

Analiza podataka mjerenja X-zraka iz atoma olova za ispitivanje mogućeg narušenja Paulijeva principa

Ivanić, Tomislav

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:884802>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-05**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Tomislav Ivanić

ANALIZA PODATAKA MJERENJA X-
ZRAKA IZ ATOMA OLOVA ZA
ISPITIVANJE MOGUĆEG NARUŠENJA
PAULIJEVA PRINCIPA

Diplomski rad

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ
FIZIKA I INFORMATIKA; SMJER: NASTAVNIČKI

Tomislav Ivanić

Diplomski rad

**Analiza podataka mjerenja X-zraka iz
atoma olova za ispitivanje mogućeg
narušenja Paulijeva principa**

Voditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Damir Bosnar

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2024.

Ovom prilikom zahvaljujem se prof. dr. sc. Damiru Bosnaru na mentorstvu za ovaj rad.

Zahvaljujem se i kolegama i kolegicama koje sam upoznao tijekom svog fakultetskog obrazovanja, koji su taj put olakšali. Najveću zahvalu dugujem svojoj obitelji, što su me cijelo vrijeme podržavali i poticali.

Sažetak

Paulijev princip zabranjuje postojanje dva fermiona u istom stanju. Iako Paulijev princip ima dalekosežne posljedice, njegov uzrok još uvijek nije objašnjen. Što isto tako znači da taj princip može biti u određenoj, vrlo maloj, mjeri i narušen u nekim reakcijama. Moguća narušenja Paulijevog principa eksperimentalno su istraživana u traženju X-zraka emitiranih u prijelazima u jezgrama koji su inače zabranjeni Paulijevim principom. Na Fizičkom odsjeku PMF-a s dva HPGe detektora napravljena su mjerenja spektara X-zračenja iz pločice olova kroz koju prolazi određena struja, odnosno postoje dodatni slobodni elektroni koji mogu, u slučaju narušenja Paulijevog principa, emitirati X-zrake određenih energija u slučaju elektronskih prijelaza u popunjeno osnovno stanje olova. U ovom diplomskom radu analizirali su se podaci iz mjerenja. Obrada podataka napravljena je u programu ROOT.

Ključne riječi: Paulijev princip, X-zračenje, HPG detektor, ROOT program.

Analysis of the data from measurements of X-rays from lead atoms for the investigations of possibility of Pauli principle violation

Abstract

The Pauli exclusion principle forbids the existence of two fermions in the same state. Although the Pauli principle has far-reaching consequences, its underlying cause is still unexplained. This also implies that the principle could, to a very small degree, be violated in certain reactions. Possible violations of the Pauli principle have been experimentally investigated by searching for X-rays emitted in transitions within nuclei that are otherwise forbidden by the Pauli principle. At the Department of Physics at the Faculty of Science, measurements of X-ray spectra from a lead plate, through which a certain current flows, were carried out using two HPGe detectors. This means that additional free electrons are present, which, in the event of a violation of the Pauli principle, could emit X-rays of specific energies during electron transitions to the filled ground state of lead. In this thesis, data from these measurements were analyzed. Data processing was performed using the ROOT program.

Keywords: The Pauli exclusion principle, X-radiation, HPG detector, ROOT program.

Sadržaj

1	Uvod.....	1
2	Teorijski dio	3
2.1	<i>Paulijev princip</i>	3
2.2	<i>X-zrake</i>	6
2.3	<i>Međudjelovanje fotona s materijom</i>	7
2.3.1	<i>Fotoelektrični efekt</i>	7
2.3.2	<i>Comptonso raspršenje</i>	10
2.3.3	<i>Tvorba parova</i>	11
3	Eksperimentalni postav	12
3.1	<i>HPGe detektor</i>	12
3.2	<i>Eksperimentalni postav</i>	15
3.3	<i>ROOT program</i>	16
4	Analiza podataka	18
5	Diskusija.....	28
6	Zaključak.....	29
	Dodaci.....	30
	<i>Programski kod za transformaciju sa skale kanala na skalu energija</i>	30
	<i>Programski kod za sumiranje histograma</i>	33
	<i>Programski kod za oduzimanje histograma</i>	36
	Literatura	39

1 Uvod

Paulijev princip ili Paulijev princip isključenja jedan je od temeljnih postulata kvantne mehanike. Austrijski matematičar i kvantni fizičar Wolfgang Paulij formulirao ga je 1925. godine te 1940. godine proširio na sve fermione, uključujući ne samo elektrone, već i protone i neutrone. Prema ovom principu, dva fermiona (čestice s polucijelim brojem spinom), ne mogu zauzimati isto kvantno stanje unutar istog kvantnog sustava. Ovaj princip ima ključnu ulogu u stabilnosti materije, strukturu atoma, raspored elektrona u atomskim ljuskama te formiranju i stabilnosti neutronske zvijezde.

Iako Paulijev princip isključenja eksperimentalno potvrđen u brojnim istraživanjima, njegovo fundamentalno porijeklo ostaje tema za rasprave, a u teorijskim okvirima nije u potpunosti objašnjen. Zbog toga je Paulijev princip predmet brojnih istraživanja, osobito u kontekstu njegove univerzalnosti i moguće narušivosti. Potencijalno narušavanje ovog principa izazvalo bi velike promjene u našem razumijevanju kvantne mehanike i temeljnih zakona prirode. Eksperimentalna potraga za takvim odstupanjima postala je važan dio suvremene fizike, jer bi otkrivanje čak i vrlo rijetkih slučajeva kršenja Paulijevog principa moglo dovesti do nove fizike izvan okvira standardnog modela.

Narušenje Paulijevog principa se tražilo u eksperimentima tipa kakav su napravili Ramberg i Snow [1]. Jedan od načina istraživanja narušenja Paulijevog principa uključuje analizu spektra X-zračenja emitiranog iz atoma olova u posebnim uvjetima, poput prolaska električne struje kroz olovnu pločicu. Ti uvjeti povećavaju broj slobodnih elektrona, čime stvaraju mogućnost prijelaza koji bi inače biti zabranjeni Paulijevim principom. Prema teoriji, elektroni u atomima popunjavaju energijske razine u skladu s Paulijevim principom, no moguća mala narušavanja ovog principa otvaraju prostor za prijelaze koji bi se inače smatrali nemogućima. Elektronski prijelazi između elektronskih ljuski u atomima generiraju X-zrake specifičnih energija koje su u skladu s Paulijevim principom. Međutim, u slučaju narušavanja ovog principa, pojavile bi se emisije X-zraka s energijama koje odgovaraju prijelazima inače zabranjenim ovim principom. Eksperimentalni rad na Fizičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta uključuje precizna mjerenja spektra X-zračenja iz pločice olova kroz koju prolazi električna struja, što povećava broj slobodnih elektrona. U slučaju da neki od tih elektrona zauzmu kvantna stanja koja su zabranjena Paulijevim principom, emitirali bi X-zrake karakterističnih energija, što bi ukazivalo na kršenje ovog fundamentalnog zakona.

U ovom diplomskom radu analizirat će se podaci mjerenja energija X-zraka emitiranih iz atoma olova pri prolasku električne struje kroz olovnu ploču. Ova mjerenja provedena su pomoću dva HPGe (High Purity Germanium) detektora, poznatih po visokoj energijskog rezoluciji koja omogućava precizno određivanje energija emitiranih X-zraka. Obrada podataka provodit će se korištenjem programa ROOT, a cilj je otkriti eventualne anomalije u spektru koje bi mogle ukazivati na *kršenje Paulijevog principa isključenja*.

U drugom poglavlju bavimo se teorijom Paulijevog principa i sa međudjelovanjima fotona s materijom koja su nam bitna za ovaj rad. Zatim u trećem poglavlju raspravljamo o HPGe detektorima i na koji način rade te zatim opisujemo našu eksperimentalnu postavu u kojoj smo koristili HPGe detektore. Te na kraju tog poglavlju ukratko objašnjavamo ROOT program koji nam je potreban za provedbu analize podataka. Tek u četvrtom poglavlju radimo analizu podataka i dobivamo rezultate. Na kraju, završavamo s zaključkom gdje raspravljamo dobivene rezultate.

2 Teorijski dio

2.1 Paulijev princip

Wolfgang Pauli 1924. godine, dok je analizirao spektroskopske podatke iz atoma s više od jednog elektrona, došao je do zaključka da u kvantno mehaničkom sustavu dva elektrona ne mogu zauzimati isto stanje. 1925. godine formulirao je princip, koji je kasnije nazvan Paulijevim principom, kako bi objasnio periodni sustav. U njemu kaže da dva elektrona u istom atomu ne mogu zauzimati istovremeno isto kvantno stanje; može biti samo jedan (ili najviše jedan) elektron koji zauzima stanje kvantnih brojeva. [2] Kako se kroz godine otkrivali i proučavali novi fermioni, Wolfgang Pauli je 1940. godine proširio formulaciju *Paulijeva principa da on vrijedi za sve fermione, a ne samo elektrone*.

Kako bismo u potpunosti razumjeli važnost Paulijevog principa potrebno je ujedno razumjeti ključne pojmove u njegovoj formulaciji. U formulaciji Paulijevog principa se spominju kvantna stanja, kvantni brojevi i fermioni, pa krenimo ih redom objasniti. *Kvantno stanje* je kompletna matematička reprezentacija koja opisuje sve moguće informacije o nekom kvantnom sustavu, kao što je elektron u atomu ili čestica u kvantnom polju. U kvantnoj mehanici, ono se koristi za opisivanje svojstava sustava poput položaja, energije, momenta i spina čestica, ali na način koji se razlikuje od klasične fizike. Svako kvantno stanje može se opisati putem valne funkcije (oznaka Ψ) ili putem kvantnih brojeva. Te tu dolazimo do sljedećeg ključnog pojma: kvantni brojevi. Kvantni brojevi su cijeli ili polucijeli brojevi koji karakteriziraju moguća kvantna stanja sustava. Tipično ima četiri kvantnih brojeva i njihova značenja su:

- *glavni kvantni broj* (oznaka n): određuje vrijednosti energije elektrona i veličinu elektronske orbitale. Vrijednosti su cijeli brojevi (npr. 1, 2, 3...) te veći n označava višu energiju i veću udaljenost od jezgre atoma.
- *orbitalni kvantni broj* (oznaka l): opisuje podljusku i određuje veličinu orbitalne kutne količine gibanja (oznaka L). Orbitalnu kutnu količinu gibanja računamo formulom:

$$L^2 = \hbar^2 l(l + 1) \quad (2.1)$$

gdje \hbar predstavlja reduciranu Planckovu konstantu. Vrijednosti su cijeli brojevi unutar intervala $[0, n-1]$.

- *magnetski orbitalni kvantni broj* (oznaka m_l): opisuje specifičnu orbitalu unutar podljuske i daje orijentaciju orbitalne kutne količine gibanja duž određene osi. Vrijednosti su cijeli brojevi unutar intervala $[-l, l]$ (uključujući nulu).

- *magnetski spinski kvantni broj* (oznaka m_s): određuje spin čestice. Vrijednost može biti cijeli ili polucijeli broj. Taj broj je jako važan za razlikovanje da li je čestica fermion ili bozon.

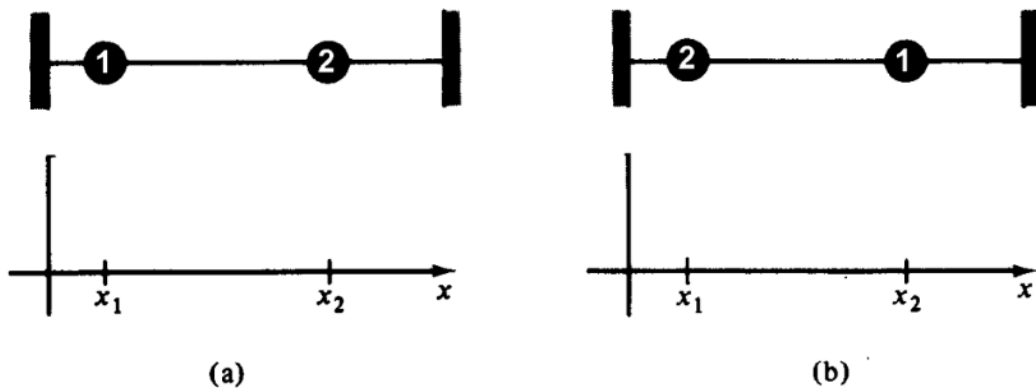
Dolazimo do zadnjeg pojma, a to su fermioni. Spomenuli smo prije da kvantno stanje može se opisati pomoću valne funkcije ($\Psi(r,t)$). To je valna funkcija za jednu česticu, ali ako imamo više čestica onda moramo proširiti valnu funkciju tako da opisuje više čestica. Za sustav od dvije čestice, valna funkcija ovisi o koordinatama obje čestice. Ako su r_1 i r_2 položaji prve i druge čestice, tada je zajednička valna funkcija sustava dvije čestice:

$$\Psi(r_1, r_2) \quad (2.2)$$

U kvantnoj mehanici čestice nisu međusobno raspoznatljive te ne mogu se proizvoljno obilježavati. Iz toga možemo napisati sljedeću relaciju:

$$\Psi(r_1, r_2) = \Psi(r_2, r_1) \quad (2.3)$$

Kada relacija (2.3) ne bi vrijedila to bi značilo da možemo raspoznati pojedinačne čestice i one više ne bi bile međusobno neraspoznatljive.



Slika 2.1: Dvije različite konfiguracije dviju identičnih čestica na žici. Gustoća vjerojatnosti $|\Psi(x_1, x_2)|^2$ odnosi se na konfiguraciju (a), a $|\Psi(x_2, x_1)|^2$ na konfiguraciju (b). U kvantnoj mehanici, identične čestice 1 i 2 također se ne mogu razlikovati tako da gustoća vjerojatnosti povezane s tim konfiguracijama moraju biti iste. Preuzeto iz [3]

Kada uzmemo apsolutnu vrijednost valne funkcije i kvadiramo ($|\Psi(r_1, r_2)|^2$) dobivamo funkciju iz koje možemo dobiti vrijednost vjerojatnosti da česticu pronađemo u određenoj točki prostora. Zatim napravimo operaciju korjenovanja te dobijemo relaciju:

$$\Psi(r_1, r_2) = \pm\Psi(r_2, r_1) \quad (2.4)$$

Relacija (2.4) nam govori valna funkcija koja zamjena položaja čestica može biti identična, tj. simetrična ili negativno identična, tj. antisimetrična početnoj valnoj funkciji. To je ključna razlika između dvije osnovne kategorije čestice, koje postoje u kvantnoj mehanici, a to su:

bozoni i fermioni. Valna funkcija sustava od dvije bozonske čestice mora biti simetrična pri zamjeni mjesta čestica:

$$\Psi(r_1, r_2) = \Psi(r_2, r_1) \quad (2.5)$$

Ostala glavna obilježja bozona su da imaju cijelobrojni spin (m_s), slijede Bose-Einsteinovu statistiku te za njih ne vrijedi Paulijev princip, što znači da više bozona može zauzimati isto kvantno stanje. Neki od primjera čestica bozona su: foton, gluon, graviton. Dok s druge strane, valna funkcija sustava od dvije fermionske čestice mora biti antisimetrična pri zamjeni mjesta čestica:

$$\Psi(r_1, r_2) = -\Psi(r_2, r_1) \quad (2.6)$$

Antisimetričnost valne funkcije, kod fermiona, je izravna posljedica Paulijevog principa. Možemo pogledati što bi se dogodilo kada bi dvije fermionske čestice bile u istom kvantnom stanju. Ako su $r_1 = r_2$ i $\Psi(r_1, r_2) = \Psi(r_2, r_1)$, tada antisimetrična valna funkcija postaje:

$$\Psi(r_1, r_2) = -\Psi(r_1, r_2) \quad (2.7)$$

Što direktno implicira da:

$$\Psi(r_1, r_2) = 0 \quad (2.8)$$

To znači da je vjerojatnost da dvije fermionske čestice budu u istom kvantnom stanju nula. To je i formulacija Paulijevog principa: *dva fermiona ne mogu zauzeti isto kvantno stanje*. Ostala glavna obilježja fermioni su da imaju polucjelobrojni spin (m_s) te slijede Fermi-Diracovu statistiku. Neki od primjera čestica fermiona su: elektron, mion, tau, proton, neutron.

Paulijev princip, premda široko prihvaćen, ima različite teorijske interpretacije koje istražuju njegovu univerzalnost i moguće iznimke. *Messiah-Greenbergovo pravilo supersimetrije* [4] dodatno je proširilo ta teorijska razmatranja oko Paulijevog principa. To pravilo zabranjuje prijelaze između simetričnih i antisimetričnih stanja u sustavu s identičnim fermionima nakon što je određena simetrija upostavljena. To ograničenje onemogućava prirodne procese narušavanja Paulijevog principa unutar sustava, te se u eksperimentima rade sustavi u kojima se dodaju novi elektroni koji nemaju upostavljenu simetriju. Prvi takav eksperiment napravili su Ramberg i Snow [4], zatim nastavno na njihov rad uslijedili su brojni drugi eksperimenti i radovi. U mnogim radovima predstavljene su teorije koje se bave malim odstupanjima od ovog principa, sugerirajući mogućnost njegovog kršenja u specifičnim uvjetima, kao što su visoke energije ili određene interakcije između čestica. Eksperimenti, poput onih koji koriste HPGe detektore, nastoje dokazati ili odbaciti ove teorije tražeći anomalije u emitiranju X-zraka koje bi mogle ukazivati na kršenje Paulijevog principa.

Najvažnija primjena Paulijevog principa je u strukturi atoma. Elektroni u atomima su organizirani u ljuske (energijske nivoe), pri čemu svaka ljuska ima ograničen broj elektrona koje može sadržavati. To je izravna posljedica Paulijevog principa, koji prisiljava elektrone da popunjavaju stanja s različitim kvantnim brojevima te tako taj princip sprječava urušavanje materije pod Coulombovim privlačenjem i osigurava stabilnost strukture atoma. Paulijev princip ujedno doprinosi razumijevanju degeneriranja materije, u ekstremnim uvjetima poput onih u bijelim patuljcima i neutronske zvijezde. Ima i važnu ulogu u razumijevanju kvantnih stanja te qubita u kvantnoj informatici, jer su kvantni brojevi i stanje čestica ključni za rad kvantnih računala.

2.2 X-zrake

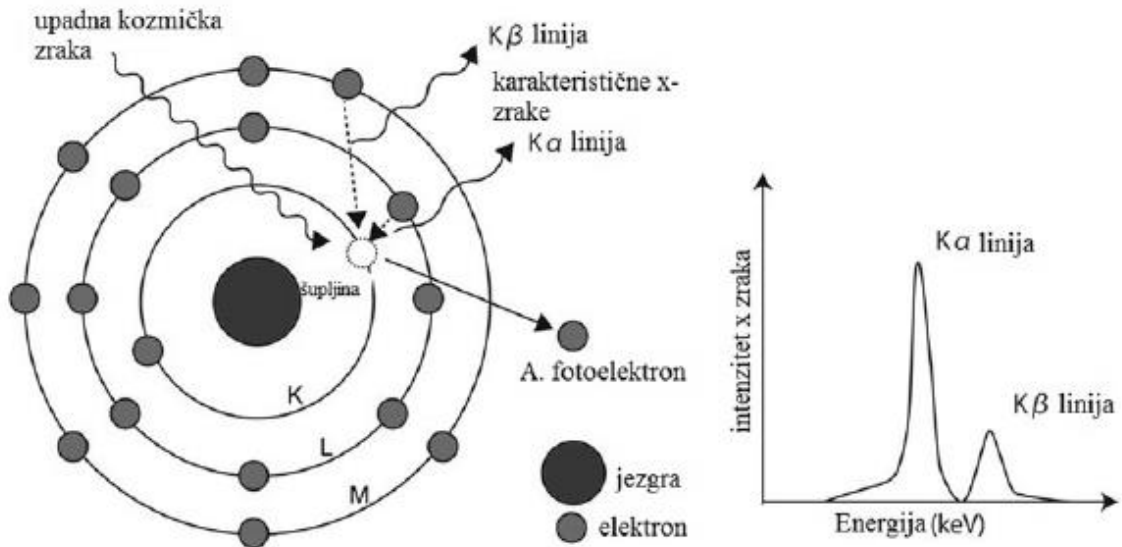
X-zrake, poznate kao i rendgenske zrake ili rendgensko zračenje, predstavljaju oblik elektromagnetsko zračenja s valnom duljinom X-zraka manjom od ultraljubičastih zraka i duže od valnih duljina gama zraka. Nema strogih definicija granica valnih duljina X-zraka ali, tipično i ugrubo, one imaju valnu duljinu u rasponu od 10 nanometara (*nm*) do 10 pikometara (*pm*), što odgovara energijama fotona u rasponu od 100 eV do 100 keV. U njemačkom gradu Würzburgu 1895. godine, Wilhelm Conrad Röntgen otkrio, dok je eksperimentirao s cijevima s razrijeđenim plinom koje je razvio Phillip Lenard, da zračenje koje se emitira iz tih cijevi može prodrijeti kroz materijale poput stakla, drva ili ljudskog tkiva te ostaviti sjenu kosti na fotografskom filmu. Budući da nije znao mnogo o prirodi tog zračenja, nazvao ga je X-zrake [5]. 1901. godine, upravo zbog tog otkrića, dobio prvu Nobelovu nagradu za fiziku.

X-zrake nastaju pomoću dva različita efekata:

- *zakočno zračenje (Bremsstrahlung)*
- *karakteristično rendgensko zračenje*

Zakočno zračenje nastaje kada se ubrzani elektroni, koji dolaze iz katode, prođu u blizini atomskih jezgara u anodi. Te tu dolazi do usporavanja („kočenja“) elektrona zbog jakih Coulombovih sila između elektrona i pozitivno nabijene jezgre atoma. Kako se elektron usporava gubi kinetičku energiju te ta energija se pretvara u elektromagnetsko zračenje u obliku X-zraka. Budući da elektroni mogu prolaziti na različitim udaljenostima od jezgara, energija oslobođenih X-zraka varira, što rezultira kontinuiranim spektrom X-zraka. U tom spektru postoje različite energije X-zraka, od niskih do visokih, ovisno o energiji koju je elektron izgubio.

Karakteristično rendgensko zračenje nastaje kada elektroni visokih energija, iz katode, izbiju unutarnje elektrone iz atomskih ljuski u materijalu anode. Elektroni iz prve ljuske K (najbliže jezgrama) ili ljuske L (druga najbliža ljuska od jezgre) budu izbačeni sudarom s



Slika 2.2: Shematski prikaz mehanizma stvaranja karakterističnog rendgenskog zračenja.

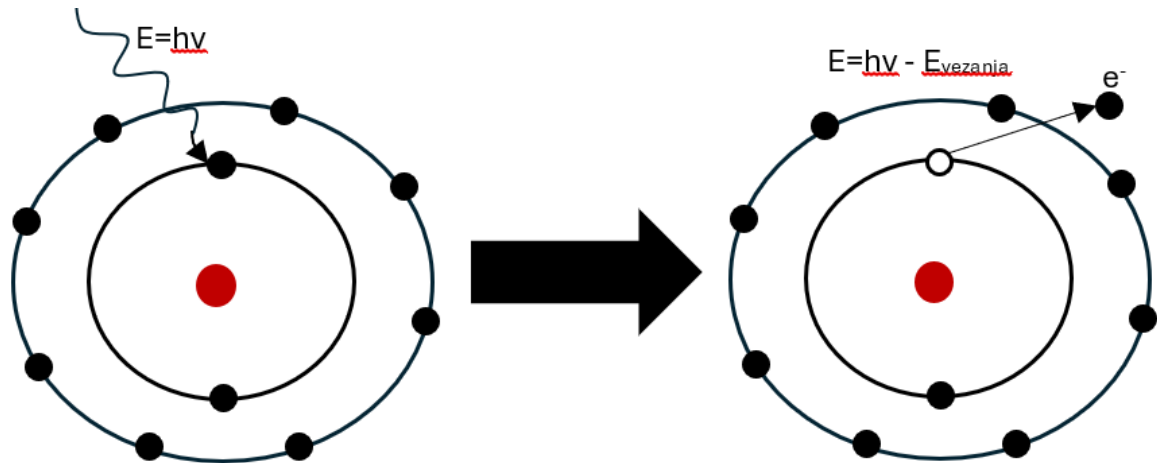
energijskim elektronima. Kako bi se popunila ta praznina elektroni iz viših energijskih ljuski preskaču na niže ljuske te tako oslobađaju energiju u obliku fotona. Energija fotona, proizvedena na ovaj način, je specifična za element materijala od kojega je anoda napravljena, zato se naziva „karakteristična“. Za svaki prijelaz između energijskih nivoa emitira se određena „linija“ u spektru rendgenskih zraka, tj. X-zraka (npr. $K\alpha$, $K\beta$ linije). Energija emitiranih X-zraka proporcionalna je kvadratu atomskog broja Z elementa.

2.3 Međudjelovanje fotona s materijom

U našem eksperimentu smo analizirali X-zrake iz atoma olova. Kozmičke zrake izbacuju elektrone iz elektronskog omotača atoma olova, zatim elektroni iz višeg energijskog stanja prelaze u niža nepopunjena energijska stanja te emitiraju X-zrake. Te emitirane X-zrake zatim u detektoru interagiraju s materijalom putem različitih načina od kojih su najznačajniji fotoelektrični efekt, comptonско raspršenje i tvorba parova.

2.3.1 Fotoelektrični efekt

U fotoelektričnom efektu međudjeluju upadni foton i vezani atomski elektron. Zbog očuvanja energije i količine gibanja fotoelektrični efekt može se dogoditi samo na

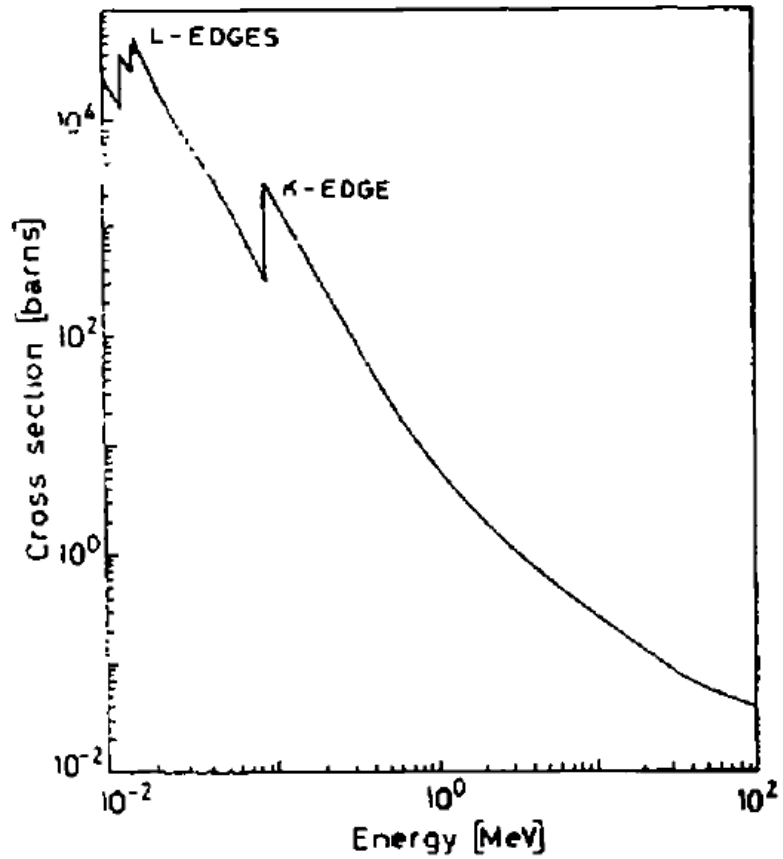


Slika 2.3: Shema fotoelektričnoga efekta.

vezanom elektronu, a ne na slobodnom. Foton je apsorbiran od strane atomskog elektrona te je elektron izbačen iz atoma. Energija elektrona koji napušta vezano stanje jednaka je

$$E = h\nu - E_{vezanja} \quad (2.9)$$

razlici energije upadnog zračenja i energije vezanja, što nam i govori relacija (2.9). Budući da atom, kao cjelina, apsorbira upadni foton zračenja, uobičajeno je gledati udarni presjek po atomu. Udarni presjek, za fotoelektrični efekt, ovisi o energiji upadnog fotona i atomskoj strukturi materijala, osobito o atomskom broju Z . Učestalost ovog efekta opada s porastom energije fotona, ali raste s višim vrijednostima Z . Ovaj učinak je primjenjiv u eksperimentalnim postavama s HPGe detektorima (o kojima ćemo detaljnije u sljedećim poglavljima), gdje fotoelektrični efekt omogućava visokopreciznu detekciju specifičnih X-zraka iz spektra olova. Fotoelektrični efekt je ključan za precizno mjerenje energija fotona jer dolazi do potpunog apsorbiranja energija upadnog fotona, za razliku od Comptonska raspršenja, gdje samo dio energije prenosi na elektron, što otežava određivanje točne energije fotona. Slika 2.4 prikazuje tipičan udarni presjek fotoelektričnog efekta u ovisnosti o upadnoj energiji fotona. Udarni presjek je relativno malen pri energijama iznad najveće energije vezanja elektrona u atomu (K-ljuska), ali brzo raste kako se približava energiji K-ljuske. Neposredno nakon ove točke udarni presjek naglo pada jer elektroni iz K-ljuske više nisu dostupni za fotoelektrični efekt. Taj pad poznat je kao K-apsorpcijski rub. Ispod te energije presjek ponovno raste te opada kako prolazi kroz L, M itd. razine ljuske. Kao i prvi pad, ovi padovi su isto poznati kao L-apsorpcijski rub, M-apsorpcijski rub, itd. [6].

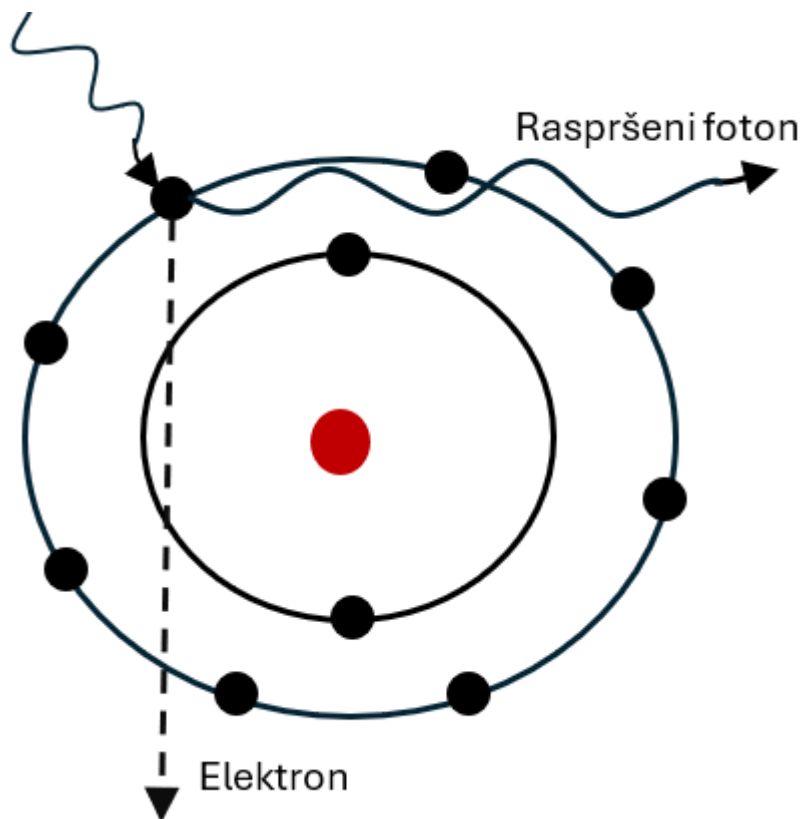


Slika 2.4: Izračunat udarni presjek za olovo. Preuzeto iz [6].

Fotoelektrični efekt dominira u detekciji niskoenergetskih X-zraka do 100 keV što je posebno važno u eksperimentima, kao što je i ovaj naš, koji ispituju moguće ne dozvoljene prijelaze.

2.3.2 Comptonsko raspršenje

Comptonsko raspršenje je raspršenje upadnog fotona na elektronu. U materijalu su elektroni vezani, međutim ako je energija foton dovoljno visoka u odnosu na energiju vezanja, ta se energija može zanemariti i elektron se može smatrati praktički



Slika 2.5: Klasična shema Comptonskog raspršenja.

slobodnim. Slika 2.5 prikazuje shemu Comptonskog raspršenja. Energija upadnog fotona dio se predaje elektronu, a oslabljeni foton nastavlja put u drugom smjeru. Udarni presjek za Comptonsko raspršenje, za neki foton energije E_γ , može se izračunati pomoću *Klein-Nishina* formule:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1 + y(1 - \cos\theta)]^2} \left(1 + \cos^2\theta + \frac{y^2(1 - \cos\theta)^2}{1 + y(1 - \cos\theta)} \right) \quad (2.10)$$

gdje r_e je radijus elektrona, a $y = hv/m_e c^2$ [6]. Ako integriramo formulu (2.10) preko $d\Omega$ onda dobivamo formulu (2.11) s kojom možemo izračunati vjerojatnost Comptonskog raspršenja za neki foton energije E_γ .

$$\sigma = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+y}{y} \left[\frac{2(1+y)}{1+2y} - \frac{1}{y} \ln(1+2y) \right] + \frac{1}{2y} \ln(1+2y) - \frac{1+3y}{(1+2y)^2} \right\} \quad (2.11)$$

Zadnja stvar, koju je važno za naglasiti, je da Comptonsko raspršenje je dominantno za energije upadnog fotona $E_\gamma > 150$ keV.

2.3.3 Tvorba parova

Tvorba parova je proces transformacije fotona u par elektron-pozitron. Kako bi se očuvao impuls, tvorba parova se može dogoditi samo u prisutnosti trećeg tijela, obično jezgre. Ujedno, za taj proces, foton mora imati minimalnu energiju od 1.022 MeV pa taj proces nije moguć jer se energije nalaze daleko ispod.

3 Eksperimentalni postav

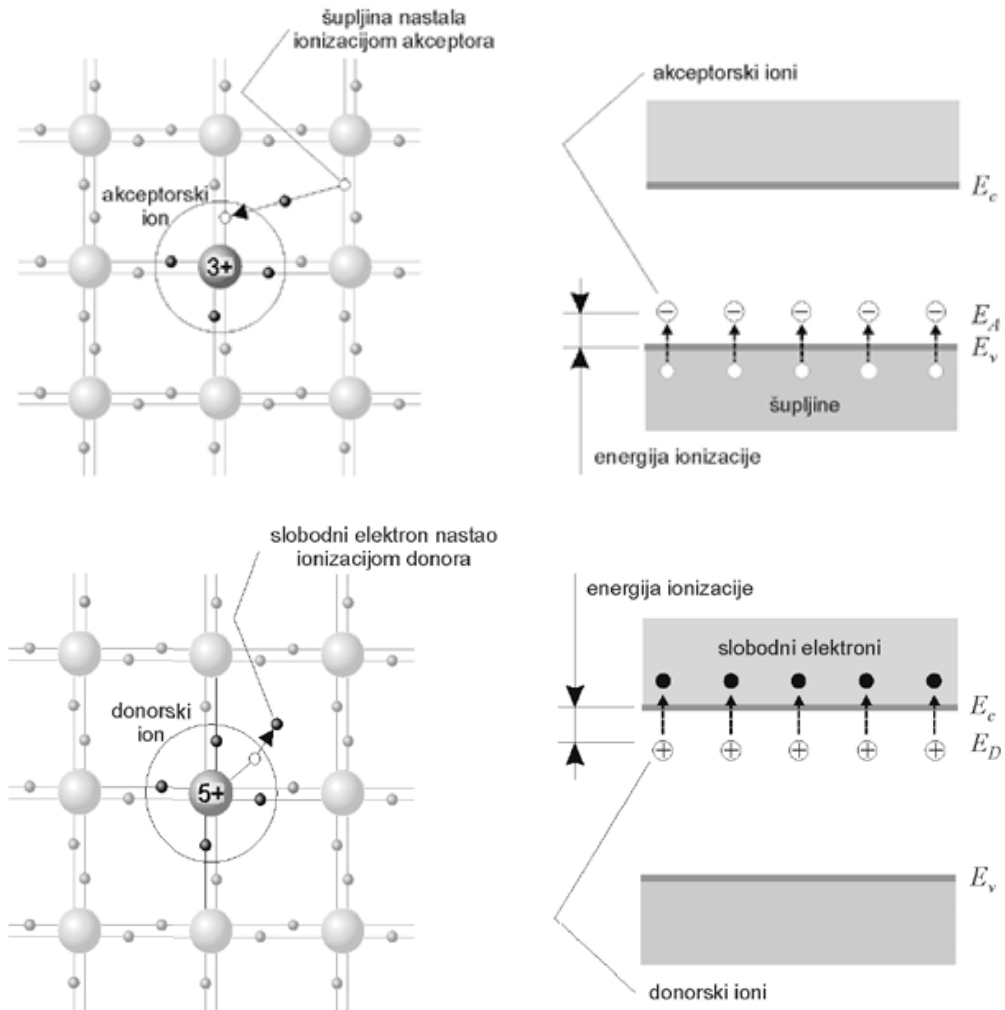
Naš eksperimentalni postav sastoji se od HPGe detektora, koji je vrsta poluvodičkog detektora, pa da bi došli do našeg eksperimentalne postave potrebno je prvo objasniti i opisati neke stvari. Krenimo redom, poluvodički detektori su detektori koji se temelje na kristalnim poluvodičkim materijalima (npr. silicij i germanij). Prvi koraci u razvoju takvih detektora počeli su 1930-ih godina kada su objavljeni prvi radovi na kristalnim detektorima, međutim zbog nedovoljno razvijene tehnologije tek 1950-ih je počeo pravi razvoj i uporaba poluvodičkih detektora nakon izuma tranzistora. Prvi prototipovi brzo su napredovali do radnog statusa te već 1960-ih počeli su se komercijalizirati i koristiti u nuklearnoj fizici za detekciju nabijenih čestica i gama zračenja.

Osnovni princip rada poluvodičkih detektora je analogan principu rada uređajima za ionizaciju plina. Međutim, umjesto plina, medij je sada čvrsti poluvodički materijal. Prolaskom ionizirajućeg zračenja stvaraju se parovi elektron-šupljina (umjesto parova elektron-ion) koji se zatim skupljaju pomoću električnog polja. Prednost poluvodiča je u tome što je prosječna energija potrebna za stvaranje para elektron-šupljina otprilike deset puta manja od one potrebne za ionizaciju plina. Tako je količina ionizacije proizvedena za određenu energiju za red veličine veća, što rezultira povećanom energijskom rezolucijom. Štoviše, zbog svoje veće gustoće, poluvodiči imaju veću sposobnost zaustavljanja čestica nego plinski detektori. Budući da su kristalni materijali imaju veću osjetljivost na oštećenja uzrokovana zračenjem, što ograničava njihovu dugoročnu upotrebu. Danas poluvodički detektori imaju široku primjenu u mnogim industrijama. Silicijski poluvodički detektori postali su popularni jer su mogli raditi na sobnoj temperaturi, dok su germanijski detektori (npr. HPGe detektor) zahtijevali hlađenje na vrlo niske temperature radi optimalne funkcionalnosti.

3.1 HPGe detektor.

HPGe detektor ili germanijski detektor visoke čistoće (*High Purity Germanium detector*) je vrsta poluvodičkog detektora koji za detekciju zračenje koristi materijal germanij. Germanij se preferira nad silicijem zbog znatno većeg atomskog broj ($Z_{Si} = 14, Z_{Ge} = 32$), što nam daje prednosti u detekciji X-zraka. Udarni presjek fotoelektričnog efekta (u prijašnjem poglavlju smo objasnili zašto nam fotoelektrični efekt najvažniji u našem eksperimentu) je otprilike 60 puta veći u germanijskom detektoru nego u silicijskom detektoru, čineći germanijski detektor pogodnijim za detekciju X-zraka nižih energija, poput onih u području do 100 keV.

Međutim, germanijski detektor ima i neke nedostatke u odnosu na silicijski detektor, a jedna od glavnih nedostataka je da germanijski detektor mora se koristiti na niskim temperaturama te se mora hladiti. U prijašnjem dijelu rekli smo da poluvodički detektori koriste stvaranje parova elektron-šupljina te termalno pobuđenje parova elektron-šupljina nije korisna u mjerenju jer germanij ima manje širine svoje zabranjene vrpce (udaljenost između valentne i vodljive vrpce). Kako bi se izbjegao utjecaj termalnih pobuda, germanijski poluvodiči se hlade tijekom mjerenja.



Slika 3.1: Na gornjoj slici s lijeve strane je dvodimenzionalni prikaz rešetke P-tipa poluvodiča a s desne strane njegovu energetska strukturu. Na donjoj slici s lijeve strane je dvodimenzionalni prikaz rešetke N-tipa poluvodiča te s desne strane njegovu energetska strukturu. Preuzeto iz [7].

Razlikujemo, s obzirom na broj primjesa (nečistoća), P i N tip poluvodiča ovisno da li u svom sastavu nakon dopiranja posjeduju više šupljina (N) ili elektrona (P). Njihove sheme možemo vidjeti na slici (3.1). N tip poluvodiča sadrži dodatne elektrone koji služe kao nosioci naboja, dok P tip ima šupljine. Kada se P i N spoje formira se P-N spoj, koji stvara unutarnje električno polje. Ovo električno polje je ključno za funkciju detektora jer

omogućava skupljanje elektron-šupljina parova koji nastaju kada ionizirajuće zračenje prolazi kroz poluvodič. U poluvodičkom detektoru s visokom čistoćom, poput HPGe detektora, materijal je intrinzično čist, bez dodanih primjesa, što znači da se parovi elektron-šupljina mogu generirati jedino uslijed vanjskih ionizirajućih događaja ili termalnim utjecajem. Prilikom prolaska ionizirajućeg zračenja, u detektoru nastaju slobodni elektroni i šupljine, koje unutrašnje električno polje zatim prikuplja i usmjerava prema odgovarajućim elektrodama. Na taj način se stvara električni signal proporcionalan energiji zračenja koje je uzrokovalo ionizaciju. Te taj električni signal se može analizirati kako bi se odredila energija. HPGe detektor još se naziva i intrinzični poluvodič te on sadrži jedan broj elektrona i šupljina koje se jedino termalnim utjecajem mogu stvoriti. Na slici (3.2) možemo vidjeti razne realizacije HPGe detektora. Zadnjih godina, napredak u tehnologiji poluvodiča omogućio je izradu vrlo čistog germanija s koncentracijama nečistoća manjim od 10^{10} atoma/cm³. Prednosti toga su što nije potrebno stalno biti na niskim temperaturama te hlađenje je potrebno samo kada se primjenjuje visok napon. Prednost intrinzičnog poluvodiča je mogućnost korištenja n-tipa poluvodiča umjesto p-tipa [6].



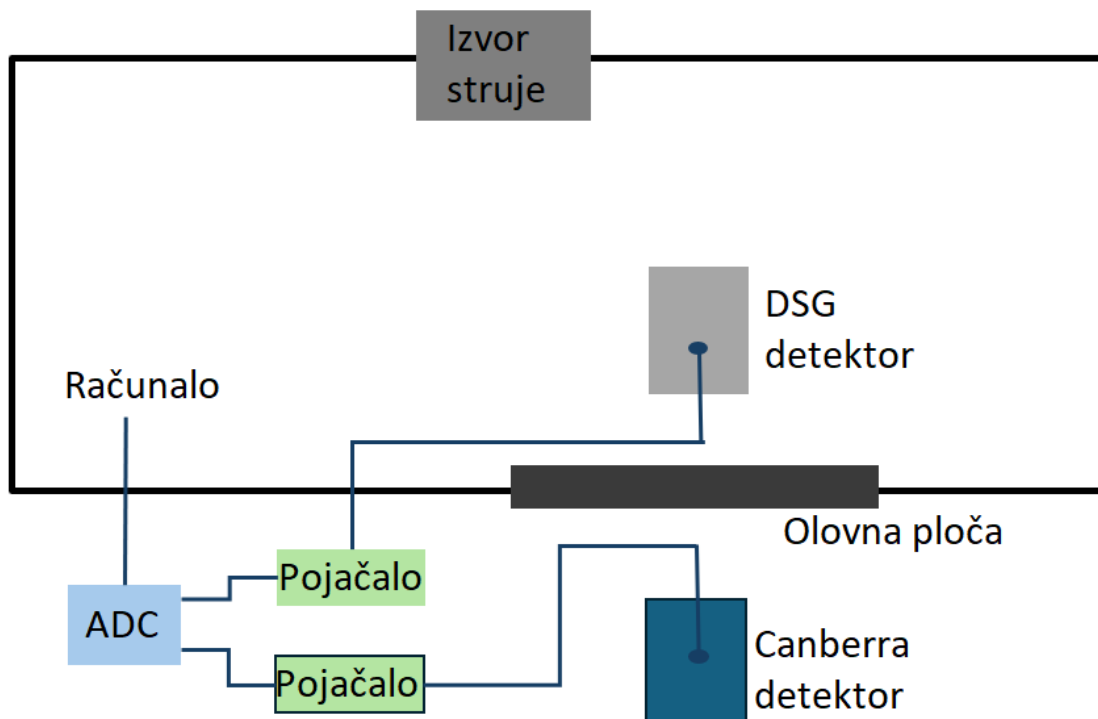
Slika 3.2: Razne realizacije germanijskog detektora posebno visoke čistoće s pripadajućim sustavima za hlađenje. Preuzeto iz [8].

Nedavne primjene HPGe detektora uključuju istraživanja rijetkih događaja, kao što je ovo istraživanje mogućeg narušenja Paulijevog principa. Ovi detektori nam omogućuju precizno mjerenje X-zračenja koja se emitiraju tijekom prijelaza koji su inače zabranjeni Paulijevim principom.

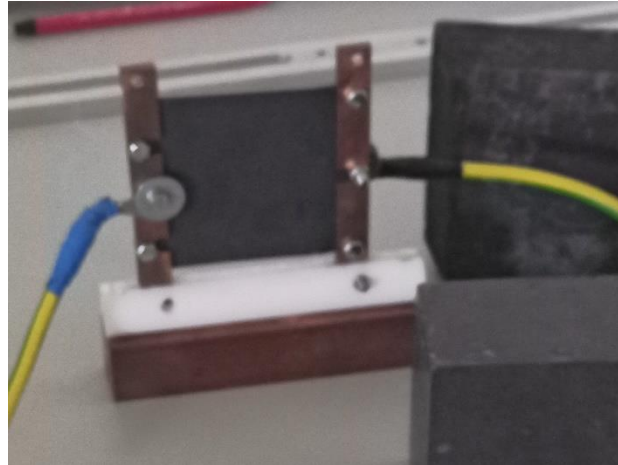
3.2 Eksperimentalni postav

Sredinom 20. stoljeća E. Ramberg i J.Snow napravili su eksperimentalni postav kako bi testirali Paulijev princip isključenja [1]. Naš eksperimentalni postav skoro je identičan njihovom eksperimentalnog postava jedino umjesto bakrene ploče koristimo olovnu ploču te umjesto jednog detektora koristimo dva detektora. Pribor i oprema koja nam je potrebna za eksperimentalni postav je: izvor struje, računalo, analogno digitalni pretvarač (ADC), dva pojačala, olovna ploča, dva HPGe detektora (koristimo jedan od proizvođača i jedan od proizvođača Canberra). Shema korištenog postava prikazana je na slici (3.3).

Prvo izvor struje spojimo na olovnu ploču, koja je prikazana na slici (3.4). S obje strane olovne ploče nalazi se HPGe detektor koji detektira fotone i snima spektar zračenja olovne ploče. Koriste se dva različita HPGe detektora: DSG detektor i Camberra detektor. Stvorene X-zrake ulaze u detektor u kojem interagiraju s elektronima koji se nalaze u detektoru. U koliko se dogodi fotoelektrični efekt (u prijašnjim poglavljima smo objasnili zašto je najvjerojatnije da se dogodi fotoelektrični efekt), X-zraka će predati svu svoju



Slika 3.3: Shema eksperimentalnog postava za izvođenje ispitivanja mogućeg narušenja Paulijeva principa.



Slika 3.4: Olovna ploča koja je korištena u eksperimentalnoj postavi za ispitivanje mogućeg narušenja Paulijeva principa.

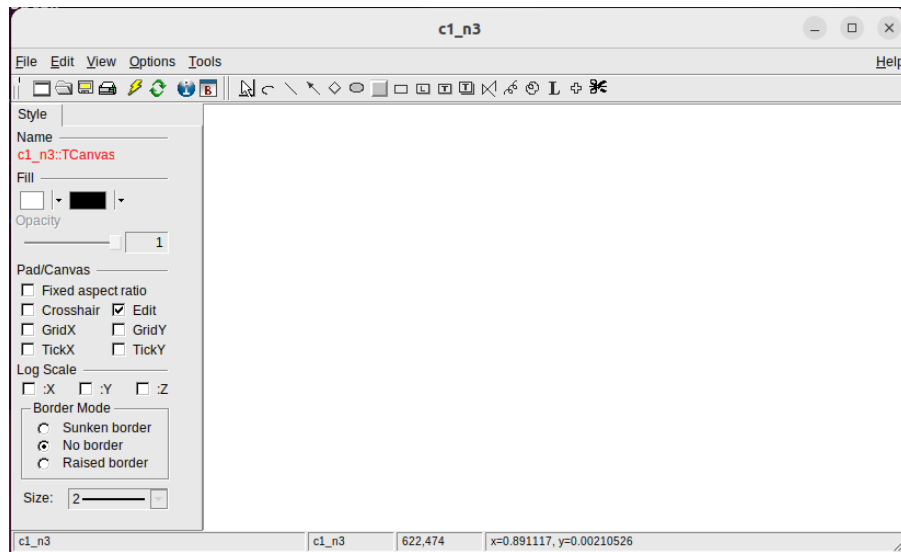
energiju elektronu kojemu se onda povećava kinetička energija. Taj elektron interagira s elektronima u samom detektoru, koje onda i pobuđuje, te dolazi do stvaranja parova elektron-šupljina. Što je veća energija X-zraka, to je veća energija elektrona koji izaziva stvaranje više parova. Stvara se električna struja koja formira električni signal koji se modificira pomoću pojačala. Intenzitet signala zatim se pretvara u numeričke vrijednosti uz pomoć ADC-a, koji ima 16384 kanala. Broj tih kanala zavisao je o visini mjerenog impulsa i to tako da što je veći broj kanala to je veća visina impulsa. Direktno dalje povezano je da što je veća visina impulsa to znači da je stvoreno više parova elektron-šupljina i to znači veća energija upadne čestice. Dok u eksperimentalnim postavama, korištenim u ranijim istraživanjima [9], također su koristili HPGe detektore ali s manjim brojem detektora. Ovdje, u našem eksperimentalnoj postavi, korištena su dva detektora što nam omogućava komparativnu analizu. Svi ti podatci, broj događaja po kanalu, prikupljaju se u računalu. Sada je potrebno te dobivene podatke dalje analizirati što ćemo uraditi u sljedećem poglavlju pomoću programa ROOT-a.

3.3 *ROOT program*

ROOT je softverski framework koji je razvijen u CERN-u [10], prvobitno posebno dizajniran za potrebe analize podataka u fizici čestica te kasnije primjena mu se proširila na srodne grane fizike. Razvoj ROOT-a započeo je 1994. godine unutar CERN-a uglavnom na inicijativu René Brun, a tek 2003. godine zamjenjuje FORTRAN kao glavni alat CERN-a.

ROOT je prvenstveno napisan u C++ programskom jeziku, ali podržava i C programski jezik te nudi Python sučelje, koje omogućava fleksibilnost u pisanju skripti za bržu analizu. Može se koristiti na različitim operativnim sustavima, uključujući Linux, Windows i macOS (ali najbolje, bez velikih problema, funkcionira na linux-u). Ujedno

ROOT je „open source“ što znači da bilo tko ga može koristiti besplatno, doprinijeti daljnjem razvoju te ujedno mijenjati ga kako želi. Zbog toga ROOT sadrži dosta velik broj metoda i funkcija za obradu podataka. Za potrebe ovog diplomskog rada to je bilo od

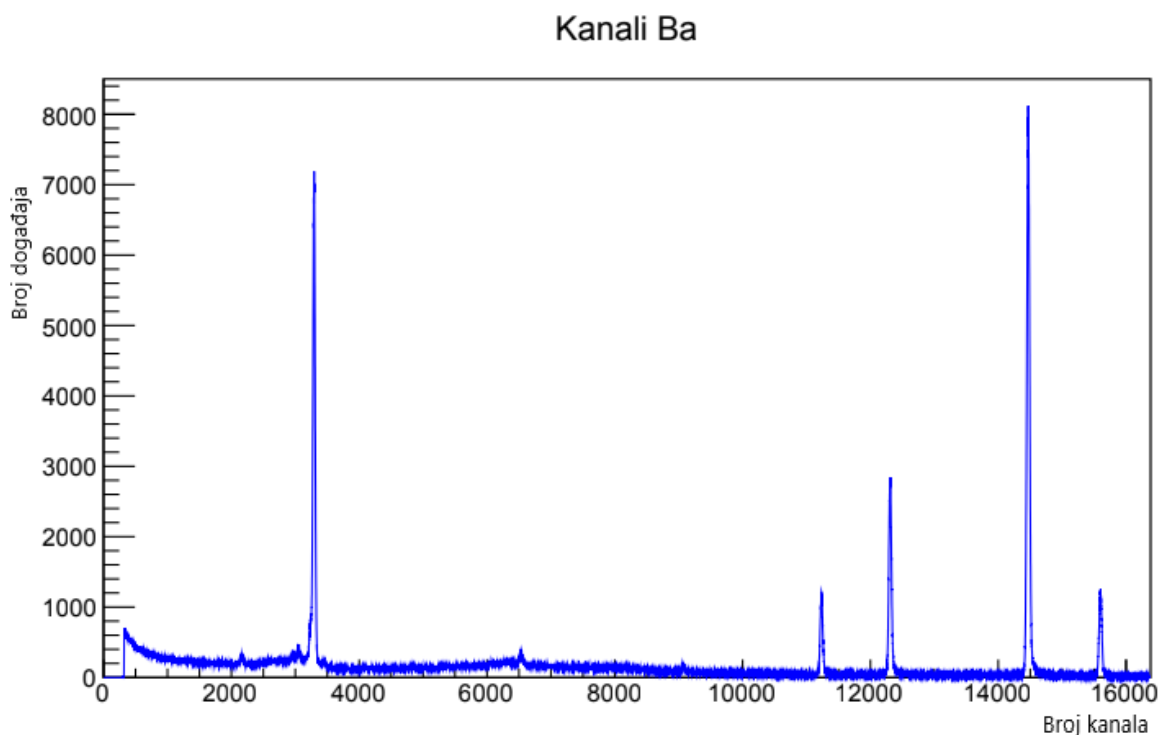


Slika 3.5: Izgled ROOT grafičkog sučelja.

iznimne važnosti pogotovo metode kao što su histogrami, prilagodbe raznih krivulja na podatke, itd. Općeniti izgled ROOT grafičkog sučelja možete vidjeti na slici (3.5).

4 Analiza podataka

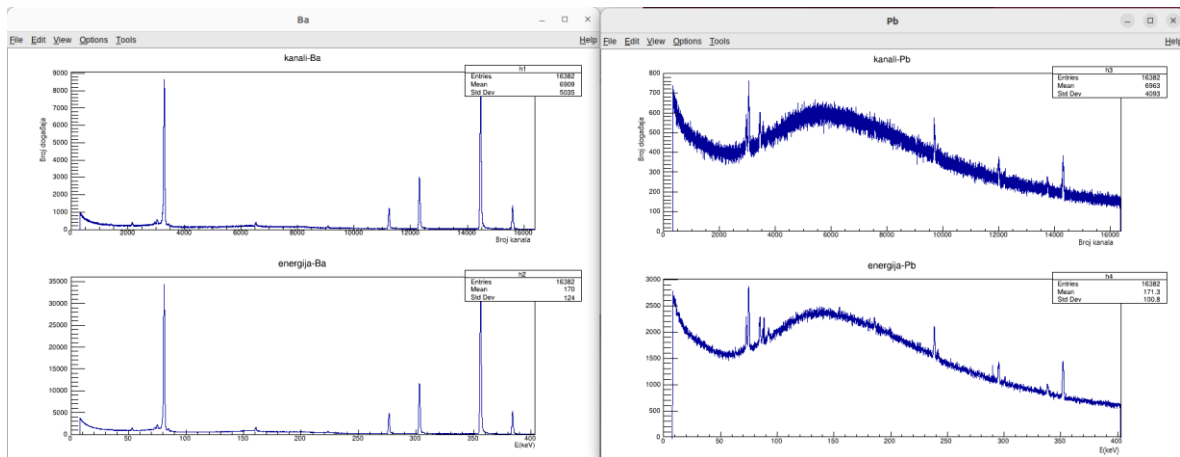
Prvi dio mjerenja vršio se pomoću dva detektora, *Canberra* i *DSG*, s radioaktivnim ^{133}Ba i *Pb* pločicom bez električne struje, tj. bez uvođenja novih fermiona u sustav. Mjerenje spektra barija vrši se zbog kalibracije detektora. Spektar ^{133}Ba , koji je vidljiv je na slici (4.1) koristi se kako bi se utvrdila veza između rednog broja kanala i detektirane energije.



Slika 4.1: Spektar barija.

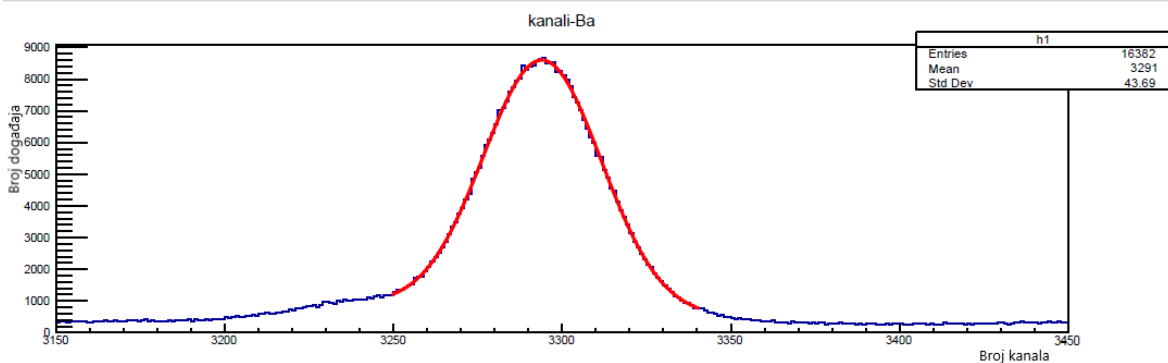
Kada su se izvršila mjerenja i dobili smo podatke za svaki detektor, *Canberra* i *DSG*, kalibracijsko mjerenje sa ^{133}Ba i mjerenje s *Pb* pločicom potrebno je krenuti s analizom podataka. Tijekom analize podataka potrebno je obratiti pažnju da svako mjerenje ima svoj datum kada se dogodilo mjerenje. Pa kada se gleda kalibracijsko mjerenje ^{133}Ba i mjerenje s *Pb* pločicom potrebno je obratiti pozornost na datume, tj. da im budu datumi mjerenja isti. Prvo smo krenuli na analizu podataka za detektor Canberra i za to su nam bila potrebna oba mjerenja iz tog detektora, mjerenje ^{133}Ba i mjerenje s *Pb* pločicom. Kao što smo u prijašnjim poglavljima rekli, analizu podataka smo napravili u programu ROOT. Prvo je potrebno napraviti kalibraciju energijske skale, tj. povezati kanal – energiju. Pomoću *programskog koda za transformaciju sa skale kanala na skalu energije* (programski kod nalazi su u dodacima) smo krenuli raditi analizu podataka pomoću kojega smo nacrtali histograme za mjerenja te u kojemu je bilo potrebno, za svako mjerenje, mijenjati neke stvari. Prvo što je trebalo promijeniti, u tom programskom kodu, bilo je koji argument šaljemo svim pozivima

funkcija *fopen()*, koja nam služi za otvaranje i čitanje datoteka. Potrebno je promijeniti te argumente tako da otvaramo i čitamo točne podatke iz datoteka s istim datumima mjerenja od detektora Canberra za ^{133}Ba i Pb . Zatim, histograme koje crtamo pomoću funkcije *TCanvas()*, potrebno je spremiti u *ROOT* file pomoću funkcije *TFile()*. Argument koji šaljemo toj funkciji potrebno je promijeniti za svako mjerenje tako da naziv spremljenog *ROOT* file odgovara mjerenjima koje smo koristili (koji je detektor i odgovarajući datum).



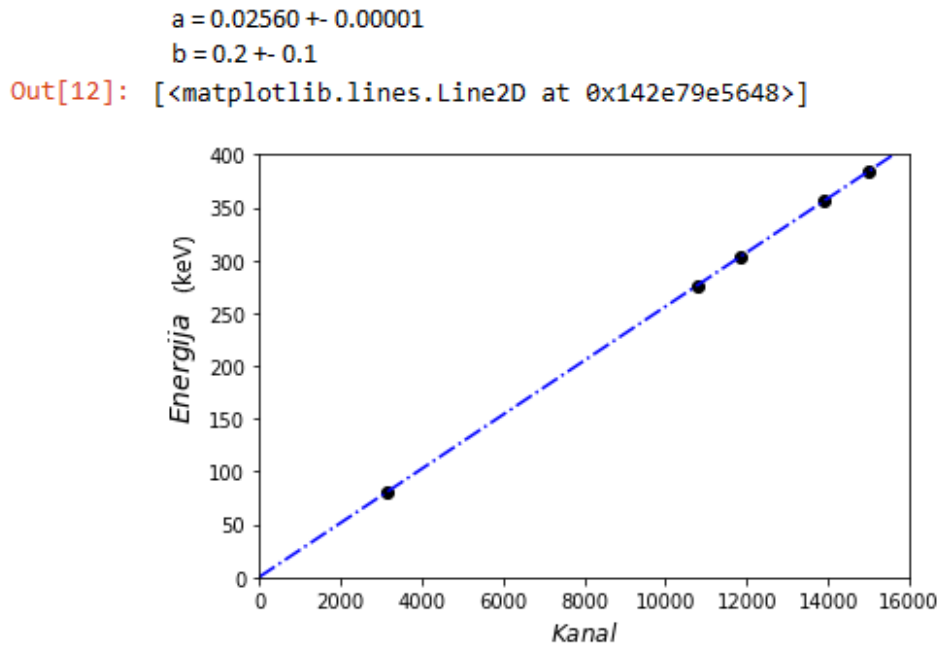
Slika 4.2: Na lijevoj strani slike je histogram kanala i histogram energije ^{133}Ba a na desnoj strani slike je histogram kanala i histogram energije Pb .

Ujedno to je potrebno promijeniti i u naredbama koje u taj *ROOT* file zapisuju histograme (funkcije *Write()*). Kada smo sve to promijenili možemo pokrenuti program pomoću komande: *root calib.C*. Prva riječ, u toj komandi, *root* nam služi za otvaranje programa *ROOT* a druga riječ, u ovom slučaju je *calib.C*, nam je datoteka koju želimo otvoriti u *ROOT* programu. Nakon što smo pokrenuli program otvore nam se dvije *ROOT* datoteke s četiri histograma, kao što je na slici (4.2). Trenutno nam je potreban samo histogram s kanalima od ^{133}Ba (na slici 4.2 gornji lijevi histogram), a ostale histograme za sada možemo zanemariti. Potrebno je za svaki vrh, a ima ih pet, odrediti sredinu vrha tako da prvo



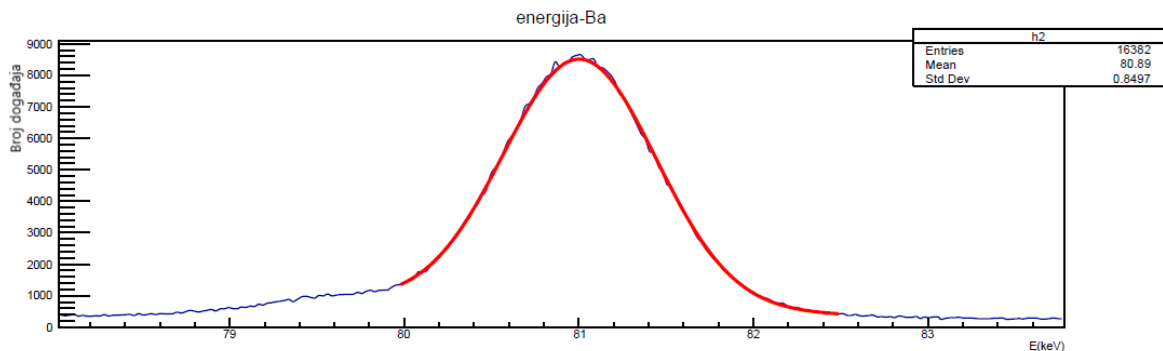
Slika 4.3: Grafički prikaz prilagodbe *Gaussove* funkcije na jedan od vrhova histograma s kanalima za ^{133}Ba .

napravimo prilagodbu *Gaussove* funkcije na vrh. Grafički prikaz prilagodbe *Gaussove* funkcije na jedan od tih vrhova prikazan je na slici (4.3). Kada smo to napravili za svaki od pet vrhova i dobili točne vrijednosti sredine tih vrhova potrebno je odrediti koeficijente a i b , pomoću kojih crtamo histograme za energiju. Te koeficijente možemo odrediti pomoću metoda najmanjeg kvadrata što se može vidjeti na slici (4.4). Zatim nove vrijednosti koeficijenata a i b



Slika 4.4: Primjer određivanja koeficijenta a i b pomoću metode najmanjeg kvadrata za ^{133}Ba .

upisujemo u naš *programski kod za transformaciju sa skale kanala na skalu energije* i ponovno ga pokrećemo. Sada gledamo histogram za energiju za ^{133}Ba (na slici 4.2 donji lijevi histogram) i vidimo da ponovno histogram ima 5 vrhova. Sada je potrebno samo za prvi vrh odrediti točnu vrijednost sredine vrha jer nam to omogućava praćenje stabilnosti i mjeru za rezoluciju detektora (FWHM). To radimo na isti način kao i prije, znači napravimo prilagodbu *Gaussove* funkcije na vrh. Grafički prikaz toga prikazan je na slici (4.5).



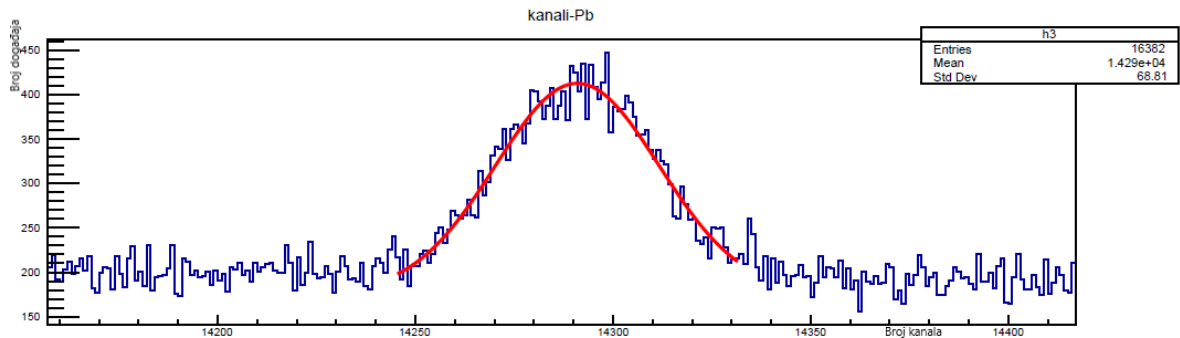
Slika 4.5: Grafički prikaz prilagodbe *Gaussove* funkcije na prvi vrh histograma energije.

Kada smo sve to napravili za jedno mjerenje potrebno je ponoviti postupak i napraviti sve to isto za sva ostala mjerenja, koliko ih ima, za detektor *Canberra* i za detektor *DSG* te uvijek obraćat pozornost da je sve pravilno promijenjeno u programskom kodu prije njegovog pokretanja. Na slici (4.6) se mogu vidjeti sve vrijednosti za sva 13 mjerenja za oba detektora (ch1 = vrijednost sredine prvog vrha, FWHM = širina vrha na polovici vrha; eng. full width at half maximum, što predstavlja mjeru za rezoluciju detektora i računa se: $2.35 \cdot \text{odstupanja za E1}$).

Canberra									
	Duljina mjerenja	Ime file	ch1	E1 (keV)	FWHM (keV)	a	delta a	b	delta b
1	48h	x-setup-Canberra-48h-021019	3293.74	80.9989	0.9320006	0.0246095	0.0000008	-0.063	0.009
2	48h	x-setup-Canberra-48h-041019	3292.24	80.9947	0.9173601	0.0246104	0.0000005	-0.028	0.006
3	70h	x-setup-Canberra-70h-150719	3292.54	81.0043	0.912411	0.024609	0.000001	-0.03	0.01
4	70h	x-setup-Canberra-70h-180719	3291.87	80.9999	0.9276672	0.024616	0.000001	-0.04	0.01
5	70h	x-setup-Canberra-70h-180919	3292.14	81.0025	0.9322826	0.024609	0.000001	-0.02	0.02
6	48h	x-setup-Canberra-48h-200919	3292.86	81.0028	0.9459784	0.024607	0.000001	-0.03	0.01
7	70h	x-setup-Canberra-70h-220719	3291.18	80.9939	0.92107545	0.0246183	0.0000009	-0.03	0.01
8	70h	x-setup-Canberra-70h-230919	3294.05	80.9839	1.0874766	0.0246131	0.0000004	-0.082	0.005
9	48h	x-setup-Canberra-48h-240719	3291.77	81.0058	0.9369074	0.0246189	0.0000004	-0.043	0.004
10	48h	x-setup-Canberra-48h-250919	3295.06	81.0009	1.16527805	0.024612	0.0000007	-0.104	0.009
11	48h	x-setup-Canberra-48h-260719	3292.08	80.9898	0.924537	0.024621	0.000001	-0.06	0.01
12	48h	x-setup-Canberra-48h-270919	3294.74	80.9912	1.0424224	0.0246098	0.0000009	-0.08	0.01
13	70h	x-setup-Canberra-70h-300919	3294.08	81.0059	1.02730955	0.0246092	0.0000005	-0.07	0.007
DSG									
	Duljina mjerenja	Ime file	ch1	E1 (keV)	FWHM (keV)	a	delta a	b	delta b
1	48h	x-setup-DSG-48h-021019	3179.71	80.3555	1.02467755	0.025369	0.0000002	-0.31	0.02
2	48h	x-setup-DSG-48h-041019	3183.57	80.3436	1.09712805	0.025338	0.0000002	-0.31	0.02
3	70h	x-setup-DSG-70h-150719	3159.36	80.5777	1.13243445	0.025565	0.0000006	-0.18	0.09
4	70h	x-setup-DSG-70h-180719	3158.31	80.5601	1.0790918	0.025568	0.0000008	-0.2	0.1
5	70h	x-setup-DSG-70h-180919	3172.19	80.272	1.0481141	0.025416	0.0000002	-0.36	0.02
6	48h	x-setup-DSG-48h-200919	3172.63	80.3411	1.1187551	0.025421	0.0000002	-0.33	0.02
7	70h	x-setup-DSG-70h-220719	3155.05	80.6761	1.1338421	0.0256	0.000001	-0.1	0.1
8	70h	x-setup-DSG-70h-230919	3171.26	80.3576	1.10261765	0.025438	0.0000002	0.31	0.02
9	48h	x-setup-DSG-48h-240719	3155.61	80.6932	1.1411318	0.0256	0.000001	-0.1	0.1
10	48h	x-setup-DSG-48h-250919	3181.23	80.3197	1.04420135	0.025352	0.0000002	-0.33	0.03
11	48h	x-setup-DSG-48h-260719	3163.48	80.5589	1.16948925	0.025526	0.0000007	-0.2	0.08
12	48h	x-setup-DSG-48h-270919	3180.03	80.3431	1.05112915	0.025364	0.0000002	-0.32	0.02
13	70h	x-setup-DSG-70h-300919	3180.35	80.3729	1.0878996	0.025368	0.0000002	-0.3	0.02

Slika 4.6: Vrijednosti analize podataka za detektore Canberra i DSG s radioaktivnim ^{133}Ba i Pb pločicom bez električne struje.

Drugi dio mjerenja vršio se isto pomoću dva detektora, *Canberra* i *DSG*, sa samo *Pb* pločicom ali s električnom strujom, tj. s uvođenjem novih fermiona u sustav. Sada nemamo kalibracijska mjerenja s ^{133}Ba ali koristimo isti programski kod za analizu. Potrebno je i mijenjati sve iste stvari kao i prije, jedino sada nije potrebno mijenjati koju datoteku otvara

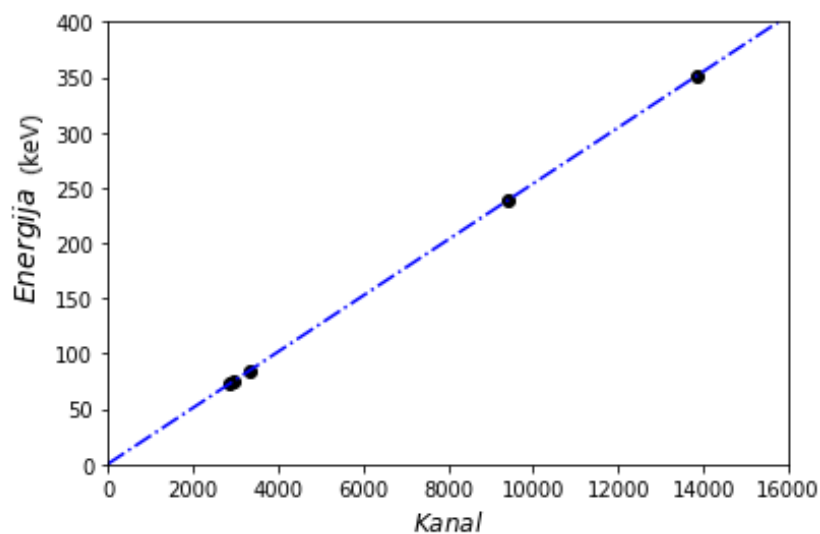


Slika 4.7: Grafički prikaz prilagodbe *Gaussove* funkcije na peti vrh histograma s kanalima za *Pb*. i čita za mjerenja ^{133}Ba pošto njih nemamo. To možemo ostaviti da otvara i čita bilo koju datoteku s mjerenjem ^{133}Ba . Sada nam je potreban samo histogram s kanalima od *Pb* (na slici 4.2 gornji desni histogram), a ostale histograme možemo zanemariti trenutno. Potrebno je opet za svaki vrh, a ima ih pet, odrediti sredinu vrha tako da, kao i prije, prvo napravimo prilagodbu *Gaussove* funkcije na vrh. Grafički prikaz prilagodbe *Gaussove* funkcije na jedan od tih vrhova prikazan je na slici (4.7). Kada smo to napravili za svaki od pet vrhova i dobili točne vrijednosti sredine tih vrhova potrebno je napraviti sve isto kao i prije. Znači da ponovimo, potrebno je odrediti koeficijente a i b , pomoću kojih crtamo histograme za energiju. Te koeficijente možemo odrediti pomoću metoda najmanjeg kvadrata što se može vidjeti na slici (4.8). Zatim nove vrijednosti koeficijenata a i b upisujemo u naš *programski kod za transformaciju sa skale*

$$a = 0.0246093 \pm 0.0000006$$

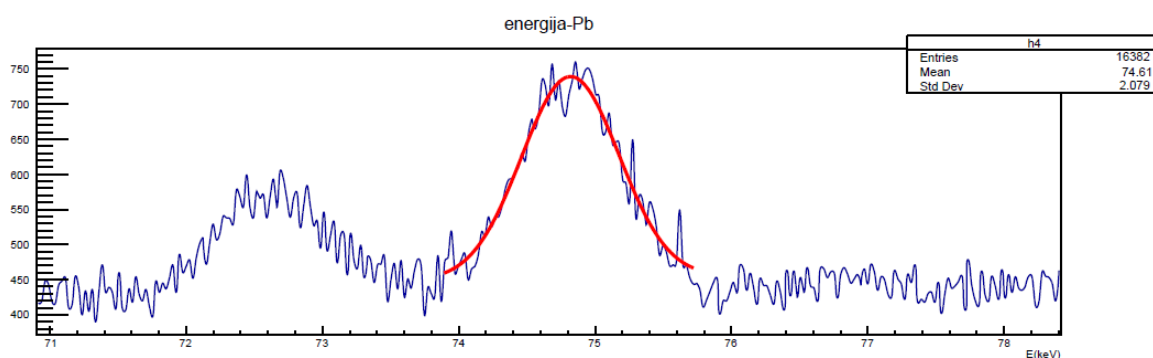
$$b = -0.070 \pm 0.007$$

Out[14]: [`matplotlib.lines.Line2D` at `0x248cd1a5f08`]



Slika 4.8: Određivanje koeficijenta a i b pomoću metode najmanjeg kvadrata za *Pb*. *kanala na skalu energije* i ponovno ga pokrećemo. Sada gledamo histogram za energiju za

^{133}Ba (na slici 4.2 donji lijevi histogram) i vidimo da ponovno histogram ima 5 vrhova. Sada je potrebno samo za drugi vrh odrediti točnu vrijednost sredine vrha jer nam to omogućava praćenje stabilnosti i mjeru za rezoluciju detektora (FWHM) te ujedno tu nam je području interesa (70-80 keV) gdje se nalaze mogući zabranjeni prijelazi. To radimo na isti način kao i prije, znači napravimo prilagodbu *Gaussove* funkcije na vrh. Grafički prikaz toga prikazan je na slici (4.9). Kada smo sve to napravili za jedno mjerenje, ponavljamo postupak za sva ostala mjerenja za detektor Canberra i za detektor DSG, kao i za prvi dio mjerenja. Te isto tako i sada je potrebno obratiti pozornost da je sve pravilno promijenjeno u programskom kodu prije svakog njegovog pokretanja.



Slika 4.9: Grafički prikaz prilagodbe Gaussove funkcije na drugi vrh histograma energije za *Pb*.

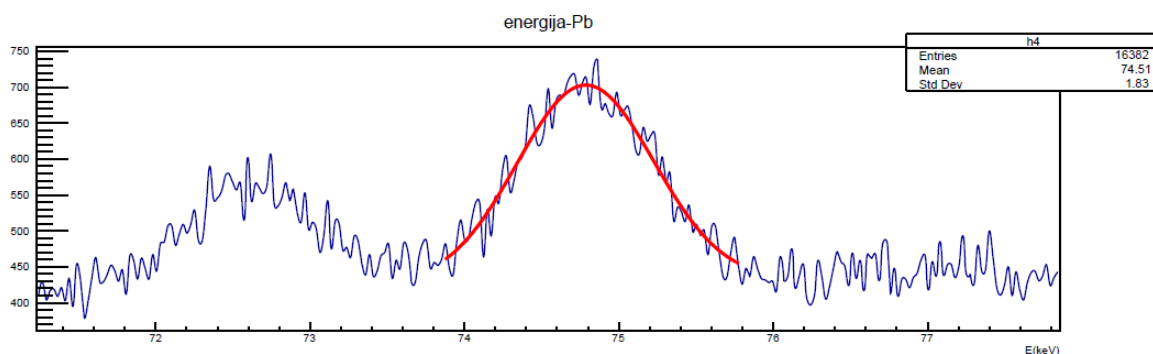
Canberra									
	Duljina mjerenja	Ime file	ch1	E1 (keV)	FWHM (keV)	a	delta a	b	delta b
1	48h	i-setup-Caberra-48h-061119	2958.7	74.7592	1.08957985	0.024627	0.000006	-0.22	0.05
2	48h	i-setup-Caberra-48h-081119	2956.9	74.7869	0.9274604	0.024625	0.000005	-0.18	0.04
3	48h	i-setup-Caberra-48h-131119	2956	74.7821	0.9779008	0.024626	0.000003	-0.17	0.03
4	48h	i-setup-Caberra-48h-151119	2956.9	74.81	0.96690515	0.024627	0.000002	-0.17	0.01
5	48h	i-setup-Caberra-48h-201119	2959.4	74.7679	0.9898153	0.024629	0.000002	-0.22	0.02
6	48h	i-setup-Caberra-48h-221119	2957.8	74.7863	1.0280545	0.02463	0.000002	-0.2	0.02
7	48h	i-setup-Caberra-48h-271119	2956.7	74.7948	0.9221729	0.024629	0.000006	-0.2	0.05
8	48h	i-setup-Caberra-48h-291119	2956.2	74.8271	1.0228516	0.024626	0.000001	-0.16	0.01
9	70h	i-setup-Caberra-70h-021219	2957.5	74.7911	0.88397365	0.02463	0.000001	-0.2	0.01
10	70h	i-setup-Caberra-70h-061219	2956.9	74.7839	1.04157405	0.02463	0.000004	-0.2	0.03
11	70h	i-setup-Caberra-70h-091219	2954.9	74.7918	0.9280526	0.02463	0.000003	-0.17	0.03
12	70h	i-setup-Caberra-70h-111119	2958.5	74.7562	0.87912795	0.024629	0.000004	-0.22	0.03
13	70h	i-setup-Caberra-70h-121219	2953.3	74.8184	0.8404446	0.024628	0.000006	-0.16	0.04
14	70h	i-setup-Caberra-70h-161219	2956.6	74.7802	0.82619655	0.024631	0.000003	-0.19	0.02
15	70h	i-setup-Caberra-70h-181119	2956.1	74.8119	0.84652405	0.024625	0.000001	-0.16	0.01
16	70h	i-setup-Caberra-70h-191219	2957.3	74.7964	1.01971905	0.024629	0.000001	-0.17	0.01
17	70h	i-setup-Caberra-70h-251119	2956.7	74.7997	0.94078725	0.024625	0.000001	-0.15	0.008
DSG									
	Duljina mjerenja	Ime file	ch1	E1 (keV)	FWHM (keV)	a	delta a	b	delta b
1	28h	i-setup-DSG-28h-061119	2869.1	74.3145	0.8796896	0.025245	0.000005	-0.23	0.04
2	48h	i-setup-DSG-48h-081119	2868	74.288	0.89678115	0.025251	0.000002	-0.25	0.01
3	48h	i-setup-DSG-48h-131119	2854.9	74.2543	0.95652285	0.025349	0.000001	-0.27	0.008
4	48h	i-setup-DSG-48h-151119	2856	74.3172	1.03212705	0.025352	0.000003	-0.22	0.02
5	48h	i-setup-DSG-48h-201119	2853	74.3064	0.9037865	0.025354	0.000009	-0.23	0.07
6	48h	i-setup-DSG-48h-221119	2855.9	74.239	0.84207785	0.025345	0.0000009	-0.28	0.007
7	48h	i-setup-DSG-48h-271119	2852.1	74.241	0.8101155	0.025349	0.000009	-0.25	0.07
8	48h	i-setup-DSG-48h-291119	2857.2	74.3508	0.9353658	0.02536	0.000007	-0.18	0.05
9	70h	i-setup-DSG-70h-021219	2853.3	74.3079	0.97413845	0.025358	0.000004	-0.23	0.03
10	70h	i-setup-DSG-70h-061219	2811.9	74.3537	1.0546095	0.025737	0.000004	-0.21	0.03
11	70h	i-setup-DSG-70h-091219	2779.9	74.4045	1.015247	0.026058	0.000003	-0.19	0.02
12	70h	i-setup-DSG-70h-111119	2867.1	74.2409	1.01665465	0.025251	0.000001	-0.27	0.01
13	70h	i-setup-DSG-70h-121219	2781.8	74.0229	1.01143295	0.025956	0.000006	-0.39	0.04
14	70h	i-setup-DSG-70h-161219	2862.3	74.1693	0.9623579	0.025261	0.000001	-0.32	0.01
15	70h	i-setup-DSG-70h-181119	2853	74.2575	0.90670285	0.02535	0.000003	-0.27	0.03
16	70h	i-setup-DSG-70h-191219	2862.9	74.2928	1.0171646	0.02527	0.000002	-0.26	0.02
17	70h	i-setup-DSG-70h-251119	2853.6	74.2371	1.01777795	0.025347	0.000003	-0.27	0.03

Slika 4.10: Vrijednosti analize podataka za detektore Canberra i DSG *Pb* pločicom s električnom strujom.

Na slici (4.10) se mogu vidjeti sve vrijednosti za sva 17 mjerenja za oba detektora (ch1 = vrijednost sredine prvog vrha, FWHM = širina vrha na polovici vrha; eng. full width at half maximum, što predstavlja mjeru za rezoluciju detektora i računa se: $2.35 \cdot$ odstupanja za E1). Na toj slici vidimo da se konstante *a* i *b* nisu znatno mijenjale, što nam znači da su detektori bili stabilni. Ali Canberra detektor nam se pokazao stabilnijim od DSG detektora (konstante *a* i *b* za Canberra detektor su se manje mijenjale od tih konstanta za DSG detektor) te zbog toga samo dalje nastavili samo s podacima od Canberra detektora.

Sada uzmemo samo podatke za *Canberra detektor bez struje* i ponovno napravimo energijske histograme, pomoću istog programskog koda, ali sada s *konstantnim* vrijednostima *a* i *b*. Npr. uzmemo vrijednost za $a=0.2462$ a za $b=-0.1$ te s tim vrijednostima

napravimo samo energijske histograme i odredimo vrijednosti energija za sredinu drugog vrha za svako mjerenje. Grafički primjer tog određivanja prikazan je na slici (4.11).



Slika 4.11: Grafički prikaz prilagodbe Gaussove funkcije na drugi vrh histograma energije za Pb s konstantnim vrijednostima a i b .

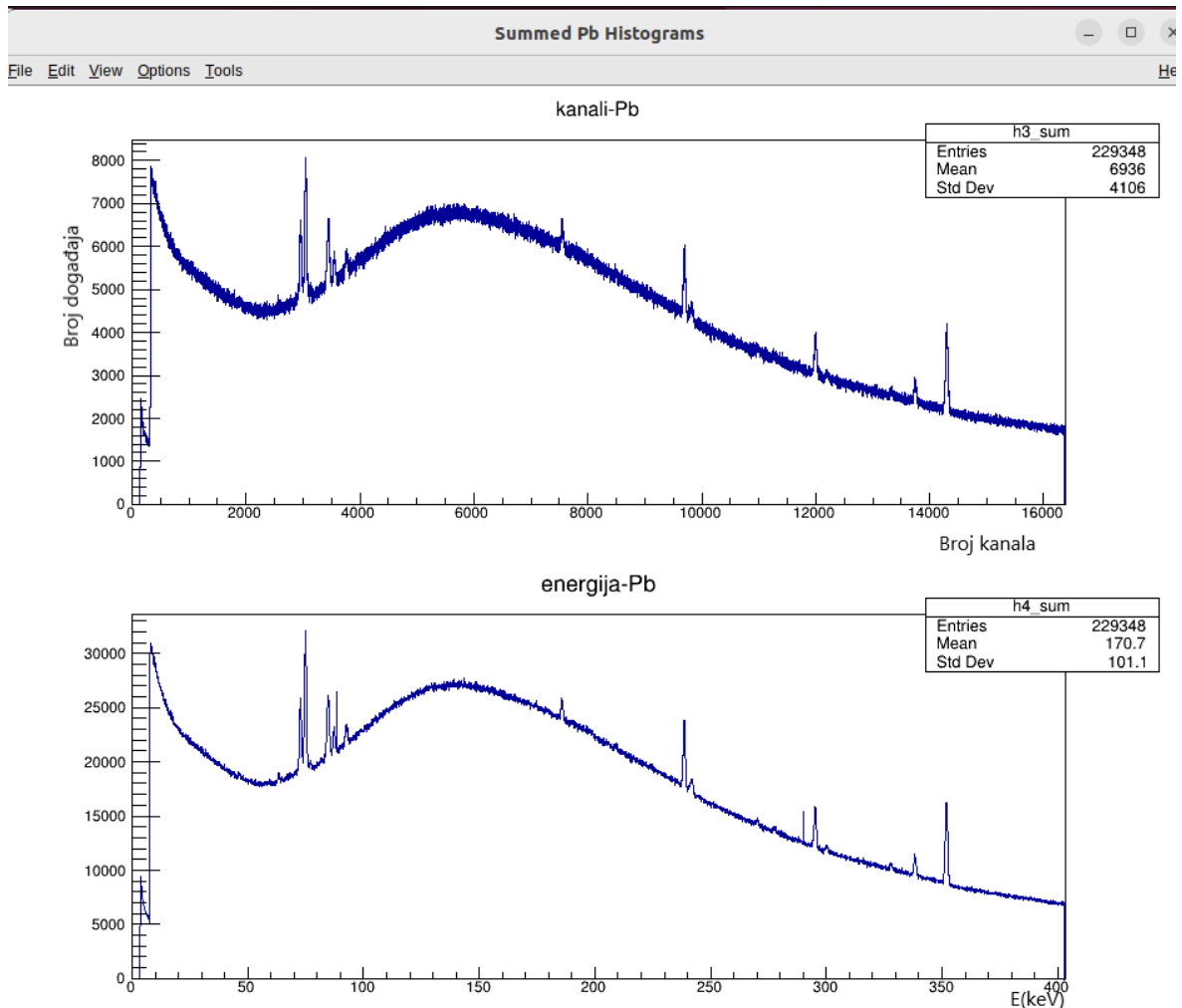
Kada smo obradili sve podatke, za Canberra detektor bez struje, uzmemo podatke za *Canberra detektor sa strujom* te ponovimo postupak. Znači radimo energijske histograme i određujemo vrijednosti energija za sredinu drugog vrha pomoću istog programskog koda i s istim konstantnim vrijednostima za a i b . Znači ako smo prije uzeli vrijednost za $a=0.2462$ a za $b=-0.1$ i sada uzimamo te vrijednosti. Na slici (4.12) se mogu vidjeti vrijednosti svih energija koje smo odredili tako.

Pb-Canberra				i-Pb-Canberra			
	Ime file	E1 (keV)	FWHM (keV)		Ime file	E1 (keV)	FWHM (keV)
1	x-setup-Canberra-48h-021019	74.8967	0.93677815	1	i-setup-Caberra-48h-061119	74.8483	0.98789535
2	x-setup-Canberra-48h-041019	74.8748	0.97559545	2	i-setup-Caberra-48h-081119	74.8415	1.0419618
3	x-setup-Canberra-48h-200919	74.8772	1.0213946	3	i-setup-Caberra-48h-131119	74.8334	0.89419145
4	x-setup-Canberra-48h-240719	74.8443	0.9164859	4	i-setup-Caberra-48h-151119	74.8602	0.96892145
5	x-setup-Canberra-48h-250919	74.8943	1.10682415	5	i-setup-Caberra-48h-201119	74.8534	0.9918551
6	x-setup-Canberra-48h-260719	74.8392	0.98549365	6	i-setup-Caberra-48h-221119	74.8501	0.950998
7	x-setup-Canberra-48h-270919	74.9104	0.9689614	7	i-setup-Caberra-48h-271119	74.8571	1.17360645
8	x-setup-Canberra-70h-150719	74.8753	0.9035092	8	i-setup-Caberra-48h-291119	74.8548	1.0093062
9	x-setup-Canberra-70h-180719	74.858	0.99013725	9	i-setup-Caberra-70h-021219	74.8546	0.8556397
10	x-setup-Canberra-70h-180919	74.8666	0.9715276	10	i-setup-Caberra-70h-061219	74.8425	1.05940585
11	x-setup-Canberra-70h-220719	74.8268	0.9632979	11	i-setup-Caberra-70h-091219	74.8265	0.94981125
12	x-setup-Canberra-70h-230919	74.8829	0.9546358	12	i-setup-Caberra-70h-111119	74.8385	1.0096822
13	x-setup-Canberra-70h-300919	74.8978	0.97423715	13	i-setup-Caberra-70h-121219	74.8364	0.90740315
				14	i-setup-Caberra-70h-161219	74.8312	0.9402115
				15	i-setup-Caberra-70h-181119	74.8396	0.8833462
				16	i-setup-Caberra-70h-191219	74.8367	0.9838886
				17	i-setup-Caberra-70h-251119	74.8285	0.97245585

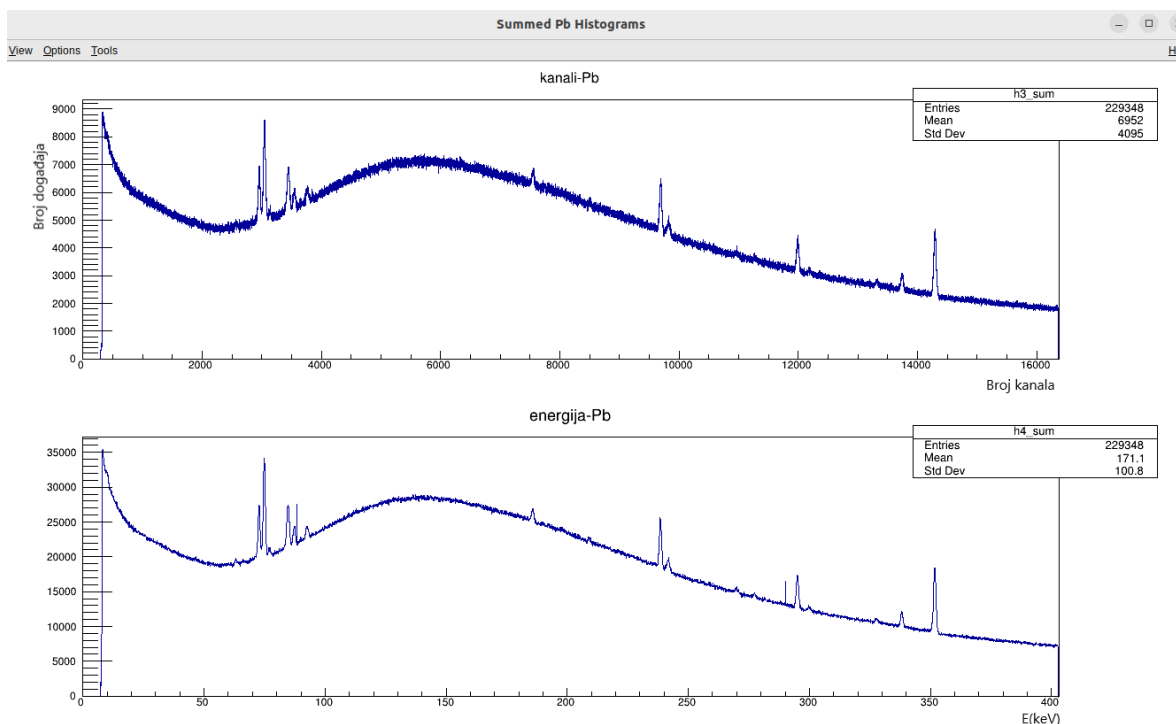
Slika 4.12: Vrijednosti analize podataka za detektor Canberra bez električne struje i s električnom strujom te s konstantnim vrijednostima a i b .

Sada kada smo to napravili potrebno je sve te naše histograme zbrojiti, ali tako da ukupno vrijeme mjerenja bude isto sa strujom i bez struje. Prvo je potrebno je zbrojiti sve histograme koje smo napravili s podacima za Canberra detektor bez struje zatim zbrojiti sve histograme koje smo napravili s podacima za Canberra detektor sa strujom, ali paziti ukupno vrijeme zbrojenih histograma bude isto sa strujom i bez. Kako smo radili histograme tako

smo i svaki put spremali ROOT file u kojem se nalaze svi histogrami i potrebne informacije za sumiranje histograma. To radimo pomoću *programskog koda za sumiranje histograma* (programski kod nalazi su u dodacima). U tom programskom kodu trebamo samo obratiti pozornost da smo otvorili sve točne ROOT filove (pomoću funkcije *TFile*) i pravilno ih zbrojili (pomoću funkcije *Add*). Na slici (4.13) možemo vidjeti rezultat zbrajanja svih napravljenih histograma za Canberra detektor bez struje. A na slici (4.14) možemo vidjeti rezultat zbrajanja svih napravljenih histograma za Canberra detektora sa strujom.

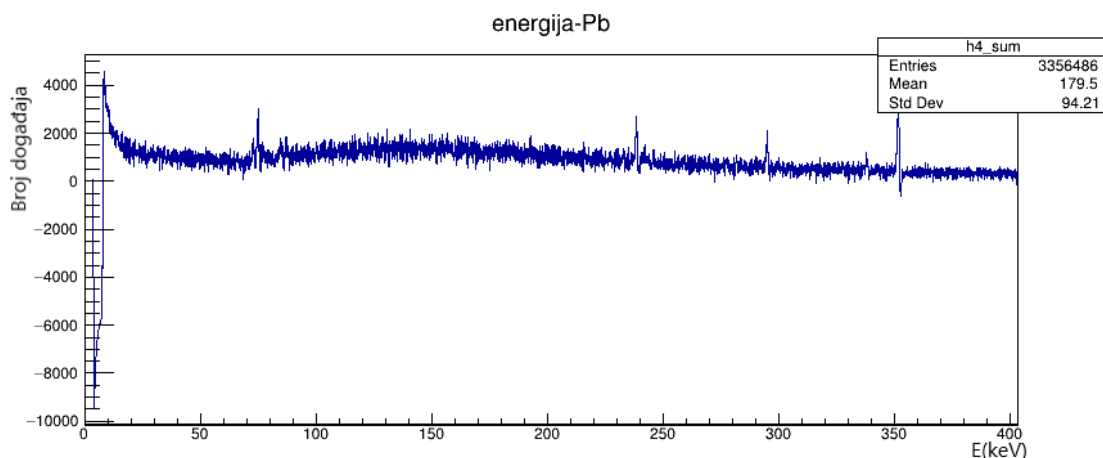


Slika 4.13: Rezultat zbrajanja svih histograma kanala olova (gornji histogram) i zbrajanje svih histograma energija olova (donji histogram) za Canberra detektor bez struje.



Slika 4.14: Rezultat zbrajanja svih histograma kanala olova (gornji histogram) i zbrajanje svih histograma energija olova (donji histogram) za Canberra detektora sa strujom.

Moguće narušenje Paulijevog principa tražit ćemo u području interesa (70-80 keV), gdje se nalaze zabranjeni prijelazi tako da oduzmemo sumirani histogram bez struje od sumiranog histograma sa strujom. Očekuje se rezultat nula, a ako slučajno postoji zabranjeni prijelazi trebali bi se vidjeti vrhovi na nižim energijama jer njih nema kod mjerenja sa strujom a oduzimanjem tih sumiranih histograma energija olova uklanjamo pozadinsko zračenje. Oduzimanje sumiranih histograma radimo pomoću *programskog koda za oduzimanje histograma* (programski kod nalazi su u dodacima). Rezultat može se vidjeti na slici (4.15).



Slika 4.15: Rezultat oduzimanja sumiranog histograma energije olova bez struje od sumiranog histograma energije olova sa strujom.

5 Diskusija

Paulijev princip ima ogromni utjecaj na naše razumijevanje fizike i njezinih zakona, no njegov temeljni uzrok još uvijek nema jednostavnog objašnjenja. U svim poznatim fizikalnim procesima i sustavima pokazao se točnim, pa je i kao takav opće prihvaćen u znanstvenoj zajednici bez posebnog teorijskog objašnjenja. Međutim, budući da njegov uzrok još uvijek nije potpuno objašnjen u teorijskim okvirima, to ostavlja prostora za eksperimentalna istraživanja njegove moguće narušivosti. Cilj ovog diplomskog rada bio je upravo to - pronaći moguće narušavanje Paulijevog principa. Takva eksperimentalna istraživanja, iako nisu u potpunosti nova, nemaju dugu povijest jer su započela tek od četrdesetih godina prošlog stoljeća. Eksperimentalni fizičari su na razne načine tražili kršenje Paulijevog principa, pri čemu se pokazalo da je najjednostavnija metoda traženje anomalnih X-zraka. Mi smo koristili metodu Ramberga i Snowa [1] i mjerili takve anomalne X-zrake u olovnoj pločici pomoću dva detektora. U slučaju narušenja očekivalo bi se emitiranje X-zraka slično prijelazu $K\alpha$ u olovnoj pločici. Za razliku od uobičajenog $K\alpha$ prijelaza, tijekom ovog procesa K-ljuska sadrži dva elektrona, pa je energija nešto pomaknuta prema nižim vrijednostima. Energije tih prijelaza navedene su u radu [9], a rezultati se temelje na *Dirac-Hartree-Slater* modelu s *Breitovom* interakcijom i korekcijama kvantne elektrodinamike. Procijenjena energija zabranjenog $K\alpha$ prijelaza u olovu Paulijevim principom iznosi 73.71 keV a dozvoljena energija iznosi 74.96 keV .

Postupkom oduzimanja sumiranog histograma bez struje od sumiranog histograma sa strujom, očekuje se da uklonimo pozadinsko zračenje i dobijemo broj događaja, na histogramu, oko nule kako bi se mogli iščitati rezultati. Ako usporedimo naš rezultat, koji možemo vidjeti na slici (4.15) i u kojem je broj događaja u histogramu ostao oko 2000, s rezultatima koje su navedene u rada [9], gdje im je broj događaja ostao na samo oko 10 događaja, uočavamo da je to velika razlika u rezultatima te možemo zaključiti da nešto nije dobro oduzeto u našem radu. Detektor nije bio dovoljno zaštićen od pozadinskog zračenja te nije postignuto dovoljno dobro oduzimanje pozadinskog zračenja. Također, u analizi podataka na slikama (4.6) i (4.10) vidjeli smo da vrijednosti a i b nisu apsolutno jednake za sva mjerenja, a mi smo za sumiranje histograma uzimali jednake konstantne vrijednosti za a i b . Moguće da i dio greške dolazi upravo iz korištenja jednakih konstantnih vrijednosti za a i b . Za buduća mjerenja, kako bismo dobili rezultat iz kojega se može dobiti konkretan rezultat, svakako bi trebalo bolje zaštititi detektor od pozadinskog zračenja i za svako mjerenje koristiti njihove prave vrijednosti koeficijenata a i b .

6 Zaključak

U ovom diplomskom radu pokušali smo pronaći moguće narušavanje Paulijeve principa analizirajući podatke iz mjerenja X-zraka iz atoma olova. Analizu podataka smo napravili tako da smo prvo napravili kalibraciju energijske skale, zatim sumirali histograme mjerenja sa i bez električne struje za olovo, koristeći jednake konstante a i b te gledajući da ukupno vrijeme mjerenja bude jednako. Na kraju smo oduzeli sumirani histogram bez struje od sumiranog histograma sa strujom. Rezultat naše analize podataka možemo vidjeti na slici (4.15). Kada smo oduzeli sumirane histograme bez struje od sumiranih histograma sa strujom nestali su vrhovi, kao što je bio vrh s energijom 74.9 keV , ali broj događaja, koji nam je oko 2000, je prevelik. Zbog toga ne možemo vidjeti niti iščitati nikakve konkretne rezultate iz histograma.

Dodaci

Programski kod za transformaciju sa skale kanala na skalu energija.

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <string>
#include <TCanvas.h>
#include <TTree.h>
#include <TString.h>
#include <TFile.h>
#include <TCut.h>
#include <TH1F.h>
#include <TF1.h>
#include <TNtuple.h>
#include <TGraph.h>

using namespace std;

void calib(){
    double a=0.02462;
    double b=-0.1;

    TCanvas *c1 = new TCanvas("c1","Ba",200,10,1000,800);

    const Int_t n = 16384;
    Float_t x[n];
    Float_t y_Ba[17000];
    Float_t y_Pb[17000];
    Float_t e[17000];
    Float_t e1[17000];
    Float_t y1[17000];
    Float_t ibin3[17000];

    FILE *fp = fopen("podaci/133Ba-Can-TKA/133Ba-Canberra-300919.TKA","r");
```

```

    Int_t ncols;
    Int_t nlines = 1;
while (1) {
ncols = fscanf(fp,"%f",&y_Ba[nlines]);
if (ncols < 0) break;
nlines++;
}
fclose(fp);

FILE *Pb_file = fopen("podaci/Pb-Can-TKA/x-setup-Canberra-70h-300919.TKA","r");

    Int_t ncols_Pb;
    Int_t nlines_Pb = 1;
while (1) {
ncols_Pb = fscanf(Pb_file,"%f",&y_Pb[nlines_Pb]);
if (ncols_Pb < 0) break;
nlines_Pb++;
}
double ibin[17000];

TCanvas *c2 = new TCanvas("c2","Pb",200,10,1000,800);

TH1F *h1 = new TH1F("h1","kanali-Ba",n-2,0,n-2);
TH1F *h2= new TH1F("h2","energija-Ba",16382/4,0,(n-2)*a+b);
TH1F *h3 = new TH1F("h3","kanali-Pb",n-2,0,n-2);
TH1F *h4 = new TH1F("h4","energija-Pb",16382/4,0,16382*a);

for (int i=3;i<nlines;i++){Int_t i1=i-2;
    h1 -> SetBinContent(i1,y_Ba[i]);
    ibin[i1]= h1 -> GetBinCenter(i1);
    double inew = ibin[i1]*a+b;
    ibin[i1]= h1 -> GetBinCenter(i1);
    h2->Fill(inew, y_Ba[i]);

```

```

h3 -> SetBinContent(i1,y_Pb[i]);
ibin3[i1]= h3 -> GetBinCenter(i1);
e[i1]= ibin3[i1]*a+b;
    h4->Fill(e[i1], y_Pb[i]);
}

cout << "Ek=  " << e[16382] << endl;

for (int i = 1; i <= h2->GetNbinsX(); i++) {
    h2->SetBinError(i, 0);}
for (int i = 1; i <= h4->GetNbinsX(); i++) {
    h4->SetBinError(i, 0);}

TFile *file1 = new TFile("Can-300919.root","RECREATE");

c1->Divide(1,2);
c1->cd(1);
h1->Draw();
h1->Write("ch_Ba_Can_25_11");

c1->cd(2);
h2->SetXTitle("E(keV)");
h2->Draw("HIST SAME C");
h2->Write("en_Ba_Can_25_11");

c2->Divide(1,2);
c2->cd(1);
h3->Draw();
h3->Write("ch_Pb_i_Can_25_11");

c2->cd(2);
h4->Draw("HIST SAME C");
h4->Write("en_Pb_i_Can_25_11");
file1->Close();

```

```
}
```

Programski kod za sumiranje histograma.

```
#include <TFile.h>
#include <TH1F.h>
#include <TCanvas.h>
#include <iostream>

void sum_histograms_a_b_can() {
    // File names
    const char* file1Name = "Graf/CanberraEqual4/Can-021019.root";
    const char* file2Name = "Graf/CanberraEqual4/Can-041019.root";

    // Open the ROOT files
    TFile *file1 = new TFile(file1Name, "READ");
    TFile *file2 = new TFile(file2Name, "READ");

    // Check if the files are open
    if (!file1->IsOpen() || !file2->IsOpen()) {
        std::cout << "Error: Cannot open one of the ROOT files!" << std::endl;
        return;
    }

    // Retrieve histograms from the 1 file 021019
    TH1F *h1_1 = (TH1F*)file1->Get("ch_Ba_Can_25_11");
    TH1F *h2_1 = (TH1F*)file1->Get("en_Ba_Can_25_11");
    TH1F *h3_1 = (TH1F*)file1->Get("ch_Pb_i_Can_25_11");
    TH1F *h4_1 = (TH1F*)file1->Get("en_Pb_i_Can_25_11");
    // Retrieve histograms from the 2 file 041019
    TH1F *h1_2 = (TH1F*)file2->Get("ch_Ba_Can_25_11");
    TH1F *h2_2 = (TH1F*)file2->Get("en_Ba_Can_25_11");
    TH1F *h3_2 = (TH1F*)file2->Get("ch_Pb_i_Can_25_11");
    TH1F *h4_2 = (TH1F*)file2->Get("en_Pb_i_Can_25_11");

    // Check if histograms are retrieved successfully
```



```

if (!h1_1 || !h2_1 || !h3_1 || !h4_1 || !h1_2 || !h2_2 || !h3_2 || !h4_2) {
    std::cout << "Error: One or more histograms not found in the files!" << std::endl;
    file1->Close();
    file2->Close();
    return;
}
// Sum the histograms
TH1F *h1_sum = (TH1F*)h1_1->Clone("h1_sum");
TH1F *h2_sum = (TH1F*)h2_1->Clone("h2_sum");
TH1F *h3_sum = (TH1F*)h3_1->Clone("h3_sum");
TH1F *h4_sum = (TH1F*)h4_1->Clone("h4_sum");

h1_sum->Add(h1_2);
h2_sum->Add(h2_2);
h3_sum->Add(h3_2);
h4_sum->Add(h4_2);

for (int i = 1; i <= h2_sum->GetNbinsX(); i++) {
    h2_sum->SetBinError(i, 0);
}
for (int i = 1; i <= h4_sum->GetNbinsX(); i++) {
    h4_sum->SetBinError(i, 0);
}

TFile *outputFile = new TFile("summed_histograms_a_b_can.root", "RECREATE");

h1_sum->Write();
h2_sum->Write();
h3_sum->Write();
h4_sum->Write();
outputFile->Close();

```

```

std::cout << "Summed histograms saved to summed_histograms.root" << std::endl;
    for (int i = 1; i <= h2_sum->GetNbinsX(); i++) {
        h2_sum->SetBinError(i, 0);
    }

    for (int i = 1; i <= h4_sum->GetNbinsX(); i++) {
        h4_sum->SetBinError(i, 0);
    }

TCanvas *c1 = new TCanvas("c1", "Summed Ba Histograms", 200, 10, 1000, 800);

c1->Divide(1, 2);
c1->cd(1);
h1_sum->Draw();

c1->cd(2);
h2_sum->Draw("HIST SAME C");

TCanvas *c2 = new TCanvas("c2", "Summed Pb Histograms", 200, 10, 1000, 800);

c2->Divide(1, 2);
c2->cd(1);
h3_sum->Draw();

c2->cd(2);
h4_sum->Draw("HIST SAME C");

c1->Update();
c2->Update();
}

```

Programski kod za oduzimanje histograma

```
#include <TFile.h>
#include <TH1F.h>
#include <TCanvas.h>
#include <iostream>

void subtrack_two_histograms() {
    // File names
    const char* file1Name = "GrafS/SumHistograms/summed_histograms_a_b_i_can4.root";
    const char* file2Name = "GrafS/SumHistograms/summed_histograms_a_b_can4.root";

    // Open the ROOT files
    TFile *file1 = new TFile(file1Name, "READ");
    TFile *file2 = new TFile(file2Name, "READ");

    // Check if the files are open
    if (!file1->IsOpen() || !file2->IsOpen()) {
        std::cout << "Error: Cannot open one of the ROOT files!" << std::endl;
        return;
    }

    // Retrieve histograms from the 1 file
    TH1F *h1_1 = (TH1F*)file1->Get("h1_sum");
    TH1F *h2_1 = (TH1F*)file1->Get("h2_sum");
    TH1F *h3_1 = (TH1F*)file1->Get("h3_sum");
    TH1F *h4_1 = (TH1F*)file1->Get("h4_sum");

    // Retrieve histograms from the 2 file
    TH1F *h1_2 = (TH1F*)file2->Get("h1_sum");
    TH1F *h2_2 = (TH1F*)file2->Get("h2_sum");
    TH1F *h3_2 = (TH1F*)file2->Get("h3_sum");
    TH1F *h4_2 = (TH1F*)file2->Get("h4_sum");

    // Check if histograms are retrieved successfully
```

```

if (!h1_1 || !h2_1 || !h3_1 || !h4_1 || !h1_2 || !h2_2 || !h3_2 || !h4_2
    ) {
    std::cout << "Error: One or more histograms not found in the files!" << std::endl;
    file1->Close();
    file2->Close();
    return;
}

// Sum the histograms
TH1F *h1_sum = (TH1F*)h1_1->Clone("h1_sum");
TH1F *h2_sum = (TH1F*)h2_1->Clone("h2_sum");
TH1F *h3_sum = (TH1F*)h3_1->Clone("h3_sum");
TH1F *h4_sum = (TH1F*)h4_1->Clone("h4_sum");

h1_sum->Add(h1_2, -1);
h2_sum->Add(h2_2, -1);
h3_sum->Add(h3_2, -1);
h4_sum->Add(h4_2, -1);

    for (int i = 1; i <= h2_sum->GetNbinsX(); i++) {
        h2_sum->SetBinError(i, 0);
    }
    for (int i = 1; i <= h4_sum->GetNbinsX(); i++) {
        h4_sum->SetBinError(i, 0);
    }

// Save the summed histograms to a new ROOT file
TFile *outputFile = new TFile("subtract_histograms_a_b_can.root", "RECREATE");
h1_sum->Write();
h2_sum->Write();
h3_sum->Write();
h4_sum->Write();
outputFile->Close();

```

```

std::cout << "Summed histograms saved to summed_histograms.root" << std::endl;

// Create canvases to draw the summed histograms
TCanvas *c1 = new TCanvas("c1", "Summed Ba Histograms", 200, 10, 1000, 800);
c1->Divide(1, 2);
c1->cd(1);
h1_sum->Draw();

c1->cd(2);
h2_sum->Draw("HIST SAME C");

TCanvas *c2 = new TCanvas("c2", "Summed Pb Histograms", 200, 10, 1000, 800);
c2->Divide(1, 2);
c2->cd(1);
h3_sum->Draw();

c2->cd(2);
h4_sum->Draw("HIST SAME C");

// Update the canvases
c1->Update();
c2->Update();
}

```

Literatura

- [1] E. Ramberg i G. A. Snow, »Experimental limit on a small violation of the Pauli principle.«. *Phys. Lett. B238 (1990) 438*.
- [2] N. Zettili, Quantum Mechanics: Concepts and Applications, Jacksonville: Wiley, 2nd ed..
- [3] R. L. Liboff, Introductory quantum mechanics, Addison-Wesley, 1980.
- [4] A. M. L. Messiah i O. W. Greenberg, »Symmetrization Postulate and Its Experimental Foundation«. *Phys. Rev. 136 (1964) B248*.
- [5] W. Demtröder, Atoms, Molecules and Photons, Germany: Springer, 2006.
- [6] W. R. Leo, Techniques for nuclear and particle physics experiments: A how-to approach, Berlin: Springer-Verlag, 1994.
- [7] I. Kokanović, *Skripta iz kolegija "Fizika poluvodiča"*.
- [8] M. Technologies, »Germanium detectors,« [Mrežno]. Available: <https://www.mirion.com/products/technologies/spectroscopy-scientific-analysis/gamma-spectroscopy/detectors/hpge-detectors-accessories/germanium-detectors>. [Pokušaj pristupa 28. 08. 2024.].
- [9] S. R. Elliot, B. H. LaRoque, V. M. Gehman, M. F. Kidd i M. Chen, »An improved limit on Pauli-exclusion-principle forbidden atomic transitions.«. *Found. Phys. 42 (2012) 1015*.
- [10] »ROOT,« [Mrežno]. Available: <https://root.cern/>. [Pokušaj pristupa 10 02 2024].
- [11] R. Gautreau i W. Savin, Schaum's outline of theory and problems modern physics, McGraw-Hill, 1989.