

# Razvitak spektrometara za klasičnu atomsku spektroskopiju

---

**Metelko, Sara**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2018**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:864082>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-31**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Sara Metelko

RAZVITAK SPEKTROMETARA ZA  
KLASIČNU ATOMSKU SPEKTROSKOPIJU

Diplomski rad

Zagreb, 2018

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ  
FIZIKA; SMJER NASTAVNIČKI

**Sara Metelko**

Diplomski rad

**Razvitak spektrometara za klasičnu  
atomsku spektroskopiju**

Voditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Damir Veža

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2018

*Prvenstveno bi željela zahvaliti svom mentoru prof. Damiru Veži na svim prijedlozima i savjetima tijekom pisanja ovog rada.*

*Od srca zahvaljujem svojim roditeljima za svaku riječ podrške i poticaja tijekom studija.*

*Hvala kolegama Nenadu i Petri za svaki savjet i trenutak proveden u suradnji.*

*Posebno hvala mojem Borni koji je sve ove godine bio moj najveći oslonac.*

## Sažetak

Spektrometar je uređaj koji izravno elektronskim detektorom registrira spektar i mjeri njegov intenzitet. Budući da spektri nastaju na različite načine, spektrometri su vrlo različiti u izvedbi i stupnju složenosti. Ovaj diplomski rad obrađuje povijesni razvoj optičkih spektrometara, od prvih s prizmom do suvremenih kao što su Michelsonov interferometar i Fourier transform spektrometar (FTS). Naglasak je na proučavanju fizičkih osnova rada najvažnijih vrsta optičkih spektrometara.

Ključne riječi: prizma, difrakcijska rešetka, intenzitet, rezolucija

# **Diploma thesis title**

## **Abstract**

Spectrometer is a device that registers the spectrum directly by the electronic detector and measures its intensity. Since spectra are produced in different ways, spectrometers are very different in performance and degree of complexity. This graduate thesis deals with the historical development of optical spectrometers, from the first ones with prism to the contemporary ones such as Michelson's interferometer and Fourier transform spectrometer (FTS). The emphasis is on studying the physical basis of the most important types of optical spectrometers.

Keywords: prism, diffraction grating, intensity, resolution

# Sadržaj

<b>1. Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2. Povijest, proizvodnja i obrada stakala za optičke instrumente</b>	<b>2</b>
2.1. Izrada stakla.....	2
<b>3. Proizvodnja i povijest prizme</b>	<b>4</b>
3.1. Prvi spektroskop s prizmom.....	6
3.2. Lom nevidljivog svjetla u prizmi.....	7
3.3. Suvremeni spektrometar s prizmom.....	8
<b>4. Proizvodnja i povijest optičke rešetke</b>	<b>16</b>
4.1. Povijest optičke rešetke.....	16
4.2. Izrada suvremenih optičkih rešetaka.....	17
4.3. Bljesak.....	19
4.4. Učinkovitost rešetke.....	20
4.5. Testiranje optičkih rešetaka.....	21
4.6. Jednadžba rešetke.....	21
4.7. Intenzitet.....	23
4.8. Rezolucija.....	28
4.9. Disperzija.....	29
4.10. Slobodno spektralno područje.....	30
4.11. Rešetke kao disperzivni elementi.....	30
4.12. Primjeri rešetaka.....	31
4.13. USB spektrometar.....	32
<b>5. Echelle spektrometar</b>	<b>34</b>
5.1. Princip rada Echelle spektrometra.....	34
5.2. Karakteristike Echelle rešetaka.....	36
5.3. Kutna disperzija Echelle rešetke.....	38
5.4. Moć razlučivanja Echelle rešetke.....	39
<b>6. Interferometri</b>	<b>40</b>
6.1. Michelsonov interferometar.....	40
6.2. Fourier transform spektrometar.....	43
<b>7. Metodički dio</b>	<b>47</b>
7.1. Nastavna priprema Bohorov model atoma.....	47
<b>8. Zaključak</b>	<b>59</b>
<b>9. Dodatak</b>	<b>60</b>
<b>10. Literatura</b>	<b>63</b>

## **1. Uvod**

Spektrometrija datira iz 1600-ih, kada je Isaac Newton prvi put otkrio da se svjetlost dijeli na dugine boje (spektar vidljive svjetlosti) prolaskom kroz staklo. Sam spektar očigledno je vidljiv fenomen, ali su bila potrebna stoljeća iscrpnih istraživanja kako bi se proučavanje ovakvog fenomena razvilo u znanstvenu disciplinu. Spektrometrija proučava interakciju između svjetla i tvari te se koristi za mjerenje intenziteta zračenja i valnih duljina. Sastavni je dio znanstvenog procesa u različitim disciplinama koje koristi spektrometre za daljnja istraživanja. Omogućila je teorijsku podlogu ranim kvantnim istraživanjima zračenja i atomske strukture te također ima nevjerovatan broj drugih primjena. Na primjer omogućava nam određivanje sastava dalekih astralnih tijela kroz njihove spektre i valne duljine, a koristi se i za testiranje dopinga u sportu. Cilj ovog diplomskog rada je prikazati nastanak i razvoj pojedinih spektrometara kroz povijest.



## 2. Povijest, proizvodnja i obrada stakala za optičke instrumente [1]

Staklo ima dugu povijest od 5000 godina i prošlo je zanimljivu evoluciju. Neki od bitnih događaja u povijesti stakla su:

- 3100. g. pr. Kr - najstariji stakleni predmeti pronađeni u Egiptu
- 1500. g. pr. Kr - u Egiptu i Siriji pronađeni su mali stakleni predmeti izrađeni pomoću kalupa.
- 650. g. pr. Kr - prvi priručnik za izradu stakla u Asirskoj knjižnici
- 1. g. - tehnika puhanja stakla izumljena je u Babilonu
- 25.-400 g. - brzi razvoj tehnike taljenja stakla te tehnike oblikovanja razvijene na Mediteranu tijekom rimske ere
- 100. g. - cijena stakla brzo pada i po prvi put postaje dostupno običnim građanima
- 1330. g. - francuski proizvođači stakla proizvode "krunsko staklo" u Rouenu, Francuska
- 1500. g. - Angelo Barovier izumio je "kristal", bistro, bezbojno staklo
- 1590. g. - proizvodnja staklenih leća za mikroskope i teleskope u Nizozemskoj
- 1600. g. - Francuska je postala glavna snaga u industriji stakla
- 1608. g. - prvo američko staklo napravljeno je u Jamestoneu
- 1765.-1800. g. - proizvodnja kristalnog stakla i industrijska revolucija započele su novo doba u industriji stakla
- 1903. god. - automatski stroj za puhanje stakla izumio je Michael Owens
- 1950.-1960. g. - znanost o staklu postala je važna istraživačka disciplina. Veliki centar za istraživanje stakla osnovao je Ford Motor Co.

### 2.1. Izrada stakla [1]

Staklo je ne-kristalna amorfna krutina koja je uglavnom prozirna i ima veoma raširenu praktičnu, tehnološku i dekorativnu upotrebu. Najpoznatiji, a ujedno i povijesno najstariji tip stakla su silikatna stakla na bazi silicijevog dioksida ( $SiO_2$ ) ili kvarca, koji je primarni sastojak pijeska. U prirodi, vitrifikacija kvarca nastaje kada munja udari pijesak, stvarajući šuplje, granajuće korijenaste strukture zvane fulguriti. Izraz "staklo" često se definira u širem smislu te obuhvaća svaku krutinu koja posjeduje amorfnu strukturu i koja pokazuje stakleni prijelaz kada se zagrijava i prelazi iz krutog prema tekućem stanju. Porculan i mnogi termoplastični polimeri poznati iz svakodnevnog uporabe također su stakla. Za mnoge primjene, poput staklenih bočica ili naočala koriste se akrilna stakla ili polikarbonati jer su lakši od tradicionalnog stakla. Sintetički kvarc je staklo od kemijski čistog silicija. Ima izvrsnu toplinsku otpornost, npr. može ga se potopiti u vodu dok je je užaren. Međutim, njegova visoka temperatura taljenja ( $1723^\circ C$ ) i viskoznost otežavaju rad s njim. Uobičajeno je da se dodaju druge tvari radi pojednostavlivanja obrade. Jedna od takvih tvari je natrijev karbonat ( $Na_2CO_3$ , "soda") koja snižava temperaturu prijelaza kod stakla. Soda čini staklo topljivim u vodi, što je nepoželjno, pa se još dodaju vapno ( $CaO$ , kalcijev oksid), magnezijev oksid ( $MgO$ ) i aluminijev oksid

( $Al_2O_3$ ) kako bi se osigurala bolja kemijska postojanost. Obično staklo sadrži od 70 do 74% mase silicijevog dioksida. Staklo sadrži i druge sastojke za promjenu svojstava refleksije i veću disperziju. Dodavanjem barija povećava se indeks loma stakla. Željezo se može dodati u staklo radi apsorpcije infracrvenog zračenja, dok se cerij (IV) oksid može koristiti za staklo koje apsorbira ultraljubičaste valne duljine. U procesu proizvodnje, silikatno staklo se može izljevati, ekstrudirati i oblikovati u razne oblike, od ravnih ploča do vrlo zamršenih oblika. Gotov proizvod je krhki i pucati će, osim ako ga se ne laminira ili posebno obradi. Nakon što se izmiješaju sve sirovine za izradu stakla, stavljaju se u peć. Nakon taljenja, homogenizacije i rafiniranja (uklanjanje mjehurića), staklo se formira. Ravno staklo za prozore i slične primjene formira se procesom plutajućeg stakla koji su između 1953. i 1957. godine razvili Sir Alastair Pilkington i Kenneth Bickerstaff iz Velike Britanije. Staklo za posude oblikovano je metodama puhanja i prešanja. Kad se dobije željeni oblik, staklo se polagano hladi kako bi se uklonilo naprezanje te povećala tvrdoća i izdržljivost stakla. Nakon toga slijedi površinska obrada, premazivanje ili laminacija kako bi se poboljšala kemijska izdržljivost, čvrstoća ili optička svojstva.

### **3. Proizvodnja i povijest prizme [2]**

Optička prizma je trostrana prizma od stakla ili nekog drugog prozirnog materijala.

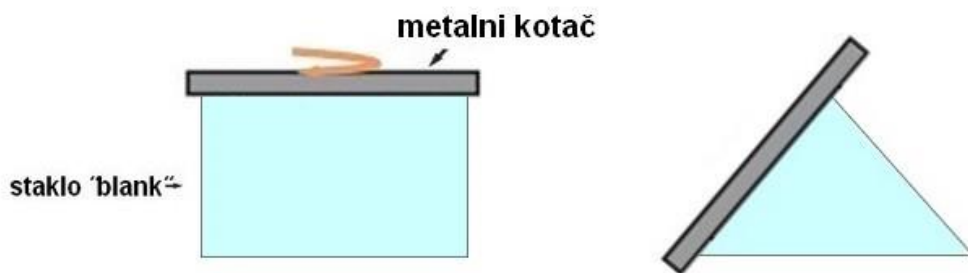
Izrada zahtijeva visoku preciznost i pridržavanje strogih pravila kako bi prizma bila prikladna za uspješnu primjenu. Sama izrada je veoma zahtjevna zbog raznih varijabli na koje treba obratiti pažnju kao npr. oblik, veličina i broj površina.

Prvo, uzima se neobrađen komad stakla (engl. Blank) određene vrste. Stranice prizme se bruse pomoću dijamantne brusilice, (slika 1). Površina stranice mora biti vlažna kako bi se ubrzao proces uklanjanja stakla i spriječilo pregrijavanje samog stakla. Dimenzije buduće prizme vrlo su blizu onima koje zahtijevaju specifikacije. Većina stakla je na ovaj način uklonjena, ali ostaju hrapave površine.

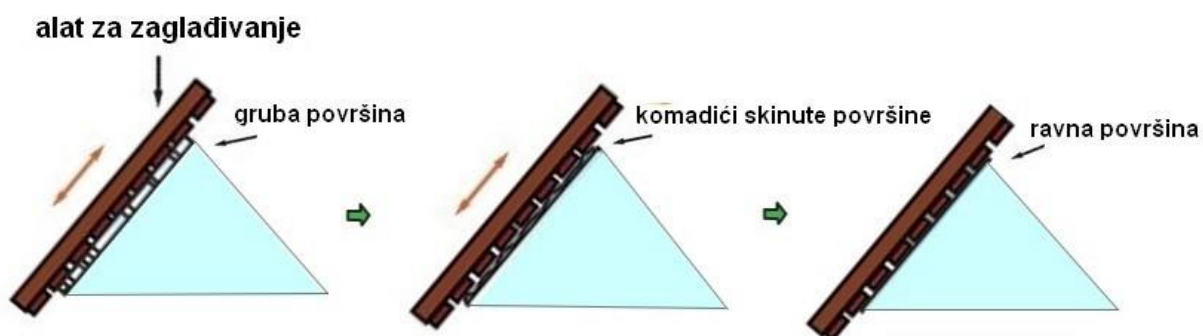
Slijedi proces finog brušenja koji uklanja površinske pukotine nastale nakon prve faze. Faza dva je poznata kao zaglađivanje, (slika 2). Nakon zaglađivanja staklena će površina biti mutna i neprozirna.

Treća faza uključuje poliranje stranica i rezanje do točno traženih dimenzija površina. Staklo se obrađuje poliuretanskom polirkom koja je navlažena optičkim sredstvom za poliranje, (slika 3). Sredstvo za poliranje se tipično sastoji od vode pomiješane s plavcem ili cerij (IV) oksidom. Trajanje poliranja ovisi o potrebnim specifikacijama. Nakon završetka poliranja stranice može se započeti zarubljivanje pomoću rotirajuće dijamantne ploče, (slika 4). Nakon što se uklone oštri rubovi, stranice se čiste, pregledavaju, premazuju anti-refleksijski i/ili metalnim zrcalnim premazima. Proces može biti zahtjevniji i uključivati ponavljanje nekih faza.

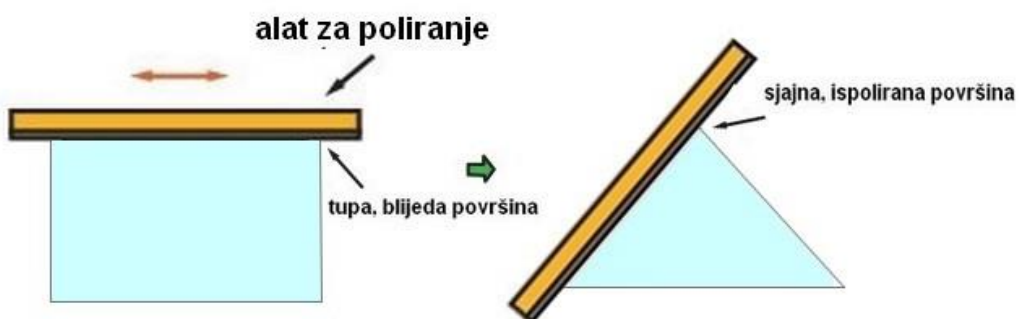
Sve faze obrade stranica prizme u grubo su prikazane na slikama 1- 4.



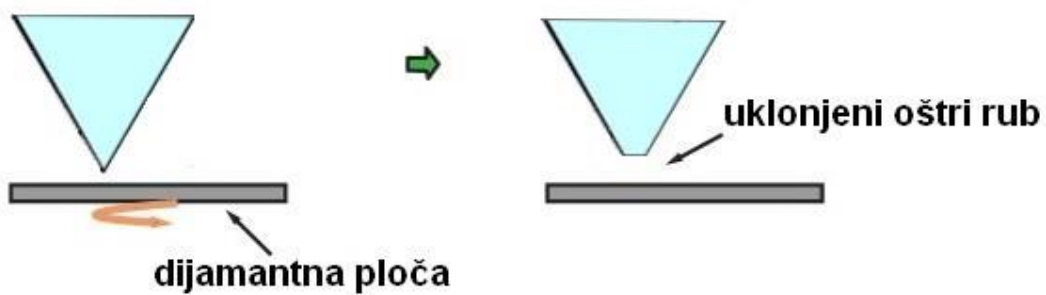
Slika 1: Faza generiranja



Slika 2: Faza zaglađivanja



Slika 3: Faza poliranja

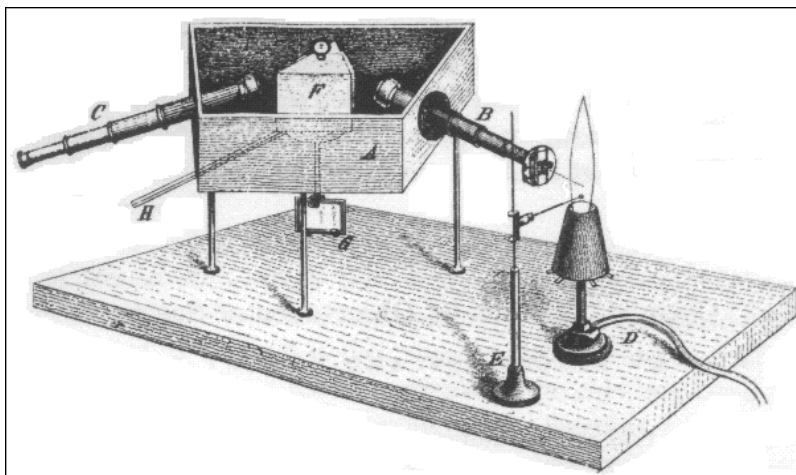


Slika 4: Faza zarublivanja [3]

Tijekom obrade prizme potrebno je stalno prilagođavati i osiguravati svaku površinu koja se obrađuje. Osiguravanje uključuje jednu od dvije metode: blokiranje i kontaktiranje. Blokiranje podrazumijeva postavljanje prizme u metalnu posudu koja se obloži vrućim voskom kako bi se prizmu zaštitilo od oštećenja. Kontaktiranje je s druge strane, proces optičkog lijepljenja koji se obavlja na sobnoj temperaturi gdje se dvije čiste i glatke površine stapaju zajedno. Pri izradi prizme većih dimenzija dolazi do određenih problema: pri procesu hlađenja zaostaju termička naprezanja pa staklo može puknuti. Također mogu ostati mjehurići pa staklo nije homogeno. Nakon svake faze izrade, od stvaranja do blokiranja i kontaktiranja, vješt optičar ručno pregleda i prilagodi površine prizme koje su izrađene. Rad je intenzivan i zahtijeva puno iskustva, vještine i koncentracije.

### 3.1 Prvi spektroskop s prizmom [3]

Na slici 5 prikazan je izvorni Kirchhoffov i Bunsenov uređaj za opažanje spektra.



Slika 5: Izvorna verzija spektroskopa s prizmom koji su napravili Kirchhoff i Bunsen. [3]

Dijelovi njihovog spektrometra su sljedeći:

A je kutija, tamna s unutarnje strane, s trapezoidnim dnom koja stoji na tri noge. U dvjema kosim bočnim stranama kutije, koje međusobno tvore kut od  $58^\circ$ , nalaze se 2 teleskopa B i C. Okular prvog se ukloni i zamjeni pločicom koja na sebi ima pukotinu, koju čine dva mjedena ruba namještena u fokus objektivne leće. Svjetiljka D je postavljena prije pukotine tako da se rub plamenika nalazi na osi cijevi B. Bunsenov plinski plamenik je upravo jedan od onih koji daje visoku temperaturu i stoga je vrlo pogodan za pokuse sa svijetlim linijama. Nešto ispod točke gdje se os teleskopa siječe s rubom plamena nalazi se kraj petlje formirane od žice načinjene od platine koju drži stalak E. Uzorak koji će se istraživati nalazi se u toj petlji. Između objektivnih leća teleskopa B i C nalazi se prizma F vršnog kuta  $60^\circ$ . Prizma se nalazi na postolju

od mesinga koje se može rotirati oko svoje vertikalne osi. Ispod prizme, na istoj osi, nalazi se zrcalo G, a iznad se nalazi ručica H za okretanje prizme i zrcala. Mali teleskop je postavljen prema ogledalu kako bi promatrač vidio horizontalnu skalu u blizini zrcala. Rotiranjem prizme može se dovesti cijeli spektar na liniju teleskopa C. Svaki dio spektra odgovara dijelu očitavanja na skali. Ako je spektar slabo vidljiv, tj. slabog intenziteta, linija teleskopa C može se osvijetliti pomoću leće koja baca dio zraka, sa svjetiljke D, kroz mali otvor na cijevi teleskopa C.

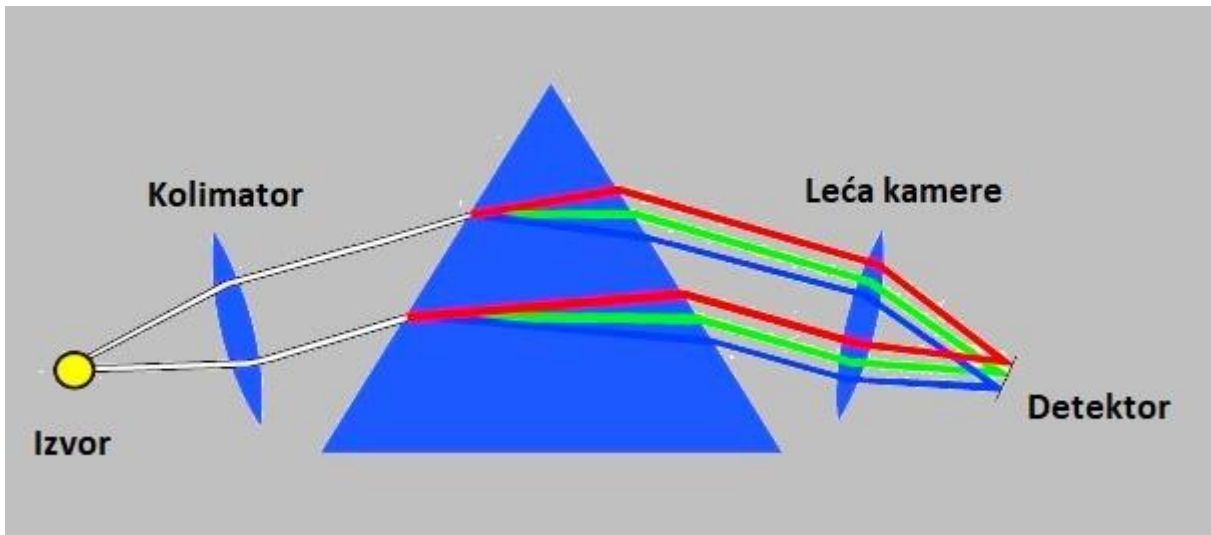
### ***3.2 Lom nevidljivog svjetla u prizmi***

Kad vidljivo svjetlo prolazi kroz staklenu prizmu, ono se razlaže na valne duljine koje su oku vidljive. Vidljivo svjetlo uključuje valne duljine od 400 nm do 800 nm, ultraljubičasto ima valne duljine kraće od 400 nm, a infracrveno dulje od 800 nm.

Što se događa s onim oku nevidljivim valnim duljinama? Proučavajući koliko koja svjetlost zagrijava neku materiju Herschel je prvi otkrio infracrvenu svjetlost. Koristeći termometar uočio je da temperatura raste kako se pomicao od plavog prema crvenom kraju spektra vidljive svjetlosti. Odlučio je pomaknuti termometar dalje od crvenog kraja vidljive svjetlosti i uočio je da temperatura i dalje raste. Takvu radijaciju nazvao je infracrvenom što znači "ispod crvene". Nakon što je čuo da je Herschl otkrio infracrveno svjetlo 1800. godine, John Ritter je otkrio svjetlo ispred druge strane spektra - ispred ljubičaste boje. 1801. godine eksperimentirao je s srebrovim kloridom koji pocrni kada se izloži svjetlosti. Čuo je da plava svjetlost izaziva veću reakciju kod srebrovog klorida od crvene svjetlosti i odlučio provesti eksperiment ne bi li potvrdio svoju pretpostavku. Ritter je usmjerio sunčevu svjetlost kroz staklenu prizmu kako bi stvorio spektar, a zatim stavio srebrov klorid u svaki dio spektra. Ustanovio je da srebrov klorid stavljen u crveni dio spektra slabije tamni nego stavljen u ljubičasti dio spektra. Ritter se tada odlučio staviti srebrov klorid u područje neposredno ispred ljubičastog dijela spektra, u području u kojem nije vidljiva nikakva svjetlost i ostao zadivljen što vidi još intenzivnije tamnjenje. Ovaj je pokus pokazao postojanje svjetlosti ispred ljubičastog dijela vidljivog spektra, tj. ultraljubičasto svjetlo.

### 3.3 Suvremeni spektrometar s prizmom

Dijelovi spektrometra su izvor svjetlosti, kolimator (stvara paralelni snop zraka svjetlosti), prizma, leća kamere i detektor. Prizma razdvaja na komponente svjetlost koja dolazi s kolimatora. Leća kamere upadnu svjetlost fokusira na detektor. Cijeli prikaz nalazi se na slici 6.



Slika 6: Pojednostavljen prikaz spektrometra s prizmom i njegovim dijelovima. [6]

#### *Kako se lomi svjetlost? [4]*

Prizma je omeđena s trima ravninama od kojih se dvije sijeku pod ostrim kutom, kutom prizme i označavamo ga s  $\rho$  (slika 7). Zraka svjetlosti se lomi kod ulaza na prizmu u točki A i kod izlaza iz prizme u točki B. U točki A zraka se otklonila od prvobitnog smjera za kut  $\delta_1 = \alpha_1 - \beta_1$ . U točki B za kut  $\delta_2 = \alpha_2 - \beta_2$ . Ukupni otklon ili devijacija zrake svjetlosti od svoga prvobitnog smjera je:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2). \quad (1)$$

Kako je zbroj kuteva u trokutu jednak  $180^\circ$ :

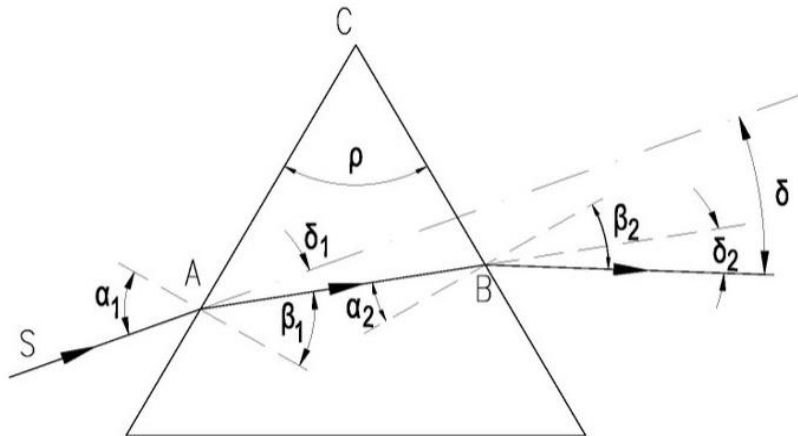
$$(90^\circ - \beta_1) + (90^\circ - \alpha_2) + \rho = 180^\circ, \quad (2)$$

sljedi da je

$$\rho = \beta_1 + \alpha_2. \quad (3)$$

Kada to uvrstimo u izraz za devijaciju (1), dobivamo:

$$\delta = \beta_1 + \alpha_2 - \rho. \quad (4)$$



Slika 7: Lom svjetlosti u prizmi. Svjetlost se lomi na ulazu i na izlazu iz prizme.

Devijacija će biti najmanja kada zraka svjetlosti bude simetrično prolazila kroz prizmu, kada je  $\alpha_1 = \beta_2$ . Ako je kut  $\rho$  malen, imamo tanku prizmu, pa su i svi ostali kutovi maleni. Stoga u izrazu za indeks loma možemo sinuse zamijeniti samim kutovima, to jest:

$$n = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1} = \frac{\alpha_1}{\beta_1} \quad (5)$$

$$n = \frac{\sin\beta_2}{\sin\alpha_2} = \frac{\beta_2}{\alpha_2} \quad (6)$$

Iz toga slijedi:

$$\alpha_1 = n \cdot \beta_1 \text{ i } \beta_2 = n \cdot \alpha_2. \quad (7)$$

Uvrstimo li to u izraz za devijaciju (1), dobit ćemo:

$$\delta = n \cdot (\beta_1 + \alpha_2) - \rho, \text{ tj.} \quad (8)$$

$$\delta = n \cdot \rho - \rho = \rho \cdot (n - 1) \quad (9)$$

Možemo izračunati koja se valna duljina u vidljivom dijelu spektra lomi jače. Usporedimo lom crvene i plave boje čije su valne duljine:  $\lambda_{crvena} = 700 \text{ nm}$  i  $\lambda_{plava} = 400 \text{ nm}$ .

Indeksi lomova ovih boja u staklu iznose  $n_{1,crvena} = 1,516$  i  $n_{1,plava} = 1,538$ , a indeks loma u zraku je  $n_2 = 1$ . Snellov zakon kaže:

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta, \quad (10)$$



stoga

$$n_1 \cdot \sin \alpha = \sin \beta, \quad (11)$$

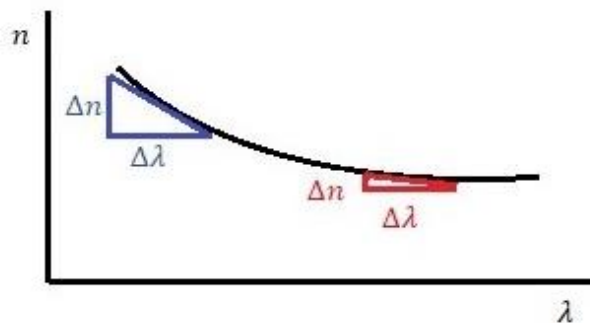
$$\theta = \sin^{-1}(n_1 \sin \alpha). \quad (12)$$

Sljedeći korak je izračun:

$$\theta_{crvena} = \sin^{-1}(1,516 \cdot \sin 40^\circ) = 77,02^\circ \quad (13)$$

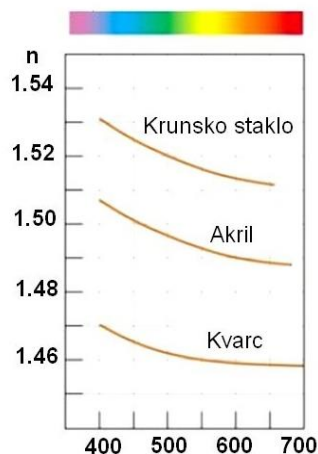
$$\theta_{plava} = \sin^{-1}(1,538 \cdot \sin 40^\circ) = 81,34^\circ \quad (14)$$

Iz ovoga izračuna možemo zaključiti da se plava boja lomi jače, tj. pod većim kutem od crvene boje. Na slici 8 to možemo vidjeti uspoređujući ovisnost indeksa loma o valnoj duljini plave i crvene boje. Napravimo graf kako je prikazano na slici 8. Na y-os postavimo indeks loma, a na x -os valnu duljinu i promatramo promjenu. Što je manja valna duljina, indeks loma je veći, a što je veća valna duljina, indeks loma je manji. Manja valna duljina (u ovom slučaju plava) ima veći indeks loma.



Slika 8: Graf ovisnost indeksa loma o valnoj duljini. Prikazan je omjer indeksa loma i valne duljine za točku u plavom i crvenom dijelu spektra.

Na slici 9 također vidimo ovisnosti indeksa loma i valnih duljina, ali ovaj puta za različite vrste materijala, a slika 10 prikazuje poredak boja nakon što bijelo svjetlo padne na prizmu.



Slika 9: Graf ovisnosti indeksa o valnoj duljini za različite materijale [6]



Slika 10: Boje na koje prizma razlaže bijelu svjetlost i njihov poredak. [5]

### ***Kutna disperzija i linearna disperzija prizme [6]***

Prizma omogućava razdvajanje svjetla na valne duljine. Stupanj razdvajanja je prikazan disperzijskom relacijom, a razlikujemo kutnu i linearnu disperziju.

Nadalje ćemo raspravljati kako odrediti kutnu disperziju određenog stakla. Indeks loma stakla je funkcija valne duljine. Snellova jednadžba pisana u obliku:

$$n \cdot \sin\left(\frac{\rho}{2}\right) = \sin\left(\frac{\delta_{min} + \rho}{2}\right) \quad (15)$$

naziva se još Fraunhoferovom jednadžbom, gdje je  $\gamma$  upadni kut, a  $\delta_{min}$  kut minimuma defleksije (slika 7). Ta jednadžba nam može poslužiti za dobivanje kutne i linearne disperzije.

Zapišimo jednadžbu 15 na sljedeći način:

$$\delta_{min} = 2 \cdot \arcsin\left[n \cdot \sin\left(\frac{\rho}{2}\right)\right] - \rho. \quad (16)$$

Nema eksplicitne ovisnosti o valnoj duljini, samo indeks loma ovisi o valnoj duljini,

$n = n(\lambda)$ . Provedemo lančano pravilo diferencijalnog računa te dobijemo kutnu disperziju (17).

$$\frac{d\delta_{min}}{d\lambda} = \frac{d\delta_{min}}{dn} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \quad (17)$$

Derivaciju  $\frac{d\delta_{min}}{dn}$  dobijemo iz jednadžbe za  $\delta_{min}$  koristeći gornju formulu za diferencijalni kvocijent arcsin funkcije (16):

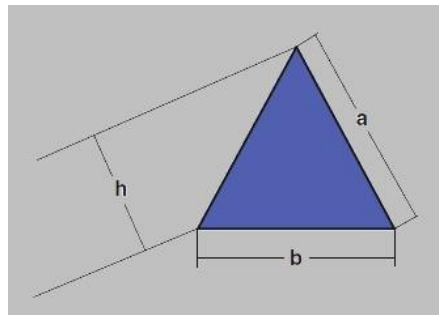
$$\frac{d\delta_{min}}{dn} = \frac{2 \cdot \sin\left(\frac{\rho}{2}\right)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\rho}{2}}} \quad (18)$$

Kao dodatak imamo jednadžbu (19) koju dobijemo iz slike 10.

$$\sin \frac{\rho}{2} = \frac{b}{2a} \quad (19)$$

i

$$\frac{d\delta_{min}}{dn} = \frac{2 \cdot \sin\left(\frac{\rho}{2}\right)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\rho}{2}}} = \frac{2 \cdot \frac{b}{2a}}{\frac{h}{a}} = \frac{b}{h} \quad (20)$$



Slika 11: Prizma kao element koji ograničava difrakciju. [6]

Uzimanjem u obzir žarišne duljine leće kamere  $f_2$ ,  $d(\delta_{min} \cdot f_2) = dx$  dobivamo linearnu disperziju prizme u  $mm$  po jedinici valne duljine.

$$\frac{d(\delta_{min} \cdot f_2)}{d\lambda} = \frac{dx}{d\lambda} = \frac{b \cdot f_2}{h} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \quad (21)$$

Izvedene formule za kutnu i linearnu disperziju ne predstavljaju općeniti slučaj.

### *Moć razlučivanja prizme*

Razmotrit ćemo spektralnu rezoluciju koju možemo postići pomoću spektroskopa s prizmom. Paralelna valna fronta koja pada na prizmu ograničena je veličinom prizme. Zbog toga se refrakcija svjetlosti na različitim valnim duljinama koja se difraktira u različitim smjerovima naziva difrakcijom limitirana valna fronta. Rayleighev kriterij daje:

$$\Delta\delta_{min} = \frac{\lambda}{h} \quad (22)$$

Spektralna rezolucija je definirana s  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$  te u nju uvrštavamo valnu duljinu iz jednadžbe (22).

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = h \cdot \frac{\Delta\delta_{min}}{\Delta\lambda}. \quad (23)$$

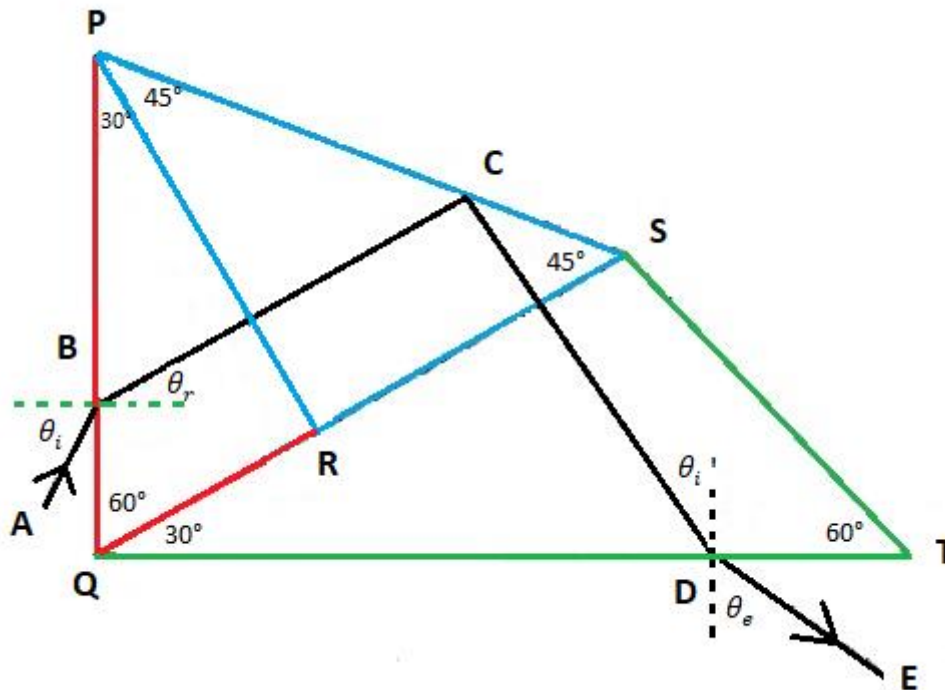
Rezolucija raste sa širinom snopa, stoga i s veličinom prizme. Zamijenimo  $\frac{\Delta\delta_{min}}{\Delta\lambda}$  s izrazom za linearnu disperziju (21) i dobijemo:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = h \cdot \frac{\Delta\delta_{min}}{\Delta\lambda} = h \cdot \frac{b}{h} \cdot \frac{dn}{d\lambda} = b \cdot \frac{dn}{d\lambda}, \quad (24)$$

gdje je  $\frac{dn}{d\lambda}$  ponašanje indeksa loma ovisno o valnoj duljini. Imajmo na umu da se teorijska rezolucija prizme može postići samo u idealnim uvjetima.

**Prizma s konstantnom devijacijom [7]**

U praksi je posebno zanimljiv slučaj prizme s konstantnom devijacijom. Prizma s konstantnom devijacijom je sastavljena od dvije prizme s kutom loma  $30^\circ$ , (PQR i QST) i s reflektirajućom prizmom PRS (vidi sliku 12). AB je upadna zraka, a  $\theta_i$  je upadni kut. Za određeni upadni kut BC postaje normala na PR te se upadna zraka potpuno reflektira na PS.



Slika 12: Prizma s konstantnom devijacijom. [7]

$$\sphericalangle PQT = 90^\circ, \sphericalangle BCD = 90^\circ, \quad (25)$$

$$\sphericalangle QBC + \sphericalangle QDC = 180^\circ. \quad (26)$$

Budući da je

$$\sphericalangle QBC = 90^\circ + \theta_r, \text{ i } \sphericalangle QDC = 90^\circ - \theta_i, \quad (27)$$

pa imamo

$$(90^\circ + \theta_r) + (90^\circ - \theta_i) = 180^\circ. \quad (28)$$

Dakle,  $\theta_r = \theta_i$  i izlazna zraka je okomita na upadnu. Kada je upadni kut jednak izlaznom kutu i kut devijacije je  $90^\circ$ , zraka će prolaziti s minimalnom devijacijom.

Moderni spektrometri s prizmom koriste prizmu konstantne devijacije ili Pellin-Broca prizmu. Spektrometar s konstantnom devijacijom naziva se CDS<sup>1</sup> ili Pellin-Broca spektrometar. Kada se refrakcija kroz prizmu odvija na takav način da je upadni kut jednak izlaznom kutu, refraktirana zraka biti će paralelna s dnom prizme, slika 12. Takav kut poznat je kao kut minimalne devijacije  $\delta_m$ . Za bilo koju drugu vrijednost  $i$ , vrijednost  $\delta$  se povećava.

Slika CDS-a nalazi se na slici 13. Kolimator i teleskop su fiksni i njihove osi su okomite jedna na drugu. Prizma je učvršćena na stolić koji se može okretati oko svoje osi. Bubanj je kalibriran pomoću poznate valne duljine neke tvari (izvora) koju koristimo za kalibraciju.



Slika 13: Ruski spektrometar UM-2 s Pellin Broca prizmom.

---

<sup>1</sup> CDS- Constant Deviation Spectrometer

## 4. Proizvodnja i povijest optičke rešetke

### 4.1 Povijest optičke rešetke

Princip konstrukcije difrakcijske rešetke otkrio je James Gregory nedugo nakon Newtonovog eksperimenta s prizmom. Izrada prve difrakcijske rešetke obično se pripisuje američkom astronomu Davidu Rittenhouseu. On je uzeo vlasi kose koje je nanizao paralelno te ih napeo pomoću drvenih letvica. Pomoću vijaka u letvicama je mogao povećavati ili smanjivati napetost vlasi. Koliko god takva rešetka izgleda grubo, bila je dovoljna da demonstrira efekt difrakcije svjetlosti. Rittenhouse nije dalje nastavio razvijati tu ideju, a njegov rad, iako objavljen, privukao je malo pažnje u to vrijeme. Tek 1813. godine njemački je fizičar Joseph von Fraunhofer obnovio interes za difrakcijsku rešetku. Fraunhofer je bio nezadovoljan kvalitetom tadašnjih rešetki te je odlučio poboljšati njihovu izradu. Za podlogu je uzeo staklo premazano tankim slojem zlata. Oštrim "zubom" od dijamanta urezivao je zareze u staklo. S tako poboljšanim rešetkama mogle su se točnije izmjeriti apsorpcijske linije Sunčevog spektra, danas znane kao Fraunhoferove linije.

Henry A. Rowland (1848.-1901.) smatra se "ocem modernih difrakcijskih rešetki". Dizajnirao je stroj za izradu difrakcijskih rešetki (1899. godine) i napravio rešetku s 120.000 zareza (oko 4,724 zareza po mm). Sa svojim suradnicima na Sveučilištu Johns Hopkins osmislio je i implementirao niz strojeva za izradu optičkih rešetaka. Njegovi strojevi mogli su proizvesti rešetke veličine 20 cm.

Albert A. Michelson uspio je napraviti rešetke sa zarezima veličine 25,5 cm koje su imale izvrsnu rezoluciju. Moderna era započinje s DMI<sup>2</sup> uređajima. DMI se opsežno koristi za kalibraciju i mehaničku kontrolu pokreta u preciznoj strojnoj obradi. Superpozicijom dviju svjetlosnih zraka (valnih duljina iz vidljivog dijela spektra) formira se interferencijski uzorak i mogu se detektirati i najmanje promjene u razlici optičkih puteva. Baš zato što su promjene dosta uočljive, optička se interferometrija održala više od stotinu godina kao vrijedna tehnika mjerenja. Njezina točnost je uznapredovala kako je izumljen laser.

---

<sup>2</sup> DMI- Displacement Measuring Interferometer

#### **4.2 Izrada suvremenih optičkih rešetaka [8]**

Optička rešetka radi se tako da se na staklo nanese tanki sloj aluminijske te se u aluminij urezuju zarezi pomoću oštrog "zuba" od dijamanta, koji zbog svoje tvrdoće lako prolazi aluminijem. Staklo pogodnih dimenzija najprije se polira te se u vakuumu nanosi sloj aluminijske koji može varirati između 0,4 mikrona (za razmak zareza od  $1/1200 \text{ mm}$ ) do 18 mikrona (za razmak zareza od  $1/12 \text{ mm}$ ). Vrijeme urezivanja zareza ponekad može biti jako dugo, npr. stroj može gravirati 12 zareza u min odnosno  $2,4 \text{ mm/h}$  za razmak od  $1/300 \text{ mm}$ .

Veličina gravirane površine, tj. sama duljina zareza ovisi o mehaničkim ograničenjima stroja.

Danas postoji nekoliko metoda izrade rešetke:

##### 1. Metoda

Rešetke rađene na potpuno mehaničkim strojevima ograničene su na duljinu zareza od 15 cm. One rađene na strojevima kontroliranim pomoću interferometara, ograničene su na tipičnu duljinu zareza od 25 cm, ali moguće su duljine zareza veće i od 25 cm. Rešetke visoke razlučivosti napravljene su pomoću visokokvalitetnih mehaničkih uređaja.

##### 2. Metoda

Danas se koristi i fotolitografska tehnika. Fotolitografske tehnike stvaraju rešetke iz holografskog uzorka interferencije. Holografske rešetke imaju sinusoidalni profil pruga ("zareze") i često se koriste u monokromatorima.

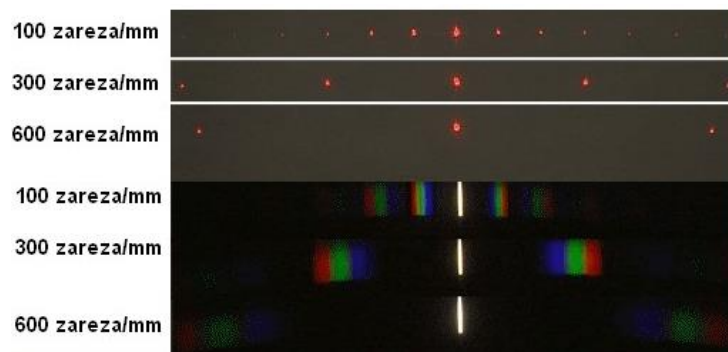
##### 3. Metoda

VPH (eng. "*Volume phase holography diffraction gratings*") difrakcijske rešetke nastaju korištenjem reflektivnog gela. One nemaju fizički utor, već periodičnu modulaciju refrakcijskog indeksa unutar gela. Time se uklanjaju mnogi efekti površinskog raspršenja koji se obično vide u drugim vrstama rešetki. Ove rešetke imaju veću učinkovitost. U starijim verzijama takvih rešetki gel je bio osjetljiv na okolinu, tj. trebalo ga je držati na niskoj temperaturi u vlažnom prostoru. Sada su fotosenzibilne tvari postavljene između dva supstrata koji ih čine otpornim na vlagu te toplinska i mehanička naprezanja.



### ***Razmak zareza***

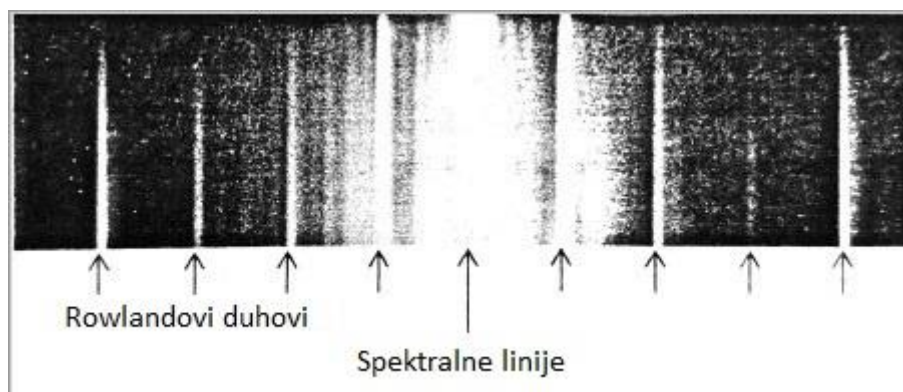
Zarezi nisu ograničeni svojstvima dijamantnog "zuba" već vremenom u kojem stroj radi stabilno i debljinom aluminijskog sloja. Ako je sloj predebeo, postaje zrnat i kristaliziran i zbog toga će loše reflektirati svjetlo. Također, nema smisla raditi zareze uže od valne duljine svjetlosti. Gornja praktična granica je 4000 zareza/mm, a donja granica je 25 zareza/mm.



Slika 14: Slika prikazuje širinu spektra ovisno o broju zareza po milimetru rešetke za monokromatsku i bijelu svjetlost.

### ***Pogreške kod urezivanja i njihove posljedice***

Na običnim mehaničkim strojevima najčešća je tzv. sinusoidalna greška koja se javlja grupiranjem razmaka zareza. Bilo koja mehanička periodička greška dovodi do periodičkih grešaka u spektru koje izazivaju lažne spektralne linije sa svake strane prave spektralne linije. Slika 15 pokazuje lažne linije koje nose naziv Rowlandovi duhovi. Dobre rešetke imaju intenzitet lažnih linija manji od  $1 \cdot 10^{-5}$  intenziteta linija iz pravog spektra.



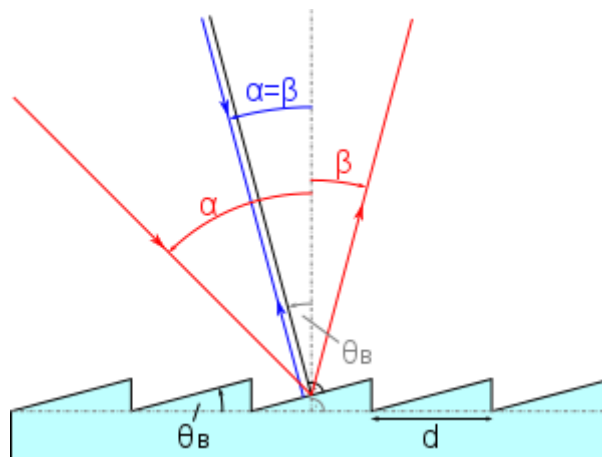
Slika 15: Rowlandovi duhovi koji se pojavljuju u spektru. [8]

Kada uređaj urezuje zareze, može doći do nasumičnih pomaka dijamanta sa zadane linije. Ponekad takvi pomaci budu vidljivi na samo nekoliko zareza, a nekada na nekoliko milimetara

rešetke. Tada se svaki dio ponaša kao zasebna rešetka i svaka proizvodi svoje spektralne linije. Ukupni rezultat, kada su greške male, je prošireni spektar, a kada su greške velike, javljaju se "satelitske linije". One stvaraju posebne probleme kada se promatraju hiperfine strukture ili kod spektara koji sadrže jako naglašene i jako slabo vidljive linije. Tada je vrlo teško razaznati koje su prave linije spektra, a koje lažne.

#### 4.3 Bljesak [8,9]

Kontroliranjem poprečnog presjeka rešetke moguće je većinu difraktirane energije usmjeriti u određeni spektralni red. Najčešće se koristi trokutasti profil zarez, a tehnika se naziva "Blazing". Upadni kut i valna duljina za koje je difrakcija najefikasnija nazivaju se kut bljeska i valna duljina bljeska. Bljesak rešetke je jako bitna osobina s obzirom na to da niti jedna rešetka nije korisna ako ne daje mjerljive vrijednosti svjetla u određenom poretku. Količina svjetla koja se difraktira ne ovisi samo o kvaliteti reflektirajućih površina rešetke, nego i obliku zarez u rešetci. Rayleigh je prvi uočio da se distribucija energetskog toka može izmijeniti modificiranjem oblika zarez rešetke. Dobro napravljena rešetka ima dva kuta bljeska, svaki s jedne strane normale. Rešetka je najučinkovitija kada se koristi točno pod kutom bljeska, a ako se koristi pod drugim kutovima, rubovi zarez interferiraju s upadnim ili difraktiranim svjetlom i smanjuju iskoristivu površinu. Rešetke s manjim razmakom zarez imaju slabo izražen bljesak i raspršuju spektar s jednakim intenzitetom svih valnih duljina, dok je kod rešetke s većim razmakom zarez bljesak naglašeniji i korisna je samo za ograničen opseg kutova.

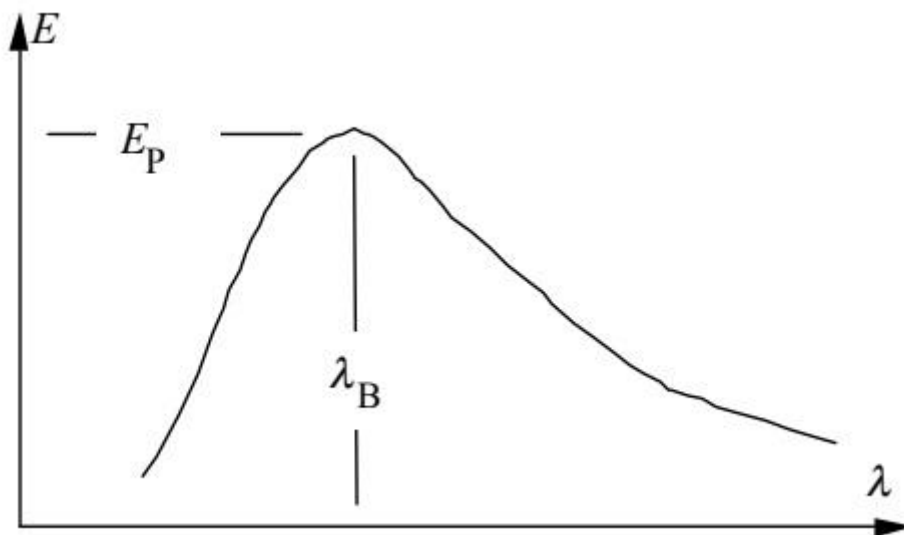


Slika 16: Nastanak bljeska.  $\theta_B$  je kut bljeska, tj. kut između normale stepenice i normale rešetke. [11]

#### 4.4 Učinkovitost rešetke [9]

Učinkovitost rešetke je također jedna od bitnih karakteristika difrakcijske rešetke. Učinkovitost je mjera koliko se optičke snage u  $n$ -tom redu difraktira u usporedbi ukupnom snagom koja upada na rešetku. Apsolutna učinkovitost je definirana kao snaga monokromatske svjetlosti koja se difraktirala u određeni red u odnosu na snagu upadne svjetlosti. Relativna učinkovitost povezuje snagu svjetlosti difraktirane u određeni red sa snagom svjetlosti difraktirane od zrcala koje na sebi ima jednak reflektivni materijal kao i rešetka.

Krivulja učinkovitosti za rešetke ovisi o emisivnosti izvora i odgovoru detektora. Npr. za opažanje vidljive svjetlosti često se koristi silicijev detektor koji je manje osjetljiv u plavom nego u crvenom dijelu, što sugerira da će se vrh učinkovitosti naći u plavom dijelu.

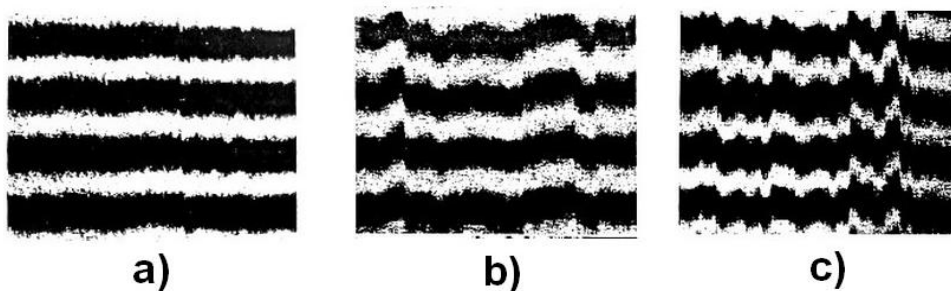


Slika 17: Ova krivulja pokazuje učinkovitost  $E$  rešetke u danom spektralnom redu  $m$ , izmjenom u odnosu na difraktiranu valnu duljinu  $\lambda$ . Maksimum učinkovitosti  $E_p$  javlja za valnu duljinu bljeska  $\lambda_B$ . [9]

Tipična krivulja učinkovitosti prikazana je na slici 17. Ova krivulja odgovara difrakciji u danom redu  $n$ . Krivulja pokazuje jedan maksimum. Vrh krivulje se smanjuje i pomiče prema kraćim valnim duljinama kako se  $m$  povećava. Maksimalna učinkovitost rešetke obično se dobiva jednostavnim glatkim trokutastim profilom zarezova kao što je prikazano na slici 16.

#### 4.5 Testiranje optičkih rešetaka nakon izrade [8]

Rešetke koje se koriste za istraživanja testiraju se prije nego što ih se počne koristiti kako bi istraživač znao što može očekivati od rešetke. Najbitniji test je onaj koji nam govori koliko je ravna valna fronta koja se reflektira od rešetke. Ako je valna fronta savršeno ravna, slika će biti određena isključivo lećama koje tvore sliku u spektrografu, a ako nije savršeno ravna, bit će vidljive aberacije i greške u konačnom spektru. Takav test se provodi pomoću Michelsonovog interferometra. Slika 18 prikazuje izgled interferencijskih pruga dobivenih obasjavanjem rešetke monokromatskom svjetlošću s obzirom na kvalitetu rešetke.

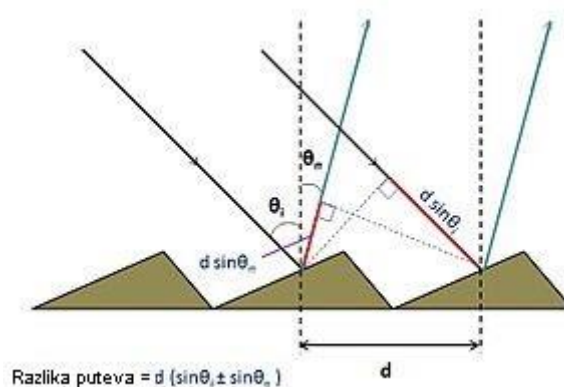


Slika 18: Izgled interferencijskih pruga ovisno o kvaliteti rešetke. Kvaliteta rešetke pada od slike a) prema slici c). [8]

#### 4.6 Jednadžba rešetke [9]

Prema Huygens–Fresnel principu, svaka točka prethodne valne fronte propagirajućeg vala može se smatrati izvorom novog vala. Valna fronta u svakoj sljedećoj točki može se odrediti tako da se sumiraju doprinosi od svakog individualnog izvora.

Rešetka može biti reflektivnog ili transmitivnog tipa. Rešetke imaju "nulti red" (gdje  $n = 0$ ), gdje ne dolazi do difrakcije. U slučaju reflektivne rešetke, za nulti red se zraka svjetlosti ponaša prema zakonima refleksije kao kod zrcala.



Slika 19: Slika prikazuje razliku puteva između susjednih difraktiranih zraka na optičkoj rešetki te kutove između upadne zrake i normalne rešetke, difraktirane zrake i normale rešetke. [10]

Idealna rešetka sastoji se od zareza razmaknutih za  $d$ , ali  $d$  mora biti veći od valne duljine svjetlosti koja se difraktira. Pretpostavimo da imamo ravni val, monokromatskog svjetla, valne duljine  $\lambda$ , koji upada na rešetku. Svaka točka na rešetci djeluje kao novi izvor iz kojeg se svjetlost širi u svim smjerovima. Nakon što svjetlo difraktira na rešetki, raspršena svjetlost se tada sastoji od zbroja valova koji su proizašli, iz novih izvora. Da bi svjetlo difraktirane zrake došlo do bilo koje proizvoljno izabrane točke u prostoru, mora proći određen put. Taj put varira ovisno od koje pukotine u rešetci gledamo. Kako put varira, tako varira i faza vala. Faze valova se zbrajaju ili oduzimaju u različitim točkama u prostoru i tako nastaju novi bregovi i dolovi, tj. novi val. Na taj način dolazi do konstruktivne ili destruktivne interefencije. Kada je razlika puteva iz dviju susjednih pukotina jednaka polovici valne duljine  $\lambda/2$ , valovi su tada u protufazi i međusobno se poništavaju i dobivamo minimum intenziteta na zaslonu, tamnu liniju, tj. destruktivnu interferenciju. Kada je razlika puteva jednaka valnoj duljini  $\lambda$ , tada su valovi u fazi i zbrajaju se te dobivamo maksimum intenziteta na zaslonu, svijetlu liniju, tj. konstruktivnu interferenciju.

Ako ravni val upada na rešetku pod kutom  $\theta_i$ , tada je uvjet maksimuma dan s:

$$d \cdot (\sin\theta_i - \sin\theta_n) = n \cdot \lambda \quad (29)$$

i naziva se jednađžba rešetke.

Kutovi koji daju maksimume su:

$$\theta_n = \arcsin \left( \sin\theta_i - \frac{n\lambda}{d} \right). \quad (30)$$

Kada svjetlo upada okomito na rešetku, difraktirana svjetlost ima maksimume za kutove  $\theta_n$  koje daje:

$$d \sin\theta_n = n \cdot \lambda, \quad (31)$$

Gdje je  $\theta_n$  kut između difraktirane zrake i normale rešetke (slika 19),  $d$  je udaljenost između dvije pukotine. Za kut  $\theta_n = 0$  dobivamo centralni maksimum i tada je  $n = 0$ .  $n$  može biti pozitivan ili negativan cijeli broj, a minimumi i maksimumi su poredani s dvije strane rešetke ovisno o predznaku  $n$ -a. Navedene jednađžbe (29,30,31), vrijede ako se obje strane rešetke nalaze u istom mediju, kao na primjer zrak, voda i sl.

#### 4.7 Intenzitet [12]

##### Interferencija valova iz rešetke s dvije pukotine [12]

Razmotrimo interferenciju valova iz dvije pukotine (slika 20). Neka su komponente električnih polja iz točke  $S_1$  i točke  $S_2$  u točki P polja dane s:

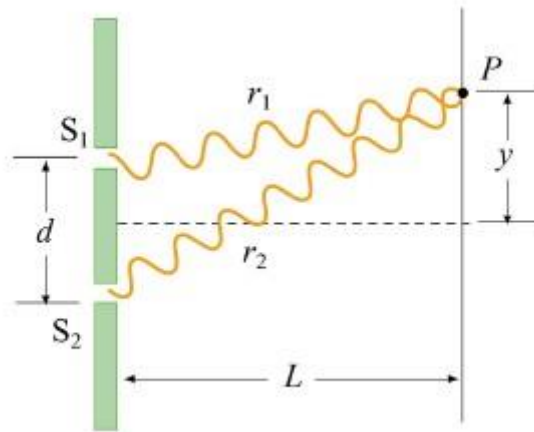
$$E_1 = E_0 \sin \omega t \quad (32)$$

i

$$E_2 = E_0(\sin \omega t + \phi). \quad (33)$$

Valovi imaju amplitude jednake  $E_0$ .

Zbog toga što val iz pukotine 2 pređe veću udaljenost  $\delta$  do točke P,  $E_2$  ima pomak u fazi  $\phi$  u odnosu na  $E_1$  iz prve pukotine.



Slika 20: Interferencija na dvije pukotine [12]

Za konstruktivnu interferenciju, ako je razlika puteva  $\delta = \lambda$ , to odgovara faznom pomaku  $\phi = 2\pi$ . To implicira:

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\phi}{2\pi} \quad (34)$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta. \quad (35)$$

Ukupno električno polje možemo dobiti superpozicijom:

$$E = E_1 + E_2 = E_0[\sin \omega t + (\sin \omega t + \phi)] = 2E_0 \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + \sin\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right). \quad (36)$$

U gornjoj jednadžbi (36) iskorišten je trigonometrijski identitet:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \quad (37)$$

Intenzitet je proporcionalan kvadratu ukupnog električnog polja usrednjenom po vremenu.

$$I \propto \langle E^2 \rangle = 4E_0^2 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \langle \sin^2\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right) \rangle = 2E_0^2 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (38)$$

ili

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right), \quad (39)$$

gdje je  $I_0$  maksimalan intenzitet na zaslonu.

Uvrstimo jednadžbu (35) u gornju izraz dobivamo intenzitet interferencije na dvije pukotine

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}\right) \quad (40)$$

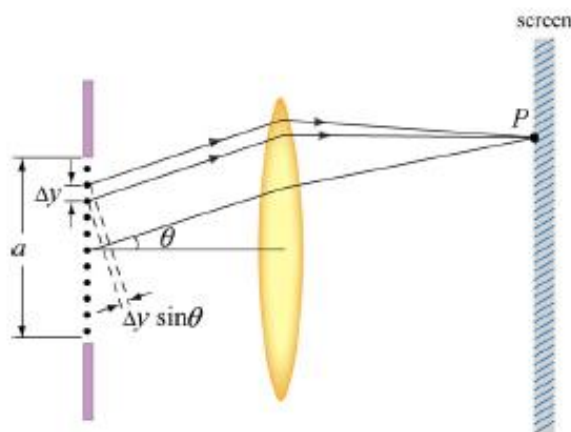
### ***Difrakcija na rešetki s jednom pukotinom***

Kako možemo odrediti distribuciju intenziteta uzorka koji proizvede difrakcija na jednoj pukotini? Da bi tako nešto mogli izračunati moramo prvo pronaći ukupno električno polje dodajući doprinose polja iz svake točke pukotine.

Podijelimo pukotinu u  $N$  malih zona širine  $\Delta y = a/N$ , kao što je prikazano na slici 21. Leća se koristi kako bi zrake dovele na točku P.

Pretpostavit ćemo da je  $\Delta y \ll \lambda$  tako da je svo svjetlo iz dane zone u fazi. Relativna razlika puta dviju susjednih zona je  $\delta = \Delta y \sin\theta$ . Relativan pomak u fazi  $\Delta\beta$  je dan omjerom:

$$\frac{\Delta\beta}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\Delta y \sin\theta}{\lambda} \Rightarrow \Delta\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta y \sin\theta \quad (41)$$



Slika 21: Fraunhoferova difrakcija na jednoj pukotini. [12]

Pretpostavimo da valna fronta iz prve točke (gledajući od vrha) dolazi u točku P na platnu s električnim poljem danim s:

$$E_1 = E_{10} \sin(\omega t). \quad (42)$$

Električno polje iz susjedne točke 2 imati će fazni pomak  $\Delta\beta$  i polje je

$$E_2 = E_{10} \sin(\omega t + \Delta\beta). \quad (43)$$

Budući da svaka sljedeća komponenta ima isti fazni pomak u odnosu na prethodnu, električno polje iz neke točke  $N$  tada iznosi:

$$E_N = E_{10} \sin(\omega t + (N - 1)\Delta\beta), \quad (44)$$

ukupno električno polje tada je suma individualnih doprinosa:

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_N = E_{10} [\sin\omega t + \sin(\omega t + \Delta\beta) + \dots + \sin(\omega t + (N - 1)\Delta\beta)]. \quad (45)$$

Ukupni fazni pomak između točke  $N$  i točke 1 je:

$$\beta = n\Delta\beta = \frac{2\pi}{\lambda} N\Delta y \sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta, \quad (46)$$

gdje  $N\Delta y = a$ . Izraz za ukupno polje (45) može se pojednostaviti koristeći se trigonometrijskom relacijom

$$\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = 2\sin\alpha \sin\beta. \quad (47)$$

Kako bi se trigonometrijska relacija mogla koristiti u jednadžbi (45), treba imati na umu da je:

$$\begin{aligned} \cos(\omega t - \Delta\beta/2) - \cos(\omega t + \Delta\beta/2) &= 2\sin\omega t \sin(\Delta\beta/2), \\ \cos(\omega t + \Delta\beta/2) - \cos(\omega t + 3\Delta\beta/2) &= 2\sin(\omega t + \Delta\beta) \sin(\Delta\beta/2), \\ \cos(\omega t + 3\Delta\beta/2) - \cos(\omega t + 5\Delta\beta/2) &= 2\sin(\omega t + 2\Delta\beta) \sin(\Delta\beta/2), \\ &\vdots \\ \cos[\omega t + (N - 1/2)\Delta\beta] - \cos[\omega t + (N - 3/2)\Delta\beta] \\ &= 2\sin[\omega t + (N - 1)\Delta\beta] \sin(\Delta\beta/2). \end{aligned} \quad (48)$$

Dodavanjem članova, svi članovi osim dva na lijevo se ponište i njihovom kombinacijom se dobiva:

$$\begin{aligned} \cos(\omega t - \Delta\beta/2) - \cos[\omega t - (N - 1/2)\Delta\beta] \\ = 2\sin(\omega t + (N - 1)\Delta\beta/2) \sin(N\Delta\beta/2), \end{aligned} \quad (49)$$

s rezultatom:



$$[\sin\omega t + \sin(\omega t + \Delta\beta) + \dots + \sin(\omega t + (N - 1)\Delta\beta)] = \frac{\sin[\omega t + (N - 1)\Delta\beta/2]\sin(\beta/2)}{\sin(\Delta\beta/2)}. \quad (50)$$

Ukupno električno polje tada postaje:

$$E = E_{10} \left[ \frac{\sin(\beta/2)}{\sin(\Delta\beta/2)} \right] \sin(\omega t(N - 1)\Delta\beta/2). \quad (51)$$

Intenzitet je proporcionalan kvadratu ukupnog električnog polja usrednjenom po vremenu.

$$\langle E^2 \rangle = E_{10}^2 \left[ \frac{\sin(\beta/2)}{\sin(\Delta\beta/2)} \right]^2 \langle \sin^2(\omega t(N - 1)\Delta\beta/2) \rangle = \frac{1}{2} E_{10}^2 \left[ \frac{\sin(\beta/2)}{\sin(\Delta\beta/2)} \right]^2. \quad (52)$$

Izrazimo  $I$  kao

$$I = \frac{I_0}{N^2} \left[ \frac{\sin(\beta/2)}{\sin(\Delta\beta/2)} \right]^2, \quad (53)$$

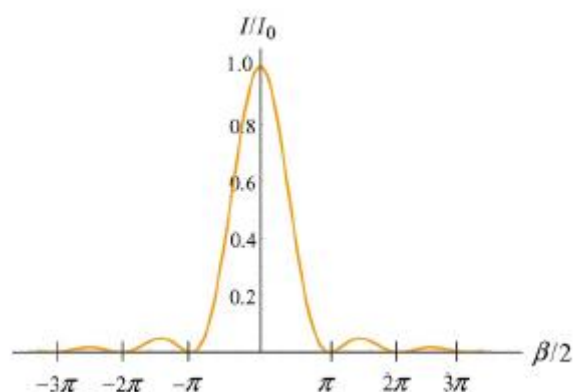
gdje je faktor  $N^2$  dodan kako bi osiguralo da  $I_0$  odgovara intenzitetu u centralnom maksimumu  $\beta = 0$  ( $\theta = 0$ ). Kada  $\Delta\beta \rightarrow 0$

$$N \sin(\Delta\beta/2) \approx N \Delta\beta/2 = \beta/2 \quad (54)$$

i intenzitet postaje:

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 = I_0 \left[ \frac{\sin(\pi a \sin \theta / \lambda)}{\pi a \sin \theta / \lambda} \right]^2. \quad (55)$$

Na slici 22 nalazi se graf omjera intenziteta  $\frac{I}{I_0}$  kao funkcije  $\beta/2$ .



Slika 22: Intenzitet Fraunhoferovog difrakcijskog uzorka za jednu pukotinu. [12]

### ***Intenzitet difrakcijskog uzorka na rešetki s dvije pukotine [12]***

Pogledajmo sada intenzitet difrakcije na jednoj pukotini i interferencije na dvije pukotine. Oni su dani s:

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin(\pi a \sin \theta / \lambda)}{\pi a \sin \theta / \lambda} \right]^2 \quad \text{intenzitet difrakcije na jednoj pukotini}$$

$$I = I_0 \cos^2 \left( \frac{\phi}{2} \right) = I_0 \cos^2 \left( \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \quad \text{intenzitet interferencije na dvije pukotine}$$

Pretpostavimo da sada imamo dvije pukotine, svaku širine  $a$  i razmak među pukotinama neka je dan sa  $d$ . Rezultantni interferencijski uzorak za dvije pukotine će također uključivati difrakcijski uzorak zbog individualne pukotine. Intenzitet ukupnog uzorka je jednostavno produkt dvije gore navedene funkcije:

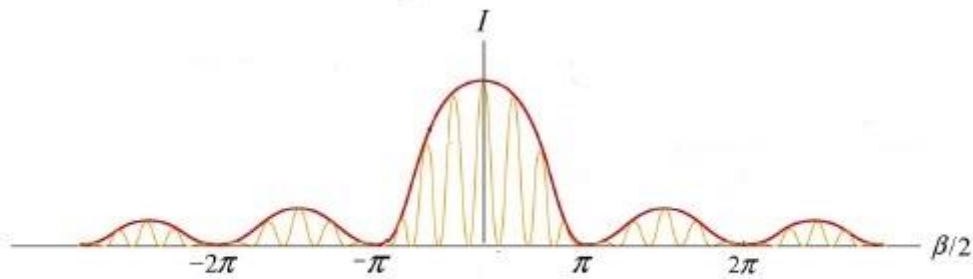
$$I = I_0 \cos^2 \left( \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \left[ \frac{\sin(\pi a \sin \theta / \lambda)}{\pi a \sin \theta / \lambda} \right]^2 \quad (56)$$

Prvi i drugi član u gore navedenoj jednažbi odnose se na faktor interferencije i faktor difrakcije.

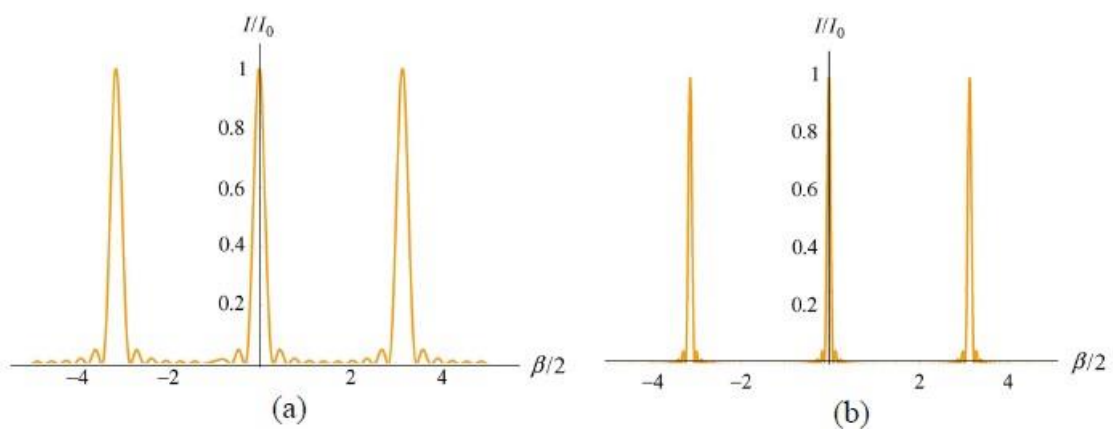
### ***Difrakcija na rešetki s $N$ pukotina [12]***

Usporedbom prikaza distribucije intenziteta za  $N = 2$  (slika 23),  $N = 10$  i  $N = 30$  (slike 24a i 24b) možemo zaključiti da se maksimumi sužuju kako broj pukotina raste. Također je jasno vidljivo da omjer visine prvog maksimuma i prvog slijedećeg raste kako raste broj pukotina.

Na slici 23 možemo vidjeti da je razlika u visini između centralnog i prvog maksimuma manja nego na slici 24a, a još manja od razlike u visini između maksimuma na slici 24b.



Slika 23: Distribucija intenziteta za dvije pukotinu na difrakcijskoj rešetki. [12]



Slika 24: Distribucija intenziteta za difrakcijsku rešetku s više pukotina. a) Broj pukotina  $N = 10$  i b) broj pukotina  $N = 30$ . [12]

#### 4.8 Rezolucija [14]

Kako bismo dobili rezoluciju difrakcijske rešetke, uzmimo u obzir jednadžbu rešetke  $n\lambda = d \sin\theta$  i derivirajmo je.

$$n d\lambda = a \cos\theta d\theta. \quad (57)$$

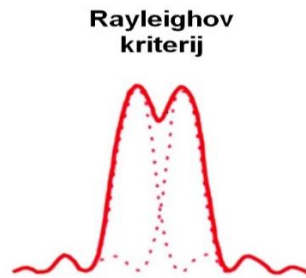
Ona nam govori da je  $n$ -ti maksimum valne duljine  $\lambda + d\lambda$  pomaknut od maksimuma valne duljine  $\lambda$  za  $d\theta$ .

Možemo se zapitati za koju se najmanju vrijednost  $d\lambda$  mogu jasno razlučiti  $n$ -ti  $\lambda$  i  $\lambda + d\lambda$  maksimumi. Maksimume možemo razlikovati kada je kutna širina  $d\phi$   $n$ -tog maksimuma valne duljine  $\lambda$  manja od udaljenosti dva maksimuma.

$$d\phi \leq d\theta.$$

Uzmemo li rešetku kao seriju velikog broja zarezova  $N \gg 1$  s razmakom zarezova  $d \cos\theta$ , možemo uočiti minimum koji se događa pod kutom za koji je doprinos iz  $n < N/2$  zarezova u protufazi s onim iz  $n + N/2$  zarezom. Upravo nam to govori Rayleighev kriterij. Dvije spektralne linije

bliskih valnih duljina i jednakog intenziteta bit će razlučene ako maksimum difrakcijske slike prve linije padne na prvi minimum difrakcijske slike druge linije (slika 25).



Slika 25: Rayleighov kriterij.

Za difrakcijsku rešetku širine  $W = Nd$  zarezi moraju biti razmaknuti za  $\frac{W \cos\theta}{2}$  kako bi doprinosi bili u protufazi.

$$\frac{2\pi W \cos\theta}{\lambda} d\phi = \pi, \quad (58)$$

$$d\phi = \frac{\lambda}{W \cos\theta}. \quad (59)$$

Kombinacijom jednadžbi (57) i (59) dobivamo spektralnu rezoluciju :

$$d\lambda = \frac{\lambda d}{nW} = \frac{\lambda}{nN} \rightarrow \frac{\lambda}{d\lambda} = nN = R. \quad (60)$$

Taj broj je numerički jednak ukupnom broju valnih duljina koje se mogu naći u razlici puteva između dva kraja rešetke. Kako bi se povećala rezolucija rešetke, sama rešetka mora biti veća, kut difrakcije mora biti veći ili oboje.

#### 4.9 Disperzija

Kutna disperzija je dana s  $\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{\tan\theta}{\lambda}$  i inverzna linearna disperzija s  $\frac{d\lambda}{dl} = \frac{d\lambda}{P d\theta} = \frac{\lambda}{P \tan\theta}$ . P je žarišna duljina leće koja se koristi za dobivanje slike na zastoru.

#### 4.10 Slobodno spektralno područje

Slobodno spektralno područje se može odrediti postavljanjem  $n \cdot \lambda_1 = (n + 1) \cdot \lambda_2$ . Kada je razlika u valnim duljinama malena u usporedbi s  $\lambda_2$ ,

$$\lambda_1 - \lambda_2 = F_\lambda \approx \frac{\lambda}{n} = \frac{\lambda^2}{a \sin\theta}. \quad (61)$$

Odgovarajuća veličina u valnim brojevima je

$$F_\sigma = \frac{\sigma}{n} = \frac{1}{a \sin\theta}. \quad (62)$$

#### 4.11 Rešetke kao disperzivni elementi [10]



Slika 26: Prikazuje bijelu svjetlost promatranu kroz transmisijsku rešetku. Red  $m = 0$  odgovara direktnoj transmisiji svjetlosti kroz rešetku. U prvom pozitivnom redu ( $m = +1$ ), boje s rastućim valnim duljinama (od plave do crvene boje) koje se difraktiraju pod rastućim kutovima. [10]

Ovisnost valne duljine u jednadžbi rešetke pokazuje da rešetka razdvaja upadnu polikromatsku svjetlost na njene komponente, tj. na valne duljine. Rešetka je tada disperzivni element. Svaka valna duljina koja upada na rešetku difraktira se u drugačijem smjeru. Kad se rešetka osvjetli bijelom svjetlošću, vidimo dugine boje. Prikaz raspršenja je dan na slici 26. Iz jednadžbe rešetke (31) vidljivo je da kut reda  $n$ ,  $\theta_n$ , ovisi samo o broju zareza na rešetci, a ne o njihovom obliku. Rešetke su određene svojom gustoćom zareza, tj. brojem zareza po jedinici duljine, uglavnom po milimetru. Maksimalna valna duljina koju rešetka može raspršiti jednaka je dvostrukom periodu rešetke i u tom slučaju su upadna i raspršena svjetlost pod kutom od  $90^\circ$  u odnosu na normalnu rešetke. Područja valnih duljina za koja se koristi optička rešetka su od 100 nm do 10  $\mu\text{m}$ . U tom slučaju gustoća zareza na rešetci varira od nekoliko desetaka zareza po milimetru do nekoliko tisuća zareza po milimetru.

#### 4.12 Primjeri [12]



Slika 27: Utori cd-a djeluju kao rešetka [10]

Difrakcijske rešetke koriste se u monokromatorima, spektrometrima, laserima, optičkim impulsnim sklopovima i mnogim drugim optičkim instrumentima. CD-ovi i DVD-ovi su svakodnevni primjeri difrakcijskih rešetaka. Površina CD-a ima mnogo malih utora različitih dimenzija, koji su raspoređeni spiralno, u plastici. Površina plastike je premazana tankim metalnim slojem. Struktura DVD-a je optički slična, iako može sadržavati više od jedne površine s utorima. Površine su slojevito raspoređene unutar diska.

#### *Prirodne rešetke [110]*

Biofilm na površini akvarija može proizvesti efekte difrakcijske rešetke kada su bakterije u biofilmu jednake veličine i jednako razmaknute. Struktura kristala predstavlja difrakcijsku rešetku za elektromagnetsko zračenje, manjih valnih duljina od vidljivog svjetla. To je osnova za tehnike poput kristalografije rendgenskih zraka.

Najčešće se boje paunovog perja, boje bisera, krila leptira zamjenjuju s difrakcijskim rešetkama jer daju sličan spektar boja. Uzorak je uzrokovan tankim filmom, a ne rešetkom. Difrakcija daje cijeli spektar boja kako se mijenja kut promatranja. Površine cvijeća također mogu dati difrakciju, ali stanične strukture u biljkama obično su previše nepravilne da bi se proizvela fina geometrija potrebna za difrakcijsku rešetku. Difrakcijski vijenci su šareni prsteni koji okružuju izvor svjetlosti. Obično se promatraju jako blizu izvoru svjetlosti, a uzrokuju ih vrlo sitne čestice poput kapljica vode, kristala leda ili čestica dima. Kad su čestice gotovo jednake veličine, razlažu upadnu svjetlost pod raznim kutovima, a kut ovisi upravo o veličini čestice. Difrakcijski vijenci se najčešće opažaju kod izvora svjetlosti kao što su plamen svijeće ili ulična svjetla u magli.

#### **4.13. USB Spektrometar [14]**

USB spektrometar nema pokretnih dijelova koji se mogu istrošiti ili potrgati za razliku od standardnih spektrometara s difrakcijskom rešetkom kod kojih rešetka rotira. Veličina USB spektrometra varira od 5 do 10 cm. Iznimno ga je lako koristiti, potrebno ga je samo uključiti u računalo i pomoću par jednostavnih koraka ga instalirati. Na slici 28 prikazan je vanjski izgled USB spektrometra.



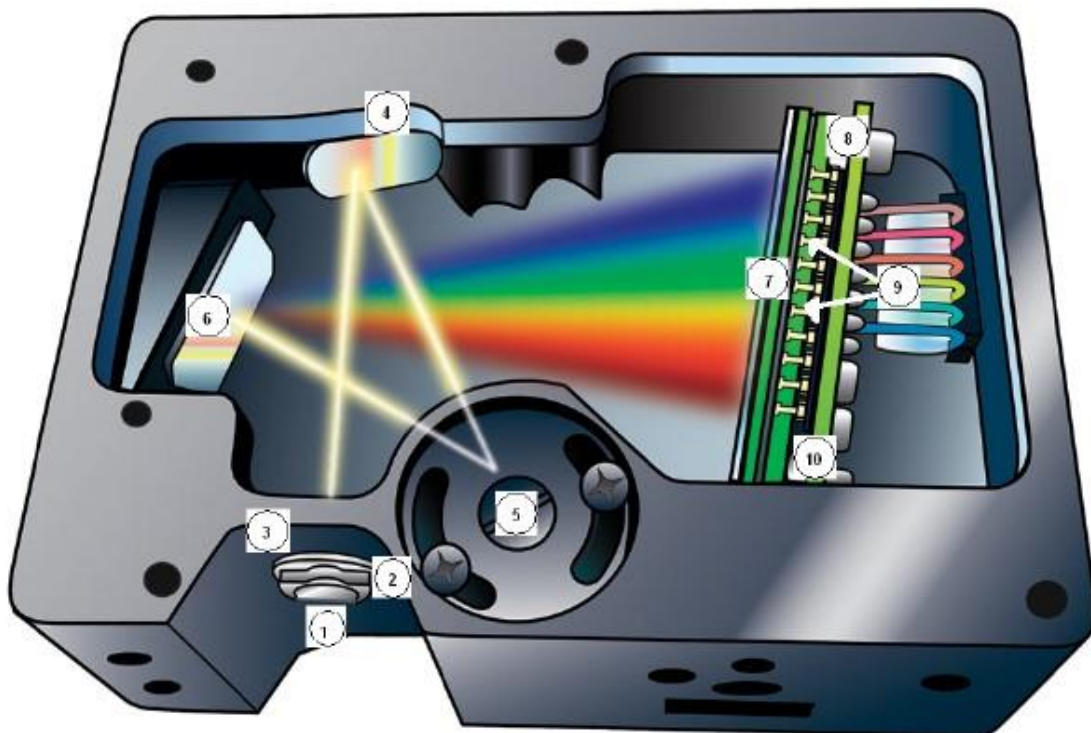
Slika 28: Ocean Optics Red Tide Spectrometar [15]

#### **Princip rada i opis USB spektrometra [14,15]**

Svjetlost se dovodi na ulaznu pukotinu pomoću optičkog kabla, a zatim se (vidi sliku 29) pomoću kolimacijskog zrcala usmjerava na rešetku. Rešetka razdvaja svjetlost na komponente, tj. raspršuje ih pod različitim kutovima. Svjetlo se fokusira pomoću konkavnog zrcala na CCD detektor. CCD detektor pretvara optički signal u električni. Svaki piksel na njegovom senzoru je MOS<sup>3</sup> kondenzator koji reagira na upadnu svjetlost. Upadna svjetlost fotoelektričnim efektom izbija fotoelektrone koji se skladište u kondenzatoru, pa količina naboja na svakom pikselu odgovara količini upadne svjetlosti. Pražnjenjem kondenzatora i mjerenjem naboja dobiva se digitalni signal. Presjek spektrometra prikazan je na slici 27. Naznačene su bitne komponente koje se nalaze u tablici 1.

---

<sup>3</sup> MOS - metal-oxide semiconductor



Slika 29: Poprečni presjek USB spektrometra. [15]

Redni broj	Komponenta
1.	Priključak za optički kabel (fiber).
2.	Otvor čija veličina regulira količinu ulazne svjetlosti te kontrolira spektralnu rezoluciju.
3.	Filter koji propušta samo valne duljine u rasponu 350 – 1000 nm.
4.	Kolimacijsko zrcalo koje fokusira svjetlost na optičku rešetku.
5.	Optička rešetka gdje se svjetlost difraktira i šalje dalje na fokusirajuće zrcalo.
6.	Fokusirajuće zrcalo koje fokusira spektar prvog reda na ravninu CCD detektora.
7.	Leća koja se spaja na detektor zbog povećanja efikasnosti sakupljanja svjetlosnog signala.
8.	CCD detektor
9.	Filter koji blokira spektar drugog i trećeg reda.

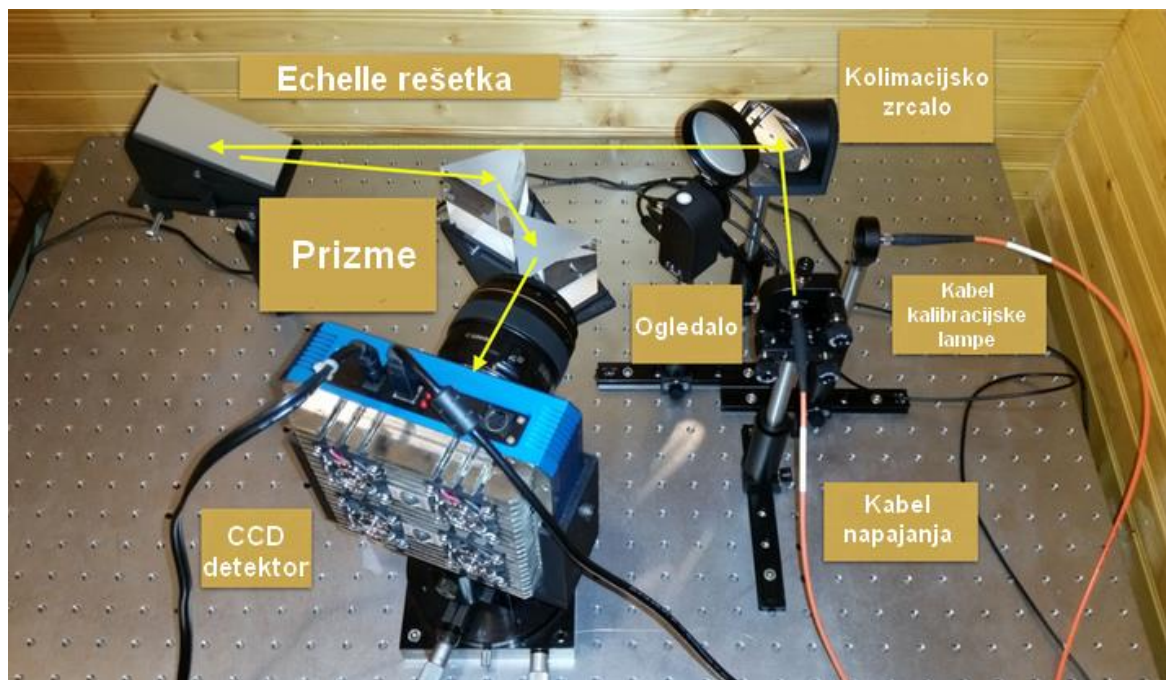
Tablica 1: Opis komponenti USB spektrometra [15]



## 5. Echelle spektrometar

### 5.1 Princip rada Echelle spektrometara [16]

Razvoj Echelle rešetke i njihova uporaba za spektroskopiju visoke rezolucije počinje kasnih 1940-ih kada je George P. Harrison prvi predstavio Echelle rešetku. Predložio križanje Echelle rešetke s instrumentima umjerene disperzije. Shema je bila uspješna i era Echelle spektrometra je započela. Slika 30 prikazuje izgled IRES Echelle rešetke.



Slika 30: IRES Echelle rešetke. (Intermediate Resolution Echelle Spectrometer) [17]

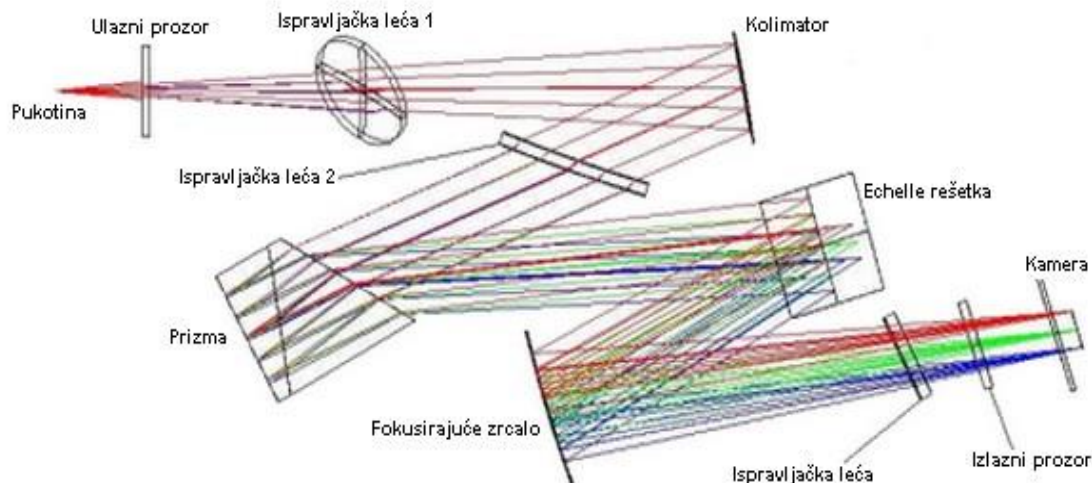
Echelle spektrograf raspršuje svjetlo u dva ortogonalna smjera, koristeći dvije faze disperzije. Ovdje ih možemo označiti kao X i Y smjer. Echelle na francuskom doslovno znači ljestve. Naziv dolazi iz usporedbe spektralnih redova koji su rezultat disperzije u horizontalnom i vertikalnom smjeru, s prečama na ljestvama.

Kao rezultat toga, spektralni podaci su prikazani kao 2D uzorak i mogu se idealno snimiti pomoću 2D detektora, npr. CCD<sup>4</sup> detektora. Echelle spektrometri imaju dvije disperzivne komponente koje mogu biti dvije rešetke ili dvije prizme ili pak kombinacija istih. Oba disperzivna elementa su postavljena tako da raspršuju svjetlost u dva okomita smjera, stoga Echelle spektrometri mogu biti dizajnirani tako da daju visoku spektralnu rezoluciju i široki spektralni pojas.

---

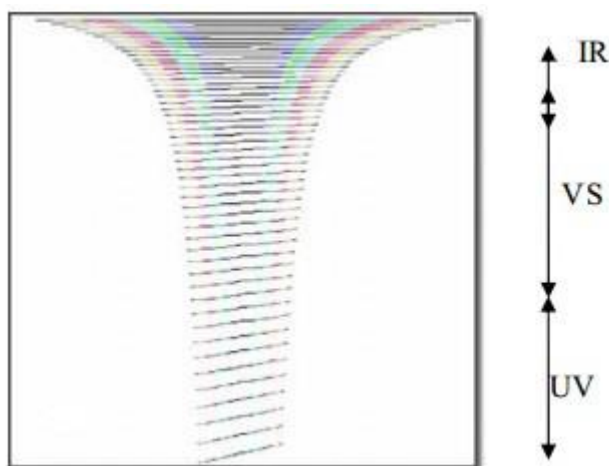
<sup>4</sup> CCD- Charge-Coupled Device

U većini Echelle dizajna nema pokretnih dijelova pa se može ugraditi u prijenosne sustave. Sustavi se mogu konfigurirati tako da omogućuju prikladnu kalibraciju i brzu analizu što ih čini prikladnim za aplikaciju na terenu.



Slika 31: Optički izgled Mechelle 5000 spektrometra. Mechelle ima nekoliko optičkih komponenti dizajniranih tako da smanje učinak aberacije. Takav dizajn osigurava točke koje odgovaraju točno individualnim valnim duljina koje su dobro fokusirane na izlaznoj žarišnoj ravnini što je ključno da bi se osigurala dobra razlučivost i minimalna preklapanja između susjednih spektralnih redova. [16]

Prvi disperzijski element je prizma (prikazana na slici 31), a drugi element je Echelle rešetka. Svjetlost iz ulazne pukotine se prikuplja i usmjerava pomoću kolimatora kako bi se osigurala visoka učinkovitost. Svjetlost prolazi dvaput kroz prizmu kako bi se osigurala vertikalna disperzija valnih duljina spektralnog raspona. Svjetlo zatim pada na Echelle rešetku koja stvara disperziju u vodoravnom smjeru spektra kako bi se postigla odgovarajuća razlučivost. Zrake s Echelle rešetke usmjeravaju se na detektor pomoću leća. Prizma omogućuje da redovi budu optimizirani kako bi bili maksimalno pokriveni valnim duljinama, a da se pritom valne duljine ne preklapaju. Na slici 32 prikazan je echellegram koji nam pokazuje da ako upotrebimo jednostavnu prizmu, možemo vidjeti nisku disperziju u blizini infracrvenog dijela spektra što uzrokuje preklapanje redova, dok visoka disperzija prizme u UV-u uzrokuje da se redovi rasprostiru vrlo daleko i široko.



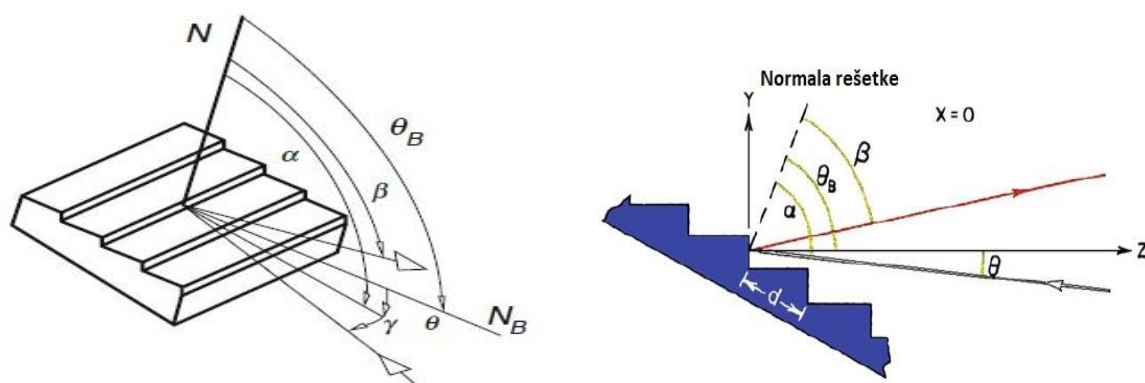
Slika 32: Echellegram. [16]

### 5.2 Karakteristike Echelle rešetka [6]

Echelle je difrakcijska rešetka s relativno malom konstantom rešetke, oko 30 – 300 zarezova/mm. Prema jednažbi rešetke koristi se za velike upadne kutove u visokim redovima. Slika 33 prikazuje geometriju situacija. Kut bljeska nalazi se između z-osi i normale rešetke. Jednažbu optičke rešetke vrijedi i za Echelle rešetku:

$$n \cdot \lambda = d \cdot (\sin \alpha + \sin \beta) \quad (63)$$

Upadni kut je kut  $\alpha$ , a kut difrakcije je  $\beta$ . Oba su u ravnini okomitoj na površinu rešetke i smjer zarezova. Generalizirat ćemo jednažbu rešetke dodavajući kut  $\gamma$  (slika 33)



Slika 33: Definicije kutova u općoj jednažbi rešetke.  $N$  = normala rešetke,  $N_B$  = normalna površina bljeska,  $\gamma$  = kut pod kojim zraka svjetlosti upada na y-z ravninu. [6]

Razlika puteva  $d$  se skraćuje na  $d'$  jer se upadna zraka pod kutom  $\gamma$  projicira na difraktiranu zraku,  $d' = d \cdot \cos \gamma$ .

Zbog tog efekta skraćivanja jednažba postaje:

$$n \cdot \lambda = d \cdot \cos \gamma \cdot (\sin \alpha + \sin \beta). \quad (64)$$

Optička razlika puteva s desne strane jednadžbe linearna je funkcija reda interferencije  $n$ . Uzet ćemo da je  $\beta = konst. = \beta_c$ , tada je desna strana konstanta i  $\lambda = \lambda_c$  je obrnuto proporcionalna redu interferencije  $n$ .

$$\lambda_c(n) = \frac{1}{n} \cdot d \cdot \cos \gamma \cdot (\sin \alpha + \cos \beta_c). \quad (65)$$

Mala promjena centralne valne duljine  $\lambda_c$  kao funkcije od  $n$  je dana kao derivacija  $d\lambda_c/dn \sim 1/n^2$ . Aproximiramo  $\Delta\lambda_c \sim 1/n^2 \cdot \Delta n$  i izaberemo  $\Delta n = 1$  (što znači da razlika između centralnih valnih duljina susjednih redova pada s  $1/n^2$ ). Stoga će se intervali valnih duljina preklapati na visokim redovima. To ćemo pokazati na sljedećem primjeru.

Primjer:

Uzet ćemo  $\alpha = 0^\circ$  i  $\gamma = 0^\circ$  pa je  $n \cdot \lambda = d \sin \beta$  kako bismo mogli promatrati što više redova. Uzimamo rešetku s manjom konstantom rešetke od 150 linija/mm. Za veće konstante rešetke kut difrakcije naraste preko  $90^\circ$  i bio bi difraktiran. Jednadžba rešetke rešetke:

$$\sin \beta = \frac{n \cdot \lambda}{0.006666 \text{ mm}} \quad (66)$$

Testirati ćemo valne duljine vidljivog svjetla, od  $400 \text{ nm}$  do  $700 \text{ nm}$ , svi redovi koji uzrokuju kutove refrakcije manje od  $90^\circ$  dolaze u obzir. Za peti red,  $n = 5$  i  $\lambda = 400 \text{ nm}$ , jednadžba glasi:

$$\sin \beta = \frac{5 \cdot 0.0004 \text{ mm}}{0.006666 \text{ mm}} \quad (67)$$

$$\beta = 17.5^\circ$$

Ostali kutovi mogu na isti način biti izračunati. Tablica 2 prikazuje iznose ostalih kutova.

Broj reda	$\beta$	$\beta$
n	$\lambda = 400 \text{ nm}$	$\lambda = 700 \text{ nm}$
1	3.4°	6.0°
2	6.9°	12.1°
3	10.4°	18.4°
4	13.9°	24.8°
5	17.5°	31.7°
6	21.1°	39.1°
7	24.8°	47.3°
8	28.7°	57.1°
9	32.7°	70.9°

Tablica 2: Tablica koja prikazuje ovisnost kuta refrakcije  $\beta$  o broju reda i valnoj duljini.

Preklapanje se ne vidi za prva dva reda, dok se za treći i četvrti red javlja preklapanje od 1.7°. Iz tablice 2 vidljivo je da je preklapanje sve veće kako raste broj reda.

### 5.3 Kutna disperzija Echelle rešetke [6]

Echelle rešetka je vrsta difrakcijske rešetke koju karakterizira relativno niska gustoća zareza i korištenje u visokim redovima  $n$ . Oblik utora je takav da se može upotrebljavati za velike upadne kutove i u visokim redovima difrakcije. Veći difrakcijski redovi dopuštaju veću disperziju (razmak) spektralnih redova na detektoru što omogućuje veću različitost redova. Konstanta rešetke iznosi od 30 zareza/mm do 300 zareza/mm. Kut  $\theta_B$  je kut bljeska, (Slika 31).

Kutna disperzija je dana s:

$$\frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{n}{d \cdot \cos \gamma + \cos \beta} \text{ rad/mm} \quad (68)$$

Uvrstimo je u jednadžbu rešetke:

$$\frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\lambda \cdot \cos \beta}. \quad (69)$$

Kutna disperzija ne ovisi o kutu  $\gamma$  ni o konstanti rešetke  $d$  i broju reda  $n$ . Ako izaberemo kut bljeska takav da  $\alpha = \beta = \theta_B$  dobijemo relaciju:

$$\frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{2}{\lambda} \cdot \operatorname{tg} \theta_B, \quad (70)$$

Funkcija  $\operatorname{tg}$  povećava kutnu disperziju kako se povećava upadni kut. Velika kutna disperzija zahtijeva velike kutove bljeska.

#### 5.4 Moć razlučivanja Echelle rešetke [6]

Koristimo opet  $\alpha = \beta = \theta_B$ . Teorijska rezolucija Echelle rešetke je

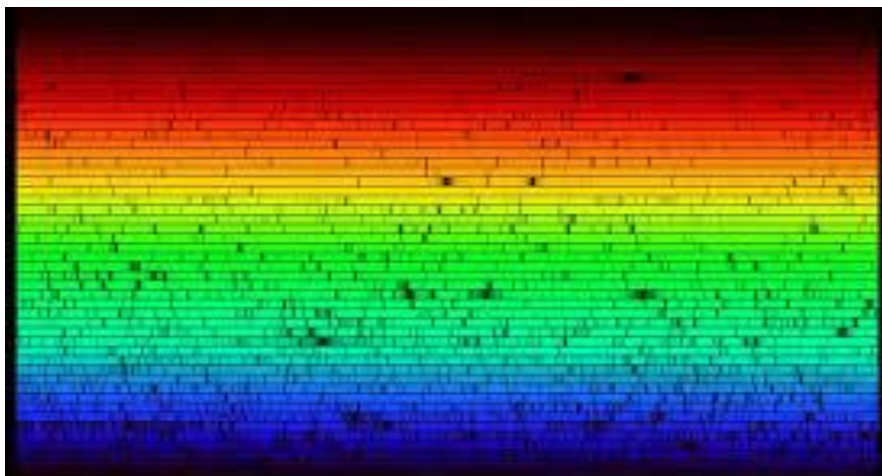
$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = n \cdot N$  ( $N$  = ukupan broj zareza), može se izraziti i s kutom bljeska tako da pojednostavimo jednadžbu za kutnu disperziju.

$$n = \frac{d\beta}{d\lambda} \cdot d \cdot \cos\gamma \cdot \cos\theta_B. \quad (71)$$

Ukupni broj zareza je produkt veličine rešetke  $W$  i konstante rešetke  $g$ ,  $d = 1/g$ . Uz pomoć jednadžbe (71) jednadžbu rezolucije možemo zapisati kao:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = n \cdot N = \frac{2W}{\lambda} \cdot \sin\theta_B. \quad (72)$$

S velikim kutom bljeska postizemo visoku spektralnu rezoluciju. U Echelle načinu rada svi su redovi poslagani jedni iznad drugih, (slika 34).



Slika 34: Echellgram sunčeve svjetlosti. [18]

## 6. Interferometri

Interferometrija je važna istraživačka tehnika u području svih temeljnih i primijenjenih istraživanja. U analitičkoj znanosti interferometri se koriste kako bi se izmjerila dužina i oblik optičkih komponenti do veličinu nanometra. Oni su najprecizniji mjerni instrumenti koji postoje. Interferometri se koriste u znanosti i industriji za mjerenje malih pomaka, promjene indeksa loma i nepravilnosti površina.

### 6.1 Michelsonov interferometar [19]

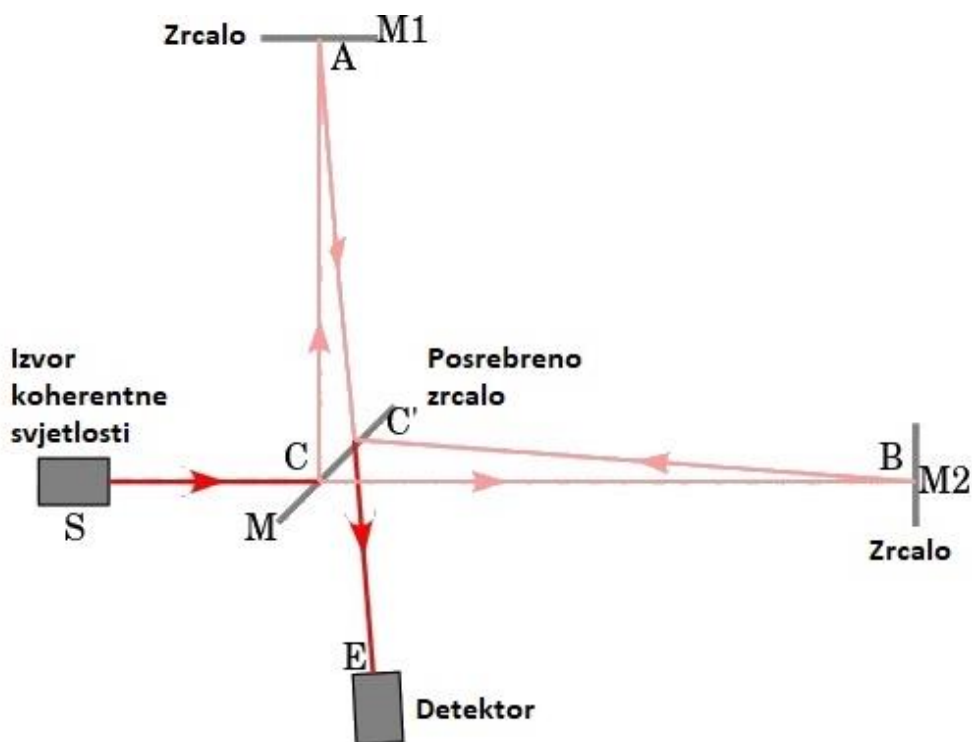
Prvi interferometar, Michelsonov interferometar, postao je poznat po tome što su ga koristili Albert Michelson i Edward Morley u svom poznatom eksperimentu iz 1887. godine. Eksperiment je trebao potvrditi Zemljino kretanje kroz navodni lumboscentni eter, za koji je većina fizičara u to vrijeme vjerovala da je medij u kojem se propagiraju svjetlosni valovi. Rezultat toga eksperimenta opovrgnuo je postojanje takvog etera, što je konačno dovelo do posebne teorije relativnosti i revolucije u fizici početkom dvadesetog stoljeća.

U principu Michelsonov interferometar sastoji se od izvora svjetla, zrcala M1 i M2, djelitelja snopa M i detektora. Slika 35 prikazuje slučaj uporabe koherentnog (laserskog) izvora, kao izvora svjetlosti. Izvor S emitira svjetlost koja pada na površinu djelitelja M u točki C. M je djelomično reflektirajuća površina, tako da dio svjetlosti reflektira zrcalo M2, a dio svjetlosti se reflektira na zrcalu M1. Zrake se rekombiniraju u točki C' te stvaraju interferencijski uzorak koji upada na detektor u točki E. Razlika u putevima stvara faznu razliku između njih, a fazna razlika stvara interferencijski uzorak između prvobitno identičnih valova.

Primjena Michelsonovog interferometra u eksperimentu LIGO<sup>5</sup>, omogućila je 2015. godine prvo izravno opažanje gravitacijskih valova. To opažanje potvrdilo je teoriju prostorno-vremenske distorzije u kontekstu velikih kozmičkih događaja.

---

<sup>5</sup> LIGO- Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory; Eksperiment velikih razmjera i opservatorij za detekciju kozmičkih gravitacijskih valova.

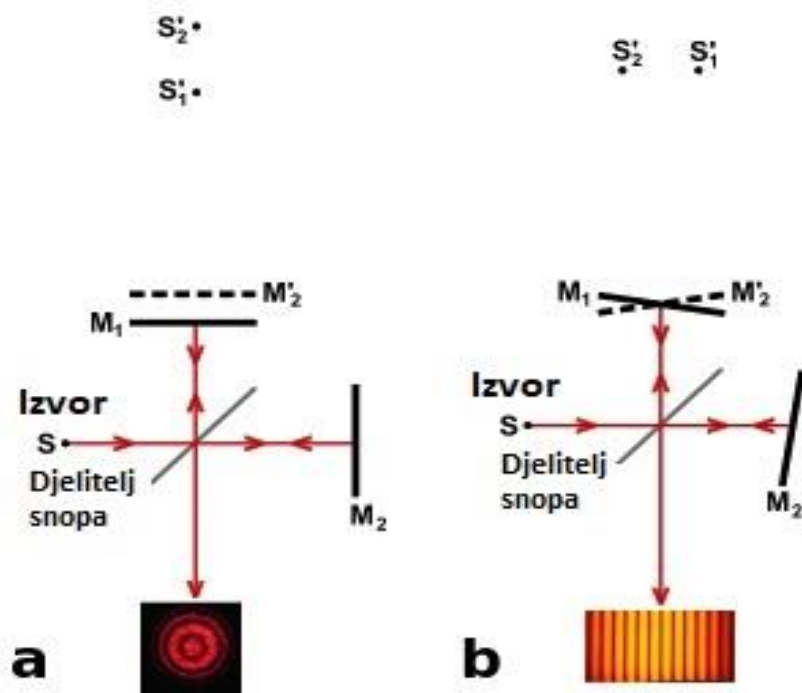


Slika 35: Princip rada Michelsonovog interferometra. [19]

Kao što se vidi na slikama 36a i 36b, promatrač ima izravan pogled na ogledalo M1 vidljivo kroz djelatelj snopa i vidi reflektiranu sliku M'2 ogledala M2. Linije se mogu tumačiti kao rezultat interferencije između svjetlosti koja dolazi iz dvije virtualne slike S'1 i S'2. Karakteristike uzorka interferencije ovise o prirodi izvora svjetlosti te točnoj orijentaciji ogledala i djelatelja snopa. Na slici 36a, optički elementi su orijentirani tako da S'1 i S'2 budu u liniji, a interferencijski uzorak se sastoji od krugova koji su centrirani na normalu od M1 i M'2. Ako su, kao na slici 36b, M1 i M'2 pod nekim kutom, tada linije interferencije imaju oblik konusa (uglavnom hiperbola), a ako se M1 i M'2 preklapaju, linije blizu osi bit će ravno, paralelno i ravnomjerno raspoređene.

Ako je S prošireni izvor, a ne točkasti kao na slici, linije slike 36a moraju se promatrati pomoću teleskopa namještenim u beskonačnosti, a linije slike 36b biti će lokalizirane na zrcalima.

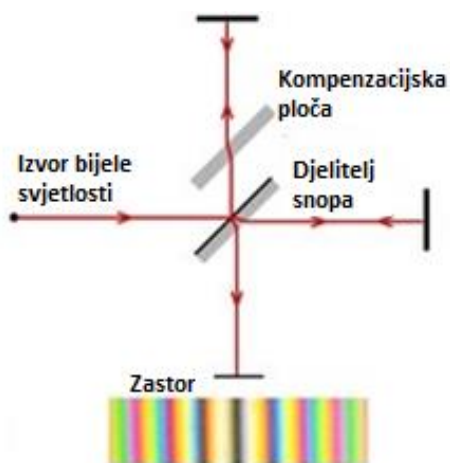




Slika 36: Formiranje linija u Michelsonovom interferometru. [19]

Na slici 36b za izvor je upotrebljeno žuto natrijevo svjetlo. S druge strane, upotrebom bijele (širokopojasne) svjetlosti, centralna linija je oštra, a sve linije dalje od centralne su obojane i vrlo brzo postanu nejasne, tj. ne može se čvrsto odrediti granica među obojanim linijama.

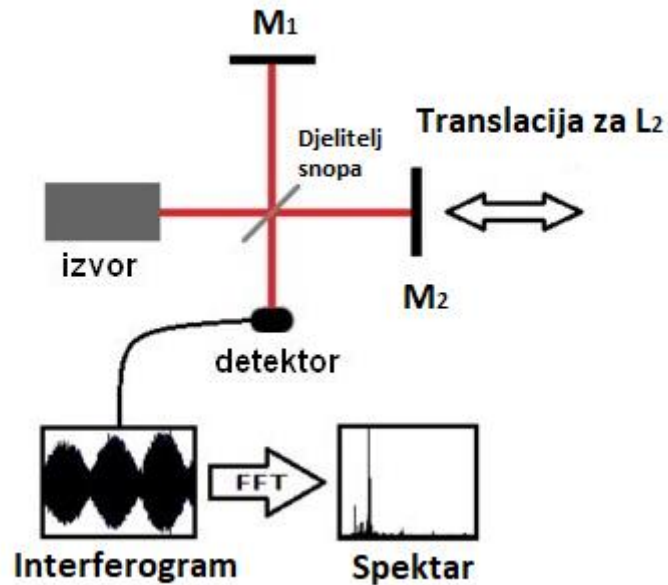
Na slici 37 vodoravna zraka prolazi kroz djelitelj snopa tri puta, dok okomita zraka jednom prolazi kroz djelitelj snopa. Kako bi se ujednačila disperzija na put vertikalne zrake, postavlja se kompenzatorska pločica načinjena od istog materijala kao i djelitelj snopa (slika 37).



Slika 37: Michelsonov intefrerometar koji koristi izvor bijele svjetlosti. [19]

## 6.2 Fourier transform spektrometar [19, 20]

Slika 38 prikazuje konstrukciju Fourier transform spektrometra koji je u suštini Michelsonov interferometar s jednim pokretnim zrcalom. Interferogram nastaje mjerenjem signala na mnogo (diskretnih) položaja pokretnog ogledala. Pomoću Fourierovih transformacija interferogram se pretvara u stvarni spektar. Fourier transform spektrometri imaju značajne prednosti u odnosu na spektrometre s prizmom ili rešetkom.



Slika 38: Princip rada Fourier-transform spektrometara. Dijelovi su: izvor, zrcalo  $M_1$  koje je fiksno, zrcalo  $M_2$  koje je pomično i DS- djelitelj snopa.  $L_2$  dužina puta koja se kontinuirano i uniformno mijenja zbog zrcala  $M_2$  koje se pomiče konstantnom brzinom  $v$ . [19]

Fourier transform spektroskop je temeljen na Michelsonovom interferometru, pod pretpostavkom da izvor emitira monokromatske valove amplitude :

$$E(\omega) = A_0 \cos \omega_0 t, \quad (73)$$

i intenziteta

$$I(\omega) = c \varepsilon_0 E^2 = I_0 \cos^2 \omega_0 t. \quad (74)$$

Dvije interferirajuće parcijalne zrake imaju amplitude:

$$A_i = \sqrt{RT} A_0, \quad (75)$$

gdje su R i T koeficijenti reflektivnosti i transmitivnosti djelitelja snopa DS. Zbog razlike u optičkim putevima  $s_1$  i  $s_2$ , intenzitet interferencije na detektorskoj ravnini je:

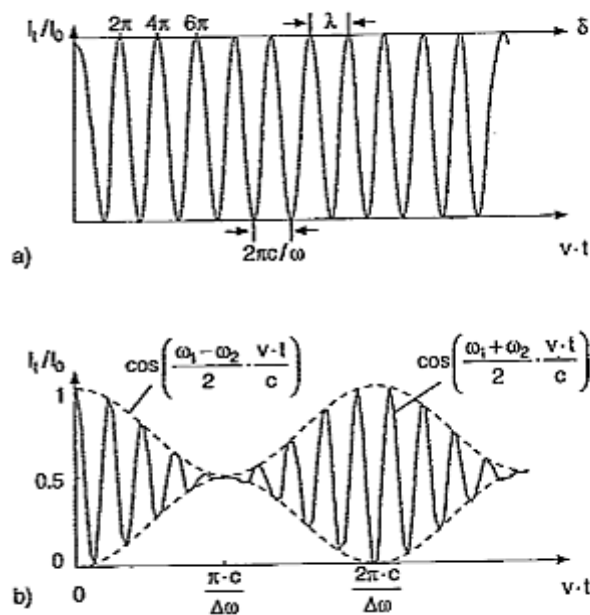
$$I_t = c \varepsilon_0 R T A_0^2 \times [\cos(\omega_0 t + k s_1) + \cos(\omega_0 t + k s_2)]^2 \quad (76)$$

i ovisi o razlici puteva  $\Delta s = s_1 - s_2$ .

Detektor ne može pratiti promjene interferencijske slike uzrokovane brзом optičkom frekvencijom  $\omega_0$ , stoga je signal detektora proporcionalan vremenskom prosjeku  $\langle I(t) \rangle$ . Sa  $\langle \cos \omega_0 t \rangle$  i  $\langle \cos^2 \omega_0 t \rangle = \frac{1}{2}$  iz jednadžbe (76), sa  $s_2 = s_1 + vt$  i  $k = \omega_0/c$  dobivamo:

$$S(t) \propto \langle I(t) \rangle = RTI_0 \left[ 1 + \cos \left( \omega_0 \frac{v}{c} t \right) \right]. \quad (77)$$

Umjesto frekvencije  $\omega_0$  detektor mjeri puno nižu frekvenciju  $\Omega = \omega_0 \frac{v}{c}$  za transmisijski intenzitet usrednjen preko vremenske konstante detektora  $\tau$ .



Slika 39: Normalizirani intenzitet koji daje Fourier transform spektrometar kao funkcija  $v \cdot t$ . a) za monokromatsku upadnu svjetlost. b) za superpoziciju  $I_{01}(\omega_1) + I_{02}(\omega_2)$ , gdje je  $\omega_1 \approx \omega_2$ , gdje je  $\omega_1 \approx \omega_2$ . [20]

Na slici 39a se nalazi signal  $\langle I(t) \rangle$  za monokromatsko upadno zračenje, kao funkcija razlike u fazi  $\delta = \omega_0 \left(\frac{v}{c}\right) t$  koja ovisi o produktu  $v \cdot t$ . Maksimum se javlja ako razlika puteva

$\Delta s = vt$  postane cijeli broj pomnožen valnom duljinom  $\lambda$ .

Matematički, spektar izvora  $I(\omega)$  može se dobiti kroz Fourierove transformacije izmjenjenog signala iz jednadžbe (76). Jednadžbu možemo pisati:

$$I(\omega) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{t=0}^{\tau} S(t) \cos \left( \omega_0 \frac{v}{c} t \right) dt \quad (78)$$

Ako izvor emitira dvije bliske frekvencije  $\omega_1$  i  $\omega_2$ , svjetlost frekvencije  $\omega_1$  i frekvencije  $\omega_2$  interferiraju neovisno. Interferencija između  $\omega_1$  i  $\omega_2$  ima srednju vrijednost nula zato što se razlika u fazi te dvije zrake, različitih frekvencija, periodično mijenja između 0 i  $2\pi$ . Ako je

vremenska konstanta detektora  $\tau$  veća od  $\frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$ , ona ne može pratiti brze promjene. Izmjereni intenzitet usrednjen preko  $\tau$  je tada:

$$\langle I_t(t) \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle. \quad (79)$$

Interferogram je superpozicija interferograma dva monokromatska vala frekvencija  $\omega_1$  i  $\omega_2$  (Slika 34b). Uvrštavanjem  $I_0 = I_1 \cos(\omega_1 t) + I_2 \cos(\omega_2 t)$  u jednadžbu (56) dobijemo:

$$S(t) \propto \langle I(t) \rangle = RT\bar{I}_0 \left[ 1 + \cos\left(\omega_1 \frac{v}{c} t\right) + \cos\left(\omega_2 \frac{v}{c} t\right) \right], \quad (80)$$

s frekvencijama:

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}, \\ \omega_2 &= \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}. \end{aligned} \quad (81)$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (82) dobijemo:

$$S(t) \propto RT\bar{I}_0 \left[ 1 + 2 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \frac{v}{c} t\right) \times \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \frac{v}{c} t\right) \right]. \quad (82)$$

Kako bismo pronašli frekvencije  $\omega_1$  i  $\omega_2$  iz izmjerenog signala  $S(t)$ , put  $s_2(t) = vt$  koji je zrcalo prešlo tijekom mjerenja mora biti dovoljno velik da u sebi sadrži jedan period  $T = \left(\frac{2\pi c}{v}\right)/(\omega_1 - \omega_2)$ . Minimalna frekvencija intervala  $\delta\omega = (\omega_1 - \omega_2)$  je povezana s minimalnim vremenom  $\Delta t = \Delta s/t$  za mjerenje putem:

$$\frac{v}{t} \delta\omega \geq \frac{2\pi}{\Delta t} \rightarrow \delta\omega \geq \frac{2\pi c}{\Delta s}. \quad (83)$$

Minimalna razlika puta  $\Delta s = v\Delta t$  između dva interferirajuća vala, mjerena u jedinici valne duljine  $\lambda$ , daje rezoluciju  $\omega/\delta\omega$  interferometra jer:

$$\frac{\omega}{\delta\omega} = \frac{2\pi v}{\delta\omega} = \frac{2\pi c \Delta s}{\lambda \cdot 2\pi c} = \frac{\Delta s}{\lambda}. \quad (84)$$

Ako izvor emitira više frekvencija, detektorski signal  $S(t)$  postaje kompliciraniji. U svakom slučaju

$$S(t) = a \int_0^\infty \bar{I}_0(\omega) \left[ 1 + \cos\left(\omega \frac{v}{c} t\right) \right] d\omega \quad (85)$$

vrijedi i sadržava Fourierovu transformaciju signala  $S(t)$  izmjerenu tijekom vremenskog intervala  $\Delta t = \tau$  te doprinosi intenzitetu spektra

$$\bar{I}(\omega) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{b}{\tau} \int_0^{\tau} S(t) \cos\left(\omega \frac{v}{c} t\right) dt \quad (86)$$

koji dolazi od izvora.

Matematički Fourierova transformacija zahtijeva da se integral proširi od 0 do  $\infty$ . Eksperimentalno samo se konačna vrijednost  $\Delta s_{max}$  može ostvariti, ovisno o konstrukciji interferometra. Taj nedostatak može se uzeti u obzir uvođenjem funkcije vrata (eng. gate function)  $G(t)$ , koja se množi sa signalom  $S(t)$ . To npr. može biti pravokutna funkcija

$$G(t) = \begin{cases} 1 & \text{za } 0 \leq t \leq t_{max} \\ 0 & \text{za } t > t_{max} \end{cases} \quad \text{sa } t_{max} = \Delta s_{max}/v \quad (87)$$

Spektar izvora se sad može izraziti preko Fourierove transformacije

$$\bar{I}(\omega) = \int_0^{\infty} S(t)G(t) \cos\left(\omega \frac{v}{c} t\right) dt. \quad (88)$$

Velike prednosti Fourierove spektroskopije jesu visoka spektralna rezolucija i bolji omjer signala i šuma u mjerenim vremenima koja su mnogo manja od vremena konvencionalne spektroskopije.

## 7. Metodički dio

### 7.1 Nastavna priprema Bohrov model atoma [22,27,28,30]

Nastavna priprema, čija je tema *Bohrov model atoma*, predviđena je za dva školska sata za treći razred opće gimnazije. Bohrov model javlja se u nastavnoj cjelini „Povijest razvoja modela atoma“. Prije ove nastavne jedinice obrađuju se valno čestična svojstva elektromagnetskog zračenja, zatim Einsteinov fotoelektrični učinak, spominje se i Planckova konstanta.

Povijest razvoja atoma kreće od filozofa koje je tisućama godina fasciniralno pitanje što se zbiva pri dijeljenju tvari na sve sitnije djeliće. Filozof Empedoklo uveo je pojam elementa, tj. ideju postojanja posljednjih tvarnih dijelova. Nakon njega, grčki filozof Demokrit zastupao je ideju da su prapočela materije atomi: male, posljednje i dalje nedjeljive čestice jednake kvalitete, koje se razlikuju veličinom i oblikom. Hrvatski znanstvenik Ruđer Bošković 1758. godine objavio je svoju teoriju sila među osnovnim česticama tvari. Njegova genijalna ideja bila je da na bliskim udaljenostima između čestica privlačna sila prelazi u odbojnu, što je važan doprinos razvoju svjetske znanosti. Raspravljao je o obliku i nepromjenjivosti čestica i izrađivao prostorne modele čestica sastavljenih od osnovnih čestica tvari.

Dalje je poznat Dalton koji je prvi sustavno razvio ideju o kemijskim elementima koji se sastoje od nedjeljivih najmanjih čestica određene mase, tj. atoma. Rekao je da se različiti kemijski elementi sastoje od različitih vrsta atoma. Engleski fizičar Crookes otkrio je elektron pomoću katodne cijevi i odredio kvocijent naboja i mase elektrona. 1898. godine fizičar Thomson predložio je svoj model atoma u kojem je pretpostavio da postoji pozitivno nabijena atmosfera u kojoj se gibaju elektroni. Slikovito se to naziva modelom pudinga sa šljivama. 1901. godine francuski fizičar Perrin prvi je iznio ideju da se atom sastoji od pozitivno nabijene čestice oko koje kruže elektroni. Međutim, problem je bio da objasniti kako je atom stabilan. 1911. godine britanski fizičar Rutherford daje svoj model atoma zasnovan na pokusu s alfa-česticama i zlatnim listićem. Snop brzih alfa-čestica, koje su masivne i pozitivno nabijene, usmjerio je na tanki listić zlata i istraživao kako se pritom mijenja smjer gibanja alfa-čestica. Ako je Thomsonov model ispravan, alfa-čestice prolazile bi kroz listić uz vrlo malu promjenu smjera.

Međutim, neke alfa-čestice su bitno promijenile smjer, pojedina bi čak skrenula pod kutem od 90°. Na temelju toga dao je svoj model koji je sličan minijaturnom planetnom sustavu u kojem negativno nabijeni elektroni kruže golemim brzinama oko male, ali masivne pozitivno nabijene jezgre. U nastavnoj pripremi *Bohrov model atoma* raspraviti ćemo nedostatke Rutherfordovog modela atoma i dati novi model atoma koji je osmislio Bohr. Ova nastavna

jedinica je važna jer nam omogućava shvaćanje atomskog linijskog spektra. Isto tako Bohrov model, iako dijelom pogrešan, ima veliko značenje u razvoju fizike kao prvi pokušaj primjene kvantizacije na atome i važan korak u razvoju kvantne mehanike. [22]

Vrsta nastave koja je predviđena je interaktivna istraživački usmjerena nastava. Nastavni sat je zamišljen da se provodi frontalno, ali i dijelovi sata su koncipirani tako da ih učenik odrađuje individualno. Interaktivna istraživačka nastava je puno bolji pristup od klasične predavačke nastave, jer učenici sudjeluju na satu, sami dolaze do ideja i zaključaka promatrajući ili izvodeći pokuse, tj. više nisu pasivni promatrači, nego su intelektualno angažirani tijekom nastave.

Odlučila sam se za tri nastavne metode u ovoj nastavnoj pripremi. Nastavne metode koje potpomažu interaktivnu istraživačku nastavu su metoda razgovora-usmjerena rasprava, u kojoj profesor postepeno vodi učenike prema dobrim zaključcima, metoda pisanja/crtanja, kojom učenici lakše vizualiziraju pred njih postavljen problem, dok se metoda konceptualnih pitanja s karticama upotrebljava kako bi profesor imao bolji uvid u učeničko shvaćanje i zaključke i ako je potrebno korigirati ono što je krivo. Da bi se u potpunosti proveo nastavni sat u ovome obliku, od nastavnih pomagala su potrebne računalne simulacije Rutherfordovog i Bohrovog modela atoma.

Obrazovni ishodi, odnosno očekivana učenička postignuća te odgojni ishodi, predstavljaju jasno iskazane kompetencije, tj. očekivana znanja, vještine i sposobnosti te vrijednosti i stavove koje učenici trebaju steći i mogu pokazati po uspješnom završetku određene nastavne teme.

### **Obrazovni ishodi**

- Opisati Rutherfordov model atoma
- Navesti nedostatke Rutherfordovog modela atoma
- Opisati Bohrov model atoma
- Matematički opisati radijus i energiju atoma kod Bohrovog modela atoma
- Navesti nedostatke Bohrovog modela atoma
- Primijeniti gradivo na konceptualna pitanja i matematičke zadatke
- Razvijati znanstveno i logičko zaključivanje
- Razvijati istraživački pristup problemu
- Razvijati apstraktno razmišljanje

## Odgojni ishodi

- Usvajati pozitivni odnos prema radu
- Poticati aktivno sudjelovanje u nastavi
- Formirati vlastito mišljenje na temelju činjenica
- Izražavati vlastito i uvažavati tuđe mišljenje.

## Uvodni dio sata: otvaranje problema, prikupljanje ideja, upoznavanje pojave

**Uvodni problem:** Ako pustimo svjetlost žarulje kroz prizmu dobivamo spektar prikazan na slici (40), kontinuirani spektar. Prikazujem sliku linijskog spektra vodikovog atoma koji je eksperimentalno dobio fizičar Balmer još davne 1885. god. Ako zagrijemo neki plin, on će svijetliti pa i njegovo svjetlo možemo pustiti kroz prizmu. Dobivamo spektar na slici (41), linijski spektar.

### Kontinuirani spektar



Slika 40: Kontinuirani spektar bijele svjetlosti. [23]

### Linijski spektar



Slika 41: Linijski spektar vodika. [24]

**Kako izgleda vodikov spektar?** Učenici opisuju izgled spektra koji se sastoji od linija i tamnih područja. Zatim prikazujem istovremeno linijski i kontinuirani spektar. **Kakav je on u usporedbi s kontinuiranim spektrom? Koja je razlika?** Kod kontinuiranog spektra vidimo sve valne duljine, a kod linijskog samo određene valne duljine i tamna područja.

Fizičar Balmer empirički je došao do formule za izračun valnih duljina vidljivog dijela kod linijskog spektra vodika, koju se nije znalo teorijski objasniti, a Rydberg ju je izrazio u sljedećem obliku:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right); R = 1,097 \cdot 10^7 m^{-1}.$$

R je Rydbergova konstanta. Da bismo razumjeli vodikov linijski spektar i objasnili Balmerovu formulu, potreban nam je model atoma.



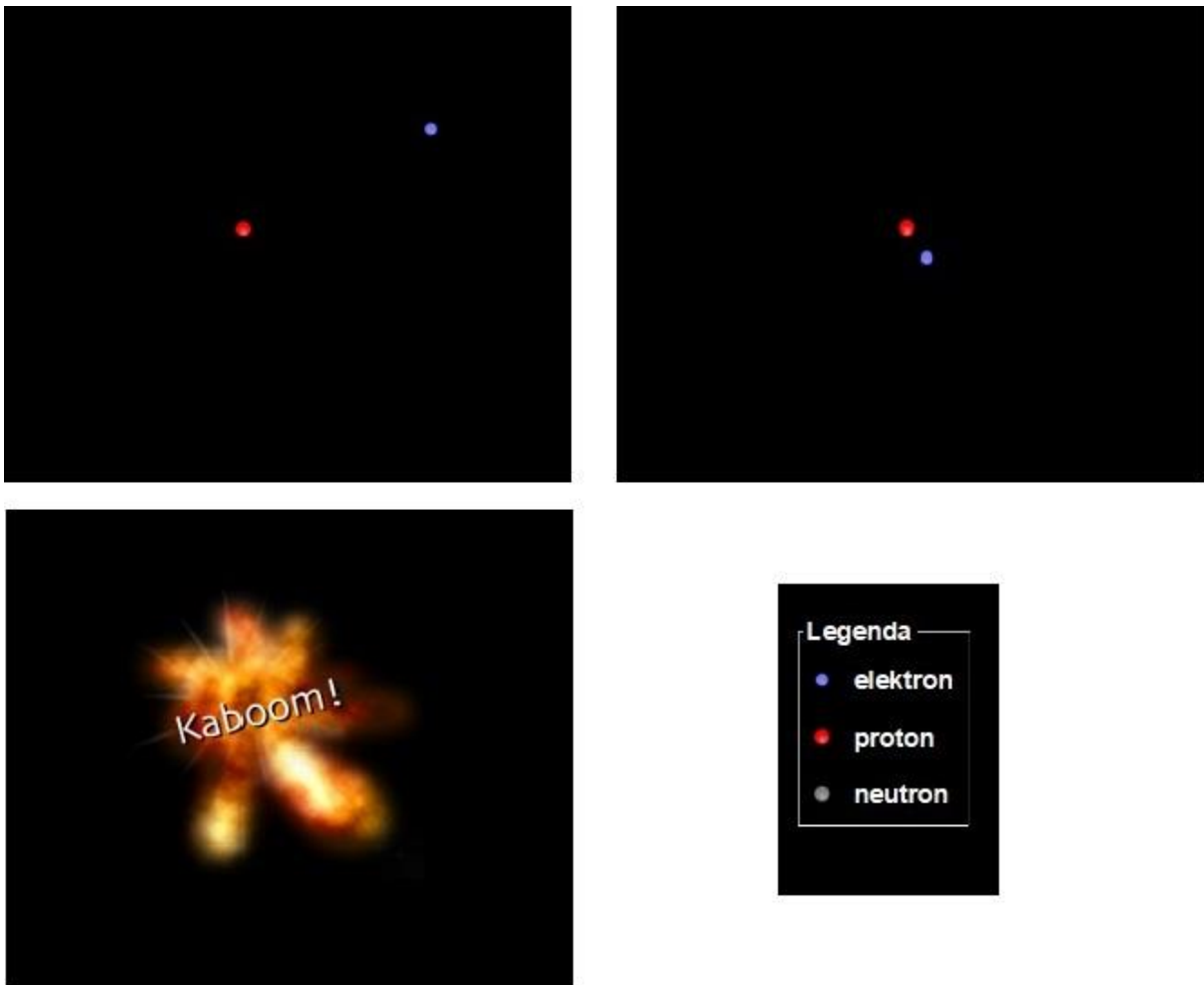
## Središnji dio sata: konstrukcija modela - fizikalni i matematički opis pojave

### 1. Istraživačko pitanje: Kako objasniti nastanak linijskog spektra atoma vodika?

Od čega se sastoji vodikov atom i kako on izgleda prema Rutherfordovom modelu? Sastoji se od pozitivno nabijene jezgre i negativnog elektrona koji se giba oko jezgre. Takav model atoma zove se planetarni model.

Prikazujem simulaciju [25] Rutherfordova modela atoma, slika (42).

**Što vidite na simulaciji? Kako se elektron ponaša?** Elektron jednoliko kruži oko središta, tj. jezgre. Pri čemu se polumjer sve više smanjuje dok ne padne na jezgru.



Slika 42: Simulacija gibanja elektrona kod Rutherfordovog modela atoma. [25]

### Zašto bi elektron pao na jezgru?

Učenike vodim do zaključka kako svaka nabijena čestica koja ima akceleraciju zrači elektromagnetsko zračenje. Ovdje elektron ima centripetalnu akceleraciju i konstantno zrači. To znači da bi konstantno gubio kinetičku energiju, tj. brzina bi mu se smanjivala. To nas dovodi do toga da bi se i radijus postepeno smanjivao te da bi se elektron zapravo gibao spiralno i nakon nekog vremena pao na jezgru. Atom ne bi bio stabilan!

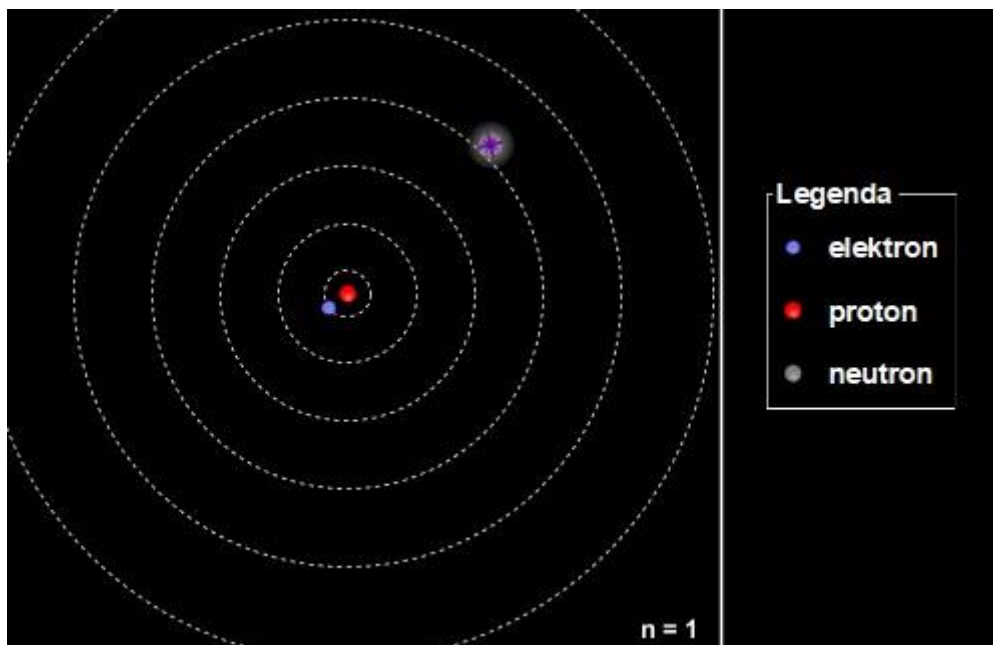
### Kakav bi spektar zračio elektron prema Rutherfordovom modelu?

Elektron konstantno elektromagnetski zrači. Kako elektron zrači tako gubi energiju i smanjuje mu se brzina, a samim time se mijenja valna duljina koju zrači. Od početka do kraja gibanja izradio bi sve valne duljine u nekom pojasu, tj. dao bi kontinuirani spektar, slika (1).

### Koji su glavni problemi Rutherfordovog modela?

Učenici zaključuju da su to stabilnost atoma i da bi elektron trebao zračiti linijski, a ne kontinuirani spektar.

Tu se pojavljuje Niels Bohr, koji je pokušao riješiti ta dva glavna problema. Zadržao je osnovnu ideju planetarnog sustava, ali je Planckovu i Einsteinovu ideju kvantizacije proširio na model atoma. Prikazujem simulaciju [25] Bohrova modela atoma, slika (43).



Slika 43: Simulacija kruženja elektron oko pozitivne jezgre kod Bohrovog modela atoma. [25]

U tu svrhu je uveo ograničenje gibanja elektrona u atomu i postavio dva postulata:

1. Elektron ne može kružiti po bilo kojim već samo po određenim kvantiziranim stazama. To su tzv. dopuštene ili stacionarne staze. Gibajući se po njima elektron se nalazi u stacionarnom stanju: ne gubi energiju zračeći elektromagnetske valove. Dopuštene su samo one staze na kojima je orbitalni moment količine gibanja cjelobrojni višekratnik reducirane Planckove konstante.

Gibanje elektrona oko jezgre moguće je samo po kružnim putanjama za koje je ispunjen uvjet:

$$r = n \frac{h}{2\pi \cdot p}$$

Ovu jednadžbu nazivamo Bohrov kvantni uvjet, gdje je  $r$  polumjer putanje,  $p$  količina gibanja elektrona,  $h$  Planckova konstanta te  $n$  glavni kvantni broj (može biti bilo koji prirodan broj).

2. Bohrov postulat: Atom zrači ili apsorbira zračenje samo kad njegov elektron prelazi iz jedne staze u drugu, iz jednog stacionarnog stanja u drugo.

Bohra je upravo inspirirala Balmerova formula za njegov drugi postulat. Balmerova serija predstavlja prijelaz elektrona s viših razina na drugu razinu, gdje je  $n$  broj energetske razine. Bohr je zatim zaključio da elektron prilikom preskoka iz više u nižu razinu zrači elektromagnetski, tj. emitira svjetlost točno određene valne duljine, a samim time onda nastaje linijski spektar. To nam upravo daje odgovor na naše istraživačko pitanje.

## **2. Istraživačko pitanje: Kako možemo matematički opisati gibanje elektrona na dozvoljenim putanjama u Bohrovom modelu atoma?**

**Kojom silom jezgra ( $e^+$ ) djeluje na elektron naboja ( $e^-$ )? Koji je njen matematički izraz?**

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

**Koju ulogu ima ta sila u gibanju elektrona?**

Coulombova sila ima ulogu centripetalne sile koja prisiljava elektron na gibanje po kružnici.

**Napišite jednadžbu gibanja elektrona.**

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

**Kako glasi izraz za količinu gibanja?**

$$p = m \cdot v$$

**Izrazite sada izraz za brzinu elektrona iz količine gibanja.**

$$v = \frac{p}{m_e}$$

**Uvrstite izraz za brzinu u jednadžbu gibanja elektrona.**

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{p^2}{m_e r}$$

**Pomnožite sada izraz s  $r^3 m_e$ :**

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} e^2 m_e r = p^2 r^2$$

Sjetimo se I. Bohrovog postulata i uvrstimo ga u jednadžbu. Učenici sami dovršavaju izraz za moguće polumjere dozvoljenih putanja elektrona.

$$r = n^2 \frac{h^2}{\pi} \frac{\epsilon_0}{m_e e^2}$$

Imamo izraz za moguće polumjere elektrona koji zadovoljavaju kvantni uvjet koji je postavio Bohr. Vrijednost polumjera, koji zadovoljava kvantni broj  $n$ , označavamo s  $r_n$ .

**Ako sada uvrstimo  $n = 1$  što dobivamo?**

To što smo dobili je upravo najmanji mogući polumjer putanje elektrona. Pošto su nam ovo sve konstante možemo ih uvrstiti i dobivamo vrijednost  $a = 0,53 \cdot 10^{-10} m$

$$r_n = n^2 \cdot a$$

Dobivamo Bohrov radijus  $n$ -te putanje elektrona u vodikovom atomu.

### O kojoj veličini i kako ovisi radijus n-te putanje?

Radijus ovisi isključivo o glavnom kvantnom broju  $n$ . Radijus je proporcionalan glavnom kvantnom broju  $n$ .

Uvođenjem kvantnog uvjeta Bohr je na jednostavan način dobio i formulu za moguće energije vodikovog atoma, koja je u skladu s pokusima.

### Kakvu energiju ima elektron kada se giba po kružnoj putanji radijusa $r$ ?

Elektron ima kinetičku i električnu potencijalnu energiju. Napišite odgovarajuće izraze.

$$E_p = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$
$$E_k = \frac{1}{2} m_e v^2$$

### Kolika je ukupna energija elektrona?

To je zbroj kinetičke i električne potencijalne energije:

$$E_u = E_p + E_k$$

### Izračunajte sada ukupnu energiju elektrona.

$$E_u = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \right) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$
$$E = -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

### Zašto je ukupna energija negativna?

Elektron je vezan u atomu. Minus u formuli nam govori da treba dovesti energiju kako bi se on oslobodio.

**Koliku će energiju imati elektron na određenoj putanji? Uvrstite neki proizvoljni  $n$ , recimo 1, 2 ili 3. Što ste dobili?** Dobivaju se različite vrijednosti za energiju. Na prvom nivou elektron ima najmanju energiju.

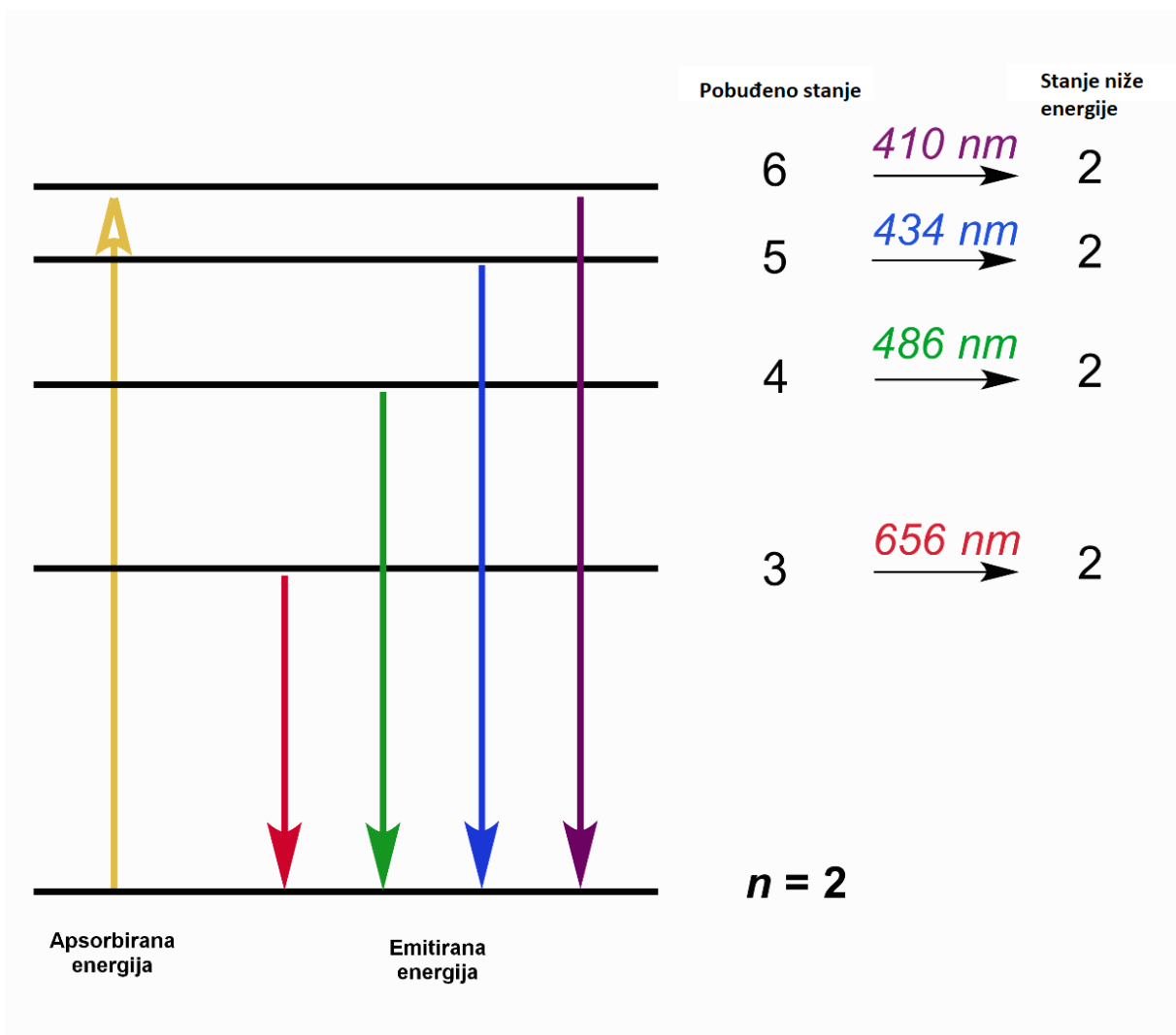
Uvrstite sada izraz za Bohrov radijus u izraz za energiju.

$$E_n = -\frac{1}{8} \frac{e^4 m_e}{\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -13,6 \frac{1}{n^2} \text{ eV}$$

O kojoj veličini i kako ovisi energija?

Energija ovisi o kvantnom broju, tj. energija je obrnuto proporcionalna kvadratu kvantnog broja.

Stanje u kojem vodikov atom ima najnižu moguću energiju naziva se osnovno stanje. Ostala stanja u kojima se elektron nalazi, a da im je energija veća od osnovne, nazivaju se pobuđena stanja. Slika (44) pokazuje energetske nivoe elektrona u vodikovom atomu i emitirane valne duljine.



Slika 44: Prikazan je energetski dijagram kao i valne duljine koje elektron emitira prilikom različitih prijelaza iz pobuđenog u stanje niže energije. [26]

### **3. Istraživačko pitanje: Kako izračunati valne duljine vodikovog spektra?**

Prikazujem ponovo simulaciju, ali ovoga puta foton pogađa elektron i on prelazi u više stanje. Zatim ispušta foton i prelazi u niže stanje.

#### **Kako je elektron došao u više stanje?**

Apsorbirao je foton. Dali smo mu određenu količinu energije kako bi mogao prijeći u neko više stanje.

#### **Za koliko se njegova početna energija promijenila?**

$$E_{poč} + E = E_{kon}$$

#### **Čemu je onda jednaka energija apsorbiranog fotona?**

Energija apsorbiranog atoma je jednaka razlici konačne i početne energije elektrona.

#### **Nakon što je elektron pobuđen u više stanje, kako bi se vratio u osnovno stanje?**

Emitirao bi foton da se vrati u osnovno stanje.

#### **Kolika bi bila energija tog fotona?**

$$h\nu = E_{poč} - E_{kon}$$

Kada elektron prelazi iz neke vanjske putanje u neku unutrašnju atom zrači energiju u obliku kvanta elektromagnetskog zračenja (foton). Kako elektron pri tome prelazi iz višeg u niže energetske stanje, zračena energija je jednaka razlici energija tih dvaju stanja.

$$E_f = E_n - E_m$$

Uvrstimo izraze za početnu i konačnu energiju i te energiju fotona.

$$hf = -13,6 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) eV; m < n$$

#### **Kako možemo izraziti frekvenciju preko valne duljine?**

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Kada i to uvrstimo u gornju jednadžbu, dobivamo jednadžbu za računanje valne duljine spektralnih linija vidljivih u vodikovom spektru.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{13,6 \text{ eV}}{ch} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Kada je Bohr dobio jednadžbu za valnu duljinu izjavio je „Čim sam vidio Balmerovu jednadžbu, sve mi je bilo jasno”[24]. Bohrova teorijska hipoteza je mogla predvidjeti cijeli spektar vodikovog atoma, uključujući i Balmerovu seriju. Kao što vidimo, jednadžba je slična Balmerovoj uz  $m = 2$  i možemo zaključiti kako je Balmer dobro empirijski dobro postavio svoju jednadžbu za dio linijskog spektar vodikovog atoma koju je Bohr teorijski reproducirao. Razne boje u spektru upravo nastaju emisijom fotona koji nastaje preskocima elektrona iz jednog u drugo stanje.

Fizičari su krenuli primjenjivati Bohrov model na druge atome. On dobro opisuje ionizirani Helij, dvostruko ionizirani Litij i neke jednoelektronske sustave. Za sve ostale elemente energetski spektar dobiven po Bohrovom atomu nije se slagao sa spektrom dobivenim pokusom. Također njegov model nije dao nikakve rezultate za jakost elektromagnetskog zračenja pri skokovima između stanja. Iako je taj model bio nepotpun, naveo je fizičare da nastave istraživanja u smjeru kvantizacije atoma.

### **Završni dio sata: primjena modela, provjera ostvarenosti obrazovnih ishoda**

#### KONCEPTUALNA PITANJA:

1. Kada se elektron u Bohrovom modelu atoma giba po nekoj od mogućih staza on:

- a) **emitira svjetlost,**
- b) ne emitira svjetlost.

2. Radijus dozvoljenih putanja u Bohrovom modelu atoma:

- a. raste proporcionalno s rednim brojem staze
- b. raste proporcionalno s kvadratom rednog broja staze**
- c. opada proporcionalno s rednim brojem staze
- d. konstantan je



3. Na koliko se sve načina elektron može vratiti iz trećeg pobuđenog stanja u osnovno stanje?

- a) 2
- b) 4**
- c) 6
- d) 1

4. Ako s  $n = 1$  označimo energiju osnovnog stanja vodikova atoma, kod kojeg od navedenih prijelaza elektrona vodikova atoma, s jedne na drugu energijsku razinu, emitirani foton ima najveću frekvenciju?

- a) Iz stanja  $n=2$  u stanje  $n=1$ .**
- b) Iz stanja  $n=4$  u stanje  $n=3$ .
- c) Iz stanja  $n=6$  u stanje  $n=5$ .
- d) Iz stanja  $n=5$  u stanje  $n=3$ .
- e) Iz stanja  $n=3$  u stanje  $n=2$ .

## **8. Zaključak**

Tema diplomskog rada pokazala je da su stari disperzivni spektrometri zamijenjeni modernim interferometrima koji mjere spektre u vremenskoj domeni, a računalo podatke prenosi u frekvencijsku domenu korištenjem tzv. diskretne Fourierove transformacije. Razvoj tehnologije je utjecao na razvoj komponenti spektrometara. Njihov izgled, komponente i veličina mijenjali su se ovisno o potraživanjima disciplina u kojima se koriste, kao što su atomska fizika, astronomija, kemija i sl. Današnji modeli spektrometara sigurno nisu zadnji jer se tehnologija i dalje brzo razvija, a suradnja znanstvenika i inženjera postaje sve povezanija.

## 9. Dodatak

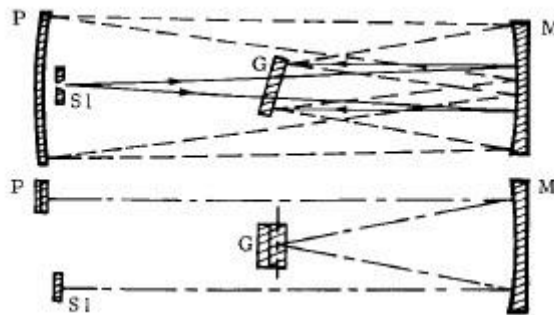
	<i>Raspon valnih duljina</i>	<i>Raspon valnih brojeva</i>
<i>Ultraljubičasto u vakuumu</i>		$2 \times 10^7 \text{ cm}^{-1} - 50.000 \text{ cm}^{-1}$
<i>Ultraljubičasto</i>	2.000Å – 4.000Å	$50.000 \text{ cm}^{-1} - 25.000 \text{ cm}^{-1}$
<i>Vidljivo</i>	4.000Å – 7.000Å	$25.000 \text{ cm}^{-1} - 14.300 \text{ cm}^{-1}$
<i>Fotografsko infracrveno</i>	7.000Å – 12.000Å (1.2μ)	$14.300 \text{ cm}^{-1} - 8.333 \text{ cm}^{-1}$
<i>Infracrveno</i>	1.2μ – 40μ	$8.333 \text{ cm}^{-1} - 250 \text{ cm}^{-1}$
<i>Daleko infracrveno</i>	40μ – 1.000μ	$250 \text{ cm}^{-1} - 10 \text{ cm}^{-1}$

Tablica 3: Raspon valnih duljina i brojeva.

### Konfiguracije spektrometara [28]

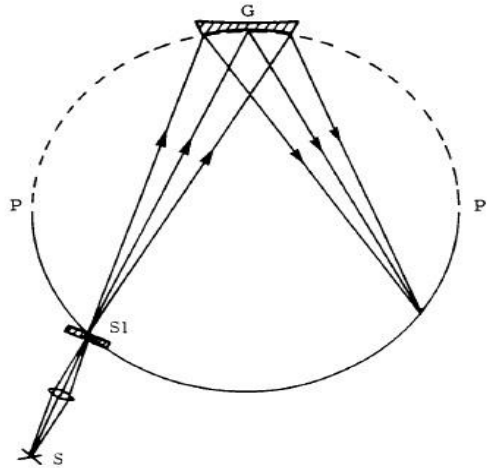
**1. Ebert - Fastie**, prikazan na slici 45: Ebert-Fastie ima jedno, sferno, kolimacijsko zrcalo i rešetku postavljenu simetrično između dvije pukotine. Velika prednost Ebertovog sustava jest činjenica da je samoregulirajući za kružnu aberaciju.

Pomoću zakrivljenih pukotina, astigmatizam je skoro potpuno savladan



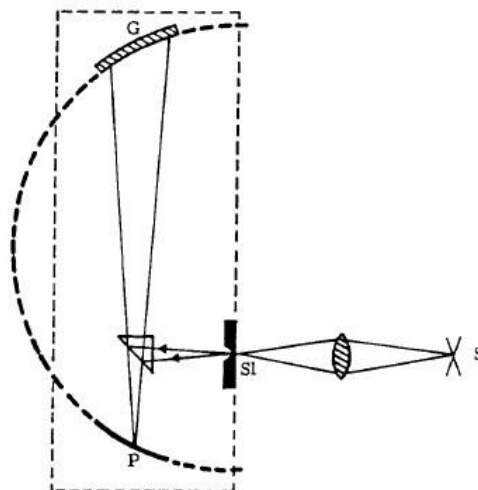
Slika 45: Ebertov postav ravne rešetke. S1 - centar ulazne pukotine, G - konkavna rešetka, M - konkavno ogledalo, P - držač fotografske ploče. [28]

**2. Paschen – Runge**, prikazan na slici 40: jedna ili više fiksnih pukotina su postavljene tako da daju upadni kut prikladan za uporabu instrumenta. Spektri su fokusirani uzduž Rowland-ovog kruga  $P P'$ , a fotografske ploče ili drugi detektori smješteni su duž velikog dijela tog kruga.



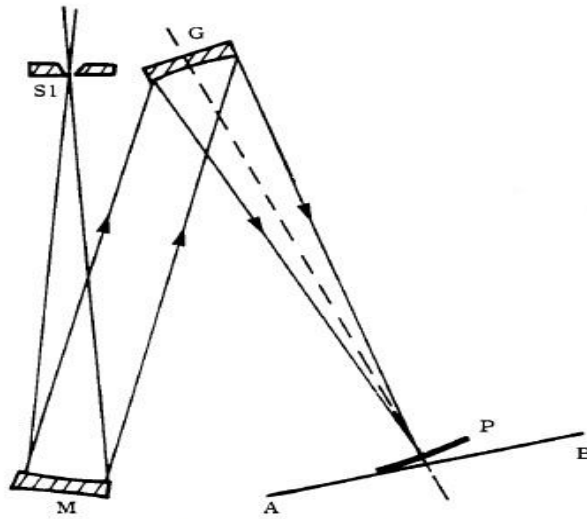
Slika 46 : Paschen-Runge konkavna rešetka.  $S_1$  je pukotina, G je rešetka, a S je izvor svjetlosti.

**3. Eagle**, prikazan na slici 47 je sličan Littrow-om spektrometru s prizmom. Pukotina i držač ploče su montirani blisko na jednom kraju šipke dok je na drugom kraju montirana konkavna rešetka.



Slika 47: Eagle postav konkavne rešetke;  $S_1$  - pukotina, G - rešetka, S - izvor svjetlosti i P - držač ploče.

4. **Wadsworth**, prikazan na slici 48. Rowland-ov krug se ne koristi u ovoj konfiguraciji gdje zrake svjetlosti upadaju paralelno na rešetku.



Slika 48: Wadsworthov postav konkavne rešetke. S1 - centar ulazne pukotine, G - konkavna rešetka, M - konkavno ogledalo, P - držač ploče. Kako bi se smanjile aberacije treba postaviti pukotinu pokraj rešetke.

## 10. Literatura

- [1] <http://www.historyofglass.com/glass-history/glass-timeline/>
- [2] <https://www.edmundoptics.com/resources/application-notes/optics/introduction-to-optical-prisms/>
- [3] <https://www.chemteam.info/Chem-History/Kirchhoff-Bunsen-1860.html>
- [4] [https://hr.wikipedia.org/wiki/Prizma\\_\(optika\)](https://hr.wikipedia.org/wiki/Prizma_(optika))
- [5] <https://slideplayer.com/slide/5823681/>
- [6] Eversberg, T.; Vollmann, K. Spectroscopic Instrumentation, 1st ed. Berlin Heidelberg: Springer, 2015
- [7] <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.727.202&rep=rep1&type=pdf>
- [8] Davies, S.P Diffraction Grating Spectrographs, 1st ed. USA: Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1970.
- [9] Loewen, E.; Palmer, C. Diffraction grating handbook, 6th ed. New York: Newport corporation, 2005
- [10] [https://en.wikipedia.org/wiki/Diffraction\\_grating](https://en.wikipedia.org/wiki/Diffraction_grating)
- [11] [https://en.wikipedia.org/wiki/Blazed\\_grating](https://en.wikipedia.org/wiki/Blazed_grating)
- [12] <http://web.mit.edu/viz/EM/visualizations/coursenotes/modules/guide14.pdf>
- [13] <https://physics.stackexchange.com/questions/171222/resolving-power-of-a-diffraction-grating>
- [14] <https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=13364>
- [15] Installation and Operation Manual: Red Tide USB650 Fiber Optic Spectrometer ; A Halma Group Company; USA
- [16] <http://www.andor.com/learning-academy/echelle-spectrographs-a-flexible-tool-for-spectroscopy-raman-and-libs-spectroscopy>
- [17] <http://astro.physics.uiowa.edu/iro/equipment-2/ires-echelle-spectrometer.html>
- [18] <https://www.mactechnews.de/gallery/picture/Alle-Farben-dieser-Welt-90682.html>
- [19] [https://en.wikipedia.org/wiki/Michelson\\_interferometer](https://en.wikipedia.org/wiki/Michelson_interferometer)
- [20] Demtröder, W.; Laser Spectroscopy Basic Concepts and Instrumentation, 1st ed. Berlin: Springer-Verlag, 1981
- [21] James, J.F; Sternberg, R.S The Design of Optical Spectrometers, 1st ed. Great Britain: Butler, Tanner Ltd., 1969.
- [22] Paar, V. Fizika 4, udžbenik za četvrti razred gimnazije, 5th ed. Zagreb: Školska knjiga, 2009
- [23] <http://revelationtoday.ucoz.com/index/svetlost/0-623>

[24] [http://www.pmf.unsa.ba/fizika/images/nastavni\\_materijali/AM20132014/7-Bohrov\\_model\\_atoma.pdf](http://www.pmf.unsa.ba/fizika/images/nastavni_materijali/AM20132014/7-Bohrov_model_atoma.pdf)

[25] <https://phet.colorado.edu/en/simulation/hydrogen-atom>; Use

[26] <https://www.khanacademy.org/science/chemistry/electronic-structure-of-atoms/bohr-model-hydrogen/v/introduction-to-light>

[27] Zissis, G.J, Chapter 5 from Handbook of Optics, Volume 1, USA, McGraw and Hill, Inc., 1995.

[28] Bek, Marković, Tomaš; Fizika 2, Zagreb: Školska knjiga, 1981

[29] Horvat, Hrupec; Fizika 4, Zagreb: Školska knjiga, 2010

[30] Labor; Fizika 4, Zagreb: Alfa, 2007