

# Primjena zakona očuvanja energije i količine gibanja

---

Fras, Darko

Master's thesis / Diplomski rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:617934>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-09**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Darko Fras

PRIMJENA ZAKONA OČUVANJA ENERGIJE I  
KOLIČINE GIBANJA

Diplomski rad

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ  
FIZIKA; SMJER: NASTAVNIČKI

**Darko Fras**

Diplomski rad

**Primjena zakona očuvanja energije i  
količine gibanja**

*Voditelj diplomskog rada: dr. sc. Ana Sušac*

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2018.

Sretan Majčin dan!

## Sažetak

Zakon očuvanja energije i zakon očuvanja količine gibanja dva su fundamentalna zakona fizike. Ovaj rad istražuje studentsko shvaćanje tih koncepata na prvoj godini dva tehnička fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Fakultetu elektrotehnike i računarstva i Građevinskog fakulteta. U istraživanju je sudjelovalo 45 studenata. Zadaci korišteni u istraživanju su srednjoškolske razine i ispituju razumijevanje i primjenu zakona očuvanja energije i zakona očuvanja količine gibanja, koncept pretvorbe različitih oblika mehaničke energije i koncept rada. Zastupljeni su zadaci različitih težina, od jednostavnih koji zahtijevaju primjenu samo jednog fizikalnog zakona, do kompliciranijih koji zahtijevaju korištenje više fizikalnih principa i više koraka u rješavanju. Analiziran je i utjecaj slika koje su studenti crtali na rješavanje zadataka. Studenti su loše riješili test ukazujući na poteškoće u razumijevanju i primjeni navedenih koncepata, a detaljna analiza rješenja i slika koje su studenti crtali ukazala je i na probleme u razumijevanju i vizualizaciji različitih fizikalnih situacija.

Ključne riječi: edukacijska fizika, rješavanje zadataka, zakon očuvanja energije, zakon očuvanja količine gibanja

# **Application of the laws of conservation of energy and momentum**

## **Abstract**

The law of conservation of energy and the law of conservation of momentum are two fundamental laws of physics. This study investigates student comprehension of these concepts at the first year of the two technical faculties of the University of Zagreb, the Faculty of Electrical Engineering and Computing and the Faculty of Civil Engineering. The research was conducted on 45 students. The problems used in the study are at high school level and they examine the understanding and application of the energy conservation law and the law of conservation of momentum, the concept of transformation of various forms of mechanical energy and the concept of work. Problems of different difficulties were used, from simple ones that require application of only one physical law, to more complex ones that require the use of more physical principles and more steps in solving. The impact of the figures that the students drew on problem solving was also analyzed. The students have poorly solved the test indicating to the difficulties in understanding and application of the concepts mentioned above, while a detailed analysis of the solutions and figures that the students have drawn has indicated to the problems in comprehension and visualization of various physical situations.

Keywords: physics education, problem solving, law of conservation of energy, law of conservation of momentum

## Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Pregled prijašnjih istraživanja.....	3
2.1. Istraživanja u području rješavanja zadataka.....	3
2.2. Istraživanja u području vizualizacije.....	8
3. Metode.....	10
3.1. Ispitanici i način provođenja testiranja.....	10
3.2. Opis bodovanja zadataka.....	11
4. Rezultati i diskusija.....	12
4.1. Pregled rezultata.....	12
4.1.1. Raspodjela studenata po broju bodova.....	12
4.1.2. Raspodjela postotka osvojenih bodova po zadacima.....	13
4.2. Utjecaj slike na rješavanje zadataka.....	15
4.2.1. Usporedba dviju grupa studenata.....	15
4.2.2. Usporedba studenata koji su imali i nisu imali sliku.....	17
4.2.3. Analiza slika koje su studenti crtali.....	19
4.3. Analiza po zadacima.....	28
4.3.1. Zadatak 1.....	28
4.3.2. Zadatak 2.....	29
4.3.3. Zadatak 3.....	30
4.3.4. Zadatak 4.....	31
4.3.5. Zadatak 5.....	32
4.3.6. Zadatak 6.....	33
4.3.7. Zadatak 7.....	35
4.3.8. Zadatak 8.....	36
4.3.9. Zadatak 9.....	37
4.3.10. Zadatak 10.....	39
4.3.11. Zadatak 11.....	40
4.3.12. Zadatak 12.....	41
5. Zaključak.....	43
Literatura.....	45

## 1. Uvod

U sedam godina bavljenja popularizacijom znanosti na području fizike i preko stotinu održanih raznih predavanja i radionica uvijek me dočekala ista reakcija učenika nakon izlaganja – ono što su doživjeli im se sviđa. Redovito bih u razgovoru s učenicima čuo pitanje zašto sva nastava fizike ne može biti takva. Naravno da jedno popularno-znanstveno predavanje u trajanju od sat-dva ili jedna radionica u trajanju od par dana ne mogu zamijeniti kurikulum fizike u školi, ali upravo ono što oni nude učenicima predstavljali kao najveći nedostatak nastave – ili nedostatak eksperimenata u nastavi ili zadatke koje ne znaju riješiti. U ovome radu se bavim malim dijelom problematike rješavanja zadataka iz fizike.

Uz eksperimente kao centralni dio istraživački orijentirane nastave fizike, rješavanje zadataka predstavlja drugi važan dio nastave fizike, jednim dijelom radi matematičkog opisa viđenih eksperimenata i predviđanja njihovih ishoda, a drugim dijelom radi provjere znanja i usvojenosti demonstriranih fizikalnih principa. Uostalom, bez matematičke podloge i matematičkog prikaza fizikalnih principa fizika kao takva nema smisla.

Učenici često vide rješavanje numeričkih zadataka kao glavni cilj nastave fizike i pristupaju im bez razumijevanja fizikalne pozadine. Tom viđenju nastave fizike u prilog ne ide ni činjenica da se često zadaci rješavaju na principu pročitaj zadatak – nađi formulu koja mu odgovara – uvrsti brojeve – dobij rješenje. Takvo rješavanje zadataka nema smisla jer učenici niti usvajaju razumijevanje fizikalnih principa niti znanje tih principa demonstriraju. Ne treba se koncentrirati samo na rješavanje numeričkih zadataka, u nastavi fizike trebaju biti zastupljeni i konceptualni zadaci.

Područje kojim se ovdje bavim je mehanika, odnosno zakon očuvanja energije i zakon očuvanja količine gibanja. Zakoni očuvanja su, iako fundamentalni princip za razumijevanje svijeta oko nas i jedan od temeljnih koncepata u fizici, često pogrešno shvaćeni od strane učenika. Iz područja zakona očuvanja energije i zakona očuvanja količine gibanja postoji mnogo različitih zadataka koji pokrivaju različite primjene tih zakona. Upravo sam po tom principu birao zadatke, s namjerom da pokriju pretvorbe energije iz potencijalne u kinetičku i obratno, koncepte rada i gubitaka energije iz sustava te elastične i neelastične sudare. Od 12 zadataka njih šest su zadaci višestrukog izbora, a



preostalih šest su zadaci otvorenog tipa. Težina zadataka varirana je od jednostavnih primjera zadataka s jednim korakom do kompleksnijih zadataka od više koraka koji zahtijevaju razumijevanje i primjenu više fizikalnih principa. Pri tome, treba imati u vidu da ono što se čini kao jedan korak nastavnicima fizike, npr. pisanje zakona očuvanja energije za danu fizikalnu situaciju, učenicima predstavlja više koraka jer trebaju identificirati različite oblike energije i napisati ih na ispravan način u jednadžbi. Isto tako, odabrani su i zadaci koji zahtijevaju korištenje sličnih ili identičnih fizikalnih principa za rješavanje, ali su fizikalne situacije, tj. konteksti zadataka različiti.

Rješavanje numeričkih zadataka je složen proces koji se odvija u više faza. Prvi korak je razumijevanje fizikalne situacije i onoga što se traži u zadatku. Nakon pažljivog čitanja teksta zadatka često je korisno skicirati situaciju, odgovarajuće vektore, grafove i slično. Priložene slike uz zadatak i crtanje vlastitih slika mogu pomoći studentima u toj prvoj fazi razumijevanja zadatka. U ovome radu sam, uz ostalo, ispitao kako slike uz zadatak utječu na rješavanje zadataka. Studentima su bili zadani zadaci koji su u sebi sadržavali nacrtane slike i zadaci koji nisu. U analizi sam gledao jesu li studenti koji u zadatku nisu imali nacrtanu sliku nacrtali svoju i kakva je ona bila te na kraju postoji li razlika u uspješnosti rješavanja između studenata koji su u istom zadatku imali sliku i onih koji nisu.

Detaljno sam analizirao rješenja zadataka, izdvojio neka tipična rješenja, tipične pogreške u rješavanju i tipične pogreške u razumijevanju samih koncepata. Analizirao sam i ponavljaju li isti studenti iste pogreške u zadacima koji zahtijevaju korištenje sličnih fizikalnih principa.

## 2. Pregled prijašnjih istraživanja

### 2.1. Istraživanja u području rješavanja zadataka

Jedan od ciljeva nastave fizike je razvijanje vještine korištenja kritičkog razmišljanja u rješavanju fizikalnih zadataka. U tom kontekstu Maloney [1] definira dvije vrste zadataka: sistematične zadatke i zadatke koji zahtijevaju dublje razumijevanje kako bi se riješili. Pod sistematične zadatke spadaju zadaci koji se rješavaju upornom primjenom određenih poznatih procedura, kao što su Sudoku, Rubikova kocka ili tipični fizikalni zadaci s uvrštavanjem u formulu, dok druga vrsta zadataka zahtijeva ono što on naziva *aha moment*, odnosno u nekom trenutku rješavanja potrebno je napraviti pomak u razmišljanju, odnosno shvaćanju same problematike. Identifikacija te dvije vrste zadataka otvara dva pitanja: "Pomaže li iskustvo u rješavanju sistematičnih zadataka u rješavanju zadataka koji zahtijevaju dublje razumijevanje u istoj domeni?" i "Pomaže li uspješno rješavanje jednog zadatka koji zahtijeva dublje razumijevanje u rješavanju drugih sličnih zadataka?". Uz ta dva pitanja postavlja se i slijedeće: "Ako je jedan od ciljeva nastave fizike razvijanje vještine korištenja kritičkog razmišljanja u rješavanju zadataka, što zapravo ta vještina podrazumijeva i kako se može razviti kroz nastavu?".

Maloney u navedenom članku dalje dijeli studente na dvije grupe ovisno o njihovom pogledu na učenje fizike. Jedna grupa se fokusira na rješavanje zadataka, dok druga grupa zadatke rješava na način da fizika u njima *ima smisla*. Prva grupa će tipičan zadatak nakon obrađene nastavne jedinice riješiti uvijek na isti način – pronaći će jednadžbu koja odgovara zadanom zadatku, uvrstiti brojeve i dobiti rješenje. Druga će grupa za razliku od njih razmisliti o fizikalnom sustavu u zadatku i potruditi se shvatiti kako on funkcionira. Jasno je da će grupa koja razmišlja o fizikalnom sustavu i trudi se shvatiti kako on funkcionira biti sposobna riješiti puno širu lepezu zadataka od grupe koja samo uvrštava brojeve u formulu. Uostalom, nije *jedini* cilj nastave fizike naučiti nekoga rješavati zadatke, puno je bitnije naučiti shvaćanje samih fizikalnih principa.

Shvaćanje fizikalnih principa uvelike pomaže u rješavanju složenijih zadataka. Lin i Singh [2] navode kako dva zadatka koja koriste u potpunosti jednake fizikalne principe mogu biti različito shvaćeni, tj. jedan može biti bitno teži od drugog, pogotovo kod studenata koji tek počinju učiti fiziku. Eksperti će različite zadatke sortirati prema fizikalnim principima koje oni zahtijevaju za rješavanje, dok će ih početnik sortirati po

površnim karakteristikama, odnosno u istu će grupu smjestiti zadatke na temelju fizikalne situacije, npr. sve zadatke koji sadrže kosinu. U svom su radu autori istražili kako studenti primjenjuju rješenje zadatka od dva koraka na rješavanje zadatka od tri koraka koji za rješavanje koristi isti fizikalni princip kao prethodni zadatak. U istraživanju su sudjelovale dvije grupe studenata, prva grupa je dobila riješeni zadatak od dva koraka i upute da to rješenje upotrijebi pri rješavanju konceptualno istog zadatka od tri koraka, dok je druga grupa dobila iste te zadatke uz razliku što prvi zadatak nije bio riješen. Očekivano, grupa koja je trebala riješiti oba zadatka je ostvarila bolje rezultate u rješavanju drugog zadatka budući da su se trebali više mentalno angažirati.

Doktor i suradnici [3] kao glavni problem *tradicionalnog* podučavanja fizike vide naglasak na kvantitativnom aspektu rješavanja zadataka, kao što su jednadžbe i matematičke procedure, umjesto kvalitativne analize za odabir prikladnih fizikalnih principa i koncepata koja bi trebala prethoditi kvantitativnom rješavanju zadataka. U svom radu opisuju pristup nazvan *Konceptualno rješavanje zadataka (Conceptual problem solving)* koji je prilagođen i za učenike srednjih škola. Primjer strategije rješavanja zadatka pomoću zakona očuvanja energije pomoću njihovog pristupa prikazan je na slici 1, dok je primjer rješenja prikazan na slici 2. Prvo se odredi fizikalni princip pomoću kojeg se rješava zadatak – u ovom slučaju to je zakon očuvanja energije jer se radi o zatvorenom sustavu i zanemareni su otpor zraka i trenje. Zatim se zadatak rješava u tri koraka. Prvi je korak crtanje slike i označavanje simbolima fizikalnih veličina korištenih za rješavanje te odabir koordinatnog sustava. Drugi je korak zapisivanje jednadžbe zakona očuvanja energije za navedeni primjer. U zadnjem koraku je rješavanje jednadžbe kako bi se izrazila tražena vrijednost i na kraju uvrštavanje poznatih vrijednosti u jednadžbu i dobivanje numeričkog rješenja.

Sabo i koautori [4] navode kako studenti uvodnog kolegija fizike barataju osnovnim fizikalnim principima koji su konzistentni sa zakonom očuvanja energije, ili su barem dovoljan temelj za buduće razumijevanje zakona očuvanja energije. Studenti ne barataju principom zakona očuvanja energije u potpunosti, ali autori njihov pristup shvaćaju kao *produktivni početak* a ne kao *problematičan kraj* shvaćanja zakona očuvanja energije. Nadalje, studenti shvaćaju povezanost sile i prijenosa energije na razne načine, bilo direktnim povezivanjem sile i prijenosa energije bilo samo povezivanje različitih tipova energije s različitim silama. Autori sugeriraju nastavnicima da motiviraju studente

da koriste energetske dijagrame u zadacima vezanim za zakon očuvanja energije ili da barem opišu kako se energija pretvara iz jednog oblika u drugi.

Energetski dijagrami uvelike pomažu studentima u vizualizaciji zakona očuvanja energije [5]. Skica odabranog referentnog sustava kombinirana s kvalitativnim energetske dijagramom omogućava studentima da *vide* očuvanje energije bez upotrebe matematičkih formula i pomaže im da vizualiziraju kako će promjene određenih parametara zadatka utjecati na fizikalni proces. U tom kontekstu energetski dijagram služi kao *most* između verbalne reprezentacije zadatka i matematičkog računa potrebnog za njegovo rješavanje. Skiciranje energetske dijagrama pomaže studentima da analiziraju sve oblike energije u sustavu u određenim vremenskim trenucima i na temelju toga napišu zakon očuvanja za dani sustav.

Daane i koautori [6] stavljaju naglasak na zakon očuvanja energije u disipativnim procesima. Istraživanja su pokazala kako mnogi studenti i neki nastavnici ne koriste konzistentno zakon očuvanja energije u slučaju disipacije energije, odnosno u slučajevima kada se mehanička energija pretvara u toplinsku. Nastavnici često u tim slučajevima pribjegavaju pretjerivanjima kako bi demonstrirali zakon očuvanja energije, odnosno predstavljaju disipiranu toplinsku energiju kao dovoljno veliku da se može *osjetiti*.

Singh i Rosengrant [7] istražili su koje poteškoće imaju studenti u razumijevanju koncepta energije i količine gibanja i njihovoj primjeni u različitim fizikalnim situacijama, te koliko su te poteškoće univerzalne i postoji li korelacija između njih i predznanja matematike. Njihovo istraživanje na 1356 studenata pokazalo je da studenti imaju poteškoća u kvalitativnoj interpretaciji osnovnih principa vezanih za energiju i količinu gibanja i njihovoj primjeni na fizikalne slučajeve. Te poteškoće općenito nisu vezane za matematičko predznanje.

**Problem:** At point A on a roller-coaster, a 150 kg car is traveling at 13 m/s and is 3 m above the ground. Calculate the speed of the car at point B, when it is 5 m above the ground.

**Principle:**

Conservation of energy: the total mechanical energy of an isolated system (sum of kinetic and potential energies) is the same in the initial and final states.

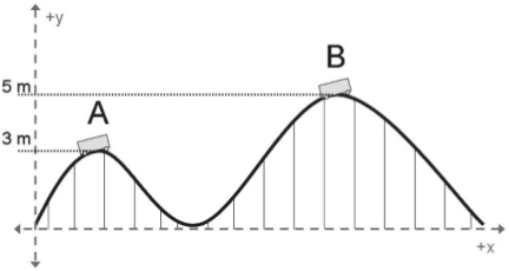
**Justification:**

There are no non-conservative forces doing work on the roller coaster car as it travels along the track (we neglect air drag and friction). Therefore no energy is gained or lost and the energy of the car at point A is equal to the energy of the car at point B.

**Plan:**

1. Draw a picture and assign symbols for quantities in the problem. Choose a coordinate system.
2. Write an equation for conservation of mechanical energy. Expand this equation to include the initial and final kinetic and potential energy terms.
3. Solve for the final speed of the roller coaster car. Substitute values and calculate a numerical answer.

Slika 1. Primjer strategije rješavanja zadatka pomoću metode *Konceptualnog rješavanja zadataka* (preuzeto iz [3])

<p>1. Draw a picture and assign symbols for quantities in the problem. Choose a coordinate system.</p>	 <p> <math>m = 150 \text{ kg}</math>    mass of car  <math>v_i = 13 \text{ m/s}</math>    initial speed of car (at A)  <math>h_i = 3 \text{ m}</math>    initial height of car  <math>h_f = 5 \text{ m}</math>    final height of car (at B)  <math>v_f = ?</math>    final speed of car (at B) </p>
<p>2. Write an equation for conservation of mechanical energy. Expand this equation to include the initial and final kinetic and potential energy terms.</p>	$\Delta E = 0 \Rightarrow E_i = E_f$ $KE_i + PE_i = KE_f + PE_f$ $\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f$
<p>3. Solve for the final speed of the roller coaster car. Substitute values and calculate a numerical answer.</p>	$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i - mgh_f$ $v_f^2 = \frac{\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i - mgh_f}{\frac{1}{2}m}$ $v_f = \sqrt{v_i^2 + 2g(h_i - h_f)}$ $v_f = \sqrt{(13 \text{ m/s})^2 + 2(9.8 \text{ m/s}^2)(3 \text{ m} - 5 \text{ m})}$ $v_f = 11 \text{ m/s}$

Slika 2. Primjer rješenja zadatka pomoću metode *Konceptualnog rješavanja zadataka* (preuzeto iz [3])

## 2.2. Istraživanja u području vizualizacije

Pod uspješnim rješavanjem zadatka podrazumijevamo dobro razumijevanje samog zadatka, vizualizaciju problema na neki način, slikom, dijagramom ili nečim trećim, odnosno prepoznavanje osnovnih fizikalnih principa potrebnih za rješavanje, primjenu matematičkih formula za dobivanje rezultata i na kraju fizikalnu interpretaciju samog rješenja, odnosno provjeru kakvog uopće smisla ima dobiveni rezultat.

Intuitivno nam je razmišljanje da će student bolje riješiti zadatak ako ga prije toga skicira. Uostalom, student će se u tom slučaju više mentalno angažirati u shvaćanju zadatka. Upravo pitanjem crtanja skica bave se Chen i koautori u svom istraživanju [8]. Oni u svom radu navode prijašnje istraživanje provedeno na malom broju studenata u kojemu slike koje su već bile ponuđene u zadatku studentima nisu pomogle pri rješavanju, a u nekim su slučajevima i odmogle na način da se studenti nisu dovoljno angažirali u razumijevanju problematike zadatka. U svom istraživanju autori su analizirali odgovore od više od 8000 studenata koji su *online* rješavali zadatke. Rezultati pokazuju da je korist ponuđene slike u jednostavnim zadacima mala, ali statistički značajna, studenti su takve zadatke riješili 3% bolje, dok je 10% više studenata nacrtalo svoju sliku u zadacima u kojima ona nije već bila nacrtana nego u zadacima u kojima je slika već bila nacrtana. Na temelju rezultata, autori ne preporučuju davanje slika u zadacima u kojima one nisu nužno potrebne za razumijevanje problema jer se čini da nisu vrijedne vremena i resursa potrebnih za njihovo crtanje.

De Cock [9] naglašava da ne postoji čisto apstraktno razumijevanje fizikalnog koncepta, koji je uvijek reprezentiran u nekoj formi, pomoću slike, grafa, formule ili nečeg četvrtog. Zadaci koji zahtijevaju primjenu istih fizikalnih principa pri rješavanju, a koriste različite reprezentacije nazivaju se *izomorfni zadaci*. Primjer takvih zadataka prikazan je na slici 3. Dok eksperti u rješavanju zadataka mogu s lakoćom prepoznati isti fizikalni koncept reprezentiran u drugačijoj formi, prijašnja su istraživanja na studentima prvih godina pokazala da rezultati rješavanja istih zadataka prikazanih u različitim reprezentacijama značajno variraju budući da metoda rješavanja ovisi o shvaćanju određene reprezentacije. U istraživanju [9] studenti su dobili zadatak reprezentiran na samo jedan način, ali su pri rješavanju tog zadatka koristili razne druge reprezentacije istog problema, kao što su crteži, grafovi, jednadžbe i slično kako bi došli do točnog odgovora,

što sugerira da bi se studente pri učenju rješavanja zadataka trebalo učiti i kako odabrati pogodnu reprezentaciju za određeni problem.

A lift is tilted against a wall. At the eight floor, the cable breaks down and a box starts sliding downwards along the lift.

At what point has the box reached half of the speed it has just before it hits the ground? Ignore friction.

A. The box reaches half of its final speed when it has fallen two stories.  
 B. The box reaches half of its final speed when it has fallen four stories.  
 C. The box reaches half of its final speed when it has fallen six stories.  
 D. The box reaches half of its final speed at some other point.

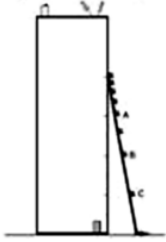
Explain.

While moving a box with a lift, the cable breaks down and the box starts sliding downwards.

At what point has the box reached half of the speed it has just before it hits the ground? Ignore friction.

A. Point A  
 B. Point B  
 C. Point C  
 D. Somewhere else

Explain.



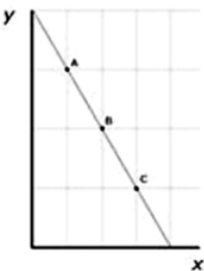
While moving a box with a lift, the cable breaks down and the box starts sliding downwards.

A graph of the height of the box as a function of its horizontal position is shown.

At what point has the box reached half of the speed it has just before it hits the ground? Ignore friction.

A. Point A  
 B. Point B  
 C. Point C  
 D. Somewhere else

Explain.



Slika 3. Izomorfni zadaci u tri različite reprezentacije: verbalnoj, prikazanoj slikom i grafičkoj (preuzeto iz [9])



### **3. Metode**

#### ***3.1. Ispitanici i način provođenja testiranja***

Testiranje je provedeno u lipnju 2017. godine, a ispit su rješavali studenti prve godine Fakulteta elektrotehnike i računarstva te Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Istraživanje je provedeno upravo na tim fakultetima zato što studenti prve godine u ljetnom semestru slušaju kolegij iz fizike koji uključuje i sadržaje iz mehanike. Ispit se temeljio na gradivu za koje se očekivalo da su studenti svladali još tijekom srednje škole, točnije u prvom razredu, te su ga dodatno ponovili kroz državnu maturu na kraju srednje škole i tijekom kolegija iz fizike na fakultetu. Dakako da je opseg tih kolegija na ova dva fakulteta drugačiji te se upravo zbog toga ispit bazirao na osnovnim principima i općenito na samom razumijevanju i primjeni zakona očuvanja energije i zakona očuvanja količine gibanja.

U testiranju je sudjelovalo ukupno 45 studenata od kojih je 33 s Fakulteta elektrotehnike i računarstva, a 12 s Građevinskog fakulteta. Studenti oba fakulteta bili su podijeljeni u dvije grupe, A i B. A grupu ispita riješilo je 19 studenata, a B grupu preostalih 26.

Ispit se sastojao od 12 zadataka. U prvih šest zadataka od studenata se zahtijevalo da zaokruže točan odgovor i potkrijepe ga obrazloženjem dok u preostalim zadacima nije bilo ponuđenih odgovora. Uz određene zadatke bile su priložene i slike, tako da su u A grupi slike bile uz neparne zadatke, a u B grupi uz parne zadatke. Ponuđene slike sadržavale su podatke koji su bili navedeni u tekstu zadatka te nisu bile nužne za rješavanje zadatka.

Studentima je bilo na raspolaganju 45 minuta za rješavanje testa. Prije pristupanja ispitu bili su upoznati s činjenicom da sudjeluju u istraživanju za potrebe diplomskog rada studenta na Fizičkom odsjeku Prirodoslovno matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Studenti su zamoljeni da ne prepisuju jedni od drugih. Kao dodatnu motivaciju za što bolje rješavanje ispita, nastavnici su odlučili dati dodatne bodove za završni ispit iz kolegija fizike onim studentima koji ostvare iznadprosječne rezultate, odnosno barem 20 od ukupno 24 boda. Pri tome je bilo naglašeno da nastavnici njihove ispite neće osobno ispravljati niti vidjeti, nego će samo biti obavješteni koji su studenti zaradili dodatne

bodove kako studenti ne bi strahovali od negativnih posljedica. Studenti su bili zamoljeni da se potpišu na ispit kako bi bili u mogućnosti ostvariti dodatne bodove i rečeno im je da njihova imena i prezimena neće biti uključena u diplomski rad.

### **3.2. Opis bodovanja zadataka**

U prvih šest zadataka, odnosno u zadacima s ponuđenim odgovorima dobivao se jedan bod za točno zaokruženo rješenje i jedan bod za točno obrazloženje rješenja, odnosno svaki je zadatak nosio ukupno dva boda. U slučaju da su studenti zaokružili točan odgovor i nisu dali obrazloženje za njega, dobili su samo jedan bod. Krivo zaokruženi odgovor nije nosio negativne bodove s čime su studenti bili upoznati. Svaki od preostalih šest zadataka također je nosilo po dva boda. Oba boda dobili su studenti koji su točno riješili zadatak, a jedan bod studenti koji su dobro postavili zadatak, ali ga nisu dovršili ili su dobili krivo rješenje.

U zadacima bez ponuđene slike proučavalo se jesu li studenti nacrtali svoju sliku. U slučaju da su studenti nacrtali svoju sliku promatralo se je li ta slika točna i je li ta slika informativna. Točna slika podrazumijeva da je student shvatio fizikalnu situaciju u zadatku i to nacrtao, a informativna podrazumijeva da slika sadrži informacije koje studentu mogu pomoći u rješavanju zadatka.

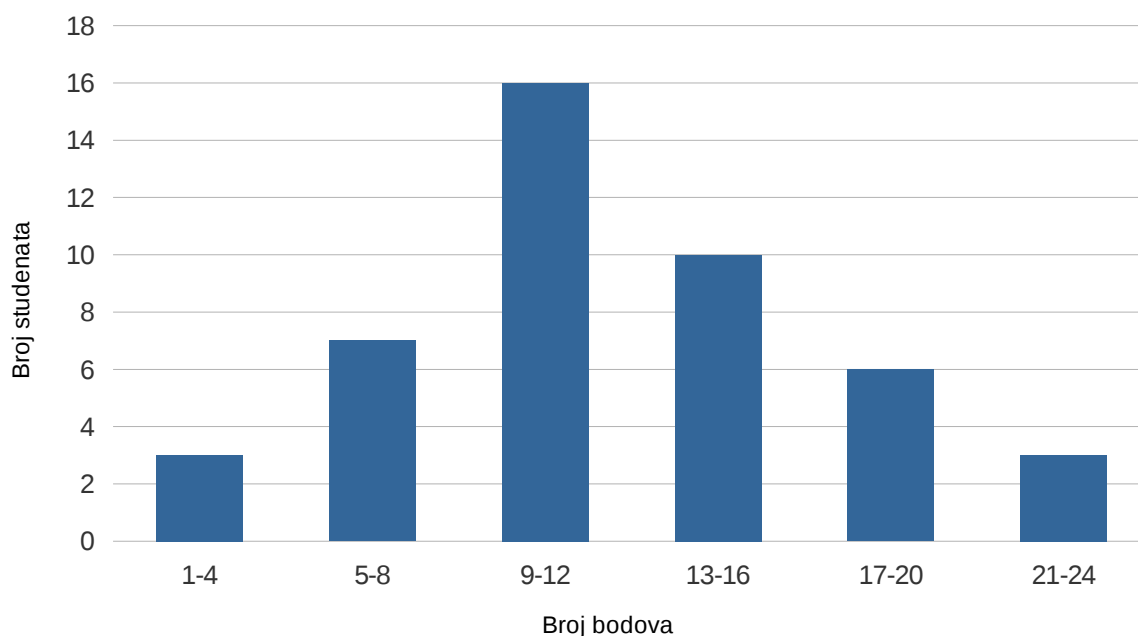
## 4. Rezultati i diskusija

### 4.1. Pregled rezultata

Ukupni uspjeh na testu iznosi  $(51 \pm 20)\%$ . Budući da su ispitanici studenti tehničkih fakulteta koji su odslušali gradivo iz mehanike na sveučilišnom kolegiju iz fizike, a zadaci su srednjoškolske razine i ispituju primjenu zakona očuvanja energije i zakona očuvanja količine gibanja u relativno jednostavnim situacijama, njihov uspjeh na testu ne može se smatrati zadovoljavajućim.

#### 4.1.1. Raspodjela studenata po broju bodova

Slika 4 prikazuje dobivenu raspodjelu studenata po broju bodova postignutih na testu. Iz nje je vidljivo da je čak 26 studenata (58%) postiglo manje od 13 bodova ( $\leq 50\%$ ). Od toga je najviše studenata, njih 16 (36%) postiglo od 9 do 12 bodova. Posebno je zabrinjavajuće da su 3 studenta (7%) dobili manje od 5 bodova, a 7 studenata (16%) je imalo od 5 do 8 bodova, tj. 22% studenata postiglo je na testu manje ili jednako 33% bodova. Ovi rezultati pokazuju da više od polovice testiranih studenata tehničkih fakulteta pokazuje značajne poteškoće s primjenom zakona očuvanja energije i zakona očuvanja količine gibanja.



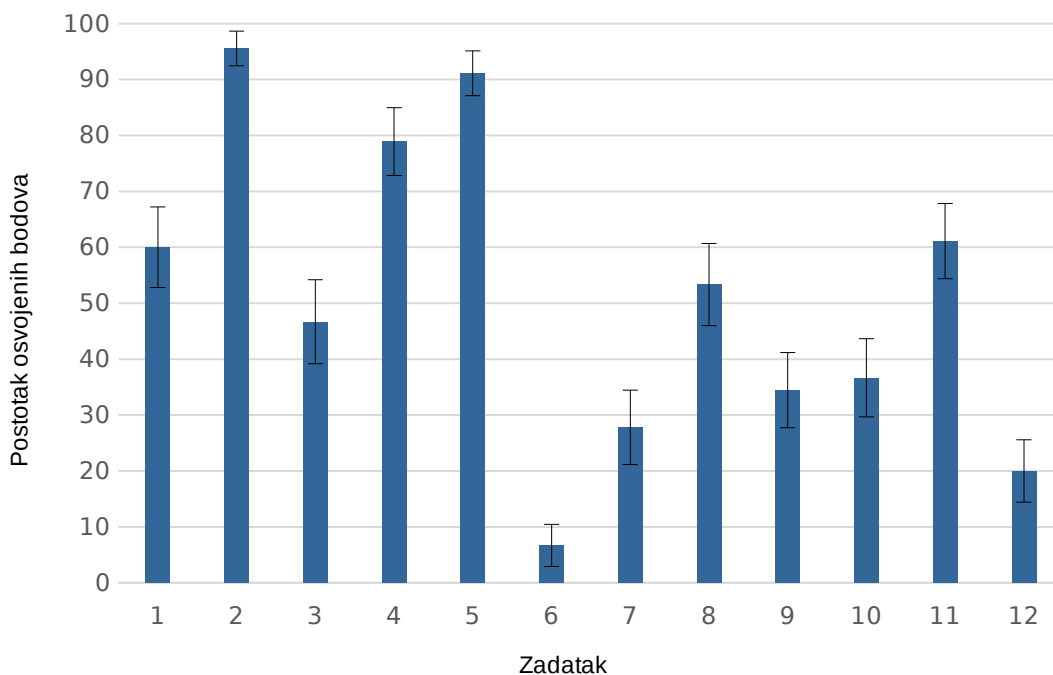
Slika 4. Raspodjela studenata po broju bodova

Drugi dio studenata, njih 19 (42%) postiglo je više od 12 bodova, tj. više od 50% bodova. Od toga je najveći broj studenata, njih 10 (22%), postiglo od 13 do 16 bodova, što bismo mogli klasificirati kao zadovoljavajuću razinu primjene zakona očuvanja energije i zakona očuvanja količine gibanja. Nadalje na grafu uočavamo da je 6 studenata (13%) postiglo od 17 do 21 bod, a 3 studenta (7%) su imala više od 21 bod. Dakle, samo 20% testiranih studenata pokazalo je dobru razinu razumijevanja i primjene zakona očuvanja energije i zakona očuvanja količine gibanju u rješavanju tipičnih zadataka.

Zvonoliki oblik grafa na slici 4 pokazuje da je raspodjela broja studenata po broju postignutih bodova na testu približno normalna. Dobiveni oblik raspodjele broja studenata po broju postignutih bodova ukazuje na to da je test bio težak za testirane studente jer je raspodjela pozitivno asimetrična (tj. "pomaknuta ulijevo"). Budući da su zadaci u testu na srednjoškolskoj razini, očekivalo bi se da će ih studenti tehničkih fakulteta mnogo bolje riješiti.

#### ***4.1.2. Raspodjela postotka osvojenih bodova po zadacima***

Slika 5 prikazuje raspodjelu postotka osvojenih bodova po zadacima. Graf pokazuje da test sadrži zadatke različitih težina, od lakih zadataka koje je riješila većina studenata (zadaci 2, 4 i 5) do teških zadataka koje je riješilo manje od 30% studenata (zadaci 6, 7 i 12).



Slika 5. Raspodjela postotka osvojenih bodova po zadacima. Vertikalne crtice na grafu (engl. *error bars*) predstavljaju standardnu pogrešku srednje vrijednosti (engl. *standard error of the mean, SEM*).

Iz slike je vidljivo da je najbolje riješen drugi zadatak. U tom je zadatku trebalo primijeniti zakon očuvanja energije u situaciji bez disipacije energije i to za pretvorbu gravitacijske potencijalne energije u kinetičku energiju. Slična se pretvorba energije dogodila i u prvom i trećem zadatku koji su značajno lošije riješeni. Zanimljivo je uočiti razliku u uspješnosti rješavanja tih zadataka, koja ukazuje da na težinu zadatka ne utječe samo fizikalni koncept koji se ispituje zadatkom nego i kontekst zadatka, tj. fizikalna situacija koja je opisana zadatkom.

Drugi po redu najbolje riješen je peti zadatak. U tom zadatku dolazi do jednostavne pretvorbe energije, ali se javljaju gubici tijekom sudara. Studenti su dobro razumjeli i riješili taj zadatak. Nešto slabije, ali još uvijek vrlo dobro, studenti su riješili četvrti zadatak. Iako su fizikalni koncepti koji se ispituju u ovim zadacima slični, razlika u uspješnosti rješavanja veća je od 10%. U četvrtom zadatku ispituje se i razumijevanje koncepta rada, što ga vjerojatno čini težim od petog zadatka.

Najgore je riješen šesti zadatak kod kojeg je postotak osvojenih bodova 7%. U tom se zadatku ispituje razumijevanje koncepta rada u slučaju kada je sila promjenljiva, pa se rad može odrediti kao površina ispod grafa ovisnosti sile o pomaku ili računanjem

integrala. Studenti su u rješavanju ovog zadatka pokazali nedovoljno razumijevanje koncepta rada tako što su umjesto da su izračunali rad kao promjenu energije (u ovom slučaju elastične) za dva slučaja i usporedili dobivene vrijednosti, izračunali elastičnu potencijalnu energiju u navedena dva slučaja i uspoređivali vrijednosti tako dobivene elastične potencijalne energije. Ovako loš rezultat u ovom zadatku može se pripisati i činjenici da je većina studenata rješavalo ovaj zadatak preko elastične potencijalne energije koja se čini konceptualno zahtjevnija od ostalih oblika mehaničke energije. Na to ukazuje i zadnji zadatak, drugi po redu najgore riješen. Zadnji zadatak ujedno uključuje i najviše koraka u rješavanju te zahtijeva korištenje i zakona očuvanja energije i zakona očuvanja količine gibanja.

Treći po redu najgore riješen zadatak je sedmi, ispod 30%. Iako zahtijeva korištenje samo zakona očuvanja količine gibanja, studenti su najviše problema imali oko shvaćanja kako ga primijeniti.

Deveti i deseti zadatak su podjednako loše riješeni, oko 35%. Tako podjednak rezultat je bio očekivan, budući da su ti zadaci konceptualno slični, uključuju neelastične sudare te pri rješavanju zahtijevaju korištenje i zakona očuvanja energije i zakona očuvanja količine gibanja. Jedina razlika je što u devetom zadatku fizikalni kontekst uključuje kosine, a u desetom zadatku kontekst uključuje njihala.

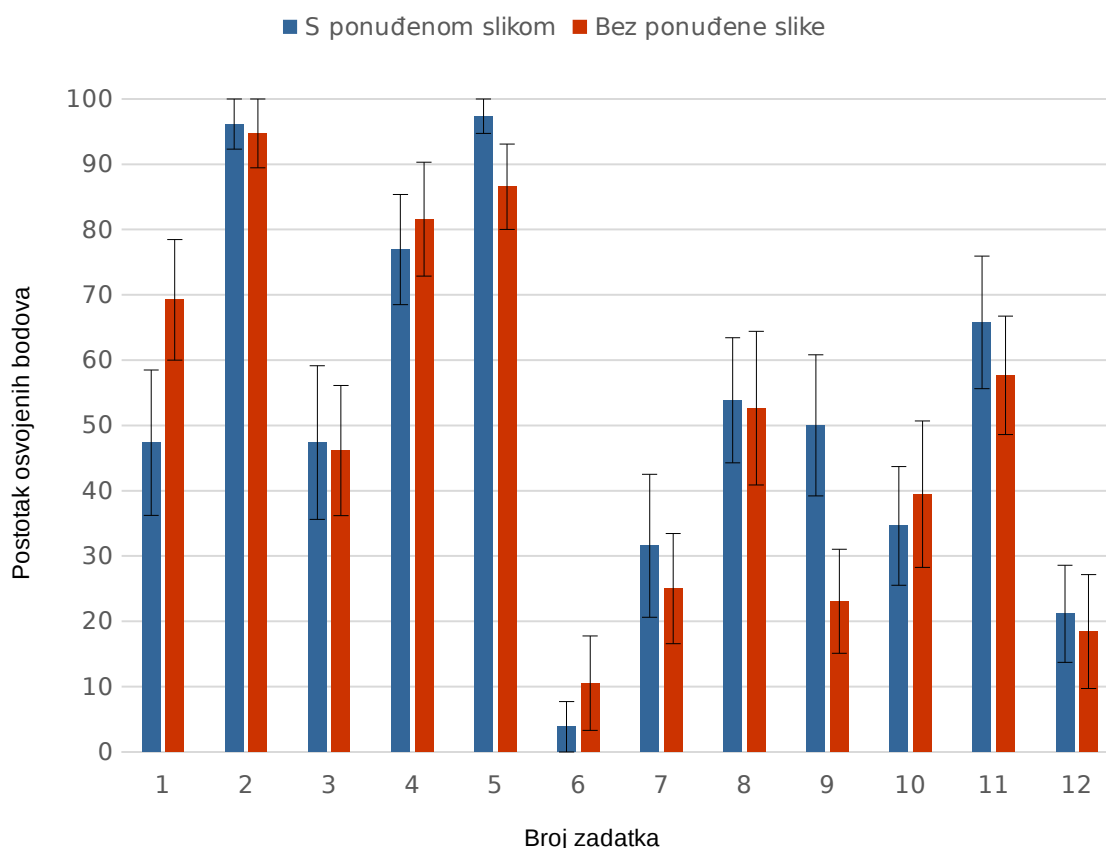
Movre je u svom istraživanju na učenicima drugih razreda srednje škole [10] koristio četiri ista zadatka kao i ja, konkretno prvi, drugi, treći i peti. Zanimljivo je primijetiti jednak trend u riješenosti zadataka između učenika drugih razreda srednje škole i studenata prve godine fakulteta. U oba slučaja ta četiri zadatka su riješena redom od najboljeg do najlošijeg: drugi, peti, prvi i na kraju treći, s time da su ih studenti riješili bolje od srednjoškolaca.

## **4.2. Utjecaj slike na rješavanje zadataka**

### **4.2.1. Usporedba dviju grupa studenata**

Postotak osvojenih bodova studenata koji nisu imali ponuđenu sliku iznosi  $(50 \pm 20)\%$ , dok to kod studenata koji su je imali ponuđenu iznosi  $(52 \pm 20)\%$ . Studentov  $t$ -test pokazuje da ta razlika nije statistički značajna, osim u slučaju devetog zadatka gdje je

$t(43) = 2.05, p = 0.046$ . Slika 6 prikazuje uspješnost rješavanja pojedinog zadatka za grupe koje su u tom zadatku imale ili nisu imale ponuđenu sliku.



Slika 6. Raspodjela bodova po grupama sa i bez ponuđene slike. Vertikalne crtice na grafu predstavljaju standardnu pogrešku srednje vrijednosti.

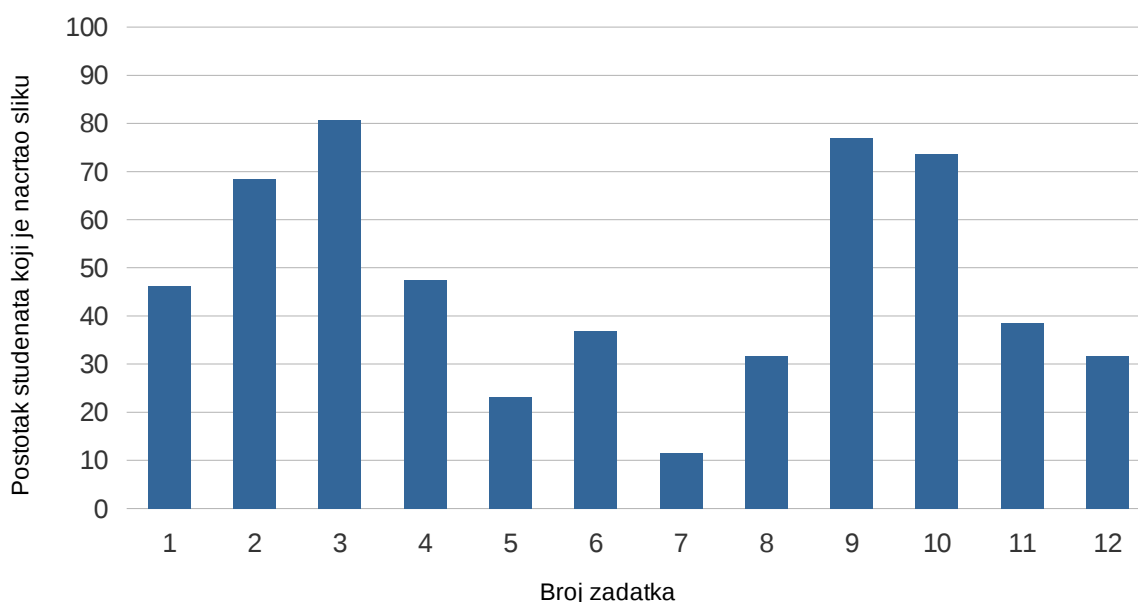
Najveća je razlika u uspješnosti rješavanja zadatka s obzirom na to je li student imao ponuđenu sliku u zadatku ili ne vidljiva u već spomenutom devetom zadatku gdje su studenti s ponuđenim slikom s dvostruko većom uspješnosti riješili navedeni zadatak (50% uspješnosti studenata s ponuđenom slikom naspram 23% uspješnosti studenata bez ponuđene slike). U tom se zadatku radi o dvije različite kosine i za uspješno rješavanje potrebno je iskoristiti i zakon očuvanja energije i zakon očuvanja količine gibanja, što ga čini jednim od kompleksnijih zadataka u testu. Zanimljivo je usporediti ga s desetim zadatkom koji mu je konceptualno vrlo sličan, s time da u desetom zadatku koncept uključuje njihala, a ne kosine. Deseti su zadatak studenti s ponuđenom slikom riješili s uspjehom od 35%, dok su ga studenti bez ponuđene slike riješili s uspjehom od 39%.

Grupa bez ponuđene slike je 21% bolje riješila prvi zadatak što pokazuje da je moguće navedena slika studente zbunila u određivanju početnih i konačnih uvjeta. Iako se razlika između dvije grupe čini velikom, ona nije statistički značajna ( $t(43) = 1.52, p = 0.136$ )

Ukupno gledajući, rezultati ukazuju da ponuđena slika uglavnom nije značajno utjecala na uspjeh u rješavanju zadataka.

#### 4.2.2. Usporedba studenata koji su imali i nisu imali sliku

Slika 7 prikazuje raspodjelu studenata koji su nacrtali svoju sliku u zadacima u kojima ima ona nije bila ponuđena.

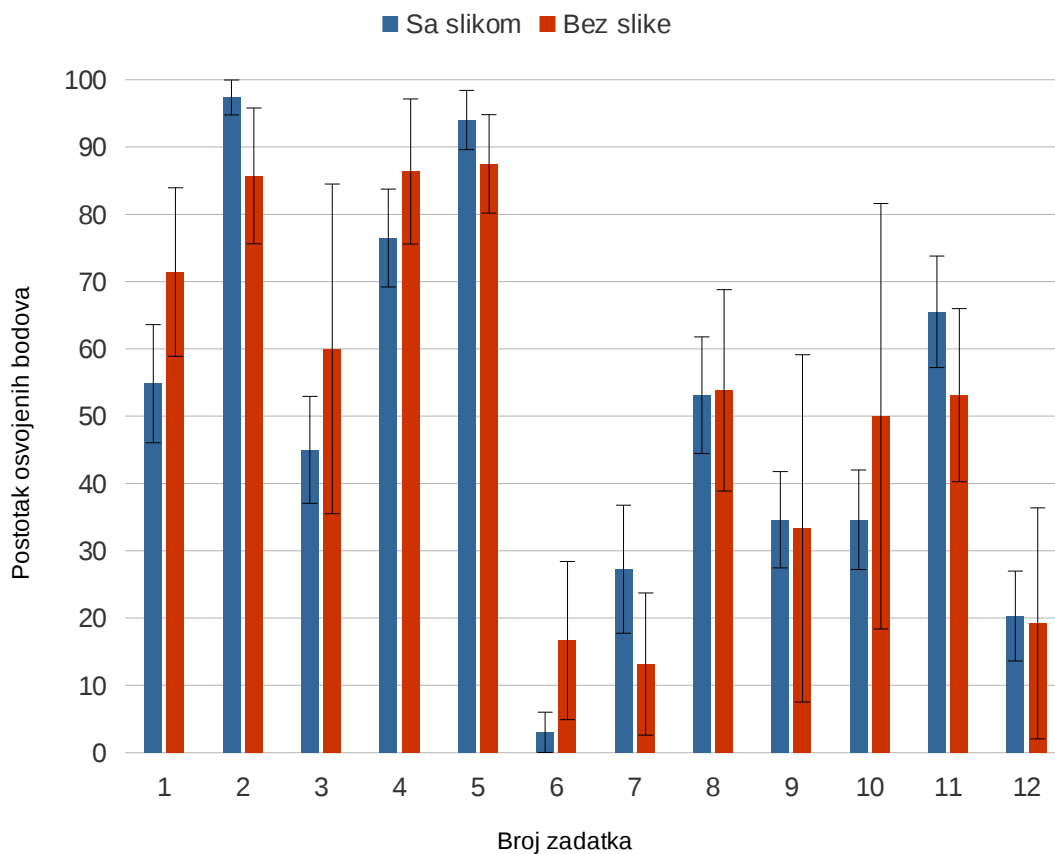


Slika 7. Raspodjela studenata koji su nacrtali svoju sliku u zadatku kada im ona nije bila ponuđena po zadacima

Najviše studenata bez ponuđene slike, njih preko 80%, nacrtalo je svoju sliku u trećem zadatku. U tom zadatku se radi o dvije kosine jednake visine i različitih kutova, te se uspoređuju brzine tijela u podnožju kosina nakon što otkližu s vrhova kosina. U konceptualno sličnim devetom i desetom zadatku podjednak postotak studenata bez ponuđene slike je nacrtao svoju sliku, oko 75%. Najmanji postotak studenata je nacrtao svoju sliku u sedmom zadatku, njih 12%. U tom se zadatku radi o odvajanju dva komada lansirane dvokomponentne rakete. Zanimljivo je promotriti i najgore riješen zadatak, šesti. U njemu je 37% studenata bez ponuđene slike nacrtalo svoju sliku.



Slika 8 prikazuje raspodjelu osvojenih bodova po broju zadatka za studente koji su imali bilo kakvu sliku u zadatku, ponuđenu ili nacrtanu, i studente koji nisu imali nikakvu sliku u zadatku.



Slika 8. Raspodjela bodova po grupama sa slikom, bila ona ponuđena ili nacrtana, i bez slike. Vertikalne crtice na grafu predstavljaju standardnu pogrešku srednje vrijednosti.

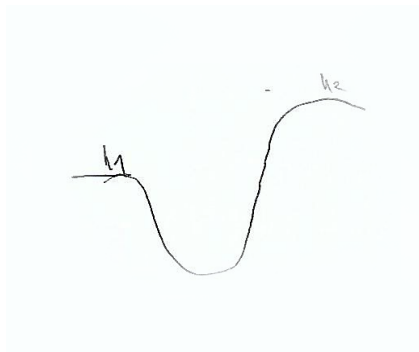
Nema značajnih razlika između rezultata studenata koji su nacrtali svoju sliku u zadacima bez ponuđene slike i studenata koji sliku nisu nacrtali, niti se može odrediti općeniti trend koji bi ukazivao na utjecaj slike na rješavanje zadataka. Broj studenata u grupi koja nije imala sliku (ponuđenu ili nacrtanu) je puno manji od broja studenata koji su imali neku sliku, tako da statistička usporedba između grupa nije moguća.

### 4.2.3. Analiza slika koje su studenti crtali

#### Zadatak 1

Grupa s ponuđenom slikom (A) ima 52% uspješnost rješavanja, dok je grupa bez ponuđene slike zadatak riješila sa 69% uspješnosti. U grupi B 44% studenata je nacrtalo svoju sliku, od kojih je samo jedna bila pogrešna.

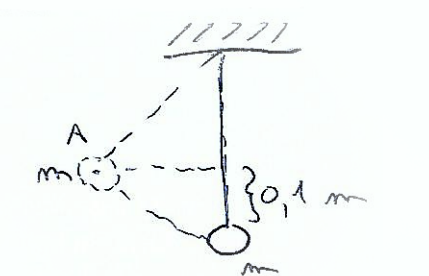
Slika 9 prikazuje kako je student nacrtao sliku na kojoj je  $h_1 < h_2$  iako je u zadatku navedeno da je  $h_1 > h_2$ . Student je unatoč tome zaokružio točan odgovor jer je matematički točno riješio zadatak.



Slika 9. Pogrešna slika uz 1. zadatak (na slici je  $h_1 < h_2$ )

#### Zadatak 2

U grupi bez ponuđene slike (A) 68% studenata je nacrtalo svoju sliku i sve su bile točne. Slika 10 prikazuje primjer točne i informativne slike uz točno riješen drugi zadatak.

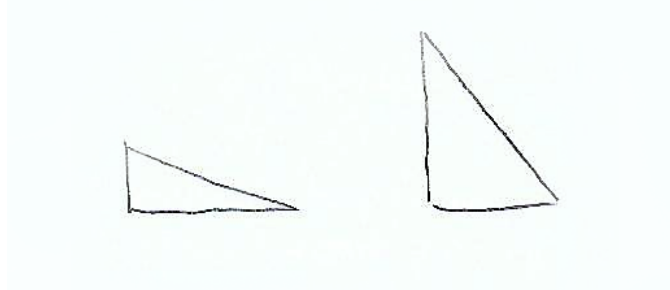


Slika 10. Točna slika uz 2. zadatak

#### Zadatak 3

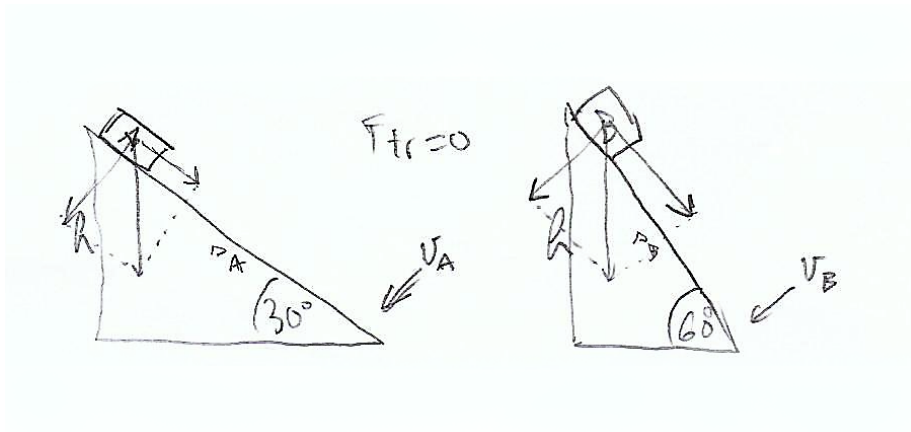
U grupi bez ponuđene slike (B) 54% studenata je dalo pogrešan odgovor, dok ta vrijednost u A grupi iznosi 47%. 81% studenata B grupe nacrtala je svoje slike od kojih su tri bile pogrešne. Sva tri studenta koji su nacrtali pogrešne slike zaokružili su pogrešan odgovor.

Slika 11 prikazuje primjer pogrešne i neinformativne slike. Iako se u zadatku navodi da su dvije kosine iste visine, na slici su jasno skicirane dvije kosine različitih visina tako da slika nije mogla biti od koristi pri rješavanju navedenog zadatka.



Slika 11. Pogrešna slika uz 3. zadatak

Slika 12 prikazuje primjer točne slike u trećem zadatku. Student koji je nacrtao sliku nije upotrijebio nacrtane rastavljene sile u računu već je kao metodu rješavanja iskoristio analogiju kamena i pera u slobodnom padu u vakuum cijevi (slika 13). Iako analogija nije u potpunosti točna, zanimljivo je kako je se student sjetio i na temelju toga došao do točnog odgovora.



Slika 12. Točna slika uz 3. zadatak

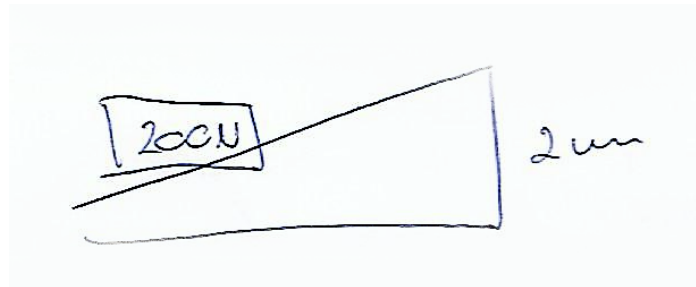


Slika 13. Analogija kosina i vakuum cijevi

#### Zadatak 4

U grupi bez ponuđene slike (A) 47% studenata je nacrtalo svoju sliku. Od tih je studenata samo jedan dao pogrešan odgovor.

Slika 14 prikazuje tipičnu sliku nacrtanu u četvrtom zadatku. Iako je slika točna, postavlja se pitanje koliko takva slika zapravo pomaže u rješavanju navedenog zadatka.

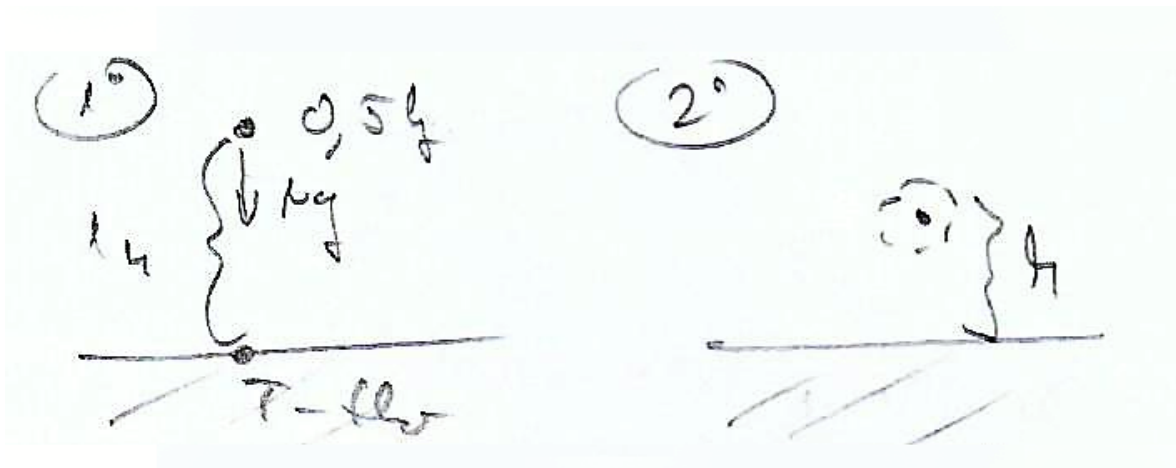


Slika 14. Primjer slike u 4. zadatku

#### Zadatak 5

U grupi bez ponuđene slike (B) 23% studenata nacrtalo je svoju sliku i sve su slike točne. Jedan student unatoč tome što je nacrtao točnu i informativnu sliku nije riješio zadatak.

Slika 15 prikazuje primjer točne i informativne slike u petom zadatku koju je student iskoristio kao temelj za rješavanje navedenog zadatka.

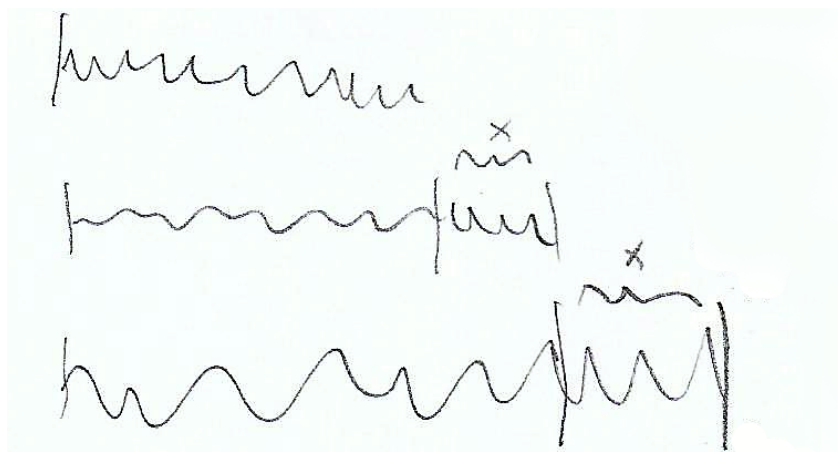


Slika 15. Točna i informativna slika u 5. zadatku

### Zadatak 6

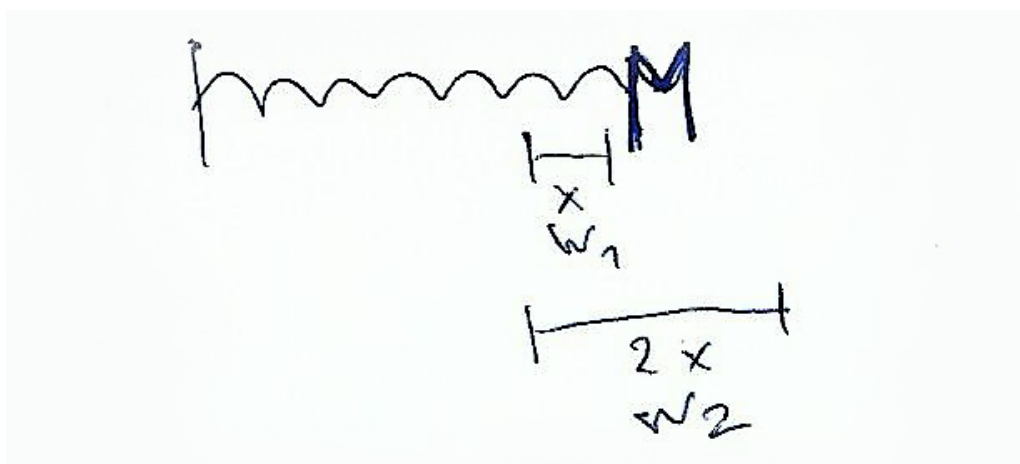
U grupi bez ponuđene slike (A) 37% studenata nacrtalo je svoju sliku, ali nitko od njih nije točno riješio zadatak.

Slika 16 prikazuje točnu sliku koja studentu nije pomogla da točno riješi zadatak jer je pogrešno iskoristio izraz za elastičnu potencijalnu energiju, odnosno zaključio je da je  $W_2 = 2W_1$  nakon što je pokratio kvadrate u izrazu.



Slika 16. Točna slika koja nije pomogla u točnom rješavanju zadatka

Slika 17 prikazuje najčešću pogrešku koju su radili studenti i ukazuje na nerazumijevanje fizikalne situacije opisane u tekstu. Student koji je nacrtao navedenu sliku zadatak je riješio uz pretpostavku da je  $W_2$  rad izvršen pri rastezanju opruge iz nerastegnuto stanja do položaja  $2x$ , dok je točno da je  $W_2$  rad izvršen pri rastezanju opruge od položaja  $x$  do položaja  $2x$  naznačenih na slici.



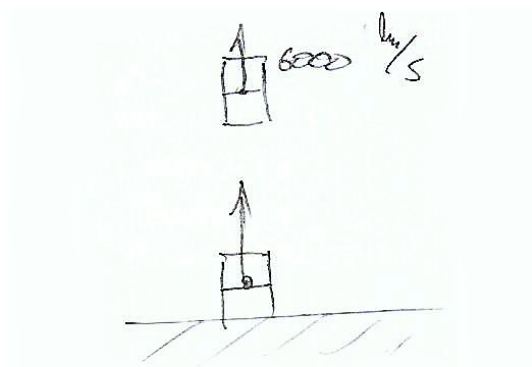
Slika 17. Slika koja pokazuje kako je student pogrešno shvatio zadatak

### Zadatak 7

Samo je 12% studenata u grupi bez ponuđene slike nacrtalo svoju sliku, ali nijedan od tih studenata nije točno riješio zadatak.

73% studenata koji su krivo riješili zadatak koristeći zakon očuvanja količine gibanja nisu imali ponuđenu sliku u testu (B grupa). Od tih studenata samo je jedan student nacrtao svoju sliku u rješenju, a ta je slika bila pogrešna i neinformativna.

Slika 18 prikazuje tipičan primjer neinformativne slike u sedmom zadatku koja nije pomogla studentu da točno riješi zadatak. Na slici nije jasno vidljivo koji je trenutak student nacrtao jer vidimo raketu na tlu i vidimo lansiranu raketu, a na obje je naznačeno da se gibaju prema gore, dok zadatak kaže da u trenutku odvajanja prazan rezervoar ostaje stajati na mjestu dok se ostatak rakete nastavlja gibati.

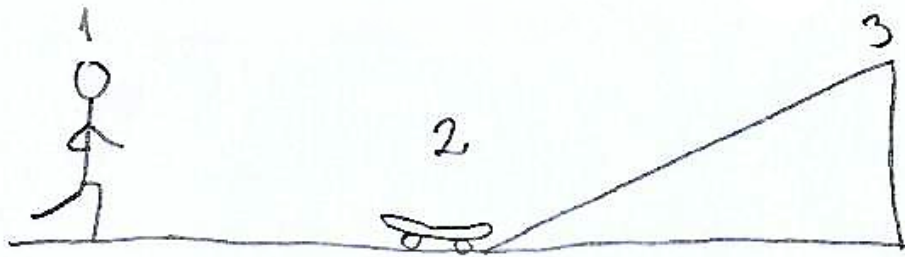


Slika 18. Neinformativna slika u 7. zadatku

### Zadatak 8

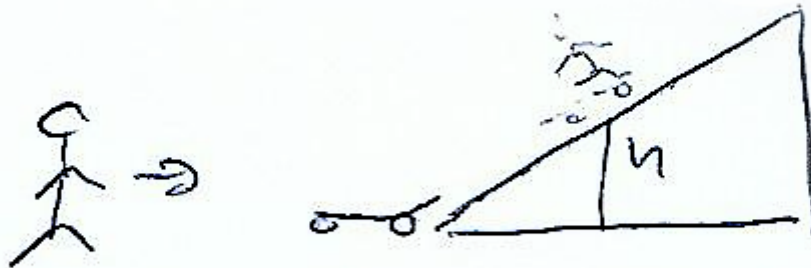
U grupi bez ponuđene slike (A) 32% studenata nacrtalo je svoju sliku uz 50% uspješnost rješavanja zadatka.

Slika 19 prikazuje tipičnu sliku nacrtanu u osmom zadatku od strane studenta koji je uspješno riješio zadatak. Na slici su brojevima označeni događaji po kojima je student riješio zadatak, pod brojem jedan je nacrtan Luka koji trči prema skejtbordu s kojim se na broju dva neelastično sudara te dolaze do vrha kosine pod brojem tri.



Slika 19. Slika uz uspješno riješen 8. zadatak

Slika 20 prikazuje primjer točno nacrtane slike uz ponuđeno krivo rješenje zadatka. Student u rješavanju nije iskoristio zakon očuvanja količine gibanja nego je zadatak riješio kao da se nije dogodio "neelastični sudar", iako je na nacrtanoj slici naznačio da do navedenog "sudara" dolazi.

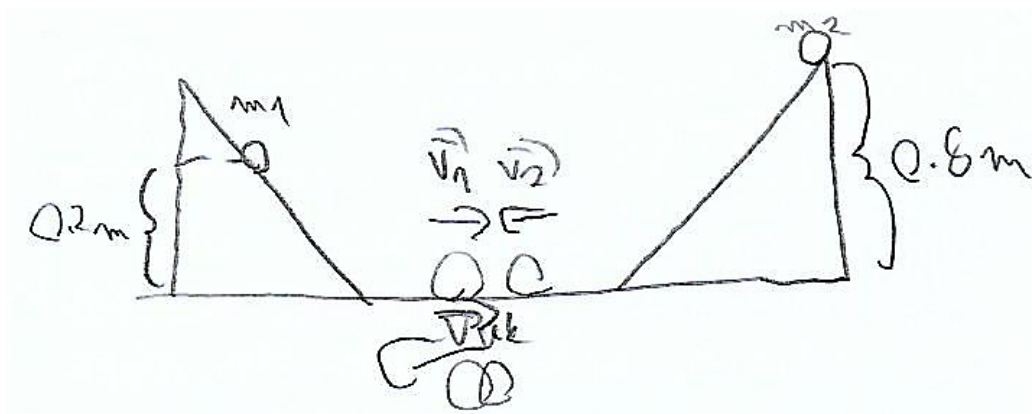


Slika 20. Slika uz pogrešno riješen 8. zadatak

### Zadatak 9

Iz grupe B (bez ponuđene slike) 23% studenata nije nacrtalo svoju sliku, od kojih trećina nije niti probala riješiti zadatak.

Slika 21 prikazuje tipičnu sliku nacrtanu u ovom zadatku. Student je dobro razumio i postavio zadatak, ali je pogriješio u računu. Slika je točno nacrtana i vrlo informativna, sadrži sve događaje i podatke potrebne za rješavanje zadatka. Studenti su općenito u ovom zadatku crtali vrlo detaljne slike što ukazuje na to da im je to bilo potrebno za vizualizaciju situacije koju zadatak opisuje.



Slika 21. Točna i informativna slika

### Zadatak 10

U grupi bez ponuđene slike (A) 26% studenata nije nacrtalo svoju sliku, dok jedan od tih studenata nije ni pokušao riješiti zadatak.

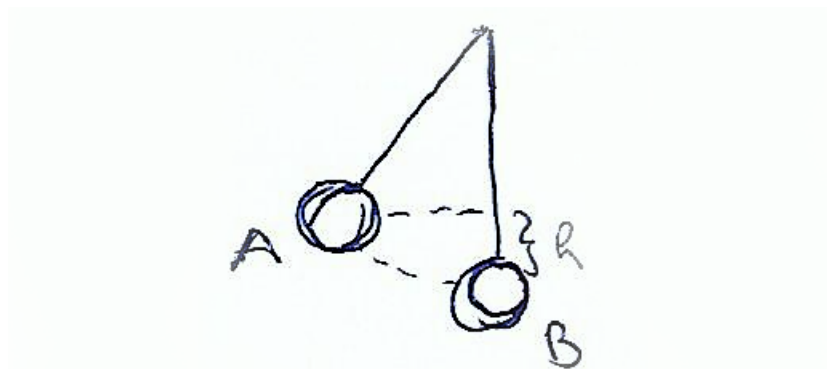
Slika 22 prikazuje neinformativnu nacrtanu sliku. Unatoč neinformativnosti navedene slike student je točno riješio zadatak.



Slika 22. Nacrtana neinformativna slika

Slika 23 prikazuje točnu i informativnu sliku, tipičnu za ovaj zadatak. Student je razumio i dobro postavio zadatak, ali je krivo riješio zadatak zbog matematičkih pogrešaka.





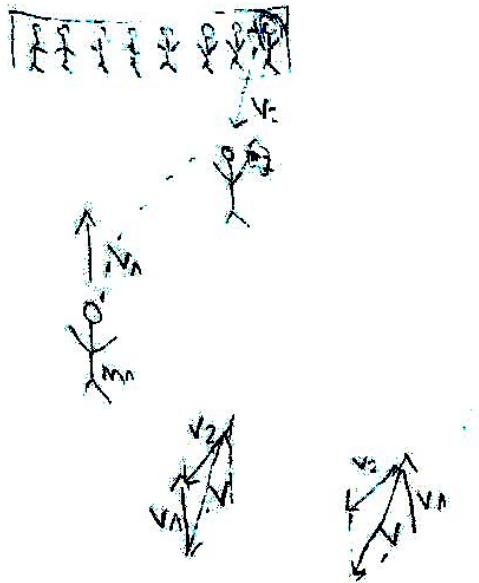
Slika 23. Nacrtna informativna slika

Ponovno je zanimljivo uočiti razliku između devetog i desetog zadatka te u ovom slučaju obratiti pozornost na kompleksnost slika koje su nacrtali studenti koji nisu imali ponuđenu sliku u zadatku. U devetom zadatku su studenti redovito crtali vektore brzina, a u više slučajeva i rastavljali gravitacijsku silu na komponente, dok im je u desetom zadatku većinom bilo dovoljno nacrtati dva njihala i označiti razliku u visini između njih, što govori o tendenciji studenata da očekuju kompleksnije zadatke koji uključuju trigonometriju kada se u zadatku koriste kosine.

#### *Zadatak 11*

U grupi bez ponuđene slike (B) 38% studenata je nacrtalo svoju sliku. 50% studenata koji su nacrtali svoju sliku su točno riješili zadatak.

Slika 24 prikazuje sliku nacrtanu u 11. zadatku koja je navela studenta na krivo zaključivanje budući da je rastavio brzinu na komponente i došao do krivog zaključka o smjeru gibanja klizača.



Slika 24. Student je krivo shvatio zadatak i skicirao je gibanje u dvije dimenzije te tako riješio zadatak

Slika 25 prikazuje sliku koja ne sadržava nijednu informaciju o zadatku i kao takva nije mogla pomoći u rješavanju zadatka. Unatoč tome student je točno riješio zadatak.

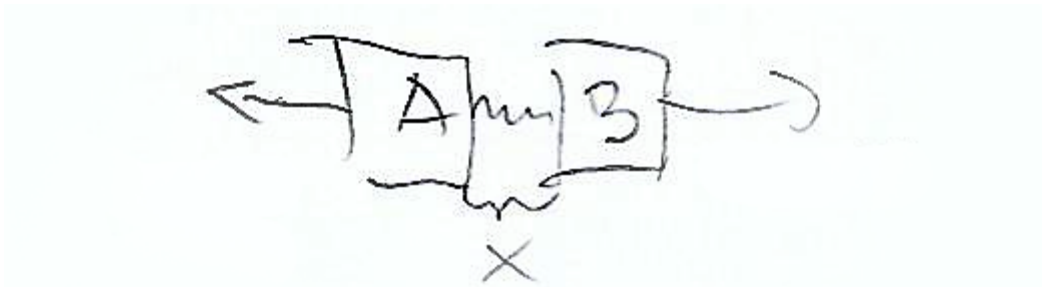


Slika 25. Neinformativna slika u 11. zadatku

### Zadatak 12

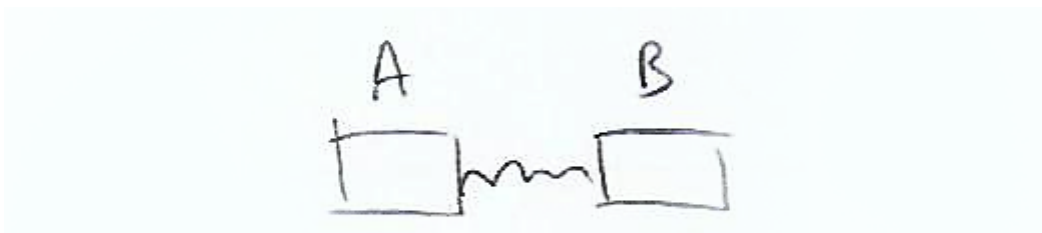
U grupi bez ponuđene slike (A) 32% studenata je nacrtalo svoju sliku, a samo jedan od tih studenata je točno riješio zadatak.

Slika 26 prikazuje sliku koju je nacrtao student koji je točno riješio zadatak. Slika jasno prikazuje situaciju opisanu u zadatku u trenutku otpuštanja opruge.



Slika 26. Slika koju je nacrtao student koji je točno riješio zadatak

Slika 27 prikazuje primjer neinformativne slike u 12. zadatku koju je nacrtao student koji nije točno riješio navedeni zadatak. Iz slike ne možemo točno zaključiti koji je trenutak student skicirao i slika ne sadrži nikakve druge korisne informacije.



Slika 27. Primjer neinformativne slike u 12. zadatku

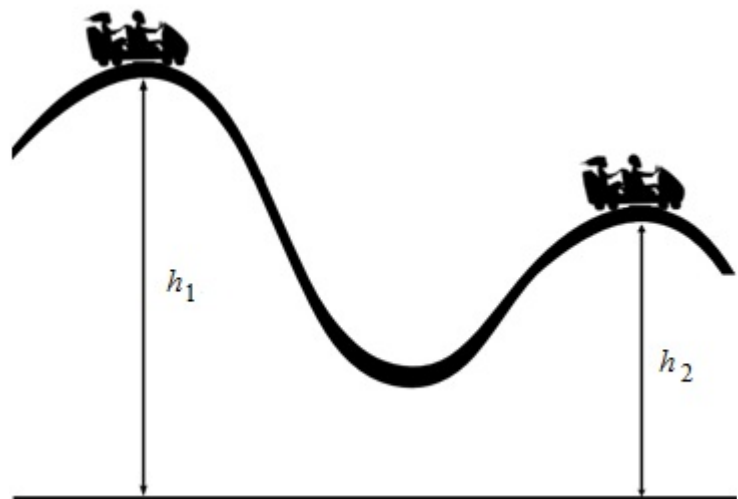
### 4.3. Analiza po zadacima

#### 4.3.1. Zadatak 1

Vozilo mase  $m$  u zabavnom parku giba se s vrha brijega visine  $h_1$  na vrh brijega visine  $h_2$  ( $h_1 > h_2$ ). Za koliko se pritom promijenila njegova kinetička energija, ako vozilo nema uključen motor i trenje se može zanemariti?

- a)  $mgh_2$
- b)  $mg(h_1 + h_2)$
- c)  $mg(h_1 - h_2)$
- d)  $mg(h_2 - h_1)$

Obrazložite odgovor.



Prvi je zadatak točno riješilo 62% studenata. Točan odgovor u ovom zadatku (pod c) i u svim sljedećim zadacima je podebljan. Najpopularniji krivi odgovor bio je ponuđen pod slovom d, a zaokružilo ga je 31% studenata, odnosno 88% studenata koji su zaokružili krivi odgovor. Jedan student nije riješio zadatak.

Ono što je zanimljivo jest činjenica da se odgovor ponuđen pod slovom d razlikuje od točnog odgovora samo po predznaku, što uz činjenicu da su svi ponuđeni d odgovori potkrijepljeni obrazloženjem na bazi zakona očuvanja energije (primjer takvog rješenja prikazan je na slici 28) sugerira da studenti imaju problema s identificiranjem početnih i konačnih uvjeta. Rješenje na slici 28 pokazuje da student vjerojatno ne razumije značenje znaka „ $\Delta$ “ kao promjene, tj. razlike konačne i početne kinetičke energije.

$$E \Rightarrow E_k + E_p = E_k + E_p$$

$$\Delta E_k = E_{p2} - E_{p1} = mgh(h_2 - h_1)$$

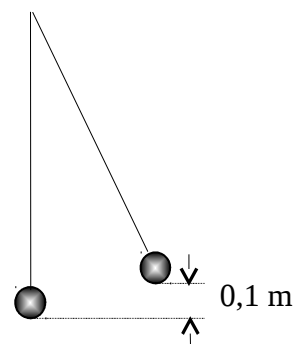
Slika 28. Student je dobio rješenje s krivim predznakom

#### 4.3.2. Zadatak 2

Kuglica mase 0,2 kg njiše se na niti u vertikalnoj ravnini. Kuglica se giba iz najvišeg položaja prema ravnotežnom položaju, koji se nalazi 0,1 m niže. Kolika će biti kinetička energija kuglice kad bude prolazila ravnotežnim položajem?

- a) 0 J
- b) 0,2 J**
- c) 0,3 J
- d) 0,4 J

Obrazložite odgovor.



Drugi je zadatak krivo riješilo samo dvoje studenata, odnosno točno ga je riješilo 96% studenata. Po jedan krivi odgovor dolazi iz obje grupe. Kao metodu rješavanja većina je studenata koristila zakon očuvanja energije. Samo je dvoje studenata točno zadatak riješilo kinematički.

Slika 29 prikazuje rješenje zadatka koji je točno riješio student koji je u prethodnom zadatku zaokružio rješenje sa suprotnim predznakom. Na slici je vidljivo da je, za razliku od prethodnog zadatka (slika 28), dobro prepoznao koja je početna, a koja konačna visina te konačni broj uvrstio u formulu s dobrim predznakom i dobio točan rezultat.

$$m = 0,2 \text{ kg}$$

$$E_k = mg \Delta h$$

$$= 0,2 \cdot 9,81 \cdot 9,81$$

$$E_k = 0,2 \text{ J}$$

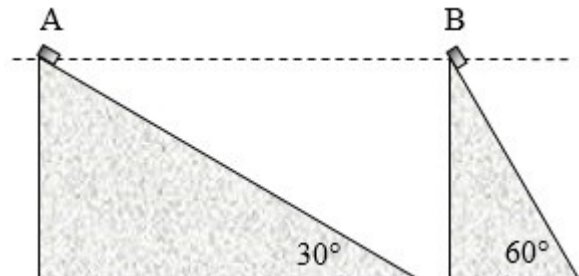
Slika 29. Student je točno riješio zadatak

#### 4.3.3. Zadatak 3

Dvije cigle počnu klizati s jednakih visina s vrha dviju kosina. Cigla A nalazi se na kosini nagiba  $30^\circ$ , a cigla B na kosini nagiba  $60^\circ$ . Usporedite brzine cigli na dnu kosina. Zanemarite sile trenja i otpora zraka.

- a)  $v_A < v_B$
- b)  $v_A = v_B$**
- c)  $v_A > v_B$
- d) odgovor ovisi o masama cigli

Obrazložite odgovor.



Treći zadatak je točno riješilo 49% studenata.

Čak 70% studenata koji su zaokružili krivi odgovor zaokružili su odgovor a, odnosno vodili su se razmišljanjem da će tijelo koje siđe niz strmiju kosinu imati veću brzinu, iako su visine kosina jednake. Slika 30 prikazuje takav primjer gdje student daje objašnjenje: "Kut je veći pa je komponenta  $mg$  paralelna s kosinom veća". Njegova izjava sama po sebi nije pogrešna, ali nije dovoljna za rješavanje ovog zadatka i navela ga je na pogrešan odgovor.

KUT JE VEĆI PA VE  
KOMPONENTA  $mg$  PARALELNA  
S KOSINOM VEĆA

Slika 30. Zaključivanje studenta koje ga je navelo na pogrešan odgovor

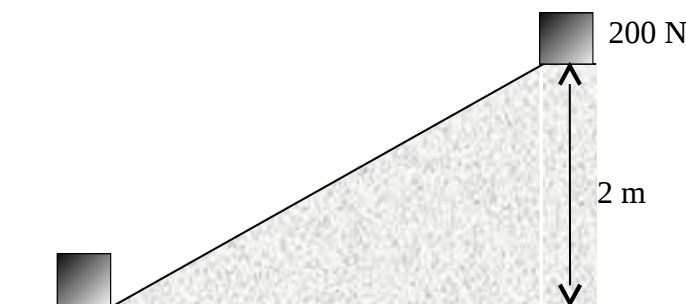
Uspješnost rješavanja ovog zadatka je mala uzevši u obzir relativnu jednostavnost zadatka i činjenicu da je on tipični primjer zakona očuvanja energije.

#### 4.3.4. Zadatak 4

Roko gura betonski blok težine 200 N na vrh kosine visine 2 m i pritom izvrši rad 500 J. Koliki je rad Roko izvršio na svladavanje sile trenja?

- a) 0 J
- b) 100 J**
- c) 400 J
- d) 500 J

Objasnite odgovor.



Zadatak je točno riješilo 80% studenta, od kojih je 89% kao metodu rješavanja koristilo zakon očuvanja energije. Preostali su zadatak pokušali riješiti preko sila, no nitko na taj način nije došao do konačnog rješenja, već su nakon dijela računa zaokružili točan odgovor. Jedan od takvih primjera prikazuje slika 31. Student je u tom primjeru u izrazu za silu trenja iskoristio  $\cos(\alpha)$ , iako kut  $\alpha$  u zadatku nije nigdje definiran i nikako se ne može doći do njega. Student je napisao vrijednost sile trenja i na nepoznat način, budući da duljina kosine (odnosno put kojim je tijelo gurano) nije poznata, dobio točnu vrijednost rada potrebnog za svladavanje sile trenja i zaokružio točan odgovor. Moguće je da je student pogodio točan odgovor.

Zanimljivo je spomenuti da je najpopularniji netočan odgovor *d*, odnosno da je sav rad iskorišten za savladavanje sile trenja, čime se pokazuje nerazumijevanje koncepta energije, rada i zakona očuvanja energije.

$$h = 2m$$

$$F = 200N$$

$$W = 500J$$

$$F_{tr} = \cos L \cdot F_v = 100N$$

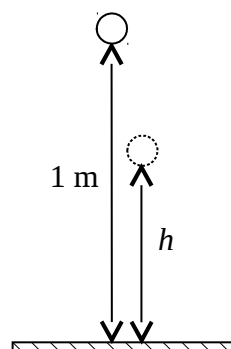
Slika 31. Ne može se zaključiti kako je student došao do rješenja

#### 4.3.5. Zadatak 5

Dora ispusti loptu mase 0,5 kg s visine 1 m. Tijekom udarca o pod lopta izgubi 30% svoje početne energije. Sila otpora zraka može se zanemariti. Do koje će visine *h* lopta odskočiti?

- a) 0,3 m
- b) 0,5 m
- c) **0,7 m**
- d) 0,9 m

Obrazložite odgovor.



Zadatak je riješen s uspjehom od 92%. Zakon očuvanja energije je u rješavanju koristilo 91% studenata, a od preostala četiri studenta dvoje se za rješavanje poslužilo omjerima, a dvoje nije dalo obrazloženje odgovora. Svi studenti koji su pogrešno riješili zadatak su kao metodu rješavanja koristili zakon očuvanja energije bez razumijevanja.

Zadatak je donekle sličan prethodnom zadatku, a razlika u uspješnosti njihova rješavanja može se pripisati činjenici da su studenti u zadatku 4 krenuli rastavljati sile kada su vidjeli da se u zadatku radi o kosini, unatoč tome što rastavljanje sila nije potrebno u zadatku, te su se tako naveli na krivo rješenje.

Slika 32 prikazuje jednostavan račun koji je student upotrijebio za točno rješavanje ovog zadatka, iako je pogrešno riješio prethodni, konceptualno sličan, zadatak rastavljajući sile na kosini nepoznatih dimenzija.

$m = 0,5 \text{ kg}$   
 $h = 1 \text{ m}$   
 $E = 0,7 E_p$   
 $\frac{1}{2} mgh = 0,7 mgh$   
 $h = 0,7 \text{ m}$

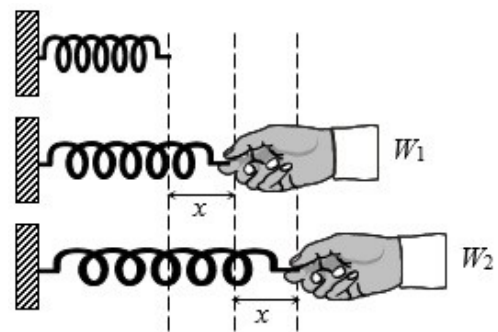
Slika 32. Jednostavan račun potreban za rješavanje ovog zadatka

#### 4.3.6. Zadatak 6

Nerastegnuta opruga pričvršćena je na jednom svom kraju, dok je na drugom kraju Maja počne rastezati. Maja rastegne oprugu za  $x$  i pritom obavi rad  $W_1$ . Zatim nastavi rastezati oprugu još za  $x$  i pritom obavi rad  $W_2$ . Usporedite radove  $W_1$  i  $W_2$ .

- a)  $W_2 = W_1$
- b)  $W_2 = 2W_1$
- c)  $W_2 = 3W_1$
- d)  $W_2 = 4W_1$

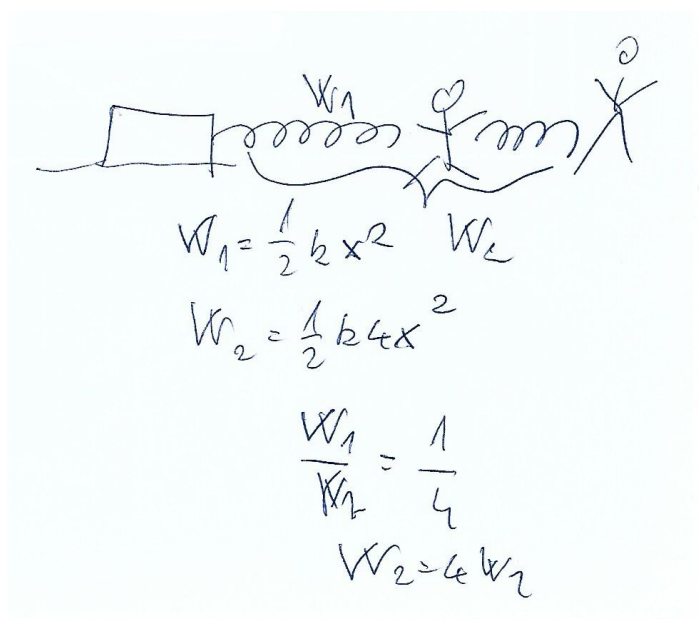
Obrazložite odgovor.



Zadatak je točno riješilo samo 7% studenata, odnosno njih troje. Loš rezultat u ovom zadatku ukazuje na studentske poteškoće u razumijevanju koncepta rada kao promjene energije i poteškoće u određivanju rada za silu koja nije stalna.

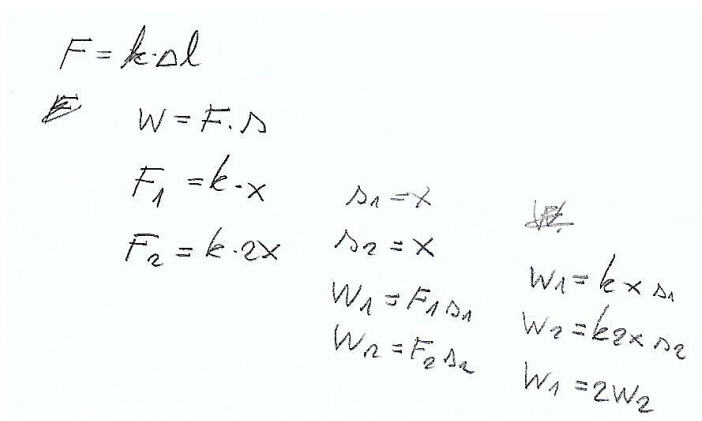
Čak 47% studenata zaokružilo je odgovor ponuđen pod  $d$  pokazujući time nerazumijevanje koncepta rada kao promjene energije. Kako bi došli do tog odgovora izjednačili su rad  $W_2$  sa iznosom elastične potencijalne energije kad je opruga rastegnuta za  $2x$ , umjesto da su rad  $W_2$  izjednačili s razlikom potencijalnih energija kada je opruga rastegnuta za  $2x$  i  $x$ . Slika 33 prikazuje tipično pogrešno rješenje zadatka za taj slučaj.





Slika 33. Tipično pogrešno rješenje 6. zadatka koje ukazuje na nerazumijevanje koncepta rada kao promjene energije

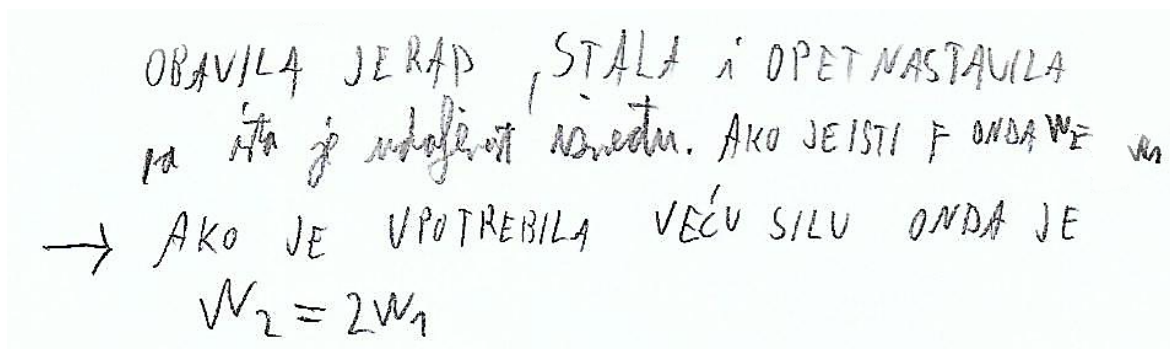
Drugi najčešće zaokružen pogrešan odgovor zaokružen je *b*, zaokružilo ga je 24% studenata pokazujući time nerazumijevanje rada za sile koje nisu stalnog iznosa. Slika 34 pokazuje tipičan primjer takvog pogrešnog rješenja zadatka.



Slika 34. Tipično pogrešno rješenje 6. zadatka koje ukazuje na nerazumijevanje rada sile promjenljivog iznosa

Slika 35 prikazuje primjer zaključivanja studenta bez razumijevanja koncepta rada i elastične potencijalne energije. Kao objašnjenje zašto je zaokružio odgovor *b*, student je napisao: "Obavila je rad, stala i opet nastavila, a ista je udaljenost između. Ako je isti *F* onda  $W_2 = W_1$ . Ako je upotrebila veću silu onda je  $W_2 = 2W_1$ ". Budući da je student kao odgovor zaokružio da je  $W_2 = W_1$ , očito je da je zaključio da je između položaja *x* i *2x* Maja

koristila jednaku silu za razvlačenje opruge kao što je koristila između položaja 0 i x, ali nije objasnio kako je došao do tog zaključka.

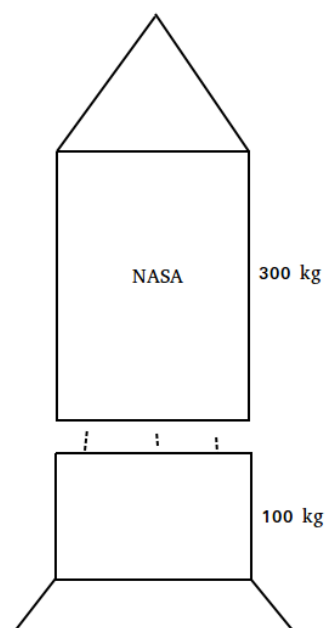


Slika 35. Objašnjenje koje demonstrira nerazumijevanje koncepata potrebnih za točno rješavanje 6. zadatka

Ono što je zabrinjavajuće kod ovog zadatka je to što je točan odgovor najslabije zastupljen, čak je jednak broj studenata koji nije zaokružio nijedan odgovor i broj studenata koji je zaokružio točan odgovor, unatoč nepostojanju negativnih brojeva za krivo zaokruženi odgovor.

#### 4.3.7. Zadatak 7

NASA je lansirala svoju novu dvokomponentnu raketu. U trenutku kada je raketa lansirana vertikalno prema gore dosegla brzinu od 1000 km/h od ostatka rakete mase 300 kg odvaja se prazan rezervoar mase 100 kg koji u trenutku odvajanja ostane stajati na mjestu. Kolika je brzina ostatka rakete u tom trenutku?



Zadatak je točno riješilo 24% studenata. Slika 36 prikazuje primjer točnog rješenja.

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 300 \text{ kg} \\
 m_2 &= 100 \text{ kg} \\
 v_1 &= 6000 \text{ km/s} = 6 \cdot 10^6 \text{ m/s} \\
 v_2 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (m_1 + m_2)v_1 &= m_1 v_1' \\
 v_1' &= \frac{m_1 + m_2}{m_1} v_1 \\
 v_1' &= 8 \cdot 10^6 \text{ m/s} = \boxed{8000 \text{ km/s}}
 \end{aligned}$$

Slika 36. Točno rješenje 7. zadatka

38% studenata koji su pogrešno riješili zadatak kao metodu rješavanja koristili su zakon očuvanja energije umjesto zakona očuvanja količine gibanja, odnosno krenuli su uvrštavati zadane vrijednosti u poznate formule bez razumijevanja fizikalne pozadine problema. Slika 37 prikazuje jedno takvo rješenje. Preostali studenti su pogrešno upotrijebili zakon očuvanja količine gibanja, a jedan student nije riješio ovaj zadatak.

$6000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$   
 $m = 400 \text{ kg}$   
 $300 \text{ kg}$   
 $\frac{m v_0^2}{2}$   
 $\frac{m v_0^2}{2}$   
 $100 \text{ kg}$

Mora se morati sa 100 kg da energija ostala isto. Pa se mora povećati brzina.

$$\frac{m v^2}{2} = (6000 \text{ km}) \cdot 400$$

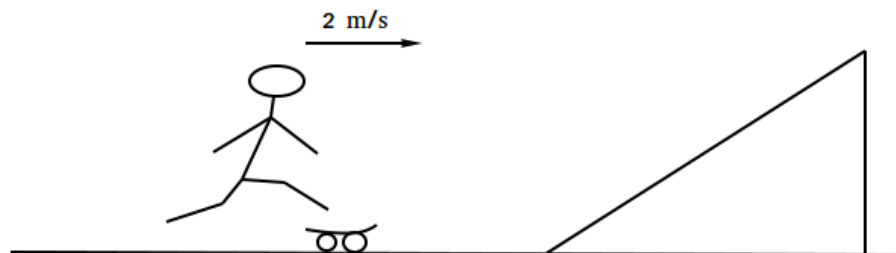
$$\frac{m_0 v_0^2}{2} = \frac{v_0^2 \cdot 300}{2} \quad \frac{(6000 \text{ km})^2 \cdot 400}{2} = \frac{v_0^2 \cdot 300}{2}$$

$$v_0^2 = \frac{(6000 \text{ km})^2 \cdot 400}{300}$$

Slika 37. Student je koristio zakon očuvanja energije van konteksta, samo uvrštavajući vrijednosti u formulu bez razumijevanja

#### 4.3.8. Zadatak 8

Luka koji ima masu 50 kg trči brzinom 2 m/s i skoči na skejtbord mase 5 kg koji miruje na dnu kosine. Do koje će se visine podići Luka na kosini ako je trenje zanemarivo?



Zadatak je točno riješilo 53% studenata. Slika 38 prikazuje primjer točnog rješenja.

$m_1 = 50 \text{ kg}$   
 $v_1 = 3.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $m_2 = 5 \text{ kg}$

$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_1'$   
 $\Rightarrow v_1' = 3 \text{ m/s}$

$\frac{(m_1 + m_2) (v_1')^2}{2} = (m_1 + m_2) g h \Rightarrow h = \frac{(v_1')^2}{2g} = 0.45 \text{ m}$

Slika 38. Točno rješenje 8. zadatka

Svi studenti koji su pogrešno riješili zadatak umjesto zakona očuvanja količine gibanja koristili su zakon očuvanja energije na sličan način kao i u prethodnom zadatku. Zanimljivo je da je samo dvoje studenata tu pogrešku napravilo i u sedmom i u osmom zadatku, dok su preostali studenti (njih 11) koju su navedenu pogrešku napravili u prethodnom zadatku ovaj zadatak riješili točno. Slika 39 prikazuje pogrešno rješenje studenta koji je na pogrešan način i u prethodnom zadatku koristio zakon očuvanja energije bez razumijevanja.

$\frac{mv^2}{2} = mgh$   
 $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_0^2}{2} = mgh$   
 $\frac{m_1 v_1^2}{2} = mgh$   
 $\frac{m_1 v_1^2}{g \cdot 2 \cdot m_1} = h$

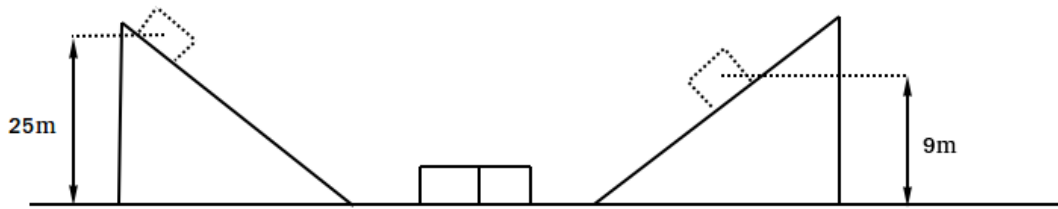
$m_1 = 50$   
 $m_2 = 5$   
 $m_1 = 55 \text{ kg}$   
 $m_2 = 5 \text{ kg}$   
 $v_1 = 3.3 \text{ m/s}$   
 $v_0 = 0$   
 $h = \frac{50 \cdot 3.3^2}{10 \cdot 2 \cdot 55} = 0.495 \text{ m}$

Slika 39. Student je kao i u prethodnom zadatku koristio zakon očuvanja energije bez razumijevanja

#### 4.3.9. Zadatak 9

Dvije jednake kosine postavljene su jedna prema drugoj tako da se između njih nalazi horizontalna podloga. U istome trenutku sa svake kosine pustimo tijelo mase  $m$  da klizi bez

trenja, na prvoj kosini s visine 25 m, a na drugoj s visine 9 m. Nakon sudara na horizontalnoj podlozi ta dva tijela gibaju se zajedno. Do koje visine će se podići ta tijela ako je trenje na horizontalnoj podlozi zanemarivo?



Zadatak je točno riješilo 29% studenata. Slika 40 prikazuje primjer točnog rješenja.

$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g h_1$   
 $v_1 = \sqrt{2gh_1} = 2 \text{ m/s}$   
 $v_2 = \sqrt{2gh_2} = 1 \text{ m/s}$

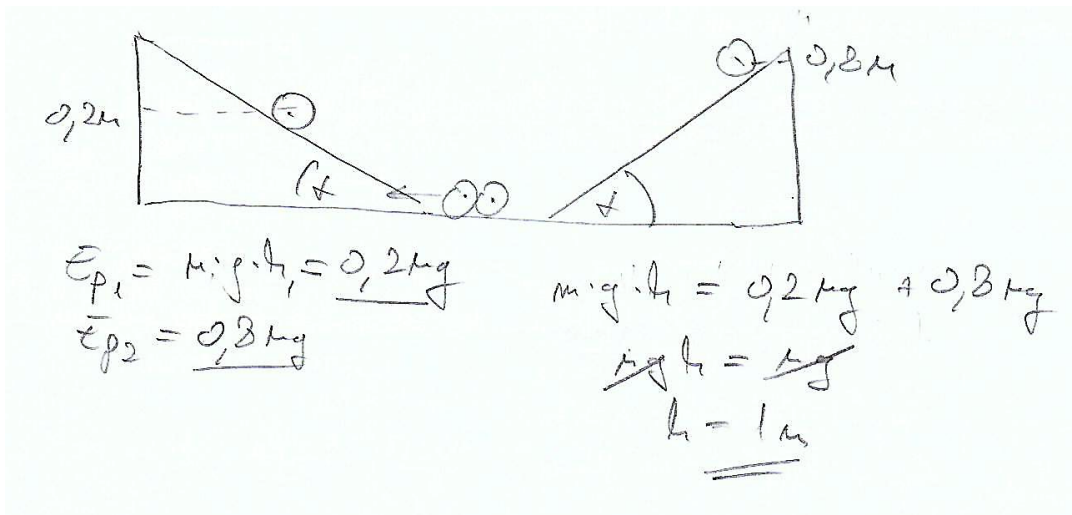
$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$   
 $\Rightarrow v' = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{2m} = \frac{v_1 - v_2}{2} = -1 \text{ m/s}$

$\frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2} = (m_1 + m_2) gh \Rightarrow h = \frac{v'^2}{2g} = 5 \text{ cm}$

Papeti će se na lijevu stranu.

Slika 40. Točno rješenje 9. zadatka

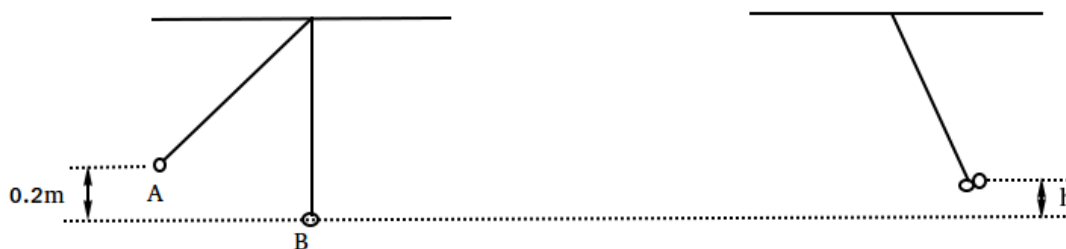
34% studenata koji su krivo riješili zadatak koristilo je samo zakon očuvanja energije kao metodu rješavanja, slično kao i u prethodna dva zadatka. Dva studenta koji su tu grešku ponovila u prethodna dva zadatka nisu ju ponovila i u ovom zadatku, ali svejedno nisu točno riješili zadatak.



Slika 41. Student je pogrešno upotrijebio zakon očuvanja energije

#### 4.3.10. Zadatak 10

Dvije kuglice od plastelina jednakih masa 0,01 kg obješene su na isti čavao na niti jednakih duljina. Kuglica A podigne se za 0,2 m iz ravnotežnog položaja tako da je nit cijelo vrijeme ravna. Nakon što se pusti kuglica A sudari se s kuglicom B i zalijepi se na nju. Na koju će se visinu u odnosu na ravnotežni položaj podići te dvije kuglice?



Zadatak je uspješno riješilo 33% studenata. Slika 42 pokazuje primjer točnog rješenja.

$$m_1 g h_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh_1} = 2 \text{ m/s}$$

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v'$$

$$v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(m_1 + m_2) g h = \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2} \Rightarrow h = \frac{v'^2}{2g} = 0,05 \text{ m} = \boxed{5 \text{ cm}}$$

Slika 42. Točno rješenje 10. zadatka

53% studenata koji su krivo riješili zadatak za rješavanje su koristili samo zakon očuvanja energije, dok je za uspješno rješavanje zadatka potrebno upotrijebiti i zakon očuvanja količine gibanja.

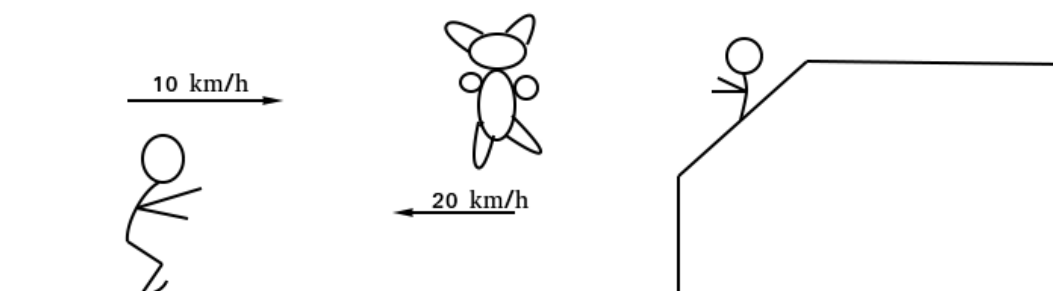
Iako su fizikalni principi i način rješavanja u devetom i desetom zadatku potpuno jednaki, 24% studenata je samo u jednom od ta dva zadatka bez razumijevanja iskoristilo zakon očuvanja energije na navedeni način. 18% studenata je bilo konzistentno u nepoznavanju fizikalnih principa i na jednak pogrešan način je riješilo oba zadatka, slike 41 i 43 prikazuju jedan od tih primjera. Oba zadatka je točno riješilo 20% studenata.

$$\begin{aligned}
 m_1 = m_2 = m &= 0,01 \text{ kg} \\
 E_{pA} = m \cdot g \cdot h &= 0,01962 \text{ J} \\
 0,01962 &= 2m \cdot g \cdot h \\
 h &= \frac{0,01962}{2m \cdot g} = 0,1 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Slika 43. Student je upotrijebio zakon očuvanja energije bez razumijevanja

#### 4.3.11. Zadatak 11

Nakon proglašenja rezultata klizač mase 79 kg počne klizati prema tribini sa svojim navijačima brzinom 10 km/h. Obožavateljica mu u ruke baci velikog plišanog medvjeda mase 1 kg brzinom 20 km/h. Odredite brzinu i smjer klizača u trenutku kada on uhvati medvjeda.



Zadatak je uspješno riješilo 53% studenata, što je iznenađujuće s obzirom na to da je ovo jedan od jednostavnijih zadataka, tipičan primjer neelastičnog sudara. Slika 44 pokazuje primjer točnog rješenja zadatka.

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 70 \text{ kg} & m_1 v_1 - m_2 v_2 &= (m_1 + m_2) v' \\
 v_1 &= 8 \text{ km/h} = \frac{20}{9} \text{ m/s} & \Rightarrow v' &= \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{25}{12} \text{ m/s} = 7.5 \text{ km/h} \\
 m_2 &= 2 \text{ kg} & & \\
 v_2 &= 10 \text{ km/h} = \frac{25}{9} \text{ m/s} & & \text{- Ključno je postaviti gibanje u nam poznatom smjeru}
 \end{aligned}$$

Slika 44. Točno rješenje 11. zadatka

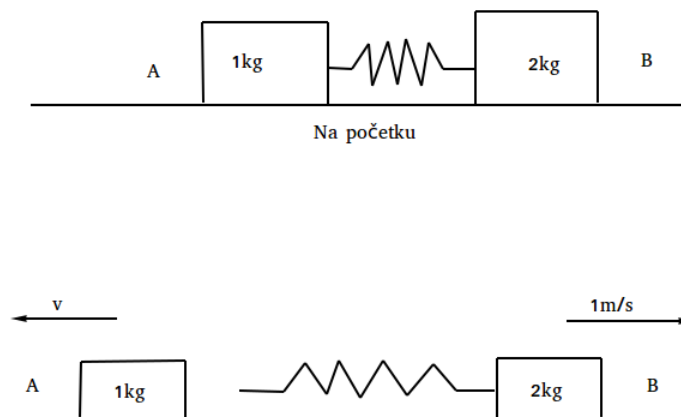
Studenti koji su pogrešno riješili zadatak većinom su radili trivijalne pogreške u računu (slika 45), a njih 27% je umjesto zakona očuvanja količine gibanja koristilo zakon očuvanja energije.

$$\begin{aligned}
 m_k v_k - m_m v_m &= (m_k + m_m) v \\
 v &= \frac{m_k v_k - m_m v_m}{m_k + m_m} = 24,3 \text{ m/s} = 6,75 \text{ km/h}
 \end{aligned}$$

Slika 45. Student je pogriješio u računu

#### 4.3.12. Zadatak 12

Kvadar A ima masu 1 kg, a kvadar B na kojeg je horizontalno pričvršćena opruga ima masu 2 kg (zajedno s oprugom). Kvadri se primaknu jedan drugom i drže tako da se sabijena opruga nalazi između njih. Ako se kvadri puste, kvadar B giba se brzinom 1 m/s. Za koliko je bila sabijena opruga na početku ako je njena konstanta 150 N/m?





Samo 13% studenata je točno riješilo zadatak, a nije ga riješilo čak 42% studenata. Slika 46 prikazuje primjer točnog rješenja.

$m_1 = 1 \text{ kg}$   
 $m_2 = 2 \text{ kg}$   
 $v_2' = 1 \text{ m/s}$   
 $k = 150 \text{ N/m}$   
 početna kinetička energija je 0  
 $m_1 v_1' = -m_2 v_2'$   
 $m_1 v_1' = m_2 v_2'$   
 $v_1' = 2 \text{ m/s}$   
 $E_{k1} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} = 2 \text{ J}$   
 $E_{k2} = \frac{m_2 v_2'^2}{2} = 1 \text{ J}$   
 $E_{kuk} = 3 \text{ J}$   
 $E_{kuk} = W$   
 $W = k \frac{x^2}{2}$   
 $x = \sqrt{\frac{2W}{k}}$   
 $x = 0,2 \text{ m}$   
 $= 20 \text{ cm}$

Slika 46. Točno rješenje 12. zadatka

U ovom je zadatku 70% studenata koje je pogrešno riješilo zadatak pokazalo poteškoće u razumijevanju zakona očuvanja energije ponovno uvrštavajući vrijednosti u formulu bez očiglednog smisla. Pozitivna je stvar da su studenti koji su to radili barem identificirali da se elastična potencijalna energija pretvorila u kinetičku energiju iako nisu uzeli u obzir da se oba kvadra gibaju nakon što se opruga otpusti. Primjer toga vidimo na slici 47.

$\frac{1}{2} kx^2 = m_2 \frac{v_2^2}{2}$   
 $\Delta x = v_2 \sqrt{m_2 / k}$   
 $\Delta x = 0.175 \text{ m}$

Slika 47. Student je krivo riješio zadatak koristeći zakon očuvanja energije na pogrešan način

## 5. Zaključak

Istraživanje na studentima prve godine dva tehnička fakulteta Sveučilišta u Zagrebu pokazalo je njihove značajne poteškoće u primjeni zakona očuvanja energije i zakona očuvanja gibanja. Više od pola studenata, odnosno njih 58%, imalo je točno riješeno manje od pola testa, što bi, kada bi kriterij prolaznosti testa bila riješenost od barem 50%, značilo da više od pola tih studenata ne bi prošlo srednjoškolski test iz zakona očuvanja energije i zakona očuvanja količine gibanja. Čak 22% ispitanih studenata je točno riješilo manje od trećine testa. Samo 17% studenata dobilo je više od 70% bodova. Jedan od zadataka točno su riješila samo tri studenta, dok je većina drugih studenata na tom zadatku pokazala nedovoljno razumijevanje koncepta rada u fizici.

Analiza pojedinih rješenja zadataka je pokazala da velik dio studenata ne razumije zakon očuvanja energije i ne zna ga primijeniti, nego u rješavanju samo uvrštava brojeve u formulu bez ikakvog smisla. Također je zabrinjavajuće da velik dio studenata ne zna prepoznati kada je očuvana energija, a kada količina gibanja pa u tipičnim primjerima neelastičnih sudara kao metodu rješavanja pokušava iskoristiti zakon očuvanja energije.

Dobar dio studenata u slučaju kada zadatak uključuje kosine crta skicu s gravitacijskom silom rastavljenom na komponente, iako je za rješavanje potrebno iskoristiti zakon očuvanja energije. Taj se problem ne javlja u sličnom zadatku s njihalima, što sugerira da kontekst zadatka tj. površne oznake zadatka utječu na odabir strategije za rješavanje kao što je pokazano i u prijašnjim istraživanjima [2]. Rezultati sugeriraju da je u nastavi fizike dobro koristiti različite fizikalne situacije (kontekste) u zadacima, ali pri tome treba naglašavati iste osnovne fizikalne zakone koji se koriste u rješavanju naizgled različitih zadataka.

U istraživanju je analiziran i utjecaj slika na rješavanje zadataka. Usporedba rezultata grupe koja je u zadacima imala ponuđene slike i grupe koja ih nije imala ukazuje da nema statistički značajne razlike između rezultata te dvije grupe, osim u slučaju devetog zadatka. Uzevši u obzir prijašnja istraživanja na tu temu napravljena na značajno većem broju studenata koja ukazuju na to da statistički značajna razlika između navedenih grupa postoji i uočljivog trenda utjecaja zadane slike na uspjeh rješavanja zadatka u mom istraživanju napravljenom na malom broju uzoraka ukazuje na to da bi se taj trend potvrdio

i dobili statistički značajni podaci trebaju se provesti daljnja istraživanja na većem broju studenata.

Analiza pojedinih slika koje su studenti nacrtali ukazuju na to da studenti često krivo vizualiziraju zadatak. U slučaju kada dobro skiciraju fizikalnu situaciju često se događa da slika koju su nacrtali ne sadrži nikakve korisne informacije potrebne za rješavanje tog zadatka. Slika bi trebala dobro prikazivati fizikalnu situaciju, sadržavati sve važne karakteristike fizikalnih veličina (npr. smjer vektora brzine) i druge podatke važne za rješavanje zadataka (npr. u kojim vremenskim trenucima se određuje energija sustava).

Rezultati ovog istraživanja ukazuju na to da dva fundamentalna zakona fizike, zakon očuvanja energije i zakon očuvanja količine gibanja, studenti slabo razumiju te da bi ih trebalo više naglašavati kroz nastavu i vraćati se na njih u obradi tema iz različitih područja fizike.

## Literatura

- [1] David P. Maloney (2011). An Overview of Physics Education Research on Problem Solving. *Getting Started in PER..Reviews in PER* vol. 2. College Park, MD: American Association of Physics Teachers.
- [2] Lin, Y.; Singh, C. Using an isomorphic problem pair to learn introductory physics: Transferring from a two-step problem to a three-step problem // *Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res.* 9, 020114 (2013)
- [3] Docktor, J.; Strand, N.; Mestre, J.; Ross, B. Conceptual problem solving in high school physics // *Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res.* 11, 020106 (2015)
- [4] Sabo, H.; Goodhew, L.; Robertson, A. University student conceptual resources for understanding energy // *Phys. Rev. Phys. Educ. Res.* 12, 010126 (2016)
- [5] Van Heuvelen, A.; Zou X. Multiple representations of work-energy processes // *Am. J. Phys.* 69, 184 (2001)
- [6] Daane, A.; McKagan, S.; Vokos, S.; Scherr, R. Energy conservation in dissipative processes: Teacher expectations and strategies associated with imperceptible thermal energy // *Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res.* 11, 010109 (2015)
- [7] Singh, C.; Rosengrant, D. Multiple-choice test of energy and momentum concepts // *Am. J. Phys.* 71(6), 607-617 (2003)
- [8] Chen, Z.; Demirci, N.; Choi, Y.; Pritchard, D. To draw or not to draw? Examining the necessity of problem diagrams using massive open online course experiments // *Phys. Rev. Phys. Educ. Res.* 13, 010110 (2017)
- [9] De Cock, M. Representation use and strategy choice in physics problem solving // *Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res.* 8, 020117 (2012)
- [10] Movre, M. Utjecaj vizualizacije na uspjeh u rješavanju zadataka iz mehanike. Diplomski rad. Zagreb: Prirodoslovno-matematički fakultet, 2014.