

Analiza i projekcija globalne morske razine pomoću poluempirijske metode

Kovačić, Ela

Master's thesis / Diplomski rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:291083>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-13**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
GEOFIZIČKI ODSJEK

Ela Kovačić

Analiza i projekcija globalne morske razine
pomoću poluempirijske metode

Diplomski rad

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
GEOFIZIČKI ODSJEK

DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ FIZIKA-GEOFIZIKA
SMJER: METEOROLOGIJA I FIZIČKA OCEANOLOGIJA

Ela Kovačić

Diplomski rad

Analiza i projekcija globalne morske razine pomoću poluempirijske metode

Voditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Mirko Orlić

Suvoditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Zoran Pasarić

Zagreb, 2022.

Zahvaljujem se voditeljima prof. dr. sc. Mirku Orliću i prof. dr. sc. Zoranu Pasariću na ukazanom povjerenju, strpljenju, prenesenom znanju i stručnoj pomoći pri izradi diplomskog rada. Hvala mojoj obitelji, prijateljima i obitelji Beck na potpori i savjetima kroz čitavo školovanje bez kojih ovaj rad ne bi bio moguć.
Ivo, hvala!

Sažetak

U radu je korištena poluempirijska fizikalna relacija globalne razine mora i globalne temperature zraka. Ortogonalnom regresijom podataka određeni su inercijalni i ravnotežni koeficijenti koji služe za izračun vremena odziva mora. Pretpostavka je da odziv razine mora na temperaturno forsiranje predstavlja kombinaciju inercijalnog i ravnotežnog odziva. Na podatke razine mora primijenjene su korekcije antropogenih doprinosa kopnenih voda kako bi se promatrao utjecaj promjene temperature na promjenu razine mora. Razlikujemo slučajeve kada nemamo primijenjenu korekciju za kopnene vode, kada imamo primijenjenu korekciju za kopnene vode za oba doprinosa (crpljenje podzemnih voda i zadržavanje vode branama) ili kada se uvaži jedan od doprinosa. Razdoblje analize podataka ortogonalnom regresijom je od 1880. do 2001. godine. U radu je pokazan veći doprinos brana od doprinosa crpljenja podzemnih voda. Uzimajući u obzir inercijalnu i ravnotežnu dinamiku, vrijeme odziva je u rasponu od 36 do 43 godine što je u skladu s rezultatima iz rada Orlić i Pasarić (2015). Izrađene su projekcije razine mora do 2100. godine uz pomoć inercijalnog i ravnotežnog koeficijenta te projekcija temperature IPCC-a. Prema umjerenom scenariju porasta koncentracije stakleničkih plinova, ukupan porast razine mora od 2001. do 2100. godine iznosio bi 70 cm kada nema korekcije za kopnene vode, 86 cm kada je uvažen doprinos brana i 80 cm kada su uvažena oba antropogena doprinosa. Grafički su prikazani slučajevi za tri različita scenarija emisije stakleničkih plinova.

Ključne riječi: poluempirijska metoda, ortogonalna regresija, kopnene vode, vrijeme odziva, projekcije razine mora

Analysis and projection of global sea level with the aid of a semi-empirical method

Abstract

Semi-empirical physical relationship between global temperature and sea level is used in this paper. Equilibrium and inertial parameters are determined from the data with the aid of orthogonal regression in order to calculate response times. Assumption is made that response time of sea level to temperature forcing is caused by a combination of inertial and equilibrium response times. Corrections were applied on the sea level data for anthropogenic terrestrial water storage to estimate sea level change in response to temperature forcing. We distinguish between cases where corrections for both anthropogenic terrestrial water storage contributions (groundwater depletion and reservoir impoundment), corrections for only one of the contributions and no corrections are taken into account. The time interval of data analysis with the aid of orthogonal regression is between 1880 to 2001. In this paper, it is shown that the reservoir impoundment is dominating over the groundwater depletion. If the equilibrium and the inertial dynamics are taken into account, the response time is in the range between 36 to 43 years. These values are similar to the response times given in the paper by Orlić i Pasarić (2015). Using inertial and equilibrium coefficients and IPCC temperature projections, sea level projections are carried out up until 2100. For the moderate scenario of greenhouse gas emissions, the lowest projection of sea level rise from 2001 to 2100 is 70 cm when there are no corrections applied, 86 cm when a correction for reservoir impoundment is applied and 80 cm when both groundwater depletion and reservoir impoundment are taken into account. Cases related to three scenarios of greenhouse gas emissions are illustrated graphically.

Keywords: semiempirical method, orthogonal regression, terrestrial water storage, response time, sea level projections

Sadržaj

1. Uvod	1
2. Podaci i metode	2
2.1 <i>Podaci</i>	2
2.2 <i>Analiza uklanjanja međugodišnjih varijabilnosti</i>	3
2.3 <i>Osnove statističke metode</i>	5
2.4 <i>Ortogonalna regresija</i>	6
2.5 <i>Primjena ortogonalne regresije na poluempirijsku metodu</i>	8
3. Rezultati	10
3.1 <i>Ortogonalna regresija bez korekcije za kopnene vode</i>	10
3.2 <i>Ortogonalna regresija s korekcijom za kopnene vode</i>	10
4. Projekcije	18
5. Zaključak	24
Literatura	26
Popis kratica	29

1. Uvod

Podizanje razine mora kao posljedica klimatskih promjena jedan je od većih problema s kojima se susreće suvremeni svijet. Porast razine mora dovodi do razornih posljedica za priobalno stanovništvo i ima utjecaj na gospodarsko-društvene aspekte života. Erozija tla i zagađenje poljoprivrednih površina samo su dio posljedica podizanja razine mora te sve više privlače pozornost znanstvenika s obzirom na podatak da otprilike 150 milijuna stanovnika živi u priobalju unutar 1 m srednje razine visoke plime (Church et al., 2013).

Postavlja se pitanje: koliko će i kojom brzinom rasti razina mora? Znanstvenici su pronašli dva fundamentalno različita pristupa modeliranju razine mora da bi odgovorili na to pitanje: rekonstrukciju razine mora matematičkim modelom koji sadrži dinamiku atmosfere, oceana i kriosfere ili poluempirijski model koji rekonstruira razinu mora u vezi s globalnom temperaturom. Fizikalni modeli za cilj imaju kvantitativno opisati procese koji doprinose razini mora. To su združeni modeli atmosfere-oceana (engl. *Atmosphere-Ocean General Circulation Model*, AOGCM) gdje se za rekonstrukciju razine mora koriste parametri izračunati modelom uz neke pretpostavke, te rubne i početne uvjete. Razumijevanje procesa koji dovode do smanjenja mase leda Grenlanda i Antarktike je još uvijek ograničeno. Djelomično zbog nepoznanica i činjenice da samo par klimatskih modela može osigurati projekcije razine mora, koriste se statistički pristupi koji povezuju izmjerenu razinu mora s temperaturom (Rahmstorf et al., 2012). Poluempirijski modeli povezuju promjenu razine mora i globalnu temperaturu preko fizikalne jednadžbe računajući ravnotežni i inercijalni koeficijent statističkom analizom tako da se dobije karakteristično vrijeme odziva. Prva varijanta poluempirijske metode se temeljila na linearnoj ovisnosti razine mora i temperature zraka opisanoj ravnotežnim koeficijentom. Linearnom regresijom odredio se ravnotežni koeficijent dok je vrijeme odziva približno jednako nuli, tj. odziv oceana na promjenu temperature je trenutačan. U drugoj varijanti je pretpostavljeno da je trend razine mora povezan s temperaturom pomoću inercijalnog koeficijenta gdje vrijeme odziva u tom slučaju teži u beskonačnost. Treća varijanta poluempirijske metode sadrži inercijalni i ravnotežni koeficijent dok je vrijeme odziva u intervalu $[0, \infty)$. Orlić i Pasarić (2013) koriste treću varijantu poluempirijske metode gdje se inercijalni i ravnotežni parametri određuju iz prilagodbe eksponencijalne i kosinus funkcije vremenskom nizu temperature kako bi se utvrdila ovisnost razine mora o temperaturnom forsiranju. Većina procjena rasta razine mora tijekom 20. stoljeća je ovisila o mjerenjima s par dugovječnih i visokokvalitetnih mareografskih postaja dok se od 1993. satelitskom altimetrijom omogućila veća pokrivenost mjerenjima nad globalnim oceanom.

U ovom radu je korištena treća varijanta poluempirijske metode dopuštajući kombinaciju inercijalnog i ravnotežnog odziva oceana na promjenu temperature. Da bismo uvažili utjecaj temperaturnog forsiranja na razinu mora uklonjeni su antropogeni doprinosi kopnenih voda. Ortogonalnom regresijom podataka razine mora, trenda razine mora i temperature određeni su inercijalni i ravnotežni koeficijenti te vrijeme odziva kao i pripadne rekonstrukcije razine mora i temperature za razdoblje 1880. do 2001. godine s korekcijom za brane, s korekcijom za brane i podzemne vode te bez korekcije.

2. Podaci i metode

2.1 Podaci

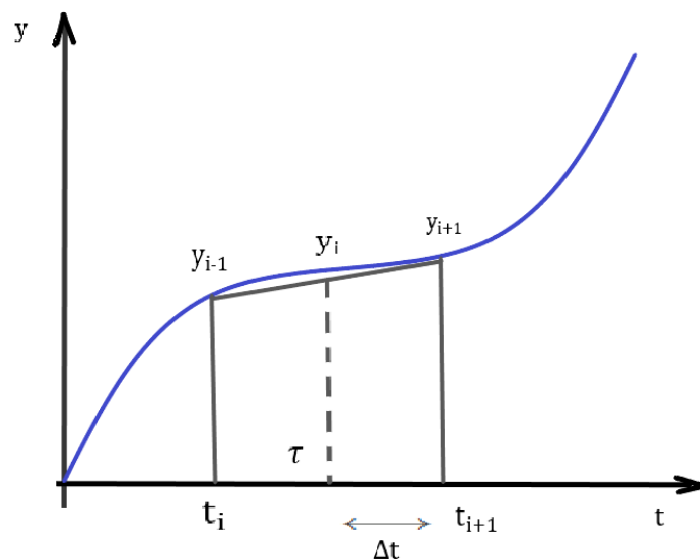
Podaci potrebni za rekonstrukciju razine mora za razdoblje od 1880. do 2001. godine i određivanje inercijalnog i ravnotežnog koeficijenta su globalna razina mora, globalna temperatura zraka i doprinos kopnenih voda. Podatke globalne razine mora dobijem iz srednjih mjesečnih razina mora izraženih u milimetrima i preuzetih iz rada Church i White (2006) za razdoblje od 1880. do 2001. godine (CW06) (engl. *Global Mean Sea Level*, GMSL). Za globalnu temperaturu zraka koristim podatke temperature zraka Goddardovog instituta za svemirska istraživanja (engl. *Goddard Institute for Space Studies*, GISS) zbog najbolje globalne pokrivenosti mjerenja, pri čemu je temperatura izražena u $0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$. Promjene razine mora zbog izravne antropogene promjene u skladištenju vode na kopnu i izgradnje akumulacijskih jezera (brana) i crpljenja podzemnih voda za potrebe navodnjavanja vremenski su promjenjivi doprinosi koje je potrebno ukloniti iz podataka kako bi se izolirao porast razine mora povezan s klimom (Rahmstorf et al., 2012). Zato je potrebno korigirati razinu mora za antropogene doprinose kopnenih voda (engl. *Terrestrial Water Storage*, TWS). Za doprinose kopnenih voda koristim podatke iz rada Frederikse et al. (2020) koji se sastoje od prirodnih doprinosa i antropogenih doprinosa poput količine vode zadržane u akumulacijskim jezerima i crpljenja podzemnih zaliha vode.

Nakon prikupljenih podataka o branama diljem svijeta, Chao et al. (2008) su modelirali količinu vode zarobljene branama, koja nije doprinosila porastu razine mora. Ako se dopusti da voda zadržana u akumulacijskim jezerima utječe u ocean, rezultat je porast razine mora. Zato je potrebno korigirati utjecaj brana na razinu mora kod izrade modela gdje promjena razine mora ovisi o temperaturnoj promjeni. Kasnije, Wada et al. (2016) pokazuju da doprinos crpljenja podzemnih zaliha vode približno jednak doprinosu akumulacijskih jezera (Bolin et al., 2015). Da se promotri utjecaj promjene temperature na razinu mora potrebna je korekcija razine mora za antropogene doprinose kopnenih voda. Doprinosi kopnenih voda su dani za razdoblje od 1900. do 2018. godine. S obzirom da položaj ishodišta na y-osi nije fizikalno već ovisi o referentnoj nuli mjerenja, podatke kopnenih voda možemo translirati tako da prvi podatak u 1900. godini iznosi nula. S obzirom da za razdoblje od 1880. do 1900. nema podataka, doprinos kopnenih voda je jednak nuli.

Od potrebnih podataka za poluempirijsku metodu važna je derivacija razine mora tj. trend razine mora. Derivaciju razine mora izračunamo preko centralne numeričke sheme prikazane na slici 2.1:

$$\text{derivacija} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2 \cdot \Delta t}, \quad (2.1)$$

gdje je Δt vremenski korak. Centralna numerička metoda se koristi iz razloga što zadržava jednaku duljinu niza što je od velike važnosti za ortogonalnu regresiju. Za projekcije razine mora nakon 2001. godine koriste se podaci šestog izvješća IPCC-a gdje su dostupna tri različita scenarija emisije stakleničkih plinova (engl. *Greenhouse Gas*, GHG) do 2100. godine. Podaci IPCC-a sadrže vremenske nizove temperature zraka od 2015. godine do kraja 21. stoljeća. Za razdoblje od 2001. godine do 2015. godine koriste se izmjereni podaci GISS-a.



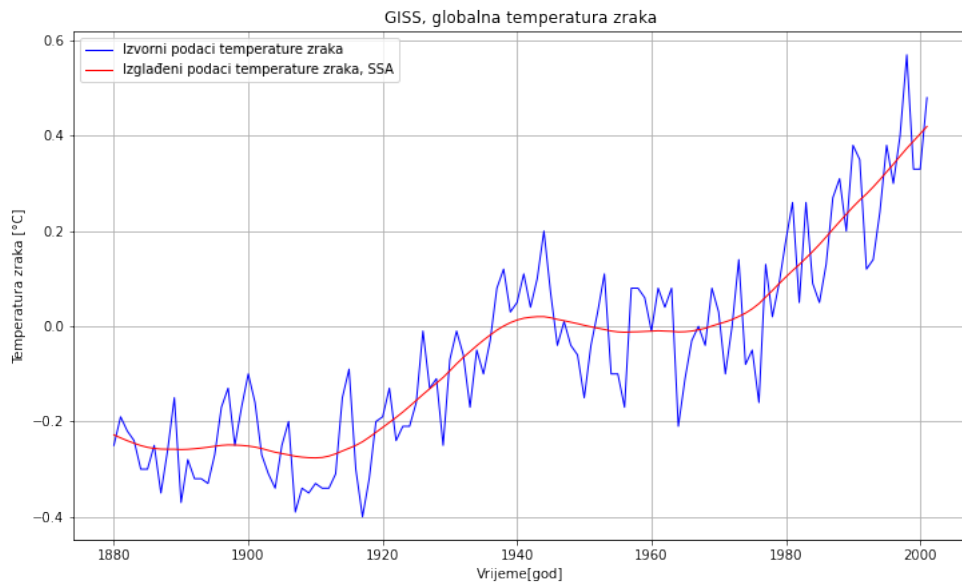
Slika 2.1. Grafički prikaz centralne numeričke metode korištene za deriviranje podatka razine mora.

2.2 Analiza uklanjanja međugodišnjih varijabilnosti

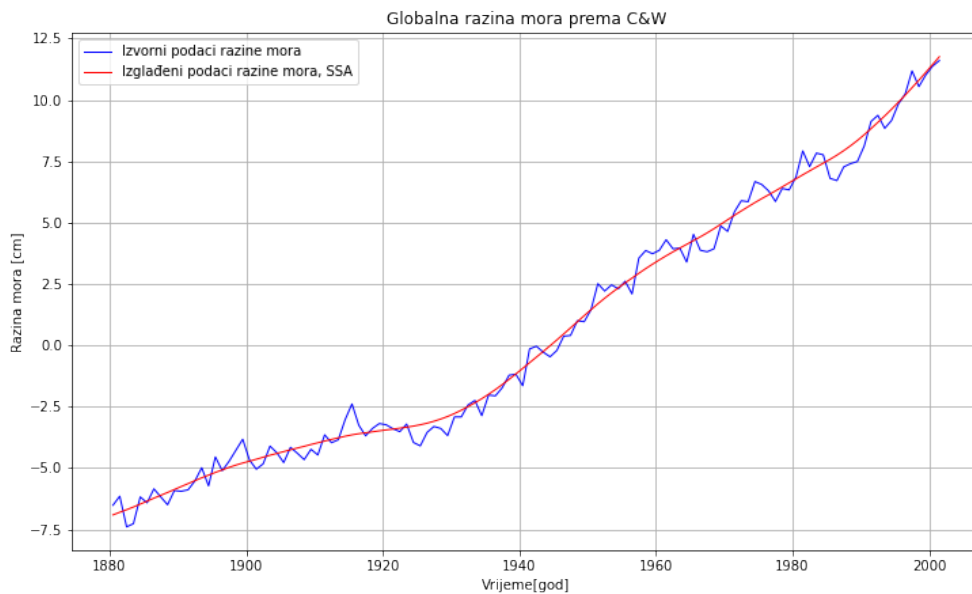
Analiza uklanjanja međugodišnjih varijabilnosti prvi puta je upotrijebljena u paleoklimatologiji radi izdvajanja šuma iz podataka zbog numeričkog deriviranja (Vautard i Ghil, 1989). Na podatke temperature, razine mora i doprinosa kopnenih voda primijenjena je analiza uklanjanja međugodišnjih varijabilnosti (engl. *Singular Spectrum Analysis*, SSA). Ideja SSA je pronaći nelinearan trend ulaznog niza uzimajući u obzir oscilacije signala. To dovodi do niza oscilatornih komponenti, nelinearnog trenda i šuma.

Na podatke razine mora, temperature i kopnene vode primijenjen je SSA čiji je zadani period (*embedding period*) jednak 15. Slika 2.2 prikazuje usporedbu podataka temperature GISS-a te pripadni izgladeni niz. Plavom bojom je označen izvorni niz globalne temperature zraka dok je crvenom bojom prikazan nelinearni trend dobiven metodom SSA.

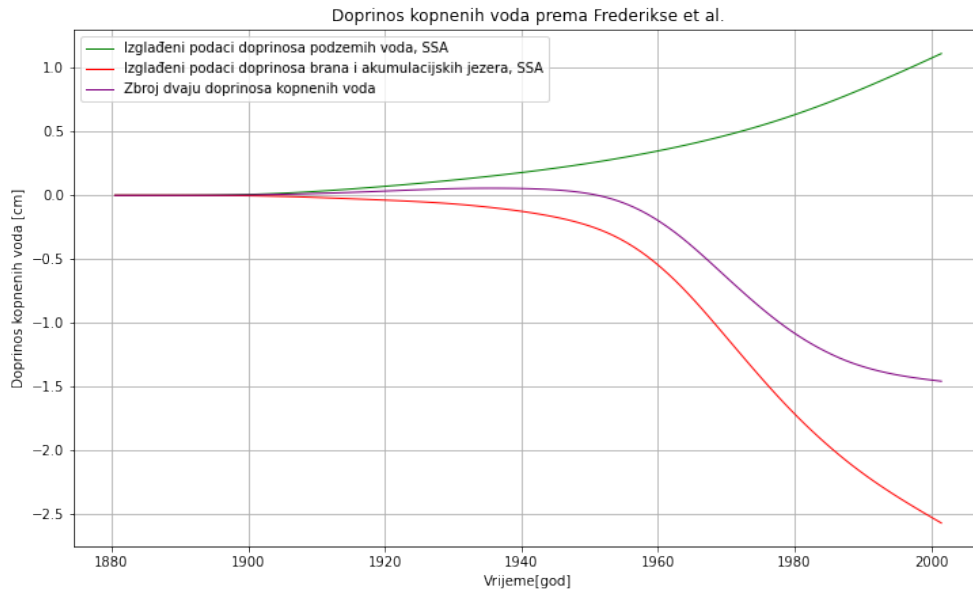
Uklonjene su i međugodišnje varijabilnosti u izvornim podacima globalne razine mora kao što je prikazano na slici 2.3 te u podacima kopnenih voda prikazanima na slici 2.4. Kod kopnenih voda uzimamo samo antropogene doprinose. Doprinosa crpljenja zaliha podzemnih voda je prikazan zelenom, doprinosa akumulacijskih jezera i brana je prikazan crvenom dok je zbroj dvaju doprinosa prikazan ljubičastom bojom. Primjećuje se da je doprinosa brana dominira nad doprinosa crpljenja podzemnih zaliha (engl. *Groundwater Depletion*, GWD), dok je u radu Pokhrel et al. (2012) osmotrena obrnuta situacija. U radu Wada et al. (2016) je pokazano da je crpljenje podzemnih voda približno jednako doprinosa brana čime je ukupan antropogeni doprinosa TWS-a približan nuli. U slici 2.4 vidimo pad 1970-ih godina kada je započeta izgradnja brana što je dovelo do ukupnog pada u iznosu doprinosa kopnenih voda rastu razine mora. Povećano crpljenje zaliha podzemnih voda dovodi do povećanja u iznosu kopnenih voda ali u manjoj mjeri nego izgradnja brana i akumulacijskih jezera.



Slika 2.2. Usporedba izvornog niza temperature i niza temperature s uklonjenim međugodišnjim varijabilnostima u GISS podatcima.



Slika 2.3. Usporedba izvornog niza globalne razine mora i niza s uklonjenim međugodišnjim varijabilnostima u podatcima (Church i White, 2006).



Slika 2.4. Izgladeni podaci doprinosa crpljenja podzemnih zaliha vode, zadržane vode u akumulacijskim jezerima i branama te zbroj dvaju doprinosa prema Frederikse et al. (2020).

2.3 Osnove statističke metode

Klimatski modeli, koji rješavaju sustav parcijalnih diferencijalnih jednadžbi i tako opisuju različite aspekte klimatskog sustava, najčešće se koriste u projekcijama budućih klimatskih događaja. Zbog nedovoljno istraženih dinamičkih procesa u doprinosa Grenlanda i Antarktike i modeliranja antropogenih doprinosa, često se koriste statistički modeli koji povezuju razinu mora uzrokovanu klimatskim promjenama s temperaturom. Fundamentalna ideja statističkih pristupa je otkrivanje veze između globalne razine mora i temperature u prošlosti mjerenja kako bi se projicirala budućnost. Greške mogu nastati zbog procjene parametara iz kratkog vremenskog niza podataka.

U radu Jevrejeva et al. (2009) korišten je statistički model u kojem se promatrala veza između razine mora i radijacijskog djelovanja (mjera promjene energetskog protoka u atmosferi kao rezultat promjene u agensu poput GHG, aerosola, oblaka i površinskog albeda). Poluempirijska metoda opisuje osnovne fizikalne relacije između razine mora i temperature a parametri se određuju iz empirijskih podataka. Potrebno je napomenuti da se jednostavne relacije između razine mora i temperature mogu očekivati samo za promjene temperature koje su vezane za globalno forsiranje (npr. staklenički plinovi, sunčevo zračenje) (Rahmstorf et al., 2012).

Rekonstrukcija razine mora statističkim metodama se temelji na jednostavnoj jednadžbi koja povezuje odstupanje globalne razine mora od ravotežne razine $\zeta = H - H_0$ te odstupanje temperature od srednje globalne temperature zraka $\tau = T - T_0$. Prva varijanta poluempirijske metode se bazirala na linearnoj ovisnosti: $E\zeta = \tau$, gdje je E ravnotežni koeficijent a odziv mora na promjenu temperature je trenutačan (Gornitz et al., 1982). Druga varijanta se temeljila na promjeni trenda razine mora i trenda temperature povezanim inercijalnim koeficijentom: $I \frac{d\zeta}{dt} = \tau$, koju je u radu predstavio Rahmstorf et al. (2007) a vrijeme odziva u tom slučaju teži u beskonačnost.

Rahmstorf et al. (2007) su filtrirali oba vremenska niza koristeći SSA uz zadani

period (*embedding period*) u iznosu od 15 godina. Grinsted et al. (2010) su u radu kombinirali inercijalni i ravnotežni koeficijent na način da su pojedinačno gledali ravnotežnu razinu mora uz temperaturno forsiranje i stvarnu prilagodbu razine mora: $H_e = aT + b$, $\frac{dH}{dt} = \frac{H_e - H}{\delta}$, gdje su a i b konstante a δ je vrijeme odziva oceana na promjene. *A priori* pretpostavke su da vremena odziva moraju biti pozitivna ($\delta > 0$) te da konstanta b mora biti pozitivna.

U radu Orlić i Pasarić (2013) pretpostavljen je odnos temperature zraka i razine mora, gdje su konstante $a = \frac{1}{E}$, $b = \frac{H_0 - T_0}{E}$ i vrijeme odziva je $\delta = \frac{I}{E}$ te se ono nalazi u intervalu $[0, \infty)$.

U ovom radu koristimo treću varijantu poluempirijske metode prema Orlić i Pasarić (2013) gdje uz inercijalni (I) i ravnotežni (E) koeficijent izražavamo promjenu razine mora preko jednadžbe:

$$I \frac{d\zeta}{dt} + E\zeta = \tau, \quad (2.2)$$

gdje definiramo vrijeme odziva $\delta = \frac{I}{E}$. Temeljna pretpostavka jednadžbe (2.2) jest da je u predindustrijsko doba globalna razina mora bila blizu ravnotežne razine mora te da je globalna temperatura bila blizu ravnotežnoj. Naknadni porast temperature uzrokovao je i rast globalne razine mora zbog termalne ekspanzije vodnog stupca i topljenja leda (Orlić i Pasarić, 2013).

Za rješavanje jednadžbe (2.2) koriste se podaci globalne temperature zraka (GISS) i globalne srednje razine mora (CW06). Nakon što podatke filtriramo uz pomoć metode SSA, određivanje ravnotežnog i inercijalnog parametara je provedeno ortogonalnom regresijom. Ortogonalna regresija uz pomoć podataka razine mora (s korekcijom ili bez korekcije za kopnene vode), temperature zraka i derivacije razine mora vraća projekcije razine mora, temperature i derivacije na traženu hiperravninu te normalu hiperravnine iz koje određujemo inercijalni i ravnotežni koeficijent kao i predindustrijsku razinu mora H_0 . To je potrebno za projekcije razine mora do 2100. Greške mogu nastati zbog procjene parametara iz kratkog vremenskog niza podataka.

Za projekcije razine mora do 2100. godine korištena su tri scenarija prema šestom izvješću IPCC-a. Uz inercijalni i ravnotežni koeficijent, pripadnu predindustrijsku (ravnotežnu) razinu mora i ravnotežnu temperaturu, možemo projicirati porast razine mora za različite scenarije temperatura rješavajući običnu diferencijalnu jednadžbu (2.2).

2.4 Ortogonalna regresija

Ortogonalnom regresijom vremenskih nizova podataka se određuju inercijalni i ravnotežni parametri. Neka je zadano m točaka (vektor-stupaca) $x_j \in \mathbb{R}^n$, $j = 1, \dots, m$, gdje \mathbb{R}^n označava n -dimenzionalni realni prostor. Vektor-stupci poredani jedan do drugog tvore matricu

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_m], \quad (2.3)$$

tipa $n \times m$. Svaki redak matrice X interpretira se kao vremenski niz i takvih nizova ima n . Vektor x_j predstavlja vrijednost svih n vremenskih nizova u trenutku j . Za zadane $x_j \in \mathbb{R}^n$, $j = 1, \dots, m$, potrebno je naći ravninu $\Pi \subseteq \mathbb{R}^n$ takvu da je

$$\sum_{j=1}^m d(x_j, \Pi)^2 \rightarrow \min, \quad (2.4)$$

pri čemu je $d(x_j, \Pi)$ udaljenost točke x_j od ravnine Π . Ako su vremenski nizovi centrirani, lako se pokaže da tražena ravnina prolazi kroz ishodište. Dalje, neka je Π ravnina kroz ishodište koja ima normalu $w \in \mathbb{R}^n$. Tada je

$$x \in \Pi \Leftrightarrow (x, w) = 0 \quad (2.5)$$

jednadžba ravnine. Ovdje je s (x, w) označen skalarni produkt vektora $x \in \mathbb{R}^n$ i $w \in \mathbb{R}^n$. Alternativno, neka je ravnina Π razapeta linearno nezavisnim vektorima $u_1, \dots, u_{n-1} \in \mathbb{R}^n$. Tada je $x \in \Pi \Leftrightarrow \exists \alpha_i \in \mathbb{R}; i = 1, \dots, n-1$ takav da je

$$x = \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i u_i. \quad (2.6)$$

Neka je $u_i \in \mathbb{R}^n$, $i = 1, \dots, n$ ortonormirana baza, to jest $\|u_i\| = 1$, $(u_i, u_j) = \delta_{ij}$ gdje $\|x\| = \sqrt{(x, x)}$ je norma ili duljina vektora. Tada $\forall x \in \mathbb{R}^n \exists \alpha_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, n$ tako da je

$$x = \sum \alpha_i u_i = \alpha_1 u_1 + \dots + \alpha_{n-1} u_{n-1} + \alpha_n u_n. \quad (2.7)$$

Vektori u_1, \dots, u_{n-1} razapinju hiperravninu kojoj je vektor u_n normala, a udaljenost točke $x \in \mathbb{R}^n$ od ravnine Π je jednaka duljini projekcije vektora x na normalu u_n ($\|u_n\| = 1$), to jest

$$d(x, \Pi) = (x, u_n) = u_n' x = \alpha_n \in \mathbb{R}. \quad (2.8)$$

Uvrštavanjem u (2.8) dobivamo

$$\sum_{j=1}^m d^2(x_j, \Pi) = \sum_{j=1}^m u_n' x_j \cdot x_j' u_n = u_n' X \cdot X' u_n, \quad (2.9)$$

pri čemu je X matrica (2.3). Potrebno je pronaći vektor normale ravnine u_n , $\|u_n\| = 1$, takav da: $u_n' X \cdot X' u_n = (X \cdot X' u_n, u_n) \rightarrow \min$. Ako su retci matrice X centrirani, radi se o kovarijacijskoj matrici $\frac{1}{n} X X'$ koja je pozitivno definitna pa postoje $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n > 0$ i $u_1, \dots, u_n \in \mathbb{R}^n$, ortonormirani, tako da je

$$\frac{1}{n} (X \cdot X') u_i = \lambda_i u_i, \quad (2.10)$$

to jest postoji ortonormirana baza svojstvenih vektora.

Za $v \in \mathbb{R}^n$, $\|v\| = 1$, $v = \sum \alpha_i u_i$ promotrimo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \left((X, X') v, v \right) &= \frac{1}{n} \left((X \cdot X') \sum_i \alpha_i u_i, \sum_j \alpha_j u_j \right) = \\ &= \left[\begin{array}{l} u_i \text{ su ortonormirani} \\ u_i \text{ su svojstveni vektori} \end{array} \right] = \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i,j} \alpha_i \lambda_j \lambda_i \delta_{ij} = \frac{1}{n} \sum_i \alpha_i^2 \cdot \lambda_i \geq \frac{1}{n} \left(\sum \alpha^2 \right) \cdot \lambda_n. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Ako stavimo da je $v = u_n$ onda (2.11) postiže minimum. Svojstveni vektor kovarijacijske matrice kojemu pripada najmanja svojstvena vrijednost je normala tražene hiperravnine Π , a vektori u_1, \dots, u_{n-1} razapinju ravninu Π . Svojstvene vrijednosti λ_i i svojstveni vektori u_i se dobiju putem rastava na empirijske ortogonalne funkcije, pri

čemu su u_i takozvani EOF-i (Emery i Thomson, 2004). Ukoliko su vremenski nizovi (retci matrice X) raznorodni (u ovom radu razina mora, derivacija razine mora i temperatura zraka), gornji postupak treba modificirati jer konačan rezultat ne smije ovisiti o jedinicama mjere. Nizove je potrebno normalizirati, to jest podijeliti s pripadnim standardnim devijacijama, što znači da umjesto s kovarijacijskom matricom treba raditi s korelacijskom matricom.

Konkretno, neka je matrica X tipa $n \times m$ kao i prije (svaki redak sadrži jedan vremenski niz). Neaka je s_i standardna devijacija i -tog retka te $S = \text{diag}(s_1, \dots, s_n)$, dijagonalna matrica koja na dijagonali sadrži standardne devijacije. Tada je $\tilde{X} = S^{-1} \cdot X$ matrica tipa $n \times m$ koja u retcima sadrži normalizirane nizove. Kada se prethodno opisani postupak ponovi za matricu \tilde{X} , odnosno za korelacijsku matricu $\frac{1}{n} \tilde{X} \cdot \tilde{X}'$, dobiju se svojstvene vrijednosti $\tilde{\lambda}_1 \geq \tilde{\lambda}_2 \geq \dots \geq \tilde{\lambda}_n$ i ortonormirani svojstveni vektori $\tilde{u}_1, \dots, \tilde{u}_n$. Vektori $\tilde{u}_1, \dots, \tilde{u}_{n-1}$ razapinju traženu ravninu za normalizirane nizove, a \tilde{u}_n je pripadna normala.

Vraćanjem na izvorne vremenske nizove dobiju se vektori $\tilde{\tilde{u}}_i = S \tilde{u}_i$, $i = 1, \dots, n$ koji više nisu međusobno ortogonalni. Pri tom, $\tilde{\tilde{u}}_1, \dots, \tilde{\tilde{u}}_{n-1}$ razapinju traženu hiperravninu koja rješava problem ortogonalne regresije za izvorne nizove. Za odrediti jednadžbu te ravnine treba naći normalu, to jest odrediti jedinični vektor $w \in \mathbb{R}^3$ koji je okomit na vektore $\tilde{\tilde{u}}_1, \dots, \tilde{\tilde{u}}_{n-1}$. Traženi vektor se određuje pomoću dekompozicije singularnih vrijednosti (engl. *Singular Value Decomposition*, SVD) (Emery i Thomson, 2004).

2.5 Primjena ortogonalne regresije na poluempirijsku metodu

Treća varijanta poluempirijske metode vodi na jednadžbu (2.2), tj.

$$I \frac{d(H - H_0)}{dt} + E(H - H_0) = T - T_0, \quad (2.12)$$

pri čemu je H osmotrena razina mora, H_0 ravnotežna razina mora, T osmotrena temperatura zraka, T_0 temperatura zraka u predindustrijsko doba, dok su E i I ravnotežni te inercijalni koeficijenti, redom.

Jednadžba (2.12) se može zapisati u obliku

$$I \frac{dH}{dt} + EH = T + (EH_0 - T_0) \quad (2.13)$$

koji je pogodan za primjenu ortogonalne regresije. Ako je $w = (w_1, w_2, w_3)'$ normala tražene ravnine u \mathbb{R}^3 , onda jednadžbu ortogonalne regresije primjenjena na centrirane veličine (s $\bar{\quad}$ označavamo usrednjavanje u vremenu) glasi:

$$n_2 \left(\frac{dH}{dt} - \frac{d\bar{H}}{dt} \right) + n_1 (H - \bar{H}) + n_3 (T - \bar{T}) = \epsilon, \quad (2.14)$$

pri čemu je s ϵ označeno odstupanje od ravnine. Slijedi:

$$-\frac{n_2}{n_3} \frac{dH}{dt} - \frac{n_1}{n_3} H \approx T - \frac{1}{n_3} \left(n_3 \bar{T} + n_2 \frac{d\bar{H}}{dt} + n_1 \bar{H} \right). \quad (2.15)$$

Usporedbom jednadžbi (2.13) i (2.15) dobivaju se procjene za inercijalne i ravnotežne koeficijente $I = -\frac{w_2}{w_3}$, $E = -\frac{w_1}{w_3}$. Nadalje, ako označimo $C = n_3 \bar{T} + n_2 \frac{d\bar{H}}{dt} + n_1 \bar{H}$, onda

imamo $EH_0 - T_0 = -\frac{C}{w_3}$ odakle je

$$H_0 = \frac{T_0 - \frac{C}{w_3}}{E}. \quad (2.16)$$

Pri tom se temperatura zraka u predindustrijsko doba, T_0 , procijeni direktno iz podataka srednje globalne temperature zraka.

3. Rezultati

3.1 *Ortogonalna regresija bez korekcije za kopnene vode*

Na slici 3.1 prikazani su grafovi izvornih filtriranih vremenskih nizova razine mora, derivacije razine mora i temperature zraka (crvena boja) te pripadne rekonstrukcije dobivene ortogonalnom regresijom (plava boja) bez korekcije utjecaja kopnenih voda na podatke razine mora.

Izvorna razina mora i razina mora dobivena ortogonalnom regresijom pokazuju slaganje za cijelo razdoblje rekonstrukcije s minimumom 1930-ih godina nakon kojeg slijedi blagi porast razine mora 1950-ih godina prošlog stoljeća. Ukupan porast razine mora za promatrano razdoblje iznosi $\Delta\zeta = 18,67$ cm.

Deriviranje centralnom shemom je osjetljiva operacija što dovodi do neslaganja krivulje izvornih rezultata i krivulje rezultata dobivenih ortogonalnom regresijom. Trend rasta razine mora je maksimalan nakon 1930-ih godina i 1990-ih godina što se slaže s rezultatima dobivenim u radu Orlić i Pasarić (2015). Trend porasta razine mora je minimalan 1970-ih godina te se krivulje izvornih podataka i rezultata analize razlikuju ali ta razlika je prihvatljiva ako uzmemo u obzir deriviranje razine mora. Početak izgradnje brana i akumulacijskih jezera početkom 1970-ih godina prošlog stoljeća je mogući razlog minimuma porasta razine mora s obzirom da brane zadržavaju vodu te time dovode do spuštanja razine mora (Wada et al., 2016).

Kod rekonstruirane temperature i izvornih podataka temperature se vidi pomak između krivulja ali nagib krivulja pokazuje slaganje. Porast temperature zraka je maksimalan 1920-ih i 1980-ih godina a minimalan u razdoblju između tih razdoblja, kao što je pokazano u radu Orlić i Pasarić (2015).

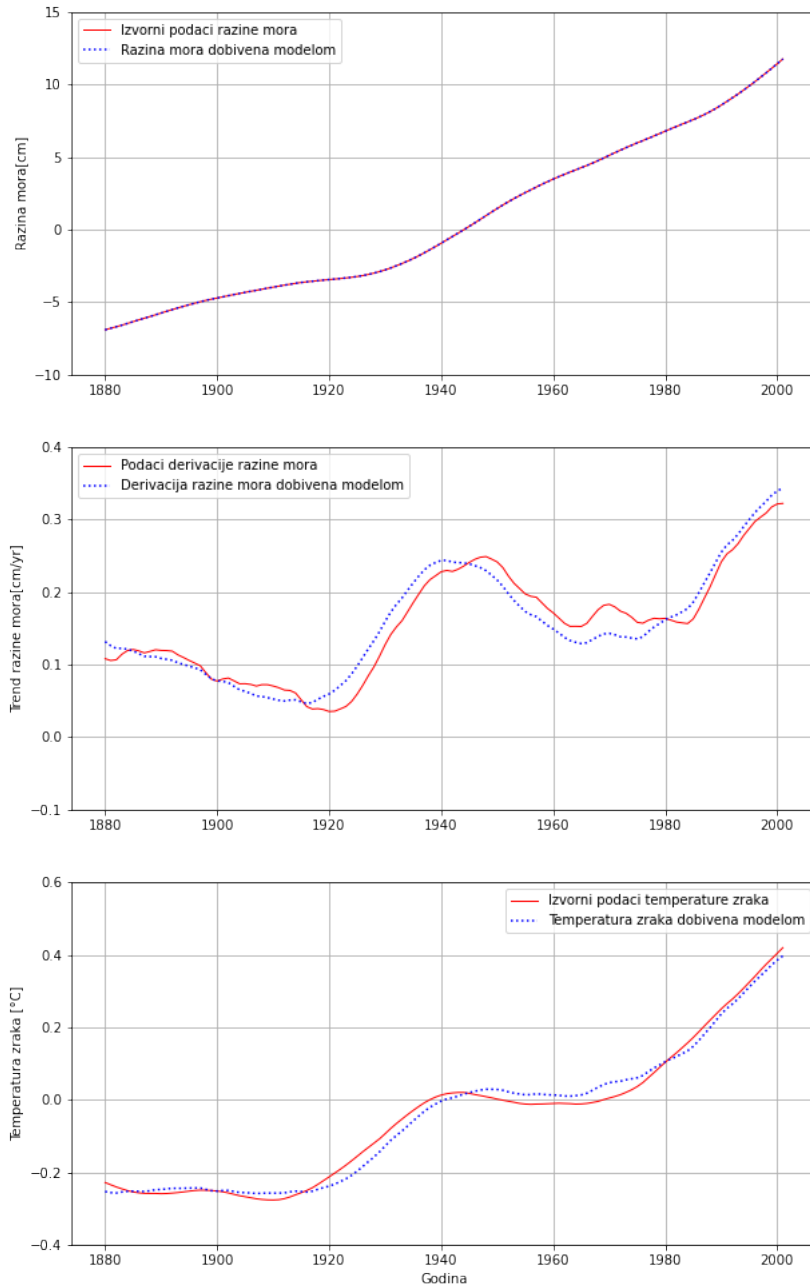
Inercijalni koeficijent dobiven ortogonalnom regresijom iznosi $I = 94,6$ °C m⁻¹ yr a ravnotežni koeficijent $E = 2,4$ °C m⁻¹ dok vrijeme odziva iznosi $\delta = I/E = 39$ godina. Prema radu Orlić i Pasarić (2013) razina mora se rekonstruira prilagodbom eksponencijalne i kosinus funkcije vremenskim nizovima kao što je prikazano na slici 3.2 a pripadni ravnotežni i inercijalni koeficijent iznose $I = 88$ °C m⁻¹ yr i $E = 1,8$ °C m⁻¹ uz vrijeme odziva $\delta = 49$ godina. Dobivena vremena odziva ukazuju na slaganje između dviju različitih metoda korištenih za rekonstrukciju razine mora. Rezultati dobiveni u radu Orlić i Pasarić (2013) su prikazani na slici 3.2.

3.2 *Ortogonalna regresija s korekcijom za kopnene vode*

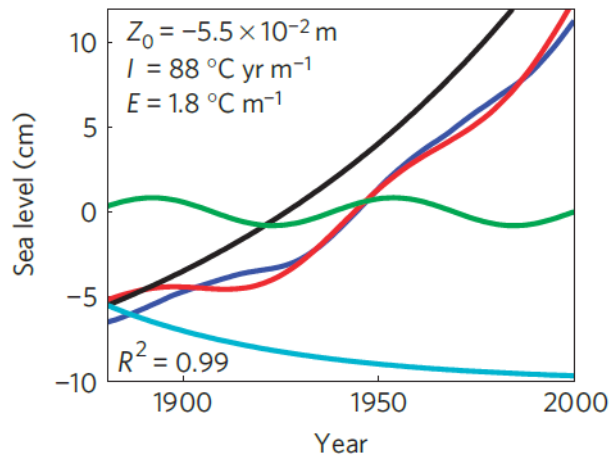
Antropogeni doprinosi kopnenih voda su crpljenje podzemnih voda i zadržavanje vode u akumulacijskim jezerima izgradnjom brana. Na slici 2.4 su prikazane tri krivulje, zelenom bojom je filtrirani doprinos razini mora od podzemnih voda, crvenom je doprinos razini mora od brana, dok je zbroj oba doprinosa prikazan ljubičastom bojom. Iz grafa doprinosa kopnenih voda vidimo da doprinos brana premašuje doprinos podzemnih voda što govori da je ukupan doprinos razini mora negativan tj. smanjuje globalnu razinu oceana.

Pokhrel et al. (2012) promatrajući iste doprinose, dobivaju rezultat koji je drugačiji. Kao što je prikazano na slici 3.3 doprinos podzemnih voda prevladava nad doprinosom akumulacijskih jezera što se razlikuje od podataka Frederikse et al. (2020) korištenih u ovom radu.

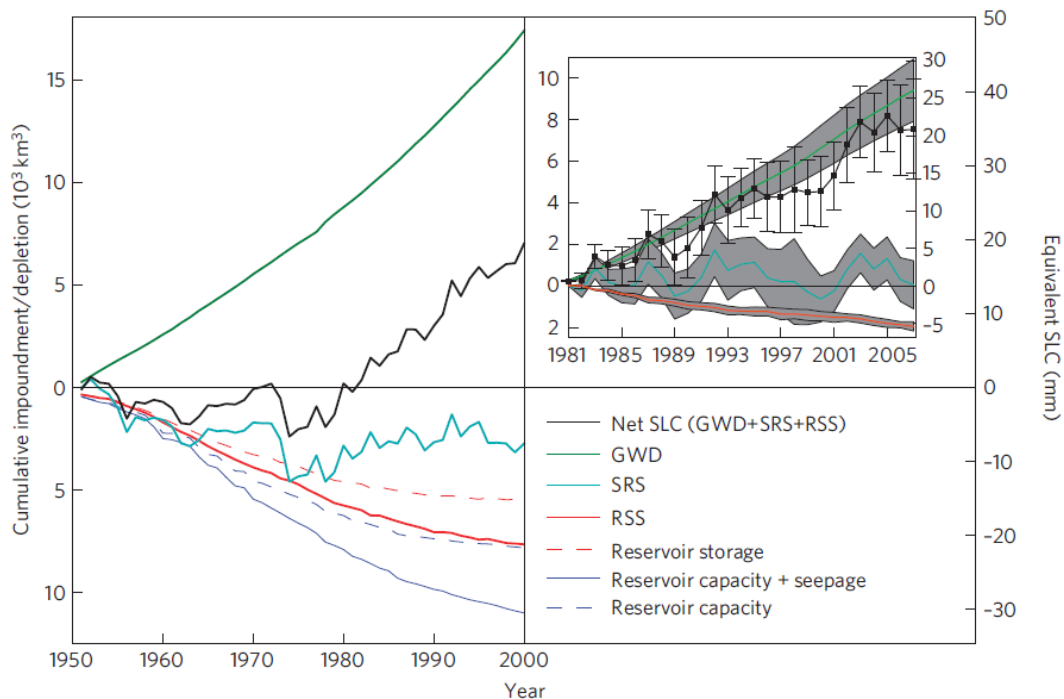
Model ortogonalne regresije bez korekcije za kopnene vode



Slika 3.1. Rekonstrukcija razine mora, njene derivacije i temperature zraka dobivena ortogonalnom regresijom za razdoblje od 1880. do 2001. godine. Crvenom bojom su označeni izvorni filtrirani podaci a plavom bojom su naznačeni rezultati dobiveni ortogonalnom regresijom.



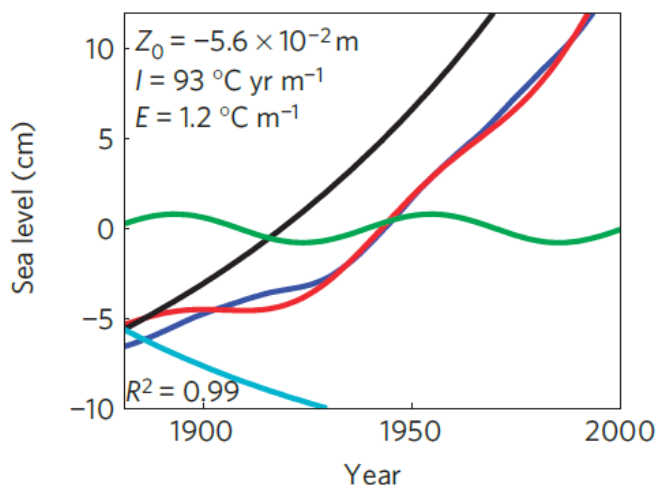
Slika 3.2. Rezultati analize GISS podataka i CW06 podataka. Plavom bojom je naznačena razina mora, crvenom bojom je označena prilagodba eksponencijalnom i kosinus funkcijom, dok su crnom, svijetlo plavom i zelenom bojom označene komponente prilagodbe (Orlić i Pasarić, 2013).



Slika 3.3. Doprinos kopnenih voda globalnoj razini mora. Zelena krivulja predstavlja doprinos podzemnih voda a crvena je doprinos akumulacijskih jezera (Pokhrel et al., 2012).

Brane zadržavaju vodu što dovodi do spuštavanja razine mora dok doprinos podzemnih voda ima suprotan efekt. Za promotriti utjecaj temperature na globalnu razinu mora potrebno je korigirati utjecaj brana i podzemnih voda.

Opaženi podaci globalne razine mora se korigiraju za doprinos brana na način da se razini mora pribroje iznosi doprinosa koji bi bili opaženi da nema brana. U radu Orlić i Pasarić (2013) provedena je korekcija prema radu Chao et al. (2008) gdje je podacima razine mora pribrojen doprinos koji bi vrijedio kada brana ne bi bilo te je rekonstruirana razina mora prikazana na slici 3.4. Visina razine mora nakon 1980-ih godina je viša nego u slučaju kada na podatke nije primijenjena korekcija prema Chao et al. (2008).



Slika 3.4. Izvorni podaci razine mora korigirani prema korekciji Chao et al. (2008) su prikazani plavom bojom, prilagodba kosinus i eksponencijalnom funkcijom crvenom bojom dok su komponente prilagodbe prikazane crnom, svijetloplavom i zelenom krivuljom (Orlić i Pasarić, 2013).

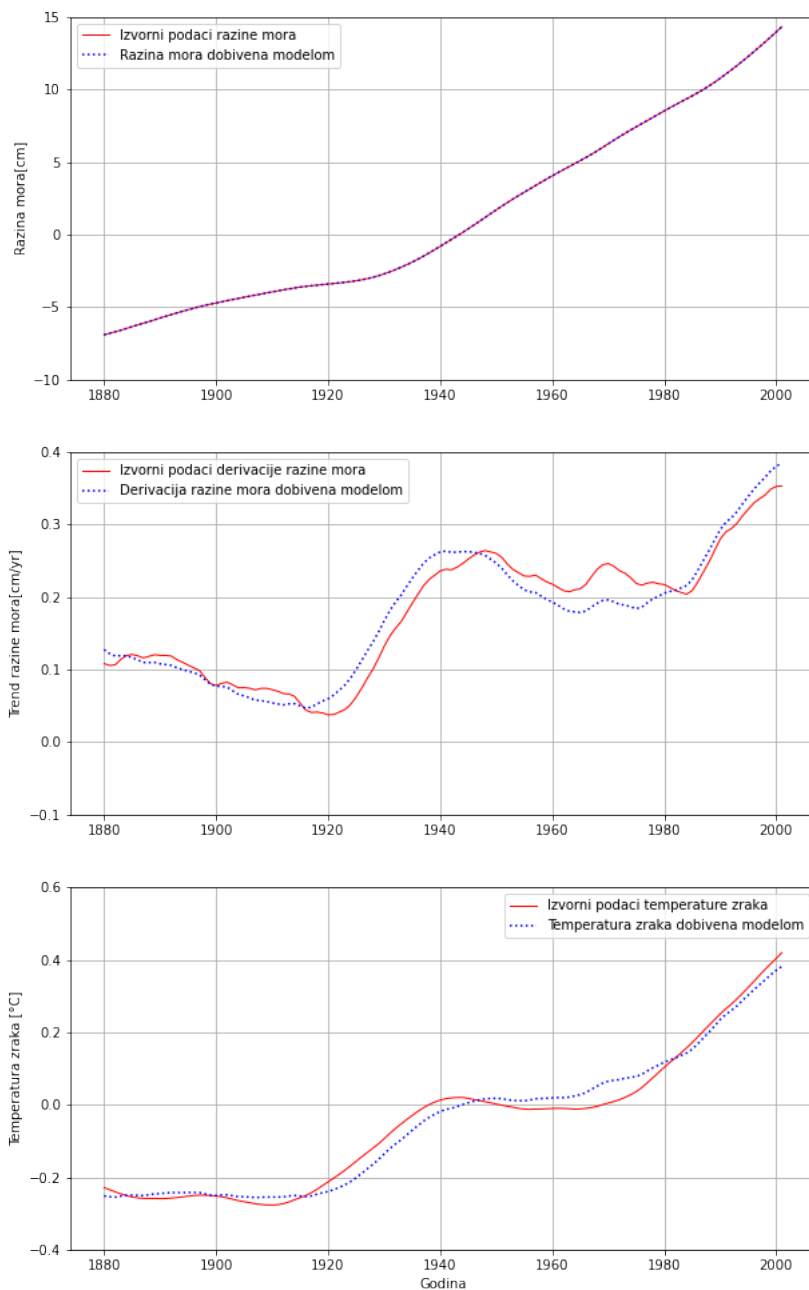
Slika 3.5 prikazuje grafove razine mora, derivacije i temperature kada globalnu razinu mora korigiramo za doprinos (utjecaj) brana iz rada Frederikse et al. (2020). Kod grafa razine mora krivulja dobivena ortogonalnom regresijom (plava boja) prati krivulju izvornih podataka (crvena boja). Razlika u odnosu na graf razine mora bez korekcije je u iznosima razine mora koji su viši kada na podatke primijenimo korekciju za brane za razdoblje nakon 1970-ih godina prošlog stoljeća što ukazuje na razinu mora koja bi bila osmotrena da brane ne postoje. Ukupan porast razine mora od 1880. do 2001. godine iznosi $\Delta\zeta = 21, 22 \text{ cm}$. Razlika u iznosima razine mora je osmotrena i u radu Orlić i Pasarić (2013).

Za derivacije razine mora u prvoj polovici 20. stoljeća nema razlike u odnosu na graf derivacije kada nema korekcije za kopnene vode. Minimum opažen 1960-ih i 1970-ih godina slabije je izražen nego kod derivacija bez korekcije za brane. Većina podataka o vodi zadržanoj u akumulacijskim jezerima kreće od 1950. godine.

S obzirom da na podatke temperature ne primjenjujemo korekciju, rekonstrukcija i izvorni podaci su isti kao u slučaju kada nemamo korekciju kopnenih voda.

Koeficijenti dobiveni ortogonalnom regresijom kada primijenimo korekciju za kopnene vode na podatke razine mora su: $I = 83, 7 \text{ }^\circ\text{C m}^{-1} \text{ yr}$ i $E = 2, 0 \text{ }^\circ\text{C m}^{-1}$, gdje vrijeme odziva iznosi $\delta \approx 42$ godine, a u radu Orlić i Pasarić (2013) koeficijenti iznose: $I = 93 \text{ }^\circ\text{C m}^{-1} \text{ yr}$ i $E = 1, 2 \text{ }^\circ\text{C m}^{-1}$ uz vrijeme odziva $\delta = 77$ godina. Uzrok razlike

Model ortogonalne regresije s korekcijom za brane



Slika 3.5. Rekonstruirana razina mora s korekcijom za brane, derivacija i temperatura. Crvenom krivuljom su prikazani filtrirani izvorni podaci dok je plavom krivuljom prikazana rekonstrukcija dobivena ortogonalnom regresijom.

u vremenima je razlika u podacima o kopnenim vodama: u ovom radu su korišteni doprinosi iz rada Frederikse et al. (2020) dok su u radu Orlić i Pasarić (2013) korišteni podaci Chao et al. (2008). Osim toga uzrok su i različite metode rekonstrukcije razine mora, tj. prilagodba eksponencijalnom i kosinus funkcijom i ortogonalna regresija.

S obzirom da doprinos brana premašuje doprinos podzemnih voda, rezultati dobiveni kada od iznosa razine mora oduzmemo zbroj doprinosa brana i podzemnih voda (kao kod korekcije u radu Pokhrel et al. (2012)) izgledaju kao na slici 3.6. Iznos porasta globalne razine mora od 1880. do 2001. godine je $\Delta\zeta = 20,12$ cm što je manje od iznosa dobivenog korekcijom za brane ali je veće od iznosa dobivenog kada korekcije nisu primijenjene.

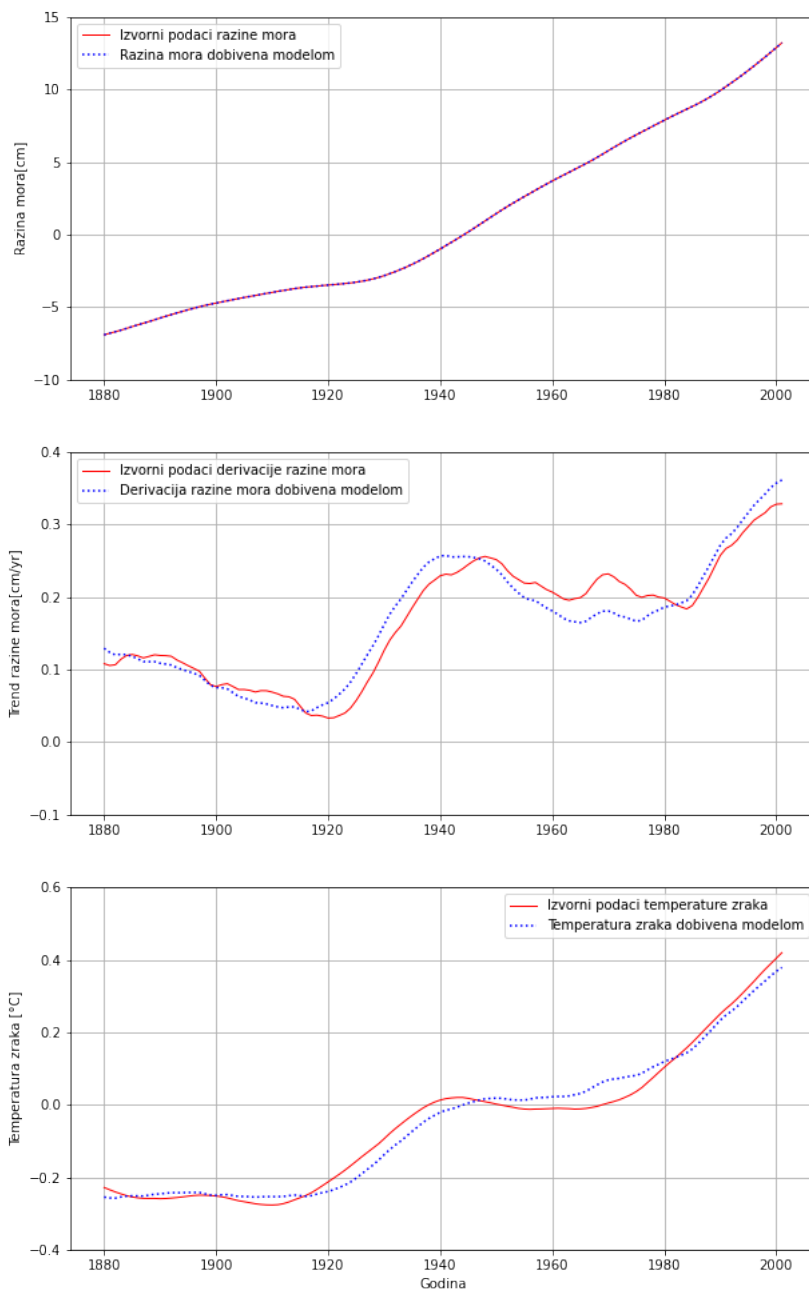
Graf temperature zraka je isti kao u prethodna dva slučaja dok se graf derivacije razlikuje u razdoblju između 1950-ih i 1980-ih godina gdje minimalna vrijednost iznosi $\frac{d\zeta}{dt} = 0,2$ cm/yr.

U radu Orlić i Pasarić (2013) podizanje razine mora je manje za korekciju Pokhrel et al. (2012) od podizanja razine mora bez korekcije i s korekcijom za brane što je u skladu sa slikom 3.3 gdje je vidljivo da doprinos podzemnih voda premašuje doprinos brana što dovodi do spuštanja globalne razine mora.

Koeficijenti u ovom radu iznose: $I = 80,6$ °C m⁻¹ yr i $E = 2,2$ °C m⁻¹ s vremenom odziva $\delta \approx 36$ godina dok u radu Orlić i Pasarić (2013) iznose $I = 84$ °C m⁻¹ yr i $E = 2,4$ °C m⁻¹ s vremenom odziva $\delta = 35$ godina, što pokazuje slaganje između rezultata dobivenih različitim metodama i podacima korištenima za korekciju kopnenih voda.

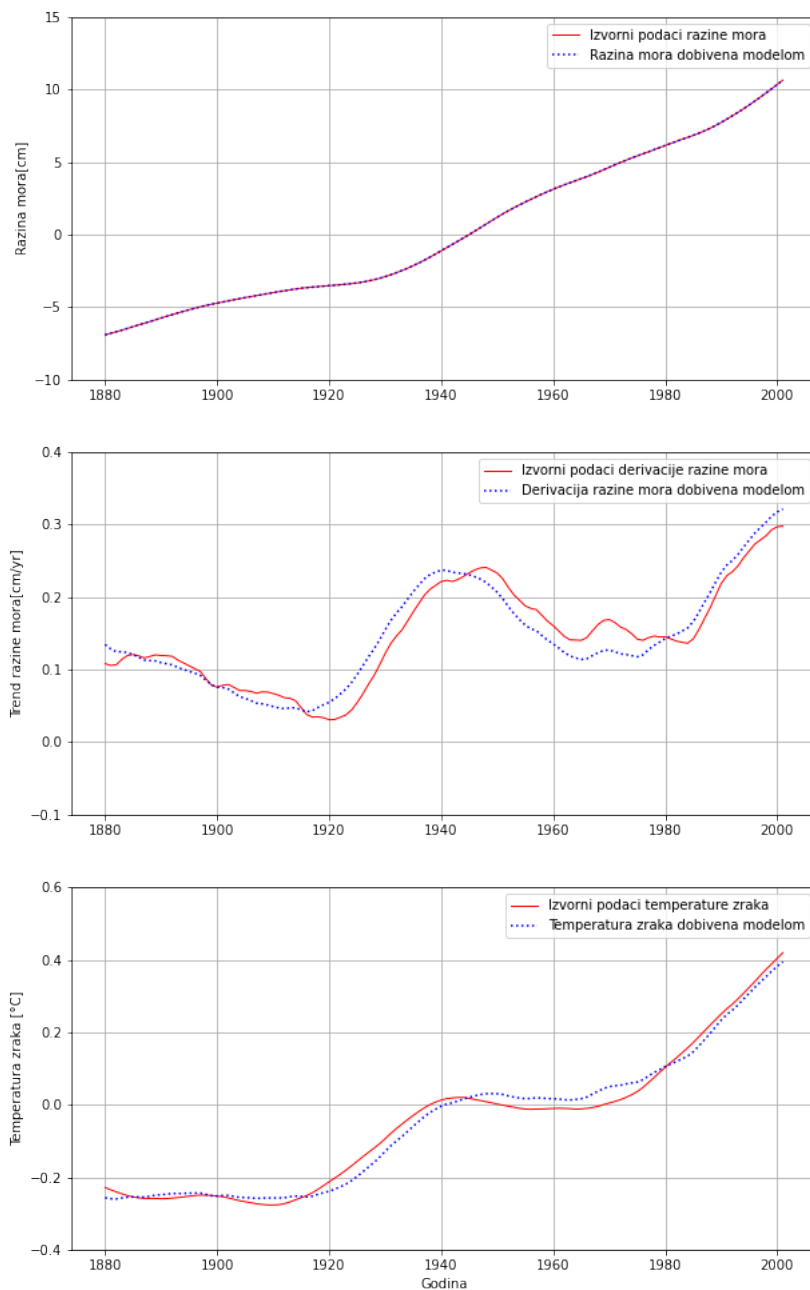
Ako na podatke primijenimo samo korekciju za podzemne vode tj. od iznosa razine mora oduzmemo doprinos podzemnih voda, rezultati ortogonalne regresije i izvornih podataka su prikazani na slici 3.7. Ukupan porast razine mora od 1880. do 2001. godine iznosi $\Delta\zeta = 17,56$ cm što je najmanji ukupan porast u odnosu na ostale slučajeve. To je i očekivano s obzirom da oduzimamo doprinos podzemnih voda od visine razine mora. Derivacija razine mora minimum postiže 1970-ih godina gdje trend iznosi $\frac{d\zeta}{dt} = 0,12$ cm/yr. Inercijalni i ravnotežni koeficijenti iznose $I = 93,0$ °C m⁻¹ yr i $E = 2,7$ °C m⁻¹ s vremenom odziva $\delta \approx 34$ godine.

Model ortogonalne regresije s korekcijom za kopnene vode



Slika 3.6. Rekonstruirana razina mora sa korekcijom za brane i i zalihe podzemnih voda, derivacija i temperatura. Crvenom krivuljom su prikazani filtrirani izvorni podaci dok je plavom krivuljom prikazana rekonstrukcija dobivena ortogonalnom regresijom.

Model ortogonalne regresije s korekcijom za podzemne vode



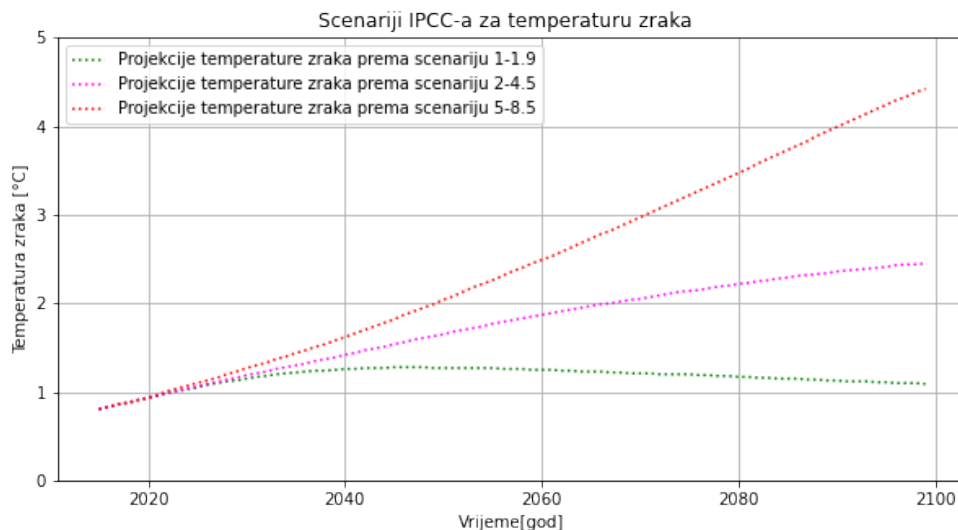
Slika 3.7. Rekonstruirana razina mora s korekcijom za zalihe podzemnih voda, derivacija i temperatura. Crvenom krivuljom su prikazani filtrirani izvorni podaci dok je plavom krivuljom prikazana rekonstrukcija dobivena ortogonalnom regresijom.

4. Projekcije

Uz ravnotežne i inercijalne koeficijente dobivene iz modela te vremenske nizove projekcija temperature Međuvladinog panela za klimatske promjene (engl. *Intergovernmental Panel on Climate Change*, IPCC), rješavajući običnu diferencijalnu jednadžbu možemo rekonstruirati razinu mora za razdoblje od 1880. do 2100. godine. Ta jednadžba glasi:

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{-E}{I}\zeta + \frac{\tau}{I}, \quad (4.1)$$

gdje je τ vremenski niz temperature zraka $\tau = T - T_0$, gdje su od 1880. do 2015. godine korišteni izmjereni podaci (GISS) te od 2015. do 2100. godine projekcije IPCC-a, a $\zeta = H - H_0$ gdje je H_0 parametar dobiven ortogonalnom regresijom. Prema šestom izvještaju IPCC-a, projekcije temperature zraka su izrađene za svaki klimatski scenarij emisije stakleničkih plinova. Tri različita scenarija su: SSP 1-1.9, scenarij blagog porasta, SSP 2-4.5, scenarij umjerenog porasta i SSP 5-8.5, scenarij ubrzanog rasta temperature zraka i emisije stakleničkih plinova – kao što je prikazano na slici 4.1 (engl. *Shared Socioeconomic Pathways*, SSP) i u tablici 4.1.

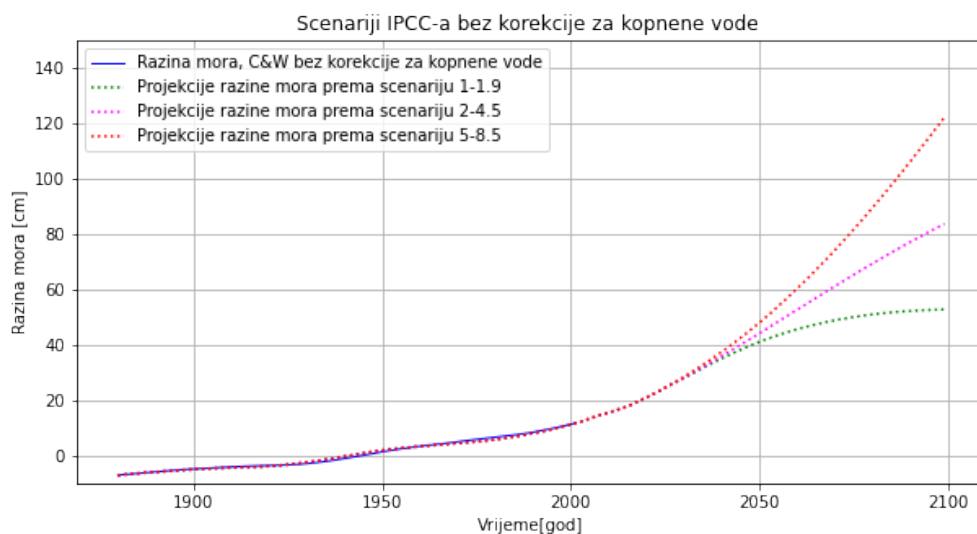


Slika 4.1. Projekcije temperature zraka prema podacima IPCC-a za tri različita scenarija emisije stakleničkih plinova.

Tablica 4.1. Opis različitih scenarija prema šestom izvješću IPCC-a.

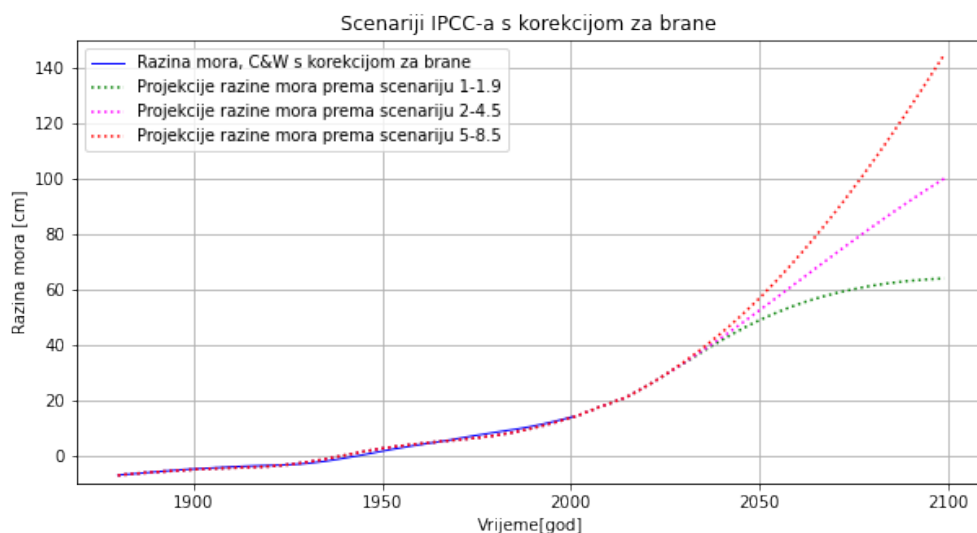
SSP	Scenarij	Procijenjeno zagrijavanje (2041.-2060.)	Procijenjeno zagrijavanje (2081.-2100.)	Očekivani raspon temperature u °C
SSP1-1.9	niske emisije stakleničkih plinova: CO_2 emisije ≈ 0 oko 2050	1.6°C	1.4°C	1.0-1.8
SSP2-4.5	umjerene emisije stakleničkih plinova: CO_2 emisije oko trenutnih razina do 2050., zatim se približavaju nuli ali ne dosežu nulu do 2100.	2.0°C	2.7°C	2.1-3.5
SSP5-8.5	vrlo visoke emisije stakleničkih plinova: emisija CO_2 se utrostruči do 2075. godine	2.4°C	4.4°C	3.3-5.7

Između 2000. i 2100. godine rast srednje razine mora iznosi za SSP1-1.9 $\Delta\zeta = 41,18$ cm, za SSP2-4.5 $\Delta\zeta = 72,05$ cm i za SSP5-8.5 $\Delta\zeta = 110,51$ cm kada na podatke razine mora nije primijenjena korekcija za kopnene vode, a što je prikazano na slici 4.2.



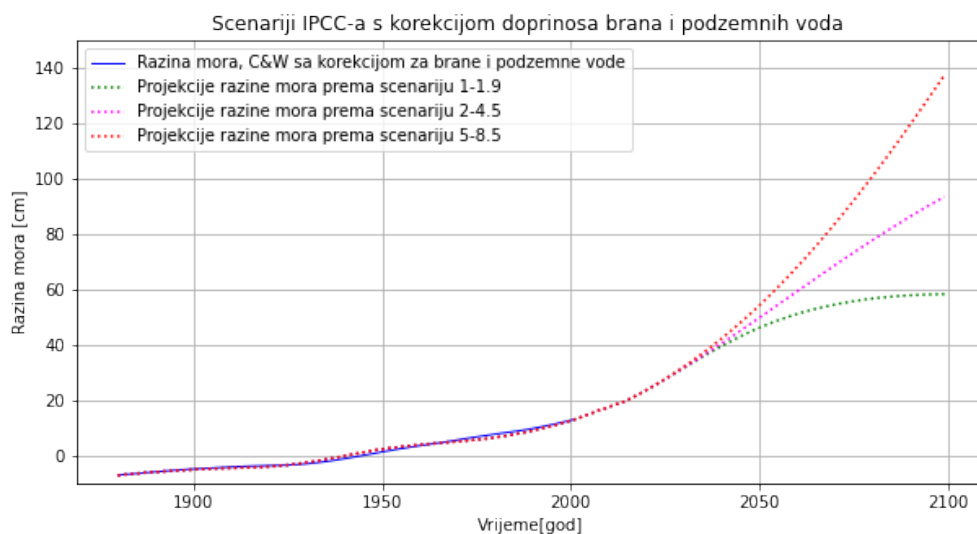
Slika 4.2. Projekcije razine mora izračunate iz podataka projekcija temperatura prema IPCC scenarijima.

Primjenom korekcije za brane na podatke razine mora pri određivanju koeficijenata, porast razine mora iznosi za SSP1-1.9 $\Delta\zeta = 49,91$ cm, za SSP2-4.5 $\Delta\zeta = 86,00$ cm i za SSP5-8.5 $\Delta\zeta = 130,81$ cm, a projekcije razine mora su prikazane na slici 4.3. Koeficijenti izračunati kada primijenimo korekciju za brane i podzemne vode daju



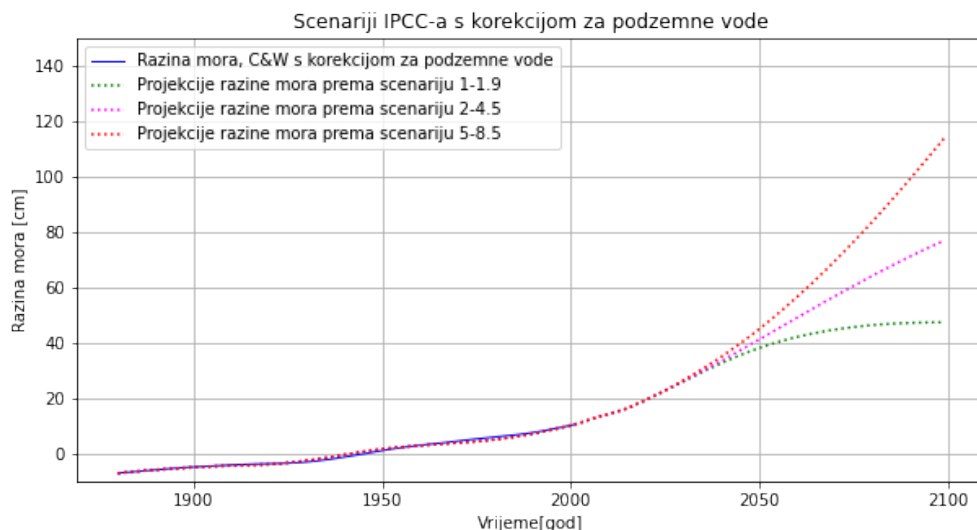
Slika 4.3. Projekcije razine mora izračunate iz podataka projekcija temperatura prema scenarijima IPCC-a kada je kod određivanja koeficijenata korištena korekcija za brane.

ukupan porast razine mora koji je prikazan na slici 4.4 te iznosi za SSP1-1.9 $\Delta\zeta = 45,25$ cm, za SSP2-4.5 $\Delta\zeta = 80,40$ cm i za SSP5-8.5 $\Delta\zeta = 124,28$ cm.



Slika 4.4. Projekcije razine mora izračunate iz podataka projekcija temperatura prema IPCC scenarijima kada je kod određivanja koeficijenata korištena korekcija za brane i podzemne vode.

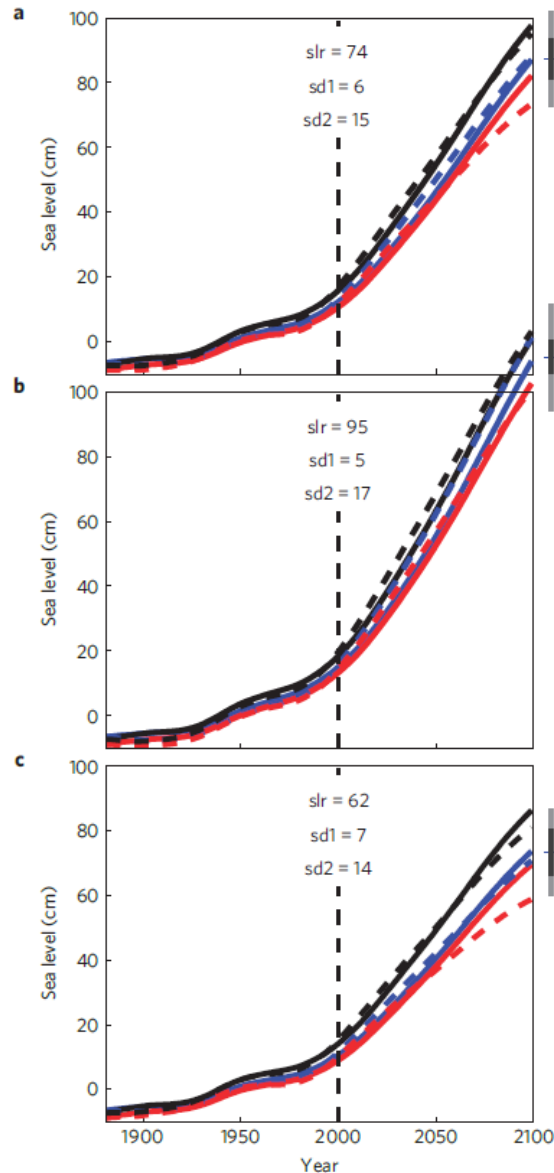
Slika 4.5 prikazuje projekcije razine mora kada imamo korekciju za podzemne vode pri određivanju koeficijenata. Iznosi podizanja razine mora su: SSP1-1.9 — $\Delta\zeta = 36,86$ cm, SSP2-4.5 — $\Delta\zeta = 66,41$ cm i SSP5-8.5 — $\Delta\zeta = 105$ cm.



Slika 4.5. Projekcije razine mora izračunate iz podataka projekcija temperatura prema IPCC scenarijima kada je kod određivanja koeficijenata korištena korekcija za podzemne vode.

Sadašnje projekcije dobivene u ovom radu možemo usporediti s iznosima porasta razine mora iz rada Orlić i Pasarić (2013). Projekcije korištene u radu Orlić i Pasarić (2013) su iz četvrtog izvješća IPCC-a za scenarij SRES B1 što je ekvivalent scenariju SSP2-4.5 šestog izvješća IPCC-a. U radu Orlić i Pasarić (2013) rezultati dobiveni rješavanjem jednadžbe (4.1) s korekcijom Chao et al. (2008) i Pokhrel et al. (2012) te bez korekcije su prikazani na slici 4.6. Iznosi porasta srednje razine mora u razdoblju od

2000. do 2100. su: $\Delta\zeta = 74 \pm 6$ cm kada nema korekcije pri određivanju koeficijenata, $\Delta\zeta = 95 \pm 6$ cm kada je primijenjena korekcija Chao et al. (2008) za brane (tj. kada nema brana), $\Delta\zeta = 62 \pm 7$ cm kada je uključena korekcija prema Pokhrel et al. (2012).

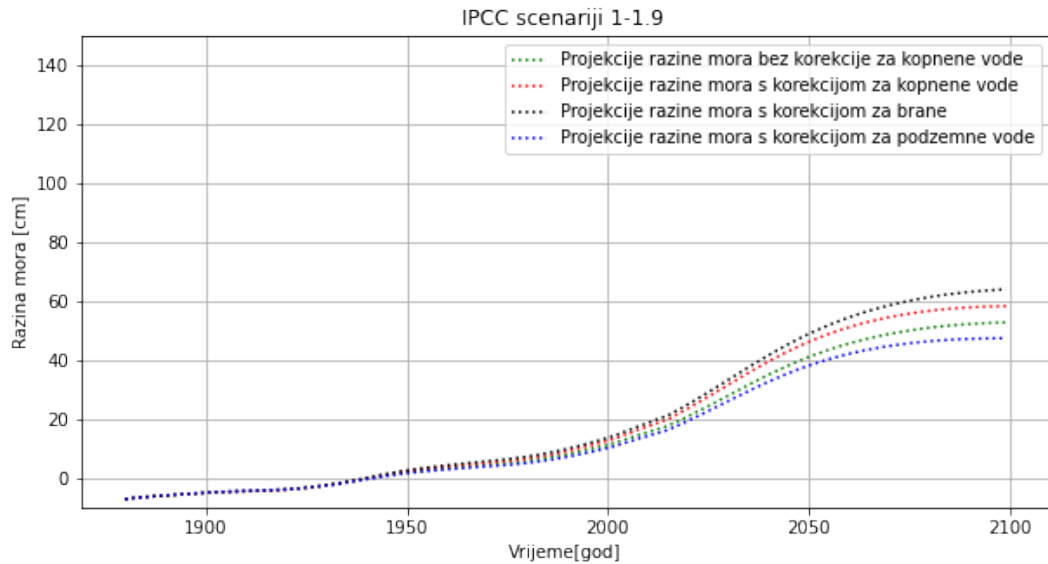


Slika 4.6. Projekcije razine mora izračunate iz podataka temperature (GISS) prije 2000. i projekcije temperature prema scenariju SRES B1 nakon 2000. godine. **a**, rezultati dobiveni uz pomoć koeficijenata određenih na osnovi različitih podataka o temperaturi i razini mora, kada nema korekcije za kopnene vode. **b** kao i u slučaju **a** samo je na podatke primjenjena korekcija Chao et al. (2008). **c** kao kod slučaja **a** ali je na podatke primjenjena korekcija Pokhrel et al. (2012) za brane i podzemne vode (Orlić i Pasarić, 2013).

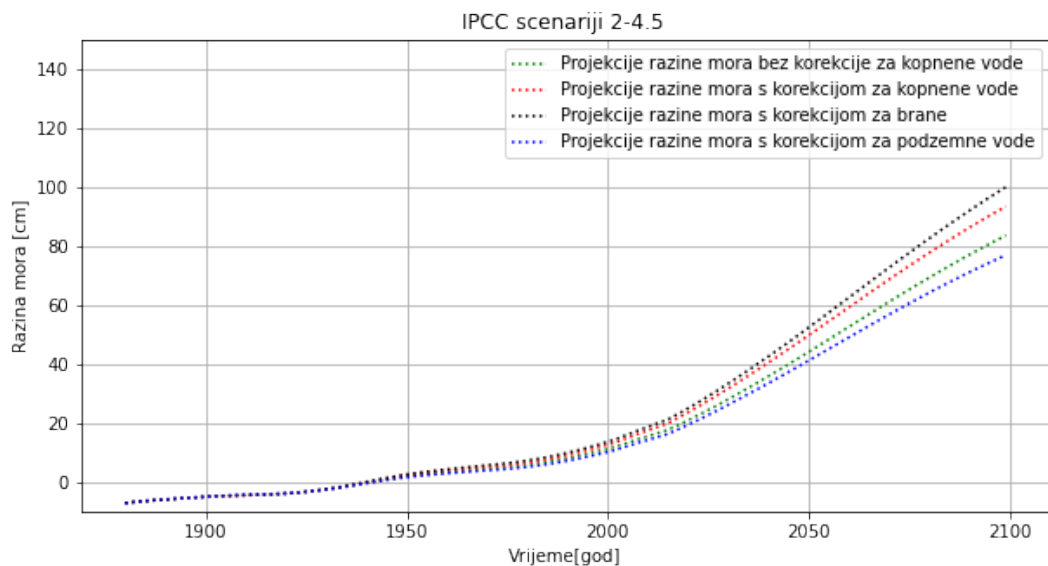
Primjećuje se da se projekcije razlikuju samo kod slučaja kada je korekcija za brane i podzemne vode korištena kod određivanja koeficijenata, pri čemu je iznos projekcije razine mora krajem 21. stoljeća veći nego u radu Orlić i Pasarić (2013) u slučaju korekcije prema Pokhrel et al. (2012) gdje doprinos podzemnih voda premašuje doprinos brana. U ovom radu je doprinos brana veći od doprinosa podzemnih voda što je

prikazano za tri različita scenarija IPCC-a: SSP1 je prikazan na slici 4.7, SSP2 na slici 4.8 i SSP5 na slici 4.9.

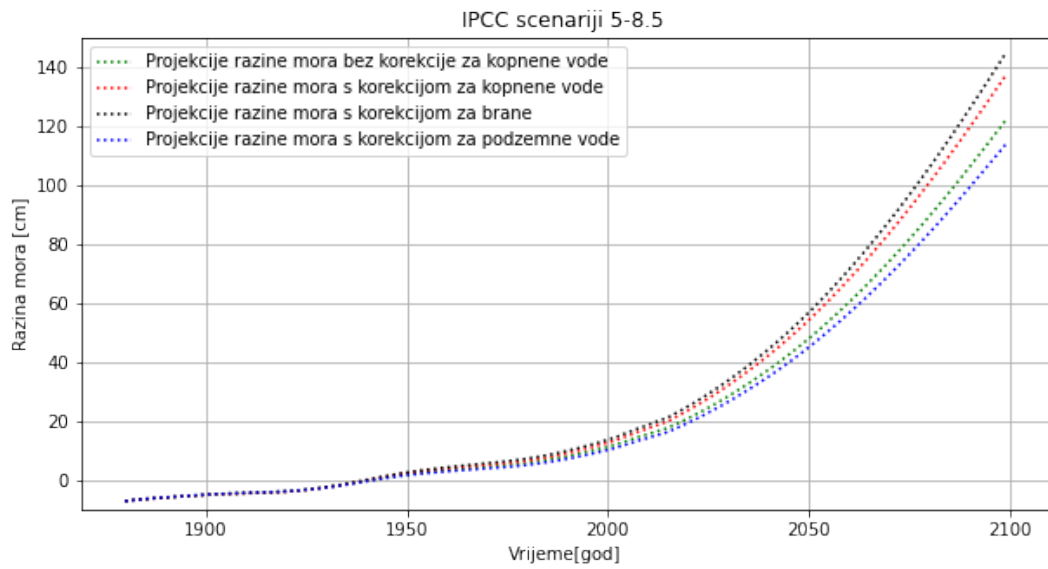
Projekcije su najmanje kada se na podatke primijeni korekcija za podzemne vode, a slijede projekcije bez primijenjenih korekcija za kopnene vode. Kada na razinu mora primijenimo korekciju za brane iznos projekcije je najveći kao i za korekciju kada uvažavamo doprinos brana i podzemnih voda.



Slika 4.7. Prikaz projekcija razine mora za scenarij SSP1-1.9 s različitim korekcijama primijenjenim za određivanje koeficijenata I i E .



Slika 4.8. Prikaz projekcija razine mora prema scenariju SSP2-4.5 za različite slučajeve primjene korekcije.



Slika 4.9. Prikaz projekcija razine mora prema scenariju SSP5-8.5 za korigirane i nekorigirane podatke.

5. Zaključak

U ovom radu promatrana je varijanta poluempirijske metode koja se zasniva na fizikalnoj relaciji globalne razine mora i globalne temperature zraka uz upotrebu inercijalnog i ravnotežnog koeficijenta. Korištenjem ortogonalne regresije uspješno su određeni inercijalni i ravnotežni parametri iz podataka razine mora (CW06) i temperature zraka (GISS) te pripadne projekcije na hiperravninu. Iz dobivene normale hiperravnine određeni su inercijalni i ravnotežni parametri iz kojih je izračunato vrijeme odziva koje je potrebno da se toplina dodana oceanu raširi po vodenom stupcu i da se otope ledenjaci (Orlić i Pasarić, 2013).

Antropogeni doprinosi kopnenih voda su crpljenje podzemnih voda koje dovodi do porasta razine mora i količina vode zadržana branama što uzrokuje spuštanje razine mora i te doprinose je potrebno korigirati u podacima razine mora. U radu je pokazano da doprinos brana nije kompenziran efektima crpljenja podzemnih voda za razliku od nalaza u radu Pokhrel et al. (2012).

Analizom podataka razine mora kada nema primijenjene korekcije za kopnene vode, vrijeme odziva iznosi 39 godina što je u skladu s rezultatima rada Orlić i Pasarić (2013) s vremenom odziva 49 godina.

Primjenom korekcije za brane na podatke razine mora (vrijednosti koje bi bile opažene da nema brana) te ortogonalnom regresijom dobiveno vrijeme odziva iznosi 43 godine što je niže od vrijednosti iz rada Orlić i Pasarić (2013) (77 godina) i dovodi do dodatnog porasta ukupne razine mora za 2,5 cm za razdoblje od 1880. do 2001. godine. Razlog tome mogu biti različiti izvori podataka o kopnenim vodama.

Zbrajanje doprinosa brana i podzemnih voda dovodi do ukupnog dodatnog porasta razine mora od 1,4 cm a vrijeme odziva iznosi 36 godina.

S temperaturnim projekcijama IPCC-a uz izračunate ravnotežne i inercijalne koeficijente izrađena je projekcija ukupnog porasta razine mora od 2015. do 2100. godine. U ovom radu primjenom korekcije za podzemne vode i brane na podatke razine mora, a zbog dominantnog doprinosa brana, dobiju se niže projekcije nego kada na podatke primijenimo samo korekciju za brane dok se više projekcije dobiju u slučaju bez korekcije za kopnene vode. Najviši iznos projekcije razine mora je dobiven primjenom korekcije za brane što je u skladu sa opažanjima iz rada Orlić i Pasarić (2013), dok se primjenom korekcije za brane i podzemne vode na razinu mora ne dobiju slični zaključci kao kod Orlić i Pasarić (2013).

Ukupan porast razine mora od 2001. do 2100. za scenarij SSP2-4.5 bez korekcija za kopnene vode iznosi $\Delta\zeta=72$ cm, s korekcijom za brane $\Delta\zeta=86$ cm te za zbroj doprinosa brana i podzemnih voda $\Delta\zeta=80,4$ cm.

Prvotno su korišteni podaci temperature zraka (GISS) i razine mora (CW11) iz rada Church i White (2011) gdje su podaci dani do 2010. godine. Zbog duljine TWS podataka, promatrano razdoblje je od 1900. do 2018. godine. Nadopunom CW11 podacima dobivenima kombinacijom satelitske altimetrije i mareografskih postaja te translacijom duž y-osi, izračunati inercijalni koeficijent bio je negativnog predznaka. U jednadžbi (2.2) član $\frac{E}{T}$ ima ulogu trenja i ako je negativan trenje umjesto usporavanja potiče ubrzavanje. Greška proizlazi iz podataka CW11, iz derivacija razine mora ili zbog osjetljivosti ortogonalne regresije.

Isti problem su imali Vermeer i Rahmstorf (2009) gdje je ravnotežni koeficijent imao negativan predznak što implicira da porast temperature dovodi do kontrakcije stupca

mora i/ili rasta ledenjaka (Orlić i Pasarić, 2015). Općenito, poluempirijska metoda dovodi do robusne buduće projekcije rasta razine mora bez obzira na izbore napravljene u analizi. Međutim, zbog pretpostavke da empirijske veze prošlih podataka i dalje vrijede u budućnosti, daljnja istraživanja i modeliranja dinamike uzročnika porasta razine mora su od velike važnosti.

Literatura

- Aral, M. M., J. Guan, B. Chang (2012). Dynamic system model to predict global sea-level rise and temperature change. *Journal of Hydrologic Engineering* 17(2), 237–242.
- Bolin, D., P. Gutterop, A. Januzzi, D. Jones, M. Novak, H. Podschwit, L. Richardson, A. Särkkä, C. Sowder, A. Zimmerman (2015). Statistical prediction of global sea level from global temperature. *Statistica Sinica* 25, 351–367.
- Box, J. E., W. Colgan (2013). Greenland ice sheet mass balance reconstruction. part iii: Marine ice loss and total mass balance (1840–2010). *Journal of Climate* 26(18), 6990–7002.
- Chao, B. F., Y.-H. Wu, Y. Li (2008). Impact of artificial reservoir water impoundment on global sea level. *Science* 320(5873), 212–214.
- Church, J. A., N. J. White (2006). A 20th century acceleration in global sea-level rise. *Geophysical Research Letters* 33(1), L01602.
- Church, J. A., N. J. White (2011). Sea-level rise from the late 19th to the early 21st century. *Surveys in Geophysics* 32(4), 585–602.
- Church, J. A., N. J. White, C. M. Domingues, D. P. Monselesan, E. R. Miles (2013). Sea-level and ocean heat-content change. *International Geophysics* 103, 697–725.
- Dangendorf, S., C. Hay, F. M. Calafat, M. Marcos, C. G. Piecuch, K. Berk, J. Jensen (2019). Persistent acceleration in global sea-level rise since the 1960s. *Nature Climate Change* 9(9), 705–710.
- Emery, W., R. Thomson (2004). *Data Analysis Methods in Physical Oceanography: Third Edition*. Elsevier, 729 pp.
- Frederikse, T., F. Landerer, L. Caron, S. Adhikari, D. Parkes, V. W. Humphrey, S. Dangendorf, P. Hogarth, L. Zanna, L. Cheng, et al. (2020). The causes of sea-level rise since 1900. *Nature* 584(7821), 393–397.
- Gornitz, V., S. Lebedeff, J. Hansen (1982). Global sea level trend in the past century. *Science* 215(4540), 1611–1614.
- Grinsted, A., J. C. Moore, S. Jevrejeva (2010). Reconstructing sea level from paleo and projected temperatures 200 to 2100 ad. *Climate Dynamics* 34(4), 461–472.
- Gutenberg, B. (1941). Changes in sea level, postglacial uplift, and mobility of the earth’s interior. *Bulletin of the Geological Society of America* 52(5), 721–772.
- Jevrejeva, S., A. Grinsted, J. C. Moore (2009). Anthropogenic forcing dominates sea level rise since 1850. *Geophysical Research Letters* 36, L20706.
- Jevrejeva, S., J. C. Moore, A. Grinsted (2010). How will sea level respond to changes in natural and anthropogenic forcings by 2100? *Geophysical Research Letters* 37, L07703.

- Konikow, L. F. (2011). Contribution of global groundwater depletion since 1900 to sea-level rise. *Geophysical Research Letters* 38, L17401.
- Levitus, S., J. Antonov, T. Boyer (2005). Warming of the world ocean, 1955–2003. *Geophysical Research Letters* 32, L02604.
- Moore, J. C., A. Grinsted, T. Zwinger, S. Jevrejeva (2013). Semiempirical and process-based global sea level projections. *Reviews of Geophysics* 51 (3), 484–522.
- Orlić, M., M. Pasarić, Z. Pasarić (2018). Mediterranean sea-level variability in the second half of the twentieth century: a Bayesian approach to closing the budget. *Pure and Applied Geophysics* 175, 3973–3988.
- Orlić, M., Z. Pasarić (2013). Semi-empirical versus process-based sea-level projections for the twenty-first century. *Nature Climate Change* 3(8), 735–738.
- Orlić, M., Z. Pasarić (2015). Some pitfalls of the semiempirical method used to project sea level. *Journal of Climate* 28(9), 3779–3785.
- Palmer, M., C. Domingues, A. Slangen, F. B. Dias (2021). An ensemble approach to quantify global mean sea-level rise over the 20th century from tide gauge reconstructions. *Environmental Research Letters* 16(4), 044043.
- Pokhrel, Y. N., N. Hanasaki, P. J. Yeh, T. J. Yamada, S. Kanae, T. Oki (2012). Model estimates of sea-level change due to anthropogenic impacts on terrestrial water storage. *Nature Geoscience* 5(6), 389–392.
- Rahmstorf, S. (2007). A semi-empirical approach to projecting future sea-level rise. *Science* 315(5810), 368–370.
- Rahmstorf, S., A. Cazenave, J. A. Church, J. E. Hansen, R. F. Keeling, D. E. Parker, R. C. Somerville (2007). Recent climate observations compared to projections. *Science* 316(5825), 709–709.
- Rahmstorf, S., M. Perrette, M. Vermeer (2012). Testing the robustness of semi-empirical sea level projections. *Climate Dynamics* 39(3), 861–875.
- Slangen, A., C. Katsman, R. Van de Wal, L. Vermeersen, R. Riva (2012). Towards regional projections of twenty-first century sea-level change based on ipcc sres scenarios. *Climate Dynamics* 38(5), 1191–1209.
- Stocker, T. (2014). *Climate Change 2013: The Physical Science Basis: Working Group I Contribution to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press, 1535 pp.
- Team, I. (2018). Mass balance of the antarctic ice sheet from 1992 to 2017. *Nature* 558(7709), 219–222.
- Vautard, R., M. Ghil (1989). Singular spectrum analysis in nonlinear dynamics, with applications to paleoclimatic time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 35(3), 395–424.
- Vermeer, M., S. Rahmstorf (2009). Global sea level linked to global temperature. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 106(51), 21527–32.

- Wada, Y., M.-H. Lo, P. J.-F. Yeh, J. T. Reager, J. S. Famiglietti, R.-J. Wu, Y.-H. Tseng (2016). Fate of water pumped from underground and contributions to sea-level rise. *Nature Climate Change* 6(8), 777–780.
- Zanna, L., S. Khatiwala, J. M. Gregory, J. Ison, P. Heimbach (2019). Global reconstruction of historical ocean heat storage and transport. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 116(4), 1126–1131.
- Zemp, M., M. Huss, E. Thibert, N. Eckert, R. McNabb, J. Huber, M. Barandun, H. Machguth, S. U. Nussbaumer, I. Gärtner-Roer, et al. (2019). Global glacier mass changes and their contributions to sea-level rise from 1961 to 2016. *Nature* 568(7752), 382–386.

Popis kratica

<i>GFO</i>	Geofizički odsjek
<i>GISS</i>	Goddardov institut za svemirska istraživanja (engl. <i>Goddard Institute for Space Studies</i>)
<i>IPCC</i>	Međuvladin panel za klimatska promjene (engl. <i>Intergovernmental Panel on Climate Change</i>)
<i>SSA</i>	Singularna spektralna analiza (engl. <i>Singular Spectrum Analysis</i>)
<i>GMSL</i>	Globalna srednja razina mora (engl. <i>Global Mean Sea Level</i>)
<i>TWS</i>	Zalihe kopnenih voda (engl. <i>Terrestrial Water Storage</i>)
<i>GWD</i>	Crpljenje podzemnih voda (engl. <i>Groundwater Depletion</i>)
<i>AOGCM</i>	Združeni model atmosfere i oceana (engl. <i>Atmosphere-Ocean General Circulation Model</i>)
<i>GHG</i>	Staklenički plinovi (engl. <i>Greenhouse Gases</i>)
<i>EOF</i>	Empirijske ortogonalne funkcije (engl. <i>Empirical Orthogonal Functions</i>)
<i>SVD</i>	Dekompozicija matrice na singularne vrijednosti (engl. <i>Singular Value Decomposition</i>)
<i>SSP</i>	Zajednički socioekonomski pravci (engl. <i>Shared Socioeconomic Pathways</i>)
<i>SRES</i>	Specijalan izvještaj o emisijskim scenarijima (engl. <i>Special Report on Emissions Scenarios</i>)