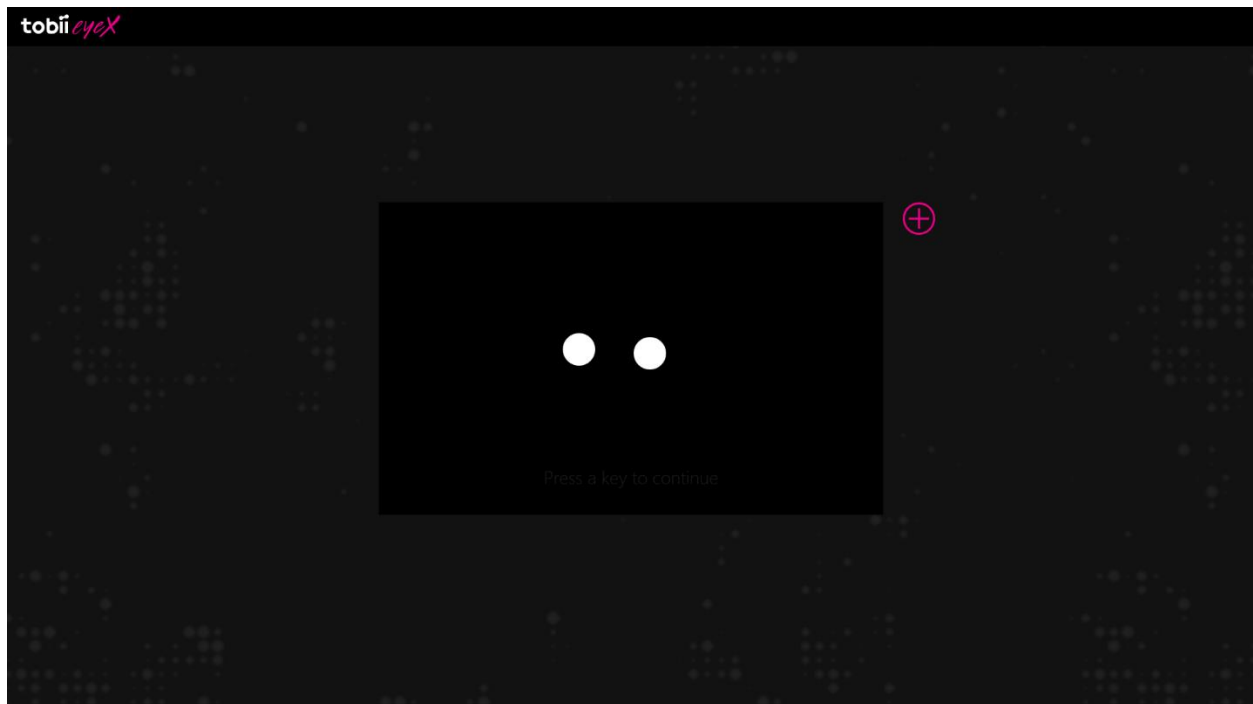
Svaka stranica je sadržavala pet oblika reprezentacija (verbalnu, slikovnu, dijagramsku, grafičku i matematičku reprezentaciju). Bilo je pripremljeno pet verzija intervencijskog materijala s različitim položajima pojedinih reprezentacija na stranici da ne bi položaj reprezentacije na stranici utjecao na prosječno zadržavanje pažnje ispitanika na pojedinoj vrsti reprezentacije.

### ***3.3 Mjerenje pokreta očiju***

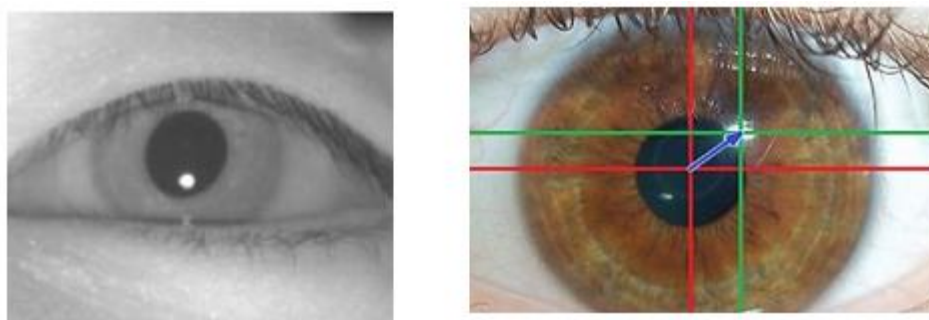
Pokreti očiju su mjereni pomoću uređaja na dnu monitoru koji se nalazio ispred ispitanika. Uređaj koji se koristio je Tobii X3-120 sustav s kutnom rezolucijom  $0.40^\circ$  i brzinom uzorkovanja od 120 Hz. Ispitanici su mogli slobodno micati glavom za vrijeme testiranja, samo se nisu smjeli pomicati izvan prostora u kojem je uređaj mjerio, što znači da su morali biti na udaljenosti na kojoj uređaj može detektirati njihove oči.



Uređaj prati refleksiju svjetlosti od mrežnice oka te tako prati pokrete očiju [8]. Infracrvena svjetlost iz uređaja dolazi do oka te se reflektira od mrežnice. Slika 3.1 prikazuje refleksiju svjetlosti od oka tijekom kalibracije sustava Tobii. Uređaj cijelo vrijeme prati položaj središta zjenice (crni krug) i središta refleksije (bijeli krug) kao što je prikazano na slici 3.2. te na temelju prethodne kalibracije određuje gdje ispitanik trenutno gleda. Kalibracija se sastoji od toga da ispitanik prati pogledom krug koji se pomiče i dolazi na različite dijelove zaslona monitora.



Slika 3.1. Refleksija svjetlosti od oka pri kalibraciji [9]



Slika 3.2. Položaj zjenice i refleksije svjetlosti od oka [10]

Kamera za snimanje pokreta očiju se morala postaviti na točno određeno mjesto kako bi se dobila dobra slika i pokrili svi dijelovi oka za što bolju kalibraciju. Ako je kamera postavljena prenisko, dolazi do poteškoća s kalibracijom i snimanjem gornjih rubova oka jer će refleksiju zasjeniti donji očni kapci. Ukoliko je kamera postavljena previsoko, često se događa da gornji očni kapci prekrivaju zjenice kada gledaju donje dijelove ekrana, pri čemu je kalibracija otežana ili nemoguća. Pošto je kamera bila fiksirana na monitoru, ispitanici su morali pomicati stolac na kojem su sjedili i mijenjati položaj sve dok njihove zjenice nisu bile u prostoru dobrog očitavanja slike kamere. Kada su se ispitanici postavili na određeno mjesto, nisu se smjeli više puno pomicati.

Ispitanici su upozoreni da tijekom testiranja ne nose maskaru i, ako je moguće, stave leće umjesto naočala. Naočale mogu prouzročiti nekoliko problema prilikom snimanja pokreta očiju. Slika oka može biti previše tamna zbog smanjivanja kontrasta između zjenice i šarenice pri čemu se smanjuje preciznost mjerenja. Svjetlost koja se reflektira od rožnice se može ponovno reflektirati natrag u oko te se registrira refleksija na višem mjestu nego što se ona stvarno nalazila. Treći problem koji naočale mogu prouzročiti je infracrvena refleksija od samih naočala. Ukoliko se refleksija nalazi na vrhu zjenice ona značajno narušava kvalitetu snimanja. Daljnji problemi su refleksija sunčeve svjetlosti ili drugog izvora vidljive svjetlosti od naočala, ogrebane naočale, stare naočale i sl. Maskara također predstavlja veliki problem prilikom mjerenja pokreta očiju i utječe na sliku tako da blokira snimanje oka kroz trepavice. Nadalje, pošto je maskara tamna, najčešće crna, to otežava rad softvera za identifikaciju zjenice jer su i maskara i zjenica crne boje.

Kalibracija uređaja za svakog ispitanika je vrlo bitna iz više razloga. Jedan od njih je taj što udaljenost zjenica kod odraslih ljudi može varirati za 10 % te su one različitog oblika. Prije testova (predtesta i posttesta) i intervencije napravljena je kalibracija za svakog ispitanika te se koristio algoritam s pet točaka. Ispitanici su pratili krug crvene boje koji se pomicao u različitim smjerovima na bijelom zaslonu monitora. Tijekom svih mjerenja, ispitanici su bili udaljeni 60 cm od monitora na kojem su prikazivana pitanja ili stranice reprezentacije. Monitor je bio veličine 22-inča i imao je rezoluciju  $1920 \times 1080$  piksela i brzinu osvježavanja 75 Hz.

Mjerenje pokreta očiju je sadržavalo tri faze: predtest, intervenciju i posttest. Prije testiranja ispitanici su bili upoznati s procedurom rješavanja zadataka te načinom kalibracije uređaja. Testiranje nije bilo vremenski ograničeno, ali kad su odgovorili na pojedino pitanje, na njega se više nisu mogli vratiti. Ispitanici nisu imali vremenskog ograničenja ni kod intervencije. Kada su proučili jednu stranicu i kliknuli dalje, više se nisu mogli vratiti na prethodnu stranicu. Nakon intervencije su ispitanici pristupali posttestu koji je bio jednak predtestu. Cijelo testiranje koje je uključivalo sve tri faze i upoznavanje s testiranjem je trajalo oko 75 min.

### **3.4. Analiza podataka**

Odgovori studenata na predtestu i posttestu su bili ispravljeni kao točni i netočni. Analizirani su ukupni rezultati, ali i rezultati za pojedine vrste reprezentacija.

Snimljeni pokreti očiju su bili analizirani Tobii Studio softverom koristeći I-VT algoritam. Ovaj software se koristio zbog toga što omogućuje određivanje fiksacije oka i sakada. Određena su vremena kada se oko privremeno zaustavilo na određenom odgovoru ili reprezentaciji. Ovo zaustavljanje oka se zove fiksacija i traje od nekoliko desetka milisekundi do nekoliko sekundi. Sakade su najčešće identificirane kao periodi brzog gibanja oka te se definiraju preko praga brzine ili akceleracije [8]. I-VT algoritam identificira maksimume brzina sakada. Gibanje iznad praga brzine pretpostavlja se da je sakada.

Algoritmi brzine su bolji za uporabu pri velikim frekvencijama uzorkovanja, pošto su sakade kratke (20-50 ms) te je potrebno imati puno uzoraka za svaki nagib grafa. Pri niskim frekvencijama kao kod Tobii Studio softvera, koristi se „tehnika dvostrukog prozora“. Algoritam koristi dva klizajuća prozora na suprotnim stranama za očitavanje trenutne brzine i nalazi srednju brzinu unutar svakog prozora. Te srednje vrijednosti se oduzimaju i jedino ako je razlika veća od praga tada se detektira sakada.

Istraživač definira područje interesa (AOI, engl. *Area of Interest*) u cilju analize podataka. Istraživač si postavlja pitanja: „Jesu li ispitanici gledali što su trebali?“ ili „Jesu li njihovi pokreti očiju u području u kojem bi trebali biti?“.

Definirali smo pravokutna područja interesa za svako pitanje koja uključuje tekst zadatka (AOI *pitanje*) i višestruke odgovore (a, b, c i d). Budući da su nas najviše zanimali pokreti očiju za različite reprezentacije, analizirali smo AOI *reprezentacije* koje pokrivaju sva četiri višestruka odgovora i AOI *graf/sliku* (u zadacima koji sadrže graf/sliku u korijenu zadatka). Također smo definirali pet područja interesa za intervenciju koji su se odnosili na verbalnu, slikovnu, dijagramsku, grafičku i matematičku reprezentaciju. Za svako područje interesa odredili smo ukupno vrijeme gledanja (eng. *dwell time*) i trajanje fiksacija.

Proveli smo statističku analizu podataka koje smo skupili. Uspoređivali smo postotak točnih zadataka na predtestu i posttestu te odgovarajuće vrijeme gledanja i trajanje fiksacija. Posebno nas je zanimalo ako postoje neke razlike između tih veličina za različite reprezentacije. Koristili smo Studentov *t*-test i jednostruku analizu varijance za korelirane uzorke. U ovom diplomskom radu je korišten prag od  $p = 0.05$  kao statistički značajni prag.

Studentov *t*-test je statistički test koji prati *t*-distribuciju pod nulnom hipotezom. Primjenjuje se kada bi podaci imaju normalnu distribuciju pa je poznata vrijednost skaliranja u statistici testa. Na primjer, ispituje se postoji li statistički značajna razlika u postotku točnih odgovora na predtestu i posttestu. Ukoliko *t*-test pokaže da razlika između aritmetičkih sredina nije statistički značajna, onda smo potvrdili nul-hipotezu, a ako je statistički značajna, oborili smo nul-hipotezu.

Također je korištena analiza varijance ANOVA (eng. *Analysis of Variance*). U ovom testu se uspoređuje aritmetička sredina više uzoraka te se na temelju *F*-testa donosi zaključak postoji ili ne značajna razlika između aritmetičkih sredina više populacija. Nulta hipoteza govori da su prosjeci svih populacija koje promatramo jednaki. Alternativna hipoteza pretpostavlja da prosjeci svih populacija nisu jednaki.

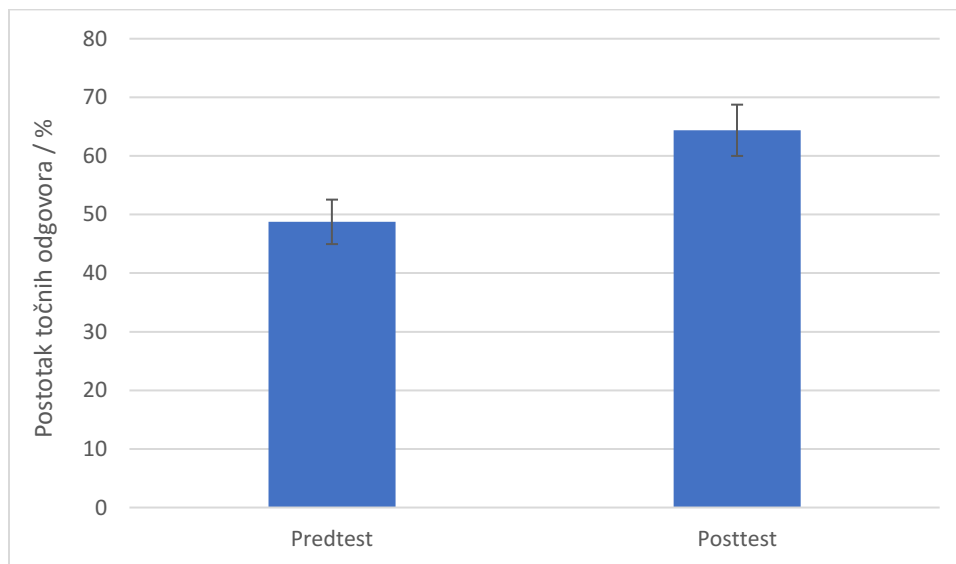
## 4. Rezultati i diskusija

### 4.1. Predtest i posttest

Prvo ćemo analizirati podatke koji se odnose na predtest i posttest, a zatim intervenciju. Analizirali smo postotak točnih odgovora, vrijeme gledanja i prosječno trajanje fiksacija. Podaci su prikazani grafovima i provedeni su statistički testovi da bi se utvrdilo jesu li uočene razlike statistički značajne. Na svim grafovima je prikazana standardna pogreška srednje vrijednosti.

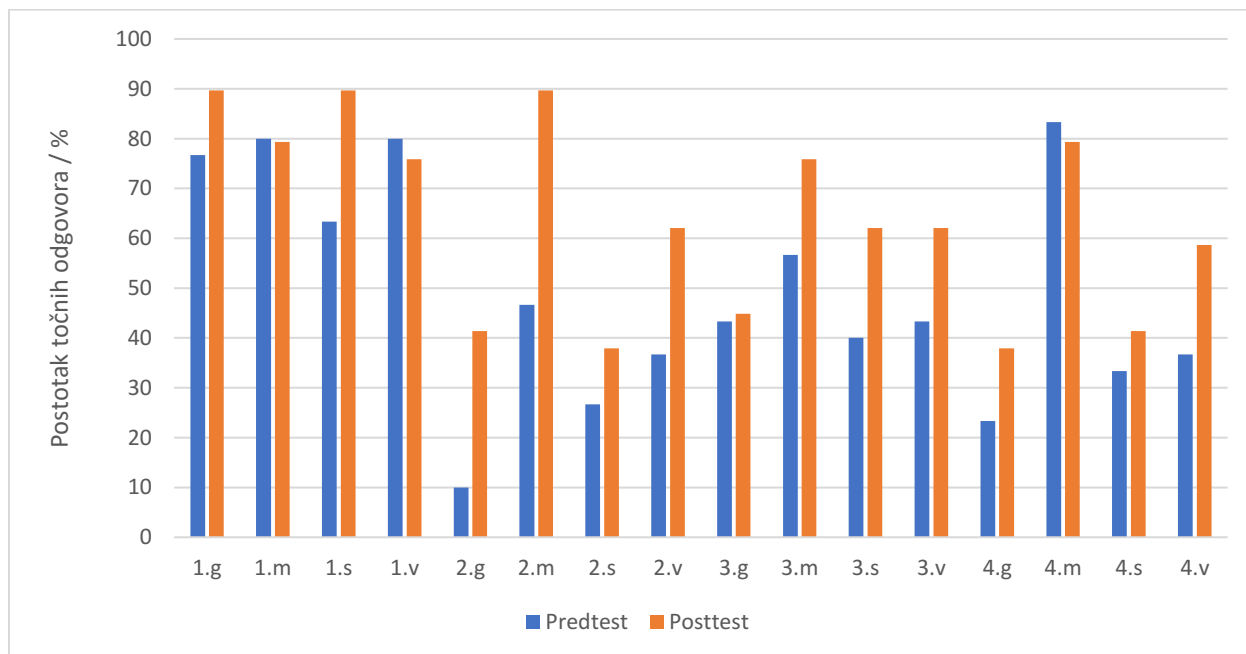
#### 4.1.1. Rezultati studenata

Na slici 4.1. prikazana je točnost odgovora na ispitu. Postotak točnih odgovora na predtestu je bio  $(49 \pm 21)$  %, a na posttestu  $(64 \pm 24)$  %. Studentov  $t$ -test je pokazao da je ta razlika bila statistički značajna ( $t(29) = 3.82, p = 0.0007$ ). Uočavamo da su rezultati na predtestu bili lošiji nego na posttestu, pri čemu vidimo da je intervencija imala pozitivan utjecaj na točnost odgovora na pitanja. Nakon što su ponovili gradivo iz valne optike vezanu uz interferenciju i ogib, studenti su točnije odgovarali na pitanja iz tog područja. Dakle, i kratkotrajna intervencija koja uključuje različite reprezentacije, može pomoći studentima u boljem razumijevanju osnovnih pojmova iz valne optike.



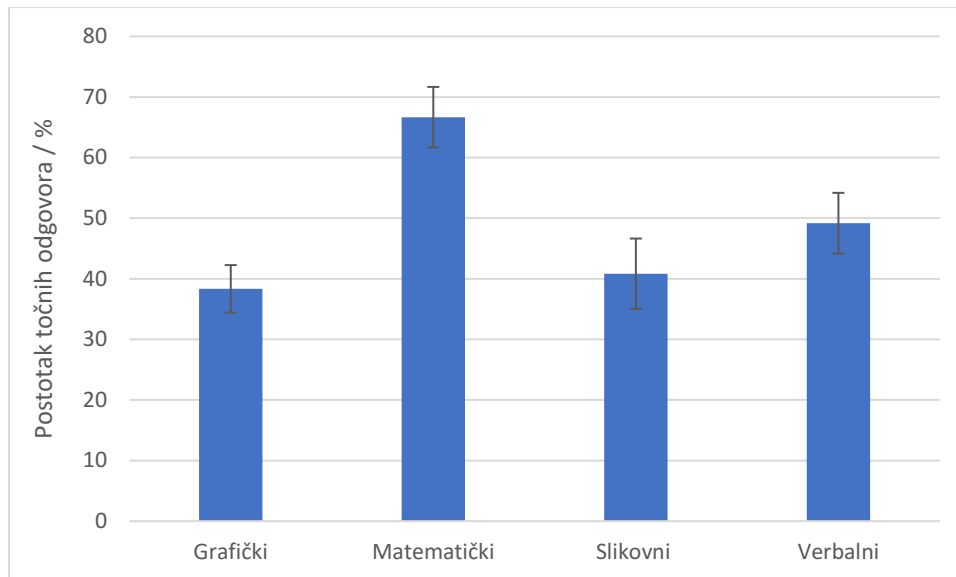
Slika 4.1. Postotak točnih odgovora na predtestu i posttestu

Na slici 4.2. prikazan je postotak točnih odgovora po pitanjima na predtestu i posttestu. Ovaj graf pokazuje kako su studenti na većini pitanja, poslije intervencije postigli bolje rezultate. Nadalje, vidi se da su studenti najbolje odgovarali na prvu skupinu pitanja koja se odnosila na uvjet destruktivne interferencije. Prije intervencije, studenti su imali najmanji postotak točnih odgovora na drugoj skupini pitanja koja se odnosila na interferencijski uzorak dviju idealnih pukotina i kako promjene u eksperimentalnom postavu utječu na taj uzorak. Nakon intervencije, na posttestu, studenti su ostvarili značajan napredak na toj skupini pitanja. Na pitanjima iz treće skupine koja su se odnosila na ogib na jednoj pukotini, studenti su također ostvarili značajan napredak osim na pitanju s grafičkom reprezentacijom. U četvrtoj skupini pitanja, studenti su i prije intervencije imali visok postotak točnih odgovora za matematičku reprezentaciju, što pokazuje da su znali potrebnu matematičku formulu. No, to nije svima bilo dovoljno da točno riješe izomorfna pitanja s drugim reprezentacijama. U toj skupini pitanja, najveći napredak je ostvaren u pitanju s verbalnom reprezentacijom.



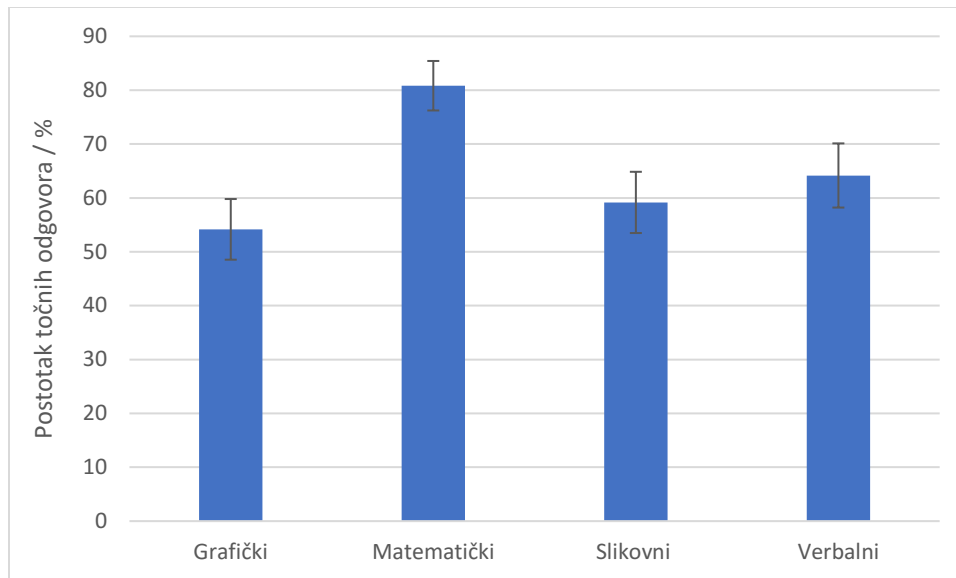
Slika 4.2. Postotak točnih odgovora po pitanjima na predtestu i posttestu

Na sljedećem grafu (Slika 4.3.) prikazan je postotak točnih odgovora koji su studenti ostvarili na predtestu za različite reprezentacije. Jednostruka ANOVA je pokazala da reprezentacije utječu na postotak točnih odgovora na predtestu ( $F(3,87) = 11.84, p < 0.0001$ ). Usporedbe po parovima su pokazale da su studenti imali najveći postotak točnih odgovora za matematičke reprezentacije. Ostale razlike nisu bile statistički značajno različite.



Slika 4.3. Postotak točnih odgovora po reprezentacijama za predtest

Slika 4.4. prikazuje postotak točnih odgovora studenata na predtestu za različite reprezentacije. Opet je ANOVA pokazala da reprezentacije utječu na postotak točnih odgovora na posttestu ( $F(3,87) = 9.22, p < 0.0001$ ). Studenti su imali najveći postotak točnih odgovora na zadacima s matematičkom reprezentacijom. Opet ostale razlike nisu bile statistički značajno različite.



Slika 4.4. Postotak točnih odgovora na posttestu za različite reprezentacije

Ovi rezultati pokazuju da su studenti najbolje riješili zadatke s matematičkim reprezentacijama. To ukazuje na to da neki studenti, iako su znali formule koje su se ispitivale u zadacima s matematičkom reprezentacijom, nisu znali primijeniti te formule u zadacima s grafičkim, slikovnim ili verbalnim reprezentacijama. Dakle, poznavanje formula nije uvijek dovoljno za točno rješavanje zadataka. Nadalje, slike 4.3. i 4.4. ukazuju na to da je postotak točnih odgovora na zadacima s verbalnim reprezentacijama nešto viši nego na zadacima s grafičkim i slikovnim reprezentacijama. Te razlike nisu bili statistički značajne, ali možda ipak sugeriraju da su studentima nešto lakši zadaci s verbalnim reprezentacijama, tj. da im je lakše izdvojiti relevantne informacije ako su one dane u verbalnom obliku.

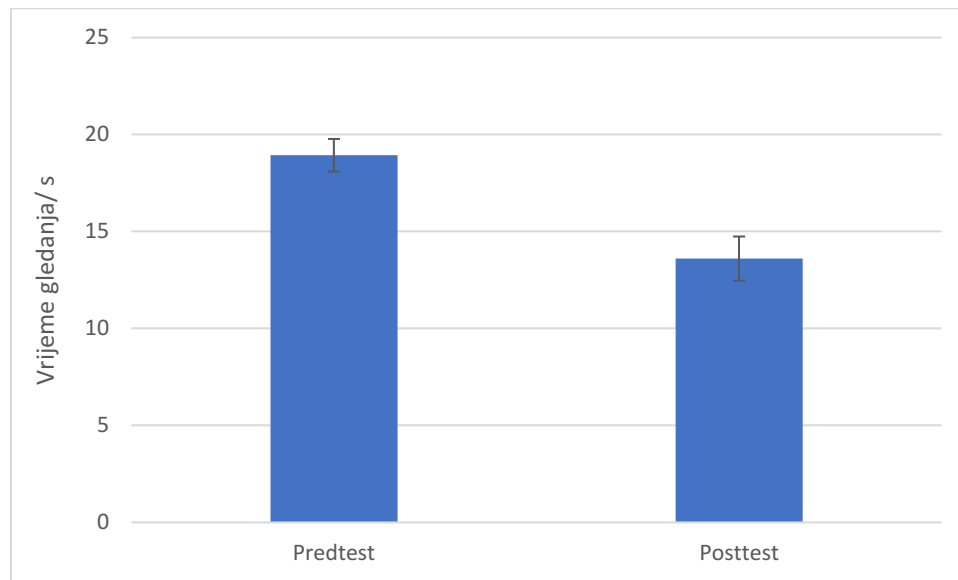
#### 4.1.2. Mjerenje pokreta očiju

##### 4.1.2.1. Vrijeme gledanja

Slika 4.5. prikazuje ukupno vrijeme gledanja AOI *reprezentacije* na predtestu i posttestu. Srednja vrijednost i standardna devijacija su iznosili  $(19 \pm 5)$  s na predtestu i  $(14 \pm 6)$  s na posttestu. Studentov  $t$ -test je pokazao da je ta razlika statistički značajna ( $t(29) = 5.63, p < 0.0001$ ).

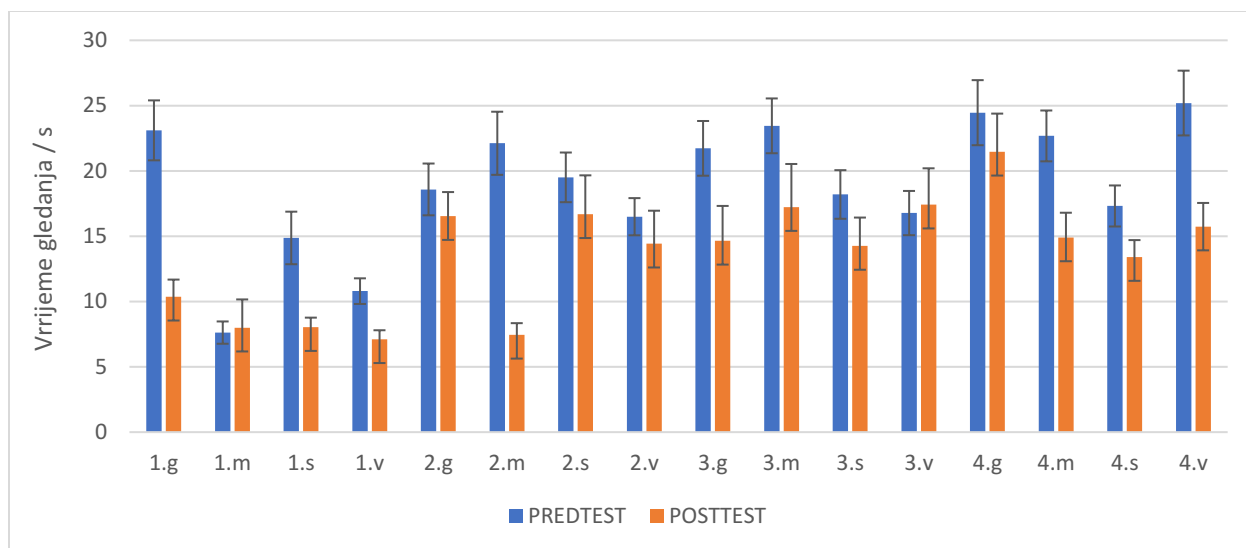


Uočavamo da je studentima bilo potrebno više vremena kako bi proučili i odgovorili pitanja na predtestu nego na posttestu.



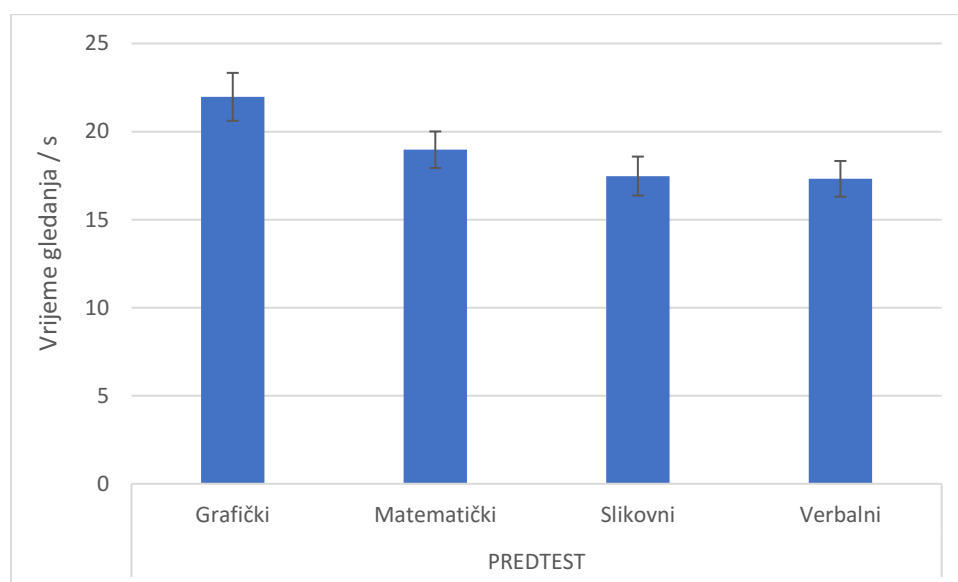
Slika 4.5. Ukupno vrijeme gledanja AOI reprezentacije na predtestu i posttestu

Slika 4.6. prikazuje ukupno vrijeme gledanja po pitanjima za predtest i posttest. Iz slike vidimo da je studentima trebalo manje vremena za proučavanje posttesta nego što im je trebalo na predtestu. Kod predtesta, na prvoj skupini pitanja su studenti najviše promatrali grafičku reprezentaciju, na drugoj i trećoj skupini pitanja matematičku reprezentaciju, na četvrtoj skupini pitanja verbalnu i grafičku reprezentaciju. Kao što je već spomenuto, kod posttesta je vrijeme gledanja bilo kraće. Na prvoj skupini pitanja je najveće ukupno vrijeme promatranja bilo na grafičkoj reprezentaciji kao i kod predtesta, a na drugoj skupini pitanja je ukupno vrijeme promatranja bilo približno jednako za grafičku i slikovnu reprezentaciju. Na trećoj skupini pitanja studenti su najviše promatrali verbalnu i matematičku reprezentaciju, dok su na četvrtoj skupini pitanja najviše promatrali grafičku reprezentaciju.



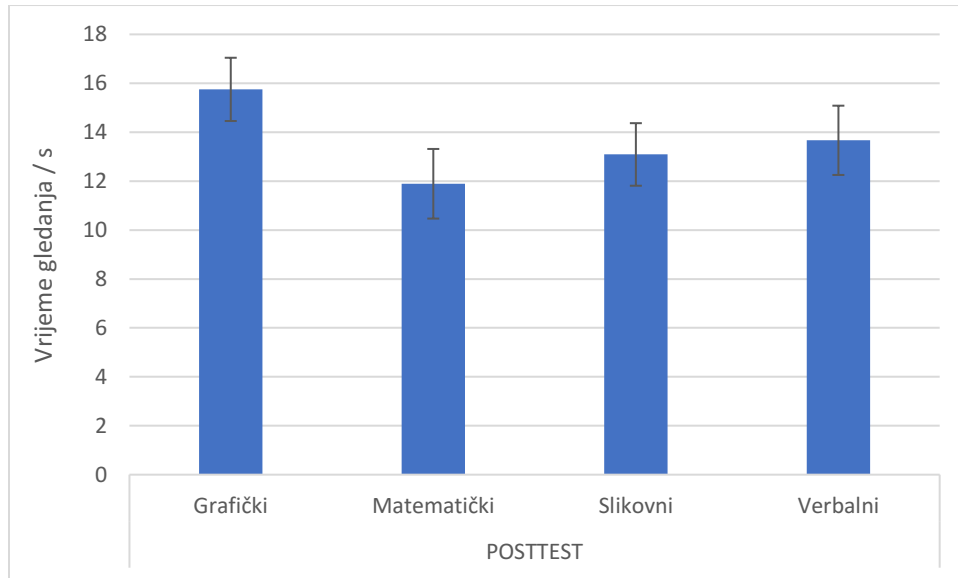
Slika 4.6. Ukupno vrijeme gledanja po pitanjima na predtestu i posttestu

Slika 4.7. prikazuje ukupno vrijeme gledanja po reprezentacijama. Rezultati jednostruke analize varijance su pokazali da reprezentacije utječu na postotak točnih odgovora na predtestu ( $F(3.87) = 5.93, p = 0.001$ ). Usporedbe po parovima su pokazale da je ukupno vrijeme gledanja na predtestu dulje za grafičku reprezentaciju nego za slikovnu i verbalnu. Ostale usporedbe nisu pokazale statistički značajne razlike.



Slika 4.7. Ukupno vrijeme gledanja po reprezentacijama na predtestu

Na slici 4.8. prikazano je vrijeme prosječno gledanja za sve četiri reprezentacije. ANOVA je pokazala da reprezentacije utječu na ukupno vrijeme gledanja na posttestu ( $F(3,87) = 3.28, p = 0.02$ ). Vrijeme gledanja bilo je dulje na zadacima s grafičkim reprezentacijama nego na zadacima s matematičkim reprezentacijama. Ostale usporedbe po parovima nisu pokazale statistički značajne razlike.

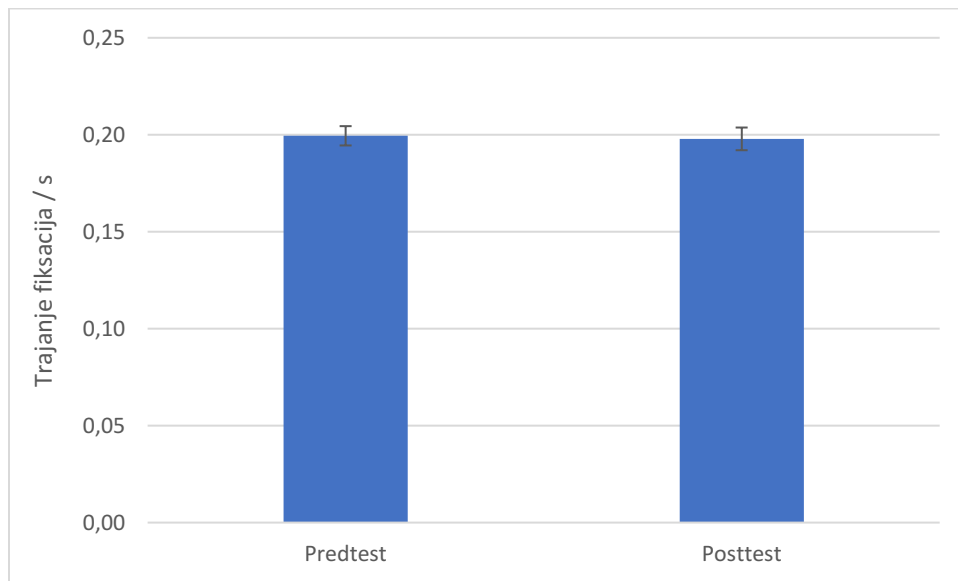


Slika 4.8. Ukupno vrijeme gledanja po reprezentacija na posttestu

Ovi rezultati pokazuju da su studenti najdulje rješavali zadatke s grafičkim reprezentacijama. To je u skladu s rezultatima edukacijskih istraživanja koja su pokazali da studenti i učenici imaju različite poteškoće s razumijevanjem grafova. Prema tome, očekivano je da je studentima potrebno dulje vrijeme da dođu do potrebnih informacija ako su one dane u grafičkom formatu. Iako su studenti duže rješavali zadatke s grafičkim reprezentacijama, njihova točnost na tim zadacima nije bila statistički značajno različita, nego na primjer, zadacima sa slikovnim reprezentacijama.

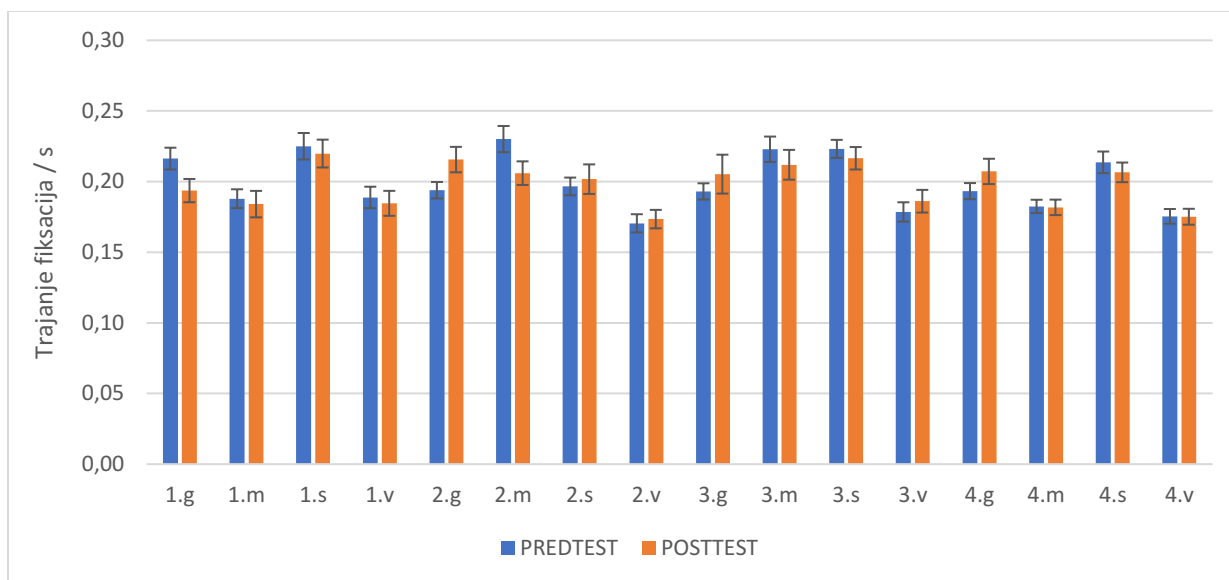
#### 4.1.2.2. Trajanje fiksacija

Slika 4.9. pokazuje trajanje fiksacija na predtestu i posttestu. Srednja vrijednost i standardna devijacija su iznosili  $(199 \pm 27)$  ms na predtestu i  $(198 \pm 32)$  ms na posttestu. Studentov  $t$ -test je pokazao da nije bilo statistički značajne razlike u trajanju fiksacija na predtestu i na posttestu ( $t(29) = 0.49, p > 0.05$ ).



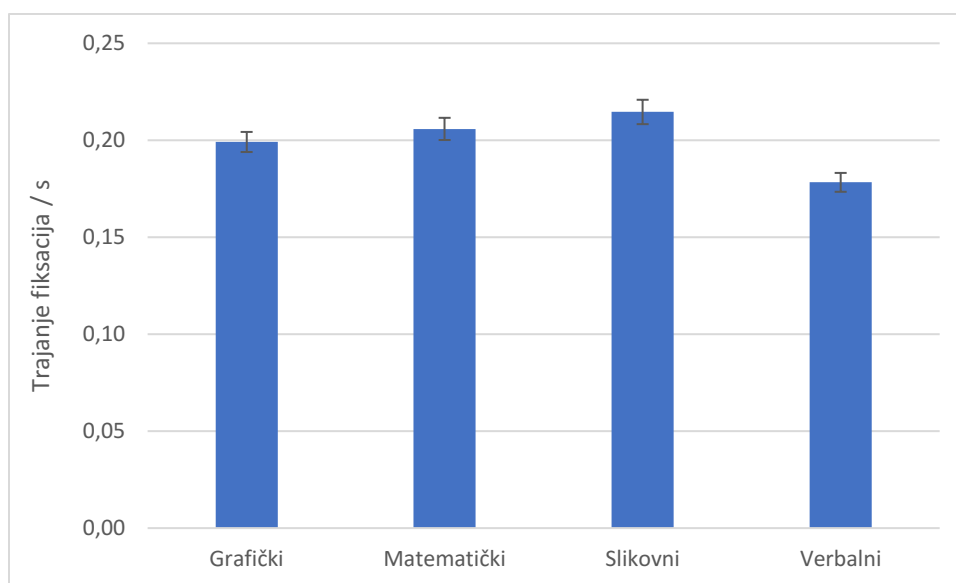
Slika 4.9. Trajanje fiksacija na predtestu i posttestu

Slika 4.10. prikazuje trajanje fiksacija po pitanjima. Iako je trajanje fiksacija bilo dosta ujednačeno u različitim pitanjima, ipak uočavamo da je najkraće trajanje fiksacija bilo na zadacima s verbalnim reprezentacijama, dok je najdulje trajanje fiksacija bilo na slikovnim i matematičkim reprezentacijama.



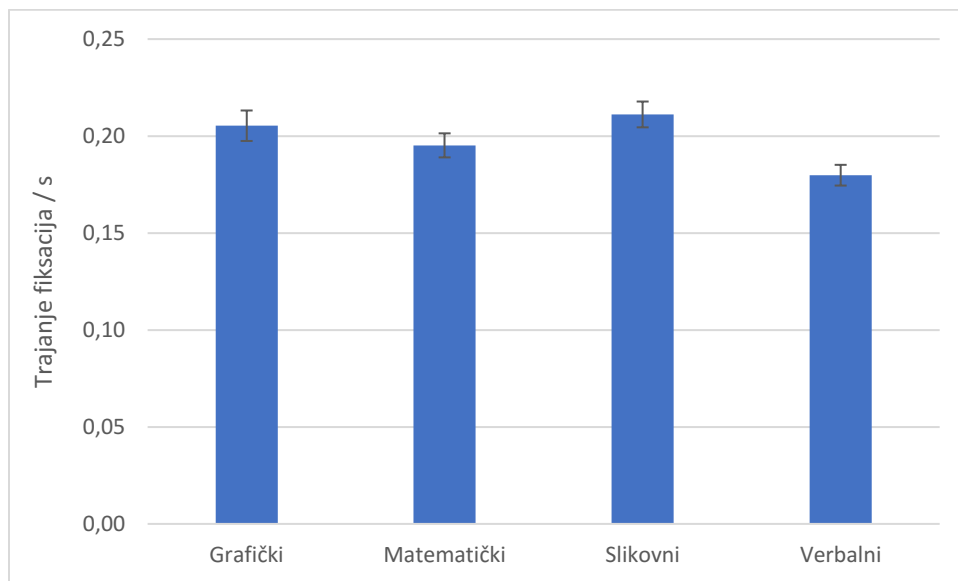
Slika 4.10. Trajanje fiksacija po pitanjima za predtest i posttest

Na grafu (Slika 4.11.) koji pokazuje trajanje fiksacija po reprezentacijama na predtestu uočavamo da su reprezentacije utjecale na duljinu trajanja fiksacija na predtestu ( $F(3,87) = 35.91$ ,  $p < 0.0001$ ). Usporedbe po parovima su pokazale da je trajanje fiksacija bilo najkraće za verbalne reprezentacije i bilo je dulje za slikovne nego za grafičke reprezentacije.



Slika 4.11. Trajanje fiksacija po reprezentacijama za predtest

Slika 4.12. prikazuje trajanje fiksacija po reprezentacijama na posttestu. Jednostruka ANOVA je pokazala da reprezentacije utječu na duljinu trajanja fiksacija ( $F(3,87) = 14.13, p < 0.0001$ ). Usporedbe po parovima su pokazale da su sve razlike statistički značajne osim razlika između duljina trajanja fiksacija za zadacima s grafičkim i slikovnim reprezentacijama, a one su bile najdulje. Najkraće trajanje fiksacija je bilo na zadacima s verbalnim reprezentacijama.



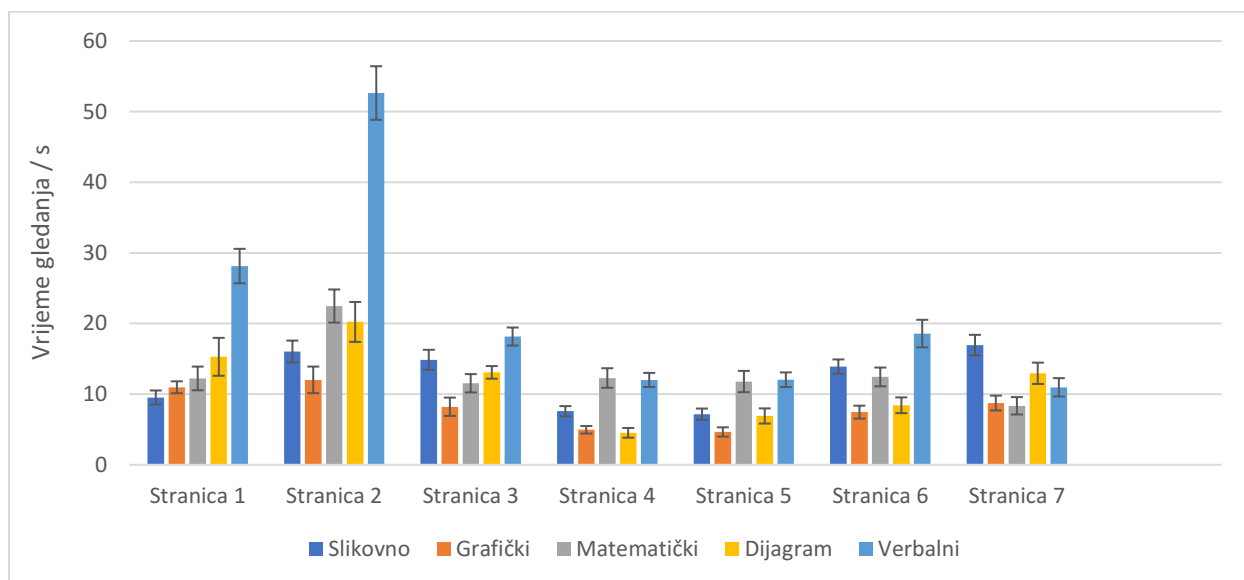
Slika 4.12. Trajanje fiksacija po reprezentacijama na posttestu

Rezultati mjerenja pokreta očiju pokazuju da su fiksacije bile najkraće na zadacima s verbalnim reprezentacijama. To bi moglo ukazivati na to da je ta reprezentacija bila najlakša, tj. da je studentima bilo najlakše izdvojiti potrebne informacije iz teksta.

## 4.2. Intervencija

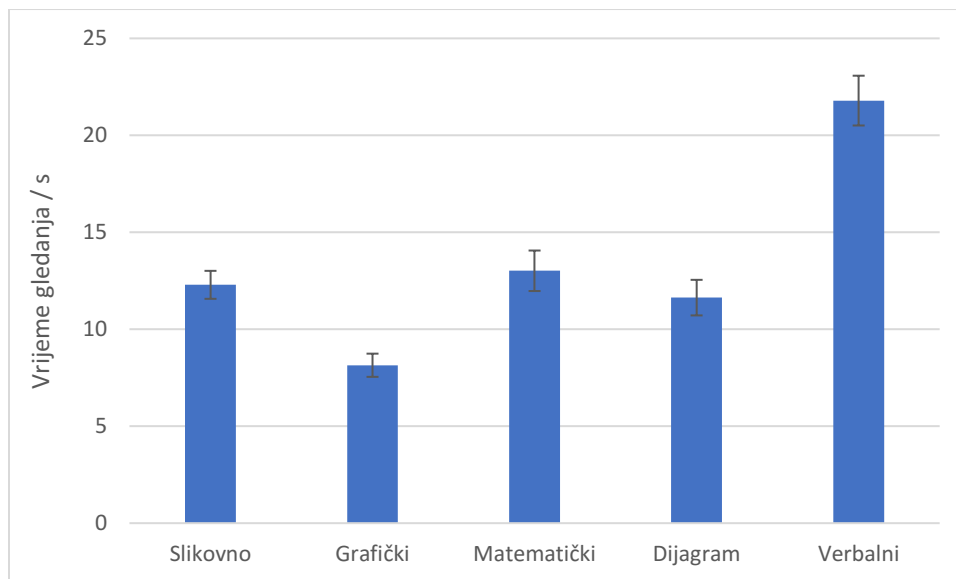
### 4.2.1. Vrijeme gledanja

Slika 4.13. prikazuje vrijeme gledanja reprezentacija po stranicama. Iz grafa je vidljivo da su studenti najviše gledali verbalnu reprezentaciju na drugoj stranici, vjerojatno jer je taj tekst bio dosta dug. Najmanje od svih reprezentacija su gledali dijagram i graf na četvrtoj stranici te graf na petoj stranici. Studenti su na prvoj, drugoj, trećoj i šestoj stranici najduže gledali verbalnu reprezentaciju, dok su na četvrtoj i petoj najduže gledali verbalnu i matematičku reprezentaciju. Na sedmoj stranici su najduže gledali slikovnu reprezentaciju. Grafičku reprezentaciju su najmanje gledali na drugoj, trećoj, petoj i šestoj stranici. Na prvoj stranici se najmanje gledala slikovna reprezentacija, na četvrtoj stranici dijagram i graf, a na sedmoj stranici matematičku reprezentaciju (formulu) i graf. Ovi rezultati pokazuju da su studenti najviše vremena proveli proučavajući tekst, dok su najmanje obraćali pažnju na grafove. Ovi rezultati su u skladu s prijašnjim rezultatima da je verbalna reprezentacijama vjerojatno najlakša studentima, a u ovoj intervenciji je sigurno puno informacija bilo sadržano u tekstu. S druge strane, studenti nisu dugo proučavali grafove, vjerojatno zato što je to apstraktnija reprezentacija i teže im je bilo dobiti relevantne informacije iz te reprezentacije.



Slika 4.13. Vrijeme gledanja pojedinih reprezentacija po stranicama tijekom intervencije

Slika 4.14. prikazuje prosječno vrijeme gledanja pojedinih reprezentacija na intervenciji. Jednostruka ANOVA je pokazala da reprezentacije utječu na duljinu gledanja na intervenciji ( $F(4,116) = 63.93, p < 0.0001$ ). Usporedbe po parovima su potvrdile da su studenti najviše gledali verbalnu reprezentaciju, a najmanje grafičku reprezentaciju. Vrijeme gledanja matematičke i slikovne i dijagramske reprezentacije bilo je podjednako.

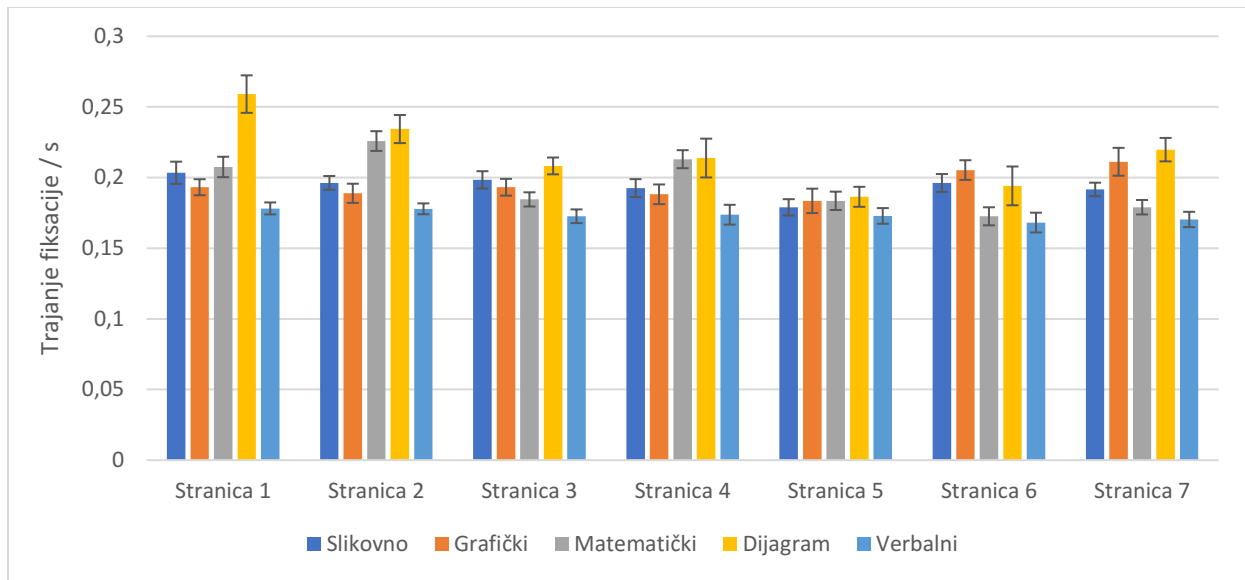


4.14. Vrijeme gledanja pojedinih reprezentacija tijekom intervencije

#### 4.2.2. Trajanje fiksacija

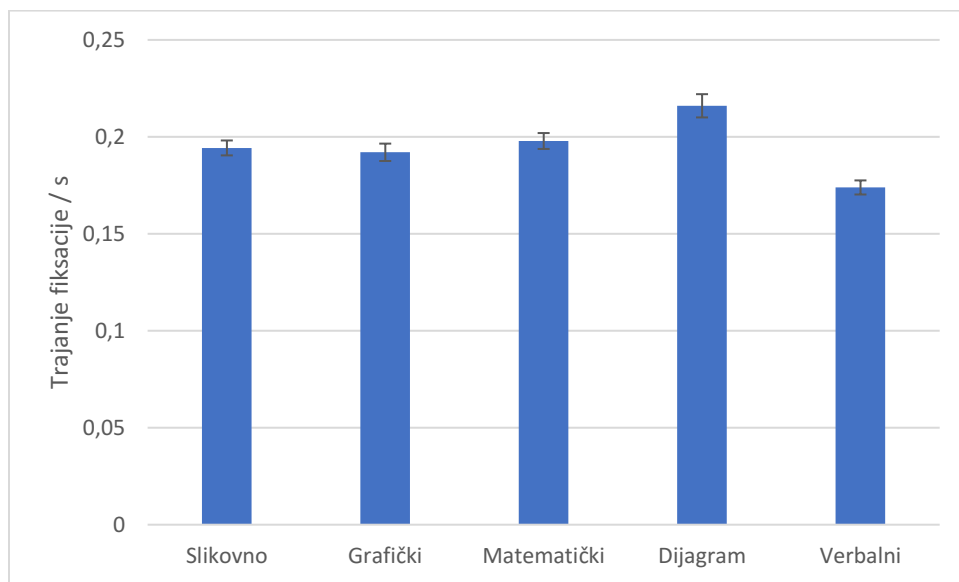
Slika 4.15. prikazuje prosječno trajanje fiksacija po reprezentacijama na svim stranicama tijekom reprezentacije. Na svim stranicama je trajanje fiksacija najkraće bilo za verbalnu reprezentaciju, a skoro na svim stranicama je bilo najdulje za dijagram. Na drugoj i četvrtoj stranici bilo je dulje trajanje fiksacija za matematičku reprezentaciju, a na šestoj i sedmoj stranici grafička reprezentacija je imala dulje trajanje fiksacija.





Slika. 4.15. Prosječno trajanje fiksacija po reprezentacijama na svim stranicama tijekom intervencije

Na slici 4.16. prikazano je prosječno trajanje fiksacija po reprezentacijama tijekom intervencije. Jednostruka ANOVA je opet pokazala da reprezentacije utječu na duljinu trajanja fiksacija ( $F(4,116) = 40.31, p < 0.0001$ ). Trajanje fiksacija je bilo najdulje za dijagramsku reprezentaciju, a najkraće za verbalnu reprezentaciju. Ovi rezultati pokazuju da je studentima vjerojatno lakše dobiti informacije iz teksta nego iz dijagrama koji su korišteni u intervenciji.



Slika 4.16. Prosječno trajanje fiksacija po reprezentacijama tijekom intervencije

Iz rezultata možemo zaključiti kako su studenti tijekom intervencije imali najdulje trajanje fiksacija kada su promatrali dijagram. Jedino su se na intervenciji susreli s dijagramskim prikazom, pa im je vjerojatno bilo teže za proučiti tu reprezentaciju i doznati relevantne informacije iz nje. Najkraće prosječno trajanje fiksacija je bilo na verbalnoj reprezentaciji, što bi značilo da im je ta reprezentacija bila najlakša za izdvojiti podatke.

Ukupno gledajući, mjerenja pokreta očiju tijekom intervencije pokazuju da su studenti vjerojatno najviše informacija dobili iz verbalne reprezentacije, a moguće je da im je taj oblik reprezentacije bio i najlakši za dobivanje relevantnih informacija. No, sigurno su i druge reprezentacije pomogle u boljem razumijevanju opisanih pojava iz valne optike.

## 5. Implikacije za nastavu

Danas se u školama teži interaktivnoj i istraživački usmjerenom nastavi. Učenici od sedmog razreda osnovne škole uče na fizici, matematici i kemiji povezivati različite pojmove s njihovim reprezentacijama. Često učenici sedmih razreda ne povezuju gradiva različitih predmeta, dok u osmim razredima dolazi do bolje integracije sadržaja i različitih reprezentacija. U srednjoj školi se nastavlja uvođenje novih pojmova i pojava, pa je potrebno koristiti već poznate i uvoditi nove reprezentacije.

U školi smo često suočeni s pojavom da učenici „trče“ za što boljom ocjenom. To postižu tako da nauče gradivo napamet te ga reproduciraju nastavnicima bez ikakvog razumijevanja. Ukoliko ih nastavnik pita da razmisle što će se dogoditi s nekom veličinom ako mijenjamo drugu veličinu, oni ne razumiju i ne mogu dati odgovor na zadano pitanje. Nastavnik bi prilikom obrade neke fizičke pojave trebao uvesti različite vrste reprezentacija te za svaku pojedinu reprezentaciju objasniti ulogu i što se događa s njom ukoliko se neka veličina promijeni.

Iz rezultata našeg istraživanja je vidljivo da je bolje riješen posttest nego predtest, što bi značilo da je intervencija povećala razumijevanje i primjenu različitih reprezentacija u valnoj optici. Učenicima bi trebalo prilikom uvođenja novih pojmova i pojava pokazati različite vrste reprezentacija te raspraviti što svaka reprezentacija znači fizikalno kako bi se povećalo njihovo konceptualno razumijevanje.

Učenici, a i poneki nastavnici, misle da je najvažnije znati formule i ako znaju formule da mogu lako riješiti konceptualne i računске zadatke. U našem istraživanju, studenti su najbolje riješili zadatke s matematičkim reprezentacijama. To pokazuje da su neki od njih znali formule, ali ih nisu znali primijeniti u zadacima s grafičkim, slikovnim ili verbalnim reprezentacijama. Ovi rezultati ukazuju na to da poznavanje formula nije uvijek dovoljno za točno rješavanje zadataka. U nastavi fizike, posebno u osnovnoj školi, nije potrebno stavljati naglasak jedino na formule, nego treba tu matematičku reprezentaciju povezati s drugim vrstama reprezentacija.

Mjerenja pokreta očiju su pokazala da su studenti najdulje rješavali zadatke s grafičkom reprezentacijom što ukazuje na to da im je ta reprezentacija bila zahtjevnija. Prosječna duljina fiksacija je bila najdulja za slikovnu i grafičku reprezentaciju što također pokazuje da je studentima bilo teže izdvojiti potrebne informacije iz tih reprezentacija. S druge strane, verbalna reprezentacija se čini najlakša za studente jer je trajanje fiksacija bilo najkraće. Ovi rezultati pokazuju da nastavnici trebaju biti svjesni da nisu sve reprezentacije jednako teške za učenike i studente. Učenici obično pokazuju veći interes ako se koriste slikovne i grafičke reprezentacije u nastavi fizike, dok im nije zanimljivo kada se na ploču pišu samo formule. Brojna edukacijska istraživanja su pokazala da učenici i studenti imaju poteškoća s razumijevanjem grafova. I neke slikovne i dijagramske reprezentacije (npr. dijagram sila) mogu biti zahtjevne za učenike.

Prilikom poučavanja nove nastavne cjeline bitno je da se različite reprezentacije predstave i da se s učenicima dovoljno izvježbaju zadaci i konceptualna pitanja sa svim reprezentacijama. Trebalo bi ih poticati da koriste sve naučene termine i reprezentacije, pogotovo dio koji se odnosi na kontrolu varijabli (npr. što se događa sa slikom ukoliko povećamo razmak između pukotina). Na primjerima iz valne optike koji su korišteni u ovom istraživanju uočavamo da nije potrebno znati samo jednu reprezentaciju, nego različite reprezentacije koje se međusobno upotpunjuju i ovise jedna o drugoj.

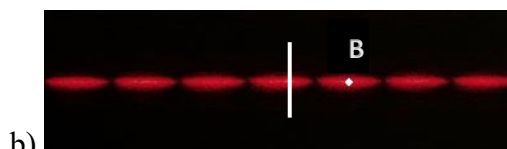
## Dodaci

### A Pitanja na predtestu i posttestu

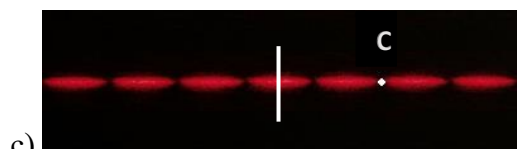
1. Dva koherentna izvora emitiraju svjetlost valne duljine  $\lambda$  i stvaraju uzorak na udaljenom zastoru koji je gotovo jednak interferencijskom uzorku dviju idealnih pukotina. Za koju točku na zastoru (A, B, C ili D) razlika putova valova od izvora do te točke iznosi  $3\lambda/2$ ?



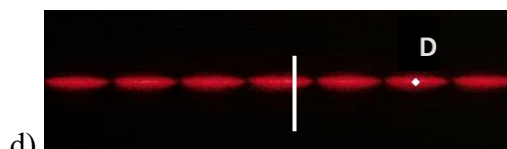
Središnji maksimum



Središnji maksimum

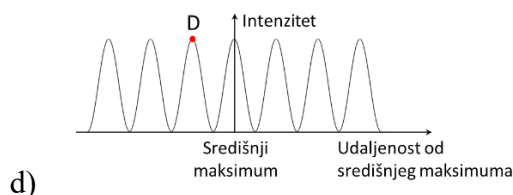
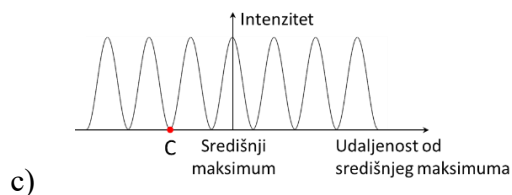
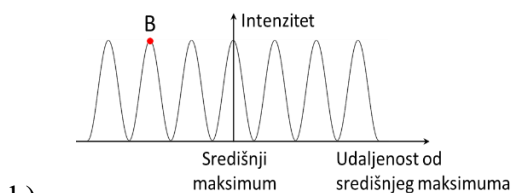
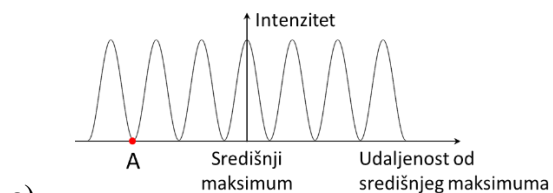


Središnji maksimum



Središnji maksimum

2. Dva koherentna izvora emitiraju svjetlost valne duljine  $\lambda$  i stvaraju uzorak na udaljenom zastoru koji je gotovo jednak interferencijskom uzorku dviju idealnih pukotina. Za koju točku na zastoru (A, B, C ili D) razlika putova valova od izvora do te točke iznosi  $5\lambda/2$ ?



3. Dva koherentna izvora emitiraju svjetlost valne duljine  $\lambda$  i stvaraju uzorak na udaljenom zastoru koji je gotovo jednak interferencijskom uzorku dviju idealnih pukotina. Za koju točku uzorka razlika putova valova od izvora do te točke iznosi  $3\lambda/2$ ?

a) Za točku u sredini prvog maksimuma.

b) Za točku u sredini prvog minimuma.

c) Za točku u sredini drugog maksimuma.

d) Za točku u sredini drugog minimuma.

4. Dva koherentna izvora emitiraju svjetlost valne duljine  $\lambda$  i stvaraju uzorak na udaljenom zastoru koji je gotovo jednak interferencijskom uzorku dviju idealnih pukotina. Kolika je razlika putova valova od izvora do položaja prvog minimuma?

a)  $\Delta r = 0$

b)  $\Delta r = \frac{\lambda}{2}$

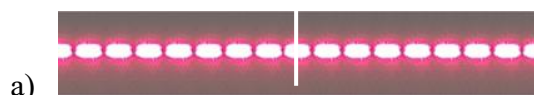
c)  $\Delta r = \lambda$

d)  $\Delta r = \frac{3\lambda}{2}$

5. Dva koherentna izvora svjetlosti daju uzorak na udaljenom zastoru koji je gotovo jednak interferencijskom uzorku dviju idealnih pukotina. Dio zastora prikazan je desno. Kako će se promijeniti uzorak *na istom dijelu zastora* ako smanjimo razmak između izvora dva puta?



Središnji maksimum



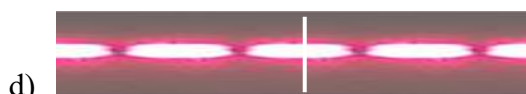
Središnji maksimum



Središnji maksimum

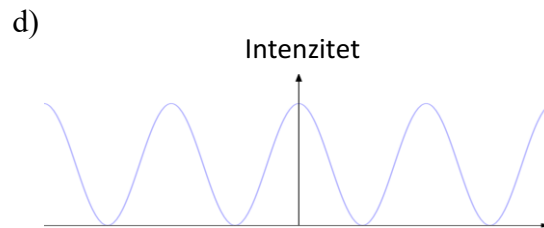
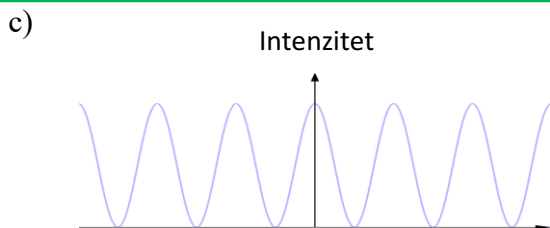
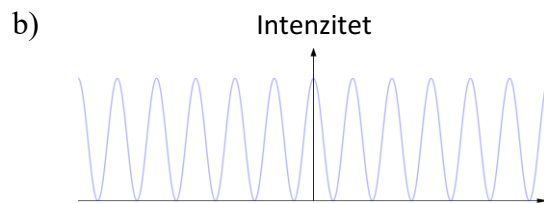
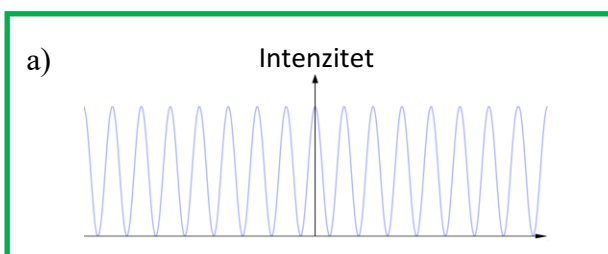
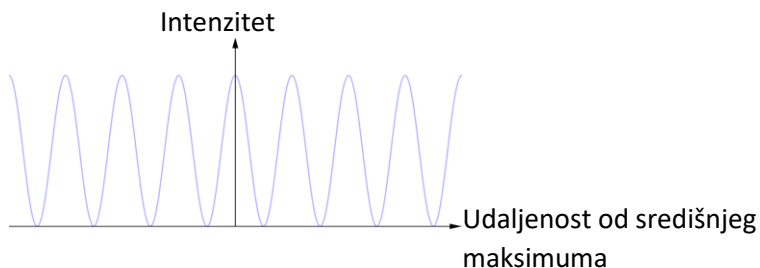


Središnji maksimum



Središnji maksimum

6. Dva koherentna izvora svjetlosti daju uzorak na udaljenom zastoru koji je gotovo jednak interferencijskom uzorku dviju idealnih pukotina. Graf raspodjele intenziteta svjetlosti prikazan je za jedan dio zastora (desno). Kako će se promijeniti raspodjela intenziteta svjetlosti za isti dio zastora ako povećamo razmak između izvora dva puta?



7. Dva koherentna izvora svjetlosti daju uzorak na udaljenom zastoru koji je gotovo jednak interferencijskom uzorku dviju idealnih pukotina. Kako će se promijeniti uzorak na zastoru ako smanjimo razmak između izvora tri puta?

a) Razmak između susjednih maksimuma povećat će se devet puta.

b) Razmak između susjednih maksimuma povećat će se tri puta.

c) Razmak između susjednih maksimuma smanjit će se tri puta.

d) Razmak između susjednih maksimuma smanjit će se devet puta.

8. Dva koherentna izvora svjetlosti daju uzorak na udaljenom zastoru koji je gotovo jednak interferencijskom uzorku dviju idealnih pukotina. Koja jednadžba opisuje razmak između susjednih maksimuma  $s$  u ovisnosti o valnoj duljini svjetlosti  $\lambda$ , razmaku između dvaju izvora  $d$ , i udaljenosti od izvora do zastora  $L$ ?

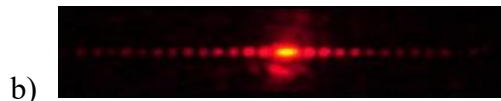
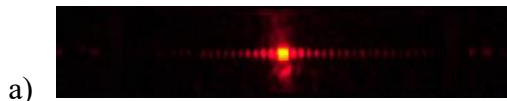
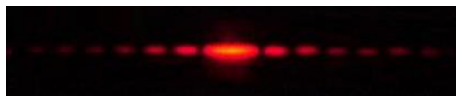
a)  $s = \frac{\lambda d}{L}$

b)  $s = \frac{dL}{\lambda}$

c)  $s = \frac{\lambda L}{d}$

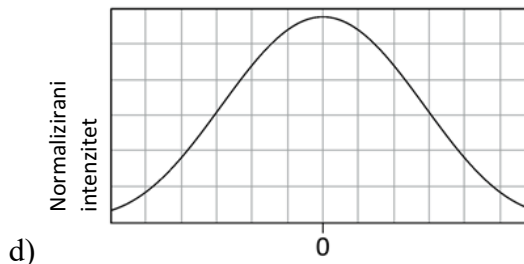
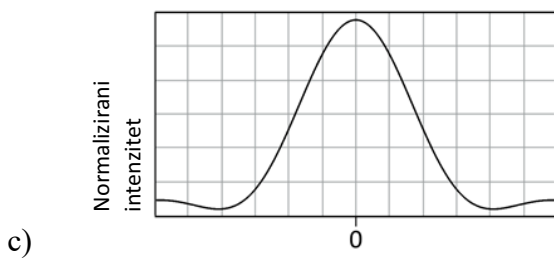
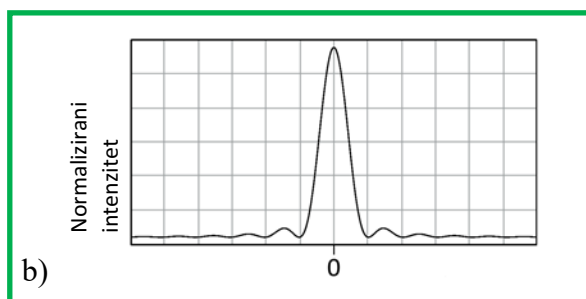
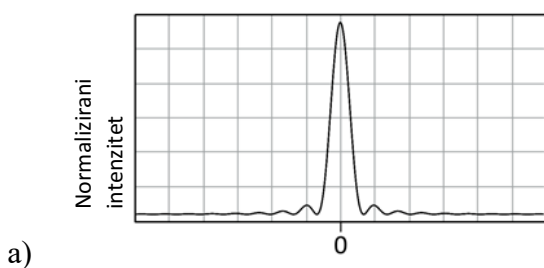
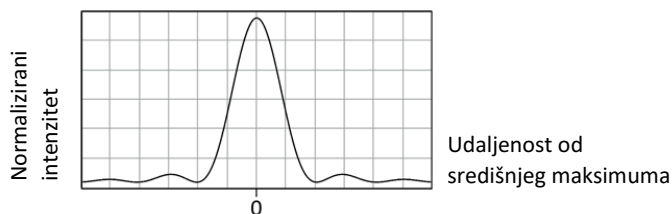
d)  $s = \frac{\lambda}{dL}$

9. Laserska svjetlost prolazi kroz jednu usku pukotinu i daje ogibni uzorak na udaljenom zastoru prikazanom desno. Kako će se promijeniti uzorak ako širinu pukotine smanjimo dva puta?





10. Laserska svjetlost prolazi kroz jednu usku pukotinu i daje ogibni uzorak na udaljenom zastoru. Raspodjela intenziteta svjetlosti prikazana je desno. Kako će se promijeniti raspodjela intenziteta svjetlosti ako širinu pukotine povećamo dva puta?



11. Laserska svjetlost prolazi kroz jednu usku pukotinu i daje ogibni uzorak na udaljenom zastoru. Kako će se promijeniti uzorak ako širinu pukotine povećamo tri puta?

a) Širina središnjeg maksimuma smanjit će se tri puta.

b) Širina središnjeg maksimuma smanjit će se devet puta.

c) Širina središnjeg maksimuma povećat će se tri puta.

d) Širina središnjeg maksimuma povećat će se devet puta.

12. Laserska svjetlost valne duljine  $\alpha$  prolazi kroz jednu usku pukotinu širine  $b$  i daje ogibni uzorak na udaljenom zastoru. Prvi minimum opaža se pod kutom  $\alpha$  za koji vrijedi:

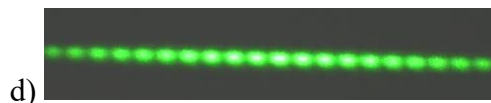
a)  $\sin \alpha = \frac{b}{2\lambda}$

b)  $\sin \alpha = \frac{b}{\lambda}$

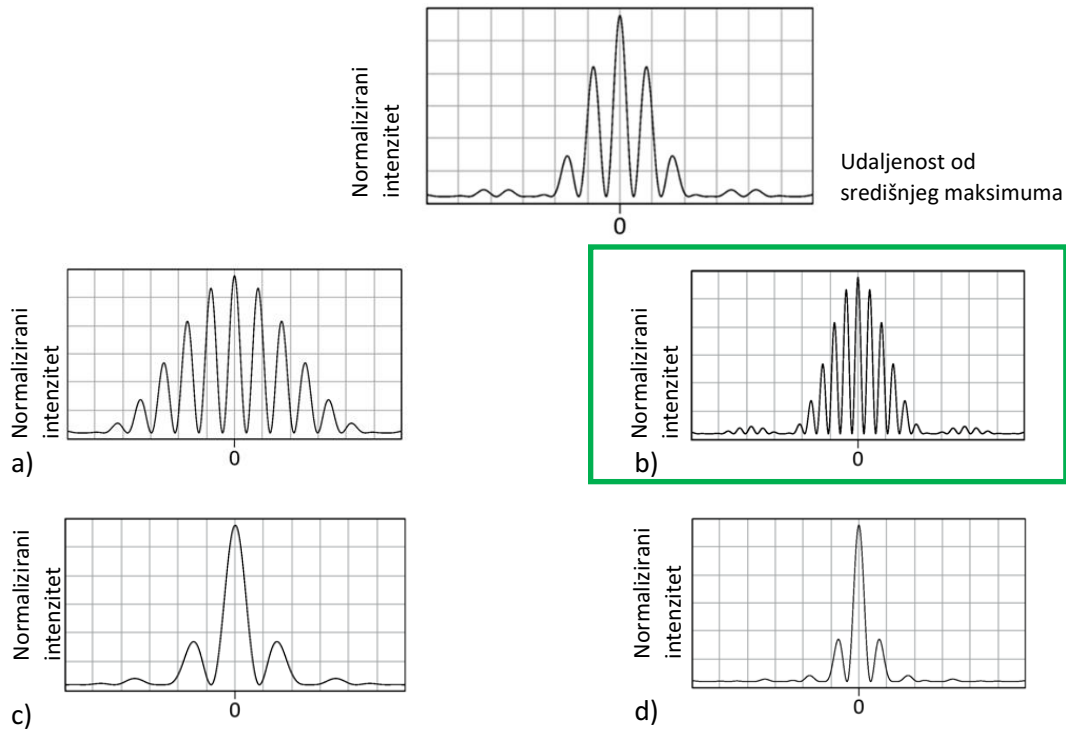
c)  $\sin \alpha = \frac{\lambda}{2b}$

d)  $\sin \alpha = \frac{\lambda}{b}$

13. Laserska svjetlost prolazi kroz dvije pukotine i daje kombinaciju ogibnog i interferencijskog uzorka na udaljenom zastoru. Kako će se uzorak promijeniti ako smanjimo razmak između pukotina?



14. Laserska svjetlost prolazi kroz dvije pukotine i daje kombinaciju ogibnog i interferencijskog uzorka na udaljenom zastoru. Kako će se uzorak promijeniti ako povećamo razmak između pukotina?



15. Laserska svjetlost prolazi kroz dvije pukotine i daje kombinaciju ogibnog i interferencijskog uzorka na udaljenom zastoru. Kako će se uzorak promijeniti ako smanjimo razmak između pukotina?

- a) Povećavat će se razmak između globalnih ogibnih minimuma.
- b) Smanjit će se razmak između globalnih ogibnih minimuma.
- c) Povećavat će se razmak između susjednih interferencijskih maksimuma.
- d) Smanjit će se razmak između susjednih interferencijskih maksimuma.

16. Laserska svjetlost valne duljine  $\lambda$  prolazi kroz dvije pukotine. Razmak između pukotina je  $d$ , a širina pukotina  $b$ . Intenzitet svjetlosti na udaljenom zastoru koji se opaža pod kutom  $\alpha$  dan je izrazom:

$$I = I_0 \cos^2 \left( \frac{\pi \cdot d \cdot \sin \alpha}{\lambda} \right) \left( \frac{\sin \left( \frac{\pi \cdot b \cdot \sin \alpha}{\lambda} \right)}{\frac{\pi \cdot b \cdot \sin \alpha}{\lambda}} \right)^2$$

Ako je  $m$  cijeli broj, koja jednadžba opisuje položaje maksimuma kada se mijenja razmak između pukotina?

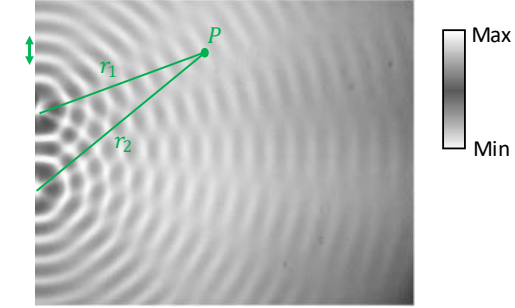
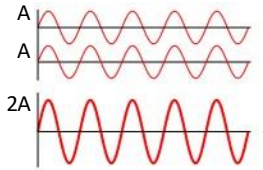
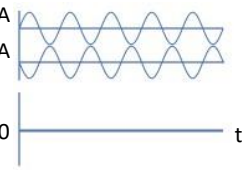
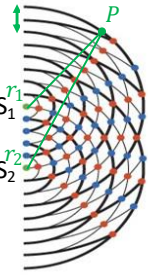
a)  $\frac{\pi \cdot m \cdot b \cdot \sin \alpha}{\lambda} = 0$

b)  $\sin \left( \frac{\pi \cdot m \cdot b \cdot \sin \alpha}{\lambda} \right) = 0$

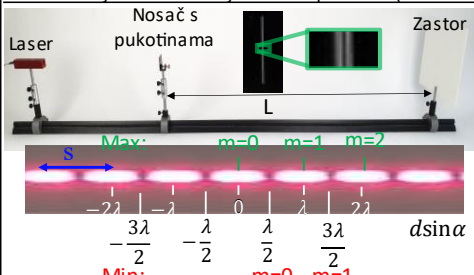
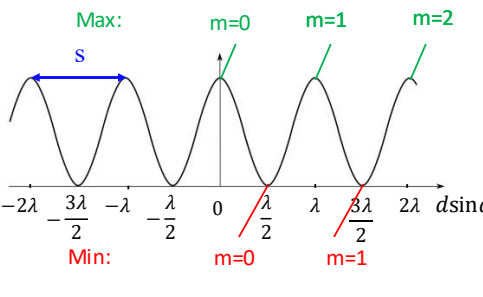
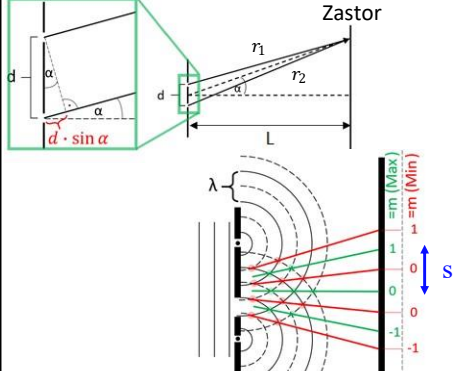
c)  $\lambda \cdot \sin \alpha = m \cdot d$

d)  $\sin \alpha = \frac{m \cdot \lambda}{d}$

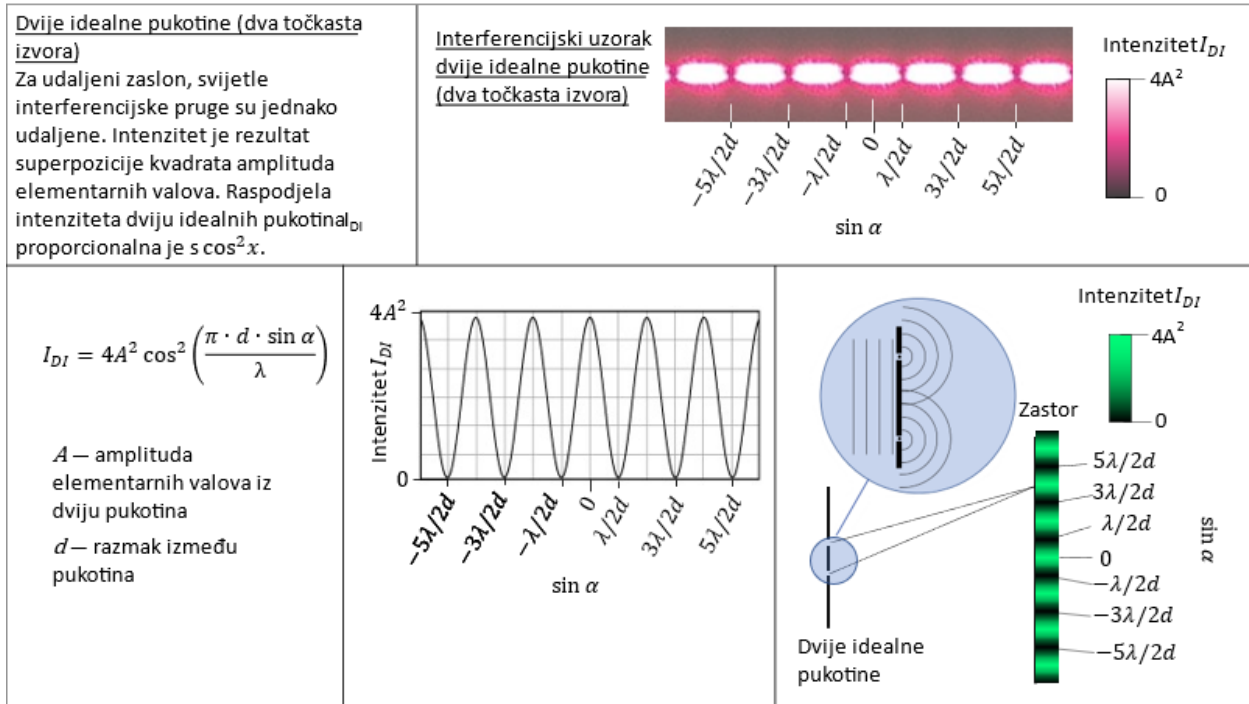
## B Interferencija

<p><b>Konstruktivna i destruktivna interferencija</b> Ako dva izvora emitiraju valove jednakih valnih duljina i amplituda, valovi interferiraju. Razlika putova <math>r_2 - r_1</math> je razlika u udaljenosti koju su dva vala prešla od svojih izvora do točke <math>P</math> koju razmatramo. Kada je razlika putova cjelobrojni višekratnik od <math>\lambda</math>, rezultantni val ima dvostruku amplitudu pojedinačnih valova i interferencija je konstruktivna. Kada je razlika putova neparni broj polovina <math>\lambda</math>, rezultantni val ima amplitudu nula i interferencija je destruktivna.</p>	<p>Interferencija dvaju koherentnih izvora valova</p> 	
<p>Konstruktivna interferencija <math>r_2 - r_1 = m\lambda</math></p> <p>Destruktivna interferencija: <math>r_2 - r_1 = \frac{2m + 1}{2}\lambda</math> <math>m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots</math></p>	<p>Konstruktivna interferencija javlja se u <math>P</math></p>  <p>Destruktivna interferencija javlja se u <math>P</math></p> 	 <ul style="list-style-type: none"> <li>● Konstruktivna interferencija</li> <li>● Destruktivna interferencija</li> </ul>

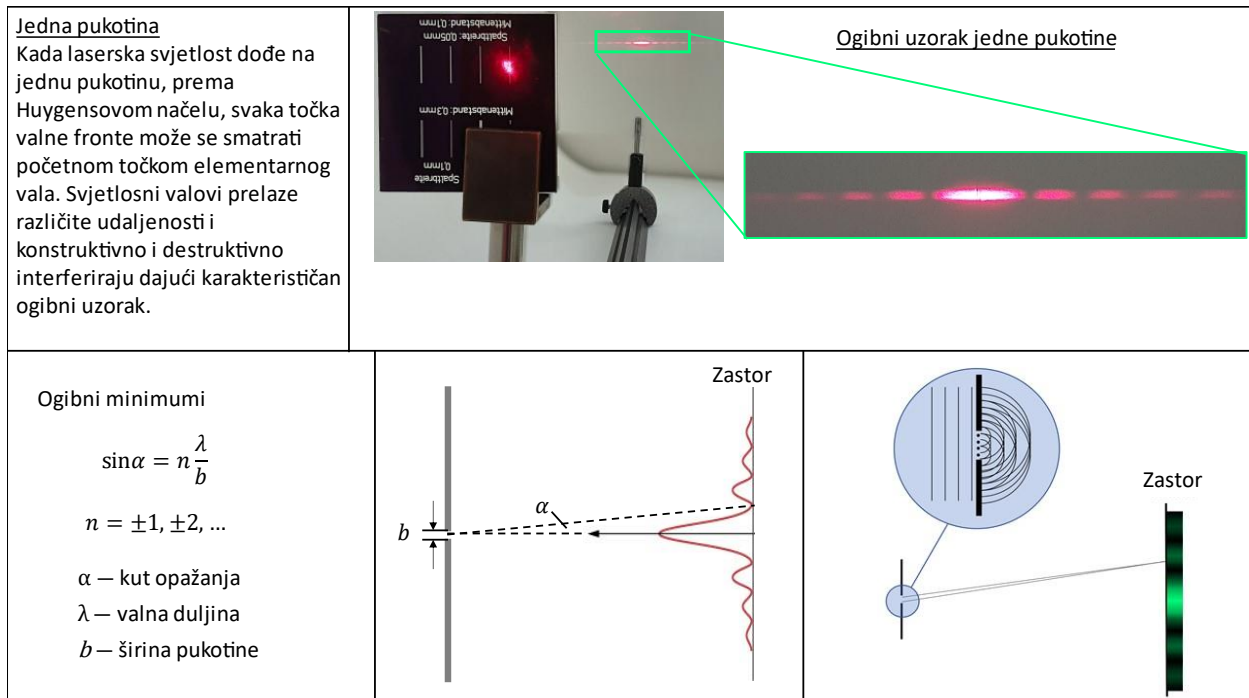
Slika B.1. Prva stranica intervencije

<p><b>Dvije idealne pukotine (dva točkasta izvora)</b> Da su dvije pukotine tako male da samo jedan elementarni val izlazi iz svake pukotine, mogle bi se smatrati točkastim izvorima i dobio bi se interferencijski uzorak dviju idealnih pukotina. Razlika putova za točku na zastoru je <math>d \sin \alpha</math>, gdje je <math>d</math> razmak između dviju pukotina, a <math>\alpha</math> kut opažanja. U točkama gdje je razlika putova ta dva vala cjelobrojni višekratnik od <math>\lambda</math>, nastaje konstruktivna interferencija (maksimumi). U točkama gdje je razlika putova neparni broj polovina <math>\lambda</math>, nastaje destruktivna interferencija (minimumi) s amplitudom nula. Za udaljeni zastor, udaljenost između susjednih maksimuma (ili minimuma) proporcionalna je valnoj duljini <math>\lambda</math> i udaljenosti od pukotina do zastora <math>L</math>, i obrnuto proporcionalna razmaku između pukotina <math>d</math>.</p>	<p>Interferencijski uzorak dvije idealne pukotine (točkasti izvori)</p> 	
<p>Razlika putova: <math>r_2 - r_1 = d \sin \alpha</math></p> <p>Maksimumi: <math>d \sin \alpha = m\lambda</math></p> <p>Minimumi: <math>d \sin \alpha = \frac{2m + 1}{2}\lambda</math> <math>m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots</math></p> <p>Udaljenost između susjednih maksimuma: <math>s = \frac{\lambda L}{d}</math></p>		

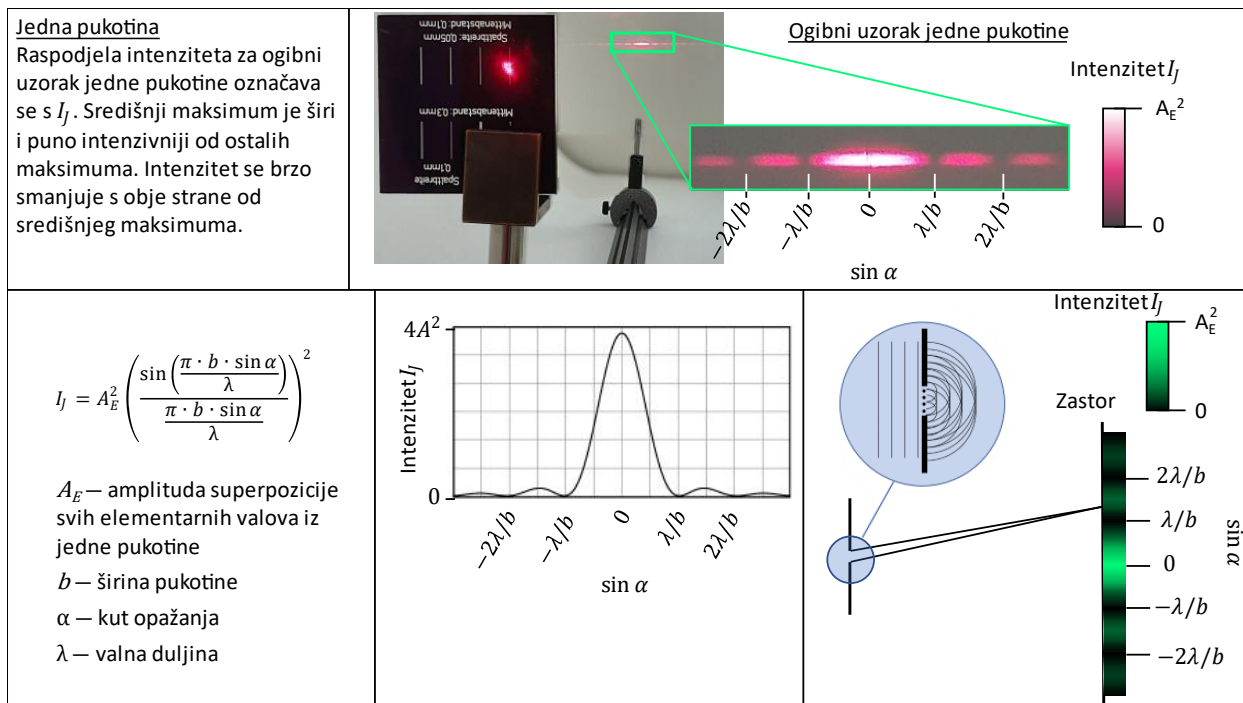
Slika B.2. Druga stranica intervencije



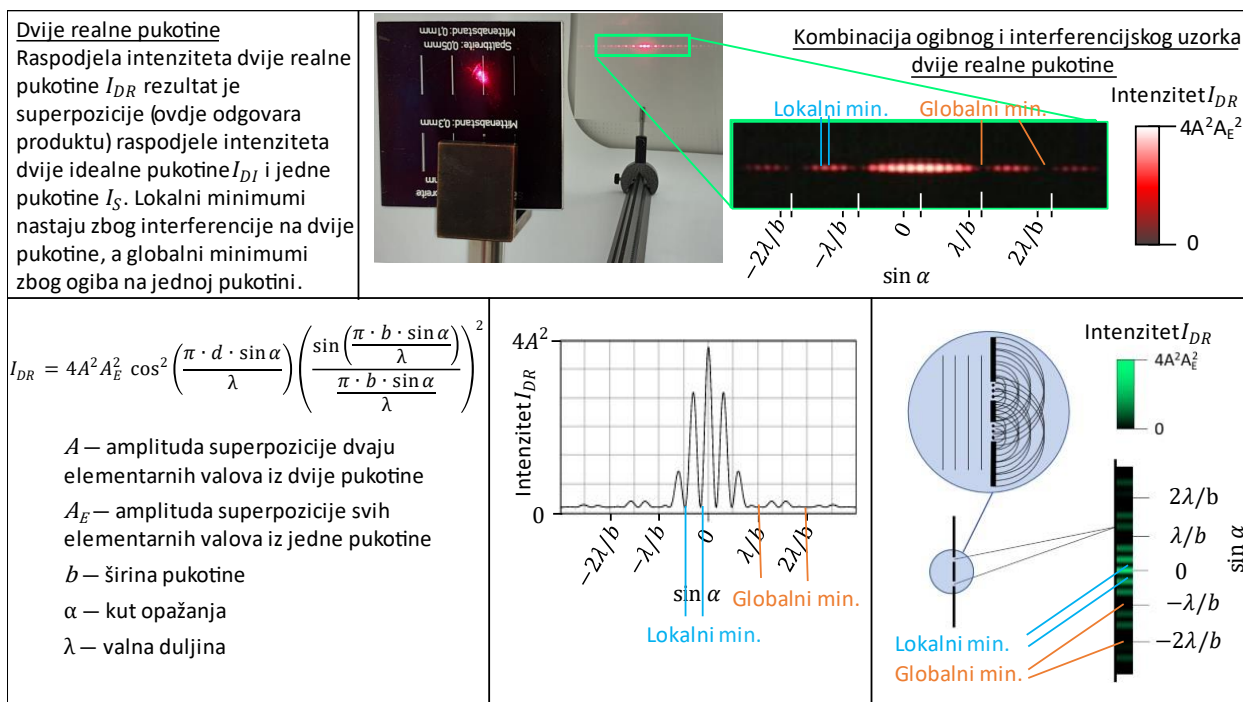
Slika B.3. Treća stranica intervencije



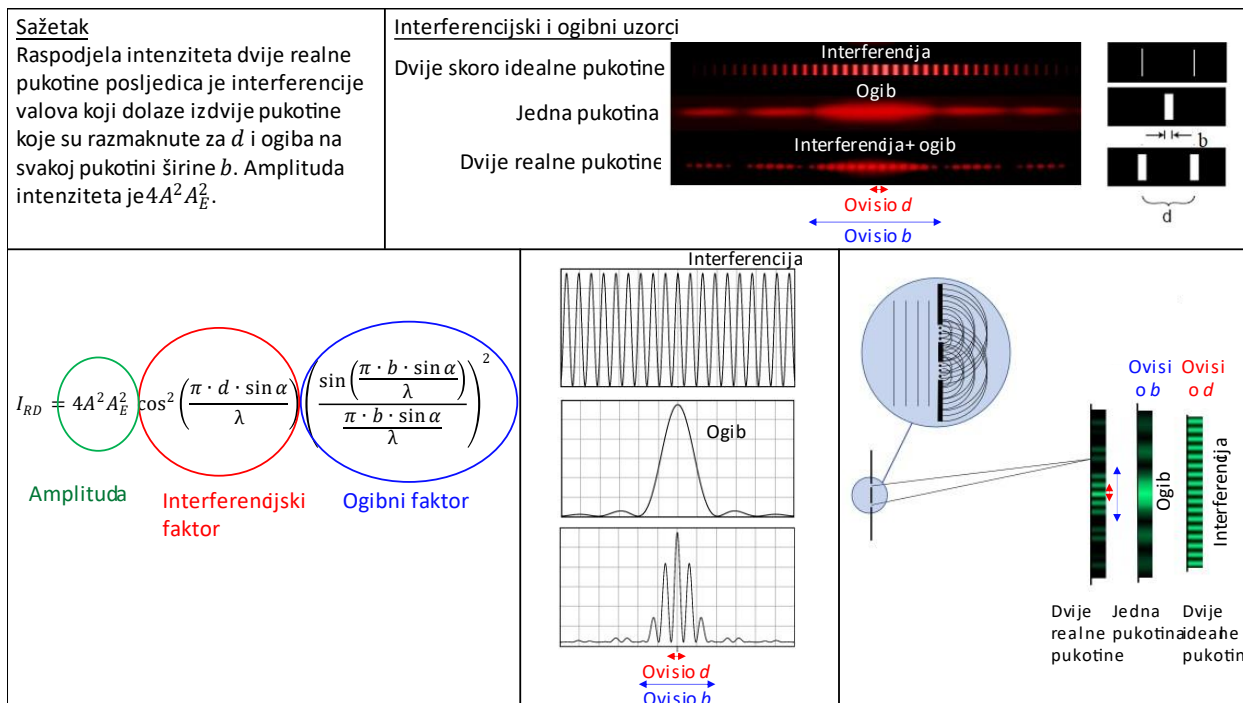
Slika B.4. Četvrta stranica intervencije



Slika B.5. Peta stranica intervencije



Slika B.6. Šesta stranica intervencije



Slika B.7. Sedma stranica intervencije



## Literatura

- [1] Rosengrant, D.; Etkina, E.; Van Heuvelen, A. An overview of recent research on multiple representations. // AIP Conference Proceedings. Vol. 883 (2007), str. 149–152.
- [2] Meltzer D. E. Relation between students' problem-solving performance and representational format. // American Journal of Physics, Vol. 73 (2005), str. 463–478.
- [3] Kohl, P. B.; Finkelstein, N. D. Student representational competence and self-assessment when solving physics problems. Physical Review Special Topics – Physics Education Research, Vol. 1 (2005), 010104
- [4] Kohl, P. B.; Finkelstein, N. D. Effect of instructional environment on physics students' representational skills. Physical Review Special Topics – Physics Education Research, Vol. 2 (2006), 010102
- [5] Kohl, P. B.; Finkelstein, N. D. Effects of representation on students solving physics problems: A fine-grained characterization. Physical Review Special Topics – Physics Education Research, Vol. 2 (2006), 010106
- [6] Hill, M.; Sharma, M. D. Students' representational fluency at university: A cross-sectional measure of how multiple representations are used by physics students using the Representational Fluency Survey. // Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, Vol. 11 (2015), str. 1633–1655.
- [7] Volkwyn, T. S.; Airey, J.; Gregorcic, B.; Linder, C. Developing representational competence: Linking real-world motion to physics concepts through graphs. // Learning: Research and Practice, Vol. 6 (2020), str. 88–107.
- [8] Holmqvist, K.; Nyström, M.; Andersson, R.; Dewhurst, R.; Jarodzka, H.; van de Weijer, J. Eye tracking: A comprehensive guide to methods and measures. Oxford: Oxford University Press, 2011.
- [9] Prof David Thomson: Eye Tracker, (2015), <https://www.thomson-software-solutions.com/OnlineResources/Clinical%20Eye%20Tracker/Calibration.html>, 24.2.2022.

[10] Viktor Vörös: Introduction to eye-tracking: basic principles and methods,  
<https://medium.com/@viktorvoros41/introduction-to-eye-tracking-basic-principles-and-methods-b87e0c46bbe0>, 24.2.2022.