Fiskalna teorija razine cijena u modelima sa nefleksibilnim cijenama

Bandula, Bruna

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO–MATEMATIČKI FAKULTET
MATEMATIČKI ODSJEK

Bruna Bandula

FISKALNA TEORIJA RAZINE CIJENA U MODELIMA S NEFLEKSIBILNIM CIJENAMA

Diplomski rad

Voditelj rada:
prof. dr. sc. Boris Cota

Zagreb, 2024.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana ____________________ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. ______________________________, predsjednik
2. ______________________________, član
3. ______________________________, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom ________________.

Potpisi članova povjerenstva:

1. ______________________________
2. ______________________________
3. ______________________________

Sadržaj

Uvod

Jedno od osnovnih ekonomskih pitanja predstavlja: *Što daje vrijednost novcu?* Tijekom dvadesetoga stoljeća razvijale su se različite teorije i prakse vrednovanja monetarnih valuta; počevši od vezanja valuta uz zadanu vrijednost dragocjenih metala poput zlata i srebra, do stvaranja međunarodnog monetarnog sustava uvođenjem fiksnih deviznih tečajeva na Brettonwoodskoj konferenciji 1944. godine [1]. Napuštenjem Brettonwoodskog sustava i ukidanjem zlatnog standarda za američki dolar, napuštena je ideja vezanja valute uz stvarna dobra [14]. Uvođenjem fiat (lat. *"neka se izvrši"*) standarda, koji određuje da vrijednost valute jamče instititucije koje ga izdaju, osnažen je utjecaj središnjih banaka. Posljedično, dolazi do razvoja teorije i prakse monetarne politike uslijed potrage za optimalnim načinom definiranja monetarnih pravila s konačnim ciljem ostvarivanja makroekonomske stabilnosti.

Osiguravanje stabilnosti izravno je povezano sa održavanjem stabilne inflacije. O inflaciji govori predvoditelj kvantitativne teorije monetarne politike Milton Friedman, naglašavajući da je inflacija isključivo monetarno pitanje. Prema kvantitativnoj teoriji novca razina cijena u određenoj ekonomiji proporcionalna je ponudi novca, posljedično inflacija proizlazi zbog viška ponude novca u opticaju [4]. Takva teorija prilagođena je sustavu u kojem središnje banke kontoliraju novčanu masu u ekonomiji. Uviđa se važnost utjecaja, stoga i kontrole očekivanja ekonomskih subjekata prilikom vođenja monetarne politike. Proizlazi potreba za definiranjem monetarnih ciljeva koji će se moći efikasno i sažeto komunicitati prema javnosti [14]. Krajem 1980ih godina uvodi se instrument postavljanjnja ciljane kamatne stope, čime se u prvi plan eksplicitno postavlja kontrola inflacije. Važna karakteristika instrumenta ciljane kamatne stope predstavlja osnaživanje komunikacije monetarnih ciljeva spram javnosti kao i povećanu odgovornost središnjih banaka u ostvarivanju monetarnih ciljeva [3]. Kao dominatno pravilo definiranja ciljane kamatne stope ističe se Taylorovo pravilo, koje govori da središnja banka kontrolira inflaciju ako cilj varira za više od jedan za jedan s inflacijom[9].

Posljednjih godina svjedočimo razvoju teorije monetarne politike uslijed neočekivanih empirijskih uvida. Kao odgovor na veliku financijsku krizu 2008. godine, središnje banke snizile su nominalne kamatne stope i provodile politiku kvantitativnog opuštanja. Konvencionalne teorije monetarne politike nalažu da navedeni instrumenti monetarne politike uzrokuju ekspanziju i dovode do rasta inflacije, no emprijia je pokazala suprotno. Iako su kratkoročne kamatne stope u Sjedinjenim Američkim Državama i drugim razvijenim zemljama bile na nuli ili blizu nule, inflacija je ostala niska [11]. Nalazili smo se u duljem razdoblju zamke likvidnosti, za koje Novokeynezijanskih modeli predviđaju duboku recesiju i deflacijsku spiralu [7]. Postavlja se pitanje je li potrebno povisiti nominalnu kamatnu stopu kako bi se povisila inflacija. Empirija upućuje na potrebu za razvojem novih teorija koje će moći potkrijepiti uočene fenomene.

Fiskalna teorija razine cijena novina je u ekonomskoj teoriji koju je uveo John H. Cochrane u svojoj knjizi Fiskalna teorija razine (2023. g.) [9]. Fiskalna teorija pruža alternativu kvantitativnoj teoriji, tvrdeći kako monetarna poltika nije nezavisna od fiskalne politike. Važno obilježje fiskalne teorije je njena prilagođenost današnjem stvarnom funkcioniranju središnjih banka koje izdaju nominalni državni dug i postavljaju ciljane kamatne stope. Teorija govori kako je vrijednost fiat novca poduprijeta s vrijednosti budućih fiskalnih suficita. Navedeno primjenjujemo u praksi na sljedeći način: kao što se za vrijeme zlatnog standarda američki dolar mogao zamijeniti za definiranu težinu zlata, tako danas na papirnatom dolaru piše: *"This note is legal tender for all debts, public and private"*, odnosno monetarna valuta, u ovom primjeru američki dolar, služi za podmirivanje poreznih obveza. O navedenoj ideji pisao je i Adam Smith u svojoj knjizi Bogatstvo naroda (1776. g.): *Princ koji nalaže da se udio poreza plaća određenom papirnatom valutom, može toj papirnatoj valuti dodijeliti vrijednost.* Usvajajući prethodnu teoriju zaključujemo da državna mogućnost i sposobnost vođenja fiskalne politike ima izravan utjecaj na razinu cijena. Jedna od dodatnih ključnih ideja teorije predstavlja poistovjećivanje novca s državnim dugom, budući da novac možemo promatrati kao oblik kratkoročnog bezkamatnog duga. Može se pokazati da fiskalna teorija nudi objašnjenje nedavnih empirijskih promatranja stabilne inflacije u zamci likvidnosti.

Diplomski rad pruža uvod u fiskalnu teoriju razine cijena kroz tri poglavlja. Najprije gradimo fiskalnu teoriju na modelima bez frikcija te promatramo utjecaje monetarne i fiskalne politike na razinu cijena. U drugom poglavlju iznosimo izvod i pregled Novokeynezijanskog modela, koji predstavlja prevladavajući model s nefleksibilnim cijenama kojeg koriste središnje banke. U posljednjem poglavlju primjenjujemo fiskalnu teoriju na Novokeynesijanskom modelu i pokazujemo važnost koordinacije monetarne i fisklane politike.

Poglavlje 1

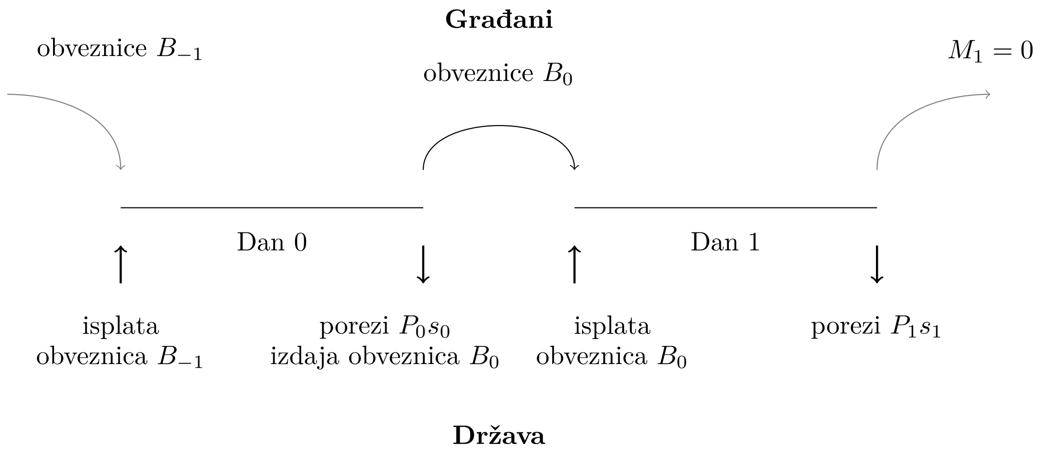
Fiskalna teorija razine cijena

Fiskalnu teoriju razine cijena predstavljamo na primjerima dvaju osnovnih modela. Najprije definiramo dvoperiodni model, zatim postepeno razvijamo višeperiodni model. Radi jednostavnosti razvijamo modele bez frikcija u uvjetima jednoperiodnog duga, fleksibilnih cijena, konstante realne kamatne stope i bez premija na rizik. Na definiranim modelima promatramo učinak fiskalne i monetarne politike na razinu cijena koristeći fiskalnu teoriju. Posebnu pažnju posvetit ćemo promatranju međuovisnosti fiskalne i monetarne politike. Modele i primjenu fiskalne teorije monetarne politike izvodimo u skladu s [9].

1.1 Dvoperiodni model

Definiramo jednostavni dvoperiodni model. Konstruiramo model tijekom dva perioda koje poistovjećujemo s dva dana. Promatramo varijable u diskretnim vremenskim trenutcima $t = 0, 1$, gdje uzimamo da su varijable konstantne tijekom trajanja dana. U periodu $t = 0$ država izdaje nominalnu vrijednost obveznica B_0 bez kupona s dospijećem u trenutku $t = 1$ i jediničnom isplatom. Kako pretpostavljamo da obveznice obećavaju jediničnu isplatu, ekvivalentno ćemo koristiti termine količina i nominalna vrijednost obveznica B_0. U nastavku poglavlja uzimamo iste pretpostavke na sve obveznice B_t koje ćemo promatrati. Sljedeći dan, odnosno u periodu $t = 1$, država isplaćuje dospijele obveznice tiskanjem novca i prikuplja porez $P_1 s_1$. Definiramo P_1 kao razinu cijena u periodu $t = 1$. Endogena varijabla s_1 predstavlja primarni fiskalni suficit, koji je definiran kao pozitivna razlika između državnih prihoda i rashoda, bez uključivanja troškova kamata na javni dug [2], gdje negativna razina s_1 predstavlja primarni fiskalni deficit. Radi jednostavnosti zanemarujemo državnu potrošnju.

Budući da model djeluje do kraja prvog perioda, što si neformalno možemo predočiti kao kraj svijeta, pretpostavljamo da na kraju perioda nestaje potražnja za novcem i obvez-



Slika 1.1: Grafički prikaz dvoperiodnog modela.

nicama. Uvjet za ravnotežu dobivamo iz jednakosti ponude i potražnje za novcem, stoga slijedi $M_1 = 0$. Pod navedenim uvjetom dobivamo da realna vrijednost nominalnog duga, odnosno vrijednost tiskanog novca s kojim su isplaćene obveznice, mora biti jednaka vrijednosti prikupljenih poreza, odnosno

$$B_0 = P_1 s_1$$

$$\frac{B_0}{P_1} = s_1. \tag{1.1}$$

Detaljnije opišimo obilježja trenutka $t = 0$. Neka je s B_{-1} egzogeno dana nominalna vrijednost obveznica prodana u trenutku $t = -1$ s dospijećem u trenutku $t = 0$ i jediničnom isplatom te neka je s Q_0 dana cijena obveznice u trenutku $t = 0$. Ponovno pretpostavaljamo da država na početku perioda $t = 0$ tiska novac s kojim isplati dospijele obveznice B_{-1}. Uvjet vremenske ravnoteže novčanih tokova u na kraju perioda $t = 0$ dan je s

$$B_{-1} = P_0 s_0 + Q_0 B_0. \tag{1.2}$$

Prethodna jednakost govori kako realna vrijednost novca tiskanog za isplatu nominalne vrijednosti obveznica B_{-1} treba biti jednaka, odnosno podmirena s vrijednosti državnih prihoda koji se sastoje od poreza i prihoda od prodaje obveznica. Razina cijena određuje se tako da je zadovoljena gornja jednakost. Cijenu obveznice Q_0 definiramo uz pomoć nominalne kamatne stope i_0

$$Q_0 = \frac{1}{1 + i_0} = \beta \mathbb{E}_0 \left(\frac{P_0}{P_1} \right) = \frac{1}{R} \mathbb{E}_0 \left(\frac{P_0}{P_1} \right) \tag{1.3}$$

gdje u prvoj jednakosti koristimo diskontiranje novčanog toka, u ovom slučaju jedinične isplate obveznice. U drugoj jednakosti koristimo diskontnu stopu β, odnosno u trećoj nelinearni oblik Fisherovog identiteta koji glasi $i \equiv r + \pi^e$ [13], odnosno da je nominalna kamatna stopa jednaka realnoj, korigirano za inflaciju. Za sada pretpostavljamo konstantnu realnu kamatnu stopu. Uvrštavanjem 1.3 u uvjet ravnoteže novčanih tokova 1.2 i dijeljenjem s P_0 dobivamo

$$\frac{B_{-1}}{P_0} = s_o + \beta \mathbb{E}_0 \left(\frac{1}{P_1} \right) B_0.$$

Uvrštavanjem 1.1 u prethodni izraz izvodimo jednadžbu vrednovanja državnog duga u periodu $t = 0$ koja glasi

$$\frac{B_{-1}}{P_0} = s_o + \beta \mathbb{E}_0 (s_1). \tag{1.4}$$

Jednadžba pokazuje kako je vrijednost državnog duga u trenutku $t = 0$ jednaka sadašnjoj vrijednosti budućih primarnih poreznih suficita. Na primjeru jednostavnog dvoperiodnog modela izvodimo glavni zaključak fiskalne teorije razine cijena koji glasi: *razina cijena u proizvoljnom periodu t određena je zahtjevom da sadašnja vrijednost državnog duga bude jednaka sadašnjoj vrijednosti budućih poreznih suficita.* [9]

Rasprava i intucija fiskalne teorije razine cijena na primjeru dvoperiodnog modela

Uz pomoć jednadžbe vrednovanja državnog duga možemo odrediti razinu cijena. Neformalno promotrimo nastanak inflacije u predstavljenom modelu. Pretpostavimo da nije zadovoljen uvjet ravnoteže 1.1 zbog niske razine cijena P_1. Građanima su isplaćene dospijele obveznice B_0, no zbog manjih poreznih obveza relativno na B_0 građani imaju višak novca. Zbog nul-potražnje za novcem u periodu $t = 1$ građani kupuju dobra i usluge u većem obujmu i dolazi do rasta agregatne potražnje. Agregatna potražnja premašuje ponudu te posljedično dolazi do inflacije.

Fiskalnu teoriju razine cijena sagledavamo u uzroku rasta agregatne potražnje. Do rasta agregatne potražnje dolazi zbog prevelike količine novca u opticaju u odnosu na oporezivanje tj. fiskalnu poltiku. Prilikom određivanja razine cijena, fiskalna teorija razine cijena upućuje na međusobni utjecaj monetarne i fiskalne politike. Posebice naglašava važnost usklađenosti politika za postizanje ekonomskih ciljeva. Navedeno se suprostavlja klasičnim idejama kvantitativne teorije novca koja prilikom određivanja razine cijena zanemaruje fiskalnu komponentu. Teoriju je moguće poopćiti i na druga platežna sredstva, pod pretpostavkom da ih država odobri kao valjano platežno sredstvo za podmirivanje poreznih obveza.

Opisano vrednovanje državnog duga iz 1.1 moguće je poistovjetiti s vrednovanjem cijene dionice korištenjem modela diskontiranja dividendi. Model određuje vrijednost dionice kroz sadašnje vrijednosti budućih isplata dividendi [12]. Cijenu dionice poistovjećujemo s nominalnom vrijednosti državnog duga, a isplatu dividendi s poreznim suficitom. S navedenim smo ukazali kako fiskalna teorija razine cijena se zasniva na idejama korištenim u području upravljanja financijske imovine, što predstavlja novinu u teoriji inflacije.

Iako smo neformalo opisali uzrok nastanka inflacije, fiskalna teorija koju smo predstavili do sada ne pruža direktnu poveznicu između inflacije, poreza i deficita. Primjerice, uvjet ravnoteže 1.1 dopušta slučaj velikog deficita $s_0 < 0$ i državnog duga B_{-1} koji ne dovodi inflacije uslijed utjecaja očekivanja poreznog suficita s_1 zbog kojeg će biti zadovoljen navedeni uvjet ravnoteže. Kako bismo promotrili uzroke nastanka inflacije, u nastavku analiziramo utjecaj promjena varijabli B_0, s_0 i s_1 kao alata monetarne i fiskalne politike.

Utjecaj monetarne i fiskalne politike u dvoperiodnom modelu

Promotrimo provedbu monetarne i fiskalne politike u opisanom dvoperiodnom modelu te njihov samostalan i međusoban utjecaj na razinu cijena. U opisanom modelu država provodi monetarnu politiku određivanjem nominalne vrijednosti državnog duga B_0 i fiskalnu politiku definiranjem primarnih fiskalnih suficita, odnosno deficita s_0 i s_1.

Za dano ravnotežno stanje, promotrimo utjecaj prodaje veće količine duga B_0 na razinu cijene P_1 uz fiksne B_{-1}, s_0, s_1, pri čemu naglašavamo da se razina cijena P_0 također ne mijenja. Rast B_0 povlači rast realne vrijednosti suficita $\beta\mathbb{E}_0(s_1)$ zbog 1.1 i pretpostavke konstantne realne kamatne stope. Detaljnim raspisom uvjeta ravnoteže 1.1 i korištenjem 1.3 imamo

$$\begin{aligned}
\frac{B_{-1}}{P_0} &= s_0 + \beta\mathbb{E}_0[s_1] \\
&= s_0 + \beta\mathbb{E}_0\left[\frac{1}{P_1}\right]B_0 \\
&= s_0 + \frac{Q_0}{P_0}B_0.
\end{aligned}$$

Zaključujemo da povećanje B_0 slijedi smanjenje cijene obveznice Q_0, odnosno rast nominalne kamatne stope i_0 i razine cijena P_1, dok realna vrijednost prihoda od prodaje duga $\frac{Q_0B_0}{P_0}$u $t = 0$ ostaje ista. U opisanom primjeru zanemarili smo primjenu fiskalne politike i ograničili se na pretpostavku konstantnih vrijednosti s_0 i s_1. Cilj nam je u nastavku proširiti promatranja.

Umjesto eksplicitnog povećanja nominalne vrijednosti duga B_0, središnja banka provodi monetarnu politiku postavljanem ciljanje kamatne stope i_0 stavljajući u opticaj obveznice po cijeni obzirom na i_0. Postavljanje ciljane kamatne stope utječe na inflaciju kroz relaciju 1.3, odnosno središnja banka određuje očekivanu stopu inflacije postavljanjem ciljane kamatne stope kroz

$$\frac{1}{1+i_0} = \beta \mathbb{E}_0 \left[\frac{P_0}{P_1} \right].$$

Može se pokazati kako fiskalna politika utječe na neočekivanu stopu inflacije. Opširnije o tome u višeperiodnom modelu.

Međuovisnost fiskalne i monetarne politike

Promotrimo kako definiranje fiskalne politike utječe na monetarnu politiku te posljedične implikacije na razinu cijena. Pretpostavimo da država odluči voditi deficit $s_0 < 0$. Promotrimo načine na koje država može financirati navedeni deficit. Intuitivno možemo pretpostaviti da će navedeno uključivati zaduživanje, odnosno povećanje nominalne vrijednosti duga B_0. Najprije, pokažimo da će povećanjem nominalne vrijednosti duga B_0 i fiskalnih suficita s_1 država moći financirati deficit s_0.

Pretpostavimo da država poveća nominalnu vrijednost duga B_0 i fiskalne suficite s_1. Ako je povećanje proporcionalno, iz 1.1 vidimo da ne dolazi do utjecaja na razinu cijena P_1. Iz 1.4 zaključujemo da dolazi do povećanja realne vrijednosti duga $\frac{Q_0 B_0}{P_0}$ u periodu $t = 0$ i realnih prihoda od prodaje duga. U slučaju deficita s_0, naveden višak prihoda može se koristiti za njegovo financiranje pri ćemu se održava razina cijena P_0.

Izvedimo isti zaključak obratnom implikacijom. Pretpostavimo da je država smanjila s_0 za $\Delta s_0 < 0$, odnosno vodi deficit. U prvom slučaju, pretpostavimo da država najavljuje povećanje suficita s_1 u periodu $t = 1$ za $-R\Delta s_0$. Iz 1.4 slijedi da se sadašnja vrijednost duga, koja je definirana kao trenutna vrijednost budućih fiskalnih suficita, ne mijenja. Stoga razina cijena P_0 ostaje ista. U periodu $t = 0$ država tiska novac kako bi isplatila obveznice realne vrijednosti $\frac{B_{-1}}{P_0}$. Država mora pokriti vrijednost tiskanog novca, a kako se ne može se pokriti iz deficita s_0, raste realna vrijednosti prodaje obveznica u periodu $t = 0$, odnosno duga $\frac{Q_0 B_0}{P_0}$. Zaključujemo da država prodaje veću vrijednost nominalnog duga B_0. Fiskalna politika izravno je utjecala na monetarnu, pod pretpostavkom zadržavanja ravnotežnog stanja.

U drugom slučaju, pretpostavimo da država vodi deficit s_0, no ne najavljuje povećanje suficita s_1. Iz 1.4 slijedi povećanje razina cijena P_0. Realna vrijednost duga u periodu

$t = 0$, $\frac{Q_0 B_0}{P_0} = \beta \mathbb{E}_0[s_1]$ ostaje nepromjenjena. Dolazi do inflacije u periodu $t = 0$, no nema utjecaja ne monetarnu politiku.

U trećem slučaju, pretpostavimo da država uz deficit s_0, također najavi vođenje deficita s_1 u sljedećem periodu. Iz 1.4 jasno vidimo da dolazi do povećanja razine cijena, većeg nego li u drugom slučaju, stoga i do veće stope inflacije. Realna vrijednost duga u periodu $t = 0$, $\frac{Q_0 B_0}{P_0} = \beta \mathbb{E}_0[s_1]$ pada.

Kao što smo vođenje monetarne politike poistovjetili s postavljanjem nominalne kamatne stope, u nastavku ćemo odluke fisklane politike poistovjetiti s definiranjem ciljane razine cijena. Navedeni mehanizam pruža alternativu dosadašnjem shvaćanju fiskalne politike kao eksplicitno određivanje vrijednosti s_1. Navedeno uvodimo s ciljem realističnijeg modeliranja provođenja fiskalne politike.

Pretpostavimo da država provodi fiskalnu politiku tako da definira ciljanu razinu cijena P_1^*. Razina primarnog fiskalnog suficita s_1 posljedično se određuje na sljedeći način

$$s_1 = \frac{B_0}{P_1^*}. \tag{1.5}$$

Uvjet ravnoteže iz dvoperiodnog modela 1.1 sada postaje $P_1 = P_1^*$. Ciljana razina cijena može biti definirana na razne načine, primjerice određena ciljanom cijenom zlata, deviznog tečaja itd. U slučaju $P_1 > P_1^*$, država smanjuje razinu cijena P_1 povećavanjem primarnog poreznog suficita s_1. Obratno, u slučaju $P_1 < P_1^*$, država daje veće fiskalne poticaje (pr. fiskalna davanja) čime smanjuje razinu s_1. Uvjet ravnoteže 1.4 postaje

$$\frac{B_{-1}}{P_0} = s_o + \beta \mathbb{E}_0 \left[\frac{B_0}{P_1^*} \right]. \tag{1.6}$$

Odluku o fiskalnim suficitima, umjesto eksplicite najave razine s_1, sada možemo poistovjetiti s državnom najavom povećanja suficita potrebnih za otplatu duga B_0 obzirom na definiranu razinu cijena P_1^*.

Pokažimo da o implikacijama monetarne politike ovisi način na koji je zadana fisklana politika. Pretpostavimo da država poveća nominalnu vrijednost duga B_0, a pri tome ne mijenja fiskalnu politiku, odnosno neka su dane nepromijenjene razine s_0 i s_1. Kao što smo opisali na početku, povećanje B_0 u 1.1 slijedi povećanje razine cijena P_1, dok P_0 ostaje ista. Neka je sada vrijednost s_1 zadana s relacijom 1.5. Nastavljamo s pretpostavkom da ne dolazi do promjene fiskalne politike, pri tome smatramo da vrijednosti s_0 i 1.5 ostaju iste. Povećanje B_0 dovodi do povećanja suficita s_1 zbog uvjeta $P_1 = P_1^*$. Iz 1.6 slijedi povećanje sadašnje vrijednosti budućih suficita, odnosno realne vrijednosti duga, odnosno do smanjenja razine cijena P_0. Raste realna vrijednost prihoda od prodaje duga.

Definiranje pravila fiskalne politike na prethodno opisan način uz prodaju veće realne vrijednosti duga može se koristiti za financiranje postojećeg deficita $s_0 < 0$. Država u tom slučaju može financirati deficit bez stvaranja inflacije. Suprotno tome, ako povećanje prodaje obveznica uzimamo kao isključivo alat monetarne politike, dolazi do povećanja razina cijena P_1, odnosno stvaranja inflacije.

Pokažimo sada različite učinke monetarne politike obzirom na fiskalnu politiku kada monetarna pravila definiramo postavljanjem ciljane kamatne stope i_0. Ako pretpostavimo nepromjenjenu fiskalnu politiku zadanu s s_0 i s_1, tada povećanje i_0 utječe na rast očekivane inflacije kroz relaciju $\frac{1}{1+i_0} = \beta \mathbb{E}_0 \left[\frac{P_0}{P_1} \right]$, odnosno zadržavanje P_0 i povećanje razine cijena P_1. Ako pretpostavimo nepromjenjenu fiskalnu politiku s $P_1 = P_1^*$, tada rast i_0 slijedi smanjenje P_0 što dovodi do rasta očekivane inflacije. Posljedično, dolazi do pada trenutne stope inflacije $\frac{P_0}{P_{-1}}$. Navedeno je u suprotnosti s uvaženim Fisherovim identitetom koji glasi $i \equiv r + \pi^e$ [13]. Zbog smanjenja razine cijena P_0, realna vrijednost tiskanog novca za isplatu duga u $t = 0$ raste. Kako vrijedi pretpostavka fiksnog s_0, raste sadašnja vrijednost budućih suficita s čime se najavljuje fiskalna kontrakcija.

Rast kamatne stope inducirala je fiskalnu kontrakciju. Pokazali smo kako monetarna politika dovodi do neočekivanog rezultata zbog različitih pravila fiskalne politike. Provedbom monetarne politike ne mijenja se fiskalno pravilo, no mijenjaju se varijable koje određuju fiskalnu politiku. Indirektno dolazi do promjena fiskalne politike. Navedeni mehanizam pretstavlja ključni uvid fiskalne teorije razine cijena. Cilj je poopćiti razmatranja na realističnije ekonomske modele.

1.2 Višeperiodni model

Višeperiodni model predstavlja generalizaciju dvoperiodnog modela iz prethodnog poglavlja, pri čemu umjesto dva trenutka uvodimo prebrojive diskretne trenutke. Pretpostavljamo da ekonomija započinje s egzogeno zadanim dugom B_{-1}. Neka na kraju svakog vremenskog perioda $t-1$, gdje $t = 1, 2, 3\dots$ država izdaje jednoperiodne obveznice B_{t-1} bez kupona po cijeni Q_{t-1} koje isplaćuje tiskanjem novca na početku perioda t. Na kraju perioda t država prikuplja porez s_t i ponavlja prodaju obveznica B_t po cijeni Q_t. Za svaki period $t = 1, 2, 3\dots$ državno budžetsko ograničenje dano je s

$$M_{t-1} + B_{t-1} = P_t s_t + M_t + Q_t B_t$$

gdje M_{t-1} označava novac koji se prenosi iz perioda $t-1$ u t na koji se ne plaća kamata. Ponavnljamo jednu od ideja fiskalne teorije: novac je oblik kratkoročnog bezkamatnog državnog duga. Promotrimo reprezentativno kućanstvo. Reprezentativno kućanstvo maksimizira korisnost obzirom na sve razine potrošnje $\{c_t : t = 0, 1, 2 \dots\}$

$$\mathbb{E}_0\left[\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(c_t)\right].$$

Budžetska ograničenja kućanstva u svakom periodu t dana su s

$$M_{t-1} + B_{t-1} + P_t y = P_t c_t + P_t s_t + M_t + Q_t B_t$$

gdje pretpostavljamo konstantan prihod $y = y_t$, $\forall t$. Kućanstvo u period t prenosi novac M_{t-1}, nominalne obveznice B_{t-1}, ostvaruje prihod $P_t y$, potrošnju $P_t c_t$, plaća poreze $P_t s_t$, kupuje obveznice B_t i posjeduje novac M_t. Za proizvoljan period t, cijena obveznice Q_t dana je s

$$Q_t = \frac{1}{1+i_t} = \beta\mathbb{E}_t\left[\frac{P_t}{P_{t+1}}\right] = \frac{1}{R}\mathbb{E}_t\left[\frac{P_t}{P_{t+1}}\right] \tag{1.7}$$

gdje je s i_t zadana nominalna kamatna stopa u trenutku t, β diskontni faktor u ovisnosti o realnoj kamatnoj stopi. Kada vrijedi $i_t > 0$ tada kućanstvo nema potražnju za novcem, odnosno $M_t = 0$ budući da kupovina obveznice u sljedećom vremenskom periodu daje veću isplatu od posjedovanja novca M_t. U slučaju $i_t = 0$, novac i obveznice su savršeni supstituti. Pretpostavljamo $i_t \geq 0$, stoga možemo zanemariti M_t te korištenjem uvjeta ravnoteže $y = c_t$ $\forall t$ dobivamo

$$B_{t-1} = P_t s_t + Q_t B_t \tag{1.8}$$

$$\frac{B_{t-1}}{P_t} = s_t + \frac{Q_t B_t}{P_t}.$$

Uvrštavanjem cijene obveznice 1.7 u budžetsko ograničenje kućanstva i dijeljenjem s P_t dobivamo

$$\frac{B_{t-1}}{P_t} = s_t + \beta B_t \mathbb{E}_t\left[\frac{1}{P_{t+1}}\right].$$

Navodimo uvjet transverzalnosti kućanstva

$$\lim_{T\to\infty}\left(\beta^T\mathbb{E}_T\left[\frac{B_{T-1}}{P_T}\right]\right) = 0. \tag{1.9}$$

Izvod uvjeta u cjelosti se nalazi u [9]. Korištenjem uvjeta transverzalnosti i iteracijom prethodne jednakosti dobivamo

$$\frac{B_{t-1}}{P_t} = \mathbb{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\beta^j s_{t+j}\right]. \tag{1.10}$$

Promotrimo prethodni izraz za proizvoljan trenutak t. Dug B_{t-1} je prethodno dan. Desna strana predstavlja sadašnju vrijednost budućih fiskalnih suficita te ne ovisi o razini cijene u trenutku t. Dobili smo poopćenje 1.4. Ponavljamo glavnu ideju fiskalne teorije, ovaj puta poopćenjem u diskretnom model: realna vrijednost nominalnog duga jednaka je sadašnjoj vrijednosti budućih fiskalnih suficita. Uz pomoć fiskalne teorije možemo odrediti razinu cijena P_t.

Ponovnim promatranjem relacije 1.10 uočavamo da jednoperiodnu obveznicu B_{t-1} vrednujemo s beskonačno mnogo budućih fiskalnih suficita. Suprotno tome, očekivali bismo da je vrijednost bilokakve jednoperiodne obveze vezana isključivo za vrijednosti u ovisnosti o jednom periodu. Navedeno promišljanje vrijedi u dvoperiodnom modelu, no pomnijim promatranjem uviđamo da u višeperiodnom modelu dopuštamo mogućnost refinanciranja duga što implicira budžetsko ograničenje 1.8. Osim isplaćivanja dospijelih obveznica fiskalnim suficitom, država može dospijele obveznice u periodu t djelomično ili potupno isplatiti izdavanjem novih jednoperiodnih obveznica koje će isplatiti u periodu $t+1$ fiskalnim suficitom ili ponavljanjem postupka. Kako bi opisano refinanciranje duga bilo održivo, država mora uvjeriti investitore kako će budući fiskalni suficiti podmiriti dugovanja ili kako će uspjeti ponovno refinancirati dug u sljedećim periodima. U protivnom, državna dugovanja u trenutku t moraju se podmiriti iz fiskalnih suficita u trenutku t, čime smo ponovno u uvjetima dvoperiodnog modela.

Utjecaj monetarne i fiskalne politike u višeperiodnom modelu

Kao i u dvoperiodnom modelu, promotrimo provedbu monetarne i fiskalne politike te njihov samostalan i međusoban utjecaj na razinu cijena. Država provodi monetarnu politiku određivanjem nominalne vrijednosti državnog duga B_t, $\forall t = 0, 1, 2\ldots$ i fiskalnu politiku utjecajem na primarne fiskalne suficite, odnosno deficite s_t, $\forall t = 0, 1, 2\ldots$ U nastavku promatramo zaseban i međusoban utjecaj monetarne i fiskalne politike na razine cijena.

Fiskalna politika i neočekivana inflacija

U nastavku konstruiramo alate za promatranje inflacije kao u [9] definirajući pojmove očekivane i neočekivane inflacije.

Prema [4] inflaciju definiramo kao stopu promjene razine cijena, odnosno u proizvoljnom trenutku $t+1$ kao $\pi_{t+1} = \frac{P_{t+1}}{P_t}$. Očekivanu inflaciju u periodu $t+1$ definiramo s $\mathbb{E}_t \pi_{t+1} = \mathbb{E}_t \frac{P_{t+1}}{P_t}$. Neočekivanu inflaciju u periodu $t+1$ definiramo kao razliku realne i očekivane inflacije, odnosno s $\Delta\mathbb{E}_{t+1}\pi_{t+1} := \pi_{t+1} - \mathbb{E}_t\pi_{t+1}$, što možemo neformalno zapisati kao $\Delta\mathbb{E}_{t+1}\pi_{t+1} = (\mathbb{E}_{t+1} - \mathbb{E}_t)(\pi_{t+1})$.

Zapišimo ponovno 1.10 s pomaknutim indeksima

$$\frac{B_t}{P_{t+1}} = \mathbb{E}_{t+1}\left[\sum_{j=0}^{\infty}\beta^j s_{t+1+j}\right]. \tag{1.11}$$

Pomnožimo lijevu stranu s $\frac{P_t}{P_t}$ i uzimanjem očekivanja $\mathbb{E}_t$ i $\mathbb{E}_{t+1}$ dobivamo

$$\frac{B_t}{P_t}\mathbb{E}_t\left[\frac{P_t}{P_{t+1}}\right] = \mathbb{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\beta^j s_{t+1+j}\right] \tag{1.12}$$

$$\frac{B_t}{P_t}\mathbb{E}_{t+1}\left[\frac{P_t}{P_{t+1}}\right] = \mathbb{E}_{t+1}\left[\sum_{j=0}^{\infty}\beta^j s_{t+1+j}\right]. \tag{1.13}$$

gdje u drugoj i trećoj jednakosti koristimo da su $\mathbb{E}_t, \mathbb{E}_{t+1}$ nezavisni od P_t i B_t te da vrijedi $\mathbb{E}_t[\mathbb{E}_{t+1}[X]] = \mathbb{E}_t[X]$ za $\forall X$ zbog svojstva matematičkog očekivanja. Uzimanjem razlike prethodnih jednadžbi dobivamo

$$\frac{B_t}{P_t}\Delta\mathbb{E}_{t+1}\left[\frac{P_t}{P_{t+1}}\right] = \Delta\mathbb{E}_{t+1}\left[\sum_{j=0}^{\infty}\beta^j s_{t+1+j}\right]$$

gdje kao i prethodno uzimamo neformalnu notaciju $\Delta\mathbb{E}_{t+1} \equiv (\mathbb{E}_{t+1} - \mathbb{E}_t)$. Desnu stranu tumačimo kao promjenu očekivanja sadašnje vrijednosti budućih fiskalnih suficita u $t+1$ obzirom na očekivanja u t. Zaključujemo da je neočekivana inflacija u $t+1$ određena promjenom očekivanja sadašnje vrijednosti budućih fiskalnih suficita. Provođenjem fiskalne politike u trenutku $t+1$ država izravno utječe na primarni fiskalni suficit s_{t+1} i očekivanja s_{t+j}. Ako postoji odstupanje ishoda fiskalne politike od postavljenih očekivanja, kao i najave budućih promjena u fiskalnoj politici, dolazi do neočekivane inflacije.

Monetarna politika i očekivana inflacija

Množenjem jednakosti 1.12 s β, korištenjem definicije cijene obveznice 1.7 i prilagođavanjem brojača j s desne strane dobivamo

$$\frac{Q_t B_t}{P_t} = \frac{B_t}{P_t}\frac{1}{1+i_0} = \frac{B_t}{P_t}\beta\mathbb{E}_t\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \mathbb{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\beta^j s_{t+j}\right].$$

Jednakost govori da je realni prihod od prodaje duga u periodu t jednak sadašnjoj vrijednosti budućih primarnih fiskalnih suficita. Treća jednakost govori o očekivanoj inflaciji.

Pretpostavimo da država odluči povećati nominalnu vrijednost duga B_t bez promjene fiskalne politike, odnosno $s_{t+j}, \forall j$. Razina cijena P_t određena je prethodnim periodom s 1.10. Posljedično, u periodu t ne dolazi do promjene P_t, nego kamatne stope i_t i cijene obveznice Q_t. Iz prethodne jednakosti vidimo da desna strana ostaje ista, stoga npr. 1% povećanje B_t slijedi 1% smjanjenje Q_t, odnosno realna vrijednost prihoda od prodaje duga ostaje ista. Cijena obveznice 1.7 u periodu t vezana je uz očekivanu inflaciju u periodu $t+1$. Kako smo pokazali da povećanjem B_t dolazi do prilagodbe cijene obveznice, slijedi da dolazi do promjene očekivane inflacije $\mathbb{E}_t \pi_{t+1}$. Zaključujemo da provedbom monetarne politike, država utječe na očekivanu stopu inflacije. Osim promjene nominalne vrijednosti duga B_t, država provodi monetarnu politiku definiranjem ciljane nominalne kamatne stope i_t. Tada analogno utječe na očekivanu stopu inflacije.

U dosadašnjem modelu, možemo neformalno reći da monetarna politika definira familiju trajektorija razina cijena, a fiskalna politika određuje jednu trajektoriju. Uz egozogeno dani B_{-1} fiskalna politika u periodu $t = 0$ definira prvi šok na razinu cijena. U svakom narednom periodu t , monetarna politika utječe na vrijednosti očekivane inflacije, dok fiskalna stvara fiskalni šok (odnosno određuje neočekivanu inflaciju). Navedeno nam pruža intuiciju za razumijevanje važnosti međuovisnosti fiskalne i monetarne politike i njihovog zajedničkog utjecaja na razinu inflacije.

Fiskalna teorija monetarne politike

Linearizacijom 1.7 dobivamo

$$i_t \approx r + \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}]. \tag{1.14}$$

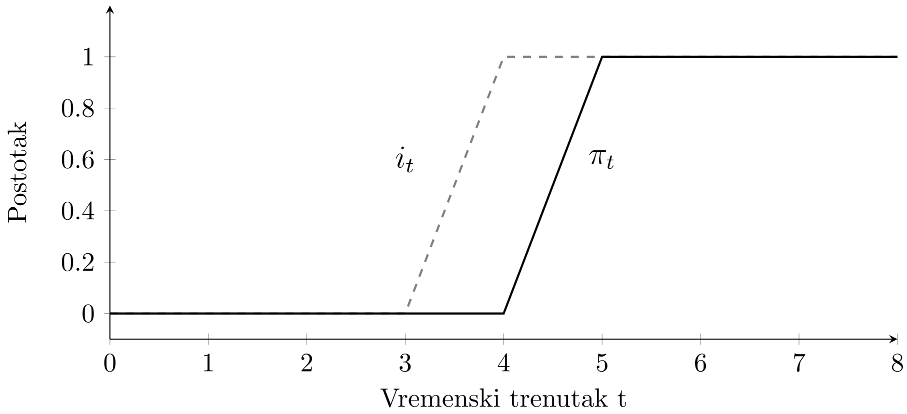
gdje r predstavlja realnu kamatnu stopu. Dobili smo zapis Fisherovog identiteta koji glasi $i \equiv r + \pi^e$ [13] . U nastavku zanemarujemo realnu kamatnu stopu r i promatramo i_t kao vrijednost monetarnog šoka, odnosno odstupanja od ravnotežnog stanja r. Realnu vrijednost duga u periodu t definiramo s $V_t := \frac{B_t}{P_t}$. Primarni suficit u $t+j$ skaliran obzirom na realnu vrijednost duga iz perioda t definiramo s $\tilde{s}_{t+j} := \frac{s_t}{V_t}$. Iz 1.13 slijedi

$$\Delta\mathbb{E}_{t+1}[\pi_t] = -\Delta\mathbb{E}_{t+1}\left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \tilde{s}_{t+1+j}\right] = -\varepsilon_{\Sigma s,t+1} \tag{1.15}$$

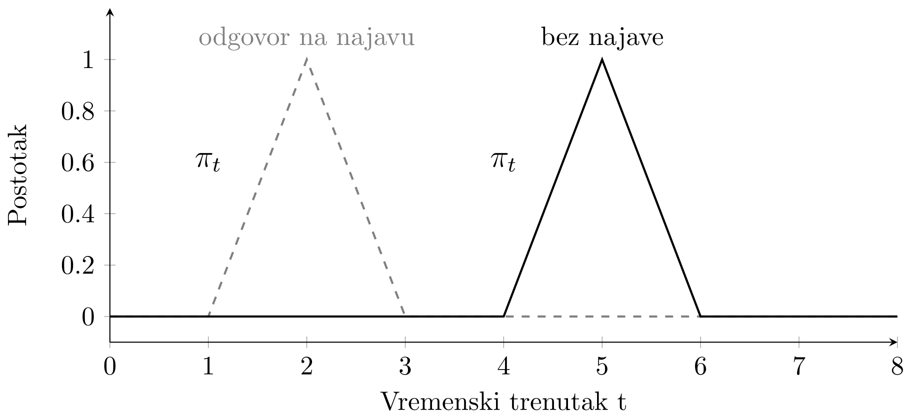
gdje $\varepsilon_{\Sigma s,t+1}$ označava promjenu, odnosno fiskalni šok, trenutne vrijednosti budućih fiskalnih suficita, skalirano za realnu vrijednost duga. Dobili smo jednostavni model fiskalne teorije monetarne politike određen s

$$i_t = \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] \tag{1.16}$$

$$\Delta\mathbb{E}_{t+1}[\pi_{t+1}] = -\varepsilon_{\Sigma s,t+1}.$$



Slika 1.2: Odgovor na monetarni šok. Izvor: [9].



Slika 1.3: Odgovor na najavu u $t = 2$ fiskalnog šoka u $t = 5$. Odgovor na fiskalni šok bez najave u $t = 5$. Izvor: [9].

Iz definicije neočekivane inflacije slijedi

$$\pi_{t+1} = \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] + \Delta\mathbb{E}_{t+1}[\pi_{t+1}].$$

Uvrštavanjem prethodnog izraza u gornji model, dobivamo rješenje modela

$$\pi_{t+1} = i_t - \varepsilon_{\Sigma s,t+1}. \tag{1.17}$$

Prikazali smo inflaciju kao funkciju monetarnog i fiskalnog šoka koji predstavljaju učinke monetarne, odnosno fiskalne politike. Promotrimo kako promjena egzogenih varijabli utječe na engogenu varijablu, odnosno inflaciju. Grafički prikaz funkcije impulsnog odziva 1.17 dan je na 1.2, gdje je prikazana postotna promjena inflacije obzirom na promjenu kamatne stope od jedne standardne devijacije te analogno za 1.3 fiskalni šok.

Pretpostavimo da u periodu t država postavlja novu ciljanu kamatnu stopu, odnosno stvara monetarni šok. Tada dolazi do inflacije u periodu $t+1$. Promotrimo učinak prethodne najave monetarnog šoka. Pretpostavimo da je država u periodu $t-k$, gdje $k < t$ proizvoljan, najavila monetarni šok za period t. Posljedično dolazi do povećanja $\mathbb{E}_{t-k}[i_t]$, a zbog 1.16 raste vrijednost $\mathbb{E}_t[\pi_{t+1}]$. Na 1.2 prikazan je primjer monetarnog šoka u $t = 3$ i , ekvivalentni ishod za najavljeni i nenajavljeni šok. Pokazali smo da u višeperiodnom modelu najava monetarnog šoka dovodi do istog učinka na inflaciju kao i monetarni šok bez najave.

Pretpostavimo provođenje fiskalne politike stvaranjem negativnog fiskalnog šoka u periodu $t+1$, pri čemu se monetarna politika ne mijenja. Bez smanjenja općenitosti, neka je $\varepsilon_{\Sigma s,t+1} = -1$. Slijedi jednoperiodna inflacije π_{t+1}, što vidimo iz 1.17. Promotrimo sada utjecaj fiskalnog šoka uz najavu. Pretpostavimo da u periodu $t-k$ najavljujemo fiskalni šok za period $t+1$. Fiskalni šok definirali smo kao promjenu sadašnje vrijednosti budućih suficita. Uslijed najave dolazi do prilagođavanja očekivanja, iz 1.17 slijedi povećanje trenutne razine inflacije. Kako se buduća očekivanja također prilagođavaju fiskalnom šoku, najava fiskalnog šoka uzrokuje jednoperiodnu inflaciju. Na 1.3 prikazan je odgovor na najavu fiskalnog šoka i odgovor na fiskalni šok bez najave.

Promotrimo međuvosinost fiskalne i monetarne politike u višeperiodnom modelu na primjeru povećanja nominalnih kamatnih stopa i neočekivane fiskalne kontrakcije. Za potrebe daljnjeg razmatranja, kao i u dvoperiodnom modelu, uvedimo novo pravilo fiskalne politike. Pretpostavimo da država provodi fiskalnu politiku definiranjem ciljane razine cijena $\{p^*_{t+1}, p^*_{t+2} \dots\}$ Neka središnja banka podiže kamatnu stopu i_t u periodu t. Iz 1.16 slijedi povećanje razine očekivane inflacije. Kako je p^*_{t+1} fiksno, a vrijedi $i_t = \mathbb{E}_t[p^*_{t+1} - p_t]$, dolazi do smanjenja razine cijena p_t. Obveznice postaju jeftinije i dolazi do povećanja prodaje. Kako bi se održala ravnoteža i vrijedilo $p_{t+1} = p^*_{t+1}$ inducira se fiskalna kontrakcija. Rast fiskalnih suficita snižava neočekivanu razinu inflacije, stoga i inflaciju $\Delta\mathbb{E}_t[\pi_t] = \Delta\mathbb{E}_t[p_t] - p_{t-1}$. Opisana dinamika naglašava važnost međuovisnosti fikalne i monetarne politike za održavanje ravnoteže razine cijena.

Važno je naglasiti da zaključke izvodimo na modelu bez frikcija s fleksibilnim cijenama, stoga podsjećamo da rezultati mogu biti nerealistični. Ipak, pomoću modela s elementarnim pretpostavkama pokazali smo važnost fiskalnog utjecaja u provedbi monetarne politike.

Taylorovo pravilo

Uvodimo Taylorovo pravilo koje specificira pravilo monetarne politike, odnosno način određivanja ciljane kamatne stope. Prema [14] Taylorovo pravilo formalno definiramo kao

$$i_t = \Phi\left(\frac{\Pi_t}{\Pi_t^*}; v_t\right)$$

gdje je s Π_t^* dana ciljana stopa inflacije, v_t egzogeni poremećaj i $\Phi(; v)$ rastuća funkcija po v. Taylorovo pravilo govori da središnja banka definira ciljanu kamatnu stopu uzimajući u obzir tekuću inflaciju i egzogene šokove. Uzimanjem logaritama Taylorovo pravilo možemo definirati na sljedeći način kao u [9]

$$i_t = \theta\pi_t + u_t$$

$$u_t = \eta u_{t-1} + \varepsilon_{i,t}$$

gdje π_t predstavlja odstupanje inflacije od ciljane razine π_t^*, u predstavlja slučajni proces autoregresije reda jedan i ε pripadni proces bijelog šuma. Slučajni proces u modelira sklonost središnje banke za ponovno odstupanje od zadanog pravila obzirom na odstupanje u prethodnom periodu. Pomoću u_t modeliramo egzogeni šok. Dobiveni model u potpunom obliku dan je s

$$\begin{aligned} i_t &= E_t\pi_{t+1} \\ \Delta E_{t+1}\pi_{t+1} &= -\varepsilon_{\Sigma s,t+1} \\ i_t &= \theta\pi_t + u_t \\ u_t &= \eta u_{t-1} + \varepsilon_{i,t}. \end{aligned}$$

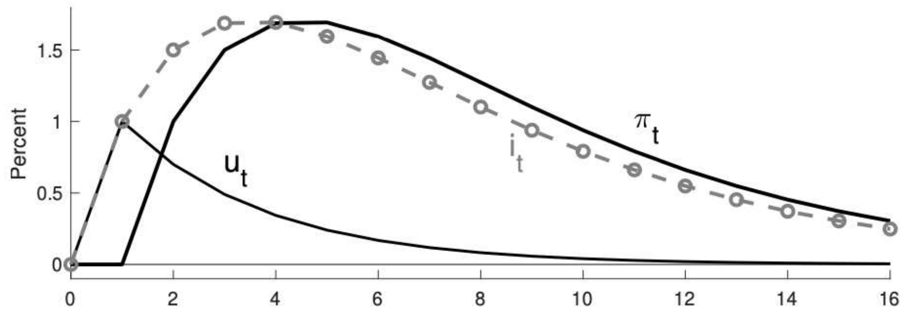
Uvrštavanjem izraza za i_t vrijedi

$$\begin{aligned} E_t\pi_{t+1} &= \theta\pi_t + u_t \\ \Delta E_{t+1}\pi_{t+1} &= -\varepsilon_{\Sigma s,t+1}. \end{aligned}$$

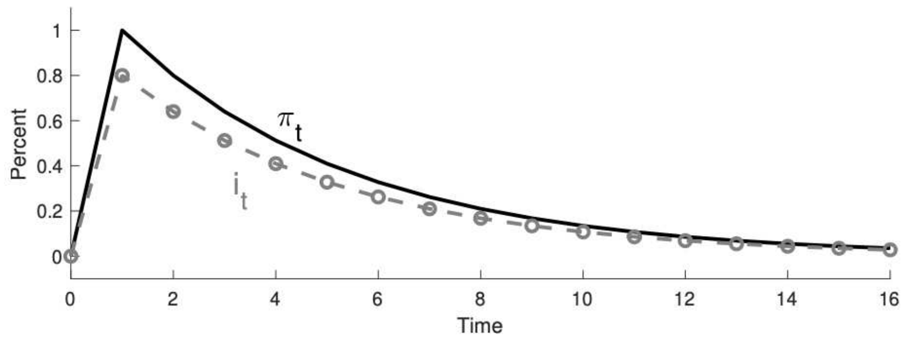
Korištenjem 1.17 dobivamo rješenje modela

$$\pi_{t+1} = \theta\pi_t + u_t - \varepsilon_{\Sigma s,t+1}.$$

Promotrimo odgovor na jedinični monetarni šok dan s $\varepsilon_{i,1} = 1$. Na grafu 1.4 prikazana je funkcija impulsnog odziva po primjeru iz [9]. Uzeti su parametri $\eta = 0.7, \theta = 0.8$. Primjećujemo da egzogeni monetarni šok uzrokuje povećanje inflacije u sljedećem periodu kao i u 1.2. Uočavamo da dolazi do stabilizacije modela zbog korištenja Taylorovog pravila. Kada bismo niz vrijednosti $\{i_t\}$ uvrstili u jednostavni model bez Taylorovog pravila,



Slika 1.4: Odgovor na monetarni šok. Ciljana kamatna stopa defnirana je Taylorovim pravilom. Izvor: [9].



Slika 1.5: Odgovor na fiskalni šok u proširenom modelu s Taylorovim pravilom. Izvor: [9]

.

odnosno kada vrijedi samo $i_t = \mathbb{E}_{\approx}\pi_{t+1}$, dobili bismo isti prikaz funkcije impusnog odziva. Zaključujemo da uvrštavanjem Taylorovog pravila modeliramo endogeno postavljanje ciljane kamatne stope, no odgovor inflacije na monetarni šok ostaje isti.

Promotrimo odgovor na egzogeni fiskalni šok dan s $\varepsilon_{\Sigma s,1} = -1$. Na 1.5 prikazana je funkcija impulsnog odziva po primjeru iz [9]. Uzeti su parametri $\eta = 0.7, \theta = 0.8$. Kao i u 1.3, fiskalni šok uzrokuje nastanak inflacije u istom periodu, no uočavamo da ne dolazi do stabilizacije u sljedećem periodu. Fiskalni šok u prvom periodu uzrokuje stvaranje neočekivane inflacije u istom periodu $\Delta E_1\pi_1$, no utjecaj na očekivanu inflaciju u sljedećim periodima doprinosi Taylorovo pravilo, odnosno $\theta\pi_t$ i proces u_t.

Poglavlje 2

Osnovni Novokeynezijanski model

Novokeynezijanski makroekonomski model je dinamički stohastički model opće ravnoteže s mikroekonomskim osnovama. Model predstavlja jedan od najutjecajnijih alata središnjih banaka za provođenje monetarne politike. U osnovnom obliku, model se sastoji od dvije jednadžbe: IS krivulje 2.1 i Novokeynezijanske Phillipsove krivulje 2.2

$$x_t = \mathbb{E}_t[x_{t+1}] - \sigma(i_t - \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}]) \tag{2.1}$$

$$\pi_t = \beta\mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] - \kappa x_t. \tag{2.2}$$

Jednadžbe predstavljaju generalizaciju jednostavnog modela $i_t = \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}]$, kojeg smo promatrali u prvom poglavlju 1.16, uz pretpostavku nefleksibilnih cijena. Zbog postepene prilagodbe nominalnih cijena, središnje banke promjenom nominalne kamatne stope mogu utjecati na ravnotežno stanje ekonomije, barem u kratkom roku. Pretpostavka o nefleksibilnim cijenama važna je zbog realističnijeg modeliranja stvarnih ekonomskih karakteristika. Osnovni model razvijamo u skladu s [10].

2.1 Pretpostavke modela

Razvijamo osnovni dinamički stohastički model opće ravnoteže s mikroekonomskim osnovama. Makroekonomske jednadžbe izvode se iz jednadžba koje opisuju ponašanja ekonomskih subjekata, odnosno iz maksimiziranja korisnosti potrošača i profita proizvođača. Za pojedinu maksimizaciju ovdojeno promatramo reprezentativno kućanstvo i poduzeće zbog pretpostavke o racionalnim očekivanjima. Navodimo ključne pretpostavke modela:

- *Monopolistička kokurencija.* Pretpostavljamo oblik nesavršene kokurencije u kojoj sudjeluje velik broj poduzeća koji proizvode međusobno različita dobra, koja su bliski supstituti. Svako poduzeće određuje cijenu dobra s ciljem maksimizacije profita.

- *Nominalna rigidnost.* Poduzećima su postavljeni uvjeti na mijenjanje cijena dobara. Pretpostavku modeliramo uz pomoću Calvo mehanizma prilagodbe cijena, koji u svakom diskretnom trenutku postavlja vjerojatnost promjene cijene.

- *Neneutralnost monetarne politike u kratkom roku.* Promjene nominalne kamatne stope nisu praćene odgovarajućom promjenom očekivane inflacije u kratkom roku, što dovodi do promjene realne kamatne stope. Navedeno uzrokuje promjene u potražnji, te posljedično proizvodnji. U dugom roku dolazi do usklađivanja cijena i nadnica.

Kućanstvo

Promatramo jedno reprezentativno kućanstvo s neograničenim vijekom življenja. Kućanstvo donosi odluke s ciljem maksimizacije korisnosti obzirom na budžetska ograničenja. Funkcija cilja zadana je Eulerovom jednadžbom za potrošače, odnosno s

$$\mathbb{E}_0\left[\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t U(C_t, N_t)\right] \tag{2.3}$$

gdje $U(C_t, N_t)$ pretstavlja funkciju korisnosti u ovisnosti o C_t, potrošačkom indeksu kućanstva u trenutku t i N_t, satima rada u trenutku t, a β diskontni faktor koji označava koliko kućanstvo više, odnosno manje, preferira buduću obzirom na današnju potrošnju. Pretpostavljamo da je $U(C_t, N_t)$ neprekidna i dva puta diferencijalna. Potrošački indeks kućanstva C_t definiramo nad svim dobrima koje poistovjećujemo s jediničnim intervalom $[0, 1]$ na sljedeći način

$$C_t = \left(\int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\varepsilon}} di\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \tag{2.4}$$

gdje $C_t(i)$ pretstavlja količinu dobra i koje je kućanstvo kupilo u trenutku t i ε elastičnost supstitucije između dobara. Zbog utjecaja elastičnosti supstitucije, smanjenje cijene proizvoda i dovodi do supstitucije drugih proizvoda sa njime, odnosno do rasta potrošnje dobra i. Za $\varepsilon > 1$ povećenje je više no proporcionalno, a za $\varepsilon < 1$ niže. Budžetsko ograničenje kućanstva u t dano je s

$$\int_0^1 P_t(i)C_t(i)di + Q_t B_t \leq W_t N_t + B_{t-1} + T_t \qquad t = 0, 1, 2 \ldots \tag{2.5}$$

gdje su s lijeve strane pretsavljeni rashodi, a s desne prihodi kućanstva u trenutku t. S rashodovne strane pretpostavljamo da kućanstvo kupuje $C_t(i)$ količinu proizvoda i po cijeni $P_t(i)$ i B_t količinu jednoperiodne obveznice po cijeni Q_t. S dohodovne strane, pretpostavljamo da kućanstvo prima nominalnu nadnicu W_t za sate rada N_t, isplatu obveznice iz prethodnog perioda B_{t-1} i dodatne prihode (pr. isplata dividendi...) T_t. Sve varijable su egzogeno dane.

Kako bismo maksimizirali 2.3 najprije maksimiziramo C_t obzirom na sve razine potrošnje Z_t koju definiramo s

$$Z_t = \int_0^1 P_t(i)C_t(i)di. \tag{2.6}$$

Definiramo Lagrangeovu funkciju s

$$\mathcal{L} = \left[\int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\varepsilon}}dx\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} - \lambda\left(\int_0^1 P_t(i)C_t(i)di - Z_t\right).$$

Uvjeti prvog reda dani su s

$$C_t(i)^{-\frac{1}{\varepsilon}}C_t^{\frac{1}{\varepsilon}} = \lambda P_t(i) \qquad \forall i \in [0,1].$$

Za svaki par dobara (i, j) gdje $i, j \in [0,1]$ dobivamo

$$C_t(i) = C_t(j)\left(\frac{P_t(i)}{P_t(j)}\right)^{-\varepsilon}.$$

Supstitucijom u 2.6 dobivamo

$$C_t(i) = \frac{Z_t}{P_t}\left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} \qquad \forall i \in [0,1]$$

gdje $P_t = \left[\int_0^1 P_t(i)^{1-\varepsilon}di\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$ označava agregatni indeks cijene za trenutak t. Supstitucijiom u 2.4 dobivamo

$$\int_0^1 P_t(i)C_t(i)di = P_tC_t$$

te konačno izraz za potrošnju

$$C_t(i) = \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} C_t \qquad \forall i \in [0,1]. \tag{2.7}$$

Za budžetsko ograničenje sada 2.5 vrijedi

$$P_tC_t + Q_tB_t \leq W_tN_t + B_{t-1} + T_t \qquad t = 0,1,2\ldots$$

Izvodimo uvjete optimalnosti za maksimizaciju 2.6 uvjetno na 2.5. Pretpostavimo da kućanstvo prati optimalan plan potrošnje. Neka su za proizvoljan trenutak t dana infinitezimalno mala odstupanja od optimalnog plana $(\delta C_t, \delta N_t)$. Ona moraju zadovoljavati budžetsko ograničenje, odnosno $P_t \delta C_t = W_t \delta N_t$. Zbog retpostavke maksimuma, odnosno pretpostavke da kućanstvo prati optimalan plan mora vrijediti

$$U_{(c,t)} \delta C_t + U_{(n,t)} \delta N_t = 0$$

gdje s $U_{(c,t)} := \frac{\delta U(C_t, N_t)}{\delta C_t} > 0$ definiramo prvu parcijalnu derivaciju u C_t, odnosno s $U_{(n,t)} := \frac{\delta U(C_t, N_t)}{\delta N_t} \leq 0$ prvu parcijalnu derivaciju u N_t. Iz prethodne jednakosti i $\frac{\delta C_t}{\delta N_t} = \frac{W_t}{P_t}$ izvodimo uvjet optimalnosti

$$-\frac{U_{(n,t)}}{U_{(c,t)}} = \frac{W_t}{P_t} \qquad t = 0, 1, 2 \dots \tag{2.8}$$

Analogno, neka su za proizvoljni trenutak t dana infinitezimalno mala odstupanja od optimalnog plana u t i $t+1$ $(\delta C_t, \delta C_{t+1})$. Pretpostavljamo da promjena u potrošnji u $t+1$ proizlazi iz dodatne štednje, odnosno ulaganja u jednoperiodnu obveznicu u periodu t, stoga vrijedi

$$P_{t+1} \delta C_{t+1} + \frac{P_t}{Q_t} \delta C_t = 0.$$

Povećanje potrošnje $P_{t+1} \delta C_{t+1}$ financirano je iz smanjenja potrošnje $P_t \delta C_t < 0$ uloženo u jednoperiodne obveznice. Budući da kućanstvo prati optimalan plan potrošnje, mora vrijediti

$$U_{(c,t)} \delta C_t + \beta \mathbb{E}_t \left[U_{(n,t+1)} \delta C_{t+1} \right] = 0.$$

U suprotnom dolazi do kontradikcije s pretpostavkom maksimuma, odnosno s pretpostavkom da kućanstvo prati optimalan plan. Iz posljednje dvije jednakosti izvodimo međuvremenski uvjet optimalnosti koji glasi

$$Q_t = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{U_{(c,t+1)}}{U_{(c,t)}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] \qquad t = 0, 1, 2 \dots \tag{2.9}$$

Neka je funkcija korisnosti U oblika

$$U(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\rho}}{1+\rho}$$

gdje σ predstavlja relativnu averziju kućanstva prema riziku u potrošnji, a ρ Frischovu elastičnost ponude rada koja prikazuje osjetljivost količine rada na promjenu realne nadnice. Tada uvjeti optimalnosti 2.8 i 2.9 za $\forall t = 0, 1, 2 \dots$ poprimaju oblik

$$\frac{W_t}{P_t} = C_t^{\sigma} N_t^{\rho} \tag{2.10}$$

$$Q_t = \beta \mathbb{E}_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right]. \tag{2.11}$$

Lineraizacijom 2.10 dobivamo

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \rho n_t$$

gdje su s w_t, p_t, c_t, n_t označeni prirodni logaritmi odgovarajućih varijabli W_t, P_t, C_t, N_t. Linearizaciju 2.11 izvodimo uz pomoć Eulerove jednadžbe za potrošače koju možemo zapisati u obliku

$$1 = \mathbb{E}_t \left[exp\{i_t - \sigma \Delta c_{t+1} - \pi_{t+1} - \rho\} \right].$$

Taylorov razvoj $exp\{i_t - \sigma \Delta c_{t+1} - \pi_{t+1} - \rho\}$ oko ravnotežnog stanja u kojem vrijedi konstantna stopa inflacije π detaljno je opisan u [10]. Dobivamo

$$c_t = \mathbb{E}_t[c_{t+1}] - \frac{1}{\sigma}(i_t - \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] - \rho) \tag{2.12}$$

gdje je $i_t = -\log(Q_t)$ nominalna kamatna stopa u t jednaka stopi prinosa jednoperiodne obveznice u trenutku t, stopa inflacije između t i $t+1$ dana s $\pi_{t+1} = p_{t+1} - p_t$, diskontna stopa kućanstva $\rho = -\log(\beta)$.

Poduzeće

U skladu s pretpostavkom o monopolističkoj kokurenciji pretpostavljamo da postoji neprebrojivo mnogo poduzeća koje poistovjećujemo s jediničnim intervalom i označavamo s indeksima $i \in [0, 1]$. Proizvod svakog poduzeća se razlikuje, no vrlo su bliski supstituti. Poduzeća koriste istu tehnologiju danu s A_t koja je egzogeno dana. Proizvodna funkcija za poduzeće i dana je s

$$Y_t(i) = A_t N_t(i)^{1-\alpha} \qquad \forall i \in [0, 1] \tag{2.13}$$

gdje α označava elastičnost proizvodnje obzirom na rad.

Modeliramo pretpostavku o nominalnim rigidnostima cijena pomoću Calvo mehanizma prilagodbe cijena [6]. Pretpostavljamo kako u svakom trenutku t poduzeće mijenja cijenu proizvoda s egzogeno danom vjerojatnosti $1 - \theta$, nezavisno o prethodnim promjenama cijene. Slijedi da je za svaki trenutak t s θ dan udio poduzeća koji ne mijenja cijenu proizvoda. Zaključujemo da je elastičnost promjene cijene dana s θ.

Neka je dan proizvoljni trenutak t, promatramo podskup poduzeća $S(t) \subset [0, 1]$ koja ne mijenjaju cijene u promatranom periodu. Agregratni indeks cijena u t dan je s

$$P_t = \left[\int_{S(t)} P_{t-1}(i)^{1-\varepsilon} di + (1-\theta)(P_t^*)^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \left[\theta(P_{t-1})^{1-\varepsilon} + (1-\theta)(P_t^*)^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

gdje je s P_t^* dana cijena koju postavljaju sva poduzeća koja mijenjaju cijenu u trenutku t. Dijeljenjem s P_{t-1} dobivamo

$$\Pi_t^{1-\varepsilon} = \theta + (1-\theta)\frac{P_t^*}{P_{t-1}}.$$

U slučaju nulte stope inflacije ($\Pi = 1$) vrijedi $P_t^* = P_{t-1} = P_t$. Prethodnu jednakost logaritmiramo i razvijamo u Taylorov red oko $\pi = 1$ te dobivamo

$$\pi_t = (1-\theta)(p_t^* - p_{t-1}) \qquad \forall i \in [0,1]. \tag{2.14}$$

Vidimo kako inflacija u trenutku t nastaje zbog promjene cijene obzirom na prethodni period. U nastavku detaljnije promatramo na koji način poduzeće bira novu cijenu.

2.2 Postavljanje optimalne cijene

Promatramo reprezentativno poduzeće koje u trenutku t postavlja optimalnu cijenu P_t^*. Cilj poduzeća odrediti cijenu tako da maksimizira sadašnje i diskontirane buduće profite, budući da zbog pretpostavke o nominalnoj rigidnosti nije poznato kada će poduzeće ponovno odrediti novu cijenu. Definiramo opisani optimizacijski problem s funkcijom cilja

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathbb{E}_t[Q_{t,t+k}(P_t^* Y_{t+k|t} - \Psi(Y_{t+k|t}))]$$

gdje je za $k = 0, 1, 2\ldots$ definiran diskontni faktor $Q_{t,t+k} = \beta^k \left(\frac{C_{t+k}}{C_t}\right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+k}}$, $\Psi(\cdot)$ funkcija troška i $Y_{t+k|t}$ proizvodnja u trenutku $t+k$ uvjetno na cijenu P_t^* definiranu u trenutku t. Postavljamo ograničenja na ponudu s

$$Y_{t+k|t} = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}}\right)^{-\varepsilon} C_{t+k} \qquad \forall k = 0, 1, 2\ldots$$

gdje je ε pretstavlja elastičnost cijene obzirom na promjenu ponude. Za optimalnu cijenu P_t^* vrijedi nužan uvjet za maksimum

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathbb{E}_t[Q_{t,t+k} Y_{t+k|t}(P_t^* - \mathcal{M}\psi_{t+k|t})\psi_{t+k|t})] = 0 \tag{2.15}$$

gdje je $\mathcal{M} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$ i $\psi_{t,t+k} = \Psi'(Y_{t,t+k})$ granični trošak u trenutku $t+k$ za poduzeće koje je postavilo cijenu P_t^* u trenutku t .

Promotrimo slučaj kada ne vrijedi pretpostavka nominalne rigidnosti ($\theta = 0$), odnosno kada vrijedi pretpostavka o fleksibilnim cijenama. Tada iz prethodne jednadžbe dobivamo $P_t^* = \mathcal{M}\psi_{t|t}$, stoga $\mathcal{M}$ tumačimo kao maržu. Pri dijeljenju 2.15 s P_{t-1} dobivamo

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathbb{E}_t \left[Q_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}} - \mathcal{M} MC_{t+k|t} \Pi_{t-1,t+k} \right) \right] = 0 \tag{2.16}$$

gdje je stopa inflacije između $t+k$ i $t-1$ dana s $\Pi_{t-1,t+k} = \frac{P_{t+k}}{P_{t-1}}$, realni granični trošak $MC_{t+k|t} = \frac{\psi_{t+k|t}}{P_{t+k}}$ za poduzeće koje je postavilo cijenu P_t^*.

Promotrimo slučaj nulte stope inflacije, odnosno kada $\Pi_{t-1,t+k} = 1$. Tada vrijedi $P_t^* = P_{t+k}$ $\forall k$ stoga $Y_{t+k|t} = Y = const.$ i $MC_{t+k|t} = MC = const.$ Dobivamo $MC = 1/\mathcal{M}$. Također, tada vrijedi $Q_{t,t+k} = \beta^k$ $\forall k$. Jednakost 2.16 logaritmiramo i razvijamo u Taylorov red oko $\Pi_{t-1,t+k} = 1$ te dobivamo

$$p_t^* - p_{t-1} = (1-\beta\theta) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k \mathbb{E}_t [\widehat{mc}_{t+k|t} + (p_{t+k} - p_{t-1})] \tag{2.17}$$

gdje je s $\widehat{mc}_{t+k|t} = mc_{t+k|t} - mc$ dano odstupanje logaritma graničnog troška od graničnog troška u slučaju nulte stope inflacije. Prethodni izraz zapisujemo u obliku

$$p_t^* = \mu + (1-\beta\theta) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k \mathbb{E}_t [mc_{t+k|t} + p_{t+k}]$$

gdje $mc = -\mu$ za $\mu := \log \mathcal{M}$. Zaključujemo da poduzeće u trenutku t određuje cijenu P_t^* obzirom na željenu maržu i težinski prosjek trenutnog i budućih nominalnih marginalnih troškova.

2.3 Ravnoteža modela

Ravnoteža modela postiže se kada je zadovoljen uvjet ravnoteže na tržištu dobara

$$Y_t(i) = C_t(i) \quad i \in [0,1], \forall t = 0, 1, 2 \dots \tag{2.18}$$

Definiramo agregatnu proizvodnju s $Y_t = \int_0^1 Y_t(i)di$. Neka su s y_t, c_t dani pripadni logaritmi. Kombiniranjem uvjeta ravnoteže na tržištu dobara i 2.12 dobivamo

$$y_t = \mathbb{E}_t[y_{t+1}] - \frac{1}{\sigma}(i_t - \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] - \rho). \tag{2.19}$$

Dodatno, pretpostavljamo ravnotežu na tržištu rada i koristimo 2.13

$$\begin{aligned}
N_t &= \int_0^1 N_t(i)di \\
&= \int_0^1 \left(\frac{Y_t(i)}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} di \\
&= \left(\frac{Y_t}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\frac{\varepsilon}{1-\alpha}} di
\end{aligned}$$

gdje smo u drugoj jednakosti koristili 2.13, a u trećoj 2.7. Prethodni izraz logaritmiramo i dobivamo

$$(1-\alpha)n_t = y_t - a_t + d_t$$

gdje je $d_t = (1-\alpha)\log\int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} di$. Može se pokazati da $d_t \approx 0$, stoga d_t u nastavku zanemarujemo i dobivamo

$$y_t = a_t + (1-\alpha)n_t. \tag{2.20}$$

Promatramo granični trošak poduzeća u proizvoljnom trenutku t. Izvodimo ga uz pomoć prosječnog realnog marginalnog troška cijele ekonomije.

$$\begin{aligned}
mc_t &= (w_t - p_t) - mpn_t \\
&= (w_t - p_t) - (a_t - \alpha n_t) - \log(1-\alpha) \\
&= (w_t - p_t) - \frac{1}{1-\alpha}(a_t - \alpha y_t) - \log(1-\alpha).
\end{aligned}$$

Za $\forall k = 0, 1, 2\ldots$ vrijedi

$$\begin{aligned}
mc_{t+k|t} &= (w_{t+k} - p_{t+k}) - mpn_{t+k|t} \\
&= (w_{t+k} - p_{t+k}) - \frac{1}{1-\alpha}(a_{t+k} - \alpha y_{t+k|t}) - \log(1-\alpha) \\
&= mc_{t+k} + \frac{\alpha}{1-\alpha}(y_{t+k|t} - y_{t+k}) \\
&= mc_{t+k} - \frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha}(p_t^* - p_{t+k})
\end{aligned}$$

gdje posljednja jednakost slijedi zbog 2.7 i uvjeta ravnoteže na tržištu dobara $y_t = c_t$. Kombiniramo 2.17 i posljednju jednakost te dobivamo

$$\begin{aligned}
p_t^* - p_{t-1} &= (1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k \mathbb{E}_t[[\Theta\widehat{mc}_{t+k} + (p_{t+k} - p_{t-1})] \\
&= (1-\beta\theta)\Theta\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k \mathbb{E}_t[\widehat{mc}_{t+k}] + \sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k \mathbb{E}_t[\pi_{t+k}]
\end{aligned}$$

gdje je $\Theta = \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\varepsilon} \leq 1$. Kada promatramo trenutak t i $t+1$ dobivamo jednakost

$$p_t^* - p_{t-1} = (1-\beta\theta)\Theta\widehat{mc_t} + \pi_t + \beta\theta\mathbb{E}_t[p_{t+1}^* - p_t].$$

Iz 2.14 izvodimo inflacijsku jednakost

$$\pi_t = \beta\mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] + \lambda\widehat{mc_t} \tag{2.21}$$

gdje je $\lambda = \frac{(1-\theta)(1-\beta\theta)}{\theta}\Theta$. Dobivamo jednakost

$$\pi_t = \lambda\sum_{k=0}^{\infty}\beta^k\mathbb{E}_t[\widehat{mc}_{t+k}]$$

odnosno inflaciju izražavamo kao diskontiranu vrijednost budućih očekivanja odstupanja realnih graničnih troškova od slučaja nulte stope inflacije.

Želimo izvesti relaciju koja povezuje realan granični trošak i proizvodnju. Neovisno o definiciji načina postavljanja cijena, prosječni realni granični trošak možemo prikazati kao

$$\begin{aligned}
mc_t &= (w_t - p_t) - mpn_t \\
&= (\sigma y_t + \rho n_t) - (y_t - n_t) - \log(1-\alpha) \\
&= \left(\sigma + \frac{\rho+\alpha}{1-\alpha}\right)y_t - \frac{1+\rho}{1-\alpha}a_t - \log(1-\alpha)
\end{aligned}$$

gdje u drugoj i trećoj jednakosti koristimo logaritmirani oblik uvjeta optimalnosti za kućanstva 2.10 i izraz za agregatnu ponudu 2.20. Definiramo potencijalnu razinu proizvodnje s y_t^n kao ravnotežu modela uz pretpostavku fleksibilnih cijena. Podsjećamo da bez pretpostavke nominalne rigidnosti vrijedi $mc = -\mu$, stoga nastvano na prethodni izraz za prirodnu razinu proizvodnje vrijedi

$$mc = \left(\sigma + \frac{\rho+\alpha}{1-\alpha}\right)y_t^n - \frac{1+\rho}{1-\alpha}a_t - \log(1-\alpha).$$

Proizvodni jaz u trenutku t koji definiramo s $x_t = y_t - y_t^n$, odnosno kao razliku između realne i potencijalne razine proizvodnje u trenutku t. Oduzmanjem prethodne dvije jednakosti dobivamo

$$\widehat{mc_t} = \left(\sigma + \frac{\rho+\alpha}{1-\alpha}\right)x_t.$$

Zaključujemo da je logaritamsko odstupanje realnog marginalnog troška od ravnotežnog stanja proporcionalno proizvodnom jazu.

Konačno, uz pomoć prethodne jednakosti i 2.21 dobivamo izraz za Novokeynesijansku Phillipsovu krivulju (NKPC)

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] - \kappa x_t$$

gdje $\kappa = -\lambda\left(\sigma + \frac{\rho+\alpha}{1-\alpha}\right)$. Nadalje, iz 2.19 dobivamo

$$x_t = \mathbb{E}_t[x_{t+1}] - \sigma(i_t - \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}]).$$

Poglavlje 3

Fiskalna teorija razine cijena u Novokeynesijanskom modelu

U prvom poglavlju predstavili smo fiskalnu teoriju na jednostavnim modelima s pretpostavkom fleksibilnih cijena. Navedena pretpostavka postavlja ograničenja prilikom analize utjecaja monetarne politike te ne pruža realističnu sliku ekonomije. Provođenjem monetarne politike, središnja banka utječe na nominalne varijable, a zbog trenutne prilagodbe cijena, ne može utjecati na realne varijable. Prihvaćanjem pretpostavke nefleksibilnih cijena otvaramo mogućnost utjecaja monetarne politike na makroekonomsku stablinost u kratkom roku.

U ovom poglavlju uvodimo pretpostavku nefleksibilnih cijena koristeći Novokeynesijanski model, koji predstavlja prevladavajući makroekonomski model s pretpostavkom nefleksibilnih cijena. U Novokeynezijanski model najprije uvodimo dug u dugom roku koristeći fiskalnu teoriju. Izvodimo jednadžbu vrednovanja duga, pod pretpostavkom dugoročnog duga te promatramo objedinjeni model i učinke monetarnih i fiskalnih šokova na razinu cijena.

3.1 Dug u dugom roku

Do sada smo se ograničili na pretpostavku kratkoročnog duga, odnosno razmatrali smo isključivo jednoperiodne obveznice B_t. Kako bismo mogli analizirati monetarnu politiku u realističnijim ekonomskim uvjetima, uvodimo dugoročni dug. Cilj poglavlja predstavlja izvod linearizirane jednadžbe koja opisuje ravnotežu novčanih tokova uz pretpostavku duga u dugom roku.

Označimo s $B_t^{(t+j)}$ nominalnu vrijednost obveznica bez kupona izdanih u periodu t s dospijećem tj. jediničnom isplatom u periodu $t + j$ gdje $j = 1, 2, 3\ldots$ Obzirom na novu notaciju slijedi da smo do sada promatrali isključivo $B_{t-1}^{(t)}$ jednoperiodne obveznice. Neka je s $Q_t^{(t+j)}$ dana cijena obveznice izdane u t s dospijećem u $t + j$, vrijedi

$$Q_t^{(t+j)} = \mathbb{E}_t\left[\beta^j \frac{P_t}{P_{t+j}}\right]. \tag{3.1}$$

gdje je s β dana konstantna diskontna stopa. Ravnoteža novčanog toka u trenutku t dana je s

$$B_{t-1}^{(t)} = P_t s_t + \sum_{j=1}^{\infty} Q_t^{(t+j)}\left(B_t^{(t+j)} - B_{t-1}^{(t+j)}\right). \tag{3.2}$$

Vrijednost tiskanog novca na početku perioda t s kojim se isplaćuju dospijele jednoperiodne obveznice $B_{t-1}^{(t)}$ treba biti jednaka poreznim suficitima u periodu t i prodaji novih obveznica. Pri čemu s desne strane impliciramo da za fiksni $t + j$ obveznice izdane u prethodnom periodu $t - 1$ s dospijećem u $t + j$ pretvaramo u obveznice izdane period nakon, odnosno povećavamo količinu obveznica izdanih u trenutku t s dospijećem u $t + j$. Iteracijom toka možemo izvesti jednadžbu sadašnje vrijednost duga koja glasi

$$\frac{\sum_{j=1}^{\infty} Q_t^{(t+j)} B_t^{(t+j)}}{P_t} = \mathbb{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j s_{t+j}\right]. \tag{3.3}$$

Ponovno dolazimo do zaključka da je realna vrijednost duga jednaka sadašnjoj vrijednosti budućih poreznih suficita.

Usporedimo fiskalne i monetarne utjecaje koji proizlaze iz uvođenja duga u dugom roku. Bez smanjenja općenitosti pretpostavimo da dolazi do najave negativnog fiskalnog šoka za period $t + j$. Iz 3.3 slijedi da fiskalni šok može biti praćen smanjenjem cijene obveznice $Q_t^{(t+j)}$, umjesto rasta razine cijena P_t kao u modelima do sada. Tada iz 3.1 slijedi povećanje stope očekivane inflacije. U slučaju jednoperiodnog duga, povećanje stope očekivane inflacije nije utjecalo na jednadžbu sadašnje vrijednosti duga. Promotrimo slučaj monetarnog šoka izazvanim povećanjem nominalne vrijednosti kamatne stope. Iz 3.1 dolazi do smanjenja vrijednosti obveznica, što posljedično smanjuje vrijednost lijeve strane u 3.3. Ako pretpostavljamo da ne dolazi do promjena u fiskalnoj politici, odnosno da vrijednost desne strane ostaje ista, tada mora doći do pada trenutne razine cijena P_t.

Premija na rizik i struktura dospijeća

Uvodimo premiju na rizik uz pomoć koje ćemo izraziti fiskalnu teoriju kroz diskontiranje obzirom na realan povrat na obveznice. Navedena pretpostavka od posebne je važnosti obzirom na promatranje duga u dugom roku. Radi jednostavnosti najprije se ograničavamo na jednoperiodni dug. Definiramo premiju na rizik R_{t+1} kroz ex-post realni povrat na državnu obveznicu B_{t-1}. Ex-post jednadžba ravnoteže toka u t za jedan period dana je s

$$\frac{B_{t-1}}{P_t} = s_t + \frac{Q_t B_t}{P_t} = s_t + \frac{Q_t P_{t+1}}{P_t} \frac{B_t}{P_{t+1}}.$$

Ex-post podrazumijeva da nam je poznata vrijednost P_{t+1}, stoga zanemarujemo očekivanje. Realni povrat na jednoperiodnu obveznicu s jediničnom isplatom definiramo s

$$R_{t+1} := \frac{1}{Q_t} \frac{P_t}{P_{t+1}} = (1 + i_t) \frac{P_t}{P_{t+1}}.$$

Uvrštavanjem definicije realnog povrata prethodna jednadžba ravnoteže toka u t postaje

$$\frac{B_{t-1}}{P_t} = s_t + \frac{1}{R_{t+1}} \frac{B_t}{P_{t+1}}.$$

Iteriranjem jednadžbe dobivamo

$$\frac{B_{t-1}}{P_t} = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\prod_{k=1}^{j} \frac{1}{R_{t+k}} \right) s_{t+j} + \lim_{T \to \infty} \left(\prod_{k=1}^{j} \frac{1}{R_{t+k}} \right) \frac{B_{t+T}}{P_{t+T}}.$$

Uzimamo očekivanja s obje strane, kao što je pokazano u [9]. Uz pretpostavku konvergencije sume i vrijednosti očekivanja limesa jednako nula, ponovno kao u [9], dobivamo jednadžbu vrednovanja duga korištenjem ex-post povrata na obveznicu

$$\frac{B_{t-1}}{P_t} = \mathbb{E}_t \left[\sum_{j=0}^{\infty} \left(\prod_{k=1}^{j} \frac{1}{R_{t+k}} \right) s_{t+j} \right].$$

Izvedena jednadžba vrednovanja duga predstavlja poopćenje jednadžbe vrednovanja duga 1.10 koja je izvedena bez pretpostavke postojanja premije na rizik, odnosno uz konstatnu diskontnu stopu $\beta = \frac{1}{R}$.

Moguće je izvesti poopćenje prethodne teorije na model s dugom u dugom roku. U tom slučaju definiramo realni povrat na obveznicu s

$$R_{t+1} := \frac{\sum_{j=1}^{\infty} Q_{t+1}^{(t+j)} B_t^{(t+j)}}{\sum_{j=1}^{\infty} Q_t^{(t+j)} B_t^{(t+j)}} \frac{P_t}{P_{t+1}}. \tag{3.4}$$

Povrat na obveznicu je pokazatelj kako promjena cijene obveznice Q_t iz perioda t, u Q_{t+1} u periodu $t + 1$ utječe na vrijednost duga u periodu t.

Želimo detaljnije opisati strukturu dospijeća porfelja državnog duga. Definiramo mjeru strukture dospijeća portfelja duga u svakom periodu t za svaki budući period j s

$$\omega_{j,t} := \frac{B_t^{(t+j)}}{B_t}$$

pri čemu $B_t = B_t^{(t+1)}$. Za dani t, niz $\{\omega_{t,j}\}$ daje informaciju o strukturi dospijeća duga u trenutku t. Korištenjem mjere strukture dospijeća, nominalna vrijednost duga na kraju perioda t iznosi

$$\sum_{j=1}^{\infty} Q_t^{(t+j)} B_t^{(t+j)} = B_t \sum_{j=1}^{\infty} \omega_{j,t} Q_t^{(t+j)}.$$

Definiramo cijenu porftelja državnog duga u trenutku t

$$Q_t := \sum_{j=1}^{\infty} \omega_{j,t} Q_t^{(t+j)}.$$

Povrat na portfelj državnog duga možemo zapisati kao

$$R_{t+1}^n = \frac{\sum_{j=1}^{\infty} B_t^{(t+j)} Q_{t+1}^{(t+j)}}{\sum_{j=1}^{\infty} B_t^{(t+j)} Q_t^{(t+j)}} = \frac{\sum_{j=1}^{\infty} \omega_{j,t} Q_{t+1}^{(t+j)}}{\sum_{j=1}^{\infty} \omega_{j,t} Q_t^{(t+j)}} = \frac{1 + \sum_{j=1}^{\infty} \omega_{j+1,t} Q_{t+1}^{(t+1+j)}}{Q_t}. \tag{3.5}$$

Pretpostavljamo geometrijsku strukturu dospijeća duga, odnosno da vrijedi $B_t^{(t+j)} = B_t \omega^{j-1}$ gdje $\omega = const$. Linearizacija R_{t+1}^n oko niza geometrijskog duga $\{B_t^{(t+j)}\}$ daje

$$r_{t+1}^n \approx i + \omega \tilde{q}_{t+1} - \tilde{q}_t. \tag{3.6}$$

Izvod linearizacije u potpunosti je dan u [9].

Gotovinski novac

Zanemarujemo pretpostavku bezgotovinske ekonomije te uvodimo gotovinski novac M_t koji prenosimo iz perioda t u $t+1$ bez kamate. Do sada smo jednadžbu vrednovanja duga izvodili uz pomoć informacija danih na početku perioda. Okrenimo perspektivu i promotrimo nominalnu vrijednost duga na kraju perioda t, uz pretpostavku da se dug sastoji od gotovine i obveznica. Tržišna nominalna vrijednost duga na kraju perioda t jednaka je

$$V_t = M_t + \sum_{j=1}^{\infty} Q_t^{(t+j)} B_t^{(t+j)}$$

gdje je M_t gotovina, $B_t^{(t+j)}$ nominalna vrijednost duga izdanog u periodu t s dospijećem na početku perioda $t + j$, $Q_t^{(t+j)}$ cijena obveznice $B_t^{(t+j)}$.

Identitet novčanog toka dan je s

$$M_t + \sum_{j=1}^{\infty} Q_{t+1}^{(t+j)} B_t^{(t+j)} = P_{t+1} s_{t+1} + M_{t+1} + \sum_{j=1}^{\infty} Q_{t+1}^{(t+1+j)} B_{t+1}^{(t+1+j)}. \tag{3.7}$$

Novac M_{t+1} jednak je vrijednosti novca iz prethodnog perioda M_t, uvećan neto veličinu obveznica po cijeni $Q_{t+1}^{(t+j)}$, umanjeno za realnu vrijednost primarnih poreznih suficita.

Uvođenjem duga u dugom roku, državni dug možemo poistovjetiti s portfeljem obveznica s različitim godinama dospijeća. Možemo promatrati nominalni povrat na portfelj državnog duga koji uključuje gotovinski novac. Tada je nominalna vrijednost povrata na portfelj državnog duga definirana s

$$R_{t+1}^{n} := \frac{M_t + \sum_{j=1}^{\infty} Q_{t+1}^{(t+j)} B_t^{(t+j)}}{M_t + \sum_{j=1}^{\infty} Q_{t}^{(t+j)} B_t^{(t+j)}}. \tag{3.8}$$

Povrat na portfelj državnog duga je pokazatelj kako promjena cijene obveznice Q_t iz perioda t, u Q_{t+1} u periodu $t + 1$ utječe na vrijednost duga u periodu t. Uvrštavanjem definicije povrata na portfelj duga u 3.7 dobivamo

$$\left(M_t + \sum_{j=1}^{\infty} Q_{t}^{(t+j)} B_t^{(t+j)} \right) R_{t+1}^{n} = P_{t+1} s_{t+1} + M_{t+1} + \sum_{j=1}^{\infty} Q_{t+1}^{(t+1+j)} B_{t+1}^{(t+1+j)}$$

odnosno

$$V_t R_{t+1}^{n} = P_{t+1} s_{t+1} + V_{t+1}. \tag{3.9}$$

Nominalna vrijednost duga uvećava se za nominalnu stopu povrata i umanjuje za primarne fiskalne suficite.

Linearizacija jednadžbe toka

Lineariziramo jednadžbu vrijednosti duga danu s 3.9. Izvod u nastavku iznijet je u prilogu [8]. Za potrebe daljnjih razmatranja uvodimo skaliranje obzirom na bruto domaći proizvod (kraće: BDP), koji definiramo kao ukupnu vrijednost tržišnih dobara i usluga proizvedenih u ekonomiji tijekom određenog perioda t [4]. Omjer vrijednosti duga prema BDP-u predstavlja uvažen ekonomski pokazatelj. Uzimamo da je realna vrijednost BDP-a u periodu t jednaka y_t. Realna vrijednost duga u periodu t obzirom na BDP dana je s $\frac{V_t}{P_t y_t}$. Stopu rasta ekonomije u periodu $t+1$ definiramo s $G_{t+1} := \frac{y_{t+1}}{y_t}$. Uz pomoć nove notacije dijeljenjem s $P_{t+1}y_{t+1}$ 3.9 slijedi

$$\frac{V_t}{P_t y_t}\frac{R^n_{t+1}}{G_{t+1}}\frac{P_t}{P_{t+1}} = \frac{s_{t+1}}{y_{t+1}} + \frac{V_{t+1}}{P_{t+1}y_{t+1}}.$$

Lineariziramo prethodnu jedndadžbu toka i dobivamo

$$v_t + r^n_{t+1} - g_{t+1} - \pi_{t+1} = \log\left(sy_{t+1} + e^{v_{t+1}}\right)$$

gdje definiramo $v_t := \log\frac{V_t}{P_t y_t}$, $sy_{t+1}, := \frac{s_{t+1}}{y_{t+1}}$ i $r^n_{t+1}, g_{t+1}, \pi_{t+1}$ kao pripadne logaritme. Taylorovim razvojom prvog reda funkcije $f(x,y) = \log(x + e^y)$ oko ravnotežnog stanja (sy, v) dobivamo

$$\log(sy_{t+1} + e^{v_{t+1}}) \approx \log(sy + e^v) + \frac{1}{sy + e^v}(sy_{t+1} - sy) + \frac{e^v}{sy + e^v}(v_{t+1} - v).$$

Definiramo $r := r^n - \pi_{t+1}$. U ravnotežnom stanju (sy, v) vrijedi

$$v + r - g = \log(sy + e^v)$$

odnosno

$$r - g = \log\left(\frac{sy + e^v}{e^v}\right).$$

Uvrštavanjem Taylorovog razvoja slijedi

$$\begin{aligned}
&v_t + r^n_{t+1} - \pi_{t+1} - g_{t+1} = \\
&= \left[\log\left(e^v + sy\right) - \frac{e^v}{e^v + sy}\left(v + \frac{sy}{e^v}\right)\right] + \frac{e^v}{e^v + sy}v_{t+1} + \frac{e^v}{e^v + sy}\frac{sy_{t+1}}{e^v} \\
&= \left[v + r - g - \frac{e^v}{e^v + sy}\left(v + \frac{e^v + sy}{e^v} - 1\right)\right] + \rho v_{t+1} + \rho\frac{sy_{t+1}}{e^v} \\
&= [r - g + (1-\rho)(v-1)] + \rho v_{t+1} + \rho\frac{sy_{t+1}}{e^v}
\end{aligned}$$

gdje $\rho := e^{-(r-g)}$. Zanemarujemo konstante i interpretitramo varijable kao odstupanja od ravnotežnog stanja. Definiramo $\tilde{s}_{t+1} := \rho\frac{sy_{t+1}}{e^v}$. Izveli smo lineariziranu jednadžbu toka

$$\rho v_{t+1} = v_t + r_{t+1} - g_{t+1} - \tilde{s}_{t+1}. \tag{3.10}$$

Dobivamo da je log-vrijednost omjera duga spram BDP-a na kraju perioda $t+1$ jednaka vrijednosti duga na kraju perioda t, uvećana za realni povrat na portfelj državnog duga r_{t+1}, umanjena za rast BDP-a g_{t+1} i skalirane fiskalne suficite $\tilde{s}_{t+1}$. Log-vrijednost realnih povrata na portfelj državnog duga jednaka je nominalnoj vrijednosti povrata umanjeno za stopu inflacije, tj.

$$r_{t+1} \equiv r^n_{t+1} - \pi_{t+1}.$$

Iteriranjem 3.10 unaprijed dobivamo identitet

$$v_t = \sum_{j=1}^{T} \rho^{j-1} \tilde{s}_{t+j} + \sum_{j=1}^{T} \rho^{j-1} g_{t+j} - \sum_{j=1}^{T} \rho^{j-1} r_{t+j} + \rho^T v_{t+T}.$$

Uzimanjem očekivanja $\mathbb{E}_t$ i limesa $T \to \infty$ te pod pretpostavkom konvergencije suma kao u [9] dobivamo

$$v_t = \mathbb{E}_t \sum_{j=1}^{T} \rho^{j-1} \tilde{s}_{t+j} + \mathbb{E}_t \sum_{j=1}^{T} \rho^{j-1} g_{t+j} - \mathbb{E}_t \sum_{j=1}^{T} \rho^{j-1} r_{t+j}.$$

odnosno da je log-vrijednost omjera duga spram BDP-a jednaka sadašnjoj vrijednosti budućih suficita obzirom na BDP, uvećana za rast BDP-a i umanjena za realni povrat na portfelj državnog duga. Kako $\rho < 1$ konvergencija $\mathbb{E}_t \rho^T v_{t+T} \to 0$ proizlazi iz pretpostavke stacionarnosti v_t slučajnog procesa, odnosno da ρ^t dominira. Ako pretpostavimo $\rho = 1$, tada vrijedi $\mathbb{E}_t \rho^T v_{t+T} \to \mathbb{E} v$, pa promatramo devijaciju od ove vrijednosti.

Uzimanjem očekivanja $\mathbb{E}_{t+1}$ i oduzimanjem relacija, pri čemu koristimo notaciju $\Delta\mathbb{E}$ za promjenu očekivanja kao i u prvom poglavlju, dobivamo identitet neočekivane inflacije

$$\Delta E_{t+1} \pi_{t+1} - \Delta E_{t+1} r^n_{t+1} = - \sum_{j=0}^{\infty} \rho^j \Delta E_{t+1} \tilde{s}_{t+1+j} \tag{3.11}$$

$$- \sum_{j=0}^{\infty} \rho^j \Delta E_{t+1} g_{t+1+j} + \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j \Delta E_{t+1} r_{t+1+j}. \tag{3.12}$$

Vrijedi da pad sadašnje vrijednosti suficita, koji proizlazi zbog pada omjera suficita prema BDP-u, pada rasta BDP-a ili većih diskontnih stopa, mora odgovarati nižoj realnoj vrijednosti duga. Smanjenje može uzrokovati neočekivana inflacija koja deprecira vrijednost jednoperiodnog duga ili neočekivan pad nominalnih obvenica s dugim rokom dospijeća koji daju negativni povrat $\Delta E_{t+1} r^n_{t+1}$.

3.2 Odgovori na monetarne i fiskalne šokove

Novokeynesijanskom modelu prirdodajemo linearizirano jednadžbu ravnoteže novčanih tokova 3.10. Nadograđeni Novokeynezijanski model glasi

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] - \kappa x_t$$

$$x_t = \mathbb{E}_t[x_{t+1}] - \sigma(i_t - \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}])$$

$$\rho v_{t+1} = v_t + r_{t+1} - \pi_{t+1} - \tilde{s}_{t+1}.$$

Najprije pretpostavimo da je nominalni povrat na portfelj državnog duga jednak nominalnoj kamatnoj stopi $r^n_{t+1} = i_t$, odnosno promatramo samo jednoperiodni dug. Iznosimo odgovore inflacije na monetarne i fiskalne šokove. Zatim dodajemo realni povrat na dug i promatramo utjecaj monetarnih i fiskalnih šokova na razinu cijena.

Rješenje modela

Eksplicitno rješenje modela izvodimo na temelju metode opisane u članku [5], koji predstavlja metodu za traženje rješenja u vremensko diskretnim linearnim modelima s pretpostavkom racionalnih očekivanja. Model prikazujemo u sljedećem obliku

$$Az_{t+1} = Bz_t + C\varepsilon_{t+1} + D\delta_{t+1} + F\omega_{t+1} \tag{3.13}$$

gdje su elementi vektora z_{t+1}, z_t vrijednosti endogenih ekonomskih varijabli (pr. $x, \pi \dots$) u periodu $t+1$, odnosno t, vektor ε_{t+1} sadrži egzogene šokove na pripadne ekonomske varijable u periodu $t+1$, vektor δ_{t+1} greške očekivanja (u slučaju da je varijabla zadana s očekivanjem) i gdje su A, B, C, D, F matrice. Pretpostavimo da je monetarna politika zadana Taylorovim pravilom definiranja ciljane kamatne stope, odnosno s

$$i_t = \theta\pi_t + u_{i,t} \tag{3.14}$$

$$u_{i,t+1} = \eta_u u_{i,t} + \varepsilon_{i,t+1} \tag{3.15}$$

pri čemu je u_i proces autoregresije reda jedan i $\varepsilon_{i,t+1}$ pripadni bijeli šum, odnosno egzogeno dan monetarni šok. Fiskalnu politiku modeliramo s

$$s_t = u_{s,t} \tag{3.16}$$

$$u_{s,t+1} = \eta_s u_{s,t} + \varepsilon_{s,t+1}. \tag{3.17}$$

pri čemu je u_s proces proces autoregresije reda jedan i $\varepsilon_{s,t+1}$ pripadni bijeli šum, odnosno egzogeno dan fiskalni šok. Phillipsovu krivulju zapisujemo u sljedećem obliku

$$\beta\pi_{t+1} = \pi_t - \kappa x_t + \beta\delta_{\pi,t+1}$$

pri čemu smo kao u [5] zanemarujemo očekivanje tako da dodajemo vektor greške očekivanja. Rješenje modela mora zadovoljavati $\mathbb{E}_t\delta_{t+1} = 0$. Uvrštavanjem pravila 3.14 i 3.15 u jednadžbe modela dobivamo kraći novi zapis Phillipsove krivulje, IS krivulje i linearizirane jednadžbe toka dobivamo sljedeće jednadžbe

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_t x_{t+1} + \sigma\mathbb{E}_t\pi_{t+1} &= x_t + \sigma\left(\theta_{i\pi}\pi_t + u_{i,t} + w_t\right)\\
\beta E_t\pi_{t+1} &= \pi_t - \kappa x_t\\
\rho v_{t+1} + \pi_{t+1} + u_{s,t+1} &= v_t + \theta_{i\pi}\pi_t + u_{i,t} + w_t.
\end{aligned}$$

Model možemo prikazati u matričnom obliku

$$\begin{bmatrix} 1 & \sigma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \rho & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t+1} \\ \pi_{t+1} \\ v_{t+1} \\ u_{i,t+1} \\ u_{s,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sigma\theta_{i\pi} & 0 & \sigma & 0 \\ -\kappa & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_{i\pi} & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ \pi_t \\ v_t \\ u_{i,t} \\ u_{s,t} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{i,t+1} \\ \varepsilon_{s,t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \sigma \\ 0 & \beta \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{x,t+1} \\ \delta_{\pi,t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_t.$$

Lako pronalazimo inverz vodeće matrice A i dobivamo

$$\begin{bmatrix} x_{t+1} \\ \pi_{t+1} \\ v_{t+1} \\ u_{i,t+1} \\ u_{s,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\kappa\sigma}{\beta} & \sigma\left(\theta_{i\pi} - \frac{1}{\beta}\right) & 0 & \sigma & 0 \\ -\frac{\kappa}{\beta} & \frac{1}{\beta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\kappa}{\rho\beta} & \frac{1}{\rho}\left(\theta_{i\pi} - \frac{1}{\beta}\right) & \frac{1}{\rho} & \frac{1}{\rho} & -\frac{1}{\rho}\eta_s \\ 0 & 0 & 0 & \eta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ \pi_t \\ v_t \\ u_{i,t} \\ u_{s,t} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\rho} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{i,t+1} \\ \varepsilon_{s,t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\rho} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{x,t+1} \\ \delta_{\pi,t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ \frac{1}{\rho} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w_t.$$

Svojstvene vrijednosti matrice $A^{-1}B$ dane su s $\rho^{-1}, \eta_i, \eta_s, \lambda_+, \lambda_-$ gdje

$$\lambda_{+,-} = \frac{1 + \beta + \kappa\sigma \pm \sqrt{(1 + \beta + \kappa\sigma^2) - 4\beta\,(1 + \kappa\sigma\theta_{i\pi})}}{2\beta}.$$

Početni problem možemo zapisati kao

$$z_{t+1} = A^{-1}Bz_t + A^{-1}C\varepsilon_{t+1} + A^{-1}D\delta_{t+1} + A^{-1}Fw_t$$

Matricu $A^{-1}B$ zapisujemo u Jordanovoj formi $A^{-1}B = Q\Lambda Q^{-1}$, gdje je Λ dijagonalna matrica sa svojstvenim vrijednostima λ_i od matrice $A^{-1}B$ na dijagonali i Q matrica s pripadnim svojstvenim vektorima. Problem poprima sljedeći zapis

$$\begin{aligned} z_{t+1} &= Q\Lambda Q^{-1}z_t + A^{-1}C\varepsilon_{t+1} + A^{-1}D\delta_{t+1} + A^{-1}Fw_t \\ Q^{-1}z_{t+1} &= \Lambda Q^{-1}z_t + Q^{-1}A^{-1}C\varepsilon_{t+1} + Q^{-1}A^{-1}D\delta_{t+1} + Q^{-1}A^{-1}Fw_t. \end{aligned}$$

Definiramo transformirane varijable na sljedeći način $\hat{z} = Q^{-1}z, \hat{\varepsilon} = Q^{-1}A^{-1}C\varepsilon \ldots$ Prvotni problem sveli smo na sljedeći linearni sustav

$$\hat{z}_{k,t+1} = \lambda_k \hat{z}_{k,t} + \hat{\varepsilon}_{k,t+1} + \hat{\delta}_{k,t+1} + \hat{w}_{k,t}. \tag{3.18}$$

Nastavljamo prema izvodu iz [9]. Skup svojstvenih vrijednosti particioniramo na stabilne svojstvene vrijednosti, ($|\lambda_k| < 1$), i na nestabilne ($|\lambda_k| \geq 1$). Particioniramo matricu Q na podmatricu koja sadrži svojstvene vektore za pripadne stabilne svojstvene vrijednosti $Q_{|\lambda_k|<1}$ i analogno za nestabilne $Q_{|\lambda_k|\geq 1}$. Za stabilne svojstvene jednadžbe rješavamo unatrag i računamo pripadne vrijednosti funkcije impuslnog odziva. Za nestavilne svojstvene vrijednosti tražimo rješenja takva da $\mathbb{E}_t\hat{z}_{k,t+1}$ ne eksplodira. Uzimamo očekivanje $\mathbb{E}_t$ i rješavamo unaprijed uz uvjet $\mathbb{E}_t\varepsilon_{t+j} = \mathbb{E}_t\delta_{t+j} = 0$, dobivamo

$$\hat{z}_{k,t+1} = -\sum_{j=1}^{\infty} \lambda_k^{-j} \hat{w}_{k,t+j}.$$

Vrijednosti ω su poznate unaprijed. Uzimanjem razlike očekivanja $\mathbb{E}_{t+1} - \mathbb{E}_t$ slijedi $\hat{\delta}_{k,t+1} = -\hat{\varepsilon}_{k,t+1}$ s čime smo prikazali odstupanje očekivanja u terminima fiskalnog ili monetarnog šoka. Kako bismo imali jedinstveno rješenje nužno je da vrijedi jednakost između broja nestabilnih svojestvenih vrijednosti i linearno nezavisnih šokova očekivanja δ. Naveden uvjet zadovoljen je zbog činjenice da skok u razini cijena proizlazi iz promjene u očekivanju fiskalnih suficita. Slijedi

$$Q^{-1}_{\lambda\geq 1}A^{-1}D\delta_{t+1} = -Q^{-1}_{\lambda\geq 1}A^{-1}C\varepsilon_{t+1}.$$

Invertibinost je osigurana zbog jednakog broja nestabilnih svojstvenih vrijednosti i šokova na očekivanje δ. Invertiranjem dobivamo

$$\delta_{t+1} = -\left[Q^{-1}_{\lambda\geq 1}A^{-1}D\right]^{-1} Q^{-1}_{\lambda\geq 1}A^{-1}C\varepsilon_{t+1}$$

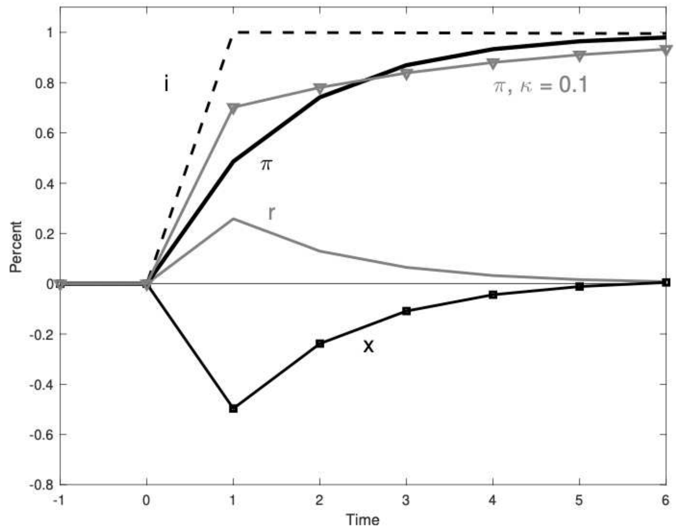
odnosno

$$\hat{\delta}_{t+1} = -Q^{-1}A^{-1}D\left[Q^{-1}_{\lambda\geq 1}A^{-1}D\right]^{-1} Q^{-1}_{\lambda\geq 1}A^{-1}C\varepsilon_{t+1}.$$

Dobivamo dinamički sustav

$$\begin{aligned}
\lambda_k < 1 &: \hat{z}_{k,t+1} = \lambda_k \hat{z}_{k,t} + \hat{\varepsilon}_{k,t+1} + \hat{\delta}_{k,t+1} + \hat{w}_{k,t} \\
\lambda_k \geq 1 &: \hat{z}_{k,t+1} = -\sum_{j=1}^{\infty} \lambda_k^{-j} \hat{w}_{k,t+j}.
\end{aligned}$$

Vrijednosti početnih varijabli z_t dobivamo s $z_t = Q\hat{z}_{t+1}$.



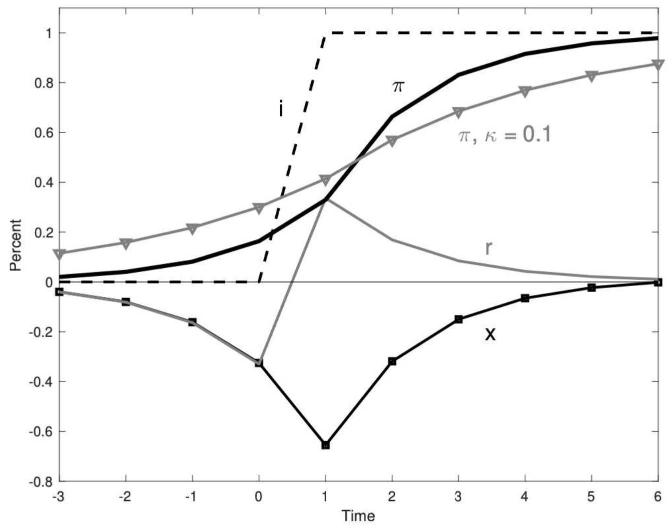
Slika 3.1: Odgovor na neočekivani monetarni šok u $t = 0$ u Novokeynesijanskom modelu, bez fisklanog šoka. Parametri $r = 0.01, \sigma = 1, \kappa = 0.5$. Izvor: [9].

Monetarni i fiskalni šok pod pretpostavkom jednoperiodnog duga

Promotrimo utjecaj monetarnog šoka $\varepsilon_{i,1} = 1$ na primjeru koji je modeliran u [9]. Na grafu 3.1 je prikazana funkcija impulsa, odnosno odgovor na neočekivani monetarni šok, pri čemu uzimamo vrijednosti parametara $r = 0.01, \sigma = 1, \kappa = 0.5$. Uspoređujemo odgovor obzirom na model s fleksibilnim cijenama 1.2. Primjećujemo da dolazi do trenutne promjene u stopi inflacije $\pi_1 > 0$, dok je u modelu s fleksibilnim cijenama do promjene dolazilo tek u sljedećem periodu. Do sada je do trenutnog utjecaja na inflaciju dolazilo zbog fiskalnih utjecaja, no pretpostavili smo Trenutna inflacija proizlazi zbog utjecaja diskontnih stopa 3.11.

Očekivana kamatna stopa raste, a očekivana inflacija raste po manjoj stopi, stoga dolazi do rasta realne kamatne stope. Povećanje realne kamatne stope dovodi do povećanja diskontne stope za buduće suficite. Dolazi do smanjenja sadašnje vrijednosti budućih fiskalnih suficita. Posljedično dolazi do inflacije. Monetarni šok proizvodi neizravan fiskalni utjecaj na inflaciju, pri čemu polazimo od pretpostavke nepromijenjenih fisklanih suficita. Kada bi država uz monetarni šok povećala nominalne suficite tako da odgovaraju monetarnom šoku, ne bi došlo do trenutne inflacije. Zaključujemo da su odgovori fiskalne politike na promjenu endogenih varijabli važni pri analize utjecaja promjene ciljane kamatne stope.

U Kenysian IS-LM modelu povećanje nominalne kamatne stope utječe na smanjenje

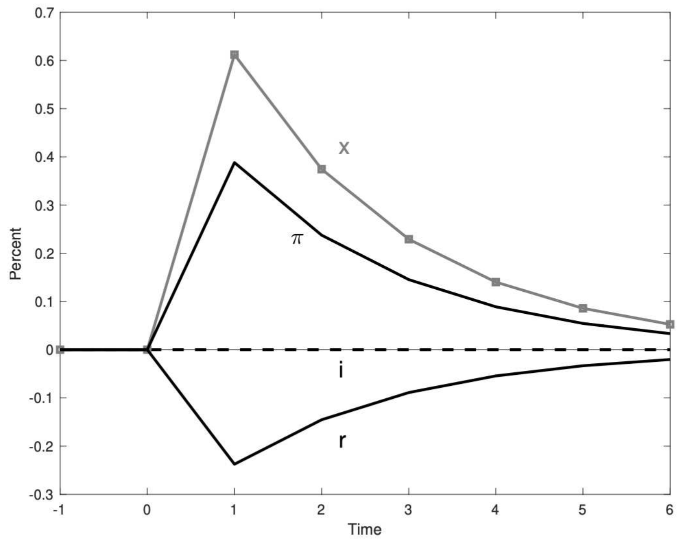


Slika 3.2: Odgovor na najavljeni monetarni šok u $t = -3$ za $t = 0$ u Novokeynesijanskom modelu, bez fisklanog šoka. Parametri $r = 0.01, \sigma = 1, \kappa = 0.5$. Izvor: [9].

agregatne potražnje i proizvodnje te negativnog učinka na inflaciju. U promatranom modelu ne dolazi do navedenog učinka, iako uočavamo smanjenje proizvodnje. Dodatno, razina nefleksibilnosti cijena koju mjerimo s κ utječe na odgovor inflacije. Za smanjenje $\kappa = 0.1$ primjećujemo snažniju stopu inflacije. Učinak Fishera 1.16, pri kojem je do inflacije dolazilo u sljedećem periodu, s vrlo nefleksibilnim cijenama postaje snažniji, instantnim porastom inflacije za iznos rasta nominalne kamatne stope.

Promotrimo utjecaj najave monetarnog šoka. Podsjećamo da u modelu s fleksibilnim cijenama nije postojala razlika odgovora inflacije na najavljeni i nenajavljeni monetarni šok. Na grafu 3.2 prikazana je funkcija impulsa, odnosno odgovor na neočekivani monetarni šok, pri čemu uzimamo vrijednosti parametara $r = 0.01, \sigma = 1, \kappa = 0.5$. Promatranjem fiskalne teorije u Novokeynezijanskom modelu s najavom monetarnog šoka uočavamo porast inflacije u trenutku njegove najave. Porast očekivane kamatne stope također dovodi do smanjenja proizvodnje.

Promotrimo utjecaj fiskalnog šoka na odgovor modela, bez promjene nominalne kamatne stope. Pretpostavljamo da je negativni fiskalni šok dan s $\varepsilon_{\Sigma s,1} = -1$ u $t = 1$. Grafički prikaz funkcije impulsnog odgovora dan je s 3.3. Kao i u modelu s fleksibilnim cijenama, dolazi do rasta inflacije, no zbog utjecaja nefleksibilnih cijena više ne dolazi do jednoperiodne promjene. Primjećujemo da fiskalni šok utječe na 0.4% promjenu inflacije. Razlog tomu je što proizašli definicit mora se pokriti kroz manju stopu realnog povrata na dug



Slika 3.3: Odgovor na fiskalni šok s $\varepsilon_{\Sigma s,1} = -1$

. Bez monetarnog šoka. Parametri $r = 0.01, \sigma = 1, \kappa = 0.5, \eta_s = 0$. Izvor: [9].

za vlasnike obveznica iz perioda $t = 0$, povećanje očekivanja inflacije uzrokuje smanjenje realnog povrata i smanjenje vrijednosti duga.

Monetarni i fiskalni šok pod pretpostavkom duga u dugom roku

U nastavku zanemarujemo pretpostavku da je nominalni povrat na portfelj državnog duga jednak nominalnoj kamatnoj stopi $r^n_{t+1} = i_t$, odnosno uvodimo dug s dospijećem kroz više perioda. Dodajemo linearizirane jednadžbe koje određuju vrijednost nominalnog povrata na dug. Pretpostavljamo da je očekivani povrat na obvenizce isti nezavisno o vremenu do dospijeća odnosno da vrijedi

$$\mathbb{E}_t[r^n_{t+1}] = i_t \tag{3.19}$$

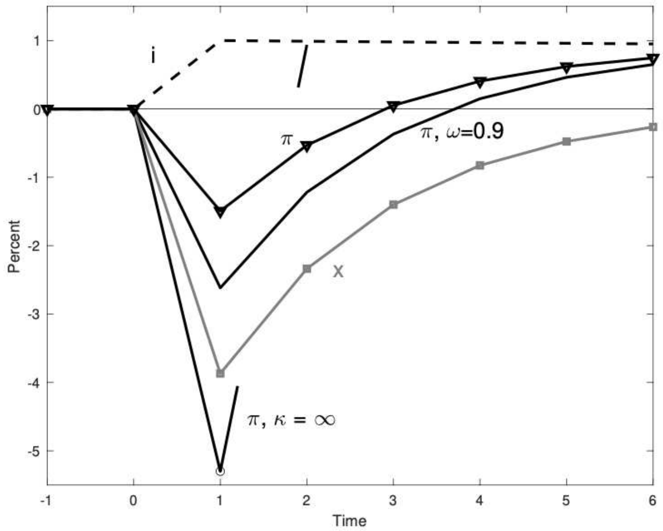
te dodajemo lineariziranu jednadžbu povrata na obveznicu obzirom na cijenu 3.6

$$r^n_{t+1} = \omega q_{t+1} - q_t$$

pri čemu smo lineariziranu jednadžbu izvodimo iz pretpostavke geometrijske strukture dospijeća $B^{(t+j)}_{t-1} = \omega^j B_{t-1}$. Potpuni model sada je dan s prethodne dvije jednadžbe i

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] - \kappa x_t$$

$$x_t = \mathbb{E}_t[x_{t+1}] - \sigma(i_t - \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}])$$



Slika 3.4: Odgovor na moneaterni šok, bez fiskalnog utjecaja, s pretpostavkom duga u dugom roku. Parametri $r = 0.01, \sigma = 1, \kappa = 0.5, \omega = 0.85$. Izvor: [9].

$$\rho v_{t+1} = v_t + r_{t+1} - \pi_{t+1} - \tilde{s}_{t+1}.$$

Ponovno tražimo rješenje modela kao i poglavlju 3.2, na temelju metode iz članka [5]. Zapisujemo jednadžbe u matričnom obliku s

$$Az_{t+1} = Bz_t + C\varepsilon_{t+1} + D\delta_{t+1} + F\omega_{t+1} \tag{3.20}$$

Temeljem navedene metode jednakost 3.19 zapisujemo u obliku

$$r^n_{t+1} = i_t + \delta_{r,t+1}.$$

Supstitucijom r^n_{t+1} u preostale jednadžbe modela slijedi

$$\rho v_{t+1} = v_t + i_t - \pi_{t+1} - \tilde{s}_{t+1} + \delta_{r,t+1}$$

$$\omega q_{t+1} = i_t + q_t + \delta_{r,t+1}.$$

Prikazujemo odgovor inflacije na neočekivani monetarni šok, odnosnu funkciju impulsnog odgovora 3.4 po primjeru iz [9]. Uočavamo da fiskalni šok uzrokuje trenutni pad inflacije koji odgovara padu proizvodnje. Nakon nekoliko perioda dolazi do inflacije. Odgovor se razlikuje od onog u uvjetima jednoperiodnog duga pri kojem dolazi do rasta inflacije.

Promotrimo utjecaj variranja strukture dospijeća duga. S linijom $\pi, \omega = 0.9$ označen je odgovor inflacije na monetarni šok kada je struktura duga duljeg dospijeća. Uočavamo da dolazi do snažnijeg pada inflacije. Promotrimo slučaj fleksibilnih cijena, koji na grafu označavamo s linijom $\pi, \kappa = \infty$. Ponovno dobivamo rezultat jednoperiodne promjene inflacije kao i u 1.3. Također, uočavamo snažniji pad. Porast nominalne kamatne stope ujedno implicira porast realne stope, što tada utječe na vrijednost suficita umanjivanjem njihove vrijednosti uslijed većeg diskontnog faktora. Promotrimo ponovno 3.11 slijedi

$$\Delta E_1 \pi_1 - \Delta E_1 r_1^n = \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j \Delta E_{t+1} [r_{1+j}^n - \pi_{1+j}].$$

Nezavisno o strukturi dospijeća duga, na negativni nominalni povrat $\Delta E_1 r_1^n$ utječe rast kamatne stope i 3.11. Bez desne strane prethodne jednakosti, inflacija bi se trebala prialgoditi za egazktnu promjenu kao i povrat na obveznice. Zbog pretpostavke nefleksibilnih cijena imamo utjecaj desne strane, povećanjem diskontne stope, dolazi do smanjenja deflacijskog učinka uslijed povećanja kamatnih stopa.

Pretpostavka duga u dugom roku ne mijenja odgovor na najavljeni monetarni šok obzirom na odgovor prikazan na 3.2, pri kojemu smo pretpostavili jednoperiodni dug. Prethodna najava većih kamatnih stopa u budućnosti smanjuje vrijednost obveznica u dugom roku i uzrokuje trenutni rast inflacije.

Pretpostavka duga u dugom roku ne mijenja odgovor na fiskalni šok obzirom na odgovor prikazan na 3.3, pri kojemu smo pretpostavili jednoperiodni dug. Ako fiskalni šok ne utječe na trenutne i buduće nominalne kamatne stope, tada ne dolazi do promjene nominalnih cijena dugoročnih obveznica.

Promotrimo utjecaj fiskalnog i monetarnog šoka. Monetarni šok može umanjiti inflatorni utjecaj fiskalnog šoka. Na taj način, središnja banka utječe na stvaranje kasnije, produljene inflacije umjesto trenutne, koja bi proizašla kao posljedica fiskalnog šoka. Ako središnja banka definira monetarno pravilo koje povećava kamatnu stopu kao odgovor na inflaciju, tada će u slučaju fiskalnog šoka, koji utječe na rast inflacije, doći do povećanja kamatnih stopa i zajedničkim djelovanjem do kontroliranja razine cijena.

Bibliografija

[1] *Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje*, Leksikografski zavod Miroslav Krleža, 2013. – 2024.

[2] Agnès Bénassy-Quéré, Benoît Cœuré, Pierre Jacquet i Jean Pisani-Ferry, *Economic Policy: Theory and Practice*, Oxford University Press, 2010.

[3] Ben S. Bernanke i Frederic S. Mishkin, *Inflation Targeting: A New Framework for Monetary Policy?*, Journal of Economic Perspectives (1997), 97–116.

[4] J. Black, N. Hashimzade i G. Myles, *A Dictionary of Economics*, Oxford University Press, 2009.

[5] Olivier J. Blanchard i Charles M. Kahn, *The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations*, Econometrica (1980), br. 5, 1305–1311.

[6] G. Calvo, *Staggered Prices in a Utility-maximizing Framework*, Journal of Monetary Economics (1983).

[7] John H. Cochrane, *The New-Keynesian Liquidity Trap*, National Bureau of Economic Research (2017).

[8] ———, *The Fiscal Roots of Inflation*, Review of Economic Dynamics (2022), 22–40.

[9] ———, *The Fiscal Theory of the Price Level*, Princeton University Press, 2023.

[10] Jordi Galí, *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle*, Princeton University Press, 2008.

[11] Julio Garín, Robert Lester i Eric Sims, *Raise rates to raise inflation? Neo-Fisherianism in the New Keynsian model*, National Bureau of Economic Research (2016).

[12] Peter Moles i Nicholas Terry, *The Handbook of International Financial Terms*, Oxford University Press, 2005.

[13] David Romer, *Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill, 2012.

[14] Michael Woodford, *Interest and Prices*, Princeton University Press, 2003.

Sažetak

Klasične teorije inflacije pri analizi utjecaja monetarnih instrumenata zanemaruju pravila fiskalne politike. Fiskalna teorija razine cijena tvrdi kako u popularnoj klasi teorijskih modela inflacije, razinu cijena određuje monetarna politika u ovisnosti o pravilima fiskalne politike. Teorija polazi od vrednovanja državnog duga kroz sadašnju vrijednost budućih primarnih fiskalnih suficita, čime podlogu pronalazi u temeljnim idejama teorije upravljanja financijskom imovinom. Središnja banka definira ciljanu kamatnu stopu, koja određuje očekivanu stopu inflacije, a očekivanje budućih fiskalnih suficita određuje neočekivanu inflaciju. Inflacija proizlazi zbog niskih očekivanja o mogućnosti otplate državnog duga budućim fiskalnim suficitima. Fiskalnu teoriju ugrađujemo u Novokeynezijanski model, prevladavajući makroekonomski model kojeg koriste središnje banke. Analiziramo utjecaj monetarnih i fiskalnih šokova na razinu cijena koristeći pretpostavku duga u dugom roku. Teorija upućuje na važnost koordinacije monetarne i fiskalne politike u održavanju stabilne razine cijena, čime otvara put k novom pravcu razvoja monetarne politike.

Summary

When assessing the impact of monetary instruments, general theories of inflation often overlook the rules of fiscal policy. The fiscal theory of the price level argues that in a popular class of theoretical models of inflation, the price level is determined by monetary policy depending on the rules of fiscal policy. The theory is based on valuing government debt through the present value of future primary fiscal surpluses, using the fundamental ideas of asset management theory. The central bank sets a target interest rate, which determines the expected inflation rate, while the expectation of future fiscal surpluses determines unexpected inflation. Inflation arises due to low expectations regarding the ability to repay government debt through future fiscal surpluses. We incorporate the fiscal theory into the New Keynesian model, the prevailing macroeconomic model used by central banks today. We analyze the impact of monetary and fiscal shocks on the price level under the assumption of long-term debt. The theory highlights the importance of coordinating monetary and fiscal policy to maintain a stable price level, thereby paving the way for a new direction in the development of monetary policy.

Životopis

Rođena sam 5. travnja 1999. godine u Zagrebu, gdje sam pohađala Osnovnu školu Izidora Kršnjavoga, a zatim Gimnaziju Tituša Brezovačkog. Nakon uspješno položene državne mature 2017. godine, upisala sam preddiplomski sveučilišni studij Matematike na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. Po završetku preddiplomskog studija, nastavila sam obrazovanje na istom fakultetu upisom na diplomski studij Financijske i poslovne matematike. Tijekom studija sudjelovala sam na ljetnoj školi financija na London School of Economics (2021. godine) u Londonu. Aktivno sam se bavila studentskim predstavništvom i pridonijela donošenju legislativa s ciljem unaprjeđenja visokog obrazovanja i studentskog standarda, neke od kojih su Izmjena Zakona o porezu na dohodak (2022. g.) i Statut Sveučilišta u Zagrebu (2023. g.). Obnašala sam dužnost predstavnice Hrvatske u Europskoj studentskoj uniji (2021.-2022. g.) te predsjednice Hrvatskog studentskog zbora (2022.-2023. g.). Svoje obrazovanje nastavljam na Sveučilištu Bocconi, gdje 2024. godine upisujem specijalistički studij Kvantitativnih financija i menadžment rizika.