

Monte Carlo simulacije scintilacijskih detektora gama kamere u određivanju energijskih spektara fotona nuklearno medicinskih radionuklida

Bačani, Paula Antonija

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:965035>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-06**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Paula Antonija Bačani

MONTE CARLO SIMULACIJE SCINTILACIJSKIH
DETEKTORA GAMA KAMERE U ODREĐIVANJU
ENERGIJSKIH SPEKTARA FOTONA
NUKLEARNO MEDICINSKIH RADIONUKLIDA

Diplomski rad

Zagreb, 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ
FIZIKA; SMJER NASTAVNIČKI

Paula Antonija Bačani

Diplomski rad

**Monte Carlo simulacije scintilacijskih
detektora gama kamere u određivanju
energijskih spektara fotona nuklearno
medicinskih radionuklida**

Voditelj diplomskog rada: doc. dr. sc. Tomislav Bokulić

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2023.

Hvala mojem mentoru doc. dr. sc. Tomislavu Bokuliću na pruženoj prilici da izradim svoj diplomski rad te na prenesenom znanju. Hvala Vam na podršci, vjerovanju u mene i svim motivirajućim razgovorima.

Hvala mojim kolegama na podršci, zajedničkim učenjima, druženjima i međusobnim tješeljima (sigurna sam da ćete se prepoznati).

Hvala mojim najboljim prijateljicama Mateji, Marti, Ani, Marini, Karli, Lauri i Jani na nezaboravnim studentskim danima ispunjenim smijehom, na nevjerojatnom sluhu za moje probleme i što ste uvijek spremne unijeti veselje u moj dan.

Najveće hvala mojoj obitelji: mami, Beki i Juri. Hvala vam na bezuvjetnom razumijevanju i ljubavi, neprekidnoj podršci i strpljenju.

Sažetak

Nuklearna medicina (NM) je medicinska disciplina koja primarno uključuje kliničke postupke u kojima se male količine spojeva obilježenih radionuklidima unose u tijelo pacijenta kako bi se potom slikovnim postupcima dobila dijagnostički vrijedna informacija o različitim poremećajima i bolestima. U nuklearno medicinskim slikovnim tehnikama glavni slikovni uređaj je gama kamera. Monte Carlo (MC) simulacije imaju važnu ulogu u slikovnoj nuklearnoj medicini jer za razliku od mjerenja njima možemo ispitati utjecaj nekih parametara na kvalitetu slike i kvantitativnu točnost, koje je eksperimentalno nemoguće ili je veoma teško provesti. Primjeri primjene MC simulacija su optimizacija postupaka korekcije raspršenog zračenja u jednofotonskoj računalnoj emisijskoj tomografiji i upotreba u oblikovanju studija kvantitativnog oslikavanja za potrebe dozimetrije radionuklidne radioterapije. U ovom radu je MC programski paket SIMIND upotrijebljen za proučavanje značajki energijskih spektara izvora triju radionuklida tehnecija i joda, ^{99m}Tc , ^{131}I i ^{123}I koji se intenzivno rabe u brojnim slikovnim postupcima i radionuklidnoj terapiji. Simulirani energijski spektri izvora su uspoređeni s mjerenima, zabilježenim gama kamerom Symbia T (Siemens, Njemačka) s dvije glave, sa i bez kolimatora. Mjerenja su provedena u Klinici za onkologiju i nuklearnu medicinu, KBC Sestre milosrdnice u Zagrebu. Osim usporedbe općenitih značajki spektara dobivenih simulacijama, određene su pune širine na pola maksimuma (*engl. full width at half maximum*) najznačajnijih vrhova u spektrima uz različite pretpostavke o obliku funkcije koja opisuje ovisnost širine vrha o energiji fotona. U radu je pokazano dobro slaganje vrijednosti punih širina na pola maksimuma vrhova u mjerenim i simuliranim intrinzičnim energijskim spektrima do približno 160 keV za teorijski i prilagođeni model energijskog razlučivanja. Teorijski model pretpostavlja najveći doprinos vrijednosti FWHM vrha u statističkoj varijaciji amplitude izlaznog signala detektorskog sustava zbog broja fotoelektrona oslobođenih s fotokatode fotomultiplikatora dok predloženi prilagođeni model rabi izmijenjenu nelinearnu funkciju ovisnosti FWHM o energiji ulaznog fotona. Na višim energijama fotovrhova, prilagođeni se model pokazao točnijim od teorijskog. Točno poznavanje FWHM fotovrhova u energijskim spektrima značajno utječe na poznavanje točnog sadržaja energijskog prozora iz kojeg se stvaraju NM slike, te na provedbu algoritama korekcije raspršenog zračenja kojima se postiže veća točnost slikovnih metoda

posebice važna za individualiziranu dozimetriju ciljane radionuklidne radioterapije.

Ključne riječi: nuklearna medicina, Monte Carlo simulacije, gama kamera, radionuklid, energijsko razlučivanje

Monte Carlo simulations of gamma camera scintillation detectors in determining the photon energy spectrum of nuclear medical radionuclides

Abstract

Nuclear medicine (NM) is a medical discipline that primarily involves clinical procedures in which a small amount of a compound, labelled with a radionuclide is administered to the patient's body to obtain diagnostic information about various disorders and diseases. The main imaging device in nuclear medicine imaging techniques is a gamma camera. Monte Carlo (MC) simulations play an important role in nuclear medicine because, unlike measurements, simulations can test the influence of certain parameters on the image quality and quantitative accuracy which is experimentally impossible or significantly limited. Examples of the use of MC simulations are the optimization of correction schemes for scattered radiation in single photon computed emission tomography and its use in the design of quantitative imaging studies for radionuclide radiotherapy dosimetry. In this thesis, the MC program package SIMIND was used to study the characteristics of the energy spectra of three sources of radionuclides ^{99m}Tc , ^{131}I and ^{123}I , which are intensively used in imaging procedures and radionuclide therapy. The simulated energy spectra of the sources were compared to the measured ones, obtained with the dual-headed Symbia T gamma camera (Siemens, Germany), with and without a collimator. The measurements were carried out at the Department of Oncology and Nuclear Medicine, KBC Sestre milosrdnice in Zagreb. In addition to comparing the general features of the spectra obtained by simulations, the full widths at half maximum of the most significant photopeaks in the spectra were determined with different assumptions about the shape of the function that describes the dependence of the peak width on photon energy. The investigation shows a good agreement between the values of the full widths at half maximum of the peaks in the measured and simulated intrinsic energy spectra, up to approximately 160 keV, for the theoretical and the fitted energy resolution model. The theoretical model assumes the largest contribution to the FWHM from the statistical variation of the output pulse amplitude of the detector system, originating from the number

of photoelectrons released from the photomultiplier photocathode, while the proposed fitted model uses a modified nonlinear function of the FWHM dependence on the energy of the incident photon. At higher photopeak energies, the fitted model proved to be more accurate than the theoretical one. Accurate knowledge of the full width at half maximum of the photopeaks in energy spectra significantly affects the knowledge of the exact content of the energy window from which NM images are formed, and the implementation of algorithms for scattered radiation correction that provides superior accuracy in imaging methods, especially important for individualized dosimetry of targeted radionuclide radiotherapy.

Keywords: nuclear medicine, Monte Carlo simulations, gamma camera, radionuclide, energy resolution

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Teorijski uvod	3
2.1	Međudjelovanje fotona s materijom	3
2.1.1	Atenuacija fotonskog snopa	3
2.1.2	Fotoelektrični efekt	6
2.1.3	Rayleighovo (koherentno) raspršenje	6
2.1.4	Comptonovo (nekoherentno) raspršenje	6
2.1.5	Tvorba para elektron-pozitron	8
2.1.6	Ukupni koeficijent atenuacije	8
2.2	Radionuklidi u nuklearnoj medicini	9
2.3	Rad scintilacijskih detektora	12
2.4	Načelo rada gama kamere	16
2.4.1	Kolimator	17
2.4.2	Detektor i fotomultiplikatori gama kamere	19
2.4.3	Stvaranje slike	21
3	Materijali i metode	24
3.1	Uvod u Monte Carlo simulacije	24
3.2	SIMIND	26
3.3	Mjerenja u bolnici	27
3.4	Simulacije	30
3.4.1	Uvodne simulacije	30
3.4.2	Simulacije mjerenja intrinzičnih energijskih spektara	32
3.4.3	Simulacije mjerenja ekstrinzičnih energijskih spektara	32
4	Rezultati i rasprava	34
4.1	Uvodne simulacije	34
4.2	Usporedba mjerenih i simuliranih intrinzičnih energijskih spektara . . .	37
4.3	Usporedba mjerenih i simuliranih ekstrinzičnih energijskih spektara . .	41
5	Zaključak	44
	Dodaci	46

A	Svojstva radionuklida	46
B	Relativni intenziteti za tri različita radionuklida ^{99m}Tc, ^{123}I i ^{131}I	48
C	Metoda direktnog uzorkovanja	48
	Literatura	52

1 Uvod

Slikovne tehnike u nuklearnoj medicini (NM) primarno uključuju kliničke postupke u kojima se male količine spojeva obilježenih radionuklidima (radiofarmaci) unose u tijelo pacijenta (ispitanika) kako bi se potom slikovnim postupcima dobila, putem slike raspodjele nakupljenog radiofarmaka u tijelu ispitanika, dijagnostički vrijedna informacija o različitim bolestima i stanjima organskih sustava, organa i tkiva. Od zračenja koje dobivamo radioaktivnim raspadom, jedino je gama zračenje dovoljno prodorno da stigne iz izvora u tijelu ispitanika do detektora u slikovnom uređaju. Planarne ili ravninske slike koje se dobivaju radionuklidnim oslikavanjem su dvodimenzijski (2D) prikaz trodimenzijske (3D) raspodjele radioaktivnosti u tijelu. Glavni slikovni uređaji u konvencionalnoj nuklearnoj medicini su gama kamere. Obično ih dijelimo na ravninske (planarne) i tomografske. Ravninska gama kamera ima u pravilu jedan detektor koji u nepromjenjivom položaju snima neki dio tijela. Tomografskim tehnikama se može dobiti puna 3D informacija o raspodjeli radiofarmaka u organu ili tkivu; gama kamera zabilježi projekcijske podatke, a matematičkim postupkom rekonstrukcije dobivaju se slojevite slike presjeka raspodjele radiofarmaka u tijelu. U današnje vrijeme često se tomografska kamera kombinira s računalnom tomografijom (*engl. computed tomography, CT*) u tzv. hibridni slikovni uređaj, SPECT-CT. U ciljanoj radionuklidnoj terapiji točnost apsorbirane doze ovisi o više faktora poput veličine tumora i organa, no važnije o biokinetici radiofarmaka u tijelu. Procjena biokinetičkih podataka, iako nije ograničena samo na navedeno, uključuje slikovni modalitet i kombinaciju radionuklida i kolimatora gama kamere. Najčešće se rabi procjena aktivnosti iz planarnih statičkih slika, oslikavanja cijelog tijela (*engl. whole body (WB) imaging*) ili jednofotonske emisijske računalne tomografije (*engl. single photon emission computed tomography, SPECT*). Kvantitativni SPECT, kojim se nastoji dobiti informacija o aktivnosti u nekom volumenu je usprkos prednosti poboljšanog kontrasta rekonstruiranih slika i točnije prostorne lokalizacije nakupljanja radiofarmaka, ograničen zbog duljine trajanja prikupljanja podataka i ograničenog vidnog polja koje može voditi do potrebe za višestrukim oslikavanjem po dijelovima tijela. U jednom od pristupa se sugerira uzastopno planarno i/ili WB oslikavanje za dobivanje niza točaka krivulja vremenske aktivnosti područja interesa u tkivu ili organu koje se potom normira na podatke o aktivnosti dobivene SPECT oslikavanjem prove-

denim samo jednom tijekom trajanja uzastopnog planarnog/WB oslikavanja. Drugi važni čimbenik je kombinacija radionuklida i kolimatora gama kamere. Oslikavanje s kolimatorom za velike energije je uspostavljeno kao standardni postupak, no dvojbe postoje oko toga da li za ^{123}I rabiti kolimator za srednje energije ili niske energije fotona. Bolju kvantitativnu točnost pruža kolimator za srednje energije (*engl. medium energy, ME*) obzirom da se njime djelomično umanjuje učinak raspršenja od kolimatorskih septi i prolazak fotona kroz njih. Kolimatori za niske energije fotona velikog razlučivanja (*engl. low energy high resolution, LEHR*) mogu dati slike boljeg prostornog razlučivanja, no samo ako se primjene odgovarajuće korekcije za raspršeno zračenje i atenuaciju.

Monte Carlo (MC) tehnike imaju značajnu ulogu u slikovnoj nuklearnoj medicini i radionuklidnoj terapiji i tijekom vremena su postale metoda izbora za optimizaciju slikovnih uređaja (kolimatora i detektora) i kliničkih protokola, poboljšanje korekcijske tehnike SPECT oslikavanja i pomoć su u razvoju i izvedbi o pacijentu specifične dozimetrije u radionuklidnoj terapiji. Za razliku od mjerenja, MC simulacijama možemo ispitati utjecaj nekih parametara na kvalitetu slike i kvantitativnu točnost što je eksperimentalno nemoguće postići ili je teško provedivo. U ovom radu je MC programski paket SIMIND (ver. 7.0) upotrijebljen za proučavanje značajki energijskih spektara zabilježenih scintilacijskim NaI(Tl) detektorom komercijalne gama kamere, triju radionuklida ^{99m}Tc , ^{131}I i ^{123}I , u različitim izvorima i razmještajima. Ti se radionuklidi intenzivno rabe u brojnim slikovnim i radioterapijskim NM postupcima. Simulirani energijski spektri točkastih i složenijih izvora uspoređeni su s mjerenima, zabilježenim gama kamerom s dvije glave, sa i bez kolimatora. Energijsko razlučivanje gama kamere koje je simulirano, temeljilo se u poboljšanom pristupu, na modelu koji je prilagođen mjerenim podacima dobivenim gama kamerom bez kolimatora. U radu se ističe značaj točnog modeliranja energijskog razlučivanja i značajki gama kamere u dobivanju što točnijih sadržaja energijskih prozora koji služe kako tvorbi NM slika tako i izboru i oblikovanju korekcijskih algoritama raspršenog zračenja kojima se postiže veća kvantitativna točnost slikovnih metoda, posebice važna za individualiziranu dozimetriju ciljane radionuklidne radioterapije.

2 Teorijski uvod

2.1 Međudjelovanje fotona s materijom

Općenito, postoje dvije kategorije zračenja: ionizirajuće i neionizirajuće. Ionizirajuće zračenje ima dovoljno energije da ionizira tvari i dijelimo ga na direktno (nabijene čestice, npr. elektroni) i indirektno (neutralne čestice, npr. fotoni). U ovom poglavlju baviti ćemo se indirektno ionizirajućim zračenjem tj., promatrat ćemo kako fotoni međudjeluju s materijom. Međudjelovanja fotona prilikom prolaska kroz materijal su: fotoelektrični učinak, Comptonovo (nekoherentno) raspršenje, Rayleighovo (koherentno) raspršenje, tvorba parova, tvorba tripleta i fotonuklearne reakcije.

Nakon međudjelovanja s materijalom foton se:

- a) u potpunosti apsorbira (fotoelektrični efekt, tvorba parova, tvorba tripleta, fotonuklearne reakcije)
- b) promijeni smjer gibanja i nema promjene u energiji (Rayleighovo raspršenje) ili gubi dio energije (Comptonovo raspršenje).

2.1.1 Atenuacija fotonskog snopa

Jedan od najvažnijih parametara pri opisivanju prodornosti x-zračenja i gama zračenja jest linearni koeficijent atenuacije μ . Definira se kao vjerojatnost po jedinici dužine puta da će foton međudjelovati s materijalom (apsorberom). Linearni koeficijent atenuacije ovisi o energiji fotona $h\nu$ i o atomskom broju Z apsorbera. Zbog međudjelovanja fotonskog snopa s materijalom, njegov intenzitet I se smanjuje s dubinom materijala x kroz koji fotonski snop prolazi. Brzina promjene intenziteta snopa $\frac{dI(x)}{dx}$ transmitiranog kroz apsorber debljine x jednaka je umnošku koeficijenta atenuacije i intenziteta snopa.

$$\frac{dI(x)}{dx} = -\mu I(x) \quad (2.1)$$

Negativni predznak indicira da se intenzitet smanjuje kako debljina apsorbera raste. Ako integriramo gornju jednadžbu dobije se:

$$I(x) = I(0)e^{-\mu x} \quad (2.2)$$

gdje je $I(x)$ intenzitet snopa na dubini x , $I(0)$ početni intenzitet snopa pri ulasku u materijal i μ linearni koeficijent atenuacije. Ova relacija vrijedi za uske monoenergijske snopove gdje se podrazumijeva da se raspršeni fotoni više ne mogu vratiti u početni snop. Potrebno je definirati još tri veličine koje se koriste za karakterizaciju fotonskih snopova:

a) HVL (*engl. half value layer* tj. $x_{1/2}$) - jest debljina apsorbera koja atenuira početni intenzitet snopa na 50%, $I(x_{1/2}) = 0.5I(0)$

$$\text{HVL} = \frac{\ln 2}{\mu} \quad (2.3)$$

b) Srednji slobodni put (*engl. mean free path (MFP)* tj. \bar{x}) - jest debljina apsorbera koja atenuira fotonski snop na $1/e$ (gdje je e baza prirodnog logaritma)

$$\text{MFP} = \frac{1}{\mu} \quad (2.4)$$

c) TVL (*engl. tenth value layer* tj. $x_{1/10}$) - jest debljina apsorbera koja atenuira fotonski snop na 10% početnog

$$\text{TVL} = \frac{\ln 10}{\mu} \quad (2.5)$$

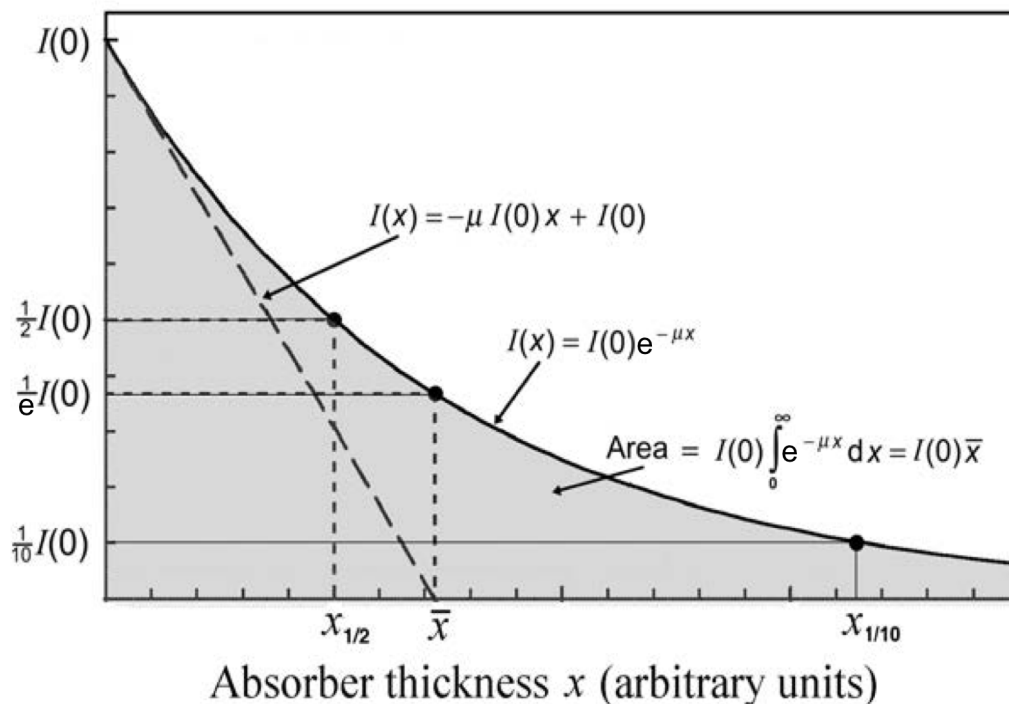
Uz linearni koeficijent atenuacije razlikujemo i maseni koeficijent atenuacije μ_m , atomski koeficijent atenuacije μ_a i elektronski koeficijent atenuacije μ_e . Možemo ih sve povezati jednadžbom:

$$\mu = \rho\mu_m = n\mu_a = Zn\mu_e \quad (2.6)$$

gdje je ρ gustoća apsorbera, n je broj atoma N_a po jedinici volumena V apsorbera i Z atomski broj apsorbera, a Zn je broj elektrona po jedinici volumena apsorbera. Kod dozimetrije se često koriste i koeficijent prijenosa energije μ_{tr} i koeficijent apsorpcije energije μ_{ab} (u literaturi se označava i s μ_{en}). Koeficijent prijenosa energije definira se kao:

$$\mu_{tr} = \mu \frac{\overline{E_{tr}}}{h\nu} \quad (2.7)$$

Gdje je E_{tr} srednja energija koju fotoni predaju nabijenim česticama u međudjelovanju



Slika 2.1: Graf prikazuje ovisnost intenziteta o debljini apsorbera x za monoenergijski fotonski snop; prikazane su veličine poput TVL, HVL i MFP. (Slika je preuzeta iz [1].)

s materijalom. Koeficijent apsorpcije energije definira se kao:

$$\mu_{ab} = \mu \frac{\overline{E_{ab}}}{h\nu} \quad (2.8)$$

Gdje je E_{ab} srednja energija koju nabijene čestice predaju materijalu, tj. srednja energija koju materijal apsorbira. Koeficijent prijenosa energije i koeficijent apsorpcije energije međusobno su povezani g faktorom. Definira se kao:

$$g = \frac{E_{tr} - E_{ab}}{E_{tr}} \quad (2.9)$$

tj. kao udio radijativnih procesa u ukupnom gubitku energije fotona i vrijedi da je $0 < g < 1$. Pomoću gornjih jednadžbi može se pokazati da vrijedi:

$$\mu_{ab} = \mu_{tr}(1 - g) \quad (2.10)$$

2.1.2 Fotoelektrični efekt

Kod fotoelektričnog efekta, foton međudjeluje s jako vezanim elektronom nakon čega je foton apsorbiran, a elektron izbačen iz atoma kao tzv. fotoelektron čija je kinetička energija približno jednaka:

$$E_k = h\nu - E_B \quad (2.11)$$

gdje je E_B energija vezanja elektrona, a $h\nu$ energija fotona. Da bi fotoefekt bio moguć, energija fotona mora biti veća od energije vezanja elektrona. Također, što je energija fotona bliža vrijednosti energije vezanja elektrona to je vjerojatnost da će se fotoefekt dogoditi biti veća. Maseni koeficijent atenuacije μ_m približno je proporcionalan s $\frac{Z^4}{(h\nu)^3}$. On je glavni doprinos ukupnom masenom koeficijentu atenuacije za relativno niske energije fotona (manje od 0.1 MeV).

2.1.3 Rayleighovo (koherentno) raspršenje

Kod Rayleighovog raspršenja foton međudjeluje s jako vezanim elektronom nakon čega se foton rasprši pod malim kutom gotovo bez gubitka energije. Kako foton ne predaje energiju nabijenoj čestici, Rayleighovo raspršenje ne doprinosi koeficijentu prijenosa energije, ali doprinosi ukupnom masenom koeficijentu atenuacije. Maseni koeficijent atenuacije kod Rayleighovog raspršenja proporcionalan je s $\frac{Z}{(h\nu)^2}$.

2.1.4 Comptonovo (nekoherentno) raspršenje

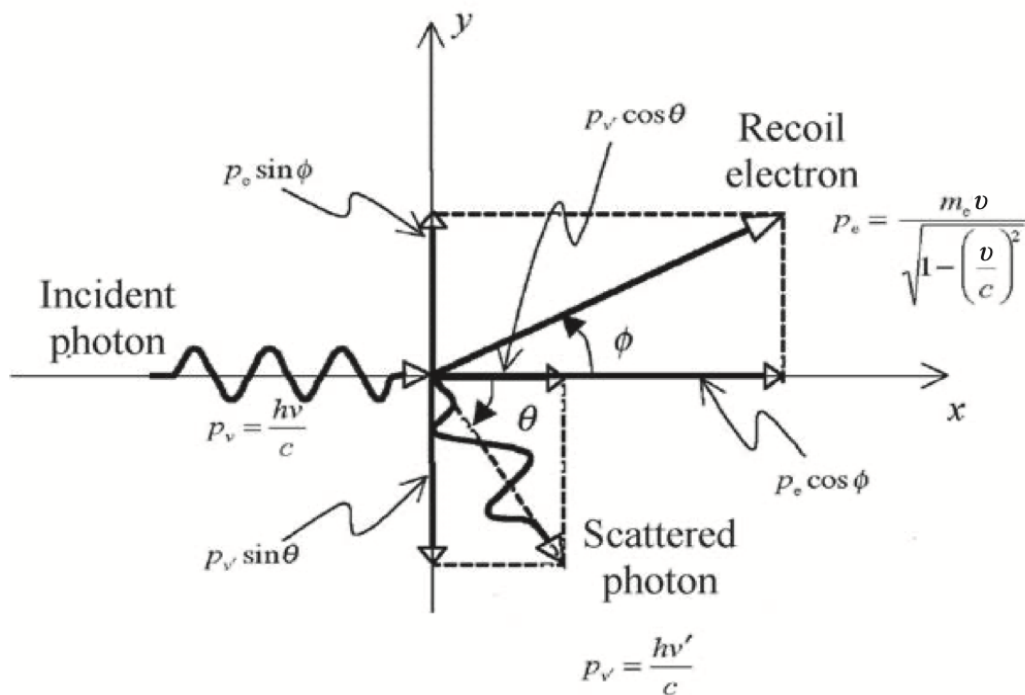
Comptonovo raspršenje možemo opisati kao međudjelovanje fotona sa slabo vezanim elektronom nakon čega foton preda dio energije elektronu i rasprši se pod nekim kutom u odnosu na upadni smjer fotona, a izbijeni elektron se također giba pod nekim kutom u odnosu na smjer upadnog fotona s kinetičkom energijom T .

Zakon očuvanja energije u ovom slučaju jednak je:

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + m_e c^2 + T \rightarrow h\nu = h\nu' + T \quad (2.12)$$

Zakon očuvanja količine gibanja u x i y smjeru redom glasi:

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos\theta + p \cos\phi \quad (2.13)$$



Slika 2.2: Shematski prikaz Comptonovog efekta. (Slika je preuzeta iz [1].)

$$0 = -\frac{h\nu'}{c} \sin\theta + p \sin\phi \quad (2.14)$$

gdje je p količina gibanja elektrona. Ako znamo da općenito vrijedi:

$$pc^2 = E^2 - (m_e c^2)^2 \text{ i } E = T + m_e c^2 \quad (2.15)$$

Koristeći gore navedene jednadžbe i zakone očuvanja može se izvesti jednadžba za energiju raspršenog fotona koja glasi:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)} \quad (2.16)$$

Ako znamo da je $\lambda\nu = c$ i to uvrstimo u gornju jednadžbu dobije se Comptonova jednadžba:

$$\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) = \lambda_C (1 - \cos\theta) \quad (2.17)$$

gdje je λ' valna duljina raspršenog fotona, λ je valna duljina upadnog fotona i $\Delta\lambda$ je promjena valne duljine u Comptonovom raspršenju. λ_C je konstanta definirana kao $\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 0.024\text{\AA}$ i zovemo ju Comptonova valna duljina elektrona. Maseni

koeficijent atenuacije za Comptonovo raspršenje je praktički neovisan o Z:

$$\mu_m \approx \frac{ZN_A}{A}$$

jer je Z/A (izuzevši vodik) za većinu elemenata u intervalu od 0.4 – 0.5.

2.1.5 Tvorba para elektron-pozitron

U ovom procesu foton se u potpunosti apsorbira kada međudjeluje s elektrostatskim poljem atoma i pri tome nastaju par elektron-pozitron. Da bi reakcija uopće bila energijski moguća, energija ulaznog fotona mora biti veća od $2m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}$. Da bi vrijedili svi zakoni očuvanja potrebno je prisustvo jezgre ili slabo vezanog elektrona koji će preuzeti određeni dio količine gibanja. Postoje dva tipa tvorbe para:

a) Tvorba para u polju jezgre - ako foton međudjeluje s jezgrom apsorbira i njegova ulazna energija je veća od 1.022 MeV

b) Tvorba para/tvorba tripleta u polju elektrona – manje vjerojatna, ali moguća ako je ulazna energija fotona veća od $4m_e c^2 = 2.044 \text{ MeV}$

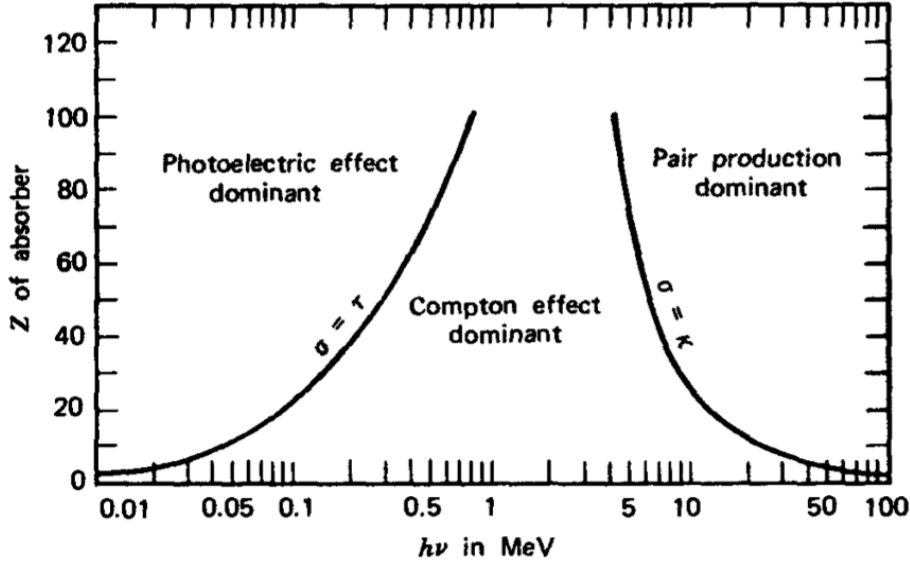
Koeficijenti atenuacije za oba slučaja se zamjenjuju samo jednim koeficijentom atenuacije za tvorbu para. Maseni koeficijent atenuacije za tvorbu para proporcionalan je sa Z. Tvorba para nije moguća u području energija fotona koji se upotrebljavaju u slikovnim NM tehnikama.

2.1.6 Ukupni koeficijent atenuacije

Vidjeli smo da fotoni mogu na različite načine međudjelovati s materijom. Fotoelektrični učinak prevladava za niske energije ulaznih fotona, Comptonovo raspršenje za interval između niskih i visokih ulaznih energija fotona i tvorba para prevladava za područje visokih energija ulaznih fotona. Na slici 2.3. je prikazan graf koji predstavlja relativni udio određenog međudjelovanja fotona s materijom. Za danu energiju fotona $h\nu$ i atomski broj apsorbira Z, ukupni linearni koeficijent atenuacije μ , koeficijent prijenosa energije μ_{tr} , koeficijent apsorpcije μ_{ab} i ukupni maseni koeficijent atenuacije μ_m jednaki su zbroju koeficijenata za pojedinačne procese. Vrijedi:

$$\mu = \mu_{FE} + \mu_R + \mu_C + \mu_{TP} \quad (2.18)$$

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1}{\rho}(\mu_{FE} + \mu_R + \mu_C + \mu_{TP}) \quad (2.19)$$



Slika 2.3: Prikaz tri glavna međudjelovanja fotona s materijom u ovisnosti o atomskom broju Z i energiji fotona $h\nu$. (Slika je preuzeta iz [1]).

Rayleighovo raspršenje ne doprinosi prijenosu energije pa je ukupni koeficijent prijenosa energije jednak:

$$\mu_{tr} = \mu_{tr,FE} + \mu_{tr,C} + \mu_{tr,TP} \quad (2.20)$$

2.2 Radionuklidi u nuklearnoj medicini

Radionuklidi tj. nestabilne, radioaktivne jezgre atoma koje se spontano raspadaju i emitiraju gama zračenje, se koriste u nuklearnoj medicini. Nuklearna medicina je medicinska disciplina koja uključuje kliničke postupke u kojima se radiofarmaci unose u tijelo pacijenta radi istraživanja, dijagnostike ili liječenja. Radioaktivni raspad je statistički proces pa ne možemo sa sigurnošću odrediti kada će se neka jezgra raspasti. Recimo da u nekom trenutku t imamo velik broj neraspadnutih jezgara $N(t)$. Svakom raspadu možemo pripisati i jedinstvenu konstantu raspada λ . Za neku infinitezimalnu promjenu broja jezgara vrijedi:

$$-\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) \quad (2.21)$$

Minus ispred razlomka je posljedica toga da se broj jezgara smanjuje protokom vremena pa je i sama promjena $dN(t)$ negativna. Ako u gornjoj jednadžbi separiramo varijable dobije se:

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda dt \quad (2.22)$$

Sada tu jednadžbu možemo integrirati:

$$\int_{N(0)}^{N(t)} \frac{dN(t)}{N(t)} = - \int_0^t \lambda dt \quad (2.23)$$

Integracijom se dobije jednadžba radioaktivnog raspada:

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t} \quad (2.24)$$

pri čemu je $N(0)$ početni broj jezgara u trenutku $t = 0$. Vrijeme poluraspada $T_{1/2}$ je vrijeme nakon kojeg se raspala polovina početnog broja jezgara.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (2.25)$$

Aktivnost $A(t)$ se definira kao broj raspada u jedinici vremena:

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) \quad (2.26)$$

Aktivnost se mjeri u becquerelima, $1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$. Specifična aktivnost $a(t)$ je aktivnost po jedinici mase uzorka:

$$a(t) = \frac{A(t)}{m} = \frac{\lambda N(t)}{m} = \frac{\lambda N_A n(t)}{n(t)A} = \frac{\lambda N_A}{A} \quad (2.27)$$

gdje je A molarna masa radioaktivne jezgre, a N_A Avogadrova konstantna. Gore izvedeni izraz radioaktivnog raspada primjenjiv je samo kada se radioaktivna jezgra raspada u stabilnu jezgru. Kada to nije slučaj, raspad se nastavlja. Roditeljska jezgra (P) se raspada u radioaktivnu kćer (D) koja se zatim raspada u unuku (G). Ako pretpostavimo da je početni broj jezgara kćeri $N_D(0) = 0$ onda vrijedi:

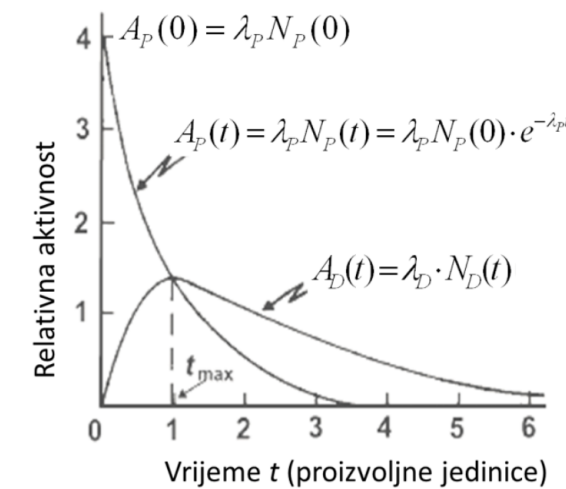
$$\frac{dN_D(t)}{N_D(t)} = \lambda_P N_P(t) - \lambda_D N_D(t) \quad (2.28)$$

Integracijom kao i kod zakona radioaktivnog raspada može se pokazati da je broj jezgara kćeri jednak

$$N_D(t) = N_P(0) \frac{\lambda_P}{\lambda_D - \lambda_P} (e^{-\lambda_P t} - e^{-\lambda_D t}) \quad (2.29)$$

Koristeći gornju jednadžbu, aktivnost jezgre kćeri glasi:

$$A_D(t) = \lambda_D N_D(t) = A_P(0) \frac{\lambda_D}{\lambda_D - \lambda_P} (e^{-\lambda_P t} - e^{-\lambda_D t}) \quad (2.30)$$



Slika 2.4: Graf relativne aktivnosti u ovisnosti o vremenu gdje se vidi da su za t_{max} aktivnost roditelja i kćeri jednake.

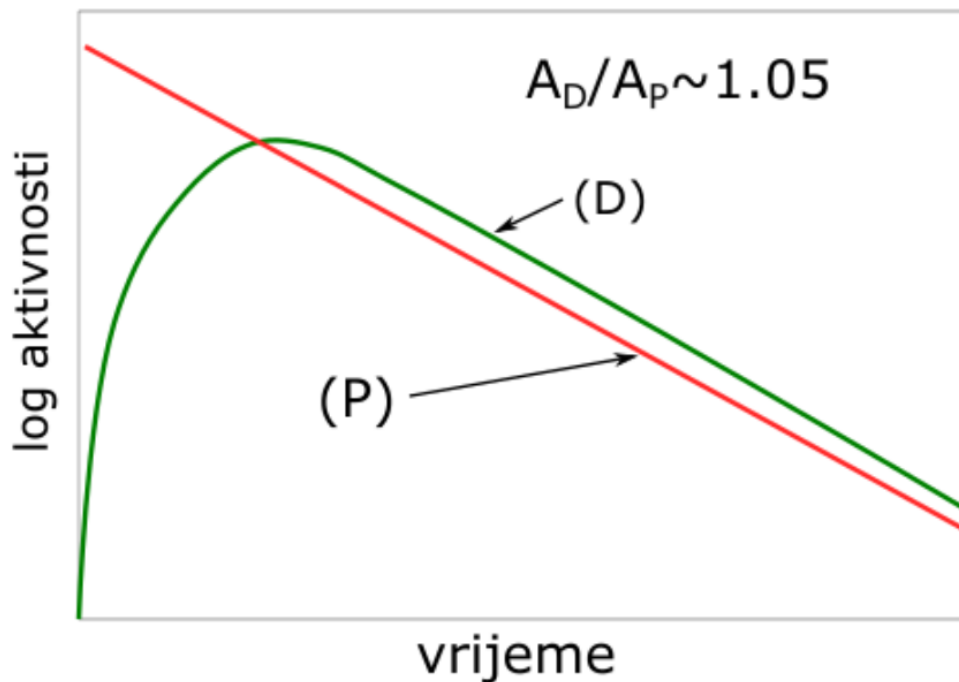
Ako aktivnost deriviramo po vremenu i prvu derivaciju izjednačimo s nulom, dobije se vrijeme kad je aktivnost uzorka maksimalna:

$$t_{max} = \frac{\ln\left(\frac{\lambda_P}{\lambda_D}\right)}{\lambda_D - \lambda_P} \quad (2.31)$$

Razmotrit ćemo poseban slučaj kada je $\lambda_D > \lambda_P$ tj. kada jezgra kćeri živi kraće od roditeljske jezgre. Upravo to je slučaj kod raspada molibdena ^{99}Mo u metastabilni (kada se jezgra nakon raspada nalazi u pobuđenom stanju duže vrijeme onda to stanje nazivamo metastabilnim) tehnecij ^{99m}Tc koji je najčešće korišteni radionuklid u nuklearnoj medicini. Kada je $t \gg t_{max}$ onda jednadžba (2.29) izgleda kao:

$$\frac{A_D(t)}{A_P(t)} = \frac{\lambda_D}{\lambda_D - \lambda_P} > 1 \quad (2.32)$$

Postiže se *tranzijentna ravnoteža*, tj. omjer aktivnosti jezgara kćeri i roditelja je stalan.



Slika 2.5: Graf logaritamske ovisnosti aktivnosti o vremenu tj. prikaz tranzijentne ravnoteže.

Postoje tri osnovna načina proizvodnje radionuklida:

- a) radionuklidni generatori
- b) ciklotronski proizvedeni radionuklidi
- c) proizvodnja u nuklearnom reaktoru

Za potrebe ovog rada najbitniji je princip rada radionuklidnog generatora jer se upravo na taj način proizvodi metastabilni tehnecij. Na jedan otvor generatora postavljena je fiziološka otopina (NaCl) koja je cjevčicom povezana s jezgrom generatora (molibdenskom kolonom). Aktivnost molibdena u formi iona molibdata, MoO_4 , vezana je na stupac aluminijevog oksida. Radioaktivni tehnecij nije vezan za stupac aluminijski i ispire se (eluiraju) sa stupca s 5-25 mL fiziološke otopine (NaCl). Njime se potom mogu obilježavati različiti spojevi (farmaci) kako bismo dobili radiofarmake koji služe u slikovnim tehnikama.

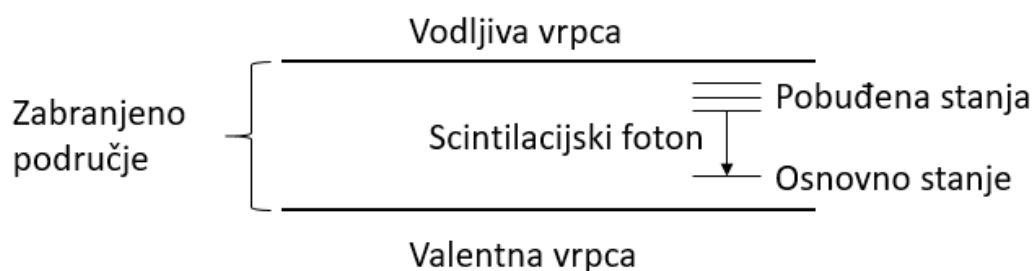
2.3 Rad scintilacijskih detektora

Tvari ili materijali koji emitiraju vidljivu svjetlost, prilikom apsorpcije energije ionizirajućeg zračenja, koriste se za bilježenje fotona i za dobivanje slike raspodjele radionuklida. Takvi materijali se rabe u scintilacijskim detektorima koji su sastavni dio

gama kamere pomoću koje ćemo u ovom radu mjeriti energijske spektre nekoliko radionuklida. Idealni scintilacijski materijal bi trebao imati sljedeća svojstva [2]:

1. Treba pretvarati kinetičku energiju nabijenih čestica u vidljivu svjetlost s visokom (scintilacijskom) efikasnošću.
2. Pretvorba treba biti linearna, tj. svjetlosni doprinos treba biti proporcionalan predanoj energiji (za što veći energijski raspon).
3. Materijal treba biti proziran za valnu duljinu vlastite emisije.
4. Vrijeme raspada inducirane luminiscencije treba biti kratko kako bi se stvorili brzi signali kratkog trajanja.
5. Materijal treba biti dobre optičke kvalitete i treba se lako moći proizvoditi velikih dimenzija.
6. Indeks loma materijala treba biti približno jednak indeksu loma stakla (≈ 1.5) kako bi se propustilo dovoljno svjetlosti na fotomultiplikator.

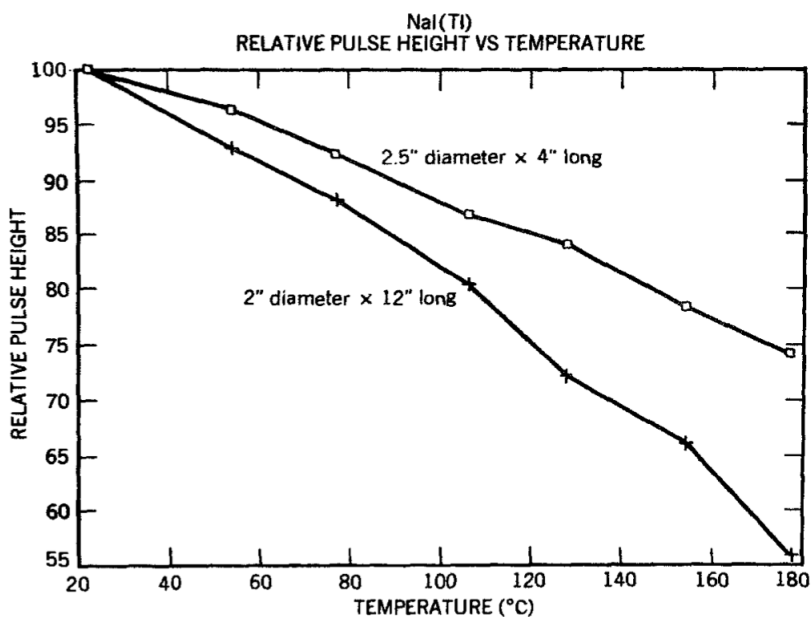
Niti jedan materijal ne posjeduje sva ova svojstva pa je izbor određenog scintilatora uvijek kompromis između nekih od svojstava. Općenito scintilatore dijelimo na organske i anorganske, no u ovom radu ćemo se posvetiti anorganskim scintilatorima jer je najčešće korišten scintilator talijem aktivirani kristal natrijevog jodida NaI(Tl). Sam mehanizam procesa scintilacije u anorganskim materijalima ovisi o energijskim stanjima koja su određena kristalnom rešetkom materijala. Kao što je prikazano na Slika 2.6, u izolatorima i poluvodičima, elektroni se mogu nalaziti samo u diskretnim energijskim vrpčama.



Slika 2.6: Struktura energijskih vrpca u aktiviranom kristalnom scintilatoru

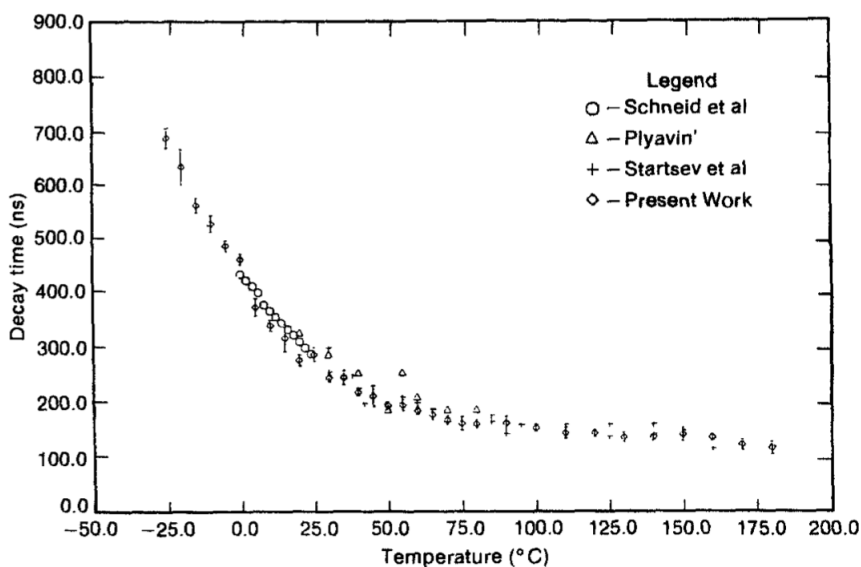
U valentnoj vrpici (donja vrpca na slici 2.6.) se nalaze elektroni koji su vezani u kristalnoj rešetci, tj. ne mogu se slobodno kretati. U vodljivoj vrpici (gornja vrpca na slici 2.6.) nalaze se elektroni koji se mogu slobodno kretati kroz kristal. Između te dvije vrpce nalazi se zabranjeno područje u kojem nema elektrona u čistom kristalu. Ako elektron apsorbira dovoljno energije, može prijeći iz valentne u vodljivu vrpcu pri čemu u valentnoj vrpici ostaje šupljina. Prilikom vraćanja elektrona u valentnu vrpcu emitira se foton. No, u čistim kristalima širina zabranjenog područja je takva da su emitirani fotoni prevelike energije da bi bili u vidljivom dijelu spektra. Kako bi se povećala vjerojatnost emisije fotona iz vidljivog dijela spektra, dodaju se male količine nečistoća koje nazivamo aktivatorima. Aktivatori mijenjaju energijska stanja rešetke u odnosu na čisti kristal te tako u kristalu s aktivatorima postoje energijska stanja u zabranjenom području. Kada se elektron deeksitira iz tih stanja u valentnu vrpcu, emitira se vidljiva svjetlost (jer su ta energijska stanja niža u odnosu na vodljivu vrpcu). Nečistoće u kristalu zapravo služe kao baza scintilacijskog procesa. Za potrebe ovog rada detaljnije ćemo promotriti svojstva talijem aktiviranog natrijevog jodida jer se upravo on koristi u gama kameri korištenoj za mjerenja i u simulacijama. Čistom kristalu natrijevog jodida velikih dimenzija dodaje se otprilike 10^{-3} mola talija koji služi kao aktivator. Može se proizvoditi u neobičnim oblicima i veličinama. Natrijev jodid je higroskopan i propada ako je u doticaju sa zrakom duže vrijeme. Stoga kristal mora biti spremljen u hermetičan spremnik za uporabu. Efikasnost scintilacijskog procesa slijedi iz jednostavnog računa energije. Za većinu materijala, u prosjeku je potrebna tri puta veća energija od energije procjepa da bi se stvorio jedan par elektron-šupljina. U natrijevom jodidu to znači da oko 20 eV energije, koju ima nabijena čestica, bude utrošeno na stvaranje para elektron-šupljina. Za 1 MeV predane energije u scintilatoru, otprilike se stvori $5 \cdot 10^4$ parova elektron-šupljina. Apsolutna efikasnost scintilacije talijem aktiviranog natrijevog jodida iznosi 12% [2]. Također, kristal natrijevog jodida ima izuzetno visok svjetlosni prinos u usporedbi s organskim scintilatorima. Pokazuje malu neproporcionalnost u scintilacijskom odgovoru na predanu energiju. Ta neproporcionalnost je najizraženija kod niskih energija. Vrijeme raspada scintilacijskog signala je 230 ns (na sobnoj temperaturi). Kod različitih primjena, scintilator se koristi kod viših/nizih temperatura. Na slici 2.7. je prikazana temperaturna ovisnost svjetlosnog prinosa (*engl. light yield*). Svjetlosni prinos smanjuje se s povećanjem temperature što rezultira lošijim

energijskim razlučivanjem.



Slika 2.7: Ovisnost svjetlosnog prinosa o temperaturi za dva kristala natrijevog jodida različitih dimenzija. (Slika je preuzeta iz [2].)

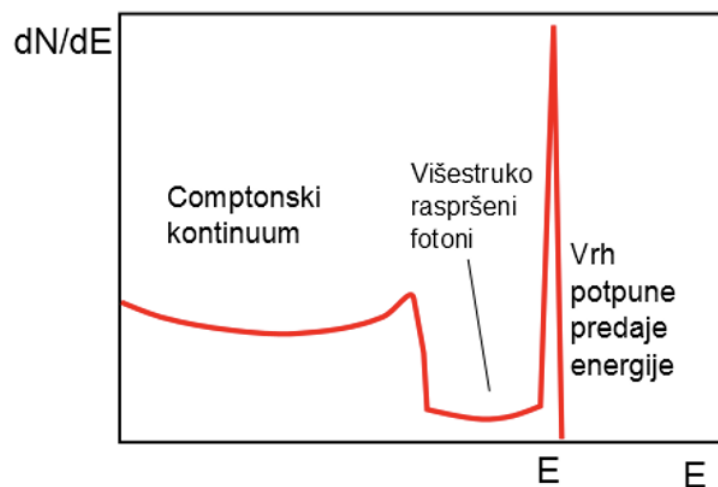
Također, vrijeme raspada ovisi o temperaturi kao što je prikazano na grafu na slici 2.8. Može se primijetiti da na višim temperaturama imamo kraće vrijeme iščezanja svjetlosti (*engl. decay time*).



Slika 2.8: Temperaturna ovisnost vremena raspada scintilacijskog signala za talijem aktivirani natrijev jodid. (Slika je preuzeta iz [2].)

U primjeni detektora, najčešće je cilj izmjeriti energijski spektar upadnog zračenja. Zabilježenu raspodjelu energije nazivamo funkcijom odziva detektora. U detektoru

će se u svakoj točki raspršenja stvoriti fotoelektron, a suma odziva svakog pojedinačnog elektrona će dati signal. Signal je proporcionalan ukupnoj energiji elektrona ako je odziv detektora linearan s obzirom na energiju elektrona. Ako pretpostavimo da je detektor dovoljno velik tako da ništa od zračenja (uključujući i sekundarno zračenje) ne pobjegne s površine detektora, onda će sva ulazna energija fotona biti predana detektoru. U tom će slučaju funkcija odziva imati samo jedan oštar vrh (fotovrh). Da bi svi ovi uvjeti bili ostvareni, debljina detektora bi morala biti i nekoliko desetaka centimetara što u praksi najčešće nije ostvarivo. Energijski spektri se sastoje od Comptonovog kontinuuma i fotovrha (za fotone niskih i srednjih energija). Pri srednjim energijama se povećava vjerojatnost višestrukih Comptonovih raspršenja koja mogu djelomično popuniti procjep između fotovrha i Comptonovog kontinuuma. Tada spektar izgleda kao na slici 2.9. Funkcija odziva ovisi o udaljenosti izvora i detektora te o veličini, obliku i sastavu detektora. Oblici energijskih spektara se značajno razlikuju ovisno o veličini (volumenu) kristala, a pregled općih svojstava se može naći u literaturi [2].

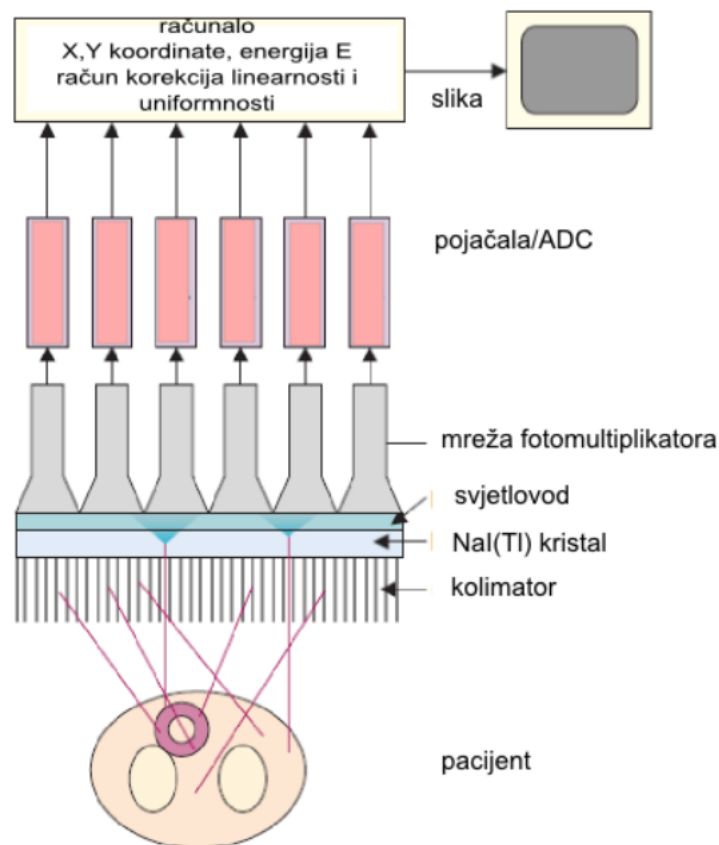


Slika 2.9: Shematski prikaz energijskog spektra radionuklida s jednim fotovrhom

2.4 Načelo rada gama kamere

Gama kamera je slikovni uređaj koji se koristi u nuklearnoj medicini za dobivanje slike raspodjele radiofarmaka unesenog u tijelo pacijenta. Gama kamere, čiji se shematski prikaz nalazi na Slika 2.10, sastoje se od kolimatora, NaI(Tl) scintilacijskog kristala velike površine koji služi kao detektor, optičke veze matrice fotomultiplika-

tora (*engl. photomultiplier, PMT*) s kristalom, digitalne elektronike za određivanje položaja scintilacijskih događaja u kristalu i analizatora spektra visina signala, odnosno energije upadnih fotona. Ove komponente su smještene u olovnom oklopu dovoljne debljine kako bi se umanjio utjecaj pozadinskog zračenja izvora koji se nalaze izvan vidnog polja gama kamere. Dodatno, slikovni sustav gama kamere (Slika 2.11) čine ležaj za pacijenta, setovi kolimatora, oprema za umjeravanje i kontrolu kvalitete, računala za prihvatanje podataka s kamere, analizu, obradu i rekonstrukciju.



Slika 2.10: Shematski prikaz gama kamere

2.4.1 Kolimator

Kolimator gama kamere služi za izbor fotona, izašlih iz dijela oslikavanog organa ili tkiva pacijenta, koji imaju ispravan smjer upada na gama kameru. Kolimator je napravljen od metala velikog atomskog broja (najčešće olova) i sastoji se od velikog broja sitnih rupica. Prema geometriji rupica, kolimatore možemo podijeliti u nekoliko glavnih skupina: paralelne, divergentne, konvergentne i stožaste (*engl. pin-hole collimator*). Kolimatori s paralelnim rupicama su najčešće korišteni u nuklear-



Slika 2.11: Hibridni SPECT-CT slikovni sustav Symbia T (Siemens, Njemačka) na Klinici za onkologiju i nuklearnu medicinu, KBC Sestre milosrdnice

noj medicini pa su tako korišteni i u mjerenjima u bolnici koja ćemo razmatrati u ovom radu. Takav kolimator se sastoji od pravilne matrice rupica koje sve imaju isti oblik i orijentaciju. Kolimatori koji su korišteni u mjerenjima u bolnici su bili paralelni sa šesterokutnim presjekom rupica. Septe (kolimatorske olovne pregrade) su međusobno paralelne i orijentirane tako da su okomite na površinu kristala. Kod kolimatora s paralelnim rupicama samo fotoni koji upadaju okomito ili pod veoma malim kutom u odnosu na okomicu na površinu kolimatora, mogu doseći scintilacijski detektor. Uvijek postoji određena vjerojatnost da će i fotoni poput raspršenih fotona ili onih koji prođu kroz materijal olovnih septi, ipak doći do kristala kamere. Slika raspodjele koja se dobije kolimatorom s paralelnim rupicama uspravna je i jednake je veličine kao i objekt.

Divergentni kolimatori imaju rupice koje divergiraju od površine detektora. Time

se dobije umanjena i uspravna slika raspodjele radionuklida. Najčešće se koriste za dobivanje slike velikog predmeta na maloj kameri, no zbog lošijeg prostornog razlučivanja ne koriste se često.

Konvergentni kolimatori imaju rupice koje konvergiraju u točku koja se nalazi ispred kolimatora. Dobiva se uvećana i uspravna slika raspodjele radionuklida. Najviše se koriste za oslikavanje manjih organa poput srca ili mozga.

Stožasti kolimatori imaju jedan otvor čiji je promjer nekoliko milimetara. Daju obrnutu sliku koja može biti uvećana ili umanjena, ovisno o tome je li udaljenost od točke fokusa do detektora manja ili veća od udaljenosti između otvora kolimatora i oslikavanog objekta. Najkorisniji su za oslikavanje malih organa, npr. štitnjače.

Gama kamere se koriste za oslikavanje raznih radionuklida s velikim energijskim rasponom pa se kolimatori dijele i prema energiji fotona oslikavane raspodjele radionuklida na one za detekciju fotona male (ispod približno 160 keV), srednje (iznad 160 keV i do 250 keV) i velike energije (iznad 250 keV). U tablici 2.1. dani su podaci o kolimatorima (duljina i promjer rupica, debljina septi i sl.) kao i za koji radionuklid se koristi određeni kolimator. Nazivi kolimatora su: LEHR (*engl. low energy high resolution*) i HE (*engl. high energy*).

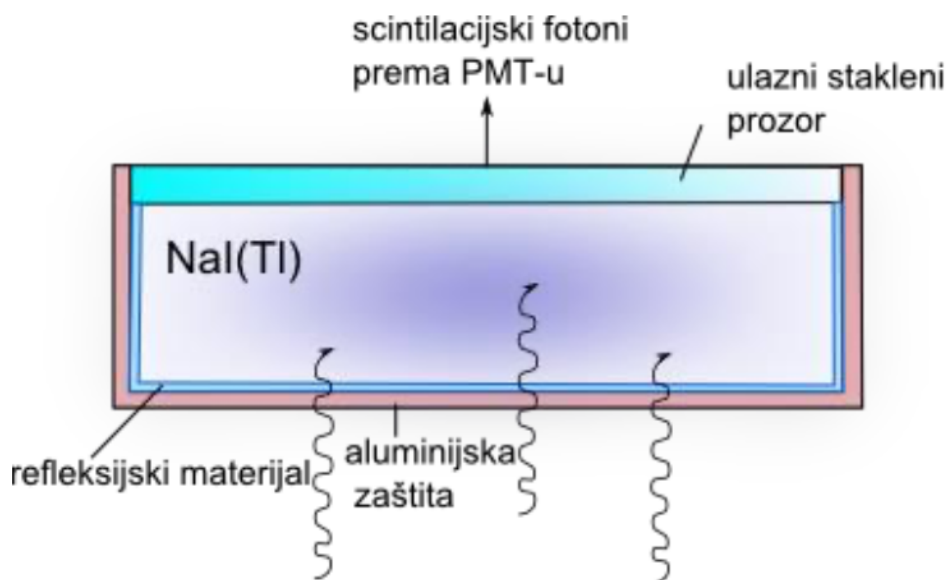
	LEHR	HE
Radionuklid	^{99m}Tc	^{131}I
Oblik presjeka rupica	Heksagonalan	Heksagonalan
Broj rupica (x1000)	148	8
Debljina septi (mm)	0.16	2.0
Duljina rupica (mm)	24.05	59.7
Promjer rupice (mm)	1.11	4.0
Osjetljivost @ 10 cm (cpm/ μCi)	202	135
Sistemska razlučivanje @ 10 cm (mm)	7.5	13.4
Masa (kg)	22.1	124.7

Tablica 2.1: Općenita svojstva visokorazlučivog kolimatora za niske energije i kolimatora za visoke energije fotona. (Vrijednosti su preuzete iz [3]).

2.4.2 Detektor i fotomultiplikatori gama kamere

Scintilacijski kristali NaI(Tl) u gama kamerama pretvaraju fotone gama zračenja u velik broj fotona vidljive svjetlosti. U prošlom potpoglavlju je detaljnije opisan rad scintilacijskih detektora te se ovdje nećemo time baviti. Ovaj kristal emitira plavu svjetlost s vrhom emisijske raspodjele na ≈ 415 nm valne duljine. Većina kristala

u kamerama veličine je pravokutnika površine $\approx 40 \times 50 \text{ cm}^2$. Debljina kristala je standardno $3/8''$ (0.9525 cm) ili $5/8''$ što ovisi o upotrebi gama kamere. Slika 2.12 prikazuje shemu scintilacijskog detektora koji se sastoji od NaI(Tl) kristala i fotomultiplikatora.



Slika 2.12: Presjek scintilacijskog detektora

Kristal je hermetički zatvoren aluminijskom ovojnicom kako bi se zaštitio od vlage, vanjske svjetlosti i oštećenja, i na jednom kraju je omeđen prozirnim prozorom kako bi fotoni iz kristala došli do fotomultiplikatora. Fotomultiplikatori pretvaraju svjetlost iz kristala u električni signal. Fotokatoda fotomultiplikatora pretvara fotone u elektrone koji se zatim ubrzavaju (u razlici potencijala između dinoda) i umnožavaju dinodama. Na zadnjoj dinodi se oblikuje električni signal čija je visina proporcionalna ulaznoj energiji svjetlosnog fotona. U kliničkim gama kamerama broj fotomultiplikatora je između 60 i 120. Najčešće su heksagonskog presjeka kako bi se mogli gušće slagati po jedinici površine detektora. Signal koji se dobije fotomultiplikatorom je vrlo slab pa ga je potrebno pojačati i oblikovati prije nego se iz njega da zaključiti nešto o energiji i položaju međudjelovanja. Taj se signal nakon fotomultiplikatora odvodi na predpojačalo, zatim pojačalo i naposljetku na analizador spektra visina signala.

2.4.3 Stvaranje slike

Na slici 2.10. je shematski prikazan princip rada gama kamere. Foton izlazi iz pacijenta i prvo nailazi na kolimator. Ako uspije proći kroz rupicu kolimatora, dolazi do scintilacijskog detektora u kojem, prilikom predaje energije fotona detektoru, dolazi do stvaranja scintilacija. Na detektor je naslonjena mreža fotomultiplikatorskih cijevi (najčešće heksagonalna), koja pretvara scintilacije u električne signale. Fotomultiplikatorska cijev koja se nalazi direktno iznad mjesta gdje su se dogodile scintilacije će zabilježiti i najveći broj scintilacija, dok će susjedne cijevi zabilježiti manji broj. Na temelju toga će izlazni električni signali biti veći ili manji i nosit će informaciju o položaju scintilacija. Signali iz fotomultiplikatora se sumiraju u z-signal koji je proporcionalan broju scintilacija, tj. energiji fotona. Z-signal prolazi kroz provjeru u analizatoru spektra visine signala, gdje se odbacuju energije koje ne spadaju u određeni energijski prozor radionuklida koji se oslikava. Moderne gama kamere su digitalne, pa se električni signali koji izlaze iz fotomultiplikatora odmah digitaliziraju analogno-digitalnim pretvaračem. Prilikom određivanja visine signala i koordinata položaja scintilacija x i y rabe se normirani položajni signali x/z i y/z kako položaj ne bi bio ovisan o energiji fotona. Sam račun položaja i visine signala se vrši programskom podrškom.

Četiri su najznačajnija događaja koji se mogu detektirati gama kamerom. Najpoželjniji jest onaj u kojem foton dolazi do kolimatora gama kamere te kroz isti prolazi tako da mu je putanja paralelna s rupicom kolimatora. Nakon što prođe kroz kolimator dolazi do detektora u kojem u jednom koraku predaje svu svoju energiju detektoru. Moguć je slučaj kada se foton, nakon prolaska kroz kolimator, ponovno rasprši u detektoru (nakon što je već međudjelovao s detektorom npr. Comptonkim raspršenjem) što rezultira pogrešnom prostornom informacijom kao i manjom energijom koja je predana detektoru. U trećem slučaju foton dolazi do kolimatora pod nekim kutem te postoji vjerojatnost da će foton proći kroz rupicu kolimatora, ali pritom ponovno dolazi do detekcije pogrešne prostorne informacije. U posljednjem slučaju foton se rasprši prije dolaska do detektora, ili u oslikavanom objektu ili u kolimatoru. Nakon raspršenja prolazi kroz kolimator i detektira se u detektoru. Detektirani događaj ponovno nosi pogrešnu prostornu informaciju. Nepovoljni događaji utječu na kvalitetu slike koja se dobije te je zbog toga važno da gama kamera ima dobro energijsko razlučivanje. Energijsko razlučivanje gama kamere (ΔE) jest veličina kojom procijenjujemo koliko

dobro će detektor moći razlučiti bliske fotovrhove u energijskom spektru. Računa se formulom:

$$\Delta E = 100 \cdot \frac{FWHM}{E_0} \quad (2.33)$$

gdje je FWHM (*engl. full width at half maximum*) puna širina na pola maksimuma vrha i E_0 energija težišta fotovrha. Energijsko razlučivanje izražava se u postocima. FWHM je u ovom radu određivana prilagodbom Gaussove funkcije raspodjele na mjerene i simulirane podatke. FWHM je povezana sa standardnom devijacijom raspodjele jednadžbom:

$$FWHM = 2\sqrt{2\ln(2)}\sigma \approx 2.35\sigma \quad (2.34)$$

Glavni čimbenici koji utječu na energijsko razlučivanje su promjene u:

- a) broju svjetlosnih fotona stvorenih u kristalu nakon međudjelovanja fotona identične energije
- b) broju fotoelektrona koji se proizvedu u fotokatodi kao i faktor uvišestručenja fotomultiplikatora (obzirom da se zbog njih mijenja amplituda signala koju proizvede fotomultiplikator)

U NaI(Tl) kristalu je potrebno oko 20 eV energije nabijene čestice da bi se proizveo par elektron-šupljina. Za 1 MeV predane energije nabijenim česticama u kristalu, stvori se oko 50000 parova elektron-šupljina. Uz ranije spomenutu efikasnost od $\approx 12\%$ to daje $1.2 \cdot 10^5$ eV ukupne energije svjetlosnih fotona odnosno $4 \cdot 10^4$ fotona srednje energije 3 eV. U svakom događaju u kojem kristal apsorbira istu energiju, rezultatni signal fotomultiplikatora će se mijenjati ovisno o broju oslobođenih fotoelektrona. Uz pretpostavku Poissonove statistike, promjena se može opisati standardnom devijacijom \sqrt{N} , gdje je N broj oslobođenih fotoelektrona u fotokatodi. Umjesto energijskog spektra u kojem su fotoni iste energije predali svu energiju i tvore vrh u spektru poput delta funkcije, dobivamo odziv koji ima oblik Gaussove funkcije. Slikovni sustav gama kamere sa scintilacijskim detektorom će stoga moći razdvojiti dvije energije fotona ako su one razmaknute barem za vrijednost pune širine na pola maksimuma, što je širina raspodjele na pola maksimuma fotovrha. Obzirom da broj proizvedenih fotoelektrona ovisi o apsorbiranoj energiji, E, možemo pretpostaviti jednostavnu relaciju da je $FWHM \propto 1/\sqrt{N}$. Zamijećeno je da ova relacija ne opisuje potpuno točno energijski odziv po većem rasponu energija fotona; uz navedenu relaciju je FWHM na višim energijama podcijenjen [4]. To je problem, stoga što bilo kakvo odstupanje,

podcjenjivanje i precjenjivanje energijskog razlučivanja gama kamere može utjecati na točnost simuliranih slika (broj fotona, odnosno događaja koji će tvoriti sliku može biti precijenjen ili podcijenjen pa se primjerice korekcija raspršenog zračenja u slikama, koja se provodi temeljem sadržaja energijskih prozora, ne provodi na točan način, što u kvantitativnoj slikovnoj studiji narušava točnost simuliranih slika koje su važne za studije dozimetrije interno deponiranih radionuklida) [5]. Predložen je izraz $FWHM = a + b\sqrt{E + cE^2}$, u kojem se uz poznavanje energija emisije radionuklida i mjerenih FWHM mogu postupkom nelinearne prilagodbe dobiti parametri a, b i c [4], [6].

3 Materijali i metode

3.1 Uvod u Monte Carlo simulacije

Monte Carlo metode su statističke metode kojima se opisuju složeni fizikalni ili matematički sustavi upotrebom brojeva stvorenih na slučajni način (*engl. random number generating*) i poznavanjem funkcija gustoće vjerojatnosti (*engl. probability density function, PDF*) procesa od interesa. Zbog naglog napretka u razvoju računala i programske podrške, Monte Carlo metoda se sve više koristi u različitim granama medicinske fizike, pa tako i u nuklearnoj medicini. Uz pretpostavku da se ponašanje slikovnog sustava može opisati funkcijama gustoće vjerojatnosti, MC simulacije se mogu provoditi uzorkovanjem ovih funkcija što zahtijeva brz i učinkovit način stvaranja slučajnih brojeva jednoliko raspodijeljenih u intervalu $[0,1]$. Fotoni emitirani unutar nekog objekta (fantoma) se transportiraju uzorkovanjem PDF-a kroz raspršujuće sredstvo i detekcijski sustav sve dok nisu apsorbirani ili ne pobjegnu iz volumena od interesa bez da upadnu na detektor slikovnog sustava. Ishodi ovih slučajnih uzorkovanja se moraju akumulirati na odgovarajući način kako bi proizveli željeni rezultat zadovoljavajućih svojstava. Svim problemima prijenosa (transporta) zračenja zajedničko je da računalni model sadrži geometriju i specifikaciju materijala kroz koji se prijenos odvija. Računalni programi moraju stoga sadržavati podatke o udarnim presjecima koji određuju vjerojatnost međudjelovanja čestice sa sredstvom kroz koje se ona giba. Udarni presjeci su karakteristični za vrstu i energiju ulazne čestice i za vrstu međudjelovanja koje čestica može doživjeti. Ovi se djelomični udarni presjeci sumiraju kako bi tvorili ukupni udarni presjek. Omjer djelomičnog udarnog presjeka i ukupnog daje vjerojatnost događanja određenog međudjelovanja. Za svaki materijal u kome se transport odvija potrebno je poznavati udarne presjeke. Model dodatno sadrži algoritme za dobivanje rezultata međudjelovanja (promjene u energiji čestice, njezinom smjeru itd.) temeljem fizikalnih načela koja opisuju međudjelovanja zračenja s materijom i definirane udarne presjeke.

Kada foton prolazi kroz materiju, on međudjeluje nekim od procesa opisanih u dijelu 2.1. ovog rada. Vjerojatnost da će foton energije doživjeti apsorpciju ili raspršenje kada prolazi sloj materijala atomskog broja Z se može izraziti kvantitativno preko linearnog koeficijenta atenuacije (Odjeljak 2.1.1.) koji ovisi o gustoći sredstva. Možemo napisati ukupni koeficijent kao:

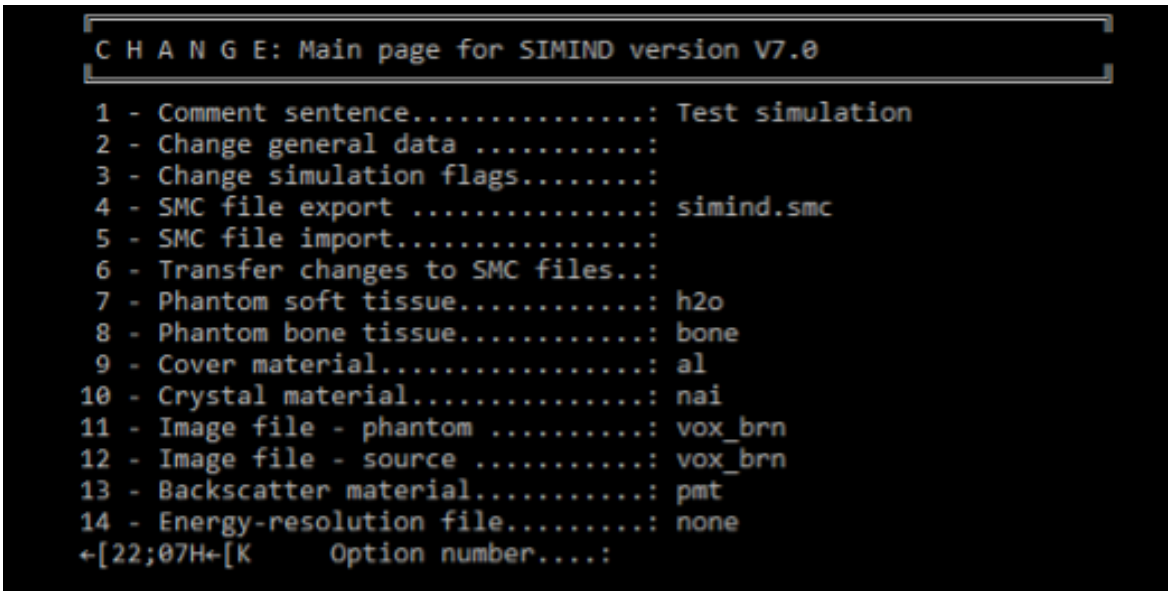
$$\mu_{tr} = \mu_{tr,FE} + \mu_{tr,C} \quad (3.1)$$

Uz pretpostavku da foton može doživjeti koherentno, nekoherentno raspršenje ili fotoelektrični učinak. Ako se dogodi fotoelektrični učinak, foton u međudjelovanju predaje energiju elektronu atoma apsorbera koji je izbačen iz elektronske orbitale. Kod Comptonovog raspršenja dio se energije fotona prenese atomskom elektronu. Smjer raspršenog fotona je promijenjen u odnosu na smjer upadnoga, a izraz za diferencijalni udarni presjek po elektronu se upotrijebi za uzorkovanje energije i polarnog kuta nekoherentno raspršenog fotona. Koherentno raspršenje dovodi do promjene smjera fotona obzirom da se promjena impulsa prenosi cijelom atomu. Gubitak kinetičke energije je zanemariv. Račun udaljenosti između pojedinih međudjelovanja se provodi uzorkovanjem raspodjele eksponencijalne raspodjele (Dodatak C). Predložene su različite tehnike za popravak brzine računanja kada se uzorkuju raspodjele vjerojatnosti. Najčešće metode uzorkovanja su: direktno uzorkovanje koje se rabi kad se inverz kumulativne funkcije gustoće vjerojatnosti može lako dobiti (Dodatak C). Praktični primjer uporabe ove tehnike je račun udaljenosti do idućeg međudjelovanja. U metodi odbacivanja (*engl. rejection*) se najprije definira normirana funkcija (normiranje je na maksimalnu vrijednost funkcije), potom se stvore dva slučajna broja r_1 i r_2 te se izračuna x upotrebom jednadžbe $x = x_{min} + r_1(x_{max} - x_{min})$. Ako je r_2 manji ili jednak od normirane funkcije, x se prihvaća kao uzorkovana vrijednost, a u suprotnom se uzorkuje druga vrijednost x . Miješana metoda kombinira dvije gornje metode ako se PDF može faktorizirati na dio koji je invertibilan i dio koji sadrži većinu matematičke složenosti. Neke posebne metode poboljšanja učinkovitosti transporta fotona su prisilno međudjelovanje (*engl. interaction forcing*) i stratifikacija (*engl. stratification*). U prisilnom međudjelovanju se foton prisiljava da međudjeluje tako što se maksimalna udaljenost do koje on može putovati bez međudjelovanja postavi na konačnu vrijednost koja je jednaka npr. debljini kristala gama kamere. To mijenja kumulativnu funkciju gustoće vjerojatnosti, odnosno stvarno raspodijeljene duljine staza fotona unutar debljine kristala, a zbog nje je potrebno i težine fotona množiti s istim faktorom za koji smo izmijenili raspodjelu duljina fotonskih staza. Cilj stratifikacije u simulaciji transporta geometrijske komponente kolimatora je da se simuliraju samo fotoni koji su emitirani u smjeru unutar prostornog kuta koji se

može izračunati iz maksimalnog prihvatnog prostornog kuta. I ovdje kao i u slučaju prisilnog međudjelovanja, težinu fotona moramo množiti s vjerojatnošću bijega bez međudjelovanja u prostornom kutu određenom dimenzijama fantoma s izvorom i slikovnog sustava.

3.2 SIMIND

U ovom radu upotrijebljen je javno dostupni SIMIND MC kod, čiji je autor profesor Michael Ljungberg (Lund University) [7]. Njime se može simulirati transport fotona u različitim razmještajima izvora zračenja i fantomima kao i stvaranje statičkih slika i projekcija pomoću standarne SPECT kamere te je omogućeno bilježenje energijskih spektara. Programski paket omogućava modifikacije za različita mjerenja korisna u polju nuklearne medicine. SIMIND (verzija 7.0) je upotrijebljen za dobivanje gama kamerom zabilježenih energijskih spektara radionuklida koji se često rabe u nuklearno medicinskim slikovnim tehnikama. Programski kod je napisan u Fortranu 90 i dostupan je za Linux, Windows i MacOS računalne operacijske sustave. Upute o korištenju programa su također javno dostupne u formi priručnika [?]. Dva glavna programa SIMIND-a su *change* i *simind*.



```
C H A N G E: Main page for SIMIND version V7.0

1 - Comment sentence.....: Test simulation
2 - Change general data .....:
3 - Change simulation flags.....:
4 - SMC file export .....: simind.smc
5 - SMC file import.....:
6 - Transfer changes to SMC files..:
7 - Phantom soft tissue.....: h2o
8 - Phantom bone tissue.....: bone
9 - Cover material.....: al
10 - Crystal material.....: nai
11 - Image file - phantom .....: vox_brn
12 - Image file - source .....: vox_brn
13 - Backscatter material.....: pmt
14 - Energy-resolution file.....: none
+ [22;07H←[K Option number....:
```

Slika 3.1: Sučelje *change* programa

Program *change* omogućuje definiranje slikovnog sustava koji želimo simulirati. Definira se geometrija kristala detektora, dimenzije i oblik izvora i fantoma, energija fotona, udaljenost izvora od detektora gama kamere, debljina povratnog raspršivača,

vrsta kolimatora i mnoštvo ostalih parametara. Sama simulacija se provodi *simind* programom koji čita ulaznu datoteku, stvorenu programom *change*, te daje izlaznu datoteku i/ili ispisuje rezultat na ekran. Uz ova dva programa u ovom radu je upotrijebljen računalni kod *penetrate* koji pruža mogućnost razdvajanja komponenti slike ili energijskog spektra. Moguće je pohraniti ukupno 18 različitih slika i isto toliko spektara. Spektri se tako primjerice razdvajaju na način da prvi stupac podataka daje spektar koji potječe od svih vrsta međudjelovanja. Potom se izdvajaju dvije grupe spektara: prva ne uključuje doprinos zbog raspršenja od povratnog raspršivača koji se nalazi iza kristala gama kamere, a druga grupa uključuje doprinose od povratnog raspršivača iza kristala. Daljnja podjela u prvoj grupi uključuje primjerice geometrijsku komponentu kolimiranih primarnih fotona koji su mogli biti atenuirani u fantomu, zatim komponentu prodornog zračenja fotona koji su kao primarno zračenje mogli biti atenuirani fantomom, istu takvu komponentu od kolimatora raspršenog zračenja i konačno x zračenje iz kolimatora proizvedeno primarno atenuiranim fotonima iz fantoma. Slična skupina se dobiva za raspršene fotone iz fantoma. Ovakav način dobivanja razdvojenih spektara i slika je iznimno važan za ispitivanje različitih korekcijskih shema za raspršeno zračenje u SPECT-u i posljedično za dobivanje točnih kvantitativnih informacija iz nuklearno medicinskih SPECT slika. Računalni kod *scattwin* omogućava simulacije uz uporabu višestrukih energijskih prozora. Datoteke energijskih spektara koje nastanu uz uključivanje ovog programa, pružaju uvid u ukupni energijski spektar, primarni spektar fotona (neraspršeni fotoni), spektar raspršenih fotona i spektre raspršenih fotona, razdvojenih prema redu raspršenja.

3.3 Mjerenja u bolnici

Mjerenja gama kamerom su izvedena u Klinici za onkologiju i nuklearnu medicinu, KBC Sestre milosrdnice. U svim mjerenjima je upotrijebljena gama kamera kombiniranog SPECT-CT sustava Symbia T (Siemens, Njemačka). Gama kamera ima dvije glave i nalazi se ispred otvora CT skenera. U tablici 3.1. se nalaze osnovni podatci o gama kameri preuzeti od proizvođača [8].

Sustav gama kamere je povezan s radnom stanicom koja ima ulogu prihvatanja i bilježenja podataka s gama kamere i CT-a. U ovom radu je upotrijebljen dio radne sta-

Model	Siemens Symbia T	
Dimenzije detektora	Vidno polje	53.3 x 38.7 cm
	Dijagonalno vidno polje	65.9 cm
Kristal	Dimenzije	59.1 x 44.5 cm
	Debljina	9.5 mm (3/8")
	Duljina dijagonale	73.9 cm
Fotomultiplikator	Ukupan broj	59
	Promjer	53 - 7.6 cm i 6 - 5.1 cm
	Vrsta	Bialkali
	Presjek fotomultiplikatora	Heksagonalni
Intrinsično prostorno razlučivanje	FWHM u CFOV	≤ 3.8 mm (3/8")
	FWHM u UFOV	≤ 3.9 mm (3/8")
Intrinsična uniformnost polja na 75 kcps	Diferencijalna u CFOV	≤ 2.5 % (3/8")
	Diferencijalna u UFOV	≤ 2.7 % (3/8")
	Integralna u CFOV	≤ 2.9 % (3/8")
	Integralna u UFOV	≤ 3.7 % (3/8")
Intrinsično energijsko razlučivanje	FWHM u CFOV	≤ 9.9 % (3/8")

Tablica 3.1: Osnovni podaci gama kamere Siemens Symbia T.

nice koji omogućava bilježenje energijskog spektra oslikavane raspodjele radionuklida i izvoz podataka za kasniju obradu na drugom računalu. Za određivanje (intrinzičnog i ekstrinzičnog) energijskog spektra radionuklida, pripremljen je mali izvor prema preporukama proizvođača slikovnog sustava. Aktivnost izvora za određivanje je određena mjerenjem u mjerilu aktivnosti uzorka (Slika 3.2.), kalibratoru doza (*engl. dose calibrator*).

Aktivnost potrebna za mjerenje je pripremljena iz bočice s većom aktivnošću, povlačenjem dijela volumena s radioaktivnosti u štrcaljku. Uz poznavanje volumena i aktivnosti moguće je izdvojiti malu kap koja će sadržavati približnu aktivnost radionuklida koja je potrebna za mjerenje. Uzorkovanje i mjerenje aktivnosti izvora se po potrebi može ponoviti kako bi se dobila aktivnost što bliža preporučenoj. Mjerena aktivnost se istisne na malu kuglicu vate (≈ 2 -3 mm dijametar) koja se potom stavi u konusno udubljenje plastične cilindrične bočice (Slika 3.3). Ta bočica se može učvrstiti na plastični držač, sastavni dio ležaja gama kamere čija je namjena provođenje postupaka kontrole kvalitete-ispitivanje intrinzične uniformnosti gama kamere.

Za mjerenja intrinzičnih energijskih spektara radionuklida (u ovome radu intrinzično su mjereni spektri ^{99m}Tc , ^{123}I i ^{131}I), kolimatori su bili uklonjeni s glave



Slika 3.2: Mjerilo aktivnosti radioaktivnog uzorka Capintec 15R. (Slika je preuzeta iz [9].)

gama kamere preporučenim postupkom proizvođača.

Izvor je postavljen između dvije glave gama kamere, s kojih je bio uklonjen kolimator, na 30 cm udaljenosti od svake glave, i prema proizvođačkom protokolu je započeto bilježenje podataka. Bilježenje energijskog spektra se automatski zaustavlja kada broj signala u vrhu energijskog spektra s najvećom amplitudom dosegne 30 000 signala. Gama kamera ima fiksno određenu energiju po kanalu višekanalnog analizatora spektra visina signala od 1.321 keV po kanalu. Zabilježeni energijski spektri su izvezeni s radne stanice, te su kasnije analizirani uz pomoć ImageJ-a programa (ver. 1.53) i tabličnog kalkulatora. Načinjene su prilagodbe zabilježenih podataka fotovrhova Gaussovom funkcijom uz linearnu funkciju pozadine te je za svaki fotovrh određena puna širina na pola maksimuma i nepouzdanosti parametara nelinearne prilagodbe. Mjerene vrijednosti intrinzične FWHM su prikazane kao funkcija energije upadnog fotona koji predaje energiju detektoru te je napravljena prilagodba funkcije $FWHM = a + b\sqrt{(E + cE^2)}$ na podatke prilagodbom dobivenih punih širina na pola maksimuma u ovisnosti o energiji fotona [4].



Slika 3.3: Pripremljen radioaktivni uzorak korišten u mjerenjima

3.4 Simulacije

3.4.1 Uvodne simulacije

Svi parametri detektora gama kamere (npr. dimenzije kristala), koji su naznačeni u Tablici 3.1., su korišteni prilikom izvođenja simulacija. U dodatku A se nalaze tablice svih radionuklida, korištenih u mjerenjima i simulacijama, koje sadrže informacije o energijama fotovrhova, relativnim intenzitetima pojedinih emisija (*engl. abundance*) te energijama povratno raspršenih fotona i Comptonskog ruba. U svim simulacijama je debljina aluminijskog poklopca detektora (*engl. aluminum cover*) postavljena na 0.1 cm. SIMIND ne modelira fotomultiplikatore kao ni ostale elektroničke elemente ali se umjesto toga modelira sloj povratnog raspršivača (*engl. backscatter material*). Materijal kojim se simulira sloj povratnog raspršivača definiran je u SIMINDU [7]; gustoće je 1.47 g/cm^3 i sastoji se od bora (4.0%), aluminijskog (1.2%), silicija (37.7%),



Slika 3.4: Kolica s kolimatorima

kisika (54.0%), natrija (2.8%) i kalija (0.3%). U uvodnom dijelu upoznavanja sa SIMIND-om promatran je utjecaj različitih parametara na izgled energijskog spektra radionuklida ^{99m}Tc :

a) Istražen je utjecaj različite debljine sloja povratnog raspršivača (2, 5 i 10 cm) koji se nalazi iza NaI(Tl) detektora i efektivno opisuje fotomultiplikatore, na svojstva i oblik intrinzičnog energijskog spektra točkastog izvora u zraku na udaljenosti 30 cm od detektora;

b) Promatran je utjecaj oblika izvora na svojstva i oblik energijskog spektra. Simulirani su intrinzični energijski spektri izvora u zraku na udaljenosti 30 cm od detektora ako je izvor: a) točkasti, b) cilindrični (0.1 cm dijametara baze i 0.2 cm visine) i c) eliptični (dimenzija 5 cm x 2.5 cm x 2.5 cm). U ovom slučaju je debljina sloja povratnog raspršivača bila 7.5 cm;

c) Simulirani su intrinzični spektri cilindričnog izvora (0.1 cm dijametara baze i 0.2

cm visine) u zraku i u vodenom cilindričnom fantomu (19 cm dijametra baze i 21 cm visine), pri čemu su u simulaciji osim ukupnog energijskog spektra bili zabilježeni i spektri različitog reda raspršenja fotona u fantomu na udaljenosti 30 cm od detektora.

Između ostalog, SIMIND nudi opciju (*scattwin*) razdvajanja fotona prema redovima Comptonskog raspršenja. Koristeći ovu funkciju SIMIND-a može se u energijskom prozoru od interesa odrediti omjer zabilježenih događaja od fotona raspršenih u fantomu prema događajima od fotona koji su prošli kroz fantom bez međudjelovanja, odnosno udio raspršenih fotona u energijskom prozoru. Simuliran je intrinzični energijski spektar cilindričnog izvora ^{99m}Tc (0.1 cm dijametra baze i 0.2 cm visine) u cilindričnom vodenom fantomu (22.2 cm dijametra baze i 18.6 cm visine) na udaljenosti 15 cm od detektora. Broj ulaznih čestica bio je 10 milijuna. Maksimalni broj redova raspršenja je postavljen na 5.

3.4.2 Simulacije mjerenja intrinzičnih energijskih spektara

Simulacije su izvedene tako da su uvjeti simulacija bili što više slični mjerenjima izvedenima na gama kameri u KBC-u Sestre milosrdnice. Intrinzično (bez kolimatora) su mjereni energijski spektri radionuklida ^{99m}Tc , ^{123}I i ^{131}I . Simulacije su izvedene za iste te radionuklide na udaljenosti 30 cm od detektora bez kolimatora. Simulirani su točkasti izvori i cilindrični izvori (0.1 cm dijametra baze i 0.2 cm visine) u vodenom cilindričnom fantomu (0.2 cm dijametra baze i 0.4 cm visine). Debljina sloja povratnog raspršivača je postavljena na 7.5 cm za sve simulacije intrinzičnih mjerenja. Broj ulaznih čestica bio je 100 milijuna. Referentno energijsko razlučivanje je postavljeno na 9.8% FWHM na energiji od 140.5 keV prema specifikaciji proizvođača gama kamere. Ono je modelirano u programu konvolucijom detektoru predane energije svake ftonske povijesti uporabom energijski ovisne Gaussove funkcije koja se mijenja, u skladu s teorijskim modelom gdje je $FWHM \approx 1/\sqrt{E}$.

3.4.3 Simulacije mjerenja ekstrinzičnih energijskih spektara

Provjera valjanosti prilagođenog modela energijskog razlučivanja je načinjena mjerenjima ekstrinzičnih energijskih spektara koji su zabilježeni kamerom Symbia T i simulirani programom SIMIND. Izvori su bili približne aktivnosti 37 MBq (1 mCi). Ekspe-

rimentalno su mjereni ekstrinzični energijski spektri tehnećija ^{99m}Tc , koristeći nisko-energijski kolimator velikog razlučivanja (*engl. low energy high resolution, LEHR*) kolimator, i joda ^{131}I , koristeći visokoenergijski kolimator (*engl. high energy, HE*). Kolimatori istih svojstava su korišteni prilikom simuliranja energijskih spektara tehnećija i joda. Oba kolimatora, uključujući i njihove specifikacije, su definirani u SIMINDU i aktiviraju se izborom odgovarajućih indeksa programa. Simulacije su napravljene za izvore na udaljenosti od 30 cm od površine kolimatora kamere. Simulirani su točkasti izvor i cilindrični izvor (0.1 cm dijametra baze i 0.2 cm visine) u vodenom cilindričnom fantomu (0.2 cm dijametra baze i 0.4 cm visine). Razmotreni su osnovni teorijski model pune širine na pola maksimuma i prilagođeni model. Pune širine na pola maksimuma glavnih fotovrhova su izračunate za ekstrinzične energijske spektre izvora u zraku. Svi ekstrinzični energijski spektri su vizualno ocijenjeni i uspoređeni s mjerenim energijskim spektrima izvora u zraku. Debljina sloja povratnog raspršivača je i u ovom slučaju 7.5 cm, te je energijsko razlučivanje 9.8%. Broj ulaznih čestica je 100 milijuna. Intrinzični i ekstrinzični simulirani i mjereni energijski spektri su grafički prikazani u poglavlju Rezultati i rasprava.

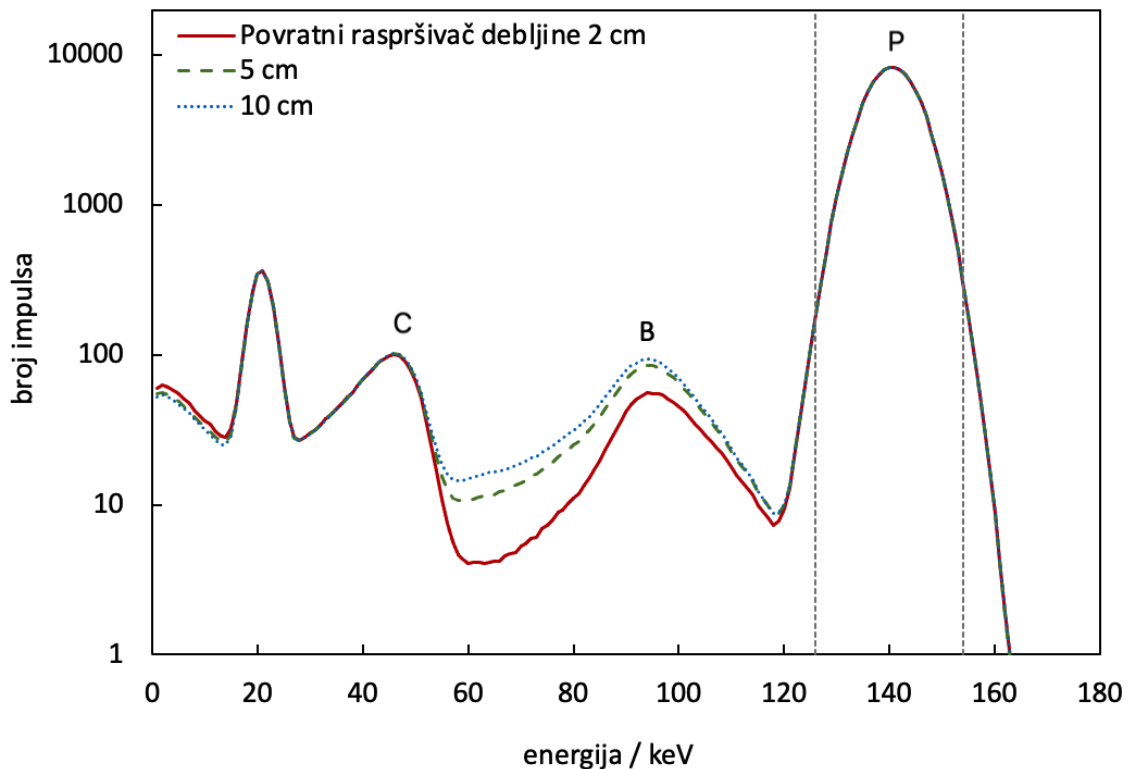
4 Rezultati i rasprava

4.1 Uvodne simulacije

Kao što je naglašeno u prethodnom poglavlju, u ovom dijelu rada kratko je istražen utjecaj na svojstva intrinzičnog energijskog spektra izvora ^{99m}Tc :

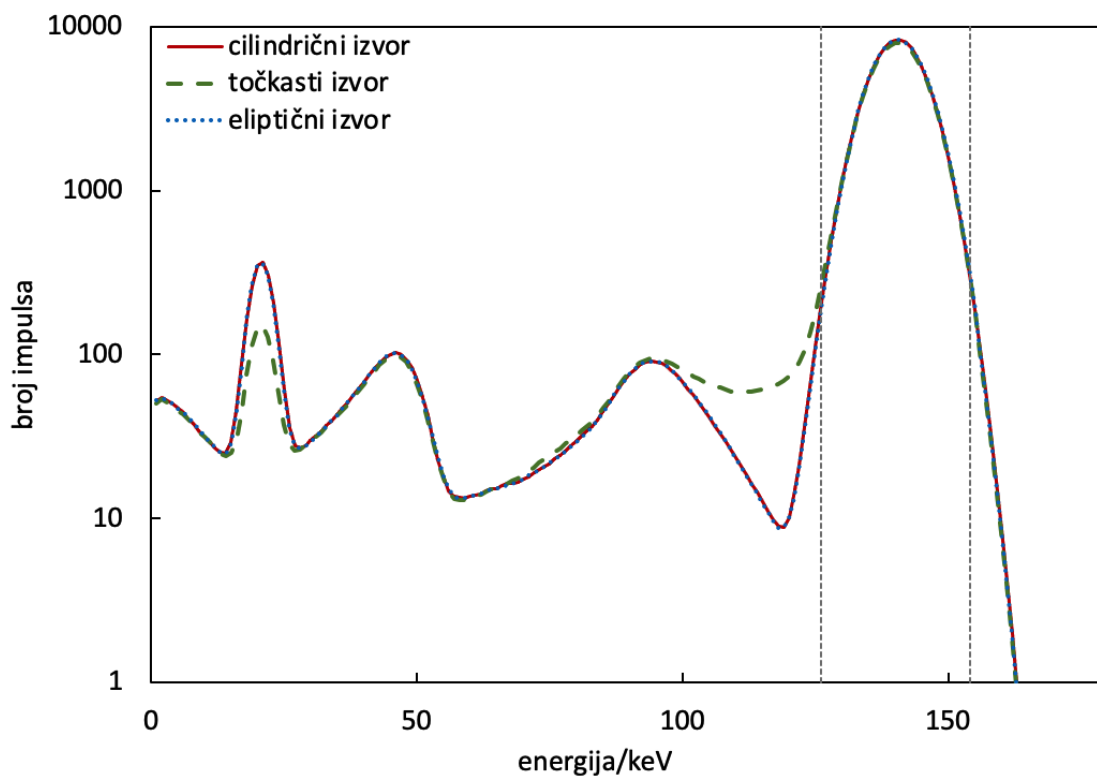
- povratnog raspršenja stražnjeg dijela gama kamere, debljine 2, 5 i 10 cm,
- oblika i veličine izvora, počevši od idealiziranog točkastog izvora, a potom cilindričnog i eliptičnog izvora konačnih dimenzija u zraku,
- izvora u cilindričnom vodenom fantomu

U simulacijama su upotrijebljene dimenzije gama kamere i izvora opisane u prethodnom odjeljku. Energijsko razlučivanje je postavljeno u skladu s teorijskim modelom.



Slika 4.1: Utjecaj debljine sloja povratnog raspršivača na izgled energijskog spektra

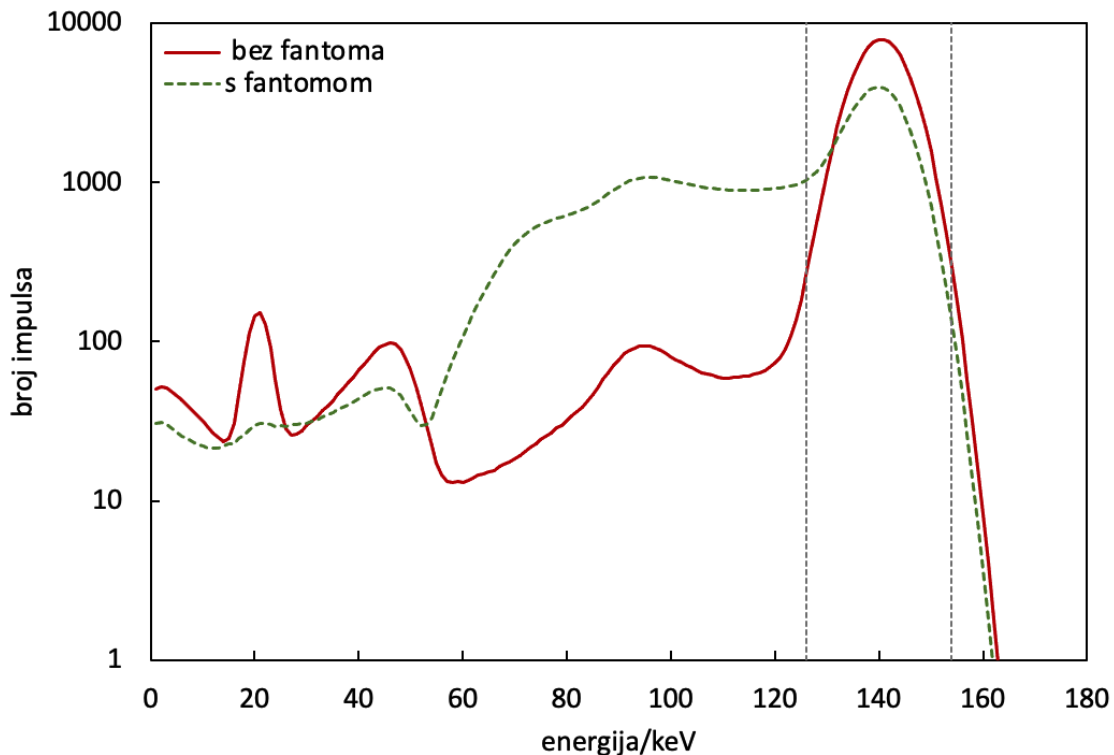
Energijski prozor, označen okomitim crtanim linijama, je postavljen na 20% što znači da obuhvaća energijsko područje od $140 \text{ keV} - (0.1 \cdot 140 \text{ keV}) = 126 \text{ keV}$ do $140 \text{ keV} + (0.1 \cdot 140 \text{ keV}) = 154 \text{ keV}$. Energijski prozor od 15 ili 20 % je uobičajen u kliničkim studijama u kojima se rabi radionuklid ^{99m}Tc . Vrh koji dolazi od potpune predaje energije fotona detektoru označen je slovom P, slovom B je označen vrh od povratnog raspršenja ulaznih fotona i slovom C je označen Comptonov rub.



Slika 4.2: Utjecaj oblika i veličine izvora na izgled energijskog spektra izvora ^{99m}Tc

Slika 4.2 prikazuje energijske spektre točkastog izvora, malog cilindričnog izvora i volumnog izvora oblika elipsoida, smještene u zraku na udaljenosti 30 cm od detektora kamere. Razlike u energijskim spektrima točkastog i malog cilindričnog izvora su neznatne dok se kod većeg izvora uočavaju promjene koje dolaze zbog dodatnog Comptonskog raspršenja (većinom prvog i drugog reda) u samom izvoru. U slici 4.3. je naglašena razlika u izgledu energijskih spektara točkastog izvora sa i bez uzimanja u obzir transporta fotona u fantomu. Uočava se veliki doprinos u fantomu raspršenih fotona u području ispod energije fotovrha.

Kao ilustraciju potrebe za točnim poznavanjem sadržaja energijskog prozora navodimo postupke istovremenog emisijskog SPECT oslikavanja s dva radionuklida ili emisijskog i transmisijskog oslikavanja. U tim slučajevima dolazi do tzv. razgovora energijskih prozora odnosno Comptonski raspršeni fotoni jednog radionuklida mogu biti zabilježeni u energijskom prozoru drugoga. Primjerice ako se transmisijsko oslikavanje vrši izvorom ^{153}Gd , a istovremeno je pacijentu iniciran ^{99m}Tc , bilježenje slika se odvija putem dva energijska prozora od 100 keV i 140 keV obično s širinama energijskog prozora od 20%. Ako promotrimo graf na slici 4.1., u intervalu energija od 90-100 keV, može se zaključiti da povećanjem debljine sloja povratnog raspršivača

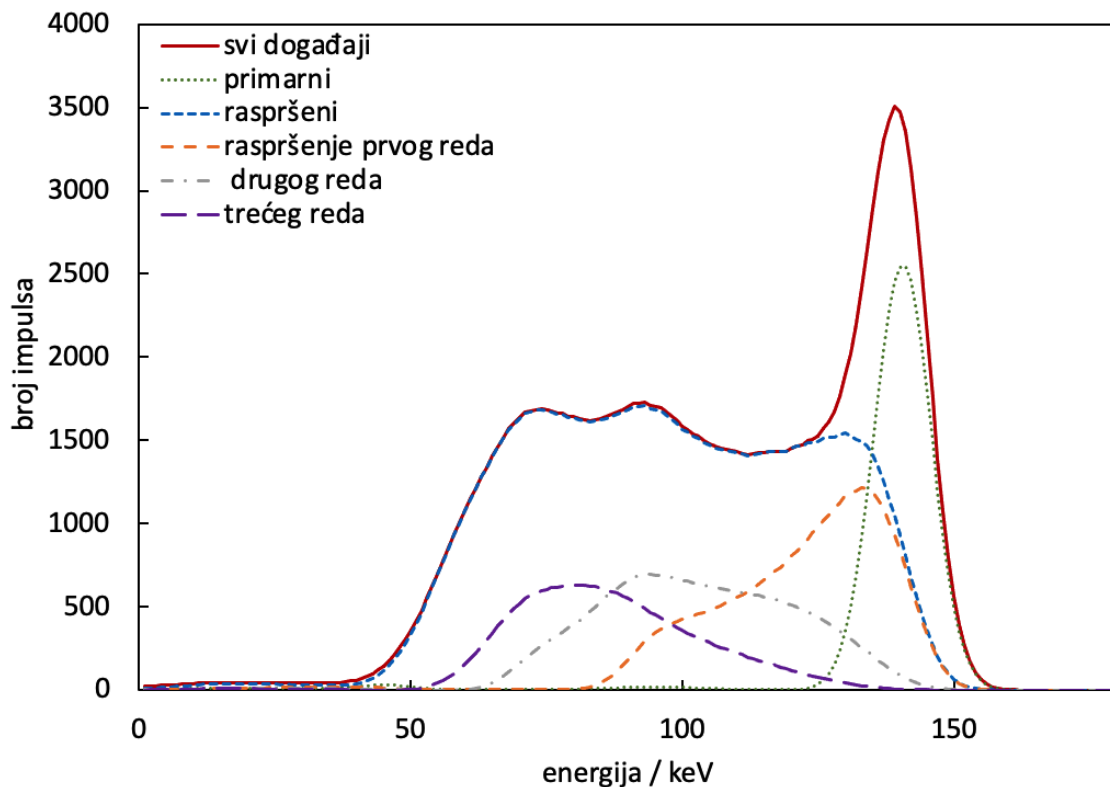


Slika 4.3: Utjecaj fantoma na izgled energijskog spektra

raste i udio fotona u tom energijskom prozoru. Točnije, broj signala je oko 7% veći ako je debljina sloja povratnog raspršivača 10 cm umjesto 5 cm i 42% veći u odnosu na sloj povratnog raspršivača debljine 2 cm. U samom fotovrhu nema razlike u broju signala. MC simulacije mogu dati točnije informacije o sadržajima energijskih prozora u specifičnim kliničkim uvjetima, uz dodatne informacije o ishodištu i povijesti fotona te redu raspršenja. To može pomoći u oblikovanju algoritma za korekciju raspršenog zračenja.

Dodatno, SIMIND omogućava da se fotoni razdvajaju prema redovima Comptonskog raspršenja te se iz grafa na slici 4.4. može vidjeti omjer površine fotovrha prema Comptonskom kontinuumu.

Razdvajanje fotona prema redu raspršenja i njihovo odvojeno bilježenje je veoma značajno za razumijevanje mehanizma koji dovodi do pogoršanja kvalitete slike u planarnom oslikavanju, a posebno u emisijskoj tomografiji. Analizom zabilježenih spektara se može utvrditi da je udio u fantomu raspršenih fotona za ispitanu geometriju, u energijskom prozoru (126-154 keV), jednak $\approx 42\%$. U simetričnoj raspodjeli raspršujućeg sredstva, sa samo jednim centralno smještenim izvorom bi udio raspršenih fotona u svakoj projekciji tomografske studije bio podjednak, no kliničke

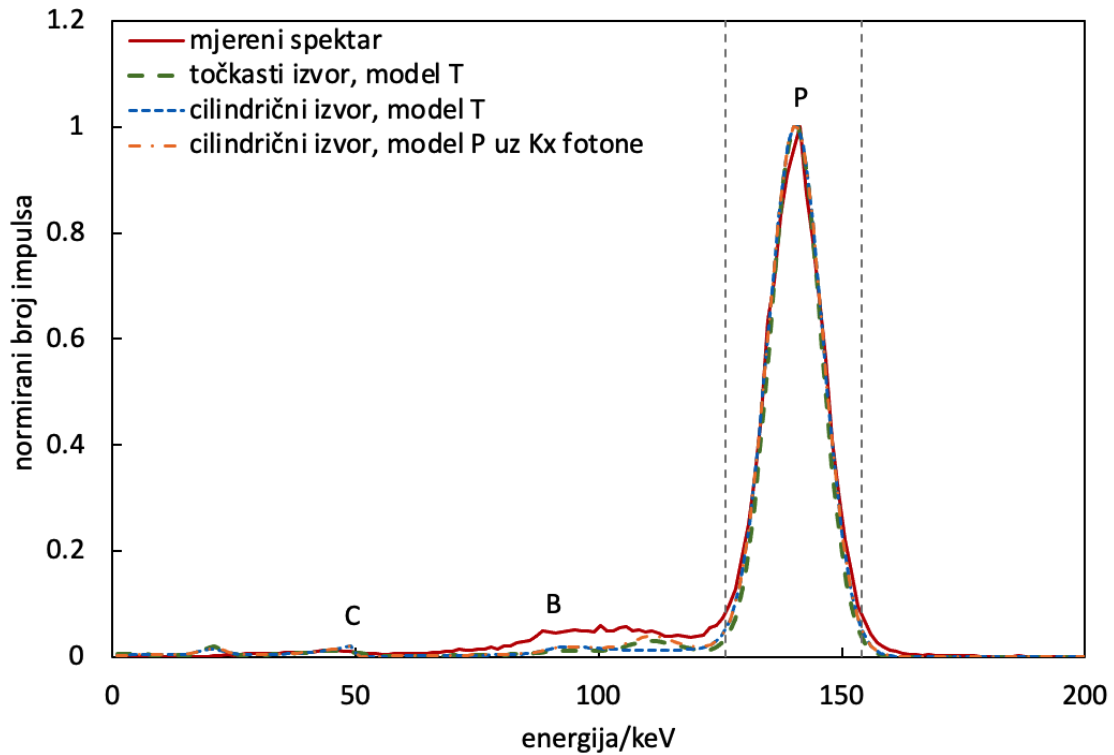


Slika 4.4: Ukupni intrinzični energijski spektar tehnečija i spektri razdvojeni prema redovima Comptonskog raspršenja

situacije značajno odstupaju od ovog slučaja i zbog nestacionarnosti funkcije odziva sustava na raspršeno zračenje te nehomogenih kliničkih raspodjela, znatno otežavaju korekcijske sheme za raspršeno zračenje koje se temelje na poznavanju sadržaja energijskog prozora i postraničnih energijskih prozora iz kojih se u kliničkim korekcijskim shemama procjenjuje doprinos raspršenog zračenja u fantomu zabilježenim projekcijama tomografske studije.

4.2 Usporedba mjerenih i simuliranih intrinzičnih energijskih spektara

Na slikama 4.5., 4.6. i 4.7. su prikazani mjereni i simulirani energijski spektri radionuklida tehnečija ^{99m}Tc i joda (^{123}I i ^{131}I). Simulirani su izvori radionuklida, dimenzija sličnih onima koje su korištene prilikom mjerenja u bolnici (promjer ≈ 2 mm), na udaljenosti 30 cm od detektora s kojih je uklonjen kolimator. Model T označava teorijski model energijskog razlučivanja, a model P označava prilagođeni model energijskog razlučivanja. Svi energijski spektri (mjereni i simulirani) su, zbog



Slika 4.5: Graf usporedbe mjenog i simuliranog intrinzičnog energijskog spektra tehneacija ^{99m}Tc . U jednoj od simulacija je omogućen transport i bilježenje Kx fotona nastalih u detektoru.

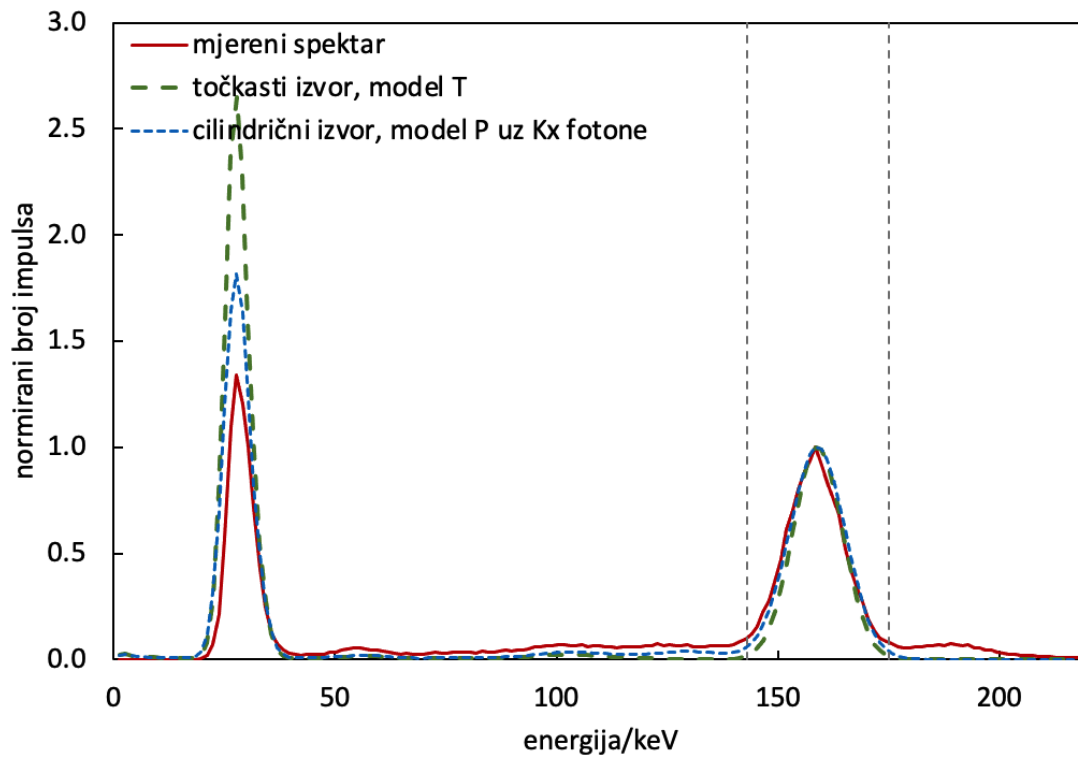
usporedbe relativnog energijskog razlučivanja, normirani na vršnu vrijednost njihovih glavnih emisijskih fotovrhova.

Za svaki fotovrh određena je FWHM, prilagodbom Gaussove funkcije, kao i nepouzdanost parametara funkcije koja je prilagođavana na podatke. Izračunate vrijednosti FWHM za mjerene i simulirane spektre svih radionuklida su prikazane u tablicama 4.1. i 4.2.

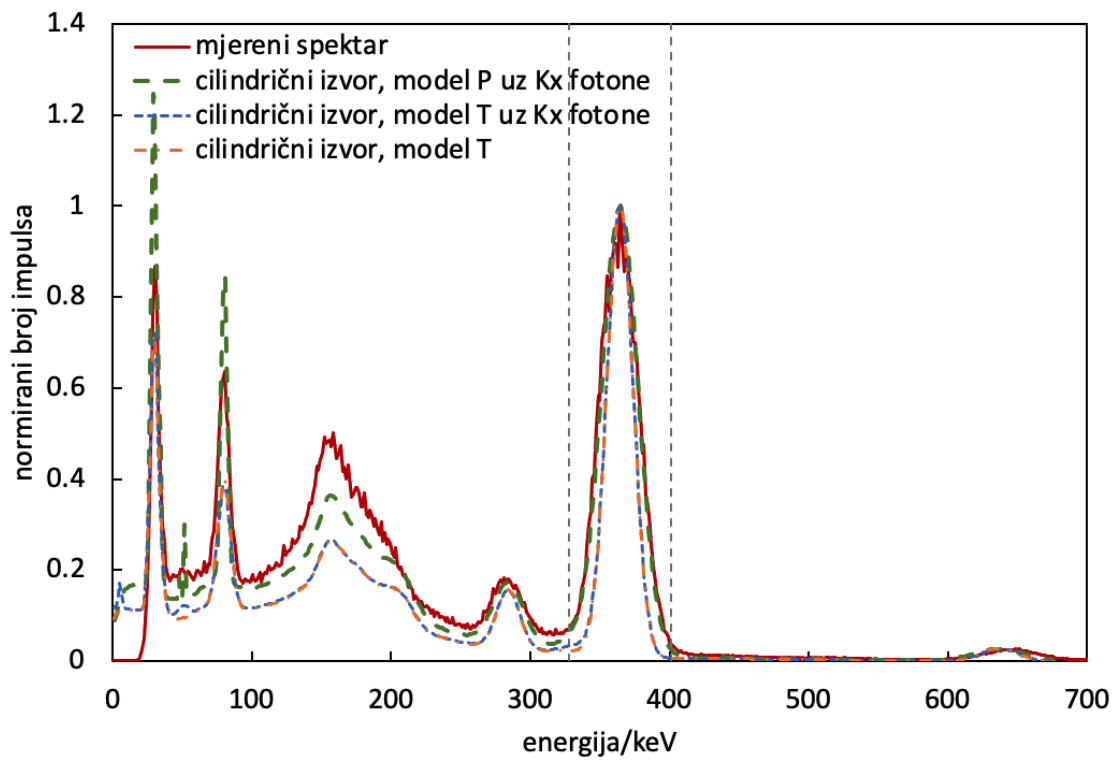
Radionuklid	Energija fotovrha / keV	Mjereno	Teorijski model	$\Delta/\%$
		FWHM / keV	FWHM / keV	
^{99m}Tc	140.5	14.1 ± 0.1	13.8	2.1
^{123}I	159.0	14.6	14.7	-0.7
^{131}I	284.3	23.8 ± 0.3	17.4	26.9
	364.5	33.0 ± 0.1	19.8	40.0
	636.9	43.3 ± 0.5	26.6	38.6

Tablica 4.1: Vrijednosti FWHM za intrinzična mjerenja i simulacije uporabom teorijskog modela energijskog razlučivanja. Δ je postotno relativno odstupanje mjerene FWHM minus simulirane FWHM.

Nepouzdanosti prikazane u tablicama 4.1. i 4.2. su standardne devijacije srednjih vrijednosti FWHM dobivene prilagodbom Gaussove funkcije iz mjerenih ener-



Slika 4.6: Graf usporedbe mjerenog i simuliranog intrinzičnog energijskog spektra joda ^{123}I

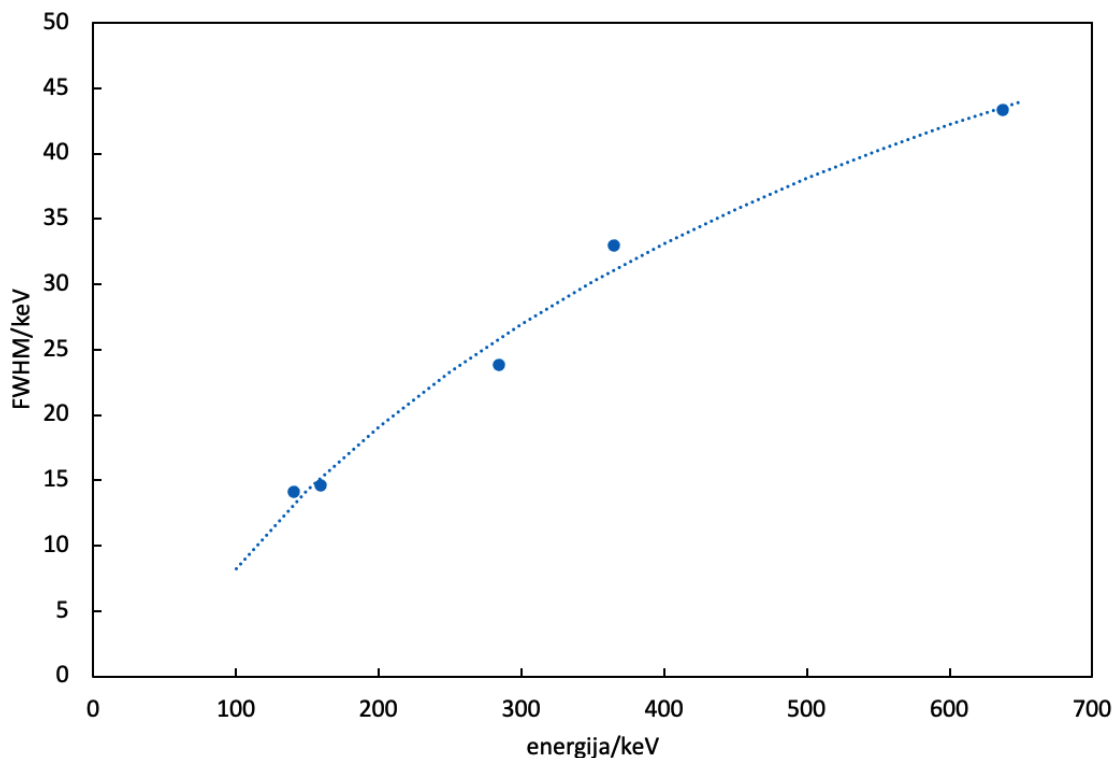


Slika 4.7: Graf usporedbe mjerenog i simuliranog intrinzičnog energijskog spektra joda ^{131}I

Radionuklid	Energija fotovrha / keV	Mjereno	Prilagođeni model	$\Delta/\%$
		FWHM / keV	FWHM / keV	
^{99m}Tc	140.5	14.1 ± 0.1	12.9	8.5
^{123}I	159.0	14.6	15.0	-2.7
^{131}I	284.3	23.8 ± 0.3	26.7	-12.2
	364.5	33.0 ± 0.1	31.4	4.8
	636.9	43.3 ± 0.5	46.1	-6.5

Tablica 4.2: Vrijednosti FWHM za intrinzična mjerenja i simulacije uporabom prilagođenog modela energijskog razlučivanja

gijskih spektara izvora joda i tehnečija zabilježenih s dva detektora gama kamere u dva različita dana. Spektar joda-123 je mjereno jednom, pa stoga nema podatka o mjerenoj nepouzdanosti. Vrijednosti FWHM vrhova u mjenim energijskim spektrima sva tri radionuklida su grafički prikazane na slici 4.8. kao funkcija energije emisije fotona. Točke prikazane na grafu su također u tablici 4.1. Usporedbe radi, na grafu je prikazana i funkcija prilagodbe za energijsko razlučivanje oblika $\text{FWHM} = a + b\sqrt{(E + cE^2)}$ [4]. Vrijednosti parametara određenih prilagodbom su: $a = -19.7879$, $b = 2.8573$ i $c = -0.0004$.



Slika 4.8: Grafički prikaz FWHM kao funkcije energije

Zbog energije prekida ili praga koja je na otprilike 20 keV za Siemens Symbia gama kameru, postoje odstupanja između mjerenih i simuliranih energijskih spek-

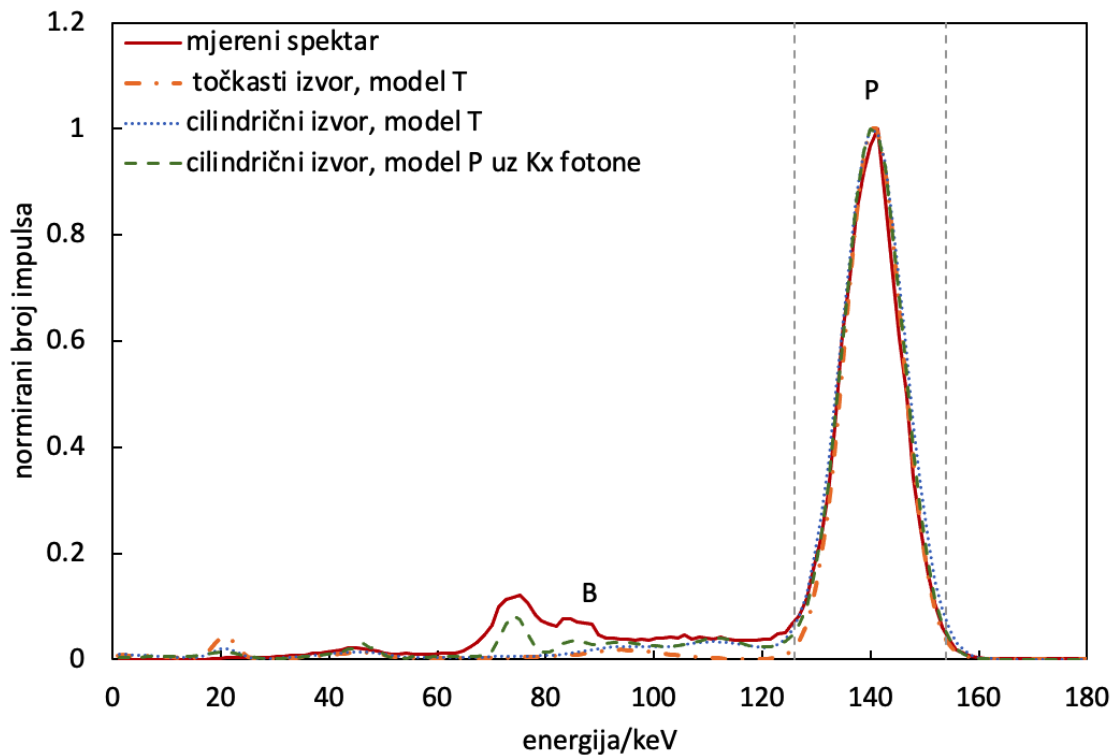
tara u tom niskoenergijskom dijelu spektra. Energije fotona ispod 20 keVa nisu zabilježene u mjerenim energijskim spektrima. Male razlike u mjerenim i simuliranim spektrima mogu se pripisati povratno raspršenim fotonima koji dolaze od drugog detektora (kojeg imamo u mjerenjima, no nije simulirano). Uspoređujući energijske spektre joda (^{123}I i ^{131}I), na višim energijama, vide se veća odstupanja mjerenih i simuliranih spektara zbog nelinearnog energijskog odziva detektora, koji također nije razmatran u simulacijama, na Comptonско raspršenje i fotoefekt.

4.3 Usporedba mjerenih i simuliranih ekstrinzičnih energijskih spektara

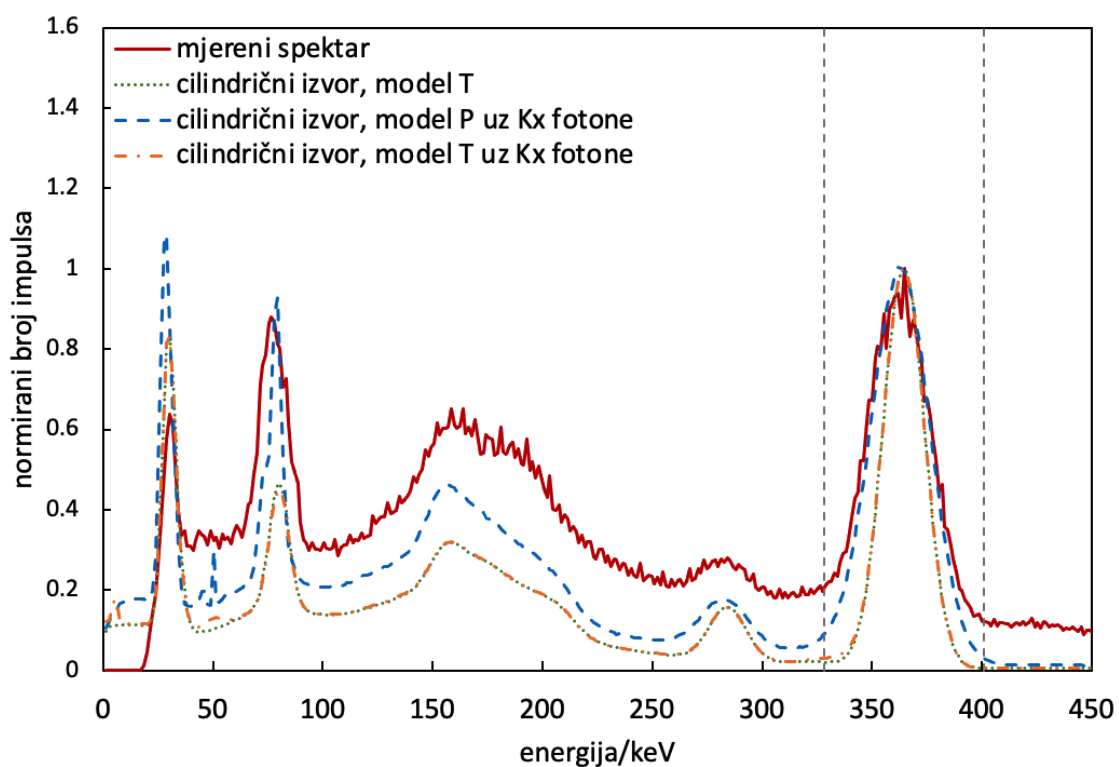
Ekstrinzični energijski spektri tehnečija ^{99m}Tc su mjereni koristeći LEHR kolimator i joda ^{131}I , koristeći HE kolimator. Na slikama 4.9. i 4.10. su prikazani grafovi usporedbe mjerenih i simuliranih energijskih spektara za navedene radionuklide. Svi energijski spektri su normirani na ranije opisani način. Za oba radionuklida simulirani su točkasti izvori te mali cilindrični izvori u horizontalnom cilindričnom fantomu (sa i bez mogućnosti da fotoni prolaze kroz kolimator i da se stvaraju fotoni Kx zračenja), u svrhu dobivanja simuliranog energijskog spektra koji će se biti što realističniji i očekivano bolje se slagati s mjerenim energijskim spektrom.

Za mali cilindrični izvor dimenzija navedenih u potpoglavlju 3.4.2., koji je sadržavao ^{99m}Tc i nalazio se ispred kolimirane gama kamere (LEHR kolimator) na udaljenosti od 10 cm, su analizom simuliranih energijskih spektara dobivene vrijednosti udjela geometrijske komponente sustava (fotoni koji su prošli kolimatorsku rupicu i bili zabilježeni u energijskom prozoru širine 20 %) od 93.7%, prodorne komponente (fotoni koji prođu kroz septe kolimatora) 4.9% i komponente raspršenog zračenja u kolimatoru od 1.4%. Iste veličine za ukupni spektar iznose: geometrijska komponenta, 87.5%, prodorna komponenta 6.2%, komponenta raspršenja u kolimatoru 2.2% i komponenta fotona karakterističnog rendgenskog zračenja iz kolimatora 4.1%.

Zbog preglednosti spektra ne prikazujemo fotovrh najviše energije na slici 4.10. Za svaki fotovrh određena je FWHM, prilagodbom Gaussove funkcije s funkcijom linearne pozadine, dok je nepouzdanost vrijednosti FWHM, tamo gdje je zabilježeno više mjerenja, određena kao standardna devijacija srednje vrijednosti prilagodbom dobivenih FWHM. Izračunate vrijednosti FWHM za mjerene i simulirane spektre svih



Slika 4.9: Mjereni i simulirani ekstrinzični energijski spektri tehneacija ^{99m}Tc



Slika 4.10: Mjereni i simulirani ekstrinzični energijski spektri joda ^{131}I

radionuklida su prikazane u tablici 4.3.

Teorijski model postupno podcjenjuje vrijednosti FWHM kako se energija fotovrha

Radionuklid	Energija fotovrha / keV	Mjereno	Simulirano	$\Delta/\%$
		FWHM / keV	FWHM / keV	
^{99m}Tc	140.5	12.8	12.4	3.1
^{131}I	284.3	24.1	19.8	17.8
	364.5	31.8	22.1	30.5
	636.9	42.3	29.2	30.1

Tablica 4.3: Vrijednosti FWHM za ekstrinzična mjerenja i simulacije

povećava iznad 160 keV uz najveću razliku od 13.1 keV za 636 keV fotovrh ^{131}I . Ovo podcjenjivanje može voditi na netočnu kvantifikaciju kod simuliranja NM slika pri upotrebi radionuklida s emisijama fotona velike energije kao i kod radionuklida s višestrukim značajnim fotovrhovima (^{67}Ga , ^{111}In).

5 Zaključak

Poznavanje značajki energijskih spektara radionuklida primjenjivih u nuklearnoj medicini je od velikog značaja za dobivanje medicinskih slika dobre kvalitete koje mogu dati točnu informaciju potrebnu za relativnu kvantifikaciju (npr. omjer broja signala u područjima interesa) ili apsolutnu kvantifikaciju poput one koja služi u ciljanoj unutarnjoj dozimetriji, dozimetriji interno deponiranih radionuklida (npr. vrijednost aktivnosti u određenom volumenu). Analizirani su energijski spektri malih izvora radionuklida ^{99m}Tc , ^{123}I i ^{131}I , dobiveni mjerenjima gama kamerom sa i bez odgovarajućeg kolimatora i MC simulacijskim kodom SIMIND. Provedena usporedba vrijednosti pune širine na pola maksimuma fotovrhova u energijskim spektrima malih izvora navedenih radionuklida mjerenih gama kamerom Symbia T (Siemens, Njemačka) i spektara dobivenih MC simulacijama pokazala je dobro slaganje za teorijski model energijskog razlučivanja i za model dobiven prilagodbom nelinearne funkcije na podatke FWHM u ovisnosti o energiji, do energija fotona od 160 keV. Iznad te energije teorijski model podcjenjuje vrijednosti FWHM uz razlike koje dosežu 16.7 keV (38.6 %) na energiji 636.9 keV. Vrijednosti mjerenih i simuliranih intrinzičnih FWHM fotovrhova su u dobrom slaganju na energijama fotona do 160 keV; razlikuju se za relativno male iznose od 0.3 keV i 0.1 keV uz uporabu teorijskog modela i 1.2 keV i 0.4 keV uz uporabu prilagođenog modela za 140.5 keV izvora ^{99m}Tc i 159 keV izvora ^{123}I . Za energije iznad 160 keV, prilagođeni model pokazuje znatno bolje slaganje s mjerenim spektrima za intrinzične energijske spektre. Odstupanja simuliranih intrinzičnih spektara od onih mjerenih su dijelom rezultat izbora normiranja energijskih spektara na odgovarajuće glavne emisijske fotovrhove zbog kasnije lakše usporedbe relativnih energijskih razlučivanja zabilježenih spektara. Vizualna usporedba mjerenog i simuliranih spektara je stoga donekle otežana. Slični rezultati dobiveni su za ekstrinzične energijske spektre kao i za intrinzične kada je korišten teorijski model, teorijski model podcjenjuje širine vrhova na pola maksimuma za energije veće od 160 keV te prilagođeni model daje bolje slaganje na višim energijama. Najveća razlika između mjerenih i simuliranih FWHM iznosi 13.1 keV za fotovrh 636.9 keV kada se upotrebljava teorijski model energijskog razlučivanja. Gama kamera Symbia ima prag bilježenja fotonske energije ispod 20 keV i to utječe na amplitude primjerice vrhova od 27.3 keV radionuklida ^{123}I . Mali pomaci između

težišta mjerenih i simuliranih fotovrhova koji se mogu uočiti na višim energijama se događaju zbog nelinearnog energijskog odziva realnog detektorskog sustava na događaje fotoelektrične apsorpcije i Comptonovog raspršenja, koje MC simulacije ne mogu uračunati. Dodatno, razlike u mjerenim i simuliranim spektrima postoje zbog činjenice da točan razmještaj izvora i okolnih objekata, sam izvor, oklop gama kamere, glavu druge kamere i povratni raspršivač koji su postojali u mjerenju, nije moguće u potpunosti reproducirati u simulacijama. Poboľšano suglasje mjerenih i simuliranih spektara bilo bi moguće dobiti uz modeliranje nasuprotne gama kamere. Za očekivati je također da bi se neke od tih opaženih razlika umanjile kada bismo razmatrali energijske spektre izvora uronjenih u fantome koji oponašaju tijelo pacijenta.

Dodaci

Dodatak A Svojstva radionuklida

Tehnecij-99m (^{99m}Tc) je glavni radionuklid u konvencionalnim nuklearno medicinskim slikovnim tehnikama. Jednostavnost proizvodnje pomoću molibdenskog (^{99}Mo) generatora, odlična svojstva potrebna za detekciju scintilacijskim detektorom, kratko vrijeme poluraspada, mogućnost obilježavanja velikog broja farmaka i razmjeno mala očekivana efektivna doza nakon unosa radiofarmaka u tijelo ispitanika, čini ga odličnim radionuklidom. Tehnecij se rabi u planarnim (statičkim i dinamičkim) slikovnim tehnikama, oslikavanju cijeloga tijela i jednofotonskoj emisijskoj računalnoj tomografiji. U obliku pertehnetata ($^{99m}\text{TcO}_4^-$), rabi se u oslikavanju štitnjače, slinovnica, sluznice probavnog trakta, koroidnog moždanog spleta i dinamičkog određivanja arterijskog protoka. Obilježe li se njime farmaci, oslikavati se mogu: jetra, slezena, koštana srž, gastrointestinalno krvarenje (sumporni koloid), skelet (difosfonati), provoditi ventrikulografija i angiokardiografija (humani serumski albumin), oslikavati miokard (izonitriili) i provoditi niz drugih slikovnih pretraga srca, bubrega i mozga [10]. Jod (^{131}I) je radionuklid izbora u liječenju bolesti štitnjače. Zbog činjenice da uz emisiju beta zračenja, srednje i maksimalne energije 192 keV i 606 keV, koje je glavno u radioterapiji radionuklidima unesenim u ciljni volumen tijela pacijenta, glavne fotonske emisije radionuklida ^{131}I , energije 364.5 keV (81.2%), omogućavaju oslikavanje u tkivu nakupljenog radionuklida. Jod se prirodno akumulira u štitnjači, a obilježi li se njime farmak, omogućava ciljano oslikavanje i radioterapiju. Jodom-131 obilježeni analog noradrenalina, meta-jodobenzilguanidin (MIBG), omogućava detekciju i liječenje neuroendokrinih tumora (NET). Prirodno se akumulira u plućima, jetri, bubrezima, slezeni, mjehuru, koštanoj srži i slinovnicama. Jod-123 (^{123}I) je čisti fotonski emiter, glavne emisije fotona energije 159 keV i dodatne značajne emisije od 27.3 keV (70%). Navedena svojstva, uz vrijeme poluraspada od 13.2 h čine ga idealnim za slikovne nuklearno medicinske tehnike. Obzirom da je nakupljanje ^{123}I i ^{131}I u tijelu slično, ^{123}I se može upotrijebiti za oslikavanje u procesu planiranja terapije s ^{131}I . Jod-123 predstavlja manje opterećenje u smislu apsorbirane doze u usporedbi s ^{131}I zbog kraćeg vremena poluraspada i izostanka emisije beta zračenja.

Radionuklid	Energija fotovrha / keV	Relativni intenzitet / %	Energija Comptonovog ruba / keV	Energija vrha povratnog raspršenja / keV
^{99m}Tc	140.5	88.5	49.9	90.7
^{123}I	27.3	35.3	2.6	24.7
	159.0	83.3	60.1	98.0
	528.9	1.3	356.6	172.3
^{131}I	364.5	81.2	214.3	150.2
	636.9	7.1	454.6	182.3
	722.9	1.8	534.1	188.8

Tablica A.1: Svojstva energijskih spektara radionuklida korištenih u ovom radu

Dodatak B Relativni intenziteti za tri različita radionuklida ^{99m}Tc , ^{123}I i ^{131}I

Radionuklid	^{99m}Tc
Energija / keV	Relativni intenzitet
20.669	0.01120
140.511	0.88500

Tablica B.1: Relativni intenziteti fotonskih emisija za tehnećij ^{99m}Tc

Radionuklid	^{131}I
Energija / keV	Relativni intenzitet
29.459	0.01520
29.779	0.02810
80.185	0.02607
284.305	0.06140
364.489	0.81200
636.989	0.07120
722.911	0.01786

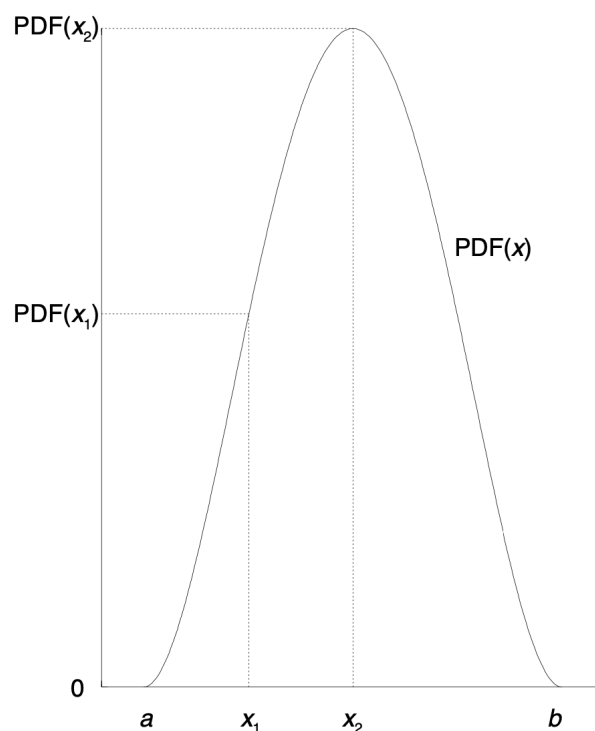
Tablica B.2: Relativni intenziteti fotonskih emisija za jod ^{131}I

Radionuklid	^{123}I
Energija / keV	Relativni intenzitet
27.202	0.24690
27.473	0.45980
31.1044	0.13160
31.762	0.02860
158.970	0.83250
528.960	0.01280

Tablica B.3: Relativni intenziteti fotonskih emisija za jod ^{123}I

Dodatak C Metoda direktnog uzorkovanja

Slučajni brojevi (*engl. random numbers*) koji se generiraju u Monte Carlo simulacijama oponašaju stohastičku prirodu međudjelovanja čestica. Ti brojevi se povezuju s fizičkim varijablama pomoću funkcije gustoće vjerojatnosti (*engl. probability distribution function, PDF*). Objasniti ćemo jednu od mogućih metoda koje se koriste u postupcima uzorkovanja, a to je direktna metoda.



Slika C.1: Primjer funkcije gustoće vjerojatnosti

Funkcija gustoće vjerojatnosti se definira u intervalu od $[a,b]$, gdje ni a ni b nisu nužno konačni brojevi. Funkcija gustoće vjerojatnosti mora biti integrabilna i nenegativna.

Definiramo kumulativnu funkciju vjerojatnosti (*engl. cumulative probability function, CDF*) kao:

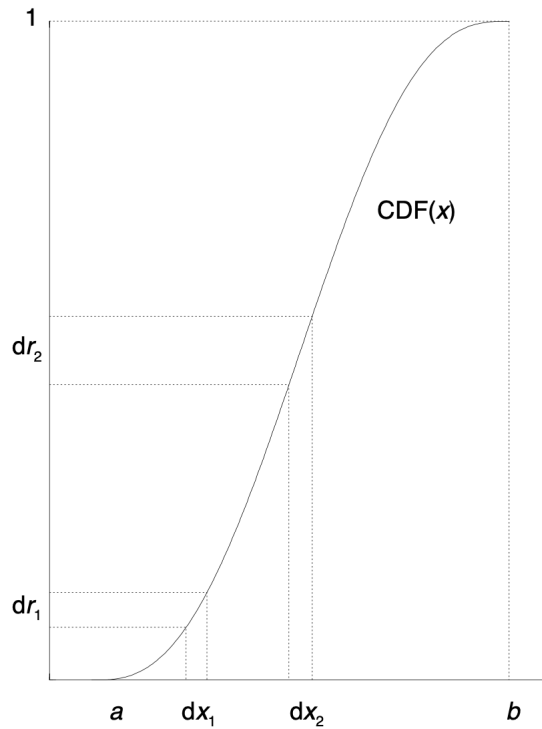
$$r = CDF(x) = \int_a^x PDF(x') dx' \quad (C.1)$$

Pretpostavljamo da je kumulativna funkcija normirana, tj. da vrijedi $CDF(b) = 1$. Primjer kumulativne funkcije prikazan je na slici C.2.

Po definiciji, kumulativnu funkciju možemo prikazati na intervalu slučajnih varijabli, r , gdje je $0 < r < 1$. Ako razmotrimo dva jednaka intervala dx_1 i dx_2 (diferencijali u blizini x_1 i x_2). Može se pokazati da vrijedi:

$$\frac{dr_1}{dr_2} = \frac{PDF(x_1)}{PDF(x_2)} \quad (C.2)$$

Gornju jednadžbu možemo tumačiti na način da ako odaberemo više slučajnih varijabli u intervalu od $[0, 1]$, onda će broj varijabli koje će pasti unutar dr_1 podijeljen s brojem varijabli koje će pasti unutar dr_1 biti jednak omjeru funkcije gustoće vjerojat-



Slika C.2: Primjer kumulativne funkcije vjerojatnosti

nosti u x_1 i x_2 .

Jednadžbu (C.1) možemo invertirati da bi dobili:

$$x = CDF^{-1}(r) \quad (C.3)$$

Sve kumulativne funkcije koje se dobiju od ispravno definiranih funkcija gustoće vjerojatnosti su invertibilne. Naposljetku, ako izaberemo bilo koji r slučajno i supstituiramo ga u jednadžbu (C.3) dobiti ćemo x . Primjer često korištene funkcije gustoće vjerojatnosti prilikom određivanja srednjeg slobodnog puta fotona z jest [11]:

$$PDF(z) = e^{-z} \quad (C.4)$$

gdje je $0 \leq z < \infty$. Tada je odgovarajuća kumulativna funkcija jednaka:

$$r = CDF(z) = 1 - e^{-z} \quad (C.5)$$

Inverzijom kumulativne funkcije dobije se:

$$z = -\log(1 - r) \quad (C.6)$$

Ako je r ravnomjerno raspoređen u intervalu $[0, 1]$ onda je i $1 - r$ ravnomjerno raspoređen u tom intervalu. Jednadžba (C.6) se može zapisati kao:

$$z = -\log(r) \tag{C.7}$$

Literatura

- [1] D L Bailey, J L Humm, A Todd-Pokropek, and A Van Aswegen. *Nuclear Medicine Physics A Handbook for Teachers and Students*.
- [2] Glenn F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*. John Wiley Sons, Inc., third edition edition.
- [3] Specifications of siemens symbia t2 spect scanner. — download table.
- [4] Michaella Morphis, Johan A. van Staden, Hanlie du Raan, and Michael Ljungberg. Modelling of energy-dependent spectral resolution for spect monte carlo simulations using simind. *Heliyon*, 7, 2 2021.
- [5] International Atomic Energy Agency. Quantitative nuclear medicine imaging: Concepts, requirements and methods. *IAEA Human Health Reports*, 2014.
- [6] Michaella Morphis, Johan A. van Staden, Hanlie du Raan, and Michael Ljungberg. Validation of a simind monte carlo modelled gamma camera for iodine-123 and iodine-131 imaging. *Heliyon*, 7:e07196, 6 2021.
- [7] Downloads — medicinsk strålningsfysik, lund.
- [8] Siemens. Symbia s and t - system specifications.
- [9] Dose calibrators — mirion technologies (capintec), inc.
- [10] Damir Dodig and Zvonko Kusić. *Klinička nuklearna medicina*. Medicinska naklada, 2012.
- [11] Alex F Bielajew. Lecture notes: Efficiency, statistics, and sampling.