

# Demonstracijski uređaj za mjerenje polarizacijskih korelacija u pozitronskoj anihilaciji

---

Šenjug, Pavla

Master's thesis / Diplomski rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:733253>

Rights / Prava: [In copyright](#)/Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-09**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Pavla Šenjug

DEMONSTRACIJSKI UREĐAJ ZA MJERENJE  
POLARIZACIJSKIH KORELACIJA U  
POZITRONSKOJ ANIHILACIJI

Diplomski rad

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK  
SMJER: ISTRAŽIVAČKI

**Pavla Šenjug**

Diplomski rad

**Demonstracijski uređaj za mjerenje  
polarizacijskih korelacija u pozitronskoj  
anihilaciji**

Voditelj diplomskog rada: doc. dr. sc. Mihael Makek

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2016.

Željela bih se zahvaliti mentoru doc. dr. sc. Mihaelu Makeku na svoj pruženoj pomoći, strpljenju i trudu. Također zahvaljujem svojoj obitelji i prijateljima na podršci pruženoj tijekom studiranja i pisanja diplomskog rada.

## Sažetak

Cilj ovog rada bio je napraviti mjerni postav kojim se mogu mjeriti polarizacijske korelacije fotona nastalih u pozitronskoj anihilaciji. Princip mjerenja temelji se na činjenici da kod komptonskog raspršenja polarizirani fotoni imaju preferirani smjer raspršenja u odnosu na smjer početne polarizacije.

Napravljen je mjerni postav koji se sastoji od četiri cilindrična scintilacijska detektora, dva BaF<sub>2</sub> detektora i dva LSO detektora. BaF<sub>2</sub> detektori korišteni su za raspršivanje fotona nastalih anihilacijom pozitrona iz radioaktivnog izvora <sup>22</sup>Na, dok je detektiranje komptonski raspršenih fotona rađeno pomoću LSO detektora. Signali su obrađivani isključivo digitalno, korišten je digitalizator DRS4.

Mjerenjem je opaženo da se fotoni za faktor  $\rho = (1.9 \pm 0.2 \pm 0.5)$  češće raspršuju u ravninama koje su međusobno okomite nego u istoj ravnini, što pokazuje postojanje korelacije njihovih polarizacija, te je konzistentno s teorijskim predviđanjima. To ujedno potvrđuje da se ovim jednostavnim mjernim postavom mogu mjeriti polarizacijske korelacije.

Zračenje koje nastaje u pozitronskoj anihilaciji ima najpoznatiju praktičnu primjenu u medicini. Pozitronska emisijska tomografija (PET) se temelji upravo na principu detekcije gama zračenja koje se dobiva pozitronskom anihilacijom. Mjerenje polarizacijskih korelacija fotona dobivenih iz pozitronske anihilacije otvara mogućnost za podizanje kvalitete slika dobivenih PET uređajima.

# A Demonstration Setup for Measurement of Polarization Correlations in Positron Annihilation

## Abstract

The aim of this study was to make a measurement setup that can measure polarization correlations of photons generated in positron annihilation. The measuring principle was based on the fact that in Compton scattering polarized photons have a preferred direction of scattering relative to the direction of the initial polarization.

A measurement setup was made consisting of four cylindrical scintillation detectors, two BaF<sub>2</sub> and two LSO detectors. BaF<sub>2</sub> detectors were used for scattering of the annihilation photons obtained from the radioactive isotope of sodium <sup>22</sup>Na, while the detection of Compton scattered photons was done using LSO detectors. Signals were measured and analyzed digitally, a DRS4 digitizer was used for measurement.

Measurements have found that photons scatter more often by a factor  $\rho = (1.9 \pm 0.2 \pm 0.5)$  in planes that are perpendicular to each other than in the same plane, which shows the existence of the

correlation of their polarization, and is consistent with theoretical predictions. It also confirms that this simple measurement setup can measure polarization correlations.

The radiation that occurs in positron annihilation has the most well-known practical application in medicine (medical imaging). Positron emission tomography (PET) is based precisely on the principle of detecting gamma radiation, which is produced by positron annihilation. Measuring the polarization correlations of photons obtained from positron annihilation opens the possibility of raising the quality of images obtained by PET devices.

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teorijska podloga</b>	<b>2</b>
2.1	Radioaktivni raspad	2
2.1.1	Nuklearni beta raspad	2
2.1.2	Gama zračenje	3
2.1.3	Anihilacijsko zračenje i pozitronij	3
2.2	Interakcija nabijenih čestica s materijom	7
2.2.1	Interakcija teških nabijenih čestica s materijom	7
2.2.2	Interakcija beta čestica s materijom	7
2.3	Interakcija gama zračenja s materijom	8
2.3.1	Fotoelektrični efekt	10
2.3.2	Tvorba parova	10
2.3.3	Komptonsko raspršenje	10
2.4	Princip mjerenja polarizacijskih korelacija	12
<b>3</b>	<b>Eksperimentalni postav</b>	<b>16</b>
3.1	Scintilacijski detektori	16
3.1.1	Općenita svojstva scintilacijskih detektora	16
3.1.2	BaF <sub>2</sub> scintilator	17
3.1.3	LSO scintilator	19
3.2	Digitalizator signala DRS4	20
3.3	Odabir eksperimentalnih postavki	21
3.3.1	Odabir srednje frekvencije uzorkovanja	21
3.3.2	Odabir vremenskog prozora za integraciju signala	23
3.3.3	Određivanje pragova za pojednine detektore	24
3.4	Kalibracija detektora	25
3.5	Postupak mjerenja	29
3.5.1	Geometrijske konfiguracije	29
3.5.2	Utjecaj odabira geometrije na očekivani iznos omjera asimetrije	31
3.5.3	Odabir događaja	33
<b>4</b>	<b>Rezultati</b>	<b>37</b>
<b>5</b>	<b>Zaključak</b>	<b>40</b>
<b>A</b>	<b>Dodatak: Primjer zapisa u binarni format</b>	<b>41</b>
<b>B</b>	<b>Dodatak: Programi</b>	<b>42</b>
B.1	Program za čitanje binarne datoteke	42
B.2	Program za analizu podataka	44
B.3	Program za oduzimanje šuma	49

# 1 Uvod

Zračenje koje nastaje pri anihilaciji pozitrona s elektronom ima najpoznatiju praktičnu primjenu u medicinskom oslikavanju. Pozitronska emisijska tomografija (PET) se temelji upravo na principu detekcije gama zračenja koje se dobiva pozitronskom anihilacijom. Budući da su polarizacijski vektori anihilacijskih fotona okomiti jedan u odnosu na drugi, mjerenje ovih polarizacijskih korelacija moglo bi se iskoristiti kao jedan od kriterija za određivanje anihilacijskih događaja u PET-u [1, 2].

Cilj ovog rada bio je pokazati da se jednostavnim mjernim postavom, od četiri scintilacijska detektora i digitalizatora impulsa DRS4, mogu mjeriti polarizacijske korelacije dvaju fotona dobivenih u pozitronskoj anihilaciji. Poznato je da se dva fotona nastala anihilacijom pozitrona, gibaju u suprotnim smjerovima (pod kutom  $\sim 180^\circ$ ) zbog zakona očuvanja količine gibanja te da su polarizacije ovih dvaju fotona međusobno okomite zbog očuvanja ukupnog angularnog momenta [3]. Za mjerenje polarizacijskih korelacija korišteno je svojstvo polariziranih fotona da se s najvećom vjerojatnošću komptonski raspršuju pod kutom okomitim na vektor polarizacije. Kako su polarizacije anihilacijskih fotona međusobno okomite, postojati će angularna korelacija broja raspršenih fotona detektiranih u scintilacijskim detektorima.

Teorijska podloga potrebna za razumijevanje fizikalnih procesa na kojima se temelji princip mjerenja polarizacijskih korelacija, obrađena je u drugom poglavlju, dok je sam princip mjerenja opisan u poglavlju 2.4.

Eksperimentalni postav, svojstva korištenih scintilacijskih detektora, te digitalizatora signala DRS4 opisani su u poglavlju 3.1 i 3.2. U poglavlju 3.3 opisan je proces odabira eksperimentalnih postavki, od kojih su najvažnije: srednja frekvencija uzorkovanja, vremenski prozor za integraciju signala, energetski pragovi za pojedine detektore, te geometrijska konfiguracija. U poglavlju 3.4 opisana je kalibracija korištenih detektora. Postupak mjerenja i korištene geometrijske konfiguracije opisani su u poglavlju 3.5.

U četvrtom poglavlju prezentirani su dobiveni rezultati iz osam mjerenja provedenih u dvije različite konfiguracije. Mjeren je broj parova anihilacijskih fotona koji su se komptonski raspršili pod različitim međusobnim kutovima. Uspoređivanjem broja događaja dobivenih za razne kutove tražio se omjer asimetrije. Slaganjem s teorijskim omjerom asimetrije potvrđena je mogućnost mjerenja polarizacijskih korelacija korištenim eksperimentalnim postavom.



## 2 Teorijska podloga

### 2.1 Radioaktivni raspadi

Radioaktivni raspadi su procesi koji se odvijaju spontano. Radioaktivna (nestabilna) jezgra prelazi iz stanja u kojem se nalazi u drugo stanje, emitirajući pritom radioaktivno zračenje. Osnovni tipovi radioaktivnog zračenja s pripadnim karakterističnim energijama, dani su u tablici 2.1.

vrsta	podrijetlo	proces	naboj	masa [MeV]	energijski spektar
$\alpha$ čestice	jezgra	nukl. raspad ili reakcija	+2e	3727.33	diskretan
$\beta^-$ čestice	jezgra	nukl. raspad	-1e	0.511	kontinuiran
$\beta^+$ čestice	jezgra	nukl. raspad	+1e	0.511	kontinuiran
$\gamma$ zrake	jezgra	nukl. deeksitacija	0	0	diskretan
X zrake	elektr. oblak	atomska deeksitacija	0	0	diskretan

Tablica 2.1: Vrste radioaktivnih zračenja i njihove karakteristike.

Za radioaktivne raspade vrijedi sljedeća jednakost, koja kaže da je broj raspada u svakom trenutku proporcionalan broju radioaktivnih jezgara:

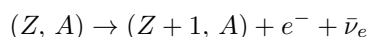
$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \longrightarrow N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

gdje je  $\lambda$  konstanta raspada,  $N_0$  početni broj radioaktivnih jezgara, a  $N(t)$  broj preostalih, neraspadnutih jezgara u uzorku.

#### 2.1.1 Nuklearni beta raspad

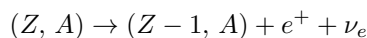
Nuklearni beta raspad javlja se kod jezgara s viškom protona ili neutrona, kao posljedica slabe interakcije. Ovisno o tome koji nukleoni su višak postoje dva tipa beta raspada,  $\beta^-$  i  $\beta^+$  raspadi.

##### $\beta^-$ raspad



Do  $\beta^-$  raspada dolazi kad jezgra ima višak neutrona. Raspadom neutrona u jezgri ( $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ ), nastaje proton, koji ostaje vezan za jezgru i time mijenja atomski broj jezgre pa nastaje novi element, te elektron ( $\beta^-$  čestica) i antineutrino koji izlaze iz jezgre kao emitirano zračenje.

##### $\beta^+$ raspad



Do  $\beta^+$  raspada dolazi kad jezgra ima višak protona. Raspadom protona u jezgri ( $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ ), nastaje neutron, koji ostaje vezan za jezgru i time mijenja atomski broj jezgre pa nastaje novi element, te pozitron ( $\beta^+$  čestica) i neutrino koji izlaze iz jezgre kao emitirano zračenje.

Glavna karakteristika beta raspada je kontinuirani energijski spektar emitirane beta čestice. Kontinuirani spektar javlja se zbog dijeljenja energije dobivene raspadom (Q-vrijedost) između dvije emitirane čestice, beta čestice i neutrina, odnosno antineutrina.

Kod beta raspada često se događa da je nastala jezgra kćer u pobuđenom stanju, pa se uz emisiju beta čestice i neutrina događa i emisija gama zraka.

Za detekciju emitiranih beta čestica važno je da one uspiju izaći iz uzorka. Beta čestice imaju naboj ( $\pm 1$ ), pa relativno brzo gube energiju prolaskom kroz materiju. Zbog toga je mjerenje točnije što je radioaktivni uzorak tanji.

### 2.1.2 Gama zračenje

Osnovne karakteristike gama zračenja dane su u tablici 2.1. Do gama zračenja dolazi uslijed procesa nuklearnih deekscitacija. To su procesi u kojima jezgra prilikom prelaska iz višeg pobuđenog stanja u niže pobuđeno ili osnovno stanje jezgre emitira fotone odgovarajuće energije. Zbog diskretnog spektra energijskih stanja jezgre, gama zračenje može poprimiti samo određene vrijednosti energije u rasponu od tipično 100 keV do nekoliko MeV-a.

Pobuđena stanja jezgre najčešće se dobivaju nuklearnim beta raspadom. Na primjer:



gdje je  $\text{Ne}^*$  pobuđeno stanje jezgre neona s energijom od 1274.5 keV[5]. Prelaskom u osnovno stanje, jezgre neona zrače fotone energije  $E_\gamma = 1274.5 \text{ keV}$ . Kao produkt raspada radioaktivnog natrija uz gama zračenje dobivaju se još pozitron i antineutrino. Pozitron brzo izgubi energiju u materijalu te se anihilira s elektronom emitirajući pri tom dva fotona, a ta emisija fotona naziva se anihilacijsko zračenje.

### 2.1.3 Anihilacijsko zračenje i pozitronij

Anihilacijsko zračenje je zračenje nastalo anihilacijom pozitrona s elektronom. Pozitroni se obično dobivaju iz  $\beta^+$  radioaktivnih izvora. Kao što je za detektiranje beta čestica važno da uzorak bude što tanji, ovdje je važno da uzorak bude dovoljno debeo, kako bi pozitron uspio izgubiti energiju, zaustaviti se i anihilirati s jednim od okolnih elektrona.

Prije anihilacije elektrona i pozitrona dolazi do stvaranja egzotičnog atoma, pozitronija. Pozitronij je vezano stanje elektrona i pozitrona, slično atomu vodika, uz zamjenu protona pozitronom. Budući da je masa pozitrona jednaka masi elektrona, reducirana masa ovog sistema je približno upola manja od reducirane mase atoma vodika, slijedi (ako se zanemari fina i hiperfina struktura) da su energijski nivoi također upola manji[6].

Pozitronij se raspada elektromagnetski na dva, odnosno tri fotona, ovisno o tome u kojem osnovnom stanju ( $l = 0$ ) se nalazio prije raspada. Osnovno stanje je kao kod vodika rascijepljeno na hiperfinu strukturu, zbog interakcije magnetskih momenata (spinova). Za  $l = 0$  postoje četiri različita stanja spina:

- singletno stanje, odnosno para-pozitronij (p-Ps) sa  $S = 0$ ,  $S_z = 0$  :

$$|S = 0, S_z = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle |\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle |\uparrow\rangle)$$

- tripletno stanje, odnosno orto-pozitronij (o-Ps) sa  $S = 1$ ,  $S_z = -1, 0, 1$

$$\begin{aligned}
|S = 1, S_z = 1\rangle &= |\uparrow\rangle |\uparrow\rangle \\
|S = 1, S_z = 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle |\downarrow\rangle + |\downarrow\rangle |\uparrow\rangle) \\
|S = 1, S_z = -1\rangle &= |\downarrow\rangle |\downarrow\rangle
\end{aligned}$$

Stanje pozitronija može se opisati kao produkt orbitalne valne funkcije i vektora koji opisuje spinsko stanje:

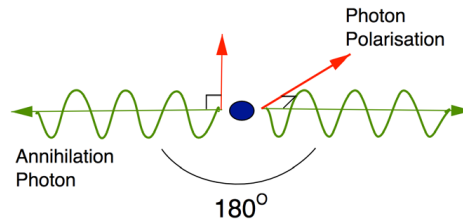
$$\Psi_{n,l,m}(\vec{r}) |S, S_z\rangle$$

gdje je orbitalna valna funkcija jednaka onoj za atom vodika, uz zamjenu mase elektrona reduciranom masom elektron-pozitron para[6].

Pozitronij se raspada elektromagnetski, pa su paritet i nabojna konjugacija očuvani. Poznavanjem svojstvenih vrijednosti pariteta i nabojne konjugacije pozitronija, moguće je saznati nešto o produktima raspada.

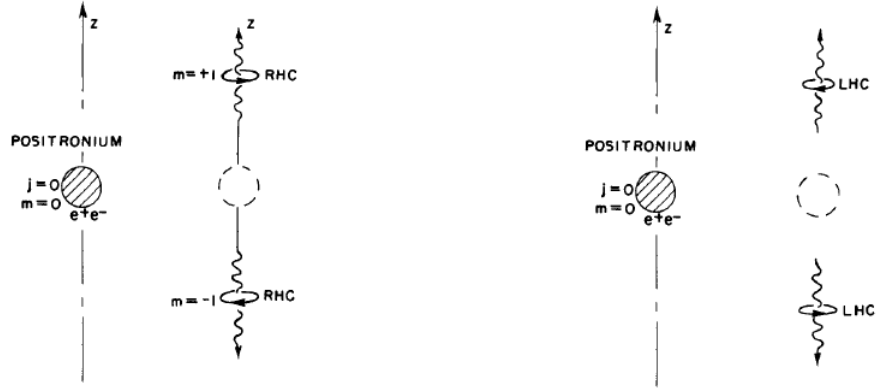
Očuvanje pariteta je posljedica simetrije na inverziju koordinatog sustava. Svojstvene vrijednosti operatora pariteta mogu biti  $\pm 1$ . U slučaju da je svojstvena vrijednost nekog sustava  $-1$ , kaže se da sustav ima neparan paritet, dok za svojstvenu vrijednost pariteta  $+1$ , sustav ima paran paritet. Stanje pozitronija opisano je produktom orbitalne valne funkcije i vektora spina. Orbitalna valna funkcija je svojstveno stanje operatora pariteta, sa svojstvenom vrijednosti  $(-1)^l$ :  $\hat{P}\Psi_{n,l,m}(\vec{r}) = \Psi_{n,l,m}(-\vec{r}) = (-1)^l \Psi_{n,l,m}(\vec{r})$ . Paritet vektora spina može se gledati kao produkt pariteta spinskih vektora pojedinih čestica koje čine pozitronij. Budući da se pozitronij sastoji od čestice  $e^-$  i pripadne antičestice  $e^+$ , čiji su pariteti suprotnog predznaka, produkt pojedinih pariteta daje svojstvenu vrijednost  $-1$ . Slijedi da je svojstvena vrijednost ukupnog pariteta pozitronija  $-(-1)^l$ , što znači da je p-Ps i o-Ps (osnovno stanje  $l = 0$ ) stanje s neparnim paritetom.

Budući da je početno stanje neparnog pariteta, konačno stanje (nakon anihilacije) mora biti negativnog pariteta. To daje uvjet, u slučaju raspada na dva fotona, na međusobnu orijentaciju polarizacije: vektori polarizacije dvaju fotona su međusobno okomiti (slika 2.1).



Slika 2.1: Anihilacijski fotoni, nastali raspadom para-pozitronija, emitirani su u suprotnim smjerovima, zbog očuvanja impulsa, te s međusobno okomitim polarizacijskim vektorima, zbog očuvanja pariteta [1].

Međusobna okomitost vektora polarizacije dvaju anihilacijskih fotona može se objasniti na sljedeći način [7]. Neka se pozitronij, koji se nalazi u stanju  $l = 0, S = 0, S_z = 0$  (p-Ps), raspada na dva fotona. Zbog zakona očuvanja impulsa, u slučaju da pozitronij prije raspada miruje, nastali



Slika 2.2: Raspad pozitronija na dva fotona. Lijevo fotoni imaju desnu kružnu polarizaciju (RHC). Desno fotoni imaju lijevu kružnu polarizaciju (LHC)[7].

anihilacijski fotoni gibaju se u suprotnim smjerovima (npr. duž  $z$ -osi slika 2.2). Za opis polarizacije fotona može se prvo uzeti kružna polarizacija. Ako se foton giba u nekom smjeru, postoje dvije različite kružne polarizacije, desna kružna polarizacija (RHC) i lijeva kružna polarizacija (LHC):

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle + i|y\rangle)$$

$$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle - i|y\rangle)$$

gdje je  $|R\rangle$  desna kružna polarizacija,  $|L\rangle$  lijeva kružna polarizacija, dok su  $|x\rangle$  i  $|y\rangle$  linearne polarizacije duž  $x$ , odnosno  $y$ -osi. Kod kružnih polarizacija, amplitude za pronalaženje polarizacije u stanju linearne polarizacije  $|x\rangle$  i  $|y\rangle$  su jednake, ali kasne u fazi za  $90^\circ$ .

Na slici 2.2 lijevo prikazan je raspad para-pozitronija na dva RHC fotona. U slučaju da je jedan od fotona RHC polariziran (projekcija ukupnog angularnog momenta na smjer gibanja je  $+1$ ), da bi bio očuvan ukupni angularni moment, drugi foton koji se giba u suprotnom smjeru također mora biti RHC polariziran. U slučaju da je jedan od fotona LHC polariziran, i drugi mora biti LHC polariziran (slika 2.2 desno).

Inverzijom lijevog slučaja, RHC fotoni emitirani u suprotnim smjerovima, dobiva se desni slučaj, LHC fotoni emitirani u suprotnim smjerovima. Budući da je paritet  $p$ -Ps neparan (svojstvena vrijednost je  $-1$ ), amplitude za raspad na dva RHC fotona,  $|R_1R_2\rangle$ , i na dva LHC fotona,  $|L_1L_2\rangle$ , su jednakih vrijednosti, ali suprotnog predznaka. Stoga je jedino konačno stanje raspada pozitronija koje čuva paritet i angularni moment:

$$|F\rangle = |R_1R_2\rangle - |L_1L_2\rangle$$

Primjenom operatora pariteta na konačno stanje u raspadu pozitronija dobije se da je njihova svojstvena vrijednost  $-1$ , čime je očuvan paritet početnog stanja:

$$\hat{P}|F\rangle = |L_1 L_2\rangle - |R_1 R_2\rangle = -|F\rangle$$

Dobiveno konačno stanje kaže da ako se izmjeri da je jedan foton RHC (odnosno LHC), drugi foton mora biti također RHC (odnosno LHC).

Iz dobivenog konačnog stanja opisanog pomoću kružnih polarizacija može se dobiti konačno stanje opisano pomoću linearnih polarizacija. Linearne polarizacije  $|x\rangle$  i  $|y\rangle$  mogu se zapisati pomoću desne i lijeve kružne polarizacije. Iz definicije desne i lijeve kružne polarizacije slijedi:

$$|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle + |L\rangle)$$

$$|y\rangle = -\frac{i}{\sqrt{2}}(|R\rangle - |L\rangle)$$

U slučaju da je izmjereno da je jedan foton x-polariziran, a drugi y-polariziran,  $|x_1 y_2\rangle$ , amplituda vjerojatnosti iznosi  $\langle x_1 y_2 | F \rangle = \langle x_1 y_2 | R_1 R_2 \rangle - \langle x_1 y_2 | L_1 L_2 \rangle$ . Svaka čestica je nezavisna, pa vrijedi:

$$\begin{aligned} \langle x_1 y_2 | R_1 R_2 \rangle &= \langle x_1 | R_1 \rangle \langle y_2 | R_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i}{\sqrt{2}} = \frac{i}{2} \\ \langle x_1 y_2 | L_1 L_2 \rangle &= \langle x_1 | L_1 \rangle \langle y_2 | L_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{-i}{\sqrt{2}} = -\frac{i}{2} \end{aligned}$$

Iz čega slijedi da je amplituda vjerojatnosti za pronalaženje dvaju anihilacijskih fotona u stanju  $|x_1 y_2\rangle$  jednaka  $+i$ . Znači da je vjerojatnost, da su polarizacije emitiranih fotona međusobno okomite, jednaka 1.

Za amplitudu vjerojatnosti pronalaženja dvaju anihilacijskih fotona u stanju  $|x_1 x_2\rangle$ , dobiva se po istom principu vrijednost 0:  $\langle x_1 x_2 | F \rangle = 0$ .

Očuvanje nabojne konjugacije je posljedica simetrije na zamjenu čestica i antičestica. U slučaju pozitronija operacija nabojne konjugacije svodi se na operaciju pariteta, te zamjenu čestica u vektoru spina:

$$|S = 1, S_z = 1\rangle = |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 \longrightarrow |S = 1, S_z = 1\rangle = |\uparrow\rangle_2 |\uparrow\rangle_1$$

$$|S = 0, S_z = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2) \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_2 |\downarrow\rangle_1 - |\downarrow\rangle_2 |\uparrow\rangle_1) = -\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2)$$

što vodi na promjenu predznaka  $-(-1)^S$ , u slučaju o-Ps to je  $-(-1)^1 = +1$ , dok je u slučaju p-Ps  $-(-1)^0 = -1$ .

Ukupna svojstvena vrijednost operatora nabojne konjugacije pozitronija je  $(-1)^{l+S}$ , u slučaju o-Ps ( $l = 0, S = 1$ ) dobiva se svojstvena vrijednost  $-1$ , dok u slučaju p-Ps ( $l = 0, S = 0$ ) svojstvena vrijednost iznosi  $+1$ .

Fotoni imaju svojstvenu vrijednost nabojne konjugacije  $-1$ , pa sustav od  $n$  fotona ima svojstvenu vrijednost  $(-1)^n$ . Slijedi da se o-Ps, da bi vrijedilo očuvanje nabojne konjugacije, može raspasti samo na neparan broj fotona, a p-Ps samo na paran broj fotona. Vjerojatnost raspada jako opada s porastom broja fotona. Najvjerojatniji raspadi su p-Ps na dva fotona, te o-Ps na tri fotona (ne može na jedan foton zbog očuvanja impulsa).

## 2.2 Interakcija nabijenih čestica s materijom

Prolaskom nabijene čestice kroz materiju dolazi do različitih interakcija između upadne čestice i sastavnih dijelova materije pri čemu upadna čestica gubi energiju i/ili mijenja smjer kretanja. Uobičajeno je nabijene čestice podijeliti u dvije skupine, elektrone i pozitrone, te teške nabijene čestice (npr. alfa čestice, protoni, mioni). Glavne interakcije su elektromagnetske, i to neelastični sudari s atomskim elektronima materijala, te elastični sudari s jezgrom. U posebnim slučajevima javljaju se i Čerenkovljevo zračenje i zakočno zračenje (bremsstrahlung).

Prolazak čestica kroz materiju obično se opisuje veličinom zvanom zaustavna snaga  $\frac{dE}{dx}$ , tj. specifičnim gubitkom energije po jedinici prijeđenog puta.

### 2.2.1 Interakcija teških nabijenih čestica s materijom

Teške nabijene čestice brzo gube energiju prolaskom kroz materiju. Razlog je veliki broj sudara po jedinici prijeđenog puta, tako da unatoč tome što je energija izgubljena u jednom neelastičnom sudaru s atomskim elektronima relativno mala obzirom na kinetičku energiju upadne čestice, dolazi do značajnog gubitka energije. Izgubljena energija kod neelastičnih sudara s atomskim elektronima, predana je elektronima te dolazi ili do pobuđenja ili do ionizacije atoma. Druga vrsta sudara su elastični sudari s jezgrom, ali budući da je masa upadnih čestica puno manja od mase jezgara ne dolazi do značajnog gubitka energije.

Gubitak energije teških nabijenih čestica u materiji dan je Bethe-Blochovom formulom:

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_e r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 \right] \quad (2.1)$$

gdje je:

$r_e = 2.817 \times 10^{-13} cm$  klasični radijus elektrona

$m_e$  masa elektrona

$N_e = 6.022 \times 10^{23} mol^{-1}$  Avogadrov broj

$I$  srednji potencijal pobuđenja

$Z, A, \rho$  atomski broj, atomska masa i gustoća apsorbirajućeg materijala

$z$  naboj upadne čestice u jedinicama  $e$

$\beta = v/c, \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$  od upadne čestice

$W_{max}$  maksimalna prenesena energija u jednom sudaru

### 2.2.2 Interakcija beta čestica s materijom

Beta čestice, elektroni i pozitroni, također interagiraju s materijom uglavnom preko neelastičnih sudara, pa se za opis gubitka energije može koristiti Bethe-Blochova formula uz neke korekcije. Zbog male mase beta čestica, neke pretpostavke korištene u Bethe-Blochovoj formuli više ne vrijede. Prilikom sudara beta čestice s atomskim elektronom dolazi do znatne promjene putanje beta čestice,

te je moguć prijenos puno veće energije u pojedinom sudaru. Kod sudara elektron-elektron mora se uzeti u obzir i nerazpoznatljivost čestica. Modificirana Bethe-Blochova formula dana je sljedećom formulom:

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_e r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{\tau^2 (\tau + 2)}{2(I/m_e c^2)^2} \right) + F(\tau) \right] \quad (2.2)$$

gdje je

$\tau$  kinetička energija čestice u jedinicama  $m_e c^2$ ,

$F(\tau) = 1 - \beta^2 + \frac{\tau^2/8 - (2\tau+1)\ln 2}{(\tau+1)^2}$  za elektrone,

$F(\tau) = 2\ln 2 - \frac{\beta^2}{12} \left( 23 + \frac{14}{\tau+2} + \frac{10}{(\tau+2)^2} + \frac{4}{(\tau+2)^3} \right)$  za pozitrone.

Još jedna važna razlika u odnosu na teške nabijene čestice je to što su elektroni i pozitroni na nuklearnim energijama relativističke čestice, pa se uz gubitak energije kroz sudare događa i gubitak energije zbog takozvanog zakočnog zračenja (bremsstrahlung). Na energijama elektrona i pozitrona koje se pojavljuju u ovom radu (do 500 keV) efekt zakočnog zračenja može se zanemariti.

### 2.3 Interakcija gama zračenja s materijom

Interakcija gama zračenja s materijom odvija se kroz tri glavna procesa: fotoelektičnog efekta, komptonskog raspršenja i tvorbe parova. Važna svojstva interakcije gama zračenja s materijom dolaze zbog činjenice da fotoni nemaju naboj, pa ne mogu interagirati s materijom na isti način kao nabijene čestice. Udarni presjek za procese kojima fotoni interagiraju s materijom je puno manji od onog za neelastične sudare nabijenih čestica s materijom, pa je dubina prodiranja u materiju puno veća od one nabijenih čestica.

Poznato je da se puštanjem kolimiranog snopa fotona kroz apsorber intenzitet snopa eksponencijalno smanjuje s debljinom apsorbera, Lambert-Beer-Bouguerov zakon:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (2.3)$$

gdje je  $I_0$  intenzitet upadnog zračenja,  $x$  debljina apsorbera, a  $\mu$  linearni koeficijent atenuacije. Ova ovisnost je posljedica procesa interakcije fotona s materijom. Interakcijom gama zračenja s materijom, dolazi do potpunog uklanjanja fotona iz snopa. U slučaju kolimiranog snopa, vrijedi da se fotonima koji ostaju u snopu ne mijenja energija. Uklonjeni fotoni se ili apsorbiraju ili rasprše. Zbog toga udarni presjek za uklanjanje fotona iz kolimiranog snopa ne ovisi o debljini apsorbera kroz koji je foton prethodno prošao.

Ako postoji  $N$  atoma po jedinici volumena u apsorberu, svaki od njih predstavlja površinu  $\sigma$  za uklanjanje fotona iz snopa. Vjerojatnost da foton bude apsorbiran u volumenu apsorbera debljine  $dx$  i površine  $A$ , dana je omjerom ukupne površine (za uklanjanje fotona iz snopa) svih atoma  $N\sigma \cdot A dx$ , te ukupne površine apsorbera,  $A$ . Vjerojatnost je također dana omjerom promjene broja upadnih fotona i broja fotona na ulazu u apsorber, pa slijedi:

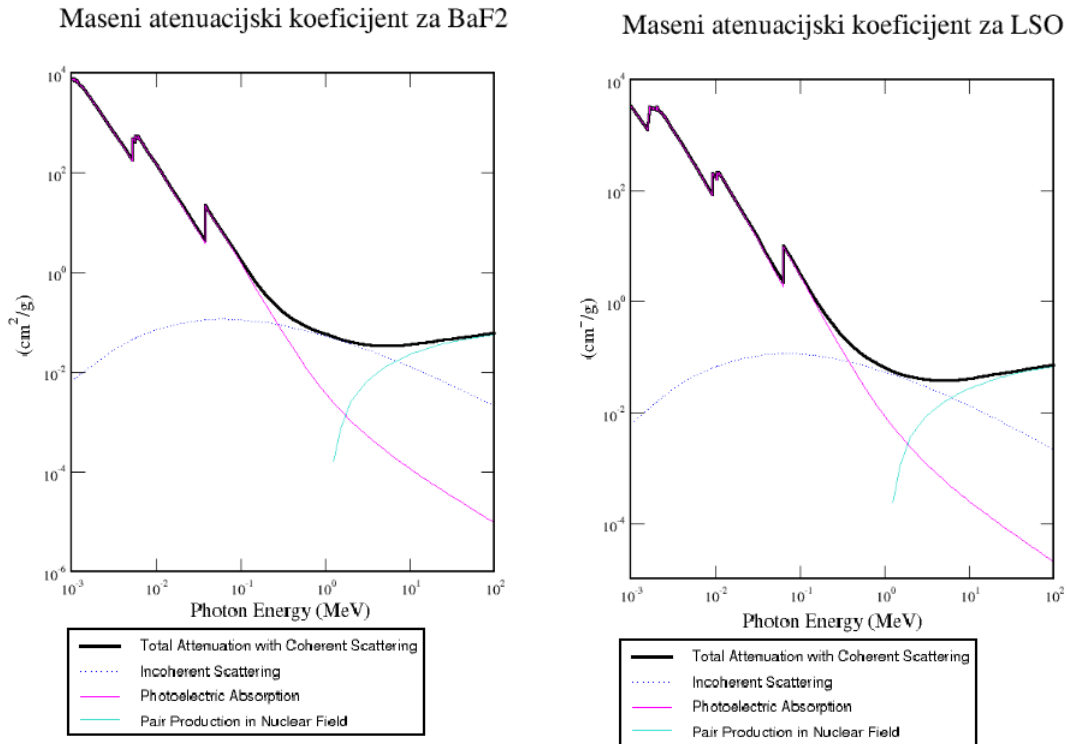
$$-\frac{dn}{n} = N\sigma x \quad \longrightarrow \quad n(x) = n_0 e^{-N\sigma x} = n_0 e^{-\mu x} \quad (2.4)$$

gdje je  $\mu = N\sigma$  linearni koeficijent atenuacije, koji ovisi o materijalu i energiji gama zračenja. Inverzna vrijednost linearnog koeficijenta atenuacije naziva se srednji slobodni put fotona. Kada foton prijeđe put od  $1/\mu$  u materijalu, vjerojatnost da nije apsorbiran je  $1/e = 36\%$ .

Udarni presjek, za uklanjanje fotona iz kolimiranog snopa, predstavlja sumu udarnih presjeka od niza interakcija fotona i atoma u apsorberu. Ako se uzimaju u obzir samo glavna tri procesa interakcije fotona s materijom, linearni koeficijent atenuacije je:

$$\mu = N \cdot (\sigma_{FE} + Z\sigma_C + \sigma_{TP}) \quad (2.5)$$

gdje je  $N$  broj atoma po jedinici volumena,  $Z$  njihov redni broj,  $\sigma_{FE}$  i  $\sigma_{TP}$  udarni presjeci po atomu za fotoelektrični efekt i tvorbu parova, a  $\sigma_C$  udarni presjek po elektronu za komptonско raspršenje. Na slici 2.3 prikazana je ovisnost masenog atenuacijskog koeficijenta o energiji upadnog fotona. Maseni koeficijent atenuacije,  $\mu_\rho = \mu/\rho$  ( $\rho$  je gustoća materijala), za razliku od linearnog koeficijenta ne mijenja se jako od materijala do materijala u području energija od 1 MeV, zbog čega je obično u tablicama dana vrijednost masenog apsorpcijskog koeficijenta.



Slika 2.3: Ovisnost ukupnog udarnog presjeka te pojedinih doprinosa od mogućih procesa za interakciju fotona u materijalu BaF<sub>2</sub> o energiji upanih fotona. Crna linija prikazuje ukupni udarni presjek, točkasta linija doprinos komptonskog raspršenja ukupnom udarnom presjeku, roza linija doprinos fotoelektričnog efekta, te plava linija doprinos tvorbe parova ukupnom udarnom presjeku. [8]



### 2.3.1 Fotoelektrični efekt

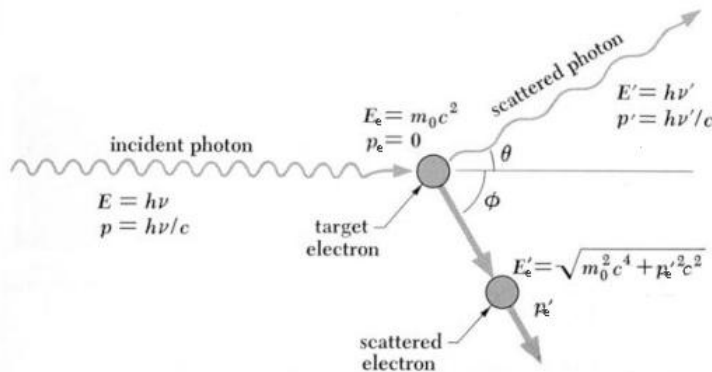
U fotoelektričnom efektu dolazi do apsorpcije fotona u materijalu. Apsorpcijom fotona dolazi do izbacivanja vezanih elektrona s kinetičkom energijom  $E = h\nu_0 - B$ , gdje je  $h\nu_0$  energija upadnog fotona, a  $B$  energija vezanja elektrona. Izbačeni elektron dalje interagira s materijom i pobuđuje elektrone. Ukupna energija koja se dobije vraćanjem svih pobuđenih elektrona u osnovno stanje približno je jednaka energiji upadnog fotona.

### 2.3.2 Tvorba parova

Druga vrsta interakcije fotona i materije je tvorba elektron-pozitron parova. Do tvorbe parova može doći samo ako je energija upadnih fotona veća od  $2 \cdot m_e c = 1.022 \text{ MeV}$ . Tada zbog interakcije između fotona i polja atomskih jezgara nastaju parovi elektron-pozitron čija je zajednička energija umanjena od energije upadnog fotona za  $1.022 \text{ MeV}$  (koliko je potrošeno za stvaranje para). Nastali pozitron brzo se anihilira s jednim elektronom u materijalu i dolazi do emisije dva fotona energije  $0.511 \text{ MeV}$ .

### 2.3.3 Komptonско raspršenje

Komptonско raspršenje je raspršenje fotona na slobodnom elektronu (energija vezanja elektrona puno manja od energija gama zrake) pri čemu elektron primi dio energije upadnog fotona (slika 2.4).



Slika 2.4: Shematski prikaz komptonског raspršenja. Slika preuzeta iz [9].

Vrijednost energije raspršenog fotona ovisi o kutu raspršenja. Prema zakonu očuvanja energije ukupna energija fotona i elektrona prije sudara mora biti jednaka ukupnoj energiji fotona i elektrona poslije sudara:

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + E'_e \quad (2.6)$$

gdje je  $E'_e = \sqrt{(m_e c^2)^2 + (p'_e c)^2}$ . Primjenom zakona očuvanja impulsa može se dobiti sljedeća veza između impulsa:  $p_e'^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos\theta$ . Uvrštavanjem u jednadžbu (2.6) dobiva se veza između energije raspršenog fotona i kuta raspršenja:  $h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)}$ , ili :

$$k' = \frac{k_0 \cdot \mu}{\mu + k_0 (1 - \cos\theta)} \quad (2.7)$$

gdje je  $\mu = mc^2$ , a  $k_0$  i  $k'$  iznos valnog vektora upadnog te raspršenog fotona.

Udarni presjek za komptonsko raspršenje izveli su Klein i Nishina 1929. godine koristeći principe kvantne elektrodinamike. Formula za udarni presjek komptonskog raspršenja po njima je nazvana Klein-Nishina formula[10]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4} r_0^2 \left( \frac{k'}{k_0} \right)^2 \left( \frac{k_0}{k'} + \frac{k'}{k_0} - 2 + 4 \cos^2 \Theta \right)$$

gdje je:

$r_0 = \frac{e^2}{mc^2}$  klasični radijus elektrona

$k_0$  iznos valnog vektora fotona prije raspršenja

$k'$  iznos valnog vektora fotona nakon raspršenja

$\Theta$  kut između vektora polarizacije fotona prije i poslije raspršenja ( $\angle \vec{e}_0, \vec{e}$ )

Vektor polarizacije fotona nakon raspršenja  $\vec{e}$ , može se rastaviti na dvije komponente,  $e_{\perp}$  i  $e_{\parallel}$ [10]:

- komponenta  $e_{\perp}$  je komponenta vektora  $\vec{e}$  okomita na vektor polarizacije fotona prije raspršenja  $\vec{e}_0$ , iz čega slijedi da je  $\cos \Theta \equiv (\vec{e}_0 \cdot \vec{e}_{\perp}) = 0$ ,
- komponenta  $e_{\parallel}$  je komponenta vektora  $\vec{e}$  u istoj ravnini s  $\vec{e}_0$ , tj. u ravnini  $(\vec{k}' \vec{e}_0)$ , iz čega slijedi da je

$$\cos^2 \Theta = 1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi$$

gdje je  $\theta$  kut između smjera gibanja upadnog i raspršenog fotona ( $\angle \vec{k}_0, \vec{k}'$ ), te  $\phi$  kut između ravnina  $(\vec{k}_0, \vec{k}')$  i  $(\vec{k}_0, \vec{e}_0)$  (slika 2.5).

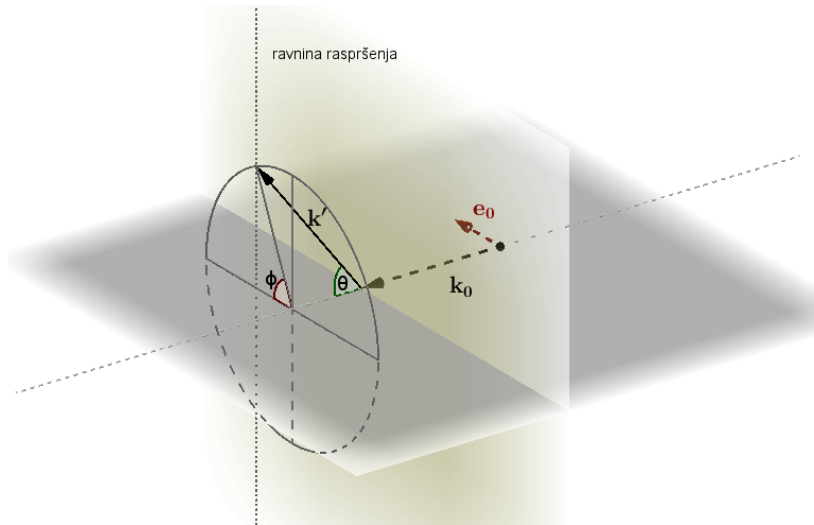
Udarni presjek može se sada rastaviti na dva člana,  $\frac{d\sigma}{d\Omega} \perp$  koji dolazi od okomite komponente vektora  $\vec{e}$  i  $\frac{d\sigma}{d\Omega} \parallel$  koji dolazi od komponente vektora  $\vec{e}$  u ravnini  $(\vec{k}' \vec{e}_0)$ . Zbrajanjem ta dva člana dobije se poznata formula za udarni presjek komptonskog raspršenja polariziranog fotona:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 \left( \frac{k'}{k_0} \right)^2 \left( \frac{k_0}{k'} + \frac{k'}{k_0} - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi \right) \quad (2.8)$$

Iz ove formule vidi se da je najveća vjerojatnost da se foton rasprši okomito na smjer polarizacije, tj. pod azimutalnim kutem od  $\phi = 90^\circ$ .

Poznati oblik Klein-Nishina formule dobiva se usrednjavanjem formule 2.8 po kutu  $\phi$ , što daje udarni presjek za nepolarizirane fotone:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np} = \frac{1}{2}r_0^2 \left(\frac{k'}{k_0}\right)^2 \left(\frac{k_0}{k'} + \frac{k'}{k_0} - 2\sin^2\theta\right) \quad (2.9)$$



Slika 2.5: Raspršenje polariziranog fotona  $\vec{k}_0$ , vektora polarizacije  $\vec{e}_0$ , pod kutom  $\theta$  u odnosu na foton  $\vec{k}'$  te azimutalnim kutom  $\phi$  (kut između  $\vec{e}_0$  i ravnine  $(\vec{k}_0, \vec{k}')$ ).

## 2.4 Princip mjerenja polarizacijskih korelacija

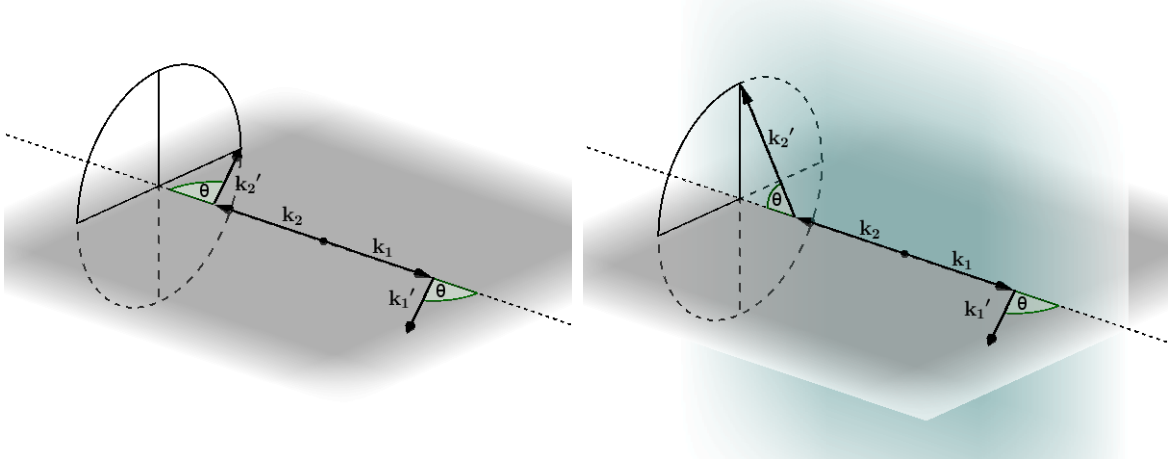
Mjerenje polarizacijskih korelacija između dvaju anihilacijskih fotona temelji se na činjenici da vjerojatnost smjera raspršenja polariziranih fotona na slobodnim elektronima ovisi o njihovoj polarizaciji. Kutna raspodjela vjerojatnosti opisana je Klein-Nishina formulom (2.8).

Uz pretpostavku da se oba anihilacijska fotona ( $\vec{k}_1$  i  $\vec{k}_2 = -\vec{k}_1$ ) rasprše pod kutem  $\theta$ , promatrajući koicidentno raspršene fotone ( $\vec{k}'_1$  i  $\vec{k}'_2$ ) u dva slučaja (i) i (ii) prikazana na slici 2.6, može se dobiti podatak o korelaciji polarizacija dvaju fotona prije raspršenja. U slučaju:

- (i)  $\vec{k}'_2$  se nalazi u ravnini  $\vec{k}_1, \vec{k}'_1$
- (ii)  $\vec{k}'_2$  se nalazi u ravnini okomitoj na ravninu  $\vec{k}_1, \vec{k}'_1$

Što se tiče smjerova polarizacije fotona prije raspršenja, poznato je da su vektori polarizacije međusobno okomiti (poglavlje 2.1.3). Znači da postoje dva slučaja:

- (a)  $\vec{e}_1$  je u ravnini  $(\vec{k}_1, \vec{k}'_1)$ , što znači da je  $\vec{e}_2$  okomit na tu ravninu, udarni presjek za foton 1 je  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_1}\right)_{\parallel} = \frac{1}{2}r_0^2 \left(\frac{k'_1}{k_0}\right)^2 \left(\frac{k_0}{k'_1} + \frac{k'_1}{k_0} - 2\sin^2\theta_1\right)$
- (b)  $\vec{e}_1$  je okomit na ravninu  $(\vec{k}_1, \vec{k}'_1)$ , što znači da je  $\vec{e}_2$  u ravnini  $(\vec{k}_1, \vec{k}'_1)$ , udarni presjek za foton 1 je  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_1}\right)_{\perp} = \frac{1}{2}r_0^2 \left(\frac{k'_1}{k_0}\right)^2 \left(\frac{k_0}{k'_1} + \frac{k'_1}{k_0}\right)$



Slika 2.6: Raspršenje anihilacijskih fotona pod kutem  $\theta$ . Lijevo, slučaj (i)  $\vec{k}_2'$  se nalazi u ravni  $\vec{k}_1, \vec{k}_1'$ . Desno, slučaj (ii)  $\vec{k}_2'$  se nalazi u ravni okomitoj na ravni  $\vec{k}_1, \vec{k}_1'$ .

Budući da vjerojatnost da je  $\vec{e}_1$  u ravni  $(\vec{k}_1, \vec{k}_1')$  iznosi  $1/2$  te vjerojatnost da je  $\vec{e}_1$  okomit na ravni  $(\vec{k}_1, \vec{k}_1')$  također  $1/2$ , vjerojatnost da je raspršeni foton 1 imao polarizaciju prije raspršenja u ravni  $(\vec{k}_1, \vec{k}_1')$ , odnosno foton 2 polarizaciju okomito na ravni  $(\vec{k}_1, \vec{k}_1')$  iznosi:

$$P_{\parallel} = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_1}\right)_{\parallel}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_1}\right)_{\parallel} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_1}\right)_{\perp}} = \frac{\left(\frac{k_0}{k_1'} + \frac{k_1'}{k_0} - 2\sin^2\theta_1\right)}{2\left(\frac{k_0}{k_1'} + \frac{k_1'}{k_0} - \sin^2\theta_1\right)} \quad (2.10)$$

dok vjerojatnost da je raspršeni foton 1 imao polarizaciju prije raspršenja okomito na ravni  $(\vec{k}_1, \vec{k}_1')$ , odnosno foton 2 polarizaciju u ravni  $(\vec{k}_1, \vec{k}_1')$ , iznosi:

$$P_{\perp} = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_1}\right)_{\perp}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_1}\right)_{\parallel} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_1}\right)_{\perp}} = \frac{\left(\frac{k_0}{k_1'} + \frac{k_1'}{k_0}\right)}{2\left(\frac{k_0}{k_1'} + \frac{k_1'}{k_0} - \sin^2\theta_1\right)} \quad (2.11)$$

Koristeći jednadžbe 2.9, 2.10 i 2.11 može se dobiti diferencijalni udarni presjek dvaju fotona:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_1}\right)_{np} \left[ P_{\perp} \frac{1}{2} r_0^2 \frac{k_2'^2}{k_0^2} (b_2 - 2\sin^2\theta_2 \cos^2\phi) + P_{\parallel} \frac{1}{2} r_0^2 \frac{k_2'^2}{k_0^2} (b_2 - 2\sin^2\theta_2 \cos^2(\phi - \frac{\pi}{2})) \right]$$

gdje je  $b_2 = \frac{k_0}{k_2'} + \frac{k_2'}{k_0}$ .

Ako se uzme da je  $\theta_1 = \theta_2 \equiv \theta$ , i  $k_0 = \mu$ , iz jednadžbe 2.7 slijedi da je  $k_1' = k_2' \equiv k' = \frac{k_0}{2 - \cos\theta}$ , pa diferencijalni udarni presjek dvaju fotona iznosi:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2} = \frac{1}{4} r_0^4 \left(\frac{k'}{k_0}\right)^4 [b^2 - 2b\sin^2\theta + 2\sin^4\theta \sin^2\phi] \quad (2.12)$$

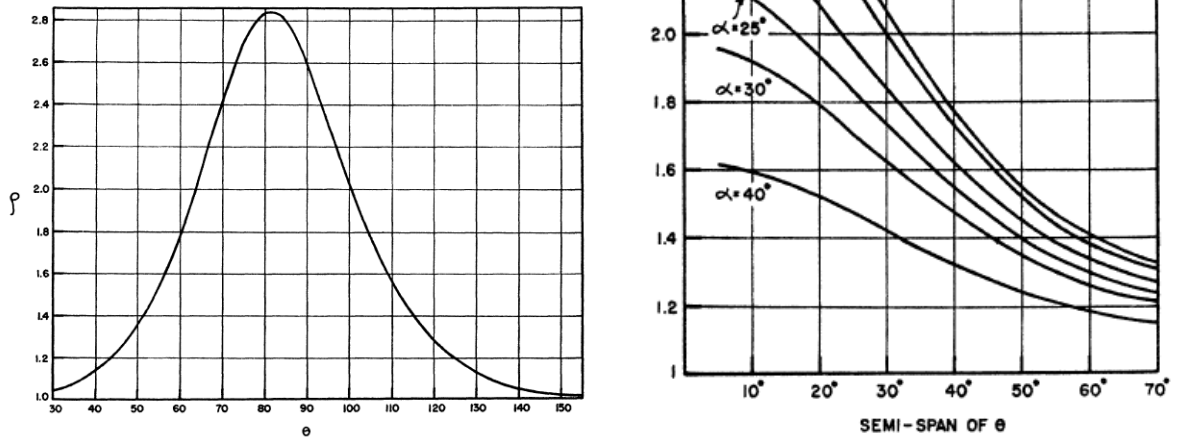
gdje je  $b = \frac{k_0}{k'} + \frac{k'}{k_0} = \frac{1+(2-\cos\theta)^2}{2-\cos\theta}$ .

Sada se može dobiti omjer broja događaja izmjerenih u slučaju (i) i (ii):

$$\rho_1 = \frac{n(ii)}{n(i)} = 1 + \frac{2 \sin^4 \theta}{b^2 - 2b \sin^2 \theta} \quad (2.13)$$

Za kut raspršenja  $\theta = 90^\circ$  omjer iznosi 2.6, dok se najveći omjer (asimetrija) dobiva za kut  $\theta = 82^\circ$  i iznosi 2.85 (slika 2.7 lijevo). Ove vrijednosti omjera odgovaraju idealnom slučaju, kada su dimenzije raspršivača beskonačno male, te kut koji pokriva detektor za detekciju raspršenih fotona beskonačno mali.

Za konačnu geometriju potrebno je integrirati diferencijalne udarne presjke za dva fotona (jedn. 2.12) po kutovima koje pokrivaju detektori. Na slici 2.7 desno, preuzetoj iz [11], prikazana je asimetrija  $\rho_1$  izračunata za konačnu geometriju. Integriranje je napravljeno oko maksimuma asimetrije  $\theta = 82^\circ$ .



Slika 2.7: Lijevo: asimetrija (formula 2.9) kao funkcija kuta raspršenja. Desno: asimetrija za konačnu geometriju, kao funkcija puluraspona u  $\theta$ , za različite poluraspone azimutalnog kuta,  $\alpha = \frac{1}{2}\phi$ . Slike preuzete iz [11].

Wu i Shankov su 1950.g. dobili omjer od  $(2.04 \pm 0.08)$  [12]. Očekivani omjer za korišten geometrijski postav bio je 2.00. U korištenom mjernom postavu kolimiranjem snopova anihilacijskih fotona dobivenih iz radioaktivnog  $^{64}\text{Cu}$  postigli su da je širenje snopa manje od  $3^\circ$ . Kolimirani snop

fotona raspršivao se na cilindričnom aluminijskom raspršivaču radijusa 0.64 cm te duljine 2.54 cm. Detektori za detekciju raspršenih fotona bili su postavljeni pod kutem od  $\theta = 90^\circ$ , a kut koji su pokrivali iznosio je  $\Delta\phi = \Delta\theta = 43^\circ$ .

Ako se napravi još mjerenje broja koincidencija za slučaj kada je azimutalni kut između dvaju raspršenih fotona  $\phi = 45^\circ$ , mogu se dobiti dodatna dva omjera (idealna geometrija):

$$\rho_2 = \frac{\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2} |_{\phi=45^\circ}}{\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2} |_{\phi=0^\circ}} = 1 + \frac{\sin^4 \theta}{b^2 - 2b \sin^2 \theta} \quad (2.14)$$

$$\rho_3 = \frac{\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2} |_{\phi=90^\circ}}{\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2} |_{\phi=45^\circ}} = 1 + \frac{\sin^4 \theta}{b^2 - 2b \sin^2 \theta + \sin^4 \theta} \quad (2.15)$$

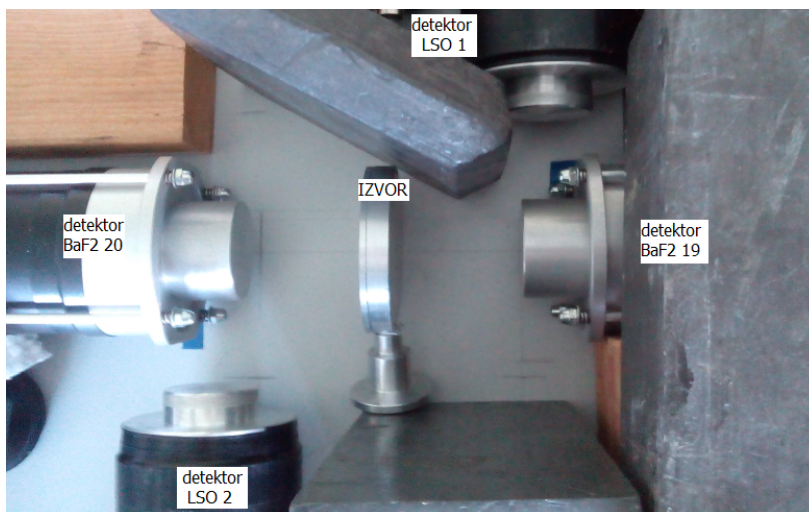
U slučaju kada je kut raspršenja  $\theta = 90^\circ$ , omjeri iznose  $\rho_2 = 1.8$ , te  $\rho_3 = 1.4$ .

### 3 Eksperimentalni postav

Mjerenje polarizacijskih korelacija između dvaju anihilacijskih fotona rađeno je s četiri cilindrična scintilacijska detektora (slika 3.1), dva BaF<sub>2</sub> detektora (detektori 19 i 20), te dva LSO detektora (detektori 1 i 2) .

Dimenzije scintilacijskih kristala BaF<sub>2</sub> detektora 19 i 20 su sljedeće: radijus  $r = 1.75 \text{ cm}$ , debljina  $x = 2.35 \text{ cm}$ .

Dimenzije scintilacijskih kristala LSO detektora 1 i 2 su sljedeće: radijus  $r = 1.55 \text{ cm}$ , debljina  $x = 1.3 \text{ cm}$ .



Slika 3.1: Prikaz eksperimentalnog postava s dva BaF<sub>2</sub> detektora, dva LSO detektora, te izvorom pozitrona.

Korištena su dva izvora visokog napona, Ortec 556, i Canberra 3002D. Detektori BaF<sub>2</sub> spojeni su na izvor visokog napona Canberra, te je postavljen napon od -2100 V. LSO detektori spojeni su na izvor visokog napona Ortec, te je postavljen napon od -1800 V.

#### 3.1 Scintilacijski detektori

##### 3.1.1 Općenita svojstva scintilacijskih detektora

Scintilacijski detektori za detekciju zračenja koriste svojstva posebnih, scintilacijskih materijala. Scintilacijski materijali imaju svojstvo da stvaraju fotone u vidljivom ili UV dijelu spektra kada su ozračeni ionizirajućim zračenjem. Nekada su se ovi svjetlosni impulsi promatrali okom. Danas se koriste fotomultiplikatori, optički spojeni sa scintilacijskim materijalom, ili direktno ili putem svjetlovoda, koji nastale svjetlosne impulse pretvaraju u električne signale.

Važne karakteristike koje scintilacijski materijali moraju zadovoljavati, da bi se koristili u scintilacijskim detektorima, su:

- scintilacijska efikasnost - konverzija energije upadnog zračenja u emitiranu vidljivu svjetlost (luminiscentno zračenje)
- linearnost konverzije - količina emitiranih fotona proporcionalna energiji koju je upadno zračenje ostavilo u scintilacijskom materijalu
- transparentnost materijala na luminiscentno zračenje
- kratko vrijeme potrebno za deekscitaciju pobuđenih elektrona

Tri različite luminiscencije mogu se javiti u scintilacijskim materijalima: fluorescencija, fosforescencija i zakašnjela fluorescencija. Fluorescencijom se naziva proces emisije vidljivog spektra zračenja odmah nakon apsorpcije ( $\sim 10^{-8}$  s). Fosforescencija se javlja pobuđenjem u metastabilno stanje, čime dolazi do emisije zračenja veće valne duljine i duljeg vremena potrebnog za emisiju (od nekoliko  $\mu$ s do nekoliko sati, ovisno o scintilacijskom materijalu). Zakašnjela fluorescencija ima isti emisijski spektar kao fluorescencija, ali s dužim vremenom potrebnim za emisiju.

Obično se vremenska emisija može opisati s dvokomponentnom eksponencijalnom krivuljom:

$$N = A e^{-t/\tau_f} + B e^{-t/\tau_s}$$

gdje je  $N$  broj fotona emitiran u vremenu  $t$ ,  $\tau_f$  konstanta raspada brze komponente, te  $\tau_s$  konstanta raspada spore komponente.

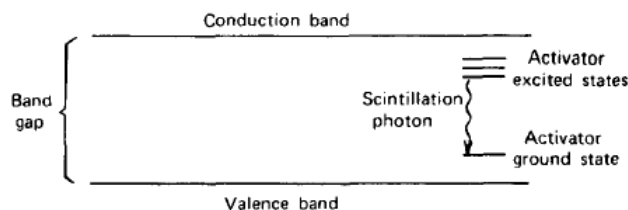
Glavna podjela scintilacijskih materijala je na organske scintilatore i anorganske kristale. Za detekciju gama zračenja obično se biraju anorganski kristali zbog većeg atomskog broja ( $Z$ ) i veće gustoće. Također, anorganski kristali imaju bolju scintilacijsku efikasnost i linearnost konverzije preko većeg intervala energija upadnog zračenja. U ovom radu korištena su četiri anorganska scintilacijska detektora, dva sa scintilacijskim kristalom  $\text{BaF}_2$ , te dva sa scintilacijskim kristalom LSO.

Energijska stanja anorganskih kristala određena su njihovom kristalnom strukturom. Kod čistih kristala, luminiscentna emisija je otežana zbog rezonantne apsorpcije emitiranih fotona koji nastaju prelaskom pobuđenih elektrona iz vodljive direktno u valentnu vrpću. Da bi anorganski kristali bili prozirni na luminiscentno zračenje moraju se aktivirati malim količinama nečistoća (aktivatori). Dodavanjem nečistoća u kristal pojavljuju se posebna energijska stanja (luminiscentni centri) unutar zabranjene vrpce energetskog spektra. Na slici 3.2 prikazana je energijska vrpčasta struktura kristalnog scintilatora aktiviranog s malom količinom nečistoća. Deekscitacijom pobuđenih elektrona preko luminiscentnih centara emisijsko zračenje manje je valne duljine od zračenja koje dolazi od direktnog prijelaza iz vodljive u valentnu vrpću. Dobiveno emisijsko zračenje više se rezonantno ne apsorbira u materijalu, čime se dobiva tražena transparentnost na luminiscentno zračenje.

### 3.1.2 $\text{BaF}_2$ scintilator

Barijev fluorid,  $\text{BaF}_2$ , spada u skupinu neaktiviranih brzih anorganskih kristala. Jedan je od anorganskih kristala s najbržim vremenom odgovora (vrijeme deekscitacije manje od 1 ns). Ima





Slika 3.2: Energijska vrpčasta struktura aktiviranog kristalnog scintilatora [13].

dvije komponente raspada, brzu s vremenom deekscitacije od 0.6 ns i sporu s vremenom deekscitacije od 630 ns. Na slici 3.3 prikazan je scintilacijski emisijski spektar  $\text{BaF}_2$  izmjeren na različitim temperaturama[14]. Brzoj komponenti odgovaraju dva mala vrha na manjim valnim duljinama (195 nm i 220 nm). Brza komponenta ne pokazuje jaku ovisnost o temperaturi. Sporoj komponenti odgovara veći vrh na približno 310 nm. Za razliku od brze komponente spora komponenta pokazuje jaku temperaturnu ovisnost.

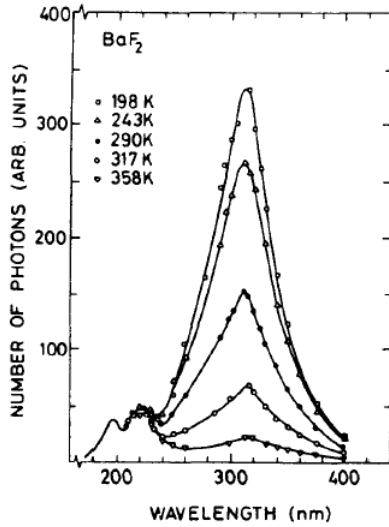
Glavna svojstva  $\text{BaF}_2$  detektora dana su u tablici 3.1. U zadnjem redu tablice dane su prosječne vrijednosti broja scintilacijskih fotona dobivenih apsorpcijom energije od 1 keV. Oko 15% fotona dolazi od brze komponente raspada, dok preostalih 85% dolazi od spore komponente.

Brza komponenta važna je za precizna određivanja vremena pojave signala na detektoru, kao na primjer kod mjerenja koincidencija signala, dok je spora komponenta važna za mjerenje energije signala (85% fotona dolazi od spore komponente).

Relativna rezolucija  $\text{BaF}_2$  detektora na 662 keV iznosi  $\sim 12\%$  [16].

	komponenta raspada	$\text{BaF}_2$
gustoća [ $\text{g}/\text{cm}^3$ ]		4.89
temperatura taljenja [K]		1627
maks.valjna duljina [nm]	brza	220 (195)
	spora	310
vrijeme deekscitacije [ns]	brza	0.6 - 0.8
	spora	630
broj fotona / keV	brza	1.8
	spora	10

Tablica 3.1: Glavna svojstva  $\text{BaF}_2$  detektora [15].



Slika 3.3: Scintilacijski emisijski spektar  $BaF_2$  izmjeren na različitim temperaturama. Brza komponenta (dva mala vrha na manjim valnim duljinama 195 nm i 220 nm) ne pokazuje jaku ovisnost o temperaturi za razliku od spore komponente (veliki vrh na približno 310 nm)[14].

### 3.1.3 LSO scintilator

Lutecijev oksidortosilikat,  $Lu_2(SiO_4)O$ , ili skraćeno LSO, pripada skupini brzih anorganskih kristala aktiviranih cerijem. LSO ima relativno brzo vrijeme raspada u odnosu na ostale anorganske kristale (47ns). Lutecij ima veliki atomski broj ( $Z = 71$ ), što ga čini pogodnim za detekciju gama zračenja. Lutecij sadrži radioaktivni izotop  $^{176}Lu$ , koji se raspada nuklearnim  $\beta^-$  raspadom. Energija koju produkti raspada izotopa lutecija ostave u scintilacijskom materijalu javlja se kao nepoželjna pozadina u energijskom spektru. Pozadina koja dolazi od radioaktivnog izotopa lutecija može se znatno potisnuti ako se gledaju koincidencije signala s dva ili više detektora.

Emisija (deekscitacija) se odvija samo preko jedne komponente s vremenom raspada od 47 ns. Ne postoji sporija komponenta raspada kao u slučaju  $BaF_2$  materijala.

Relativna rezolucija LSO detektora na 662 keV iznosi oko 10%.

Glavna svojstva LSO detektora dana su u tablici 3.2.

	LSO
gustoća [g/cm <sup>3</sup> ]	7.40
maks.valjna duljina [nm]	420
vrijeme deekscitacije [ns]	47
broj fotona / keV	25

Tablica 3.2: Glavna svojstva LSO detektora[13].

### 3.2 Digitalizator signala DRS4

DRS4 digitalizator radi slično kao i digitalni osciloskop: kada nađe signal koji prelazi zadani prag okidača (eng. trigger threshold) snima oscilogram tog signala. Na primjer, za srednju frekvenciju skupljanja uzoraka od 5 GS/s (Giga Samples per Second) svakih 0.2 ns bilježi iznos napona u tom trenutku te se tako dobiva izgled signala u dostupnom vremenskom intervalu, u ovom slučaju od 204.8 ns.

Glavna pogodnost digitalizatora DRS4 je mogućnost mijenjanja frekvencije uzorkovanja (eng. sampling speed) sve do 5 GS/s, što znači da svakih 0.2 ns može uzimati novi uzorak. Dozvoljeni broj uzoraka je 1024, čime se dobije, u slučaju korištenja frekvencije uzorkovanja od 5 GS/s, vremenski interval od  $t = 1024 \cdot 0.2 \text{ ns} = 204.8 \text{ ns}$ .

Glavne karakteristike DRS4 digitalizatora signala[17]:

- 4 kanala
- mogućnost mijenjanja frekvencije uzorkovanja (eng. sampling speed) od 0.7 GS/s do 5 GS/s
- 1024 uzorka (eng. sampling points)
- mogućnost logičkih kombinacija okidanja
- spremanje podataka u binarnom ili ASCII obliku

Vjernija slika signala dobiva se većom frekvencijom uzorkovanja, ali zbog ograničenog broja uzoraka, postoji mogućnost da signal izađe iz dostupnog vremenskog intervala. Zbog toga je za korištene detektore potrebno odabrati optimalanu srednju frekvenciju uzorkovanja, tj. optimalan vremenski prozor, što je opisano u poglavlju 3.3.1.

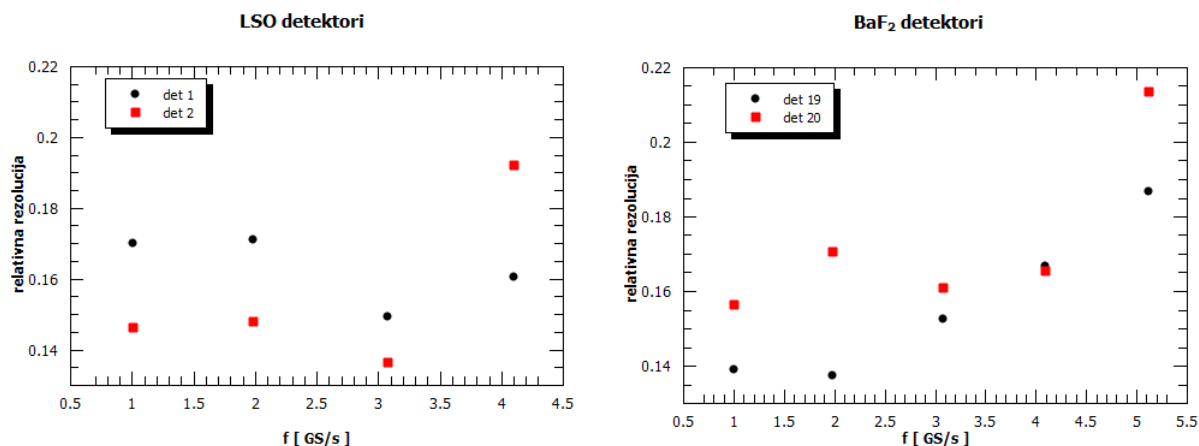
Podatke prikupljene s DRS4 digitalizatorom moguće je spremati u ASCII ili u binarnom formatu. Zapisivanje u binarni format je brže i zahtjeva manje memorije, pa se češće koristi od ASCII formata. Primjer zapisa u binarni format dan je u dodatku A.

### 3.3 Odabir eksperimentalnih postavki

#### 3.3.1 Odabir srednje frekvencije uzorkovanja

Kao što je već rečeno u prethodnom poglavlju, potrebno je izabrati optimalnu srednju frekvenciju uzorkovanja DRS4 digitalizatora za korištene detektore. Za odabir optimalne srednje frekvencije uzorkovanja,  $f$ , tražila se najbolja relativna energijska rezolucija na 511 keV za različite vrijednosti  $f$ .

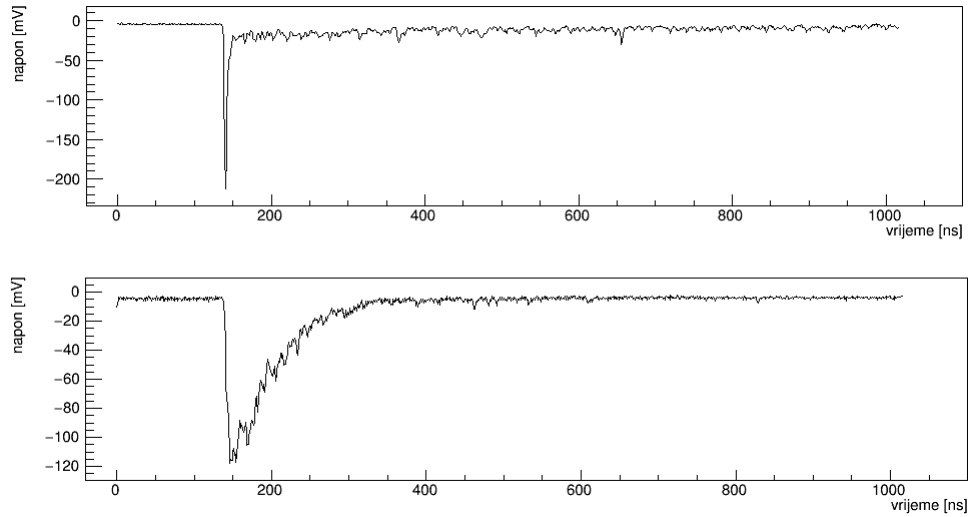
Prikupljeni su podaci s parova detektora LSO 1 i LSO 2, te BaF<sub>2</sub> detektora 19 i 20. Između odgovarajućih parova nalazio se radioaktivni izvor <sup>22</sup>Na. Uvjet za okidanje, tj. snimanje signala, bila je koincidencija signala iz detektora, te prag od -50 mV za LSO detektore, i -80 mV za BaF<sub>2</sub> detektore. Za svaki par detektora skupljeno je 1000 koincidenzijskih događaja. Energijski spektar dobiven je integracijom snimljenih točaka. Na vrh, koji odgovara energiji anihilacijskih fotona (511 keV), u dobivenom energijskom spektru, prilagođena je Gaussova funkcija, te su dobivene srednje vrijednosti i pripadne standardne devijacije. Vrijednosti relativne rezolucije izračunate su iz srednjih vrijednosti ( $\bar{x}$ ) i pripadnih standardnih devijacija ( $\sigma$ ) za odgovarajuće frekvencije uzorkovanja,  $R = \frac{FWHM}{\bar{x}}$ , gdje je  $FWHM = 2\sigma\sqrt{2\ln(2)} = 2.35\sigma$  puna širina na pola maksimuma.



Slika 3.4: Optimalizacija srednje frekvencije uzorkovanja na temelju mjerenja relativne rezolucije na 511 keV, za LSO detektore 1 i 2 (lijevo) i za BaF<sub>2</sub> detektore 19 i 20 (desno).

Na slici 3.4 lijevo prikazane su vrijednosti relativne rezolucije za odgovarajuće srednje frekvencije uzorkovanja za par detektora LSO, a na slici 3.4 desno za par detektora BaF<sub>2</sub>. Na grafovima se vidi da je ovisnost relativne rezolucije o srednjoj frekvenciji uzorkovanja drugačija za detektore LSO i za detektore BaF<sub>2</sub>. Do toga dolazi zbog različitih oblika signala koji se dobivaju s jedne i s druge vrste detektora (slika 3.5).

Kod BaF<sub>2</sub> detektora dolazi do pogoršanja rezolucije s povećanjem frekvencije uzorkovanja, što je na prvi pogled suprotno od očekivanog. BaF<sub>2</sub> ima vrlo kratko vrijeme porasta, pa je za očekivati da se bolja rezolucija dobije s većom frekvencijom uzorkovanja. Do toga ne dolazi zbog druge karakteristike signala dobivenog s BaF<sub>2</sub> detektora, a to je vrlo dugo vrijeme pada signala (spora luminiscencija). Zbog toga “rep” signala izlazi iz dozvoljenog vremenskog prozora, čime dolazi do



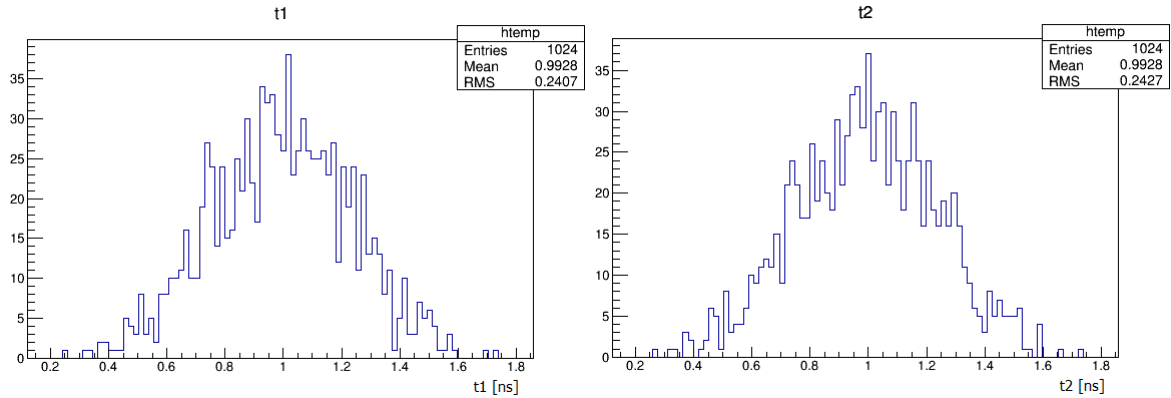
Slika 3.5: Primjer oblika signala s detektora BaF<sub>2</sub> (gore) i LSO (dolje) dobivenih sa srednjom frekvencijom uzorkovanja DRS4 digitalizatora od 1GS/s.

gubitka informacije o energiji signala.

Kod LSO detektora vrijeme porasta signala je duže, ali je ukupno vrijeme “trajanja” signala kraće od ukupnog vremena trajanja signala koji dolazi iz BaF<sub>2</sub> detektora. Zbog toga dolazi do očekivanog poboljšanja rezolucije porastom frekvencije uzorkovanja. Ali već kod frekvencije uzorkovanja od 4GS/s neki veći signali izlaze iz dozvoljenog vremenskog prozora, pa dolazi do pogoršanja rezolucije. Na frekvenciji od 5GS/s nije bilo moguće dobiti energijski spektar zbog izlaska više od polovice signala iz dozvoljenog vremenskog prozora.

Za optimalnu srednju frekvenciju uzorkovanja uzeta je vrijednost od 1GS/s. Ova srednja frekvencija uzorkovanja odabrana je samo na temelju podataka za detektore BaF<sub>2</sub>. Rezoluciju kod LSO signala moguće je popraviti na drugi način. Za popravak rezolucije signala koji dolaze s LSO detektora potrebno je optimalizirati broj točaka za integraciju signala (poglavlje 3.3.2).

Kada je srednja frekvencija uzorkovanja 1GS/s, to znači da se novi uzorak uzima prosječno svakih 1 ns. DRS4 digitalizator ne uzima nove uzorke točno svakih 1 ns, tj. razmaci između točaka nisu svi jednaki, kao što se vidi u primjeru binarne datoteke u dodatku A. Na slici 3.6 prikazan je primjer raspodjele vremenskih udaljenosti susjednih točaka za dva kanala DRS4 digitalizatora. Na slici se vidi da postoji neka raspodjela oko srednje vrijednosti udaljenosti susjednih točaka od 0.993 ns. Razlog zašto nije srednja vrijednost točno 1 ns je taj što DRS4 ne dozvoljava točnu vrijednost od 1 GS/s, već 1.007 GS/s ( $\frac{1}{1.007} = 0.993$ ).



Slika 3.6: Raspodjela vrijednosti vremenskih udaljenosti između susjednih točaka za kanal 1 (lijevo) i za kanal 2 (desno) DRS4 digitalizatora signala za srednju frekvenciju uzorkovanja 1.007 GS/s.

### 3.3.2 Odabir vremenskog prozora za integraciju signala

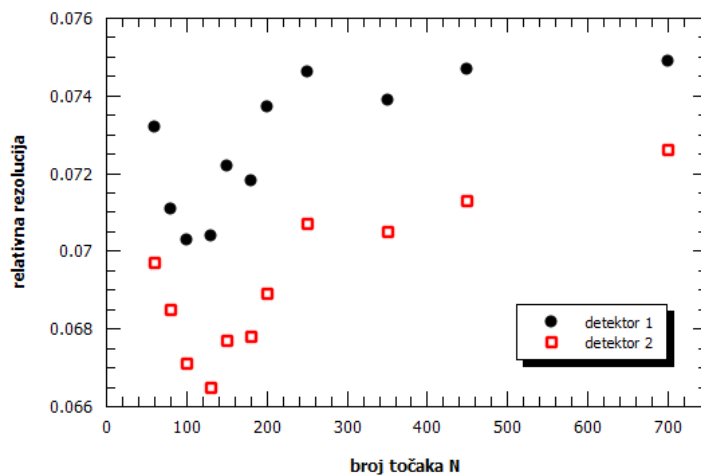
Traženjem optimalanog broja točaka za integraciju signala dobivenih s LSO detektora na odabranom frekvenciji uzorkovanja od 1GS/s, može se dobiti najbolji vremenski prozor za integraciju signala. Za odabir optimalnog broja točaka,  $N$ , tražila se najbolja relativna rezolucija vrhova u spektrima vrijednosti integriranih signala, dobivenim za različite vrijednosti  $N$ .

Integracija signala radi se tako što se zbrajaju vrijednosti napona kroz određeni broj točaka. Za integriranu vrijednost signala uzima se da je proporcionalna energiji ostavljenoj u detektoru. U dodatku B.2 dani su programi *read\_binaryP.C*, koji čita podatke zapisane u binarnoj datoteci i zapisuje ih u ROOT datoteku, te program *analizaPP.C* koji obrađuje podatke zapisane u ROOT datoteci stvorenoj programom *read\_binaryP.C* i zapisuje ih u drugu ROOT datoteku.

Interval za integraciju signala određuje se prema točki  $t_0$ , u kojoj signal prijeđe neki zadani prag. Integracija signala počinje 10 točaka prije točke  $t_0$ , a završava  $N - 10$  točaka nakon  $t_0$  točke.  $N$  je parametar koji se optimizira za LSO detektore. Kod BaF<sub>2</sub> detektora, kraj integracije se određuje uvjetom da je vrijednost napona u 3 susjedne točke iznad šuma (vrijednost kada nema signala). Obično se ne uspije ispuniti ovaj uvjet (spora komponenta deekscitacije iz pobuđenog stanja). U tom slučaju integracija signala ide sve do zadnje točke.

Za optimalizaciju broja točaka, snimljeni su podaci dobiveni snimanjem koincidencije signala većih od praga okidača (-30mV) koji dolaze iz detektora LSO 1 i LSO 2 postavljenih jedan nasuprot drugog. Korišteni radioaktivni izvor bio je <sup>22</sup>Na, postavljen između detektora, te je skupljeno 10 000 događaja (koincidencija). Snimljeni podaci analizirani su s kodom *analizaPP.C* u kojem se mijenjao broj točaka za integraciju,  $N$ . Za svaki  $N$  dobiven je različiti spektar vrijednosti integriranog signala. Na vrh u spektrima koji odgovara energiji od 511 keV (anihilacijski fotoni) prilagođena je Gaussova raspodjela, te su dobivene relativne rezolucije (slika 3.7).

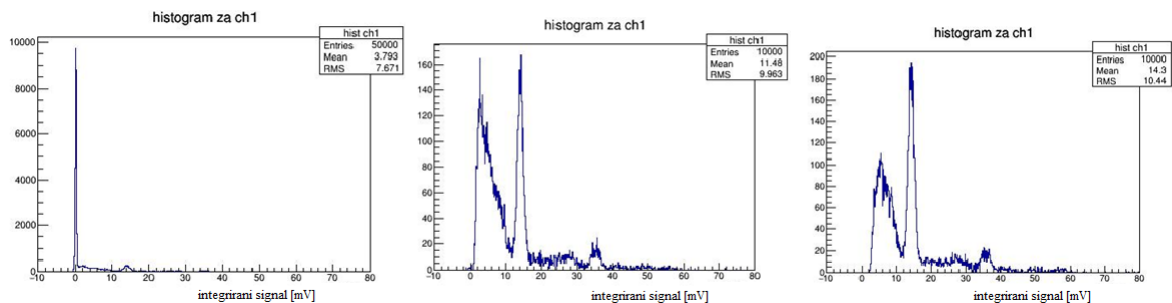
Za optimalnu vrijednost broja točaka za integraciju signala s LSO detektora 1 i 2, uzeta je vrijednost od  $N = 120$  točaka za oba detektora.



Slika 3.7: Optimalizacija broja točaka za integraciju signala ( $N$ ).

### 3.3.3 Određivanje pragova za pojednine detektore

Kod određivanja pragova detektora bilo je važno da prag bude što niži kako se ne bi odbacili potencijalni signali malih energija koji dolaze od komptonskog raspršenja. Pragovi su određeni snimanjem signala sa svakog detektora posebno. Izvor  $^{22}\text{Na}$  bio je prislonjen uz osjetljivu površinu detektora za koji je tražen prag za okidača. Zahtjevalo se da prag bude što manji, ali da bude dovoljno velik da ne detektira šum. Na slici 3.8 dan je primjer tri spektra vrijednosti integriranog signala dobivenih s detektora  $\text{BaF}_2$  19, za tri praga,  $-2.5\text{ mV}$ ,  $-5\text{ mV}$  i  $-30\text{ mV}$ . Kod spektra dobivenog s pragom od  $-2.5\text{ mV}$  vidi se da dominira šum, dok je kod spektra s pragom od  $-30\text{ mV}$  odrezan priličan dio signala malih energija. Na temelju ovog principa određeni su pragovi za korištene detektore (tablica 3.3). Signali s detektora LSO 2 su približno dva puta jači od signala s LSO 1, stoga je i vrijednost praga za detektor LSO 2 dva puta veća.



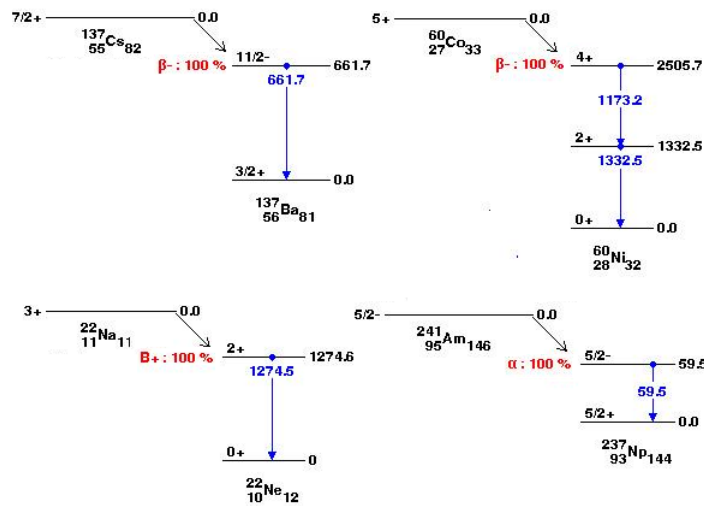
Slika 3.8: Spektri vrijednosti integriranog signala dobivenih s detektora  $\text{BaF}_2$  19 za pragove  $-2.5\text{ mV}$  (lijevo),  $-5\text{ mV}$  (sredina), i  $-30\text{ mV}$  (desno).

	prag
BaF <sub>2</sub> detektor 19	-15 mV
BaF <sub>2</sub> detektor 20	-15 mV
LSO detektor 1	-10 mV
LSO detektor 2	-20 mV

Tablica 3.3: Pragovi za prihvaćanje signala.

### 3.4 Kalibracija detektora

Kalibracija detektora napravljena je pomoću četiri radioaktivna izvora s dobro definiranim spektrom zračenja, <sup>137</sup>Cs, <sup>60</sup>Co, <sup>22</sup>Na i <sup>241</sup>Am (sheme raspada na slici 3.9). Kalibracija se radi kako bi se dobila veza između energije signala i integrirane vrijednosti napona dobivenog s detektora.

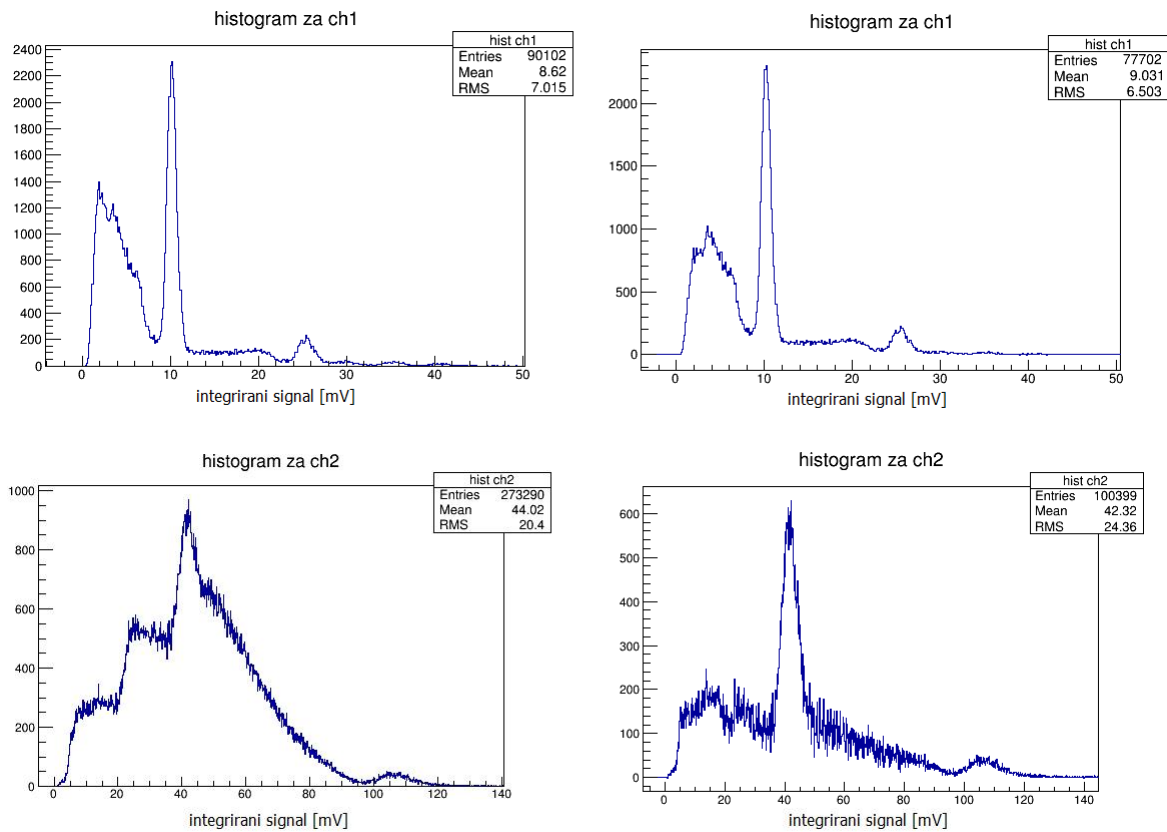


Slika 3.9: Sheme raspada radioaktivnih izvora korištenih za kalibraciju detektora [5].

Za svaki detektor napravljena su mjerenja signala dobivenih s izvorima <sup>137</sup>Cs, <sup>22</sup>Na, <sup>60</sup>Co i <sup>241</sup>Am direktno prislonjenim uz osjetljivu površinu detektora, te mjerenje pozadine, tj. signala koji se javljaju bez radioaktivnog izvora. Pozadina je normirana na vrijeme mjerenja snimanja podataka i oduzeta od svakog spektra dobivenog s radioaktivnim izvorom pomoću programa *oduSum.C* (dodatak B.3). U gornjem redu slike 3.10 prikazani su spektri vrijednosti integriranih signala dobivenih s detektora BaF<sub>2</sub> 19 prije oduzimanja (lijevo), te poslije oduzimanja šuma (desno). U donjem redu slike 3.10 prikazani su spektri vrijednosti integriranih signala dobivenih s detektora LSO 1 prije oduzimanja (lijevo), te poslije oduzimanja šuma (desno). Korišteni radioaktivni izvor bio je <sup>22</sup>Na. Kod spektra dobivenog s LSO 1 detektora (prije oduzimanja pozadine) vidi se veliki doprinos pozadine koja dolazi od radioaktivnog izotopa lutecija. Kao što je spomenuto u poglavlju 3.1.3, osim direktnog mjerenja signala i oduzimanja pozadine, pozadina se može znatno potisnuti snimanjem koincidencija signala s dva ili više detektora. Na slici 3.11 prikazan je spektar vrijednosti integriranih signala dobivenih mjerenjem koincidencije signala s LSO 1 i LSO 2 detektora.

Prilagodavanjem zbroja Gaussove funkcije za opis foto vrhova i eksponencijalne funkcije za opis

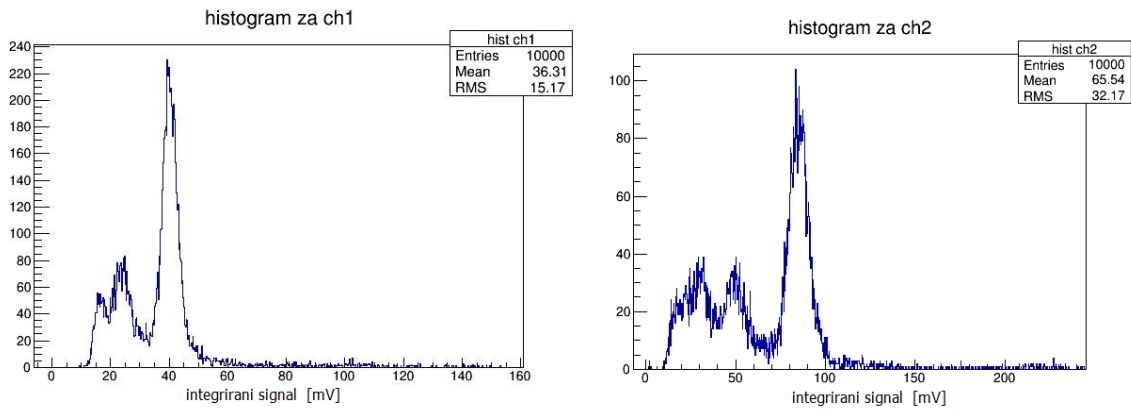




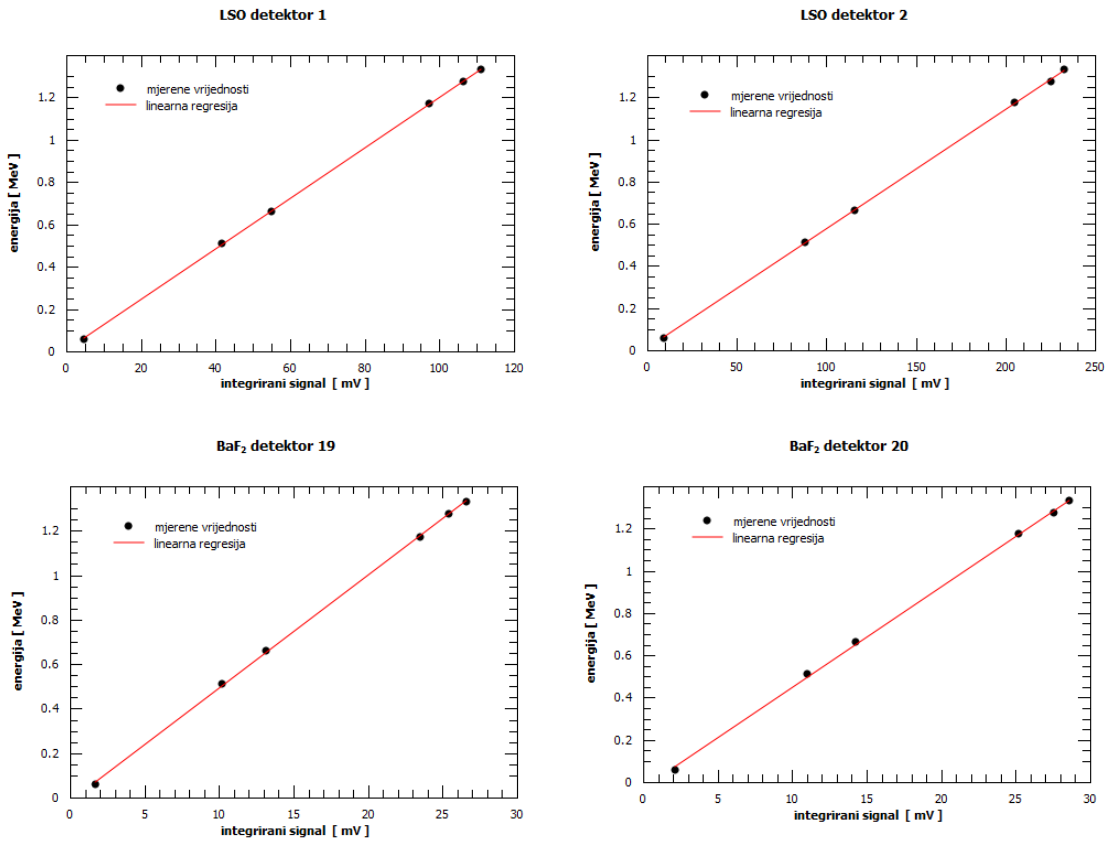
Slika 3.10: Spektar signala s detektoru BaF<sub>2</sub> 19 (gornji red), te s detektora LSO 1, u slučaju kada je korišten izvor <sup>22</sup>Na. Lijevo, prije oduzimanja pozadine. Desno, nakon oduzimanja pozadine.

preostale pozadine ispod gausijana na vrhove u dobivenim spektrima (nakon oduzimanja pozadine) koji odgovaraju foto vrhovima poznatih energija, dobivene su srednje vrijednosti integriranog signala i pripadne standardne devijacije. Ovisnost energija gama zračenja iz radioaktivnih izvora o dobivenim srednjim vrijednostima položaja pripadnih vrhova u spektru prikazana je na slici 3.12. Šest foto vrhova korištenih za kalibraciju su (vrijednosti energija uzete iz [5]):

- foto vrh od americija <sup>241</sup>Am na energiji 59.5409 1 keV
- foto vrhovi od natrija <sup>22</sup>Na na energijama 511.0 keV i 1274.537 7 keV
- foto vrh od cezija <sup>137</sup>Cs na energiji 661.657 3 keV
- foto vrh od kobalta <sup>60</sup>Co na energijama 1173.228 3 keV i 1332.492 4 keV



Slika 3.11: Spektar vrijednosti integriranih signala dobivenih mjerenjem koincidencije signala s LSO 1 (lijevo) i LSO 2 detektora (desno), dobivenih korištenjem radioaktivnog izvora  $^{22}\text{Na}$ , smještenog između detektora.



Slika 3.12: Točke za kalibraciju, te prilagođeni kalibracijski pravci za svaki od korištenih detektora.

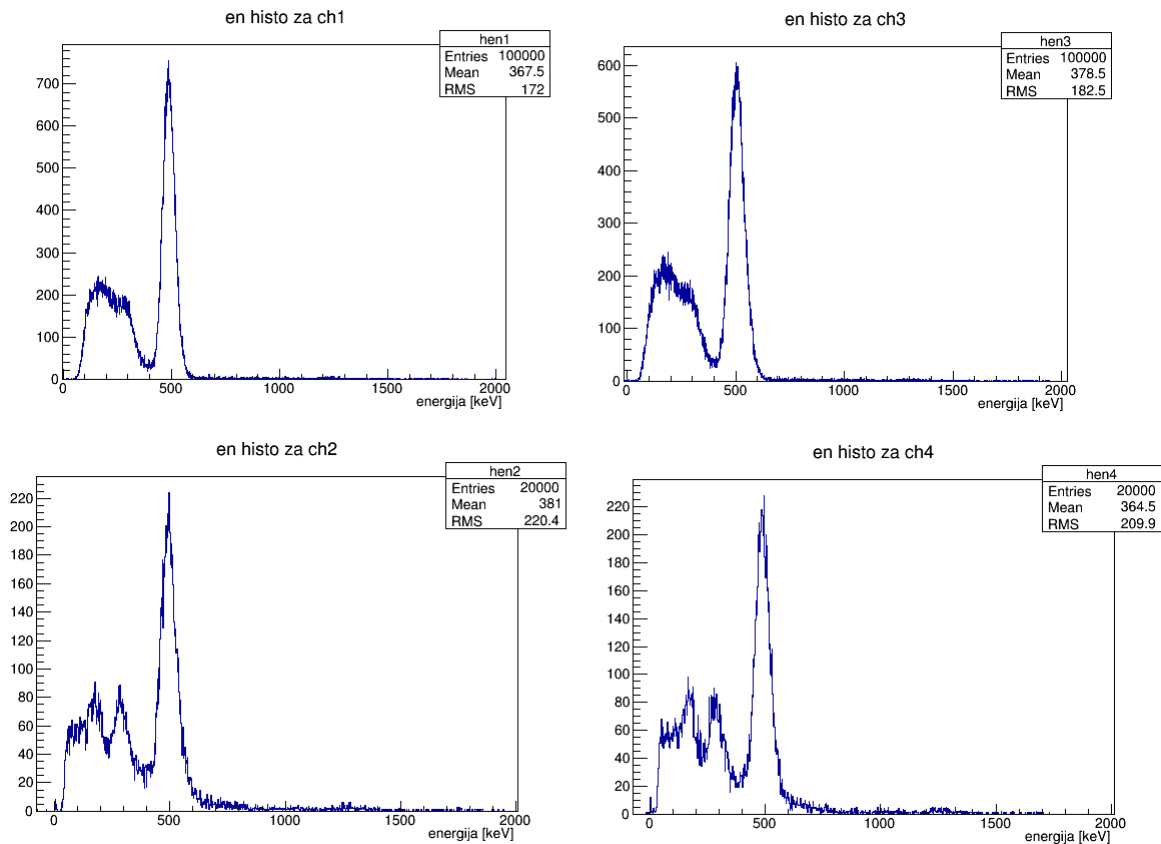
Na dobivenim točkama napravljena je linearna prilagodba, te su dobivene vrijednosti koeficijenta kalibracijskih pravaca (tablica 3.4).

Na slici 3.13 prikazani su kalibrirani energijski spektri dobiveni snimanjem koincidencija signala

LSO detektor 1	$A = (11.95 \pm 0.06) \cdot 10^{-3} \text{ MeV}$	$B = (7 \pm 4) \cdot 10^{-3} \text{ MeV}$
LSO detektor 2	$A = (5.66 \pm 0.03) \cdot 10^{-3} \text{ MeV}$	$B = (8 \pm 5) \cdot 10^{-3} \text{ MeV}$
BaF <sub>2</sub> detektor 19	$A = (50.8 \pm 0.4) \cdot 10^{-3} \text{ MeV}$	$B = (-15 \pm 7) \cdot 10^{-3} \text{ MeV}$
BaF <sub>2</sub> detektor 20	$A = (47.6 \pm 0.5) \cdot 10^{-3} \text{ MeV}$	$B = (-27 \pm 10) \cdot 10^{-3} \text{ MeV}$

Tablica 3.4: Vrijednosti koeficijenata kalibracijskih pravaca ( $y = Ax + B$ ), dobivenih za svaki od korištenih detektora.

s para detektora BaF<sub>2</sub> 19 i 20 (gornji red) te para detektora LSO 1 i 2, između kojih se nalazio radioaktivni izvor <sup>22</sup>Na. Na svakom od spektara jasno se vidi anihilacijski vrh na 511 keV. Relativne energijske rezolucije na 511 keV su: BaF<sub>2</sub> detektor 19  $R = 14\%$ , BaF<sub>2</sub> detektor 20  $R = 16\%$ , LSO detektor 1  $R = 17\%$ , te LSO detektor 2  $R = 16\%$ .



Slika 3.13: Kalibrirani energijski spektri dobiveni s detektora, BaF<sub>2</sub> 19 i 20 (gornji red), te LSO 1 i 2 (doljni red). Snimane su koincidencije signala s parova detektora između kojih se nalazio radioaktivni izvor <sup>22</sup>Na. U gornjem redu, lijevo (kanal 1) prikazan je energijski spektar dobiven s BaF<sub>2</sub> detektora 19, dok je desno (kanal 3) prikazan energijski spektar dobiven s BaF<sub>2</sub> detektora 20. U donjem redu, lijevo (kanal 2) nalazi se spektar s LSO 1 detektora, te desno (kanal 4) spektar s LSO 2 detektora.

### 3.5 Postupak mjerenja

Princip mjerenja polarizacijskih korelacija između dva anihilacijska fotona opisan je u poglavlju 2.4. Za dobivanje anihilacijskih fotona korišten je radioaktivni izvor natrija,  $^{22}\text{Na}$ . Kao raspršivači anihilacijskih fotona korišteni su  $\text{BaF}_2$  detektori. Promatranjem koincidencije signala s dva  $\text{BaF}_2$  detektora, postavljenih jedan nasuprot drugog, mogu se izdvojiti samo signali koji dolaze od anihilacijskih fotona. Detektiranje komptonski raspršenih fotona rađeno je pomoću LSO detektora, postavljenih tako da hvataju fotone raspršene pod kutem od  $90^\circ$ . Promatranjem broja raspršenih fotona, detektiranih u LSO detektorima kada su postavljeni u istoj ravnini i u okomitim ravninama, trebao bi se dobiti očekivani omjer asimetrije  $\rho_1 = 2.6$  (formula 2.13), odnosno ako se uzme u obzir konačna geometrija raspršivača i detektora za detekciju raspršenih fotona prikladno modificiran omjer asimetrije (prema grafu danom na slici 2.7). Broj fotona komptonski raspršenih i detektiranih u LSO detektorima dobiva se promatranjem četverostrukih koincidencija, koincidencija signala sa sva četiri korištena detektora te primjenom odgovarajućih uvjeta (cut-ova) na energije signala i na razlike u vremenu dolaska signala na detektore.

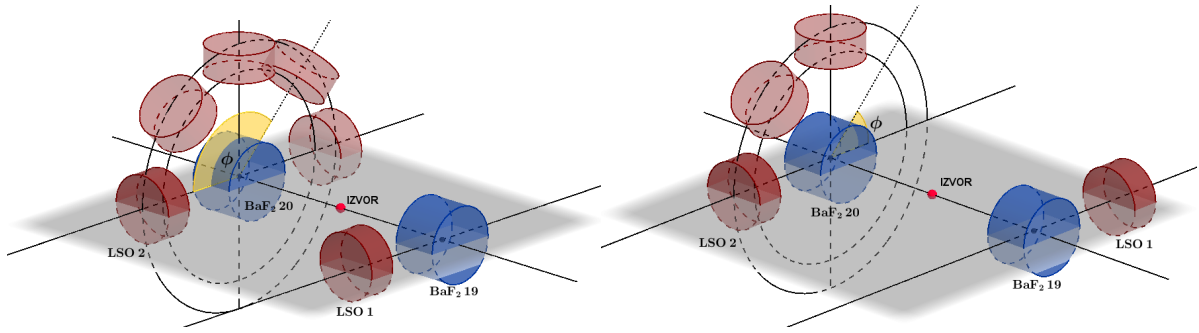
Odabir  $\text{BaF}_2$  detektora kao detektora za detekciju i raspršivanje anihilacijskog zračenja temeljen je na njegovom kratkom vremenu odgovora i većoj propusnosti gama zračenja. Kratko vrijeme odgovora je bilo važno zbog što boljeg određivanja koincidencije signala (od anihilacijskog zračenja) dobivenih s detektora 19 i detektora 20, dok je veća propusnost bila važna zbog potrebe da komptonski raspršeno gama zračenje izađe iz detektora.

Traženje četverostrukih koincidencija rađeno je na podacima dobivenim mjerenjem trostrukih koincidencija, koincidencija signala s dva detektora raspršivača ( $\text{BaF}_2$  detektori 19 i 20) te signala s jednog od detektora za detekciju komptonski raspršenih fotona (LSO 1). Zbog vrlo malog broja četverostrukih koincidencija bilo je potrebno snimati podatke samo kada se na tri detektora pojavi signal. Kada su snimani podaci s uvjetom na koincidenciju signala samo s dva detektora raspršivača, datoteke su bile prevelike, te je analiza podataka trajala predugo.

#### 3.5.1 Geometrijske konfiguracije

Mjerenja su rađena s dvije različite konfiguracije, konfiguracije A i B prikazane na slici 3.14.  $\text{BaF}_2$  detektori postavljeni su jedan nasuprot drugog kako bi hvatali dvije anihilacijske gama zrake emitirane pod kutem od  $180^\circ$ . Za detektiranje komptonski raspršenih gama zraka u  $\text{BaF}_2$ , korišteni LSO detektori, postavljeni su pod  $90^\circ$  u odnosu na  $\text{BaF}_2$  detektore. U konfiguraciji A (slika 3.14 lijevo), detektor LSO 1 koji je korišten kao jedan od okidača za trostruku koincidenciju, smješten je s jedne strane detektora  $\text{BaF}_2$  19. Položaj drugog detektora za detekciju raspršenih fotona, LSO 2, mijenjan je tako da zatvara kuteve od  $\phi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  i  $180^\circ$  s detektorom LSO 1. U konfiguraciji B (slika 3.14 desno), detektor LSO 1 postavljen je na suprotnu stranu detektora  $\text{BaF}_2$  19. U ovoj konfiguraciji napravljena su mjerenja za tri položaja LSO 2 detektora, s kutevima između detektora LSO 1 i LSO 2  $\phi = 90^\circ, 135^\circ$  i  $180^\circ$ . U tablici 3.5 nabrojana su mjerenja napravljena u konfiguracijama A i B.

Korištene su dvije konfiguracije da bi se dobilo više mjerenja i time smanjile eventualne sistemske pogreške. Na slici 3.14 vidi se da su mjerenja u konfiguraciji A, u slučaju kada je kut između



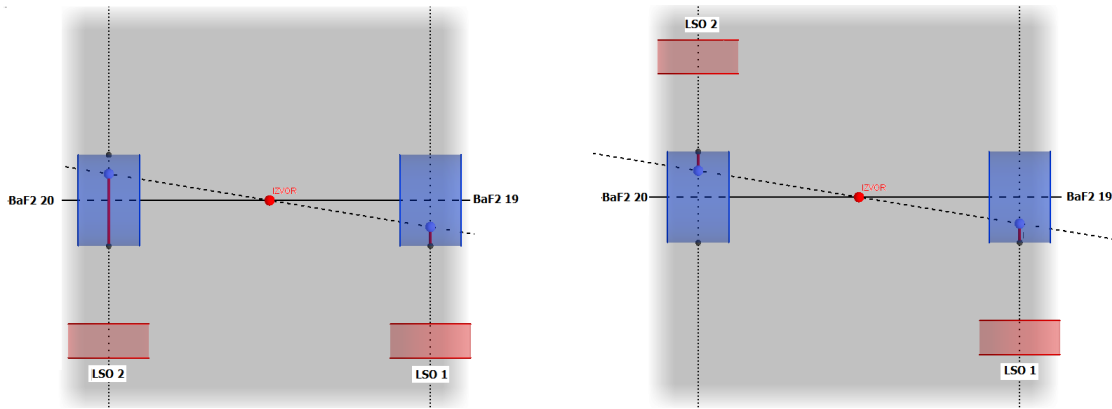
Slika 3.14: Konfiguracije za mjerenje polarizacijskih korelacija anihilacijskih fotona. Lijevo, konfiguracija A, za fiksirane detektore BaF<sub>2</sub> 19 i 20, te LSO 1, mijenjan je položaj detektora LSO 2, tako da je kut koji zatvaraju detektori LSO 1 i 2 išao od vrijednosti  $\phi = 0^\circ$  (tamniji crveni cilindar) pa sve do  $\phi = 180^\circ$ . Desno, konfiguracija B, za fiksirane detektore BaF<sub>2</sub> 19 i 20, te LSO 1, mijenjan je položaj detektora LSO 2, tako da je kut koji zatvaraju detektori LSO 1 i 2 išao od vrijednosti  $\phi = 90^\circ$  do  $\phi = 180^\circ$  (tamniji crveni cilindar).

konfiguracija A	$\phi = 0^\circ$	$\phi = 45^\circ$	$\phi = 90^\circ$	$\phi = 135^\circ$	$\phi = 180^\circ$
konfiguracija B			$\phi = 90^\circ$	$\phi = 135^\circ$	$\phi = 180^\circ$

Tablica 3.5: Mjerenja u konfiguracijama A i B. Za sva mjerenja kut  $\theta$  bio je  $90^\circ$ .

LSO detektora  $\phi = 90^\circ, 135^\circ$  i  $180^\circ$ , identična onima u konfiguraciji B, s kutem  $\phi = 90^\circ, 135^\circ$  i  $180^\circ$ . Zbog toga se rezultati dobiveni za ova tri slučaja u konfiguracijama A i B, mogu tretirati kao nezavisna mjerenja iste konfiguracije. Srednja vrijednost nezavisnih mjerenja dobiva se težinskim zbajanjem dobivenih rezultata.

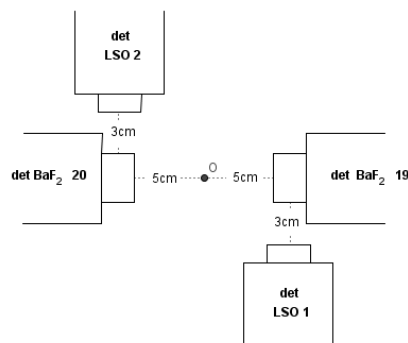
Što se tiče mjerenja u istoj konfiguraciji za različite kutove, prema Klein-Nishina formuli, trebao bi se dobiti isti broj raspršenih fotona za kutove  $\phi = 45^\circ$  i  $135^\circ$ , te za kutove  $\phi = 0^\circ$  i  $180^\circ$ . Do toga ne dolazi zbog načina simanja signala. Uvjet za snimanje signala je trostruka koincidencija signala s detektora BaF<sub>2</sub> 19 i 20, te detektora LSO 1. Zbog vrlo malog srednjeg slobodnog puta raspršenih fotona u materijalu BaF<sub>2</sub>, većina detektiranih fotona dolazi od onih fotona koji su se raspršili u detektoru BaF<sub>2</sub> 19 u blizini LSO 1 detektora. Anihilacijski foton, koji dolazi iz iste anihilacije, upada u detektor BaF<sub>2</sub> 20 na suprotnu stranu od one na kojoj je LSO 2 detektor, u slučaju kada je kut između LSO detektora  $\phi = 0^\circ$ , dok u slučaju kada je kut između LSO detektora  $\phi = 180^\circ$ , upada na detektor u blizini LSO 2 detektora (slika 3.15). Razlika u udaljenosti, koju raspršeni foton mora proći da bi izašao iz detektora, jako utječe na vjerojatnost detekcije raspršenog fotona u detektoru LSO 2. Kao što se vidi na slici 3.15, kada je kut između LSO detektora  $0^\circ$ , raspršeni foton mora prijeći puno duži put da bi izašao iz detektora BaF<sub>2</sub> 20. Zbog toga se očekuje puno veći broj četverostrukih koincidencija u slučaju kada je kut između LSO detektora  $\phi = 180^\circ$ . Isto vrijedi i za kutove  $\phi = 45^\circ$  i  $135^\circ$ , samo što bi razlika u broju trebala biti manja, zbog manje razlike u putevima.



Slika 3.15: Put koji raspršeni foton mora proći da bi izašao iz detektora BaF<sub>2</sub> 19, odnosno 20. Lijevo, u slučaju kada je kut između LSO detektora  $\phi = 0^\circ$ . Desno, u slučaju kada je kut između LSO detektora  $\phi = 180^\circ$ .

### 3.5.2 Utjecaj odabira geometrije na očekivani iznos omjera asimetrije

Isprobane su razne udaljenosti između detektora, te je odabrana udaljenost od 3 cm između BaF<sub>2</sub> detektora i LSO detektora, te udaljenost od 5 cm od BaF<sub>2</sub> detektora do izvora (slika 3.16). Idealno bi bilo izvor staviti u kolimator, imati što manje promjere cilindričnog detektora raspršivača te što manji kut koji pokriva detektor za detekciju raspršenih fotona. Kao alternativa izboru veličine detektora mogu se povećati udaljenosti (čime će se smanjiti mogući smjerovi upadnih fotona na raspršivač, te kutovi koje pokriva detektor za detekciju raspršenih fotona). Zbog male akceptancije i efikasnosti detektora, dobiva se mali broj četverostrukih koincidencija. Iako se za veće udaljenosti dobiva veća asimetrija  $\rho_1$  (omjer broja četverostrukih koincidencija za kut između LSO detektora  $\phi = 90^\circ$  i  $\phi = 0^\circ$  ili  $\phi = 180^\circ$ ), da bi se dobila dovoljna statistika potrebno je bilo izabrati što manje udaljenosti.

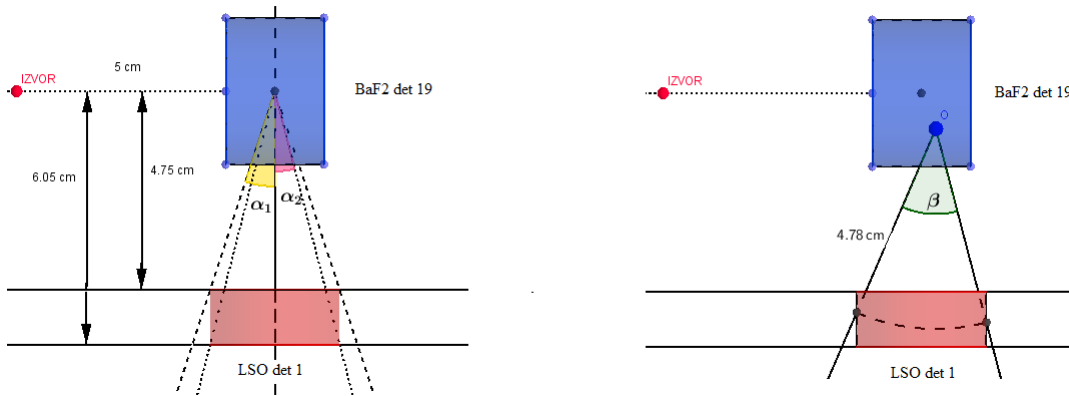


Slika 3.16: Udaljenosti detektora. Konfiguracija A s kutem između LSO detektora  $\phi = 180^\circ$ .

Odabrane udaljenosti detektora te dimenzije detektora određuju konačnu geometriju potrebnu za popravak omjera asimetrije.

Ako se uzme kao srednja vrijednost položaja, u kojem dolazi do komptonskog raspršenja fotona,

središte BaF<sub>2</sub> detektora, efektivni poluraspon azimutalnog kuta koji zatvara LSO detektor, može se izračunati iz udaljenosti središta BaF<sub>2</sub> detektora i krajeva LSO detektora (slika 3.17 lijevo). Za veći poluraspon dobiva se vrijednost od  $\alpha_1 = 18^\circ$ , dok za manji poluraspon vrijednost  $\alpha_2 = 14^\circ$ . Za efektivni poluraspon azimutalnog kuta koji zatvara LSO detektor može se uzeti srednja vrijednost ovih dvaju poluraspona  $\alpha = 16^\circ$ . Efektivni poluraspon kuta raspršenja, zbog simetrije cilindričnog detektora, je isti. Prema grafu na slici 2.7 omjer asimetrije za korištenu geometriju iznosi  $\rho_1 = 2.3$ .



Slika 3.17: Lijevo: efektivni poluraspon azimutalnog kuta koji pokriva LSO detektor kada je za srednju vrijednost položaja, u kojem dolazi do komptonskog raspršenja fotona, uzeto središte BaF<sub>2</sub> detektora. Desno, azimutalni kut koji pokriva LSO detektor kada je za srednju vrijednost položaja, u kojem dolazi do komptonskog raspršenja fotona, uzeta točka dobivena integracijom vjerojatnosti komptonskog raspršenja anihilacijskog fotona po dubini detektora BaF<sub>2</sub> te integracijom vjerojatnosti da komptonski raspršen foton izađe iz BaF<sub>2</sub> detektora po dužini detektora BaF<sub>2</sub>.

Za srednju vrijednost položaja, u kojem dolazi do komptonskog raspršenja fotona, može se uzeti i točka dobivena integracijom vjerojatnosti komptonskog raspršenja anihilacijskog fotona po dubini detektora BaF<sub>2</sub>, te integracijom vjerojatnosti da komptonski raspršen foton izađe iz BaF<sub>2</sub> detektora po dužini detektora BaF<sub>2</sub>.

Neka je koordinatni sustav postavljen tako da se detektori BaF<sub>2</sub> nalaze na z-osi, a detektor LSO 1 paralelno s y-osi. Vjerojatnost da se anihilacijski foton komptonski rasprši nakon što je prešao duljinu  $z$  duž z-osi u BaF<sub>2</sub> detektoru, opisana je (prema formuli 2.4) s  $P_C = 1 - \exp(-\mu_C z)$ , gdje je  $\mu_C$  linearni atenuacijski koeficijent komptonskog raspršenja. Linearni atenuacijski koeficijent ovisi o energiji fotona, te o vrsti materijala. Energija anihilacijskih fotona iznosi 511 keV, pa linearni atenuacijski koeficijent za komptonско raspršenje u materijalu BaF<sub>2</sub> iznosi  $\mu_C = 0.3516 \text{ cm}^{-1}$  [8]. Srednja vrijednost prijednog puta fotona prije nego se rasprši iznosi:

$$\bar{z} = \frac{\int_0^{2.35} dz z (1 - \exp(-\mu_C z))}{\int_0^{2.35} dz (1 - \exp(-\mu_C z))} = 1.52 \text{ cm}$$

gdje je za maksimalni prijedeni put uzeta vrijednost debljine cilindričnog BaF<sub>2</sub> detektora.

Ako se ishodište postavi na položaj izvora,  $z$  koordinata točke koja označava srednju vrijednost položaja u kojem dolazi do komptonskog raspršenja fotona u BaF<sub>2</sub> detektoru, iznosi 6.52. Za

određivanje  $y$  koordinate potrebno je naći srednju vrijednost udaljenosti koju prijeđe komptonски raspršeni foton a da se ne rasprši ili apsorbira (raspršeni foton mora izaći iz BaF<sub>2</sub> detektora). Vjerojatnost da foton ne interagira s materijom nakon prijednog puta  $y$ , dana je s (formula 2.4)  $P = \exp(-\mu_{uk} y)$ , gdje je  $\mu_{uk}$  ukupni linearni atenuacijski koeficijent. Kako linearni atenuacijski koeficijent ovisi o energiji fotona, potrebno je poznavati vrijednost energije raspršenog fotona. Energija fotona raspršenog pod kutem  $\theta$  dana je s formulom 2.7, iz čega slijedi da, ako je energija fotona prije raspršenja 511 keV ( $m_e c^2$ ), te kut raspršenja  $\theta = 90^\circ$ , energija raspršenih fotona iznosi 255.5 keV. Budući da je fotonu ostala polovica početne energije, elektron na kojem se foton raspršio dobio je drugu polovicu početne energije fotona (255.5 keV). Ukupni linearni atenuacijski koeficijent za fotone energije 255.5 keV, u materijalu BaF<sub>2</sub>, iznosi  $\mu_{uk} = 1.0643 \text{ cm}^{-1}$  [8]. Srednja vrijednost udaljenosti koju će prijeći foton a da se ne rasprši iznosi:

$$\bar{y} = \frac{\int_0^{3.5} dy y \exp(-\mu_{uk} y)}{\int_0^{3.5} dy \exp(-\mu_{uk} y)} = 0.85 \text{ cm}$$

gdje je za maksimalni prijedni put uzeta vrijednost dijametra cilindričnog BaF<sub>2</sub> detektora.

Koordinate točke koja označava srednju vrijednost položaja u kojem dolazi do komptonskog raspršenja fotona u BaF<sub>2</sub> detektoru su (0, -0.9, 6.52). Na slici 3.17 desno prikazan je slučaj traženja efektivnog poluraspona azimutalnog kuta koji zatvara LSO detektor iz položaja dobivene točke i krajeva LSO detektora. Za azimutalni kut koji zatvara LSO detektor, dobije se vrijednost od  $\beta = 38^\circ$ . Iz čega slijedi da je efektivni poluraspon azimutalnog kuta koji zatvara LSO detektor  $\alpha = 19^\circ$ . Ista vrijednost uzeta je i za efektivni poluraspon kuta raspršenja. Prema grafu na slici 2.7 omjer asimetrije za korištenu geometriju iznosi  $\rho_1 = 2.1$ .

### 3.5.3 Odabir događaja

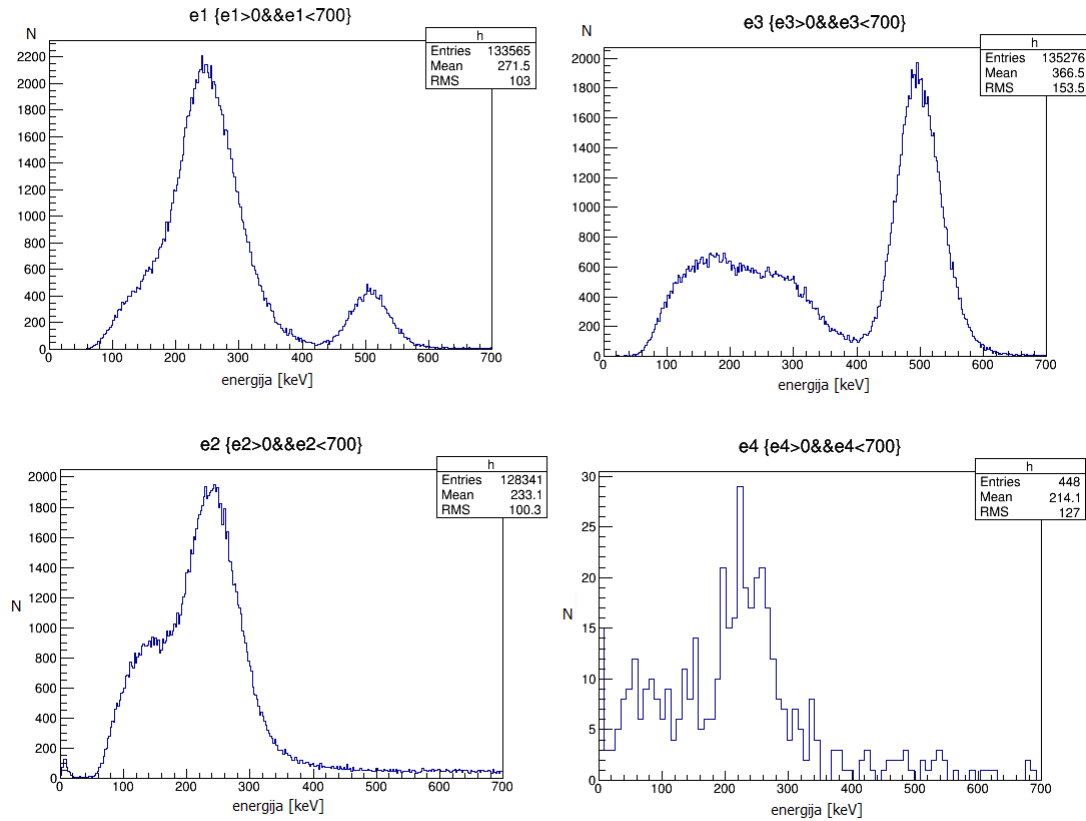
Za dobivanje broja fotona komptonски raspršenih i detektiranih u LSO detektorima, na snimljene podatke dobivene trostrukom koincidencijom signala s detektora BaF<sub>2</sub> 19 i 20 i s detektora LSO 1, primjenjeni su razni uvjeti (cut-ovi) na energije signala i na razlike u vremenu dolaska signala na detektore.

Uvjeti na energije i razlike u vremenu dolaska na detektor su isti za par detektora BaF<sub>2</sub> 19 i LSO 1 te za par detektora BaF<sub>2</sub> 20 i LSO 2. Energije koje je anihilacijski foton ostavio u detektorima BaF<sub>2</sub> 19 i 20 označene su s e1 i e3, dok su energije koje je raspršeni foton ostavio u detektorima LSO 1 i 2 označene s e2 i e4. Uvjeti za par detektora 19 i 1 su sljedeći :

- $e1 > 0 \text{ keV}$  signal se pojavio u detektoru BaF<sub>2</sub> 19
- $e1 < 400 \text{ keV}$  upadni anihilacijski foton nije predao svu energiju u BaF<sub>2</sub> detektoru, već je izašao iz detektora, najvjerojatnije komptonски se raspršivši
- $e2 > 50 \text{ keV}$  signal se pojavio u detektoru LSO 1
- $e2 < 500 \text{ keV}$  foton koji je došao na LSO detektor nije stigao direktno iz izvora, nego je negdje prvo izgubio energiju



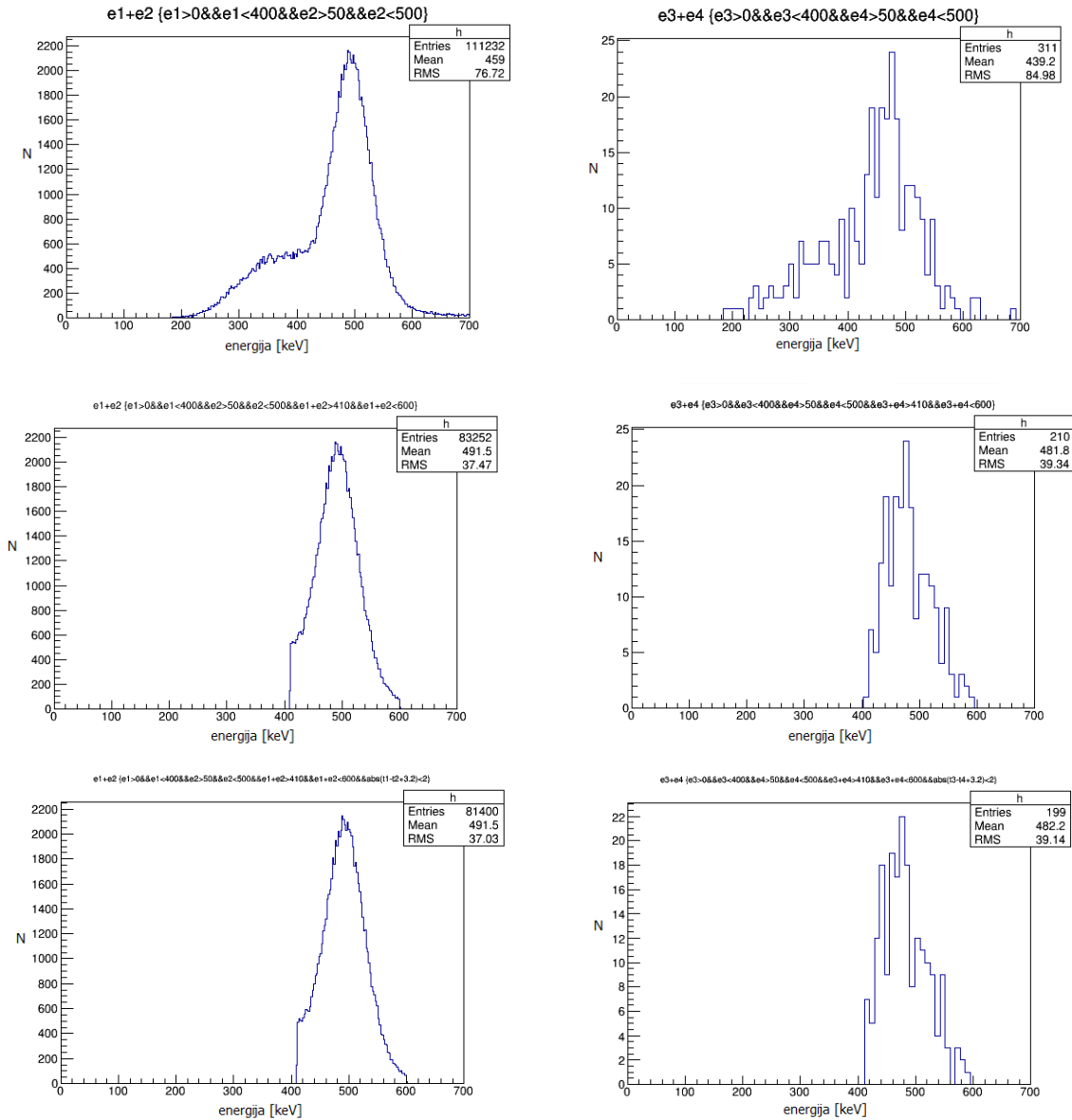
- $e1 + e2 > 410 \text{ keV}$  odbacuje višestruka komptonska raspršenja
- $e1 + e2 < 600 \text{ keV}$  vrijednost zbroja energija manja od srednje vrijednosti  $+3\sigma$
- $\text{abs}(t1 - t2 + 3.2 \text{ ns}) < 2 \text{ ns}$  što uzima u obzir koincidenciju događaja (raspršeni foton detektira se prosječno 3.2 ns nakon anihilacijskog fotona)



Slika 3.18: Energijski spektri signala dobivenih s četiri korištena detektora. Spektri s  $\text{BaF}_2$  detektora 19 i 20 prikazani su na dvije gornje slike (lijevo detektor 19, desno detektor 20). Spektri s detektora LSO 1 i 2 prikazani su na dvije donje slike (lijevo detektor 1, desno detektor 2). Uvjeti na energije signala dani su iznad svakog histograma.

Na slici 3.18 prikazani su energijski spektri dobiveni s detektora  $\text{BaF}_2$  19 i 20 (gore), te detektora LSO 1 i 2 (dolje), u slučaju kada se signal pojavi na detektoru, te kada je energija signala manja od 700 keV. Na slici se vidi značajna razlika u spektrima za detektore 19 i 20. Do razlike dolazi zbog načina snimanja podataka, uvjet na snimanje je bila trostruka koincidencija signala s detektora 19, 20 te detektora 1. Znači, detektor 19 snima podatke samo kada se i na detektoru LSO 1 pojavi signal, tj. kada se detektirani foton komptonski rasprši i izađe iz detektora. Na energijskim spektrima s detektora 19 i 1 vidi se očekivani vrh na 255 keV koji odgovara energiji komptonski raspršenog anihilacijskog fotona (u detektoru LSO1), te energiji elektrona na kojem se foton komptonski raspršio (u detektoru  $\text{BaF}_2$  19). Što se tiče energijskog spektra dobivenog s

detektora LSO 2 (e4), također se vidi vrh na 255 keV, ali je broj događaja znatno manji, jer se uvjetom da je  $e4 > 0$  dobiva četverostruka koincidencija (snimane su trostruke koincidencije).



Slika 3.19: Uvjeti na energije i vrijeme dolaska signala na detektore.

Energijski spektri s primjenjenim gore navedenim uvjetima prikazani su na slici 3.19. U prvom redu prikazani su spektri dobiveni zbrajanjem energija s BaF<sub>2</sub> detektora 19 (e1) i LSO detektora 1 (e2) te zbrajanjem energija s BaF<sub>2</sub> detektora 20 (e3) i LSO detektora 2 (e4), uz uvjete da se foton komptonски rasprši u detektoru raspršivaču ( $e1 < 400 \text{ keV}$ ), izađe iz njega i detektira se u detektoru za detekciju raspršenih fotona ( $e2 < 500 \text{ keV}$ ). Zbrajanjem energija ostavljenih u ovim parovima detektora, dobio se očekivani vrh na 500 keV. U drugom redu slike 3.19, na spektre iz

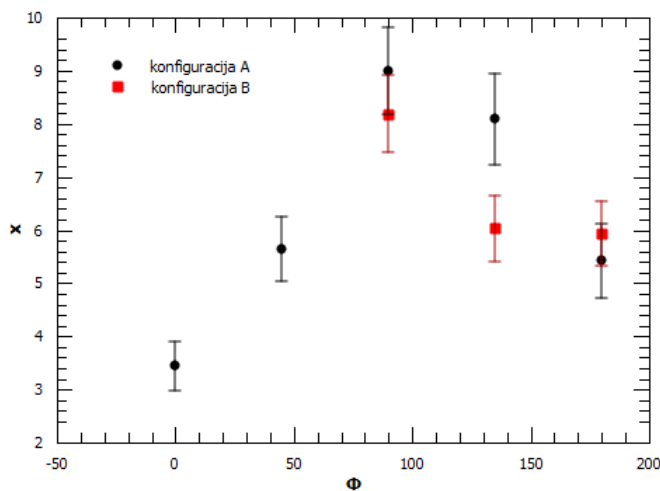
prijašnjeg reda dodana su još dva uvjeta: uvjet da se foton samo jednom komptonski rasprši u detektoru raspršivaču ( $e1 + e2 < 410 \text{ keV}$ ) te uvjet da je gornja granica energije na  $3\sigma$  od srednje vrijednosti položaja vrha. U zadnjem redu slike 3.19, na prijašnje uvjete dodan je još i uvjet na razliku u vremenu dolaska signala na detektor raspršivač te na detektor za detekciju raspršenih fotona ( $\text{abs}(t1 - t2 + 3.2) < 2$ ).

Primjenom svih navedenih uvjeta, i za par BaF<sub>2</sub> 19 i LSO 1, i za par BaF<sub>2</sub> 20 i LSO 2, dobiva se broj 'dobrih' događaja, tj. broj anihilacijskih fotona koji su se komptonski raspršili pod odgovarajućim kutem. U slučaju podataka snimljenih u mjeranju korištenom za dobivanje energijskih spektara prikazanih na slici 3.19, dobiva se vrijednost od 122 dobra događaja, u ukupno snimljenih 135 526 trostrukih koincidencija.

## 4 Rezultati

Ukupno je napravljeno osam mjerenja, pet u konfiguraciji A, te tri u konfiguraciji B. Za svako mjerenje skupljen je različiti broj trostrukih koincidencija. Postavljanjem energijskih i vremenskih uvjeta na signale snimljene na 4 korištena detektora, tražio se broj anihilacijskih fotona komptonски raspršenih i detektiranih u detektorima LSO 1 i 2.

Iz broja četverostrukih koincidencija (dobrih događaja), dobivenih nakon primjene opisanih uvjeta na snimljene podatke, izračunat je broj četverostrukih koincidencija u 10 000 snimljenih trostrukih koincidencija. Na slici 4.1 prikazana je ovisnost broja dobrih događaja u 10 000 trostrukih koincidencija o kutu između LSO detektora ( $\phi$ ). U tablici 4.1 dane su za svako mjerenje vrijednosti dobivenog apsolutnog broja dobrih događaja ( $n$ ) u ukupnom broju snimljenih događaja (trostrukih koincidencija) ( $N$ ), te broj dobrih događaja u 10 000 trostrukih koincidencija ( $x$ ).



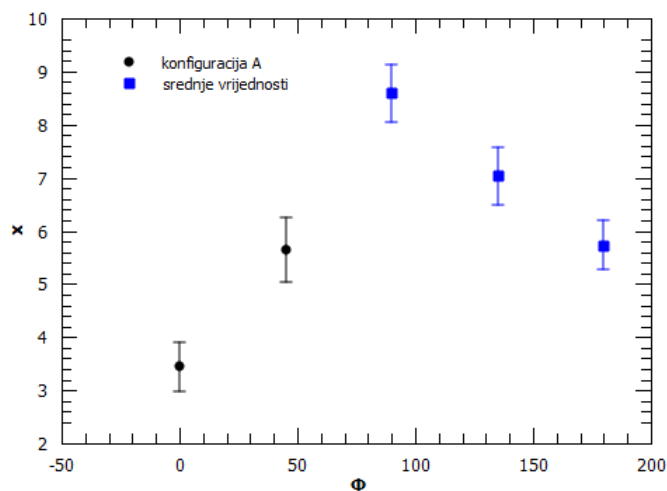
Slika 4.1: Rezultati dobiveni za osam mjerenja. Pet mjerenja u konfiguraciji A, ( $\phi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ , te  $180^\circ$ ), te tri mjerenja u konfiguraciji B, ( $\phi = 90^\circ, 135^\circ$ , te  $180^\circ$ ). Prikazana je ovisnost broja dobrih događaja, u 10 000 trostrukih koincidencija,  $x$ , o kutu između LSO detektora,  $\phi$ . Za svaku točku, nacrtana je statistička pogreška, koja je uzeta kao korijen iz apsolutnog broja dobrih događaja, i skalirana na 10 000 trostrukih koincidencija.

Podaci dobiveni u konfiguraciji A s kutovima  $\phi = 90^\circ, 135^\circ$ , i  $180^\circ$ , mogu se težinski zbrojiti s podacima dobivenim u konfiguraciji B s kutovima  $\phi = 90^\circ, 135^\circ$ , i  $180^\circ$  (identična mjerenja, poglavlje 3.5.1). Težinskim zbrajanjem broja dobrih događaja  $x$  za kutove  $\phi = 90^\circ, 135^\circ$ , i  $180^\circ$  dobivenih u konfiguracijama A i B dobivaju se sljedeće srednje vrijednosti i pripadne statističke pogreške ovih mjerenja (slika 4.2):

- za kut  $\phi = 90^\circ$  dobiva se vrijednost  $x_{90} = (8.6 \pm 0.5)$
- za kut  $\phi = 135^\circ$  dobiva se vrijednost  $x_{135} = (7.0 \pm 0.5)$
- za kut  $\phi = 180^\circ$  dobiva se vrijednost  $x_{180} = (5.7 \pm 0.5)$

		$N$	$n$	$x$
$\phi = 0^\circ$	konfig. A	157 185	$(54.0 \pm 7.4)$	$(3.4 \pm 0.5)$
$\phi = 45^\circ$	konfig. A	157 737	$(89.0 \pm 9.4)$	$(5.6 \pm 0.6)$
$\phi = 90^\circ$	konfig. A	135 526	$(122 \pm 11)$	$(9.0 \pm 0.8)$
	konfig. B	152 600	$(125 \pm 11)$	$(8.2 \pm 0.7)$
$\phi = 135^\circ$	konfig. A	108 741	$(88.0 \pm 9.4)$	$(8.1 \pm 0.9)$
	konfig. B	154 339	$(93.0 \pm 9.6)$	$(6.0 \pm 0.6)$
$\phi = 180^\circ$	konfig. A	112 273	$(61.0 \pm 7.8)$	$(5.4 \pm 0.7)$
	konfig. B	158 568	$(94.0 \pm 9.7)$	$(5.9 \pm 0.6)$

Tablica 4.1: Rezultati dobiveni za osam merenja. Pet mjerenja u konfiguraciji A, ( $\phi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ , te  $180^\circ$ ), te tri mjerenja u konfiguraciji B, ( $\phi = 90^\circ, 135^\circ$ , te  $180^\circ$ ).  $N$  predstavlja ukupan broj snimljenih događaja (trostruka koincidencija),  $n$  broj četverostrukih koincidencija, te  $x$  broj četverostrukih koincidencija u 10 000 trostrukih koincidencija.



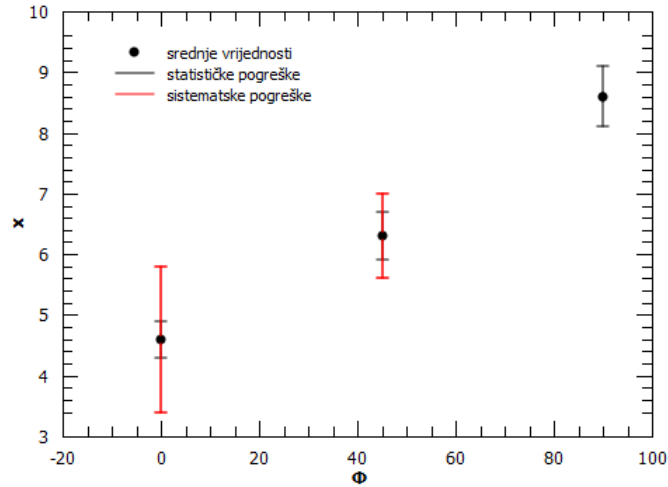
Slika 4.2: Ovisnost broja dobrih događaja u 10 000 trostrukih koincidencija,  $x$ , o kutu između LSO detektora,  $\phi$ . Crne točke prikazuju iste vrijednosti kao i u grafu na slici 4.1 (vrijednosti dobivene u konfiguraciji A za kuteve  $\phi = 0^\circ$  i  $180^\circ$ ), te za kuteve  $\phi = 45^\circ$  i  $135^\circ$ . Plave točke prikazuju srednje vrijednosti dobivene težinskim zbrajanjem vrijednosti dobivenih u konfiguracijama A i B. Za svaku točku na grafu, nacrtana je i pripadna statistička pogreška.

Iz podataka danih u tablici 4.1, vidi se da je dobivena razlika u broju dobrih događaja u konfiguraciji A za kuteve  $\phi = 0^\circ$  i  $180^\circ$ , te za kuteve  $\phi = 45^\circ$  i  $135^\circ$ . Obzirom da se očekuje simetrija u navedenim kutevima, ova razlika može se smatrati kao sistematska pogreška korištenog mjernog postava (poglavlje 3.5.1).

Za konačne vrijednosti broja dobrih događaja u 10 000 trostrukih koincidencija dobivene su sljedeće srednje vrijednosti, te pripadajuće statističke i sistematske pogreške (prva pogreška je statistička, druga sistematska) (slika 4.3):

- za kut  $\phi = 90^\circ$  vrijednost ostaje  $x_{90} = (8.6 \pm 0.5 \pm 0)$
- za kut  $\phi = 45^\circ$  dobiva se vrijednost  $x_{45} = (6.3 \pm 0.4 \pm 0.7)$

- za kut  $\phi = 0^\circ$  dobiva se vrijednost  $x_0 = (4.6 \pm 0.3 \pm 1.2)$



Slika 4.3: Ovisnost broja dobrih događaja u 10 000 trostrukih koincidencija,  $x$ , o kutu između LSO detektora,  $\phi$ . Prikazane vrijednosti broja dobrih događaja dobivene su uzimanjem srednje vrijednosti broja dobrih događaja dobivenih u konfiguraciji A za kut  $\phi = 0^\circ$  (odnosno  $45^\circ$ ), te srednjeg broja dobrih događaja za kut  $\phi = 180^\circ$  (odnosno  $135^\circ$ ). Crnom bojom prikazane su statističke pogreške, dok su crvenom bojom prikazane sistematske pogreške.

Iz ovih vrijednosti slijedi da dobiveni omjer asimetrije iznosi  $\rho_1^{exp} = (1.9 \pm 0.2 \pm 0.5)$ .

Omjer asimetrije za idealnu geometriju iznosi 2.6 (poglavlje 2.4). Ako se uzmu u obzir popravke zbog konačne geometrije, omjer se smanji na vrijednost 2.1 (poglavlje 3.5.2). Eksperimentalno je dobivena vrijednost omjera asimetrije, koja se slaže s očekivanom vrijednosti asimetrije za korištenu konačnu geometriju, unutar statističke i sistematske pogreške.

Dva dodatna omjera koja se mogu odrediti iz napravljenih mjerenja su omjeri  $\rho_2^{exp} = \frac{x_{45}}{x_0} = (1.4 \pm 0.1 \pm 0.4)$ , te  $\rho_3^{exp} = \frac{x_{90}}{x_{45}} = (1.4 \pm 0.1 \pm 0.2)$ . Odgovarajući teorijski omjeri za idealnu geometriju iznose  $\rho_2 = 1.8$ , te  $\rho_3 = 1.4$ . Dobivena vrijednost omjera  $\rho_3^{exp}$  slaže se s teorijskom vrijednosti omjera za idealnu geometriju, dok se teorijska vrijednost omjera za idealnu geometriju  $\rho_2$  nalazi unutar sistematske pogreške eksperimentalno dobivene vrijednosti  $\rho_3^{exp}$ . Na temelju korekcije za konačnu geometriju za  $\rho_1$ , može se i ovdje očekivati razlika od  $\sim 20\%$ .

## 5 Zaključak

U ovom radu, na primjeru jednostavnog eksperimentalnog postava, koji se sastojao od 4 scintilacijska detektora te digitalizatora impulsa DRS4, ispitivane su polarizacijske korelacije anihilacijskih fotona dobivenih anihilacijom pozitrona iz radioaktivnog izvora  $^{22}\text{Na}$ . Ispitivanje polarizacijskih korelacija rađeno je tako što su snimane trostruke koincidencije, koincidencije signala s dva detektora raspršivača i s jednog detektora za detekciju komptonski raspršenih fotona. Od snimljenih trostrukih koincidencija naknadnom analizom odabrane su četverostruke koincidencije, koincidencije signala sa sva četiri korištena detektora, koje zadovoljavaju uvjete komptonskog raspršenja. Za provjeru postojanja polarizacijskih korelacija tražio se omjer broja raspršenih fotona pod različitim azimutalnim kutovima.

Eksperimentalno su dobiveni sljedeći omjeri asimetrije:  $\rho_1^{exp} = (1.9 \pm 0.2 \pm 0.5)$ ,  $\rho_2^{exp} = (1.4 \pm 0.1 \pm 0.4)$ , te  $\rho_3^{exp} = (1.4 \pm 0.1 \pm 0.2)$ , gdje  $\rho_1^{exp}$  predstavlja omjer broja parova anihilacijskih fotona koji su se raspršili okomito jedan u odnosu na drugog te broja parova anihilacijskih fotona raspršenih paralelno jedan u odnosu na drugog. Omjer  $\rho_2^{exp}$  predstavlja omjer broja parova anihilacijskih fotona koji su se raspršili pod međusobnim kutem od  $45^\circ$  te broja parova anihilacijskih fotona raspršenih paralelno jedan u odnosu na drugog. Omjer  $\rho_3^{exp}$  predstavlja omjer broja parova anihilacijskih fotona koji su se raspršili okomito jedan u odnosu na drugog te broja parova anihilacijskih fotona raspršenih pod međusobnim kutem od  $45^\circ$ . Slaganjem eksperimentalno dobivenih omjera asimetrije s predviđenim teorijskim omjerima, pokazano je da se polarizacijske korelacije mogu mjeriti i pomoću ovako jednostavnog mjernog postava. Bolji rezultati mogli bi se dobiti stavljanjem izvora u kolimator te optimalizacijom geometrijske konfiguracije.

Mjerenje polarizacijskih korelacija je interesantno i važno jer potencijalno može biti korisno u primjenama poput PET-a[1, 2].

## A Dodatak: Primjer zapisa u binarni format

Primjer binarne datoteke u koju DRS4 digitalizator sprema oscilogramе. U danom primjeru su dva od ukupno 4 kanala uključena.

Word	Byte 0	Byte 1	Byte 2	Byte 3	Contents
0	'T'	'I'	'M'	'E'	Time Header
1	'B'	'#'	Board number		Board serial number
2	'C'	'0'	'0'	'1'	Channel 1 header
3	Time Bin Width #0				Effective time bin width in ns for channel 1 encoded in 4-Byte floating point format
4	Time Bin Width #1				
...	...				
1026	Time Bin Width #1023				
1027	'C'	'0'	'0'	'2'	Channel 2 header
1028	Time Bin Width #0				Effective time bin width in ns for channel 2 encoded in 4-Byte floating point format
1029	Time Bin Width #1				
...	...				
2051	Time Bin Width #1023				
2052	'E'	'H'	'D'	'R'	Event Header
2053	Event Serial Number				Serial number starting with 1
2054	Year		Month		Event date/time 16-bit values
2055	Day		Hour		
2056	Minute		Second		
2057	Millisecond		reserved		
2058	'B'	'#'	Board number		
2059	'T'	'#'	Trigger cell		Number of first readout cell
2060	'C'	'0'	'0'	'1'	Channel 1 header
2061	Voltage Bin #0		Voltage Bin #1		Channel 1 waveform data encoded in 2-Byte integers. 0=-0.5V and 65535=+0.5V
2062	Voltage Bin #2		Voltage Bin #3		
...	...		...		
2572	Voltage Bin #1022		Voltage Bin #1023		
2573	'C'	'0'	'0'	'2'	Channel 2 header
2574	Voltage Bin #0		Voltage Bin #1		Channel 2 waveform data encoded in 2-Byte integers. 0=-0.5V and 65535=+0.5V
2575	Voltage Bin #2		Voltage Bin #3		
...	...		...		
3085	Voltage Bin #1022		Voltage Bin #1023		
3086	'E'	'H'	'D'	'R'	Next Event Header
...					

Slika A.1: Binarna datoteka. Preuzeto iz [17].



## B Dodatak: Programi

### B.1 Program za čitanje binarne datoteke

Program `read_binaryP.C` čita podatke zapisane u binarnoj datoteci, te ih sprema u root datoteku. Program je napravljen po uzoru na program `read_binary.C` priložen u dokumentaciji dobivenoj s drs4 software-om.

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <fcntl.h>
3 #include <unistd.h>
4 #include <string.h>
5 #include <math.h>
6 #include "TROOT.h"
7 #include "TFile.h"
8 #include "TTree.h"
9 #include <TString.h>
10 #include <iostream>
11
12 typedef struct {
13     char          time_header[4];
14     char          bn[2];
15     unsigned short board_serial_number;
16 } THEADER;
17
18 typedef struct {
19     char          event_header[4];
20     unsigned int  event_serial_number;
21     unsigned short year;
22     unsigned short month;
23     unsigned short day;
24     unsigned short hour;
25     unsigned short minute;
26     unsigned short second;
27     unsigned short millisecond;
28     unsigned short range;
29     char          bs[2];
30     unsigned short board_serial_number;
31     char          tc[2];
32     unsigned short trigger_cell;
33 } EHEADER;
34
35 int read_binaryP(const char inFile [], char outFile []) {
36
37     THEADER th;
38     EHEADER eh;
39     char hdr[4];
40     unsigned short voltage[1024];
41     double waveform[4][1024];
42     float bin_width[4][1024];
43     int i, j, ch, n, chn_index;
44     int nCh; // broj detektiranih kanala
45     UInt_t s;
46     Double_t tw[4][1024], vol[4][1024];
47     UInt_t trig_cell;
48
49     // open the binary waveform file
50     FILE *fIn = fopen(Form("%s", inFile), "r");
51     if (fIn == NULL) {
52         printf("Cannot find file '%s'\n", inFile);
53         return 0;
54     }
```

```

54     }
55     TFile *fOut = new TFile(Form("%s.root", outFile), "RECREATE");
56     TTree *dat = new TTree("data","dat");
57     TTree *timew = new TTree("twidth","timew");
58     dat->Branch("serial", &s, "s/i");
59     dat->Branch("triggercell", &trig_cell, "trig_cell/i");
60
61     // read time header
62     fread(&th, sizeof(th), 1, fIn);
63     printf("\n Found data for board #d\n", th.board_serial_number);
64
65     // read time bin widths
66     memset(bin_width, sizeof(bin_width), 0);
67     for (ch=0 ; ch<5 ; ch++) {
68         fread(hdr, sizeof(hdr), 1, fIn);
69         if (hdr[0] != 'C') {
70             // event header found
71             fseek(fIn, -4, SEEK_CUR);
72             break;
73         }
74         i = hdr[3] - '0' - 1;
75         printf("Found timing calibration for channel #d\n", i+1);
76         fread(&bin_width[i][0], sizeof(float), 1024, fIn);
77     }
78     nCh = i+1;
79     printf("broj detektiranih kanal %d\n", nCh);
80
81     for (int k=1;k<=nCh;k++) {
82
83         char tName[4];
84         char tDesc[12];
85
86         char tNameTmp[4] = "t0";
87         strcpy(tName, tNameTmp);
88         tName[1] = '0' + k;
89
90         char tDescTmp[12] = "t0[1024]/D";
91         strcpy(tDesc, tDescTmp);
92         tDesc[1] = '0' + k;
93
94         timew->Branch(tName, (Double_t*) &tw[k-1], tDesc);
95     }
96
97     for (int k=1;k<=nCh;k++) {
98
99         char chName[4];
100        char chDesc[12];
101
102        char chNameTmp[4] = "ch0";
103        strcpy(chName, chNameTmp);
104        chName[2] = '0' + k;
105
106        char chDescTmp[12] = "ch0[1024]/D";
107        strcpy(chDesc, chDescTmp);
108        chDesc[2] = '0' + k;
109
110        dat->Branch(chName, (Double_t*) &vol[k-1], chDesc);
111    }
112
113    // stavlja u root bin_width
114    for (ch=0 ; ch<nCh ; ch++) {
115        for (i=0 ; i<1024 ; i++) {

```

```

116         tw[ch][i] = (Double_t)bin_width[ch][i];}
117     }
118
119     timew -> Fill();
120
121     // loop over all events in the data file
122     for (n= 0 ; ; n++) {
123         // read event header
124         i = (int)fread(&eh, sizeof(eh), 1, fIn);
125         if (i < 1)
126             break;
127
128         if(eh.range!=0){
129             printf("\n Found event #d\n", eh.event_serial_number);
130             printf("range ili reserved je %i\n", eh.range);
131         }
132
133         s = (UInt_t) eh.event_serial_number;
134         trig_cell =(UInt_t) eh.trigger_cell;
135
136         // reach channel data
137         for (ch=0 ; ch<nCh ; ch++) {
138             i = (int)fread(hdr, sizeof(hdr), 1, fIn);
139             if (i < 1)
140                 break;
141             if (hdr[0] != 'C') {
142                 // event header found
143                 fseek(fIn, -4, SEEK_CUR);
144                 break;
145             }
146             chn_index = hdr[3] - '0' - 1;
147             fread(voltage, sizeof(short), 1024, fIn);
148
149             for (i=0 ; i<1024 ; i++) {
150                 // convert data to volts
151                 waveform[chn_index][i] = (voltage[i] / 65536. + eh.range/1000.0 - 0.5)
152                     *1000; //u mV
153             }
154             vol[chn_index][i] = waveform[chn_index][i];
155         }
156         dat->Fill();
157     }
158
159     dat->Write("", TObject::kOverwrite);
160     timew->Write("", TObject::kOverwrite);
161     fOut->Close();
162     fclose(fIn);
163     return 1;
164 }

```

## B.2 Program za analizu podataka

Program *analizaPP.C* čita i obrađuje podatke iz root datoteke stvorene programom *read\_binaryP.C*

```

1 #include <iostream>
2 #include <fstream>
3 #include <TROOT.h>
4 #include <TTree.h>
5 #include <TGraph.h>

```

```

6 #include <TPad.h>
7 #include <TFile.h>
8 #include <TString.h>
9 #include <TCanvas.h>
10 #include <TAxis.h>
11 #include <TH1F.h>
12 #include <TH1D.h>
13
14 void analizaPP (const char inFile [], char outFile []) {
15
16     UInt_t s; // serial number
17     UInt_t nkoin; // broj koincidencija na sva 4 detektora
18     Double_t tw[4][1024], vol[4][1024]; // sirina time binova u ns i voltage u
        mV
19     UInt_t trig_cell; //in each event the readout starts at a different
        position of the DRS4 chip
20     Double_t t[4][1024];
21     int i, j, k, n, z;
22     double t1, t2, dt;
23     int ndt;
24     double prag;
25     z=0;
26
27     //def BROJ CH i max broj dogadaja
28     const int nCh = 4;
29     UInt_t smax=5;
30     UInt_t maxcan=10;
31     double intCh[nCh]; //integrirani signal
32     double en[nCh]; //energija
33     double tpg[nCh]; // vrijeme kada signal prede prag
34
35     //Inicijalizacija
36     for (int i=0; i<4; i++){
37         for (int j=0; j<1024; j++){
38             tw[i][j]=-9999;
39         }
40     }
41
42     TFile *fIn = TFile::Open(Form("%s.root", inFile), "read");
43     if (fIn == 0) {
44         printf("ERROR: Can't open file!\n");
45         return;
46     }
47     TTree *tree1 = (TTree*) fIn->Get("data");
48     tree1 -> SetBranchAddress("serial", &s);
49     tree1 -> SetBranchAddress("triggercell", &trig_cell);
50     tree1 -> SetBranchAddress("ch1",&vol[0]); //vol je u mV
51     tree1 -> SetBranchAddress("ch2",&vol[1]);
52     tree1 -> SetBranchAddress("ch3",&vol[2]);
53     tree1 -> SetBranchAddress("ch4",&vol[3]);
54
55
56     TTree *tree2 = (TTree*) fIn->Get("twidth");
57     tree2 -> SetBranchAddress("t1", (Double_t*)&tw[0]);
58     tree2 -> SetBranchAddress("t2", (Double_t*)&tw[1]);
59     tree2 -> SetBranchAddress("t3", (Double_t*)&tw[2]);
60     tree2 -> SetBranchAddress("t4", (Double_t*)&tw[3]);
61
62
63     TFile *fOut = new TFile(Form("%s.root", outFile), "RECREATE");
64     TTree *pod = new TTree("pod", "pod");
65     pod->Branch("serial", &s, "s/i");

```

```

66 pod->Branch("int1", &intCh[0], "int1/D");
67 pod->Branch("int2", &intCh[1], "int2/D");
68 pod->Branch("int3", &intCh[2], "int3/D");
69 pod->Branch("int4", &intCh[3], "int4/D");
70 pod->Branch("e1", &en[0], "e1/D");
71 pod->Branch("e2", &en[1], "e2/D");
72 pod->Branch("e3", &en[2], "e3/D");
73 pod->Branch("e4", &en[3], "e4/D");
74 pod->Branch("t1", &tpg[0], "t1/D");
75 pod->Branch("t2", &tpg[1], "t2/D");
76 pod->Branch("t3", &tpg[2], "t3/D");
77 pod->Branch("t4", &tpg[3], "t4/D");
78
79 TH1D *h[nCh]; //def histograma za kanale
80 TH1D *hen[nCh];
81 float min=-10;
82 float max= 400;
83 for (int n=0 ; n<nCh; n++) {
84     h[n] = new TH1D (Form("h%i",n+1), Form("histogram za ch%i",n+1), abs(min-
max) *8, min, max);
85     hen[n] = new TH1D (Form("hen%i",n+1), Form("en histo za ch%i",n+1), abs
(-100-2500), -100, 2500);
86 }
87
88 Int_t nEvents = tree1->GetEntries();
89 printf("broj dogadaja = %d \n", nEvents);
90
91 tree2 -> GetEntry(0);
92
93 TCanvas *c[maxcan];
94 TGraph *g[maxcan];
95
96 //petlja po dogadajima
97 for ( int k=0 ; k < nEvents ; k++) {
98     tree1 -> GetEntry(k);
99     tree2 -> GetEntry(0);
100     if(s<smax) printf("\n serial number = %i\n", s);
101
102     for (int n=0 ; n<nCh ; n++) {
103         for( i=0 ; i<1024 ; i++) {
104             for (j=0,t[n][i]=0 ; j<i ; j++)
105                 t[n][i] += tw[n][((j+trig_cell)%1024)];
106         }
107     }
108
109     // align cell #0 of all channels
110     t1 = t[0][((1024-trig_cell)%1024)];
111     for (int ch=1 ; ch<nCh ; ch++) {
112         t2 = t[ch][((1024-trig_cell)%1024)];
113         dt = t1 - t2;
114         for ( i=0; i<1024 ; i++){
115             t[ch][i] += dt;
116         }
117     }
118
119     //racunanje baseline
120     Double_t baseline[nCh];
121     int poc_base[nCh];
122     int kon_base[nCh];
123     int n_base[nCh];
124

```

```

125     for (int n=0 ; n<nCh ; n++) { //petlja po kanalima
126         poc_base[n] = 10;
127         kon_base[n] = 90;
128         n_base[n] = kon_base[n] - poc_base[n];
129         baseline[n]=0;
130         for (int i= poc_base[n] ; i <= kon_base[n]; i++){
131 baseline[n] += vol[n][i];
132     }
133     baseline[n] /= n_base[n];
134
135     if (s<smax)
136         printf("baseline za ch%i je %f\n", n, baseline[n]);
137 }
138
139     int prag[4]; //u mV
140     prag[0]=-10; //detektor 19 BaF
141     prag[1]=-10; //detektor 1 LSO
142     prag[2]=-10; //detektor 20 BaF
143     prag[3]=-20; //detektor 2 LSO
144
145     int binprag[nCh];
146
147     //find peak in channel n above threshold + BASELINE !!!
148     for (int n=0 ; n<nCh ; n++) {
149         binprag[n]=0;
150         tpg[n]=0;
151         prag[n]=prag[n]+baseline[n];
152         for (int i=0 ; i<250 ; i++)
153 if (vol[n][i] > prag[n] && vol[n][i+1] <= prag[n]) {
154     tpg[n] = t[n][i]+(prag[n]-vol[n][i])/(vol[n][i+1]-vol[n][i])*(t[n][i+1]-t
155         [n][i]);
156     binprag[n] = i;
157     break;
158 }
159     if (s<smax)
160     printf("prag za ch%i u t = %f \n", n, tpg[n]);
161 }
162
163     //trazenje kraja signala
164     int binkraj[nCh];
165     for (int n=0 ; n<nCh ; n++) {
166         binkraj[n]=0;
167         for(int i=binprag[n] ; i<1021 ; i++) {
168 if(vol[n][i]>baseline[n] && vol[n][i+1]>baseline[n] && vol[n][i+2]>baseline
169     [n]){
170         binkraj[n] = i;
171         break;
172     }
173 }
174
175     // INTEGRACIJA signala
176     float v[4][1024];
177
178     for (int n=0 ; n<nCh ; n++) {
179         int binstart = binprag[n]-5;
180         int kraj = 120;
181         intCh[n]=0.0;
182         en[n]=0.0;
183         int p=0;
184         double time=0.0;

```

```

184
185     if(n==0 || n==2) { //BaF su na kanalima 1 i 3
186 for (int k=binstart ; k<1022 ; k++) {
187     if ((k<bin kraj[n] || bin kraj[n]==0) && binstart>0 ) {
188         v[n][k]=vol[n][k]-baseline[n];
189         p++;
190         double tt = (t[n][k]-t[n][k-1])/2 + (t[n][k+1]-t[n][k])/2;
191         time += tt;
192         intCh[n] += tt*v[n][k];
193     }
194 }
195
196 if(time!=0.0) intCh[n]=(-1*intCh[n])/time; //promjena + u - ! intCh je u mV
197 if (n==0){ //det 19
198     en[n]=50.8*intCh[n]-15;
199     en[n]*=1.04; //korekcija na kalibraciju
200 }
201
202 if (n==2){ //det 20
203     en[n]=47.6*intCh[n]-27;
204     en[n]*=1.08; //korekcija na kalibraciju
205 }
206 }
207
208     if(n==1 || n ==3) { // LSO su na kanalima 2 i 4
209 for (int k=binstart ; k< binstart+kraj ; k++) {
210     if(binstart>0) {
211         v[n][k]=vol[n][k]-baseline[n];
212         p++;
213         double tt = (t[n][k]-t[n][k-1])/2 + (t[n][k+1]-t[n][k])/2;
214         time += tt;
215         intCh[n] += tt*v[n][k];
216     }
217 }
218 intCh[n]=(-1*intCh[n])/time; // promjena + u - !!
219 if (n==1) en[n]=11.95*intCh[n]-7; //det LSO 1
220 if (n==3) en[n]=5.66*intCh[n]-8; //det LSO 2
221
222 if(bin prag[n]==0||baseline[n]<-40) en[n]=-999.00;
223 }
224 }
225
226 pod->Fill();
227
228 //punjenje histograma
229 for(int n=0 ; n<nCh ; n++) {
230     if (s<smax) printf("en za ch%i je %f\n", n+1, en[n]);
231     h[n] -> Fill(intCh[n]);
232     hen[n]->Fill(en[n]);
233 }
234
235 //graf -> oscilogrami
236 if ( s<4 || (s==signali && s<40)) {
237     c[s] = new TCanvas (Form("c%i",s), Form("dogadaj %i\n", s));
238     c[s]->Divide(1,2);
239
240     for (int n=0 ; n<2 ; n++){
241     c[s]->cd(n+1);
242     g[s] = new TGraph (1024, t[n], vol[n]);
243     g[s]->GetXaxis()->SetTitle("vrijeme [ns]");
244     g[s]->GetYaxis()->SetTitle("napon [mV]");

```

```

245 g[s]->SetTitle(Form("ch %d", n+1));
246 g[s]->GetXaxis()->SetLimits(-40.,1100.);
247 g[s]->Draw();
248     }
249     }
250 }
251
252 //crtanje histograma
253 TCanvas *ch = new TCanvas();
254 ch->Divide(1,nCh);
255
256 for(int n=0 ; n<nCh ; n++) {
257     ch->cd(n+1);
258     h[n]->GetXaxis()->SetTitle(" voltage [V] ");
259     h[n]->Draw();
260 }
261
262 TCanvas *che = new TCanvas();
263 che->Divide(1,nCh);
264
265 for(int n=0 ; n<nCh ; n++) {
266     che->cd(n+1);
267     hen[n]->GetXaxis()->SetTitle(" energija [keV] ");
268     hen[n]->Draw();
269 }
270
271 ch->DrawClone();
272 che->DrawClone();
273
274 fOut->cd();
275 for (int n=0 ; n<nCh ; n++) {
276     h[n]->Write();
277     hen[n]->Write();
278 }
279
280 pod->Write("", TObject::kOverwrite);
281 ch->Write();
282 che->Write();
283
284 fIn->Close();
285 fOut->Close();
286 }

```

### B.3 Program za oduzimanje šuma

Program *oduSum.C* skalira šum na temelju vremena mjerenja te ga oduzima od podataka izmjerenih s jednim od radioaktivih uzoraka korištenih za kalibraciju.

```

1 #include <iostream>
2 #include <fstream>
3 #include <TROOT.h>
4 #include <TTree.h>
5 #include <TGraph.h>
6 #include <TPad.h>
7 #include <TFile.h>
8 #include <TString.h>
9 #include <TCanvas.h>
10 #include <TAxis.h>
11 #include <TH1F.h>
12

```



```

13 void oduSum (float t1, float t2, const char inFile1 [], char inFile2 []) {
14
15     TFile *fIn = TFile::Open(Form("../slKalib/%s.root",inFile1), "read");
16     if (fIn == 0) {
17         printf("ERROR: Can't open file!\n");
18         return;
19     }
20
21     TH1F *h1 = (TH1F*)fIn->Get("hist ch1");
22
23     TFile *fSum = TFile::Open(Form("../slKalib/%s.root",inFile2), "read");
24     if (fIn == 0) {
25         printf("ERROR: Can't open file!\n");
26         return;
27     }
28     TH1F *h2 = (TH1F*)fSum->Get("hist ch1");
29
30     TFile *fOut = new TFile(Form("../slKalib/%s_bezS.root", inFile1), "RECREATE
        ");
31     TTree *pod = new TTree("pod","pod");
32
33     float t;
34     t=t2/t1;
35     printf("norm je %f \n", t );
36
37     int a = h2->GetXaxis()->GetNbins();
38     printf("broj binova je %d \n", a);
39
40     h2->Scale(1/t);
41     h1 -> Add(h2,-1);
42
43     h1->GetXaxis()->SetTitle(" voltage [V] ");
44     h1->Draw();
45     h1->Write();
46
47     fOut->Close();
48 }

```

## Literatura

- [1] McNamara, A. L., Toghyani, M., Gillam, J. E., Wu, K. and Kuncic, Z., Towards optimal imaging with PET: an in silico feasibility study, *Phys. Med. Biol.* **59**(2014) 7587-7600
- [2] Kuncic, Z., McNamara, A., Wu, K. and Boardman, D., Polarization enhanced x-ray imaging for biomedicine, *Nucl. Instrum. Methods A* **648**(2011) 208-210
- [3] Dirac, P., On the annihilation of electrons and protons, *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.* **26**(1930) 361-375
- [4] Leo, W. R. Techniques for nuclear and particle physics experiments. 1st ed. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 1987.
- [5] <http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/>
- [6] Harpen M.D., 2003 Positronium: Review of symmetry, conserved quantities and decay for the radiological physicist
- [7] Feynman lectures: [http://www.feynmanlectures.caltech.edu/III\\_toc.html](http://www.feynmanlectures.caltech.edu/III_toc.html)
- [8] <http://physics.nist.gov/cgi-bin/Xcom/>
- [9] <http://universe-review.ca/I15-72-Compton1.jpg/>
- [10] Heitler, W., Quantum Theory of Radiation. 3rd ed., Oxford University Press, 1954.
- [11] Snyder, H. S., Pasternak, S. and Hornbostel, J., 1948. *Phys. Rev.* **73** 440-8
- [12] Wu, C. S. and Shaknov, I., 1950 *Phys. Rev.* **77** 136
- [13] Knoll, G., Radiation detection and measurement. 3rd ed., John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- [14] Schotanus, P., Van Eijk, C.W.E., Hollander, R.W. and Pijpelink, J., Temperature dependence of BaF2 scintillation light yield, *Nucl. Inst. and Meth. A* **238** (1985) 564
- [15] <http://www.crystals.saint-gobain.com/>
- [16] Wisshak, K. and Kaeppler, F., Large barium fluoride detectors, *Nucl. Inst. and Meth. A* **227** (1984) 91
- [17] DRS4 Evaluation Board User's Manual:  
[https://www.psi.ch/drs/DocumentationEN/manual\\_rev50.pdf](https://www.psi.ch/drs/DocumentationEN/manual_rev50.pdf)