

# Magnetska svojstva $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}(6+x)$ monokristala

---

**Car, Dominik**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:659870>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-24**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Dominik Car

MAGNETSKA SVOJSTVA  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$   
MONOKRISTALA

Diplomski rad

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ  
FIZIKA I INFORMATIKA; SMJER NASTAVNIČKI

**Dominik Car**

Diplomski rad

**Magnetska svojstva  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$   
monokristala**

Voditelj diplomskog rada: prof. dr.sc. Ivan Kokanović

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2022.

Diplomski rad je izrađen na Fizičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu, na Zavodu za eksperimentalnu fiziku, pod vodstvom prof. dr. sc. Ivana Kokanovića. Prvenstveno se zahvaljujem svom mentoru na ukazanoj prilici i vođenju, te interesantnim predavanjima prije pandemije koje su potvrdile moj interes prema eksperimentalnoj fizici. Također se zahvaljujem profesoru D. Radiću koji me prvi zainteresirao za fiziku čvrstog stanja svojim predavanjima i dubokim znanju gradiva te pruženoj pomoći tijekom pisanja seminara koji je i bio baza za ovaj diplomski. Posebno se zahvaljujem profesoricu Lidiji Klarić na lekturi ovog rada. Na kraju bih se zahvalio svim profesorima koji su, tijekom školovanja, bili puni razumijevanja i uvijek spremni pomoći. Duboko se zahvaljujem prijateljima koji su me uvijek znali nasmijati i bili spremni pomoći. Najveće zahvale doduše idu mojoj obitelji i Tei, koji su me uvijek znali ohrabriti i pomoći mi kada je god trebalo, bilo djelom ili savjetom, te na beskompromisnoj podršci kroz studij.

Istraživanje za Diplomski rad je financirano sredstvima Hrvatske zaklade za znanost Projekt IP 2018 01 8912, voditelj projekta Ivan Kokanović.

## Sažetak

Superprovodljivošću nazivamo fenomen nultog električnog otpora koji se javlja kada se neki materijali ohlade ispod kritične temperature. Od vremena kad je prvi put eksperimentalno zamjećena (1911. g.) do današnjih dana, supravodljivost je predmet stalnih istraživanja zbog potencijalno velikih primjena u tehnologiji.

U ovom radu bavit ćemo se nekim magnetskim svojstvima  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$  monokristala koja igraju važnu ulogu u supravodljivosti te potencijalnoj tehnološkoj primjeni istih.

Rad je tematski podijeljen u dvije cjeline. U uvodnom i teorijskom dijelu bit će dat pregled povijesnog razvoja supravodljivih materijala, današnje stanje u području, kao i temeljne teorijske pretpostavke, kojima se objašnjava fenomen supravodljivosti, a koje su važne za razumijevanje dobivenih eksperimentalnih rezultata. Teorijsko poglavlje sastoji se od tri cjeline u kojima se ukratko daje pregled Londonovog modela, fizičkog porijekla Cooperovih parova, te osnove Ginzburg-Landauove teorije.

U drugom dijelu bit će predstavljeni i analizirani eksperimentalni rezultati. U četvrtom poglavlju bit će opisana metoda sinteze  $\text{YBaCuO}$  monokristala kao i njezova struktura. Peto poglavlje bavi se magnetskim svojstvima visokotemperaturnih supravodiča u kontekstu svojstava  $\text{YBaCuO}$  monokristala. Šesto poglavlje opisuje eksperimentalne metode i rezultate.

Ključne riječi:  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ ,  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.67}$ , Magnetska svojstva YBCO monokristala, Visokotemperaturne supravodljive keramike, Ginzburg-Landauova teorija, Supravodljiva svojstva YBCO monokristala, BCS teorija, Lawrence-Doniach model, SQUID, YBCO sinteza, Loram model

# Magnetic properties of $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ monocrystal

## Abstract

Superconductivity is a phenomenon of zero electrical resistance which occurs when a certain material is cooled below a critical temperature. Since it was first experimentally observed (1911) up to this day, superconductivity has been a subject of research due to the vast potential technological applications. In this thesis, we will study some magnetic properties of  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$  monocrystal which play a significant role in superconductivity and the potential technological application. The work is divided into two major parts. The first part, the introductory and theoretical sections, the short summary of the historical development of superconducting materials will be given, along with the current state and the basic theoretical assumptions which explain the phenomenon of superconductivity, which are important for understanding the given experimental data. The theoretical section comprises of three sections in which a short review is given concerning the London model, the physical origin of Cooper pairs and the fundamentals of the Ginzburg-Landau theory. In the second part, the experimental data will be presented and analyzed. In the fourth section we will describe the synthesis method of the YBCO monocrystal as well as its structure. Fifth section deals with the magnetic properties of the high temperature superconductors in the context of the YBCO monocrystal. The sixth section describes the experimental methods and results.

Keywords:  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ ,  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.67}$ , YBCO magnetic properties, High-temperature superconducting ceramics, Ginzburg-Landau theory, YBCO superconducting properties, BCS theory, Lawrence-Doniach model, SQUID, YBCO synthesis, Loram model

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Razvoj supravodljivosti kroz povijest</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Teorijski modeli</b>	<b>3</b>
3.1	Osnovna svojstva supravodiča i nestanak električnog otpora . . . . .	3
3.2	Londonov model idealnog vodiča . . . . .	4
3.3	Fizičko porijeklo Cooperovih parova . . . . .	8
3.4	Osnovno BCS stanje . . . . .	11
3.5	Energijski procijep . . . . .	13
3.6	Ginzburg-Landauova teorija . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Izrada i struktura supravodljivih YBaCuO monokristala</b>	<b>19</b>
4.1	Sinteza YBaCuO monokristala . . . . .	19
4.2	Struktura . . . . .	21
4.3	Visokotemperaturni kuprati . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Magnetska svojstva HTS supravodiča</b>	<b>26</b>
5.1	Lawrence-Doniach model . . . . .	27
5.2	Magnetski moment sile na anizotropni supravodič . . . . .	29
5.3	Fazni dijagram ovisnosti $T_C$ , $H_C$ , $J_C$ . . . . .	32
5.4	Magnetski odziv YBCO monokristala . . . . .	33
<b>6</b>	<b>Magnetska mjerenja YBCO monokristala</b>	<b>36</b>
6.1	Metode mjerenja YBCO monokristala - SQUID . . . . .	36
6.2	Ovisnost magnetizacije o temperaturi . . . . .	38
6.3	Ovisnost magnetske susceptibilnosti o temperaturi . . . . .	39
<b>7</b>	<b>Zaključak</b>	<b>41</b>
<b>8</b>	<b>Metodički dio</b>	<b>42</b>
8.1	Gibanje nabijenih čestica u magnetskom polju . . . . .	42
8.2	Nastavna priprema . . . . .	42
8.3	Tijek nastavnog sata . . . . .	43



8.3.1	Uvodni dio . . . . .	43
8.3.2	Središnji dio . . . . .	44
8.3.3	Završni dio . . . . .	50
	<b>Literatura</b>	<b>54</b>
<b>9</b>	<b>Životopis</b>	<b>57</b>

# 1 Uvod

Superprovodljivošću nazivamo fenomen nultog električnog otpora koji se javlja kada se neki materijali ohlade ispod kritične temperature. Od vremena kad je prvi put eksperimentalno zamijećena (1911. g.) do današnjih dana, supravodljivost je predmet stalnih istraživanja zbog potencijalno velikih primjena u tehnologiji.

U ovom radu bavit ćemo se nekim supravodljivim svojstvima  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$  monokristala koje igraju važnu ulogu u potencijalnoj tehnološkoj primjeni istih.

Rad je tematski podijeljen u dvije cjeline. U uvodnom i teorijskom dijelu bit će dat pregled povijesnog razvoja supravodljivih materijala, kao i temeljne teorijske pretpostavke kojima se objašnjava fenomen supravodljivosti, a koje su važne za razumijevanje dobivenih eksperimentalnih rezultata.

U drugom dijelu bit će predstavljene i analizirane eksperimentalne rezultate.

## 2 Razvoj supravodljivosti kroz povijest

Fenomen supravodljivosti otkriven je davne 1911. godine. Mjereći električni otpor žive na temperaturama bliskim 0 K, H. Kamerlingh Onnes utvrdio je da električna otpornost žive pada na vrijednost blisku ili jednaku nuli [1]. U okviru klasične fizike i elektrodinamike, temeljene na Maxwellovim jednadžbama, takvo je ponašanje, vođenje struje bez otpora, neočekivano. Potpuno teorijsko objašnjenje supravodljivosti dugo nije bilo poznato. Tek je u periodu od 1950. do 1960. godine [2] ponuđeno adekvatno teorijsko objašnjenje „klasičnih”, niskotemperaturnih supravodiča. Niskotemperaturna supravodljivost danas je dobro objašnjena Bardeen-Cooper-Schriefferovom (BCS) teorijom [3,4] gdje ključnu ulogu u objašnjenju fenomena ima sparivanje elektrona u parove putem fonona, tzv. Cooperovi parovi.

Osim već spomenute idealne (nulte) otpornosti bitna fizička manifestacija materijala u stanju supravodljivosti je idealni dijamagnetizam koji su 1933. otkrili Meissner i Ochensfeld. Ustanovili su da nije samo magnetsko polje isključeno iz ulaska u supravodič, što se još može objasniti idealnom vodljivošću, nego već je tu i činjenica da će se polje istisnuti iz uzorka pri hlađenju ispod kritične temperature  $T_c$ . Taj se fenomen naziva Meissnerov efekt [2]. On nam implicira da se supravodljivost može razoriti nekim kritičnim magnetskim poljem  $H_c$ , koje je termodinamički povezano razlikom slobodne energije između normalnog i supravodljivog stanja u nultom polju, odnosno energijom kondenzacije.

Nova prekretnica u području supravodljivosti događa se 1986. godine kada Bednorz i Müller otkrivaju novu klasu visokotemperaturnih supravodiča (HTS). Visokotemperaturni supravodiči uobičajno se nazivaju materijali s temperaturom prijelaza  $T_c$  znatno iznad 20 K [2], dok je naziv niskotemperaturni (konvencionalni) supravodič rezerviran za materijale s  $T_c < 20 K$ . Iako je fenomenologija ponašanja ista za obje grupe dosad ne postoji kompletno teorijsko objašnjenje za visoke temperature supravodljivih prijelaza.

Osim već spomenutih YBaCuO keramika, čija će svojstva biti opisana u ovom radu, u današnje vrijeme postoji niz novih HTS materijala čija su svojstva vrijedna istraživanja zbog mogućih tehnoloških primjena. Zbog relativno velikog broja različitih materijala, danas se supravodiči mogu razvrstati u 32 različite klase. Najveću skupinu unutar HTS materijala čine keramike. Nakon toga svakako treba spomenuti

metalne supravodiče koji su i prvi otkriveni. Među njima treba istaknuti magnezij di-borid ( $\text{MgB}_2$ ) koji među poznatim metalnim supravodičima ima najvišu temperaturu supravodljivog prijelaza  $T_c = 39$  K na atmosferskom tlaku. Neočekivana klasa HTS supravodiča na bazi željeza (Fe), lantana (La), fosfora (P) i kisika (O) otkrivena je 2008. godine u Japanu. Novu, obećavajuća klasu HTS supravodiča čine supravodiči pod visokim tlakom. Ovdje, kao materijal, posebno treba istaknuti ugljikovodični sumpor-hidrid gdje su do sad eksperimentalno potvrđene najviše temperature supravodljivih prijelaza.

Što je temperatura supravodljivog prijelaza viša to je materijal potencijalno tehnološki zanimljiviji. Već sad postoji široko područje primjenjivosti supravodljivosti, od Maglev vlakova (magnetska levitacija) do magnetskih rezonatora. Međutim, proizvodnja supravodljivih spojeva još je uvijek relativno skupa. Također, visokotemperaturne supravodljive keramike kao materijal su krhke i osjetljive. Stoga je pred istraživačima još dug put do pune uporabe supravodljivosti u svakodnevnom životu.

### 3 Teorijski modeli

U ovom odjeljku prikazan će biti kratki pregled teorijskih modela koji su se razvijali usporedno novim eksperimentalnim saznanjima o supravodljivosti. Dok je za nisko-temperaturnu supravodljivost teorija potpuno objašnjena, za visokotemperaturnu još uvijek ne postoji cjelovita teorijska slika tog fenomena.

#### 3.1 Osnovna svojstva supravodiča i nestanak električnog otpora

Iako supravodljivost nije u potpunosti objašnjena, postoje dva najvažnija svojstva:

- (a) U supravodiču nestaje električni otpor kada mu temperatura padne ispod kritične;  
 $\rho = 0$  za  $T < T_c$
- (b) Supravodič postaje savršen dijamagnetik te vanjska magnetska polja bivaju izbačena iz njega, odnosno dolazi do odsustva magnetske indukcije;  $B = 0$  za  $T < T_c$

Kako bismo bolje objasnili supravodljivo stanje, prisjetit ćemo se kako otpor funkcionira u "običnim" vodičima. Prolaskom struje kroz vodič dolazi do gubitka energije.

Električna energija pretvara se u neke druge oblike poput toplinske ili svjetlosne, recimo u žarulji. U metalima poput željeza ili bakra, električna struja je u osnovi prolazak elektrona koji se nalaze u vanjskim ljuskama, od jednog atoma do drugog. Atomi u metalu su raspoređeni unutar kristalne rešetke koja neprestano titra, tim jače što je temperatura viša. U svakom vodiču i materijalu postoje određene nečistoće unutar rešetke s kojima se elektron može sudariti tijekom svog prolaska kroz materijal. Takvim sudarom elektron gubi energiju u obliku topline, a tu pojavu nazivamo Jouleova toplotina. Tehnički, za električni otpor nije potrebna čak ni promjena energije. Ukoliko se promijeni smjer impulsa, zbog raspršenja na fononu ili nečistoći, dolazi do otpora: Elektron biva ubrzavan električnim poljem u intervalu između dva sudara. Sudarom (raspršenjem) se mijenja smjer brzine sasvim nasumično, tako da je, u prosjeku preko mnoštva čestica i sudara, srednja brzina nakon raspršenja jednaka nuli i proces ubrzavanja kreće od početka [5]. S obzirom da svaki materijal ima specifičnu strukturu kristalne rešetke, slijedi da i električni otpor ovisi o samom materijalu. U supravodičima je situacija nešto drukčija. Prelaskom materijala u supravodljivo stanje, nečistoće u rešetki i dalje postoje, ali električni otpor pada na nulu. Ta temperatura naziva se kritičnom temperaturom  $T_c$ . U nastavku opisujemo teoriju koja stoji iza supravodljivosti

### 3.2 Londonov model idealnog vodiča

Godine 1935. [6] braća London dala su prvi konstitutivni odnos za supravodič koji povezuju njegovu supravodljivu struju sa elektromagnetskim poljima oko njega. Također ovaj model uspješno opisuje vrtložne struje koje su zaslužne sa Meissnerov efekt. U klasičnom Drudeovom modelu el. vodljivosti [7], na elektron pri prolasku kroz materijal djeluje sila proporcionalna njegovoj brzini koja ovisi o vremenu:

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \frac{m_e \vec{v}}{\tau} \quad (3.1)$$

gdje je  $e$  jedinični naboj,  $m_e$  masa elektrona,  $\vec{E}$  električno polje, a  $\tau$  vrijeme relaksacije brzine. Ukupna sila jednaka nuli u gornjoj relaciji daje nam ravnotežnu driftnu brzinu:  $v = -eE\tau/m_e$ .

Gustoća struje  $n$  nosioca naboja tada iznosi  $\vec{J} = -ne\vec{v} = (ne^2\tau/m)\vec{E} = \sigma\vec{E}$ . Za supravodljivu struju ne postoji raspršenje nosioca naboja na ionima kristalne rešetke te

stoga možemo pisati  $\tau \rightarrow \infty$ . U tom slučaju relacija (3.1) postaje:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E} = \frac{c^2}{4\pi\lambda^2} \vec{E} \quad (3.2)$$

gdje je  $n_s$  broj supravodljivih nosioca naboja, dok je  $\lambda$  Londonova dubina penetracije:

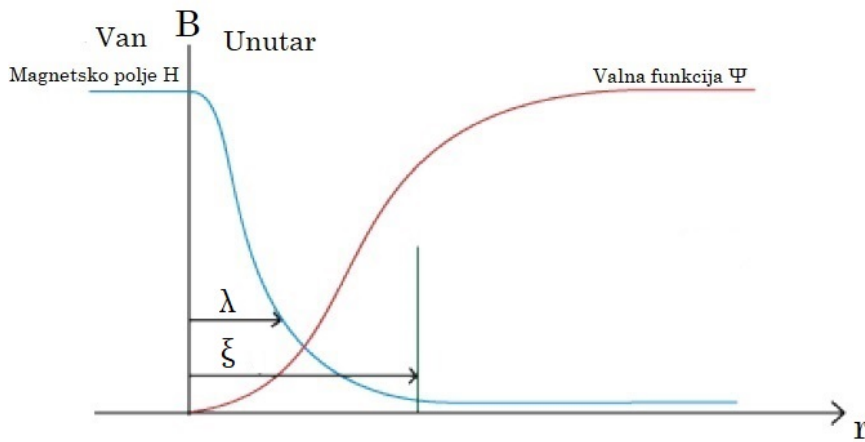
$$\lambda = \sqrt{\frac{m}{4\pi n_s e^2 c^2}} \quad (3.3)$$

Ako na relaciju (3.2) djelujemo operatorom rotacije, uz korištenje poznatih Maxwellovih jednadžbi:  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -(1/c)\partial\vec{B}/\partial t$  i  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = (4\pi/c)\vec{J}$ , dobivamo  $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = -(1/\lambda^2)\vec{B}$ . U konačnici dobivamo:

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{\vec{B}}{\lambda^2} \quad (3.4)$$

Dodatna težina Londonovih jednadžbi očituje se u činjenici da se putem njih može objasniti Meissnerov efekt. Gornja jednadžba može se riješiti u jednostavnom 1D primjeru gdje u prostoru postoji prijelaz iz vakuuma u supravodljivi materijal. Tada magnetsko polje u supravodiču ovisi na način  $B(x) = B_0 e^{-x/\lambda}$ . Magnetsko polje u supravodiču eksponencijalno trne na skali Londonove penetracijske dubine.

### Supravodič tipa I

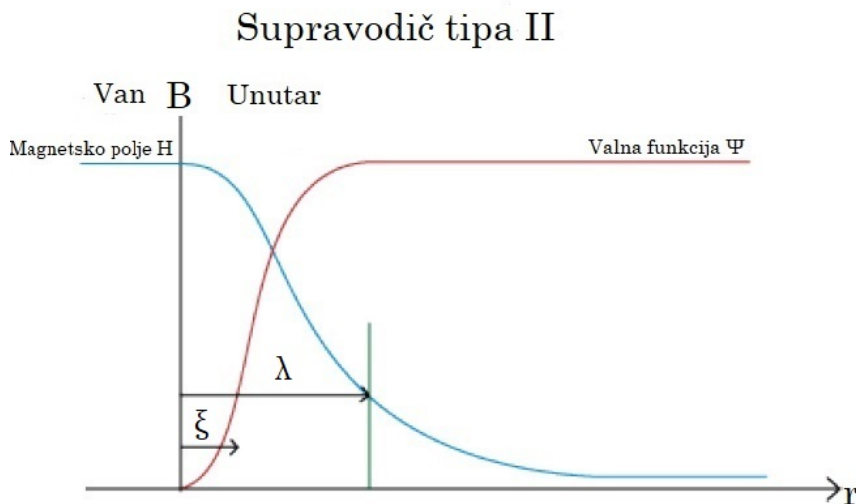


Slika 3.1: Dijagram ponašanja magnetskog polja  $H$  i valne funkcije  $\psi(x)$  unutar supravodiča I vrste.

(Slika preuzeta sa <https://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/superconductivity/type.php>)

Protok struje kroz supravodič snižava temperaturu prijelaza, koja se također smanjuje primjenom vanjskog magnetskog polja. Ako magnetsko polje prijeđe određenu kritičnu vrijednost, opažaju se različiti učinci ovisno o materijalu. Supravodiči u kojima dolazi do iznenadnog prekida supravodljivosti, nazivaju se supravodiči tipa I (Slika: 3.1). Nasuprot njih, u supravodičima druge vrste imamo dvije kritične jačnosti polja. Na donjoj vrijednosti polje počinje prodirati u supravodič, a na višoj se supravodljivost urušava, prikazano na slici 3.2.

U području između, magnetsko polje sve više prodire kroz vodič u obliku vrtloga. Magnetski tok u tim vrtlozima se kvantizira. Supravodiči tipa II zanimljivi su zbog moguće tehničke primjene uvjetovane velikim kapacitetom nosioca naboja (struje).



Slika 3.2: Dijagram ponašanja magnetskog polja  $H$  i valne funkcije  $\psi(x)$  unutar supravodiča II vrste. (Slika preuzeta sa <https://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/superconductivity/type.php>)

Kompleksna pseudo-valna funkcija  $\psi(x)$  uvedena je kroz Ginzburg-Landauovu teoriju (GL) [8] kao parametar uređenja unutar Landauove opće teorije faznih prijelaza druge vrste.  $\psi(x)$  opisuje supravodljive elektrone, gdje je lokalna gustoća supravodljivih elektrona definirana Londonovom jednažbom i data sa:

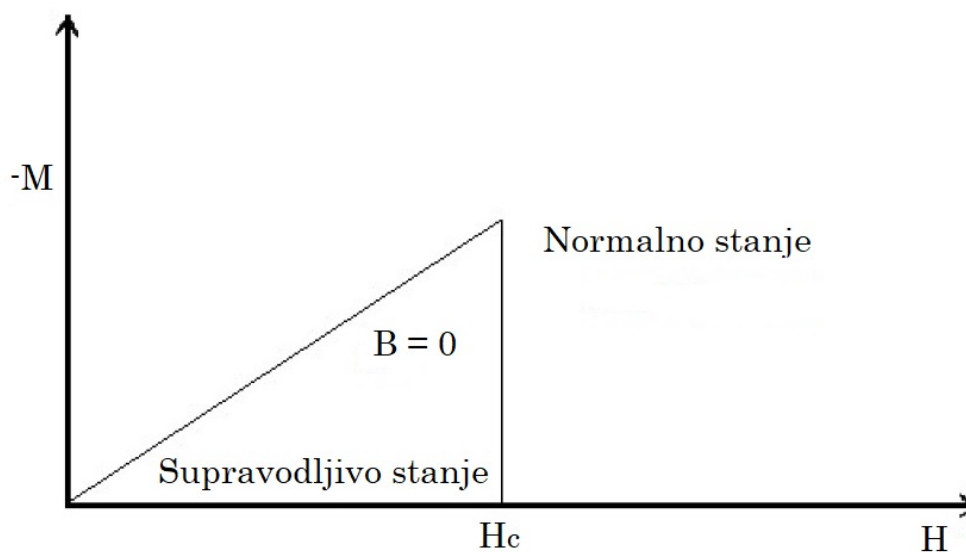
$$n_s = |\psi(x)|^2. \quad (3.5)$$

GL teorija uvodi karakterističnu duljinu  $\xi(T)$ , koju nazivamo GL duljina koherencije, a koja predstavlja karakterističnu udaljenost unutar koje  $\psi$  može varirati bez

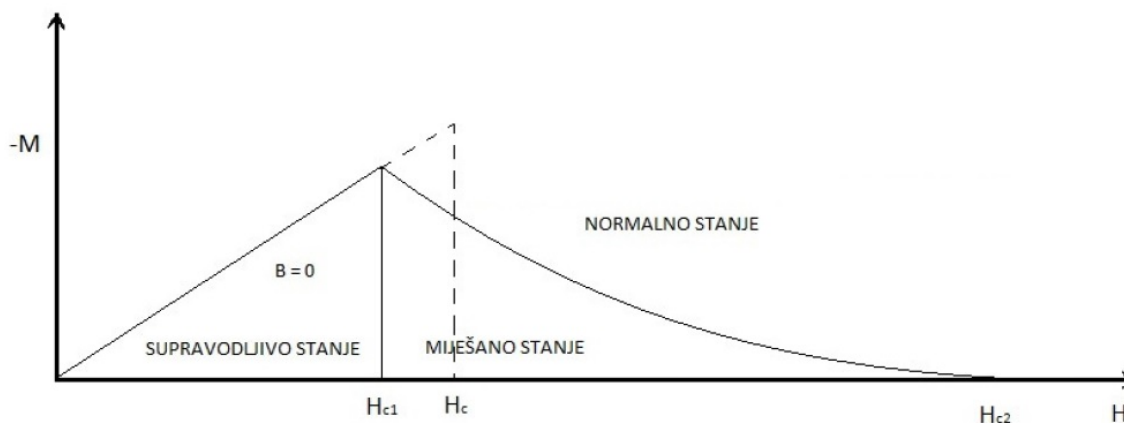
pretjeranog porasta energije:

$$\xi(T) = \frac{\hbar}{\sqrt{|2m^*\alpha(T)|}} \quad (3.6)$$

Omjer Londonove dubine penetracije i duljine koherencije naziva se GL parametar  $\kappa = \lambda/\xi$ . Upravo parametar  $\kappa$  definira temeljnu razliku između supravodiča I. i II. vrste što se vidi na slikama 3.1 i 3.2. U prvom slučaju  $\kappa < 1$  jer je  $\xi > \lambda$ , dok u drugom slučaju imamo obrnutu situaciju.



(a)



(b)

Slika 3.3: Ovisnost magnetizacije o magnetskom polju za supravodiče (a) I (Meissnerovo stanje) i (b) II vrste. Slike preuzete iz [9]

Osim na ponašanje valne funkcije, jakost magnetskog polja ( $H$ ) različito utječe i na ponašanje magnetizacije unutar supravodiča što je prikazano na Slici 3.3. Kod

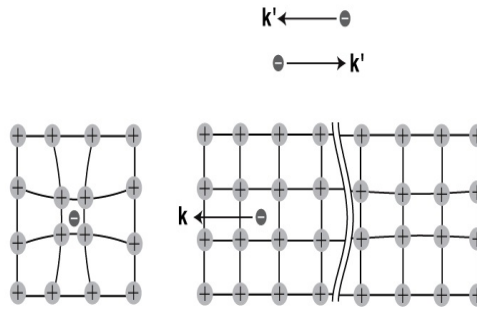


supravodiča I. vrste, iznad  $H_c$  magnetsko polje toliko podigne energiju Cooperovih parova, da vezano stanje postane nemoguće, čime se "uguši" supravodljivost. U drugom slučaju uz Meissnerovo stanje (koje poništi temperatura supravodljivog prijelaza  $T_{c1}$ ), imamo i miješano stanje u kojem se magnetsko polje, kao što je već rečeno, kroz materijal probija u vrtlogu ("vortexu"). Tok magnetskog polja u vrtlogu je kvantiziran. Vrtlozi se međusobno odbijaju i tvore heksagonsku rešetku [2]. Supravodič druge vrste održava supravodljivo stanje do više temperature  $T_{c2} > T_{c1}$ .

### **3.3 Fizičko porijeklo Cooperovih parova**

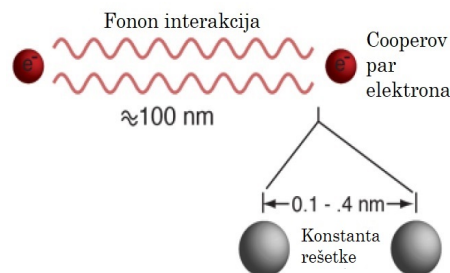
Temeljno svojstvo Cooperovih parova u materiji je da se "kondenziraju" u isto osnovno kvantno stanje. Za razliku od pojedinačnih elektrona, Cooperovi parovi se ne sudaraju sa svojom „subračom“ i nisu raspršeni na nečistoćama u vodiču te stoga ne nailaze na otpor u svom kretanju. To je svojstvo odgovorno za supravodljivost. Temeljni preduvjet da bi se takvo što postiglo su jako niske temperature ili ponekad jako visoki tlakovi, dakle jako daleko od nekih standardnih uvjeta.

Postojanje kritične temperature, kritičnog magnetskog polja i povećanje toplinskog kapaciteta pri približavanju kritičnoj temperaturi kod supravodiča ukazuje na prisutnost energetske procijepa između vodljivog i supravodljivog stanja. U supravodičima energetska procijep predstavlja količinu energije potrebne za razbijanje Cooperovih parova i stvaranje normalnih elektrona. Međutim, znamo da su elektroni po svojoj prirodi zapravo fermioni, tj. čestice s polucjelobrojnim spinom i ne mogu se kondenzirati na isti energetska nivo. Međutim, kada se dva elektrona povežu i tvore Cooperov par, smatra se da se suprotne vrijednosti njihova spina međusobno uravnotežuju/poništavaju, što rezultira ukupnim cjelobrojnim spinom para. Stoga se vjeruje da se Cooperovi parovi ponašaju kao kompozitni bozoni odnosno mogu se kondenzirati u isto kvantno stanje.



Slika 3.4: Slikoviti (intuitivni) prikaz interakcija dva elektrona putem fonona. Gibanjem kroz medij elektron privuče pozitivne ione, koji zauzvrat privuku drugi (slika preuzeta iz [38]) elektron.

Zbog istovrsnog naboja elektroni odbijaju elektrone, te sami elektroni unutar medija ne mogu doći u supravodljivo stanje, ni s efektom zasjenjenja prema Fermi-Thomasovoj aproksimaciji ( $V(q) = 4\pi e^2 / (q^2 + k_s^2)$ , gdje  $k_s^{-1}$  je duljina zasjenjenja). Negativni član u potencijalnoj energiji elektrona je moguć samo uz uzimanje u obzir gibanja elektrona (Slika 3.4). Prema BCS teoriji, ova interakcija privlači pozitivne ione bliže elektronu koji prolazi, što rezultira područjem veće gustoće pozitivnog naboja. Kako se elektron pomiče, zbog puno veće brzine od fononskih ( $v_F \gg v_S$ ) to područje "zaostane" iza njega nabojno nekompenzirano. To područje pak privlači drugi elektron sa suprotnim spinom od prvog (tzv. „overscreening“). Dva elektrona tako postaju neizravno privlačna zahvaljujući kristalnoj rešetki. Ovo je temeljna interakcija za formiranje Cooperovog para što je prikazano na Slici 3.4. Izotopnim efektom je dokazan ovaj princip, gdje je eksperimentalno pokazano da za izotope istog supravodljivog elementa  $H_c$  i  $T_c$  imaju proporcionalnost  $M^{-1/2}$



Slika 3.5: U supravodičima elektronski parovi spajaju se u skali od preko 100 nanometara. To je otprilike za tri reda veličine veće od konstante rešetke. (Slika je preuzeta s <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu>)

Način sparivanja elektrona u Cooperove parove može se prikazati jednostavnim fizičkim modelom [2]. Promatrat ćemo dva elektrona dodana na  $T = 0$  K u „Fermijevo more” uz važan uvjet da ta dva elektrona interagiraju samo međusobno, ali ne i sa ostalim elektronima u „moru” osim putem načela isključenosti. Stoga ćemo promatrati dvočestičnu valnu funkciju za koju očekujemo da najniže stanje energije ima ukupni impuls jednak nuli što znači da elektroni moraju imati spin istog iznosa, ali suprotnog smjera, i suprotne impulse:

$$\psi_0(\vec{r}_1 \vec{r}_2) = \sum_k g_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{r}_1} e^{-i\vec{k}\vec{r}_2} , \quad (3.7)$$

gdje je  $g(\vec{k})$  amplituda vjerojatnosti nalaženja elektrona s impulsom  $\hbar\vec{k}$  i odgovarajućeg s impulsom  $-\hbar\vec{k}$ . Uzimajući u obzir antisimetričnost ukupne valne funkcije u odnosu na zamjenu dva elektrona,  $\psi_0$  se može prikazati kao suma produkata tipa  $\cos(\vec{k}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2))$  s antisimetričnom singletnom spinskom funkcijom  $(\alpha_1\beta_2 - \beta_1\alpha_2)$ , ili kao suma produkata  $\sin\vec{k}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  sa simetričnom tripletnom spinskom funkcijom  $(\alpha_1\alpha_2, \alpha_1\beta_2 - \beta_1\alpha_2, \beta_1\beta_2)$ . Pretpostavljajući privlačnu interakciju očekujemo da će vezanje singleta imati manju energiju. Stoga promatramo singletnu dvo-elektronsku valnu funkciju:

$$\psi_0(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \left[ \sum_{k > k_F} g_{\vec{k}} \cos(\vec{k}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)) \right] (\alpha_1\beta_2 - \beta_1\alpha_2) . \quad (3.8)$$

Uvrštavanjem gonje relacije u Schrödingerovu jednadžbu, može se pokazati da su koeficijenti  $g_k$  i vlastite vrijednosti energije određene jednadžbom:

$$(E - 2\varepsilon_k)g_k = \sum_{k' > k_F} V_{kk'} g_{k'} , \quad (3.9)$$

gdje je  $\varepsilon_k$  neperturbirana energija ravnog vala, dok je  $V_{kk'}$  matični element potencijala interakcije:

$$V_{kk'} = \Omega^{-1} \int V(\vec{r}) e^{i(\vec{k}' - \vec{k})\vec{r}} d\vec{r} , \quad (3.10)$$

gdje je  $\vec{r}$  udaljenost između dva elektrona, a  $\Omega$  je volumen na koji normaliziramo valnu funkciju. Ako stavimo da  $g_k$  zadovoljava relaciju (3.9), uz  $E < 2E_F$  postoji stanje vezanog para. Desna strana relacije (3.9) je konstanta neovisna o  $\vec{k}$  pa možemo

pisati, uz aproksimaciju  $V_{kk'} \approx \text{const}$ :

$$g_k = V \frac{\sum g_{k'}}{2\varepsilon_k - E} . \quad (3.11)$$

Sumiranjem obje strane i poništavanjem  $\sum g_k$  dobivamo:

$$\frac{1}{V} = \sum_{k' > k_F} \frac{1}{2\varepsilon_{k'} - E} . \quad (3.12)$$

Stavljajući da je  $g(\varepsilon_F)$  gustoća stanja na Fermijevom nivou za elektrone jedne spinske orijentacije te zamjenom sumacije s integralom dobivamo:

$$\frac{1}{V} = g(\varepsilon_F) \int_{E_F}^{E_F + \hbar\omega_c} \frac{d\varepsilon}{2\varepsilon - E} = \frac{g(\varepsilon_F)}{2} \ln \frac{2E_F - E + \hbar\omega_c}{2E_F - E} . \quad (3.13)$$

Za većinu klasičnih supravodiča utvrđeno je  $g(\varepsilon_F)V < 0.3$ . Stoga u aproksimaciji slabog vezanja  $g(\varepsilon_F)V \ll 1$  možemo pisati:

$$E \approx 2(E_F - \hbar\omega_D e^{-2/g(\varepsilon_F)V}) . \quad (3.14)$$

Time je pokazano da postoji vezano stanje s negativnom energijom u odnosu na Fermijevu površinu napravljeno isključivo s elektronima  $k > k_F$ , gdje je kinetička energija veća od  $E_F$ . Potencijal privlačenja nadmašuje višak kinetičke energije čime dobivamo vezano stanje, što je fizičko utemeljenje Cooperovih parova i BCS teorije.

### 3.4 Osnovno BCS stanje

U prošloj smo sekciji pokazali da je sparivanje elektrona u parove moguće te sada pokazujemo proces koji dovodi do tog stanja, zato gledamo medij poput elektronskog plina, te što se događa s njim u prisustvu probnog naboja.

U osnovnom stanju elektroni su uvijek u parovima, jedan s valnim vektorom  $\vec{k}$  i spinom gore, drugi s  $-\vec{k}$  i spinom dolje. Znamo da su na temperaturi  $T = 0\text{K}$  sva stanja popunjena do Fermijevog vektora  $k_F$ , dok su iznad njega prazna [2]. Bardeen, Cooper i Schrieffer razmatrali su parove elektrona  $|\vec{k}|$  iznad  $k_F$ . BCS su pokazali da je cijela Fermijeva površina nestabilna spram formiranja parova, jer čim postoji neka efektivna atraktivna sila, svaki elektron na Fermijevoj površini postaje vezan u Cooperov par. Ako uzmemo  $v_k$  da je amplituda vjerojatnosti stanja  $(\vec{k}, -\vec{k})$  koje je popunjeno, te

$u_k$  amplituda vjerojatnosti praznog stanja, radi sačuvanja vjerojatnosti vrijedi:

$$|v_k|^2 = 1 - |u_k|^2 \quad (3.15)$$

Kinetička energija mjerena od Fermijevo nivoa je

$$E_{kin} = 2 \sum_{\vec{k}} \xi_k v_k^2 \quad , \quad (3.16)$$

dok je potencijalna

$$E_{pot} = -V \sum_{kk'} v_k u_k v_{k'} u_{k'} \quad , \quad (3.17)$$

gdje je  $-V$  privlačni potencijal između dva elektrona koji premješta parove iz stanja  $(\vec{k}, -\vec{k})$  u stanje  $(\vec{k}', -\vec{k}')$  te je tako početno stanje zauzeto i stanje  $(\vec{k}', -\vec{k}')$  prazno ili obrnuto.  $\xi_k = \varepsilon_k - \mu$  je energija mjerena od Fermijeve energije, odnosno od kemijskog potencijala  $\mu$ . Amplituda vjerojatnosti za početno stanje je  $u_k v_k$ , dok za konačno  $u_k v_{k'}$ .

BCS teorija pokazuje da energija sustava neće porasti, nego smanjiti, ako se neki od parova nalaze iznad  $k_F$ . Matematički problem je minimalizirati ukupnu energiju

$$E = \langle \Psi_{BCS} | \hat{H} | \Psi_{BCS} \rangle \quad (3.18)$$

s obzirom na amplitudu vjerojatnosti, gdje je srednji ukupni broj čestica  $\langle \hat{N} \rangle$  konstantan [2]. Razmotrimo što se događa s valnom funkcijom, koja u BCS teoriji izgleda:

$$|BCS\rangle = \prod_k (u_k + v_k a_{\uparrow}^{\dagger}(k) a_{\downarrow}^{\dagger}(-k)) |0\rangle \quad (3.19)$$

$|0\rangle$  označava stanje vakuuma, stanje bez elektrona na Fermijevoj površini. Osobina ove valne funkcije je da ne čuva broj čestica. Kontrolni parametar (koji osigurava makroskopski zadan broj čestica uz zanemarive fluktuacije) u ovoj funkciji je broj vremenski invertiranih parova koji kontrolira specifična kombinacija parametara  $v_k$  i  $u_k$ , koja se zove potencijal sparivanja. Fizikalno, parovi u realnom sustavu neprestano nastaju i nestaju te jedini važni parametar je koliko često to čine, a ne da li spremnik (elektronska vrpca) iz kojeg dolaze ima zadan broj čestica, ili kemijski potencijal. Esencijalno radimo u veleanonskom ansamblu jer broj čestica je ogroman,

pa nije greška ako radimo sa sistemom u kojem je samo određen  $\bar{N}$  fiksiran. Potencijal sparivanja označavamo:

$$\Delta = V \sum_k u_k v_k \quad (3.20)$$

te pomoću kojeg izražavamo kvazičestičnu energiju:

$$E_k = \pm \sqrt{(\varepsilon(k) - \mu)^2 + \Delta^2} \quad (3.21)$$

što je energija elektrona ili šupljine dodanog na osnovno stanje. Ta energija sadrži procijep u spektru.

Potencijal sparivanja također možemo izraziti kao:

$$\Delta = V \sum_k \langle a_{-\vec{k}\downarrow} a_{\vec{k}\uparrow} \rangle \quad (3.22)$$

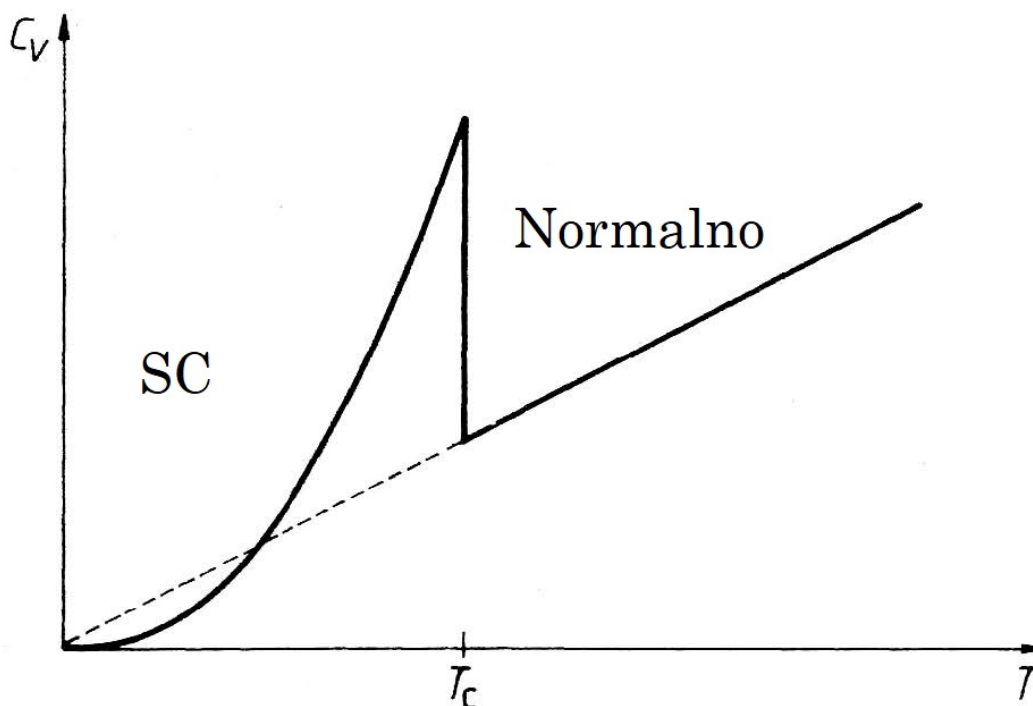
gdje se usrednjenje vrši po BCS valnoj funkciji.

### 3.5 Energijski procijep

Elektronski doprinos toplinskom kapacitetu normalnih metala proporcionalan je sa  $T$ :

$$C_V = \frac{\pi^2}{2} N \frac{k_B^2 T}{E_F} \quad (3.23)$$

Takva ovisnost ne vrijedi za supravodiče. Tijekom prijelaza iz normalnog u supravodljivo stanje, toplinski kapacitet naglo raste, dok snižavanjem temperature pada prema nuli. Pri temperaturama  $T < T_c$ , toplinski kapacitet supravodiča je:  $C_V = A e^{-\frac{B}{T}}$  Elektrone u supravodiču možemo pobuditi tek kada im dovedemo dovoljnu energiju, odnosno pobuđena stanja su odvojena od osnovnog stanja energijskim procjepom.



Slika 3.6: Temperaturna ovisnost elektronskog toplinskog kapaciteta u supravodiču do  $T_c$ , a iznad je normalni metal. Slika je preuzeta iz [9]

Potvrdu ispravnosti hipoteze o egzistenciji energijskog procjepa u supravodičima dobivamo zahvaljujući znanstvenicima Rolfu, Gloveru i Michaelu Tinkhamu koji su 1956. godine mjerili apsorpciju elektromagnetskih valova u infracrvenom dijelu spektra. Eksperimentalno je utvrđeno da apsorpcija u supravodiču nastaje tek pri kritičnoj frekvenciji  $\omega_c$ , a njena približna vrijednost je  $10^{12}\text{Hz}$ . Elektron će apsorbirati foton ako se dodatkom njegove energije može prijeći preko energijskog procijepa  $2\Delta$ . Niskoenergijski fotoni, kojima je energija manja od širine energijskog procijepa, ne mogu pobuditi elektrone, stoga je uvjet za apsorpciju elektromagnetskog vala:  $\hbar\omega_c \geq 2\Delta$ .

Uvrštavajući  $\omega_c$  dobivamo:

$$\Delta \approx 10^{-3} \text{ eV}$$

Dakle, minimaliziranjem ukupne energije dolazi se do spoznaje kako u supravodičima postoji energijski procijep  $\Delta$ , odnosno energija koja je potrebna za razbijanje Cooperovog para na dva individualna elektrona. Dok se pri temperaturi iznad  $T_c$  sva pobuđena stanja nadovezuju na osnovno, ispod  $T_c$  pobuđena stanja su odvojena od osnovnog stanja energijskim procijepom, koji je smješten oko Fermijeve energije. [10]

Važan rezultat ovdje je BCS jednadžba procijepa [11]:

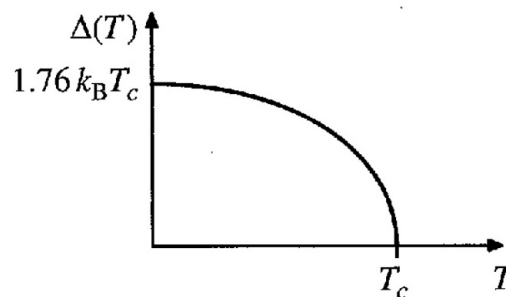
$$\Delta = V \sum_k \frac{\Delta}{2E_k} \quad (3.24)$$

$\Delta = V \sum_k u_k v_k$  je fundamentalna veličina koju su uveli Bradeen, Cooper i Schrieffer, zamjenjuje energiju vezanja koju je Cooper uveo, te ovisi o temperaturi, ispunjavajući relaciju poznatu kao samosuglasna BCS jednadžba: Kad je  $\Delta(T) = 0$ , odnosno  $T = T_c$ , energija normalnog i supravodljivog stanja je jednaka. Veza između  $\Delta(0)$  i  $T_c$  je:

$$\frac{2\Delta(0)}{k_B T_c} = 3.52 \quad (3.25)$$

Energijski procijep supravodiča pri apsolutnoj nuli proporcionalan je kritičnoj temperaturi.

Pri evaluaciji  $\sum_k$  u (3.24) dobro je sjetiti se da radimo unutar tanke ljuske Blohovitih stanja oko Fermijeve energije  $|\varepsilon_{\vec{k}} - \mu| < \hbar\omega_D$ , gdje je BCS elektron-fonon interakcija privlačna. Unutar te ljuske možemo zamijeniti sumu po  $\vec{k}$  s integralom energije  $\sum_{\vec{k}} \rightarrow g(\varepsilon_F) \int d\varepsilon$  gdje je  $g(\varepsilon_F)$  gustoća stanja (po spinu) na Fermijevoj energiji. [11] BCS jednadžba procijepa jedinstveno određuje procijep  $\Delta(T)$  pri bilo kojoj temperaturi. To je centralna jednadžba teorije, jer predviđa i temperaturu faznog prijelaza,  $T_c$  i vrijednost procijepa energije na nultoj temperaturi  $\Delta(0)$ . Temperaturna ovisnost je dana na sljedećoj slici.



Slika 3.7:  $\Delta$  kao funkcija temperature u BCS [11]

Ako iz BCS jednadžbe procijepa uzmemo limit  $\Delta \rightarrow 0$  dobivamo jednadžbu za  $T_c$ :

$$k_B T_c = 1.13 \hbar \omega_D e^{(-1/\lambda)} \quad (3.26)$$

Za  $T = 0$  također vidimo da dobivamo relaciju (3.25) koja je precizna za širok spektar supravodiča.



Blizu  $T_c$  vrijedi aproksimativna formula za  $\Delta(T)$ :

$$\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} = 1.74 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1/2} \quad \text{za } T \leq T_c \quad (3.27)$$

Što je omjer temperatura manji, to su elektroni u Cooperovom paru jače vezani, što znači da je energijski procijep širi, najveći za  $T = 0$ . Iz (3.26) bezdimenzionalni parametar međudjelovanja  $\lambda = g(\epsilon_F)V$  za konvencionalne supravodiče iznosi oko 0.3.  $\omega_D$  je Debayeva frekvencija koja se može naći iz fononskog doprinosa specifičnom toplinskom kapacitetu. Ako umjesto  $\omega_D$  koristimo Debayevu temperaturu  $\Theta$  s rasponom [100,500] K, možemo doći do maksimalne vrijednosti kritične temperature prema BCS teoriji  $T_c \approx 25$  K. BCS teorija dobro objašnjava niskotemperaturne, ali ne i visokotemperaturne supravodiče.[10]

### 3.6 Ginzburg-Landauova teorija

Za opis visokotemperaturnih supravodiča (HTC) BCS teorija, temeljena na Cooperovim parovima, nije dostatna. U tu se svrhu koristi fenomenološka Ginzbur-Landauova teorija (GL). Ključna veličina u teoriji je pseudovalna funkcija  $\psi(r) = |\psi(r)|e^{i\phi r}$  koja je uvedena kao kompleksni parametar uređenja.  $|\psi(r)|^2$  predstavlja lokalnu gustoću supravodljivih elektrona  $n_s(r)$ , što smo već upoznali govoreći o GL parametru i raspoznavanju supravodiča I. i II. vrste. Za opis supravodljivog stanja koristimo GL slobodnu energiju:

$$F = F_n + \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \frac{1}{2m} \left| (-i\hbar\nabla - 2e\vec{A})\psi \right|^2 + \frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0} \quad , \quad (3.28)$$

gdje je  $F_n$  slobodna energija normalne faze,  $\alpha$  i  $\beta$  fenomenološki parametri,  $m$  je efektivna masa,  $e$  elementarni naboj,  $\vec{A}$  je magnetski vektorski potencijal dok je  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$  magnetsko polje. Minimum slobodne energije za  $T < T_c$  opisuje supravodljivo stanje. Minimiziranjem slobodne energije s obzirom na varijacije parametra uređenja i vektorskog potencijala dolazi se do Ginzburg-Landauovih jednadžbi:

$$\alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi + \frac{1}{2m} \left( -i\hbar\nabla - 2e\vec{A} \right)^2 \psi = 0 \quad , \quad (3.29)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad \text{gdje je } \vec{j} = \frac{2e}{m} \text{Re} \left( \psi^* \left( -i\hbar\nabla - 2e\vec{A} \right)^2 \psi \right) \quad . \quad (3.30)$$

Oznaka  $\text{Re}$  predstavlja realni dio funkcije. U Ginzburg-Landauovoj teoriji može se pretpostaviti da elektroni koji doprinose supravodljivosti tvore supertekućinu. U takvoj interpretaciji,  $|\psi|^2$  predstavlja udio elektrona koji su se kondenzirali u super-tekućinu.

Gornju jednadžbu interpretirat ćemo u najjednostavnijem slučaju homogenog supravodiča kad nema prisustva supravodljivih struja. U tom slučaju jednadžba za  $\psi$  svodi se na:

$$\alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi = 0 . \quad (3.31)$$

Za  $\psi = 0$  jednadžba predstavlja normalno vodljivo stanje iznad temperature supravodljivog prijelaza,  $T > T_c$ . Ispod temperature supravodljivog prijelaza vrijedi  $\psi \neq 0$  i relacija prelazi u:

$$|\psi|^2 = -\frac{\alpha}{\beta} . \quad (3.32)$$

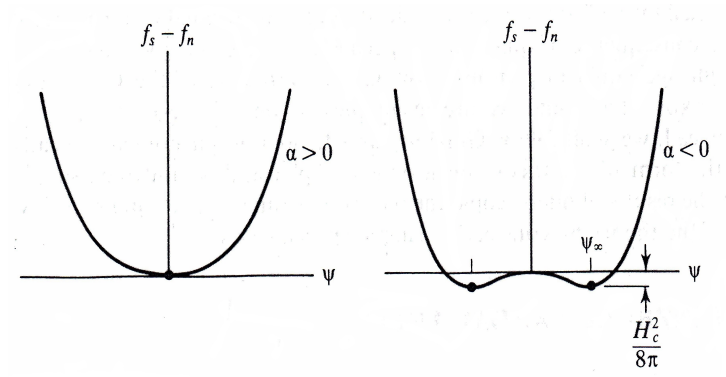
Kada je desna strana ove relacije pozitivna, za  $\psi$  postoji rješenje različito od nule, što se postiže sljedećom temperaturnom ovisnošću:  $\alpha(T) = \alpha_0(T - T_c)$ . Ovdje sad postoje dvije mogućnosti:

1. Iznad temperature supravodljivog prijelaza,  $T > T_c$ , izraz  $\alpha(T)/\beta$  je pozitivan, a desna strana gornje jednadžbe je negativna. Budući da iznos kompleksnog broja mora biti nenegativan broj samo  $\psi = 0$  rješava Ginzburg-Landauovu jednadžbu.
2. Ispod temperature supravodljivog prijelaza,  $T < T_c$ , desna strana gornje jednadžbe je pozitivan broj te za  $\psi$  postoji netrivialno rješenje:

$$|\psi|^2 = -\frac{\alpha_0(T - T_c)}{\beta} . \quad (3.33)$$

$\psi$  se približava nuli kako se odozdo  $T$  približava  $T_c$ , što je tipično ponašanje za fazne prijelaze II vrste.

Oblik Ginzburg-Landauove slobodne energije za dva promatrana slučaja dat je na Slici 3.8.



Slika 3.8: Ginzburg-Landauova slobodna energija za  $T > T_c$ , ( $\alpha > 0$ ) i za  $T < T_c$ , ( $\alpha < 0$ ). Zbog jednostavnosti  $\psi$  je dat kao realna funkcija.  $f_s$  je slobodna energija supravodiča dok je  $f_n$  slobodna energija u normalnoj fazi. Slika je preuzeta iz Ref. 2.

## 4 Izrada i struktura supravodljivih YBaCuO monokristala

Prvo supravodljivo ponašanje na relativno visokim temperaturama poluvodičkih oksida (Ba-La-Cu-O) izmjereno je daleke 1986. godine [12]. Samo godinu dana kasnije otkriveno je da je  $T_c$  YBaCuO keramika na 93 K [13]. Od tog vremena do danas YBaCuO monokristali čine važan dio istraživanja supravodljivih materijala. U Republici Hrvatskoj sa sintezom i istraživanjima svojstava YBaCuO keramika započeto je gotovo odmah nakon prvih svjetskih otkrića, u okviru istraživanja na PMF-u, IF-u i IRB-u [14,15].

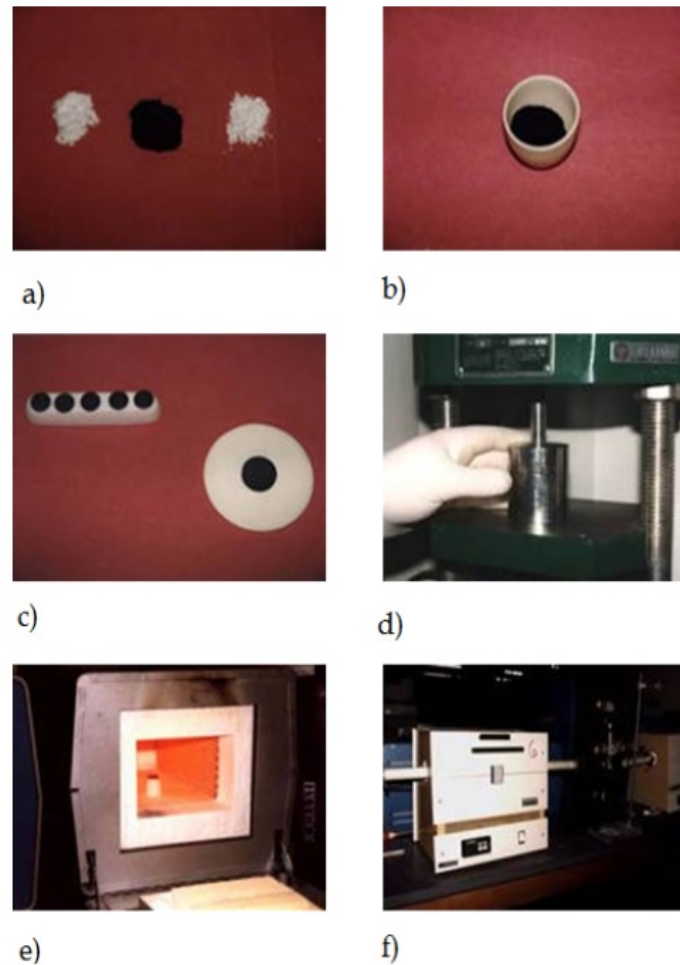
### 4.1 Sinteza YBaCuO monokristala

YBCO je spoj koji spada u kategoriju visokotemperaturnih supravodiča, te ima mnogo prednosti, u usporedbi s drugima, koje olakšavaju njegovu primjenu:

- Jedini poznati stabilni spoj od četiri elemenata, a da je kritična temperatura iznad 77K
- Najmanje anizotropan te podnosi veće gustoće struje pri višim magnetskim poljima
- Nema otrovnih elemenata

U samom procesu sinteze od samih početaka do danas malo se toga značajno promijenilo. Za pripremu i sintezu koriste se prahovi oksida bakra (CuO), oksida itrija (Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) i barijev karbonat (BaCO<sub>3</sub>). U postupku pripreme potrebno je uzeti odgovarajuće količine prahova te ih ručno izmješati u tarioniku do trenutka kad su sve komponente homogeno raspoređene u smjesi. Nakon toga počinje se s termičkim tretmanom koji se odvija u dvije ili više faza. Prvo se na  $\sim 950^\circ\text{C}$  u periodu od približno 24 h postiže dekompozicija karbonata te kemijska reakcija oksida u krutom stanju. U idućih 24 h pristupa se sintetiziranju na  $\sim 980^\circ\text{C}$  u jednom ili dva termička ciklusa. Nakon toga se uzorci napuštaju u struju kisika na  $\sim 600^\circ\text{C}$ , čime se postiže njegova optimalna koncentracija. Nakon dopiranja se uzorak brzo hladi (kaljenjem) stavljanjem na bakrenu ploču, čime dopirana koncentracija ostaje zarob-

ljena u uzorku. Koraci u procesu sinteze YBCuO monokristala prikazani su na Slici 4.1.

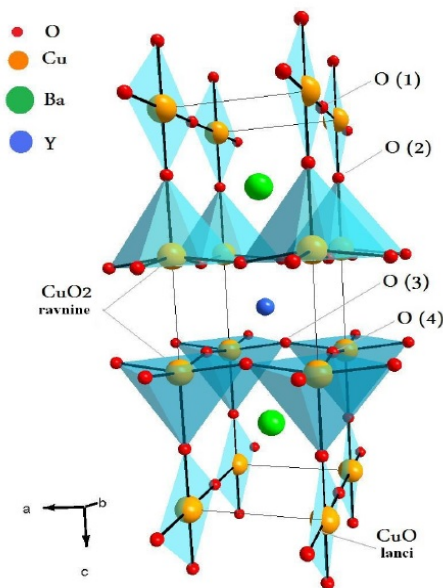


Slika 4.1: Proces izrade YBCO monokristala. (a) polazne substance prije sinteze YBCO monokristala, redom:  $Y_2O_3$ ,  $BaCO_3$  i  $CuO$ . (b) homogena mješavina substanci s prethodne slike (c) uzorak sprešan u palette (d) hidraulička preša kojom se u palette prešaju uzorci prikazani na prethodnoj slici. Na slikama (e) i (f) nalazi se peć za termičku obradu uzorka i peć za termičku obradu s dovodom kisika. Slika je preuzeta iz Ref. 9.

Sinteza YBCO monokristala spada u tzv. kemijske reakcije u čvrstom stanju. Stoga je prije svake termičke obrade uzorak potrebno ponovo smrviti i prešati hidrauličkom prešom, kako bi unutar uzorka doveli u kontakt što veći broj površina. Varijacije u postupku primjene; temperaturi sinteze, trajanju napuštanja kisikom mogu znatno utjecati na svojstva materijala poput veličine zrna, gustoće, kompaktnosti i vezama među zrnima, ili čak, i pojavom neželjenih faza.

## 4.2 Struktura

Oksidni spoj  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$  spada u tzv. perovskite. Naziv perovskit potječe od kalcij-titan oksid minerala kojeg čini kalcij titanat ( $\text{CaTiO}_3$ ). Upravo ta struktura poznata je kao perovskitna, stehiometrije  $\text{ABO}_3$ . Atomi "A" (Ba i Y) zauzimaju mjesta u velikim šupljinama unutar "BO<sub>3</sub>" ( $\text{CuO}_3$ ). U samim počecima izrade  $\text{YBaCuO}$  keramika pojavljivale su se dvije faze tzv. zelena izolatorska, i tzv. crna faza ortorombska, ali i superavodljiva. Danas je ona potpuno odvojena od ostalih faza i varijacije te faze ovisno o dopiranju predmet su istraživanja vezano uz superavodljivost.



Slika 4.2: Kristalna struktura YBCO monokristala. YBCO se sastoji od dvije superavodljive  $\text{CuO}_2$  ravnine koje su međusobno razdvojene atomom itrija.  $\text{CuO}$  lanci se nalaze iznad i ispod para  $\text{CuO}_2$  ravnina. [9]

Kristalna struktura YBCO monokristala prikazana je na slici 4.2. Za razliku od drugih visokotemperaturnih keramika koje imaju perovskitnu strukturu,  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$  ima defektnu perovskitnu strukturu koja se sastoji od predopirane  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ , koji ima ortorompsku jediničnu ćeliju, i od nedopirane komponente  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_6$  koja ima tetragonsku jediničnu ćeliju. Dimenzije obiju ćelija date su u Tablici 4.1.

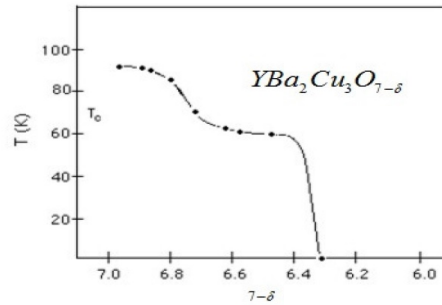
Os (nm)	YBa <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>6</sub>	YBa <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>7</sub>
<i>a</i>	0.38570	0.38189
<i>b</i>	–	0.38849
<i>c</i>	1.18194	1.16762

Tablica 4.1. Parametri nedopirane (tetragonske) YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6</sub> i predopirane (ortorombske) YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub> jedinične ćelije YBaCuO monokristala.

Jedinična ćelija YBCO sastoji se od dvije supravodljive CuO<sub>2</sub> ravnine koje su međusobno razdvojene atomom itrija, u kojima nastaje supravodljivost. CuO lanci se nalaze iznad i ispod para CuO<sub>2</sub> ravnina. Parovi CuO<sub>2</sub> ravnina međusobno su razdvojeni atomima barija, kisika i bakra koji tvore rezervoar naboja. Udaljenost između susjednih parova CuO<sub>2</sub> ravnina iznosi približno 0.82 nm. Broj nositelja naboja unutar CuO<sub>2</sub> ravnina determiniran je količinom naboja koja se može prenijeti između CuO<sub>2</sub> ravnina i "rezervoara naboja", koji kako je spomenuto tvore Ba, Cu i O.

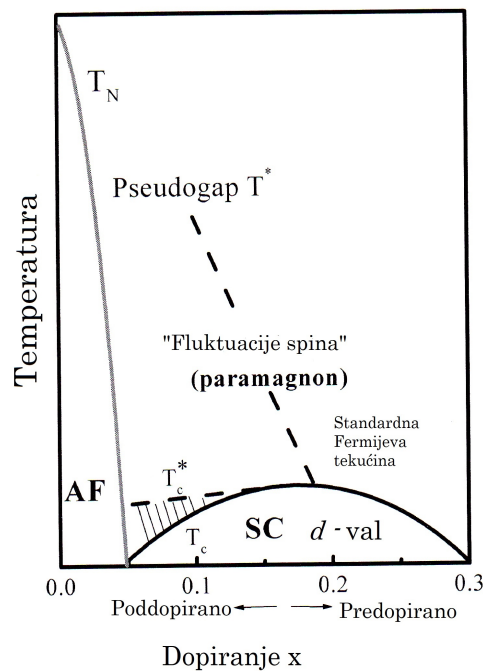
Slaganje CuO<sub>2</sub> lanaca utječe na Curiev član magnetske susceptibilnosti. Dopiranje kisikom YBCO<sub>6</sub> monokristala, dovodi do toga da kisik ulazi u CuO lance. Ovisno o dopiranosti ti se lanci grade na različite načine.

Temperatura supravodljivog prijelaza  $T_c$  i Curiev član magnetske susceptibilnosti ovise o strukturi CuO lanca. Na Slici 4.3 prikazana je ovisnost temperature supravodljivog prijelaza  $T_c$  o dopiranju kisikom YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> monokristala. Ovisno o dopiranosti YBCO monokristala mijenja se temperatura supravodljivog prijelaza  $T_c$ . Na slici se lijepo vidi plato koji je posljedica pojave valova gustoće naboja [17] unutar YBCO monokristala. Eksperimentalno najviši izmjereni  $T_c$  iznosi 92 K za sastav YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6,92</sub>.



Slika 4.3: Ovisnost temperature supravodljivog prijelaza  $T_c$  o dopiranju kisikom  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  monokristala. [9]

Na gornjoj slici također lijepo vidimo da ispod koncentracije kisika  $\sim O_{6.4}$  dolazi do naglog gubitka supravodljivih svojstava i pada kritične temperature prema 0 K.



Slika 4.4: Fazni dijagram YBCO monokristala ovisno o dopiranju i temperaturi. Parametar  $x$  na slici predstavlja broj dodanih šupljina po ravninskom atomu bakra.  $*$  je temperatura stanja gdje Fermijeva površina materijala sadrži parcijalni energetski procjep.  $T_N$  je temperatura pri kojoj imamo antiferomagnetski izolator.  $T_c$  je kritična temperatura.  $T_c^*$  je temperatura prijelaza u takozvano "spin-staklo", okarakterizirano nasumičnim zaleđivanjem distribucije magnetskih momenata. Slika preuzeta iz [44]

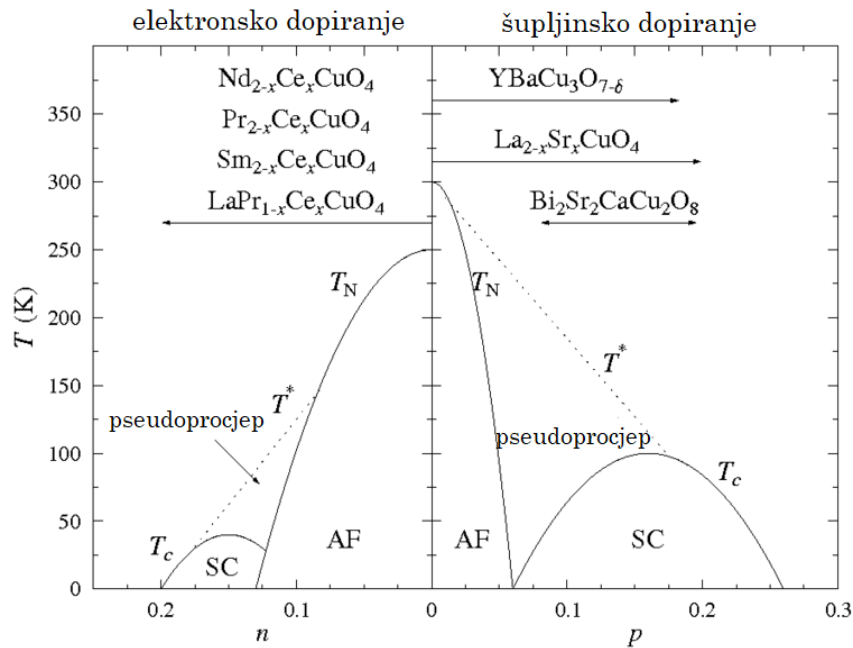
Faza  $YBa_2Cu_3O_6$  se ponaša kao Mottov antiferomagnet i izolator. Dopiranjem te



faze kisikom YBCO postaje supravodljiv ispod  $T_c$  dok iznad  $T_c$  pokazuje metalno ponašanje. Dopiranje kisikom poništava antiferomagnetsko uređenje  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_6$ . Time se automatski omogućuju bolja vodljiva i supravodljiva svojstva. Fazni dijagram  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$  je prikazan na Slici 4.4.

### 4.3 Visokotemperaturni kuprati

Tehnološka primjena visokotemperaturnih supravodiča je veća zbog viših temperatura prijelaza te veće otpornosti supravodljivosti na magnetsko polje i jakost struje. U proizvodnji, veću prednost ima otpornost na magnetsko polje od temperature prijelaza. Kuprati imaju jakost kritičnog polja od oko 100 T, međutim, oni su krhke keramike čija je proizvodnja skupa i teško se od njih naprave žice ili drugi korisni oblici. Unatoč tome, koriste se u proizvodnji jakih magneta raznih veličina. Budući da im je osnovna struktura slojevita, utjecaj magnetskog polja nije izotropan. Raznim dopiranjima možemo postići razna svojstva koja prikazujemo u faznom dijagramu. [26]



Slika 4.5 prikazuje pojednostavljeni fazni dijagram kupratnih supravodiča sa šupljinim i elektronskim dopiranjem. Prikazane faze su antiferomagnetska (AF) faza blizu dopiranja  $p = 0$ , supravodljiva (SC) faza oko dopiranja  $p = 0.16$  i faza pseudoprocjepa (područje ispod crtkane linije). Također su prikazani i rasponi dopiranja za pojedine spojeve.

Kupratni supravodiči se općenito smatraju kvazi-dvodimenzionalnim spojevima čija su supravodljiva svojstva određena elektronima koji se gibaju po slabo vezanim ravninama bakar-oksida. Između slojeva bakar-oksida najčešće se nalaze Y, Ba, Sr, Bi, ili drugi elementi koji stabiliziraju spoj i igraju ulogu donora. Osnovna ćelija može imati jednu, ili više ravnina, te se tako mogu tvoriti spojevi gdje su građevne jedinice iste, uz promijenjene stehiometrijske omjere. Nedopirani spoj je Mottov izolator s dugodosežnim antiferomagnetskim uređenjima ispod neke temperature ( $T_N$ ). Struktura kuprata je perovskitna. Ravnine bakar-oksida tvore pravokutne ćelije s  $O^{2-}$  ionima u vrhovima i s  $Cu^{2+}$  ionom u središtu. Jedinična ćelija je rotirana za  $45^\circ$  od pravokutnika. Dopiranje se postiže zamjenom elementa na postojećoj kristalografskoj poziciji koja može biti unutar ili van bakar-oxid ravnine, ili ubacivanjem u novu. Najviša vrijednost temperature prijelaza je na optimalnom dopiranju koje se nalazi oko  $p = 0.16$  i za optimalni broj ravnina u pojedinoj ćeliji, tipično  $n = 3$ .

Sam mehanizam supravodljivosti još nije razjašnjen, no pojedina svojstva su zajednička svim obiteljima supravodiča. Sličnost između niskotemperaturnog antiferomagnetskog stanja nedopiranih spojeva i supravodljivog stanja dopiranih, primarno  $d_{x^2-y^2}$  stanja  $Cu^{2+}$  iona ukazuje da su elektron-elektron interakcije značajnije od elektron-fonon interakcija; što je još jedna nekonvencionalnost visokotemperaturnih supravodiča. Također, slaba osjetljivost izotopnog efekta u većini kuprata odudara od ponašanja zapaženog u konvencionalnim supravodičima [26].

## 5 Magnetska svojstva HTS supravodiča

Već od samih početaka razvoja supravodljivosti bilo je jasno da je za objašnjenje fenomena supravodljivosti kritično razumijevanje magnetskih svojstava supravodljivih materijala. U ovom odjeljku bit će riječi o nekim magnetskim svojstvima HT supravodiča s posebnim osvrtom na YBaCuO keramike.

Izotropna GL teorija opisana u teorijskom odjeljku može se proširiti na supravodljive materijale gdje parametri supravodljivosti (poput duljine koherencije  $\xi$  i dubine penetracije  $\lambda$ ) nisu izotropni. Anizotropija materijala uvodi se definiranjem tenzora mase nositelja naboja [18]. Tenzor mase ima vrijednosti  $m_{ab}$  u pravcima  $a$  i  $b$  i  $m_c$  u smjeru  $c$ -osi. Tada je moguće napisati anizotropnu verziju GL jednadžbe i dobiti parametre supravodljivosti za kristalografske smjerove  $\lambda_{ab}$ ,  $\lambda_c$ ,  $\xi_{ab}$  i  $\xi_c$ . GL parametar anizotropije mase tada se uvodi kao  $\varepsilon^2 = m_{ab}/m_c$ , odnosno:

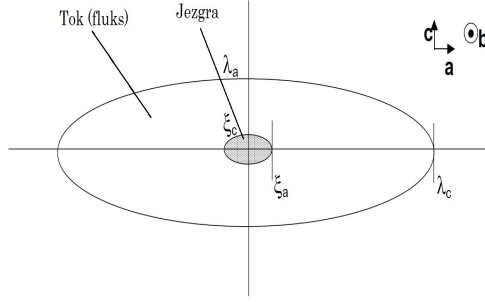
$$\varepsilon = \frac{1}{\gamma} = \frac{\lambda_{ab}}{\lambda_c} = \frac{\xi_c}{\xi_{ab}} = \sqrt{\frac{m_{ab}}{m_c}} . \quad (5.34)$$

Na temelju anizotropne GL teorije predviđena je opća kutna ovisnost parametara supravodljivosti:

$$\varepsilon_{\theta}^2(\theta) = \varepsilon^2 \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) . \quad (5.35)$$

Gornja relacija zapravo je zakon skaliranja za kutno ovisna svojstva homogenog anizotropnog jednoosnog supravodiča. Promatrani fizički parametri ne mogu se dobiti iz gornje relacije ako je npr. "pinning" također anizotropan. Linije toka (fluksa) nagnute oko  $a$ -osi imat će eliptičnu jezgru s jednom osi jednakom  $\xi_{ab}$ , a drugom jednakom  $\varepsilon_{\theta} \xi_{ab}$ .

Kad imamo vrijednosti parametara supravodljivosti u smjerovima kristalografskih osi i zakon skaliranja, moguće je napisati anizotropne inačice jednadžbi koje definiraju ponašanje supravodiča ovisno o polju. Na primjer, kutna ovisnost drugog kritičnog magnetskog polja paralelnog s  $c$ -osi glasi  $H_{c2}(\theta) = H_{c2}/\varepsilon_{\theta}$ . Primjer linija toka polja u 2D anizotropnom HTS materijalu dat je na Slici 5.1.



Slika 5.1. Linija toka leže duž osi  $b$  u HTS materijalu. Dimenzije su u odnosu  $\frac{\lambda_{ab}}{\lambda_c} = \frac{\xi_c}{\xi_{ab}} = \sqrt{\frac{m_{ab}}{m_c}}$ . Također vidimo da je  $\xi_c \ll \xi_{ab}$ . [16]

## 5.1 Lawrence-Doniach model

Anizotropna GL teorija pretpostavlja homogen materijal. Međutim, HTS materijali, s mogućim izuzetkom YBCO, često se mogu bolje prikazati kao 2D listovi GL supravodiča koji su odijeljeni nesupravodljivim slojevima. Za analizu anizotropne slojevite strukture u supravodljivim materijalima koristan je Lawrence-Doniach model [19,20], koji se može primijeniti ako je razmak  $d$  među slojevima, reda veličine ili je veći od duljine koherencije  $\xi_c$  duž  $c$ -osi. Možemo očekivati da će spajanje među slojevima biti putem produženog Josephsonovog spajanja (junction) [21,22].

Kao i kod konvencionalnih GL supravodiča matematički opis počinje preko izraza za slobodnu energiju  $F$ , ali ovaj puta to je suma slojeva (duž  $c$ -osi) koji su dati preko integrala  $ab$  ravnina [2]:

$$F = \sum \int f_n dA \quad ,$$

$$f_n = \alpha |\psi_n|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi_n|^4 - \frac{\hbar^2}{2m_{ab}} \left( \left| \frac{\partial \psi_n}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \psi_n}{\partial y} \right|^2 \right) + \frac{\hbar^2}{2m_c s^2} |\psi_n - \psi_{n-1}|^2 \quad (5.36)$$

Derivacija valne funkcije u  $z$ -smjeru zamijenjena je aproksimacijom za diskretne sustave. Uz pretpostavku da su sve valne funkcije  $\psi_n$  jednake, te da je  $\psi_n = |\psi_n| e^{i\varphi_n}$ , zadnji član slobodne energije u gornjoj relaciji postaje:

$$\frac{\hbar^2}{2m_c s^2} |\psi_n|^2 [1 - \cos(\varphi_n - \varphi_{n-1})] \quad . \quad (5.37)$$

što je ekvivalent Josephsonovoj energiji vezanja između paralelnih ravnina ( $\propto 1/m_c$ ). Minimizirajući slobodnu energiju (LDF) po varijaciji  $\psi_n^*$  dobiva se Lawrence-Doniachova

jednadžba:

$$\alpha\psi_n + \frac{\beta}{2}|\psi_n|^2\psi_n - \frac{\hbar^2}{2m_{ab}}\left(\left|\frac{\partial\psi_n}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial\psi_n}{\partial y}\right|^2\right) + \frac{\hbar^2}{2m_c s^2}(\psi_n + \psi_{n-1} - 2\psi_n) . \quad (5.38)$$

U dugovalnom limesu s elipsoidnom anizotropijom slobodna energija će se reducirati na GL slobodnu energiju, tako da  $(\psi_n - \psi_{n+1})/s$  možemo zamijeniti s  $d\psi_n/dz$  [2]. U dugovalnom limesu minimum slobodne energije u relaciji (5.36) se reducira [2]. Ako je vezanje među slojevima malo, tada je  $m_c \gg m_{ab}$  i neizotropnost mase uzrokuje neizotropnost koherentne duljine  $\xi$ . Definira se prirodna skala varijacija valne funkcije [2]:

$$\xi_i^2(T) = \frac{\hbar^2}{2m_i|\alpha(T)|} , \quad (5.39)$$

gdje indeks  $i$  označava specifičnu os. Budući da je  $\alpha(T)$  izotropan i proporcionalan sa  $(T - T_c)$ ,  $\xi$  se skalira proporcionalno s  $1/m$  a divergira kao  $|T - T_c|^{1/2}$ . U dovoljnoj blizini  $T_c$ ,  $\xi$  varira dovoljno glatko čime se opravdava kontinuirana aproksimacija. U ovoj GL aproksimaciji vrijedi [2]:

$$2\pi\sqrt{2}H_c(T)\lambda(T)\xi(T) = \Phi_0 , \quad (5.40)$$

gdje je  $\Phi_0$  tok polja koje možemo povezati s Josephsonovim vrtlozima. Budući da je  $H_c$  izotropno, anizotropija penetracijske dubine  $\lambda_i$  mora biti inverzna anizotropiji koherentne duljine  $\xi_i$ . Zasjenjenje od supravodljivih struja koje teku u smjeru  $i$ -te osi opisuje parametar  $\lambda_i$ , ali ne i zasjenjenje magnetskog polja u istom smjeru.

Unutar GL teorije kritično magnetsko polje je:

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi^2} . \quad (5.41)$$

Prema gornjem izrazu kritično magnetsko polje  $H_{c2}$  određeno je strujnim vrtlozima koje teku u ravnini okomitoj na polje, relevantne vrijednosti  $\xi_i$  pripadaju osima koje su okomite na smjer polja. Za polja koja su u smjeru dvije principijelne osi dobivamo:

$$H_{c2||c} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi_{ab}^2} \text{ i } H_{c2||ab} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi_{ab}\xi_c} , \quad (5.42)$$

gdje je  $H_{c2||ab} \gg H_{c2||c}$  jer je  $\xi_{ab} \gg \xi_c$ . Polje  $H_{c2}$  obrnuto je proporcionalno u odnosu na polje  $H_{c1}$  jer je  $H_{c1} \sim 1/\lambda$  [2].

U kontekstu relacije (5.42) možemo ponovo napisati relaciju (5.34):

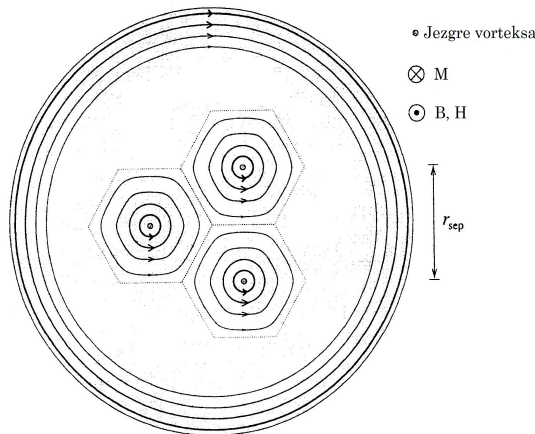
$$\gamma = \frac{H_{c2||ab}}{H_{c2||c}} = \frac{H_{c1||c}}{H_{c1||ab}} . \quad (5.43)$$

Na primjer za YBCO keramike omjer masa  $m_c/m_{ab} \approx 50$  odnosno  $\gamma \approx 7$ . Ovako velika anizotropija jedan je od razloga koji omogućuju da se visokotemperaturni supravodiči ponašaju drugačije od klasičnih.

## 5.2 Magnetski moment sile na anizotropni supravodič

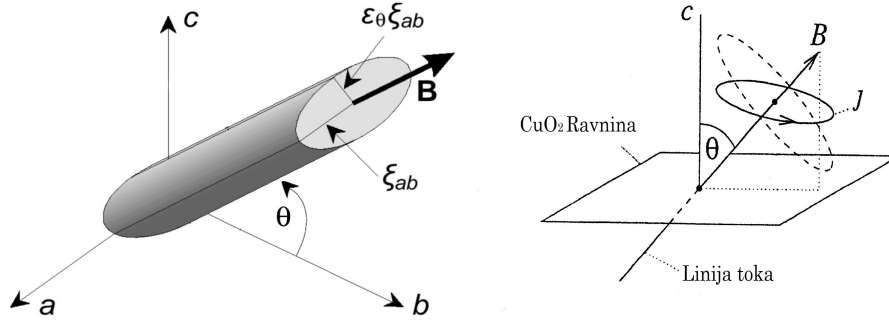
U uvodnom teorijskom odjeljku već je rečeno da je supravodič II. vrste idealni dijamagnet za polja manja od  $H_{c1}$ . Za magnetska polja  $H_{c1} < H_{app} < H_{c2}$  magnetski tok počinje penetrirati kroz uzorak, gdje je  $H_{app}$  primjenjeno magnetsko polje. Supravodič još ima magnetizaciju manju od idealne dijamagnetske magnetizacije  $B_{app}/\mu_0$ , što se naziva miješano stanje. Unutar gore definiranog područja  $H_{c1} < H_{app} < H_{c2}$  vrtlozi (vorteksi) koji penetriraju uzorak razmaknuti su za karakterističnu udaljenost  $\xi \ll r_{sep} \ll \lambda$ , gdje je  $r_{sep}$  periodičnost rešetke vrtloga. Unutar supravodiča magnetsko polje  $B$  varira na skali  $\lambda$ , a  $r_{sep} \ll \lambda$ . Raspodjela polja unutar supravodiča može se smatrati homogenom.

Karakterističan raspored vrtloga i suprastruja za supravodič II. vrste prikazan na Slici 5.3. Jezgre vrtloga tipično su veličine  $\xi$ , vrtlozi su međusobno razdvojeni za udaljenost  $r_{sep}$ , gdje je  $\xi \ll r_{sep} \ll \lambda$ . Na površini uzorka magnetsko polje  $B$  stvara suprastruje zasjenjenja, koje su manje nego u Meissnerovom stanju.  $B$  i  $H$  gledaju van ravnine, dok dijamagnetska magnetizacija  $M$  gleda u ravninu.



Slika 5.2. Trokutasta mreža vrtloga (vorteksa) i superstruja u supravodiču II. vrste [2].

U HT supravodičima slojevita perovskitna kristalna struktura jako je anizotropna, što značajno utječe na supravodljiva svojstva materijala. Primjerice, za sve HT kuperate pa tako i u YBaCuO supravodiču suprastruje mogu teći puno lakše unutar CuO<sub>2</sub> ravnina, nego u smjeru *c*-osi kristala što je shematski prikazano na slici 5.3.



Slika 5.3. (a) Eliptična priroda jezgre vrtloga nagnutog oko osi [16] (b) Suprastruje oko vrtložne linije u anizotropnom supravodiču, primjer s CuO<sub>2</sub> ravninom. Slika (b) je preuzeta iz Ref. 23.

Da bi matematički opisali gornje ponašanje suprastruja u anizotropnom supravodiču ponovo počinjemo s GL slobodnom energijom u koju ćemo ugraditi anizotropnu efektivnu masu s parametrima povećanja  $\gamma_v$  [23, 45]:

$$F = \alpha |\psi_n|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi_n|^4 + \frac{\hbar^2}{2\gamma_v^2 m} \left| \nabla \psi - \frac{2e}{i\hbar} \vec{A} \psi \right|^2 + \frac{B^2}{2\mu_0}, \quad (5.44)$$

gdje je  $\vec{A}$  vektorski potencijal,  $e$  elementarni naboj a  $\vec{B}$  već ranije definirano magnetsko polje. GL slobodna enrgija definirana izrazom (5.44) može se pojednostavniti na tzv. anizotropnu Londonovu slobodnu energiju izvan područja jezgara vrtloga:

$$F = \frac{1}{2} \mu_0 \lambda^2 (\gamma_1^2 j_1^2 + \gamma_2^2 j_2^2 + \gamma_3^2 j_3^2) + \frac{B^2}{2\mu_0}, \quad (5.45)$$

gdje su komponente suprastruje  $\vec{j}$ :

$$j_v = -\frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\lambda^2\gamma_v^2} \left( \partial_v \phi + \frac{2\pi}{\Phi_0} A_v \right). \quad (5.46)$$

Penetracijska dubina je  $\lambda^2 = m/\mu_0 n_s e^2$ . Da bi pojednostavili relaciju (5.46) reskali-ramo koordinatne osi za faktor  $\gamma_\mu$  korištenjem transformacije:

$$\tilde{x} = \gamma_v x, \quad \tilde{\partial}_v = \partial_v / \gamma_v, \quad \tilde{j}_v = j_v \gamma_v, \quad \tilde{A}_v = A_v / \gamma_v \quad (5.47)$$

gdje je također  $\tilde{B} = B_1/(\gamma_2\gamma_3)$ , analogni za  $B_2$  i  $B_3$ . Izraz za transformirano magnetsko polje i volumen postaje:

$$\tilde{B} = \sqrt{\left(\frac{B_1}{\gamma_2\gamma_3}\right)^2 + \left(\frac{B_2}{\gamma_1\gamma_3}\right)^2 + \left(\frac{B_3}{\gamma_1\gamma_2}\right)^2} \quad \text{i} \quad \tilde{V} = V\gamma_1\gamma_2\gamma_3 . \quad (5.48)$$

Uz uvedenu transformaciju relacija (5.11) postaje:

$$\gamma_1\gamma_2\gamma_3\tilde{F}_j = \frac{1}{2}\mu_0\lambda^2\tilde{j}^2 + \frac{B^2}{2\mu_0} . \quad (5.49)$$

Svaki strujni vrtlog nosi jedan kvant  $\Phi_0$ . Integriranjem slobodne energije po površini vrtloga dobije se:

$$\gamma_1\gamma_2\gamma_3\tilde{F}_j = \frac{\Phi_0\tilde{B}}{8\pi\mu_0\lambda^2} \ln\left(\frac{\eta H_{c2}}{\tilde{B}}\right) + \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (5.50)$$

gdje je  $H_{c2}$  gornje kritično polje za sistem s nepovećanom efektivnom masom. Gibbsova slobodna energija  $G = F - BH$  postaje:

$$G = \frac{\Phi_0\tilde{B}}{8\pi\mu_0\lambda^2} \ln\left(\frac{\eta H_{c2}}{\tilde{B}}\right) + \frac{B^2}{2\mu_0} - BH . \quad (5.51)$$

Minimiziranjem Gibbsove energije u odnosu na magnetsko polje  $B$  dobivamo magnetizaciju:

$$M_1 = \frac{\Phi_0}{8\pi\mu_0\lambda^2} \frac{B_1}{\gamma_2^2\gamma_3^2 B} \ln\left(\frac{\eta H_{c2}}{\tilde{B}}\right) , \quad (5.52)$$

i analogono za  $M_2$  i  $M_3$ . Gustoća momenta sile na anizotropan supravodič u vanjskom magnetskom polju  $\vec{\tau} = \vec{M} \times \vec{B}$  iznosi:

$$\tau_1 = \frac{\Phi_0}{8\pi\mu_0\lambda^2} \frac{\gamma_2^2 - \gamma_3^2}{\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2 B} \ln\left(\frac{\eta H_{c2}}{\tilde{B}}\right) , \quad (5.53)$$

i analogono za  $\tau_2$  i  $\tau_3$ .

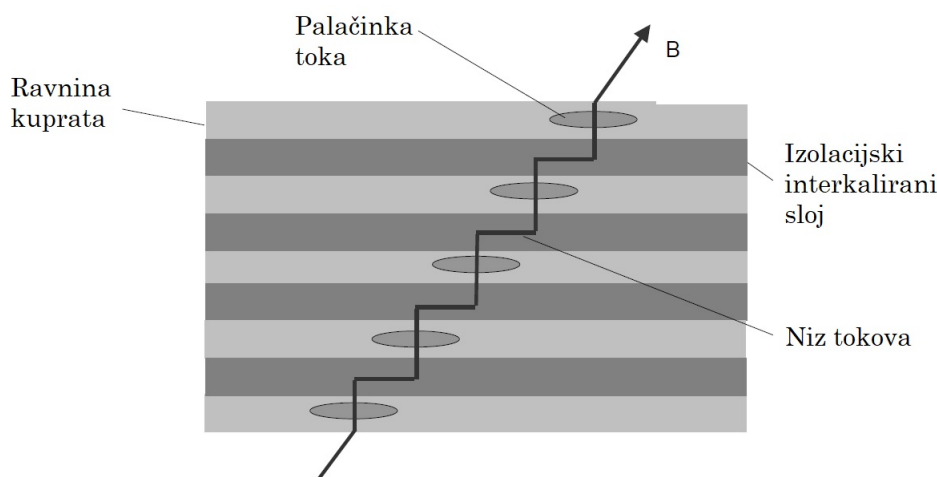
U slučaju YBCO monokristala anizotropija iznosi  $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$ ,  $\gamma_3 = \gamma$ . Ako vanjsko polje djeluje pod kutem  $\theta$  u odnosu na  $c$ -os, i izborom  $B_1 = B \sin \theta$ ,  $B_2 = 0$ ,  $B_3 = B \cos \theta$ , gustoća momenta sile oko  $y$ -osi iznosi [45]:

$$\tau(\theta) = \frac{\Phi_0 B}{8\pi\mu_0\lambda^2} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right) \frac{\sin \theta \cos \theta}{\varepsilon_\theta} \ln\left(\frac{\eta H_{c2}}{B\varepsilon_\theta}\right) , \quad (5.54)$$

gdje je  $\varepsilon_\theta$  dato relacijom (5.35).



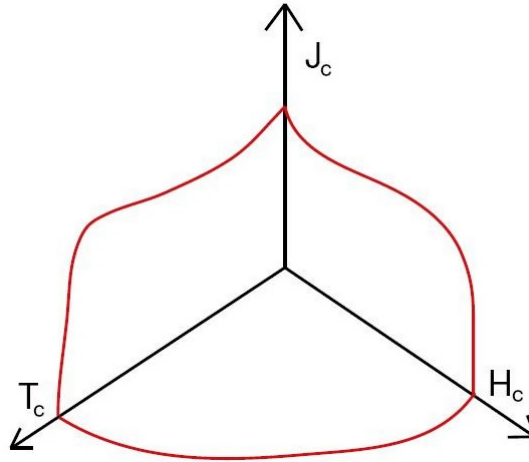
Zanimljivo ponašanje slojevitih supravodiča s međuslojevima (ravninama) kuprata prikazano je na slici 5.4. Ako se linija toka sastoji od spojenih "palačinki toka" (flux pancake) i vrtložnih elemenata [24,25], mogu nastati uvijene vrtložne linije kao na slici. Komponentu polja paralelnu s  $a - b$  ravninama nose Josephsonovi vrtlozi lokalizirani u interkaliranim slojevima, dok komponentu uzduž  $c$ -osi nose "palačinke toka".



Slika 5.4. Izvijene linije toka u slojevitom supravodiču [16].

### 5.3 Fazni dijagram ovisnosti $T_C$ , $H_C$ , $J_C$

Prolaskom struje kroz supravodič, dokle god je on na temperaturi ispod kritične,  $T_C$ , ne dolazi do gubitka energije zbog nedostatka otpora. Zbog tog nedostatka otpora, supravodiči mogu provoditi jake struje, ali kada struja dosegne određenu jačinu, takozvanu kritičnu struju  $J_C$ , dolazi do gubitka supravodljivosti, te se javlja otpor, bez obzira na vrijednost temperature. Prolaskom električne struje kroz supravodič, oko njega se stvara magnetsko polje, koje je proporcionalno jačini struje; jača struja daje veće magnetsko polje. Postoji određena vrijednost magnetskog polja, zvana kritično magnetsko polje  $H_C$  kod kojeg supravodljivi materijal gubi svoja supravodljiva svojstva te prelazi u normalno stanje. Izvor magnetskog polja može biti vanjski ili unutarnji, uzrokovan strujama kroz supravodič, bitno je jedino da je vrijednost tog magnetskog polja niža od kritične vrijednosti za supravodič. Supravodljivo stanje definiraju tri parametra: kritična temperatura ( $T_C$ ), kritično magnetsko polje ( $H_C$ ) i kritična gustoća struje ( $J_C$ ). Ti su parametri međusobno ovisni, a supravodljivost postoji ako je svaki od njih niži od kritične vrijednosti karakteristične za svaki materijal.



Slika 5.5. Fazni dijagram ovisnosti  $T_C$ ,  $J_C$  i  $H_C$ . Na  $T = 0$  K su najviše vrijednosti  $H_C$  i  $J_C$ , dok je za  $T_C$  najviši za  $J = 0$  i  $H = 0$ . Slika je preuzeta iz [9]

#### 5.4 Magnetski odziv YBCO monokristala

Parametar kojim najčešće opisujemo odziv materijala na vanjsko magnetsko polje nazivamo magnetska susceptibilnost  $\chi_m$ . Prema definiciji to je mjera za koliko će se materijal magnetizirati u primijenjenom magnetskom polju:  $\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\chi_m\vec{H} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H}$ , gdje možemo napisati:  $\mu_r = (1 + \chi_m)$ . U HTC supravodljivim YBaCuO keramikama jedno od temeljnih termodinamičkih svojstava je da je statička magnetska susceptibilnost  $\chi(T)$  ovisna o temperaturi  $T$ . Pokazano je da mjerenja statičke magnetske susceptibilnosti  $\chi_c(T)$  monokristala YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6+x</sub> za magnetska polja primijenjena duž osi  $c$  i  $\chi_{ab}(T)$  za polja u  $ab$ -ravnini mogu dati nove, korisne informacije o njihovim termodinamičkim svojstvima [28,29]. Centralni zaključak koji proizlazi iz Refs. 28 i 29 je da  $T$ -ovisna anizotropija znatno iznad  $T_c$  proizlazi iz pseudo-šupljine i anizotropije  $g$ -faktora, dok pri nižoj  $T$  postoje Gaussove  $s/c$  fluktuacije s jakim graničnom (cut-off) vrijednošću fluktuacija za  $T \geq 1.1 T_c$ . Također za jako nedopirane kristale s koncentracijama šupljina po ravnini CuO<sub>2</sub>,  $p = 0.058$  do  $p = 0.073$  i  $T_c$  u rasponu od 13 do 36 K pokazuje se da postoji "natjecanje" između nesrazmjernog magnetskog uređenja kratkog doseg i supravodljivosti, što se vidi na eksperimentima s neutronske raspršenjem [31, 32]

Magnetskom susceptibilnosti opisujemo kako se materijal odaziva na neko vanjsko magnetsko polje. U slučaju YBCO, ta susceptibilnost ima nekoliko doprinosa [28]:

$$\chi_D(T) = \chi_D^{PG}(T) + \chi_D^{VV} + \chi_D^R(T) + C/T + \chi_{jezgra} \quad (5.55)$$

gdje je  $\chi_D^{PG}(T)$  doprinos pseudogapa magnetskoj susceptibilnosti,  $\chi_D^{VV}$ , temperaturno neovisna Van Vleckova susceptibilnost,  $\chi_D^R(T)$  je doprinos supravodljivih fluktuacija, dok je  $C/T$  Curiev doprinos te  $\chi_{\text{jezgra}}$  temperaturno neovisni doprinos paramagnetizma vezanih elektrona u atomima [27]. U poglavlju o kupratima smo naveli kako slabodopirani kuprati imaju pseudoprocijep, odnosno udubljenje unutar gustoće stanja koja se nalazi u blizini Fermijeve energije te je vidljiva na temperaturama višim od  $T_C$  te nižim od  $T^*$  (Slika 4.4). Doprinos pseudoprocijepa je prvi uveo Loram u svom modelu u kojem postoji trokutasti urez širine  $2E_G$  u Fermionskoj gustoći stanja, centriran na Fermijevoj energiji [30]. Ova gustoća stanja je empirijski određen način opisivanja jakih elektronskih korelacija u kupratima dopiranim šupljinama.  $E_G$  je temperatura prijelaza, odnosno karakteristična energija, čija je vrijednost  $E = 0$  za  $p \geq 0.19$  i varira kao  $E_G = E_0(1 - p/0.19)$  za  $p \leq 0.19$ , gdje je  $p$  broj dodanih šupljina po planarnom atomu bakra.  $E_0 \approx 0.1 \text{ eV}$  odgovara energiji razmjene između spinova bakra u antiferometskom stanju  $p = 0$ .

Ovakav empirijski model odgovara opisu magnetske susceptibilnosti i elektronske entropije za nekolicinu šupljinom dopiranih kuprata (p-dopirani), za širok raspon  $p$  i  $T$  [34]. Magnetska susceptibilnost doprinosa pseudoprocijepa tada glasi:

$$\chi_D^{PG} = N_0 \mu_B^2 \left[ 1 - \frac{2k_B T}{E_G} \ln \left[ \cosh \left( \frac{E_G}{2k_B T} \right) \right] \right] \quad (5.56)$$

gdje je  $N_0$  broj čestica,  $\mu_B$  Bohrov magnetron a  $k_B$  Boltzmannova konstanta. Za  $T < 0.3E_g/k_B$ , možemo  $\chi_D^{PG}$  aproksimirati na:

$$\chi_D^{PG} \approx A \frac{2k_B T}{E_G} \ln 2 \quad (5.57)$$

U rasponu temperatura u blizini temperature supravodljivog prijelaza  $T_c$ , kada je magnetsko polje  $H$  usmjereno paralelno  $c$  osi, doprinos gausijanskih supravodljivih fluktuacija u smjeru  $c$  osi iznosi [35]:

$$M_c^{FL} = - \frac{\pi k_B T H}{3\Phi_0^2} \frac{\xi_{ab}^2}{s \sqrt{1 + \left( \frac{2\xi_{ab}}{\gamma s} \right)^2}}, \quad (5.58)$$

gdje je  $\gamma$  anizotropija,  $\xi_{ab}(T) = \xi_{ab}/\varepsilon$  i  $\xi_c(T) = \xi_c/\varepsilon$ ,  $\varepsilon = \ln(T/T_c)$  temperaturno su ovisne koherentne duljine u  $ab$  slojevima i  $c$  osi. Vrijednost  $s = 1.17 \text{ nm}$  je uda-

ljenost između paralelnih  $\text{CuO}_2$  slojeva,  $\Phi_0$  je kvant magnetskog toka Cooperovih parova i  $k_B$  Boltzmannova konstanta. Gornji izraz vrijedi kada je magnetsko polje  $H \leq \Phi_0/(2\pi\xi_{ab}^2) = H_{c2||c}$  manje od kritičnog magnetskog polja [28]. Tada susceptibilnost  $\xi_c^{FL} = M_c^{FL}/H$  ne varira s  $H$ . Za magnetsko polje  $H$  usmjereno u  $ab$  smjeru,  $\xi_{ab}^{FL} = 0$  u dvodimenzionalnom (2D) limesu,  $s \geq \xi_c(T)$ , a u suprotnom 3D limesu  $\xi_{ab}^{FL} = \xi_c^{FL}/\gamma$ .

Curiev doprinos ovisi o spinskom uređenju kristalne rešetke, te za visoke temperature Curieva konstanta iznosi:

$$C \approx \frac{N\mu_B^2 g_L^2 J(J+1)}{3}, \quad (5.59)$$

gdje je  $N$  broj atoma,  $g_L$  giromagnetski faktor, a  $J$  ukupni angularni moment.

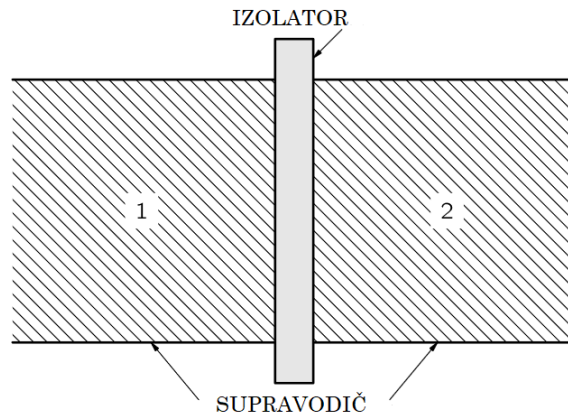
## 6 Magnetska mjerenja YBCO monokristala

U ovom radu su analizirana magnetska mjerenja  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.67}$  monokristala nakon sinteze te do 10 mjeseci nakon sinteze. Kristal je mjeran odmah nakon aniliranja na temperaturi od  $640\text{ }^\circ\text{C}$  i u atmosferi protočnog zraka. Nakon prvog mjerenja, kristali su ostavljeni na sobnoj temperaturi kako bi se kisik uredio u lancima kristala te su nakon 3 mjeseca ponovo mjerani kristali. Nakon tog mjerenja, mjerani su i nakon daljnjih stajanja na zraku od 7 mjeseci, dakle ukupno 10 mjeseci od aniliranja. Mjereni kristal ima supravodljivi prijelaz na temperaturi od  $61\text{ K}$

### 6.1 Metode mjerenja YBCO monokristala - SQUID

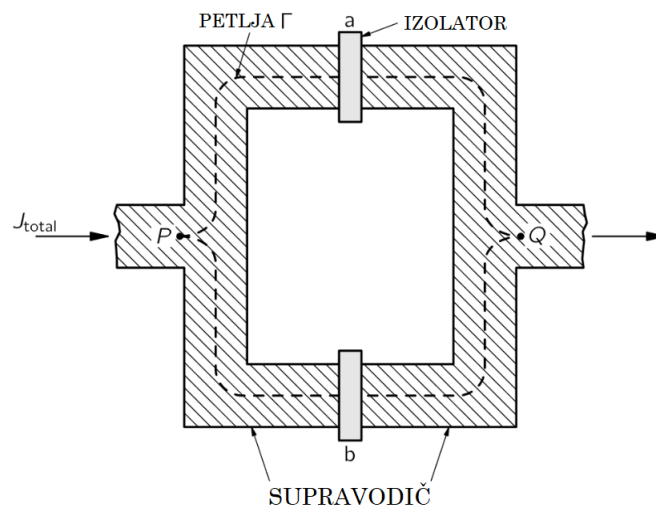
SQUID magnetometar se sastoji od dva supravodiča koji su odvojeni tankim izolirajućim slojem. Takva konfiguracija formira takozvani Josephson tunel-efekt. SQUID uređaj je sposoban mjeriti ekstremno mala magnetska polja, do veličine reda  $10^{-18}\text{ T}$ . Neke druge metode, poput mjerenja magnetskog toka indukcijskom zavojnicom ili nuklearnom magnetskom rezonancijom, nam daju preciznosti od  $10^{-5}$  do  $10^{-7}\text{ T}$ , respektivno. Vidimo da je SQUID do  $10^{10}$  puta osjetljiviji od konvencionalnih metodologija, što ga čini iznimno zanimljivim i važnim u istraživanju. Ako dva supravodiča razdvojimo tankim izolatorom dobivamo Josephsonov čvor. Znamo da u okviru klasične fizike čestica zauvijek će ostati zarobljena unutar potencijalne barijere opisane funkcijom potencijala ako je njena kinetička energija manja od visine barijere. Također znamo da se u kvantnoj mehanici taj klasični efekt može zaobići kvantnim tuneliranjem. Ako nama izolator igra ulogu barijere, uočiti ćemo efekt kvantnog tuneliranja Cooper parova elektrona, odnosno povezanih elektrona (fermioni) koji poprimaju karakter bozona i kondenziraju se u osnovno stanje prilikom hlađenja metala u supravodljivo stanje.

Vjerojatnost prolaska čestice kroz tanku barijeru je opisana koeficijentom transmisije oblika  $e^{-Kx}$  gdje je  $x$  debljina barijere a  $K$  funkcija razlike visine barijere i kinetičke energije čestice. [36] Što je kinetička energija manja, to je i manja vjerojatnost prolaska kroz barijeru.



Slika 6.1. Dva supravodiča razdvojena tankim izolatorom [39]

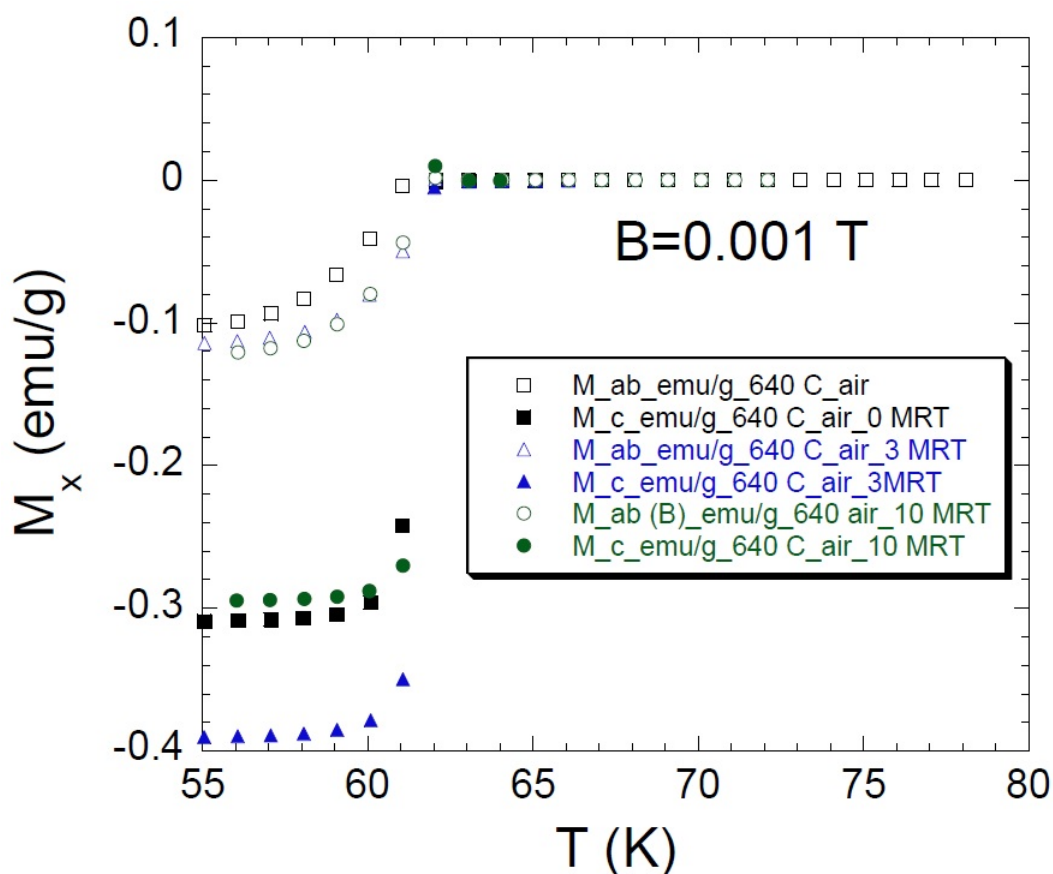
Ako uzmemo dva Josephsonova spoja istosmjernog tipa u paraleli, imamo dva kvantnoomehanička makroskopska izvora koji mogu interferirati, "superconducting quantum interference device", odnosno SQUID. Puštajući struju kroz SQUID, nastaju oscilacije Josephsonove struje kao funkcija magnetskog polja, odnosno magnetskog toka kroz SQUID. Mjerenjem frekvencije Josephsonove struje, jakost magnetskog polja možemo izmjeriti. Pošto je SQUID napravljen od supravodljivih materijala, on se hladi tekućim dušikom ili helijem, s postavom u kriostatu.



Slika 6.2. Dva Josephsonova čvora u paraleli [39]

## 6.2 Ovisnost magnetizacije o temperaturi

Magnetska mjerenja za uzorak  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.67}$  monokristala prikazana su u naredna dva potpoglavlja. Prvo je prikazano mjerenje ovisnosti magnetizacije o temperaturi, gdje je tijekom mjerenja magnetsko polje  $B = 1 \text{ mT}$  usmjereno u smjeru ab ili c osi. Za obje osi su prikazane vrijednosti odmah nakon aniliranja, te nakon 3, odnosno 10 mjeseci od prvog mjerenja.

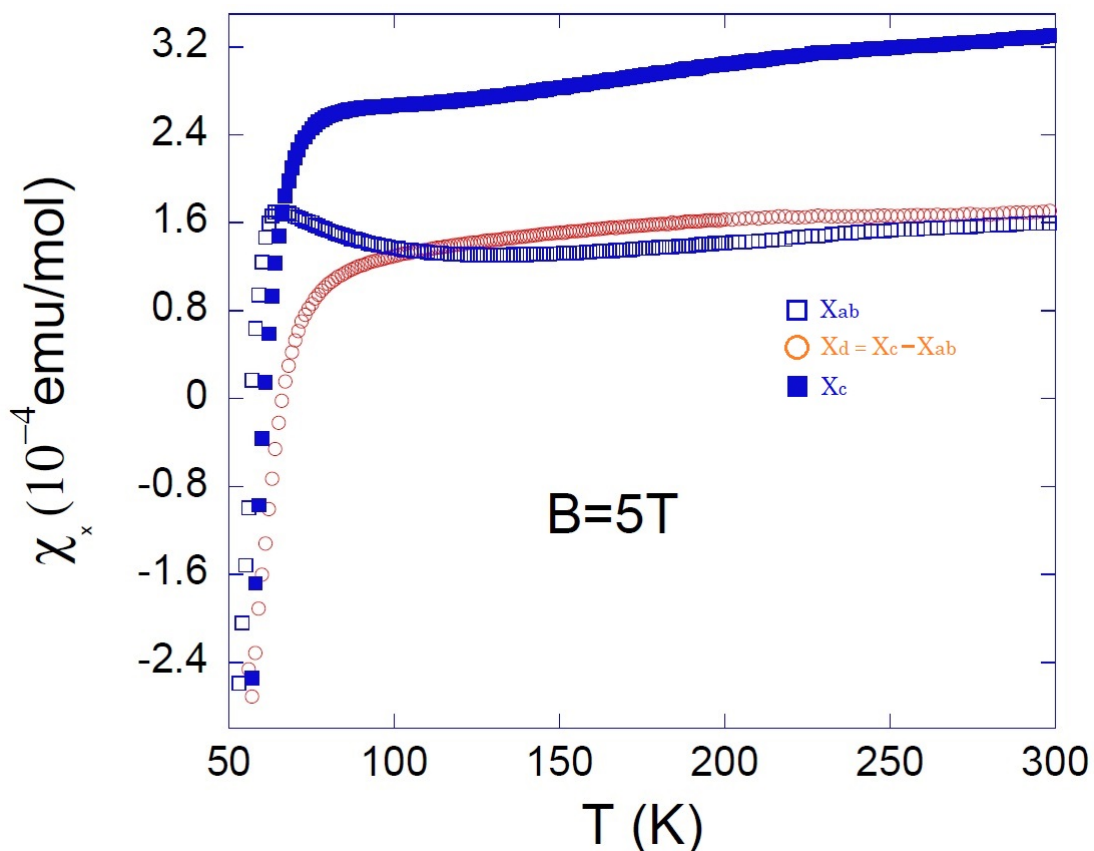


Slika 6.3. Graf ovisnosti omjera magnetizacije oko ab ili c ravnine i mase o temperaturi za  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.67}$ . Prikazane vrijednosti magnetizacije  $M_x$  gdje  $x$  označava ravninu mjerenja ab, odnosno c. Jedinice su izražene u Gaussovom sustavu. Crnim su označene vrijednosti magnetizacije odmah nakon aniliranja. Plavo označava mjerenja uzorka 3 mjeseca nakon, dok zelenim je označeno mjerenje 10 mjeseci od prvog mjerenja. Na slici se može vidjeti da se kisik potpuno uredio u lancima jer nakon 3 i 10 mjeseci, mjerenja su pokazala istu temperaturu supravodljivog prijelaza od 61 K, što na grafu očitavamo kao nagli porast magnetizacije.

Magnetsko polje u vakuumu od  $B = 1 \text{ mT}$  bi odgovaralo magnetskom polju  $H = 10 \text{ Oe}$

### 6.3 Ovisnost magnetske susceptibilnosti o temperaturi

Drugo mjerenje pokazuje ovisnost magnetske susceptibilnosti u ab i c smjeru te njihovu razliku  $\chi_d = \chi_c - \chi_{ab}$ , o temperaturi za  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.67}$  monokristal nakon sinteze u magnetskom polju od 5T.



Slika 6.4. Graf ovisnosti omjera magnetske susceptibilnosti po molu  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.67}$  monokristala u ab i c smjeru te njihova razlika, o temperaturi. Magnetsko polje u vakuumu iznosi  $B = 5\text{T}$  što bi odgovaralo magnetskom polju od  $H = 50000\text{Oe}$

Na grafu prikazanom na slici 6.4 vidimo da u temperaturnom području od otprilike  $\approx (85 - 200)$  K,  $\chi_{ab}$  i  $\chi_c$  imaju Curievo ponašanje, odnosno  $\chi \sim T^{-1}$ , dok njihova razlika,  $\chi_d = \chi_c - \chi_{ab}$  nema Curievu ovisnost jer je Curiev član anizotropan. Funkciju za fit lagano iščitamo iz (5.56):  $y = Ax + B + C/x$  gdje bi konstanta C označavala Curievu konstantnu, koju bi očitavali s grafa u Curievom području.



Zanimljivo je naglasiti da autori u [33] opisuju veću promjenu supravodljivih svojstava ultra slabo dopiranih YBCO monokristala držanjem na sobnoj temperaturi (da se CuO lanci uredi), u odnosu na jače dopirani YBCO, što daje pretpostavku da je za supravodljivost YBCO monokristala bitno postojanje CuO lanaca, jer kada postoje, dodavanje kisika u te iste lance (produljenje lanaca) ne utječe u velikoj mjeri na supravodljiva svojstva. To bi značilo i da bi duži lanci utjecali na vrijednost Curieve konstante, jer duži CuO lanci vode na manji ukupni spin po jediničnoj ćeliji.

## 7 Zaključak

U ovom radu su ukratko objašnjena svojstva supravodiča te teorija koja stoji iza njih: Londonov model, Cooperovi parovi te podrijetlo privlačne interakcije Cooperovog para, osnovno BCS stanje, Ginzburg-Landauova teorija. Glede magnetskih svojstava, objasnili smo Lawrence-Doniachov model, magnetski moment na anizotropni vodič te prikazali fazni dijagram ovisnosti temperature, jakosti struje te jakosti magnetskog polja. Također je data razlika između supravodiča I. i II. vrste, definicije i svojstava kuprata. Ukratko je opisana struktura YBCO monokristala te njena sinteza, kao i postupak mjerenja.

Magnetska svojstva  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.67}$  monokristala bila su mjerena. Magnetizacija je mjerena odmah nakon sinteze te 3, odnosno 10 mjeseci nakon sinteze. Magnetizacija je također mjerena u ab i c smjeru. Ova mjerenja su prikazana i analizirana. Mjerenja su vršena u rasponu temperatura do 80 Kelvina i u magnetskom polju od 1mT za magnetizaciju, dok je za magnetsku susceptibilnost magnetsko polje bilo jačine 5T te su se temperature kretale do 300 Kelvina. Za magnetizaciju je uočeno da ne dolazi do promjene temperature supravodljivog prijelaza starenjem uzorka što govori da se dopirani kisik potpuno uredio u lancima.

Magnetska susceptibilnost je bila mjerena u c i ab smjeru, te je njihova razlika prikazana na grafu, koja, zbog anizotropnosti Curievog člana, nema Curievu ovisnost, dok magnetske susceptibilnosti u ab i c smjeru, imaju.

## 8 Metodički dio

### 8.1 *Gibanje nabijenih čestica u magnetskom polju*

Uz gravitacijsku, jaku i slabu silu, elektromagnetska je jedna od četiri osnovne sile u prirodi. Razumijevanje elektromagnetskih djelovanja i pojava omogućila su nam razvoj brojnih tehnologija koje susrećemo u svakodnevnom životu, što čini ovu jedinicu jednom od zanimljivijih i opće korisnih za sve. Također ćemo razmatrati načelo rada ciklotrona te za buduće kemičare navesti i uređaj zvan spektrograf mase. Koristeći istraživački usmjerenu nastavu, potičemo učenike na aktivno sudjelovanje i intelektualni angažman, te samim time olakšavamo učenicima razumijevanje fizike. Formuliranje i testiranje hipoteza, smišljanje i provođenje pokusa (pažnja na varijable) te njihovih predviđanja, opažanja i zaključaka u središtu je ovog pristupa. Nastavni sat u okviru istraživački usmjerene nastave sastoji se od tri dijela, uvodnog, središnjeg i završnog. U uvodnom dijelu ćemo demonstrirati novu pojavu pokusom i predstaviti uvodni problem dok ćemo u središnjem istražiti pojavu i matematički je opisati. U završnom ćemo kroz konceptualne zadatke utvrditi gradivo.

### 8.2 *Nastavna priprema*

Ovaj sat je osmišljen kao frontalni uz uporabu računalnih simulacija i videozapisa pokusa ukoliko potrebna aparatura nije dostupna. Nakon odrađene lekcije, učenici bi trebali moći:

- Opisati i primijeniti magnetsku silu, te njen matematički opis
- Primijeniti pravilo desne ruke za magnetsku silu
- Analizirati gibanje nabijene čestice u magnetskom polju, te primijeniti izraze za frekvenciju, period i polumjer kružnog gibanja nabijene čestice

Također se potiče razvijanje socijalnih vještina te komunikaciju i timski rad.

## 8.3 *Tijek nastavnog sata*

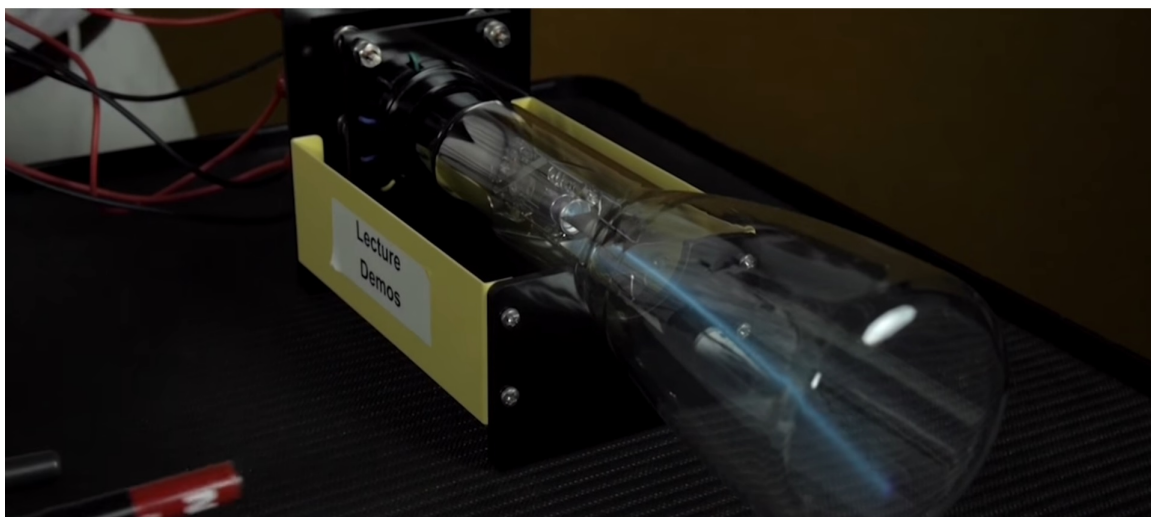
### 8.3.1 Uvodni dio

Kako magnetsko polje utječe na nabijene čestice u gibanju? Kako se naboji gibaju u prisustvu stalnih homogenih magnetskih polja koja se ne mijenjaju u vremenu.

Pogledajmo sljedeći pokus:

0:59 vidimo otklanjanje elektronskog snopa

<https://www.youtube.com/watch?v=RqSode4HZrE&t=57s>



Slika 8.1: Snimka zaslona aparature sa video snimke [43]

Prvo ide opis postava, objasnimo što imamo. Zatim ide diskusija što smo vidjeli. Djeluje li magnetsko polje silom na snop nabijenih čestica koje se gibaju? Sila koju smo opazili u ovom pokusu zove se magnetska sila. Magnetska sila je sila koja djeluje na naboj koji se giba u magnetskom polju.

### 8.3.2 Središnji dio

**ISTRAŽIVAČKO PITANJE:** U kojem se smjeru u odnosu na magnetsko polje zakreće snop nabijenih čestica, odnosno, koji je smjer djelovanja magnetske sile?

Kako su se gibalili elektroni u prvom pokusu u odnosu na vanjsko magnetsko polje magneta? Okomito ili paralelno u odnosu na B? (Ponovo pustimo video ili ponovimo pokus, video u kojem čovjek rotira magnet je 1:30)

Što bi sve u postavu mogli mijenjati? Koristeći video od 1:00 do 1:54 i za svaku promjenu učenici daju opažanja smjera djelovanja magnetske sile na temelju smjera zakretanja snopa.

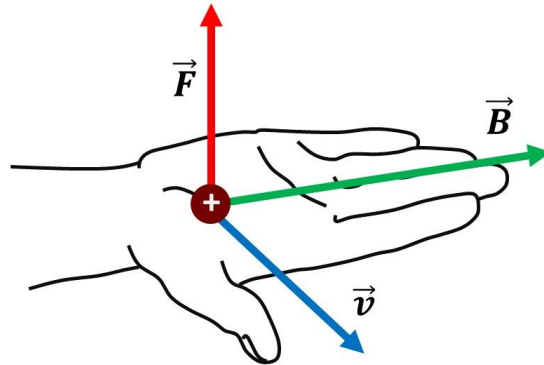
Nakon svih opažanja formiramo matematički model magnetske sile. Usmjerim prste u smjeru magnetskog polja s videa, palac u smjeru elektrona te opažamo kako se otklanja snop.

Sila koja djeluje na te elektrone je magnetska sila čiji je iznos:

$$F_m = QvB \quad (8.1)$$

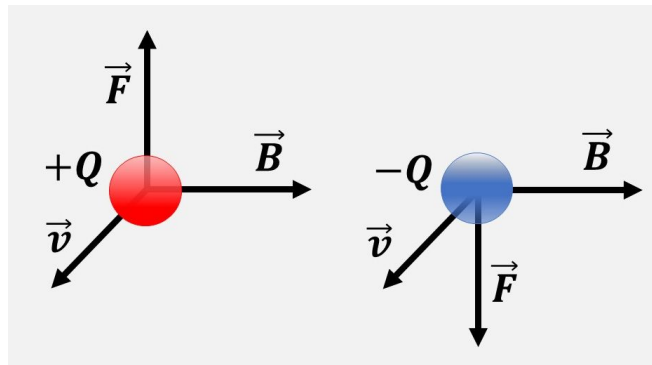
Gdje je  $Q$  iznos naboja čestice,  $v$  iznos brzine čestice te  $B$  iznos vanjskog magnetskog polja.

Kako bi odredili smjer magnetske sile, koristimo pravilo desne ruke.



Slika 8.2: Pravilo desne ruke za pozitivan naboj [40]

Prste desne ruke usmjerimo u smjeru magnetskog polja, palac usmjerimo u smjeru brzine naboja (u kojem se smjeru naboj giba) te nam dlan pokazuje u smjeru magnetske sile. Imajte na umu da je ovo za pozitivan naboj. Ako je naboj negativan, poput elektrona (vratimo se ponovo na početni video i pokažemo pravilo desne ruke prilikom otklona) onda sila gleda u suprotnom smjeru.



Slika 8.3: Smjerovi magnetske sile, magnetskog polja te brzine nabijene čestice za pozitivan i negativan naboj. [40]

**ISTRAŽIVAČKO PITANJE:** Kako će se gibati nabijena čestica koja uleti okomito na silnice homogenog magnetskog polja? Istražujemo kako će se gibati nabijena čestica kada ulijeće okomito u homogeno magnetsko polje „u papir“ kroz simulaciju.

<https://ophysics.com/em7.html>

Diskutiramo opažanja te gibanje čestice.

Kako se čestica gibala? Učenici iznose svoje pretpostavke o kojim bi veličinama (masa čestice, naboj čestice, jačina magnetskog polja, brzina čestice) mogao ovisiti polumjer kruženja čestice. Zapišemo pretpostavke na ploču. Kako bismo to mogli provjeriti? Na što pritom moramo paziti?

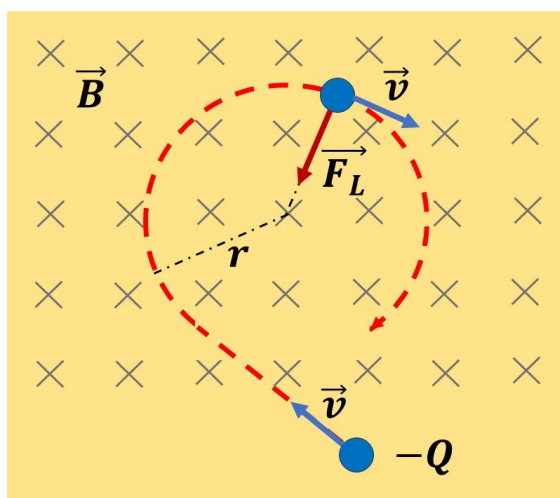
Prvo istražujemo kako promjena mase čestice utječe na polumjer, držeći pritom ostale tri varijable konstantnima. Nakon svake promjene iznosa mase, pitamo učenike što su uočili, te na kraju tražimo da zapišu svoja opažanja. Isti postupak ponovimo s ostale tri varijable. Od učenika tražimo da samostalno zapišu zaključke te prozovemo nekolicinu da nam kažu što su napisali. Zaključak ovog istraživanja je da polumjer kruženja čestice raste s povećanjem mase i brzine čestice, a smanjuje se povećanjem naboja čestice i magnetskog polja.

**Je li čestica promijenila iznos brzine kada je ušla u homogeno magnetsko polje?**

Magnetska sila je uvijek okomita na brzinu čestice te kao takva nikada neće promijeniti iznos brzine nabijene čestice. Magnetska sila ne obavlja rad na nabijenu česticu koja se u njemu giba. Nepromjenjivo magnetsko polje nikada neće promijeniti iznos brzine čestice.

**Zašto se nabijena čestica koja uleti okomito na magnetsko polje giba kružno u njemu?**

Magnetska sila igra ulogu centripetalne sile. Smjer se određuje pravilom desne ruke



Slika 8.4: Kružno gibanje nabijene čestice u magnetskom polju "u papir". [40]

[ Korištenje simulacije za prikaz ovisnosti  $r$ ,  $B$ ,  $Q$ ,  $m$  ]

Polumjer kruženja odredimo iz činjenice da magnetska sila igra ulogu centripetalne sile:

$$\begin{aligned}F_{cp} &= F_L \\ \frac{mv^2}{r} &= QvB \\ r &= \frac{mv}{QB}\end{aligned}\tag{8.2}$$

Ako želimo vrijeme ophoda, iskoristimo činjenicu da se čestica giba po kružnici opsega  $2r\pi$ , brzinom  $v$ .

$$\begin{aligned}T &= \frac{2r\pi}{v} \\ T &= \frac{2\pi m}{QB}\end{aligned}\tag{8.3}$$

Inverz perioda će nam dati frekvenciju koja se naziva ciklotronska frekvencija.



**Promotrimo sada druge scenarije ulaska nabijene čestice u polje.**

*[ Nacrtam polje koje ulazi u ploču i nabijenu česticu ispod polja ]*

Kako sve nabijena čestica može ući u to polje?

Učenici izlažu ideje.

Kako će se gibati nabijena čestica koja uleti pod nekim kutom u odnosu na vektor magnetskog polja?

Općeniti izraz za magnetsku silu je:

$$F = QvB \sin \alpha \quad (8.4)$$

gdje je  $\alpha$  kut između smjera brzine čestice i smjera magnetskog polja.

Kako će se gibati čestica čiji je smjer brzine paralelan smjeru magnetskog polja?

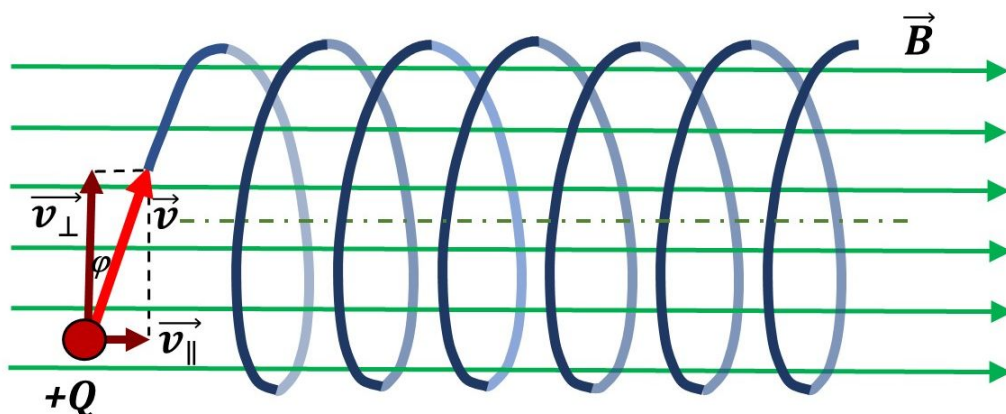
Učenici daju pretpostavke.

Što će se dogoditi sa nabijenom česticom? Kako će se ona gibati? Pošto je kut između smjera brzine čestice i smjera magnetskog polja jednak nula (odnosno  $\sin(0) = 0$ ), iznos sile je nula te ona se nastavlja gibati istim iznosom i smjerom brzine.

Poseban slučaj gibanja čestice je kada ona upada pod nekim kutem u homogeno magnetsko polje. Tada koristimo formulu:

$$F = QvB \sin \alpha \quad (8.5)$$

Gibanje je tada u obliku zavojnice.



Slika 8.5: Gibanje nabijene čestice kada ona upada pod nekim kutem u homogeno magnetsko polje. [40]

U ovom slučaju postoje dvije komponente brzine. Jedna okomita polju B i jedna paralelna polju B. Okomita je zaslužna za jednoliko kružno gibanje u ravnini okomitoj na B, dok je paralelna zaslužna za jednoliko gibanje po pravcu.

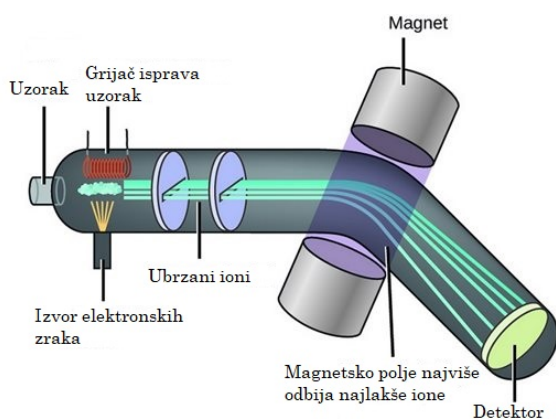
$$r = \frac{mv_{okomito}}{QB} \quad (8.6)$$

### 8.3.3 Završni dio

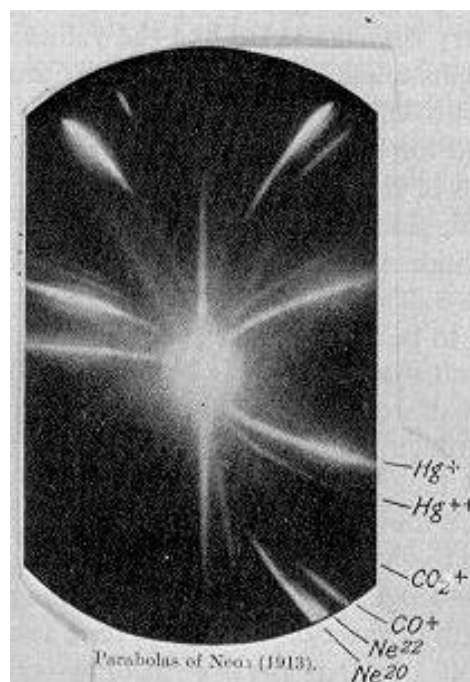
Rekli smo da se ovaj koncept promjene smjera gibanja čestice prilikom ulaska u magnetsko polje koristi u kemiji i fizici. Promotrimo nekoliko primjera.

Prvi je spektrograf mase.

1911. J.J. Thomson postavio metodu za istraživanje pozitivno nabijenih čestica. Cijev za pokuse imala je valjkastu katodu sa kanalom duž osi. Iza katode je prolazio uski snop „pozitivnih zraka“ koje su padale na fotoploču (ekran). Na te „pozitivne zrake“ se moglo djelovati magnetnim poljem. Čestice su se gibale različitim brzinama i na fotoploči ostavljale trag parabola. Po tom izgledu parabola bilo je moguće prosuditi o specifičnom naboju čestica i odrediti njihovu narav. „Pozitivne zrake“ su bile pozitivno nabijeni ioni različitih plinova iz cijevi. Na slici 8.7 se vidi da za neon (Ne) postoje dvije parabole. Neon ima dva različita atoma s atomskim masama 20 i 22. Jako važan korak u istraživanju izotopa.



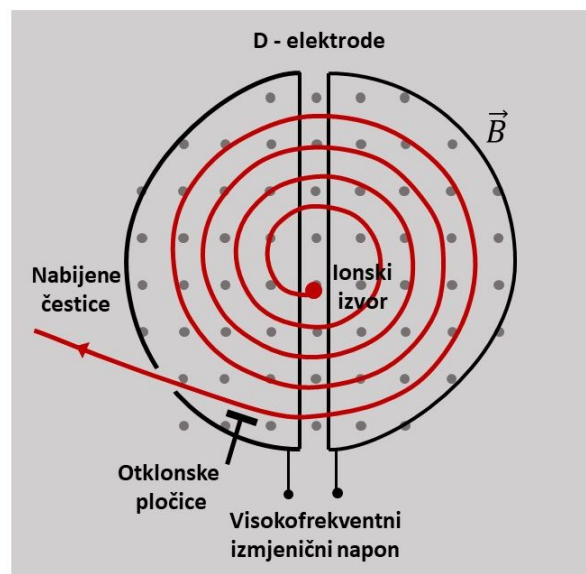
Slika 8.6: Spektrograf mase. [42]



Slika 8.7: Parabolične linije na slici detektora spektrografa mase. [41]

Ako je masa izotopa veća, je li „skretanje“ putanje veće ili manje?

Druga je bliža fizici i zove se ciklotron (slika 8.8), te se koristi opsežno u eksperimentalnoj nuklearnoj fizici radi ubrzanja čestica. Magnetska sila ne obavlja rad pa nikada neće promijeniti iznos brzine čestice, samo smjer. Zato se koriste D-elektrode smještene između širokih polova magneta. D-elektrode su priključene na izmjenični izvor napona koji mijenja smjer periodično te smještene u vakuumirane šuplje metalne komore (vakuumirano da se čestice ne sudaraju s molekulama zraka) U prostoru između elektroda stvara se homogeno električno polje (ono ubrzava!) usmjereno od desne prema lijevoj elektrodi. Pozitivan ion u sredini postava ubrza se od desne prema lijevoj elektrodi, ulazi u lijevu D-elektrodu gdje je polje nula pa ga magnetsko polje tjera u kružno gibanje. Kada se čestica giba kružno u lijevoj elektrodi, polovi D-elektroda se promjene. Sada je električno polje usmjereno od lijeve prema desnoj elektrodi. Ion izlijeće iz lijeve elektrode, biva ponovo ubrzan, i zbog veće upadne brzine ima veći radijus putanje i tako sve dok ne izleti iz ciklotrona.



Slika 8.8: Ciklotron. [40]

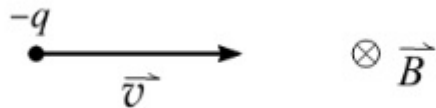
U nastavku slijede pitanja za procjenu učeničkog razumijevanja novih koncepata, pomoću kartica s ponuđenim odgovorima u slučajevima gdje ima više ponuđenih. Za svaki zadatak nekoliko učenika objašnjava zašto su izabrali svoj odgovor. U slučaju da kod nekog zadatka prevladavaju netočni odgovori, zadržimo se dulje na tom pitanju i raspravimo ga s cijelim razredom.

1. Ako je vektor brzine nabijene čestice paralelan s vektorom magnetskog polja, tada je magnetska sila na nabijenu česticu:

- (a) Maksimalnog iznosa
- (b) Minimalnog iznosa većeg od nule
- (c) Jednaka nuli

Točan odgovor je (c), jer je kut  $\alpha = 0$  pa je  $\sin(0) = 0$

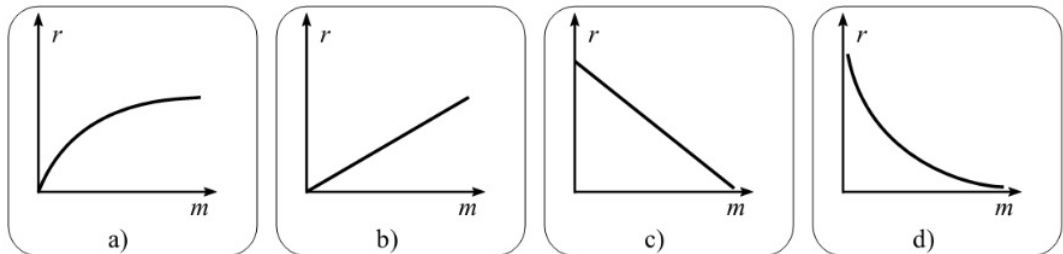
2. Odredite orijentaciju vektora magnetske sile koja djeluje na negativno nabijenu česticu u magnetskom polju prikazanom na slici:



- (a) Udesno
- (b) Ulijevo
- (c) Prema gore
- (d) Prema dolje

Točan odgovor je (d), koristeći pravilo desne ruke, prsti u smjeru polja, palac u smjeru brzine te sila u smjeru dlana za pozitivnu česticu, odnosno suprotno za negativnu.

3. Okomito na silnice magnetskog polja ulijeću jednakim brzinama nabijene čestice jednakih naboja, a različitih masa, te se počinju gibati po kružnoj stazi polumjera  $r$ . Koji od priloženih crteža pokazuje ovisnost kružne putanje  $r$  o masi  $m$  čestica, uz stalno magnetsko polje i jednak naboj čestica?



Točan odgovor je b) što vidimo iz formule za radijus putanje čestice. Radijus je proporcionalan s  $mv$  te obrnuto proporcionalan s  $QB$ , što je masa veća, to je veći polumjer kruženja čestice, a sama ovisnost je linearna.

## Bibliography

- [1] H. Kamerlingh Onnes, Leiden Comm., 120b, 124c (1911)
- [2] M. Tinkham, Introduction to Superconductivity, II edition, McGraw Hill (1996)
- [3] J. Bardeen, L. Cooper i J.R. Schrieffer, "Microscopic Theory of Superconductivity". Phys. Rev. 106 (1) 162-164 (1957)
- [4] J. Bardeen, L. Cooper i J.R. Schrieffer, "Theory of Superconductivity" Phys. Rev. 108 (5) 1175-1204 (1957)
- [5] Danko Radić, skripta, Odabrana poglavalja Fizike Čvrstog Stanja, 2014.
- [6] F. London i H. London, The Electromagnetic Equations of the Supraconductor. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 149 (866) 71 (1935)
- [7] P. Drude Zur Elektronentheorie der Metalle, Annalen der Physik. 306 (3): 566-613 (1900).
- [8] V.L. Ginzburg i L.D. Landau, Zh. Eksperim i Teor, Fiz. 20 1064 (1950).
- [9] Martina Vuković, Supravodljivost YBCO kristalnih materijala, Diplomski rad (2012)
- [10] I. Kokanović, Osnove Fizike materijala skripta
- [11] James F. Annett, Superconductivity, Superfluids and Condensates, 2004
- [12] J.G. Bednorz i K.A. Müller, Possible high  $T_c$  superconductivity in the Ba-La-Cu-O system, Zeitschrift für Physik B Condensed Matter 64 189-193 (1986)
- [13] Wu, M. K.; Ashburn, J. R.; Torng, C. J.; Hor, P. H.; Meng, R. L.; Gao, L; Huang, Z. J.; Wang, Y. Q.; Chu, C. W. (1987). Superconductivity at 93 K in a New Mixed-Phase Y-Ba-Cu-O Compound System at Ambient Pressure, Physical Review Letters. 58 (9) 908-910 (1987)
- [14] E. Babić, Ž. Marohnić, M. Prester i N. Brničević, Variation with density of the transport properties of YBaCuO superconductors, Philosophical magazine letters 56 (3), 91-95 (1987)

- [15] E. Babić, M. Prester, Z. Marohnlić, T. Car, N. Biškup i S.A. Siddiqi, Critical Currents and Differential Resistance OF  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  Superconducting Ceramics, Solid State Communications, Vol. 72, No. 8, pp. 753-757, (1989)
- [16] John Hay Durrell, Critical Current Anisotropy in High Temperature Superconductors, University of Cambridge
- [17] I. Kokanović i J.R. Cooper, Magnetic susceptibility of YBCO crystals: Unusual Curie behavior and small contributions from charge density waves, Phys Rev B 94, 075155 (2016)
- [18] L. N. Bulaevskii, M. Ledvij i V.G. Kogan, "Fluctuations of vortices in layered high- $T_c$  superconductors" Phys. Rev. Lett. 68 (25) (1992) 3773-3776
- [19] W.E. Lawrence i S. Doniach, Proc. 12th Int. Conf. Low Temp. Phys. (Kyoto 1970., Keigaku, Tokyo 1971.)
- [20] R.A. Klemm, M.R. Beasley i A. Luther, J. Low Temp. Phys 16 (1974) 607
- [21] B. D. Josephson, "Possible new effects in superconductive tunnelling", Phys. Lett. 1 (7) (1962) 251-253
- [22] B. D. Josephson, "The discovery of tunnelling supercurrents" Rev. Mod. Phys. 46 (2) (1974) 251-254
- [23] Christoph Bergemann, Magnetic Effects in Unconventional Superconductors, PhD Thesis, Trinity College, Cambridge, UK.
- [24] L.N. Bulaevskii, M. Ledvij i V. G. Kogan, Phys. Rev. B 46(1) (1992) 366-380
- [25] G. Blatter, M.V. Feigelman, V B. Geshkenbein, A I. Larkin i V. M. Vinokur, Rev. Mod. Phys. 66(4) (1994) 1125-1388
- [26] M. Grbić "Visokotemperaturni supravodiči"
- [27] Jing Fei Yu,<sup>1</sup> B.J. Ramshaw,<sup>2</sup> I. Kokanović et al, Magnetization of underdoped  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$  above the irreversibility field, <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.92.180509>
- [28] I. Kokanović, et al., Europhys. Lett. 98, 57011 (2012)



- [29] I. Kokanović, et al., Phys. Rev. B 88, 060505(R) (2013)
- [30] J. W. Loram, J. Luo, J. R. Cooper, W. Y. Liang and J. L. Tallon, J. Phys. Chem. Sol. 62, 59 (2001)
- [31] D. Haug, et al., Phys. Rev. Lett. 103, 017001 (2009)
- [32] D. Haug, et al., New J. Phys. 12, 105006 (2010)
- [33] J. Biscaras, et al., Phys. Rev. B 85, 134517 (2012)
- [34] J. W. Loram et al., J. Phys. Chem. Sol. 59, 2091 (1998)
- [35] A. Larkin and A. Varlamov, “Theory of Fluctuations in Superconductors”, Clarendon Press, Oxford (U.K.) (2005)
- [36] D. Androić, Josephsonovi efekti i squid, 2009
- [37] Paar, A. Hrlec, K.V. Rešetar, M. Sambolek, „Fizika oko nas 3“
- [38] Philip Hofmann, Solid State Physics - An Introduction
- [39] The Feynman Lectures on Physics volume III, The Schrodinger Equation in a Classical Context: A Seminar on Superconductivity
- [40] [https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/452e1469-e362-4711-abcb-6f535c3b5254/html/7581\\_Gibanje\\_nabijene\\_cestice\\_u\\_magnetskom\\_polju.html](https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/452e1469-e362-4711-abcb-6f535c3b5254/html/7581_Gibanje_nabijene_cestice_u_magnetskom_polju.html)
- [41] <https://en.wikipedia.org/wiki/Neon>
- [42] <https://www.bronkhorst.com/int/blog-1/mass-spectrometry-and-mass-flow-control->
- [43] <https://www.youtube.com/watch?v=RqSode4HZrE&t=57s>
- [44] D. Manske, Theory of Unconventional Superconductors
- [45] K.H. Bennemann, J.B. Ketterson, Superconductivity: Conventional and Unconventional Superconductors

## 9 Životopis

Rođen sam 03.10.1995. u Varaždinu gdje sam pohađao II. osnovnu školu Varaždin. 2010. godine upisujem Opću Prvu gimnaziju Varaždin. 2014. godine školovanje nastavljam na Fizičkom odsjeku, Prirodoslovno-matematičkog fakulteta.