

Istraživanje studentskog razumijevanja mjerenja i usporedbe izmjerenih podataka

Martinjak, Petra

Master's thesis / Diplomski rad

2015

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:878237>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-05-06**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO–MATEMATIČKI FAKULTET
MATEMATIČKI ODSJEK

Petra Martinjak

**ISTRAŽIVANJE STUDENTSKOG
RAZUMIJEVANJA MJERENJA I
USPOREDBE IZMJERENIH
PODATAKA**

Diplomski rad

Voditelj rada:
dr. sc. Ana Sušac

Zagreb, rujan, 2015.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana _____ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. _____, predsjednik
2. _____, član
3. _____, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom _____.

Potpisi članova povjerenstva:

1. _____
2. _____
3. _____

Zahvaljujem svojoj mentorici dr. sc. Ani Sušac na nesebičnoj pomoći i potpori prilikom izrade ovog diplomskog rada.

Posebno želim zahvaliti svojim roditeljima koji su vjerovali u moj uspjeh i omogućili mi bezbrižno školovanje. Također, veliko hvala sestri Mariji.

Hvala svim prijateljima na bezuvjetnoj podršci i ljubavi, hvala Vam za sve lijepe trenutke.

Hvala i svim studentima koji su sudjelovali u istraživanju.

Veliko HVALA svima!

Sadržaj

Sadržaj	iv
Uvod	1
1 Osnovni pojmovi i zapis konačnog rezultata mjerenja	3
2 Studentske i učeničke poteškoće s mjernim nesigurnostima	7
3 Metode	15
3.1 Ispitanici	15
3.2 Test	16
3.3 Mjerenje pokreta očiju	22
3.4 Analiza podataka	24
4 Rezultati i diskusija	29
4.1 Pismeno testiranje	29
4.2 Rezultati mjerenja pokreta očiju	42
5 Zaključak	51
Bibliografija	53
6 Prilozi	55
6.1 Prilog 1: Test o mjerenjima	55
6.2 Prilog 2: Analiza broja fiksacija ispitanika tijekom rješavanja testa o mjerenjima	70

Uvod

Budući da je fizika eksperimentalna znanost, mjerenja u fizici su neizbježna. Kako bi se neki eksperiment uspješno izvršio, potrebno je pravilno postaviti eksperimentalni postav, izmjeriti zadanu veličinu, napraviti obradu rezultata te analizirati podatke. Da bi rezultat mjerenja bio što pouzdaniji, mjerenje je potrebno ponoviti nekoliko puta. Rezultat svakog pojedinog mjerenja je broj; koliko je precizno zapisan taj broj, ovisi o mjernim uređajima, no konačan rezultat mjerenja je interval vrijednosti. Važno je naglasiti da svako mjerenje uključuje nesigurnost mjerenja čak i ako se koriste najprecizniji i najkvalitetniji mjerni uređaji u savršenim vanjskim uvjetima. Za određivanje konačnog rezultata mjerenja koriste se rezultati svakog pojedinog mjerenja, te konačan rezultat također podrazumijeva neku nesigurnost uzrokovanu nesigurnošću pojedinog mjerenja.

Budući da su mjerenja sastavni dio nastave fizike, od učenika se očekuje da steknu osnovno znanje iz tog područja. Nadalje, znanje o mjerenjima, učenicima i studentima, nije potrebno samo za nastavu fizike. Oni se s mjerenjima susreću i u svakodnevnom životu, npr. određuju vlastitu masu, mjere vlastitu visinu, mjere masu voća i povrća u trgovinama, mjere udaljenost, vrijeme itd.

Kritički pristup mjerenju može se ilustrirati i na još jednom konkretnom primjeru iz svakodnevnog života. Na primjer, prilikom liječničkog pregleda doktor je pacijentu izmjerio krvni tlak i on je iznosio 133/87 mmHg, dok je iznos normalnog tlaka 130/85 mmHg. Pitanje je treba li pacijent započeti s korištenjem terapije ili je njegov tlak još u „granicama normale“, na to je pitanje nemoguće odgovoriti promatrajući prethodna dva broja. Trebalo bi odrediti interval vrijednosti koji podrazumijeva normalni tlak te interval vrijednosti tlaka pacijenta i promotriti preklapanje tih intervala. Svi bi se složili kako doktor nije u mogućnosti prilikom svakog pregleda ponavljati prethodni postupak. Međutim, bilo bi dobro da ponovi mjerenje nekoliko puta kako bi dobio što pouzdaniji rezultat jer na mjerenje utječe mnogo faktora, npr. temperatura ordinacije, koliko brzo doktor mjeri tlak pacijenta, nalaze li se noge osobe na podu ili u zraku, pogrešno očitavanje itd. [7].

Tema ovog rada je istražiti studentsko razumijevanje mjerenja i usporedbe izmjerenih poda-

taka. Drugim riječima, cilj je istražiti znaju li učenici odrediti broj koji najbolje predstavlja skup mjerenja, uočavaju li netipičnu vrijednost (eng. *outlier*), na što obraćaju pažnju prilikom usporedbe rezultata dviju skupina, znaju li što su preciznost i točnost mjerenja te kako se zapisuje konačan rezultat mjerenja. Također, jedan od ciljeva bio je istražiti pomažu li faktori grafički prikaz podataka i godina studija u postizanju boljih rezultata na testu; tj. jesu li studenti koji su imali grafički prikaz podataka na testu uspješniji od onih koji to nisu imali te jesu li studenti viših godina uspješniji od studenata prve godine. Važno je napomenuti da je jedan dio studenata bio testiran pismeno, a drugima su mjereni pokreti očiju prilikom rješavanja testa na računalu.

Diplomski rad podijeljen je na četiri poglavlja koja se smisleno nadovezuju jedno na drugo (1 *Osnovni pojmovi i zapis konačnog rezultata mjerenja*, 2 *Studentske i učeničke poteškoće s mjernim nesigurnostima*, 3 *Metode* i 4 *Rezultati i diskusija*). U prvom poglavlju navedeni su osnovni pojmovi iz područja mjerenja, opisane pogreške te je detaljno opisano kako treba zapisati konačan rezultat mjerenja. Studentske i učeničke poteškoće s mjernim nesigurnostima, otkrivene u prethodnim istraživanjima, opisane su u drugom poglavlju. Ispitnici, opis zadataka na testu, opis mjerenja pokreta očiju, analiza podataka i statistički testovi korišteni za obradu podataka navedeni su u trećem poglavlju. Četvrto poglavlje sadrži rezultate istraživanja; prvo su navedeni rezultati pismenog testiranja, a zatim rezultati dobiveni mjerenjem pokreta očiju. Na kraju diplomskog rada nalazi se zaključak i implikacije za nastavu.

Poglavlje 1

Osnovni pojmovi i zapis konačnog rezultata mjerenja

Za potpunije razumijevanje mjerenja i nesigurnosti kod mjerenja potrebno je navesti neke osnovne termine i njihovo značenje. Prvo će biti objašnjeni sljedeći pojmovi: točna vrijednost, rezultat mjerenja, nesigurnost mjerenja i prava pogreška mjerenja, a zatim će biti navedene vrste pogrešaka i zapis konačnog rezultata mjerenja.

- Točna vrijednost veličine je vrijednost konzistentna s njenom definicijom. To je vrijednost koja bi se dobila savršenim mjerenjem, no savršeno mjerenje ne postoji pa je nemoguće odrediti točnu vrijednost mjerene veličine [1].
- Rezultat pojedinog mjerenja je vrijednost pripisana mjerenoj veličini, dobivena mjerenjem. Ukupni rezultat mjerenja uključuje i informacije o nesigurnosti mjerenja [1].
- Nesigurnost mjerenja je parametar povezan s rezultatom mjerenja koji karakterizira raspršenost pojedinih vrijednosti mjerene veličine [1].
- Prava pogreška mjerenja određuje se kao rezultat pojedinog mjerenja minus točna vrijednost (koju je nemoguće odrediti) [1].

Cilj uzastopnih ponavljanja mjerenja je što pouzdanije odrediti vrijednost mjerene fizičke veličine. Drugim riječima, cilj je odrediti interval vrijednosti unutar kojeg se najvjerojatnije nalazi vrijednost mjerene veličine. Konačni rezultat koji ne sadrži informaciju o pogrešci je nepotpun. Stoga je potrebno razlikovati tri vrste pogrešaka:

- Slučajne pogreške su pogreške koje se unutar jedne serije mjerenja razlikuju po iz-

nosu i smjeru. Njihov je uzrok u nestalnosti okoline te u ograničenoj preciznosti instrumenta. Boljom izolacijom od okoline i korištenjem preciznijih uređaja slučajne se pogreške mogu smanjivati [14].

- Sistematske pogreške su pogreške koje mogu nastati zbog neispravnosti instrumenta za mjerenje, npr. zbog pogrešno baždarenih skala, pomaknutih nultih položaja ili zbog promjene podjeljka skale radi toplinskog rastezanja ili skupljanja itd. Pogreške te vrste ne mogu se reducirati većim brojem ponavljanja i uvijek su u istom smjeru i istog iznosa. Takve se pogreške ipak mogu izbjeći provjerom ispravnosti uređaja [14].

- Grube pogreške mogu nastati zbog naglog poremećaja u okolini ili instrumentu te zbog ljudske pogreške. Do takve pogreške može doći i ako osoba koja izvodi pokus krivo očita ili zapiše vrijednost mjerene veličine [14].

U sljedećih će nekoliko odlomaka biti objašnjeno kako treba zapisati konačan rezultat mjerenja.

Neka je zadana fizikalna veličina izmjerena n puta, pojedinačne vrijednosti mjerenja neka su označene na sljedeći način:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n.$$

Srednja vrijednost određuje se kao aritmetička sredina prethodnih vrijednosti, odnosno:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1.1)$$

Osim srednje vrijednosti, za konačan prikaz rezultata mjerenja potrebno je navesti i definirati sljedeće pojmove: srednja kvadratna pogreška pojedinog mjerenja, srednja kvadratna pogreška aritmetičke sredine, relativna nepouzdanost i maksimalna apsolutna pogreška. Srednja kvadratna pogreška pojedinog mjerenja m (nepreciznost mjerenja, standardna devijacija pojedinog mjerenja) je mjera odstupanja pojedinačnih vrijednosti x_i od srednje vrijednosti $\bar{x}$ i definira se na sljedeći način:

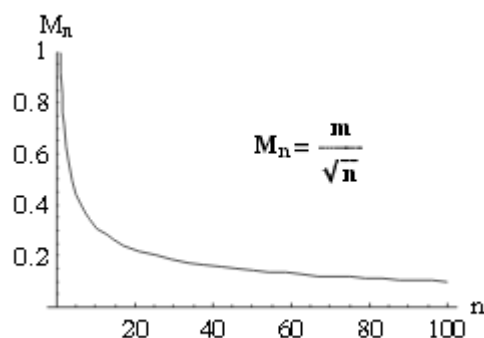
$$m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}. \quad (1.2)$$

Za dovoljno velik broj mjerenja, srednja kvadratna pogreška pojedinog mjerenja poprima ustaljenu vrijednost, pa je mjerenje najbolje ponoviti barem deset puta (prema [14]). Važno je naglasiti da ta pogreška opisuje prosječno rasipanje rezultata mjerenja čiji je uzrok u

nesavršenoj preciznosti uređaja. Druga važna pogreška je srednja kvadratna pogreška aritmetičke sredine M_n (nepouzdanost, standardna devijacija aritmetičke sredine ili skraćeno standardna pogreška). Što je broj mjerenja veći, to se očekuje da će mjerena fizikalna veličina biti pouzdanije određena. Upravo je mjera za nepouzdanost srednja kvadratna pogreška aritmetičke sredine M_n , ona je od srednje kvadratne pogreške pojedinog mjerenja manja za faktor $\frac{1}{\sqrt{n}}$, odnosno:

$$M_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}. \quad (1.3)$$

Iz prethodne formule vidljivo je da M_n ovisi o n pa je logično da će se s većim brojem mjerenja M_n smanjivati. Na slici 1.1 prikazana je ovisnost M_n o n :



Slika 1.1: Ovisnost M_n o n [14]

Sa slike 1.1 vidljivo je da do $n \approx 10$, M_n naglo opada, a zatim se vrlo sporo približava osi n . Dakle, mjerenje je doista potrebno izvesti oko deset puta.

Sljedeći važan pojam je relativna nepouzdanost mjerenja R_M . R_M se definira kao omjer nepouzdanosti i srednje vrijednosti mjerenja:

$$R_M = \frac{M_n}{\bar{x}} \cdot 100\%. \quad (1.4)$$

Posljednji važan pojam je maksimalna apsolutna pogreška koja se definira kao najveće odstupanje pojedinačnog mjerenja od srednje vrijednosti:

$$\Delta x = |x - x_i|_{\max}. \quad (1.5)$$

Konačno, rezultat mjerenja zapisuje se u sljedećem obliku:

$$x = (\bar{x} \pm M_n). \quad (1.6)$$

Važno je uočiti da je prilikom ponavljanja mjerenja moguće uvijek dobiti istu vrijednost (npr. kod mjerenja digitalnom vagom). U takvim je slučajevima standardna pogreška jednaka nuli, pa je maksimalnu pogrešku potrebno procijeniti. Prethodno opisan račun pogreške odnosi se na neovisna mjerenja. Za potrebe ovog diplomskog rada to je dovoljno pa o zavisnim mjerenjima ovdje neće biti riječi [1, 14].

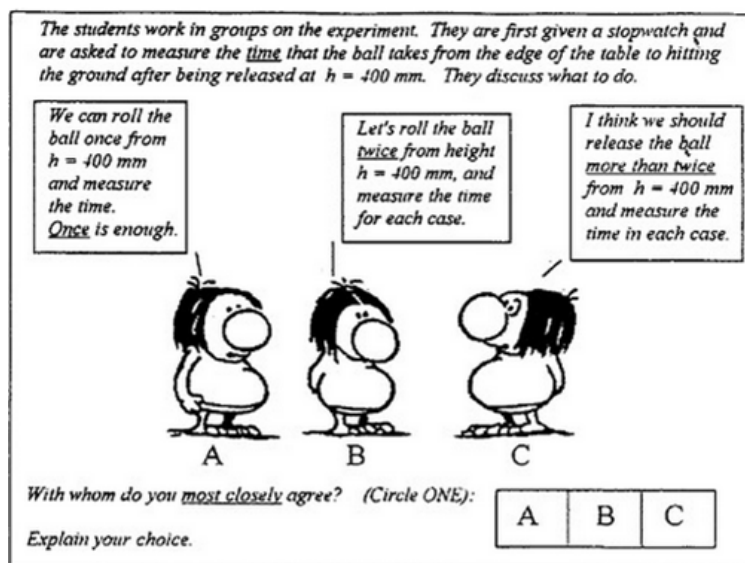
Poglavlje 2

Studentske i učeničke poteškoće s mjernim nesigurnostima

Cilj ovog diplomskog rada je istražiti glavne studentske poteškoće vezane uz mjerenja i nesigurnost mjerenja. Do sada su provedena brojna istraživanja na tu temu te su izdani članci i nekoliko doktorskih disertacija. Sažetci nekih od njih nalaze se u tekstu koji slijedi.

1996. godine Lubben i Millar objavili su rezultate testiranja provedenog na 1000 britanskih učenika, triju različitih dobnih skupina. Oni su nastojali ispitati je li kod učenika razvijena svijest o potrebi ponavljanja mjerenja te ako ona postoji, željeli su istražiti zašto učenici misle da je potrebno ponavljati mjerenje. Također, test kojim je provedeno istraživanje sadržavao je pitanja vezana uz vrijednosti koje znatno odstupaju od drugih (eng. *outlier*). Ispitivače je zanimalo koliki postotak učenika uočava te vrijednosti i kako oni postupaju s njima. Preostala pitanja bila su vezana uz raspršenost podataka [1].

Pitanja su sadržavala diskusiju triju likova iz crtića te su se učenici trebali složiti s jednim likom i obrazložiti svoj odabir [2]. Primjer pitanja prikazan je na slici 2.1.



Slika 2.1: Pitanje iz istraživanja o važnosti mjerenja [2]

Istraživanje je pokazalo veliki napredak 16-godišnjaka u odnosu na 12-godišnjake. Oko 25% 12-godišnjaka je znalo da je mjerenje potrebno izvoditi više puta kako bi se odredila srednja vrijednost, tj. broj koji najbolje opisuje skup mjerenja. Rezultati 16-godišnjaka bili su znatno bolji, čak 70% točnih odgovora. Nadalje, stariji učenici bili su uspješniji u prepoznavanju i odbacivanju netipične vrijednosti. Zadatak u kojem je trebalo usporediti rezultate mjerenja dviju grupa imao je vrlo zanimljivu riješenost. Skup mjerenja dviju grupa bio je takav da su srednje vrijednosti bile jednake, a raspršenje podataka različito te su učenici trebali reći čiji su rezultati bolji. Postotak 16-godišnjaka koji su rekli da su rezultati grupe s manjim raspršenjem bolji povećao se na 39% u odnosu na 15% 12-godišnjaka. Međutim, postotak učenika koji je odgovorio da su rezultati podjednako dobri (najčešći razlog tog odabira bila je jednakost srednjih vrijednosti) ostao je isti za sve dobne skupine i iznosio je oko 50% [1].

Lubben i Millar napravili su model napredovanja učeničkih ideja vezanih uz razumijevanje postupka mjerenja i analize rezultata mjerenja. Model se sastoji od osam razina i svaka sljedeća razina predstavlja točniji model razmišljanja od prethodnog. Kroz prvih sedam razina mogu se vidjeti učeničke i studentske poteškoće, dok osma razina predstavlja model ispravnog načina zaključivanja. Opis svih osam razina nalazi se utablici 2.1 [2].

Razina	Studentske ideje o procesu mjerenja
A	Mjerenje je dovoljno izvesti jednom te je rezultat tog mjerenja točna vrijednost.
B	Ukoliko se mjerenjem ne dobije vrijednost različita od one koja se očekuje, rezultat mjerenja može se smatrati točnim.
C	Mjerenje je potrebno ponoviti više puta, radi prakse. Za konačan rezultat mjerenja može se uzeti bilo koja od prethodno dobivenih vrijednosti.
D	Mjerenje je potrebno ponavljati sve dok se ne dobije točna vrijednost i tada je to mjerenje ispravno.
E	Potrebno je odrediti srednju vrijednost. Budući da rezultati pojedinih mjerenja trebaju biti različiti, potrebno je malo promijeniti uvjete u kojima se izvodi mjerenje.
F	Potrebno je odrediti srednju vrijednost nekoliko mjerenja kako bi se uzele u obzir varijacije koje su nastale zbog nepreciznog mjerenja. Kvaliteta rezultata može biti jedino procijenjena od neke nadležne osobe (profesor, asistent).
G	Potrebno je odrediti srednju vrijednost pojedinačnih mjerenja. Raspršenost pojedinačnih rezultata govori o kvaliteti konačnog rezultata.
H	Prije određivanja srednje vrijednosti potrebno je odbaciti rezultate koji značajno odstupaju od ostalih te je tek tada moguće govoriti o kvaliteti mjerenja s obzirom na raspršenost rezultata.

Tablica 2.1: Model napredovanja učeničkih ideja vezanih uz mjerenja [2]

U prethodnom je modelu vidljivo kako učenici koji vrlo malo znaju o mjerenjima misle da je mjerenje dovoljno izvesti samo jednom. Oni malo uspješniji znaju da bi bilo dobro ponoviti mjerenje više puta, no nisu sigurni koji rezultat odabrati. Kod nekih je učenika razvijena svijest o važnosti ponavljanja mjerenja, no ne znaju razlog tome; oni misle kako je potrebno mijenjati uvjete za dobivanje različitih rezultata. Najuspješniji učenici znaju da konačan rezultat mjerenja treba prikazati u obliku: srednja vrijednost $\pm$ nesigurnost; no nijansa koja razlikuje uspješne od onih najuspješnijih je ta da je potrebno odbaciti vrijednosti koje u velikoj mjeri odstupaju od ostalih.

Sere, Journeaux i Larcher ukazali su na činjenicu da studenti ponekad spontano ponove mjerenje zato što nisu zadovoljni prvim rezultatom ili sumnjaju u njegovu točnost. Drugim

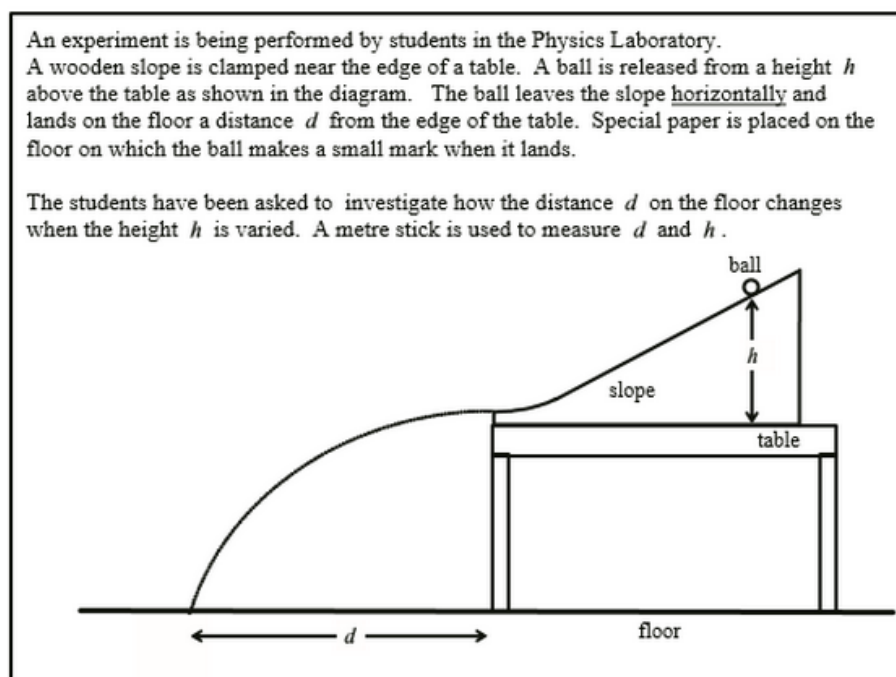
riječima, prilikom rada u praktikumu studenti su usmjereni na traženje točne vrijednosti umjesto da pažnju usmjeravaju na postojanje nesigurnosti kod mjerenja [13].

Nadalje, jedno vrlo opsežno istraživanje na tu temu proveli su i istraživači sa sveučilišta u Cape Townu u Južnoafričkoj Republici i u Yorku u Velikoj Britaniji. Koristeći prethodna istraživanja, istraživači su razvili okvirnu kategorizaciju studentskih ideja vezanih uz mjerenja; kategorije su bile podijeljene u dvije skupine *točka* i *skup* paradigma. *Točka* paradigma predstavlja pogrešne zaključke u vezi mjerenja, dok *skup* paradigma odgovarajući točan način zaključivanja. Novija formulacija tih kategorija prikazana je u tablici 2.2 [7].

<i>Točka</i> paradigma	<i>Skup</i> paradigma
Mjerenjem je moguće odrediti točnu vrijednost mjerene veličine.	Proces mjerenja podrazumijeva nepotpune informacije o mjerenoj veličini.
Greške mogu biti reducirane na nulu.	Sva mjerenja uključuju nesigurnost koju je nemoguće smanjiti na nulu.
Rezultat pojedinog mjerenja ima potencijala biti točna vrijednost.	Za određivanje broja koji najbolje opisuje skup mjerenja i intervala nesigurnosti koriste se rezultati pojedinih mjerenja.

Tablica 2.2: *Točka* i *skup* paradigma [7]

Koristeći se prethodnim kategorijama, istraživači su analizirali studentske odgovore na pitanja iz testa koji su nazvali Upitnik o fizikalnim mjerenjima (eng. *Physics Measurement Questionnaire*) [7]. Učenike se ponovno tražilo da pokažu znanje koje imaju o procesu mjerenja i nesigurnosti u mjerenju. Svako se pitanje odnosilo na isti eksperimentalni postav: kuglica je puštena niz drvenu kosinu s visine h u odnosu na stol (drvena kosina nalazila se na stolu). Kuglica napušta kosinu tako da u zraku izvodi horizontalni hitac i konačna udaljenost kuglice do ruba stola označena je s d . Studenti su mjerili udaljenost d pomoću posebnog papira i metra (na papiru je ostala oznaka nakon što je kuglica pala na njega). Zadatak je bio istražiti kako domet d ovisi o visini h [7]. Eksperimentalni postav prikazan je na slici 2.2.



Slika 2.2: Eksperimentalni postav za pitanja iz Upitnika o fizikalnim mjerenjima [7]

Sedamdesetak učenika prve godine na Sveučilištu Cape Town testirani su prije i poslije izvođenja laboratorijskih vježbi (predtest i posttest). Na predtestu je 54-77% studenata koristilo *točka* paradigmu na zadacima o skupljanju podataka i analizi rezultata mjerenja. Taj broj se smanjio na 13-21% na posttestu. Međutim, kada se studente tražilo da usporede dva skupa mjerenja čije su srednje vrijednosti bile poznate, nijedan student nije koristio *skup* paradigmu, a 98% studenata koristilo je mješavinu *točka* i *skup* paradigmi [7].

Nadalje, prema [1] provedeno je opsežno istraživanje o studentskom razumijevanju mjerenja i mjernoj nesigurnosti. Istraživanje je provedeno na oko 400 studenata s dva poznata američka sveučilišta (North Carolina State University i University of North Carolina). Studenti su bili podijeljeni u šest skupina, prva je skupina rješavala samo predtest, a preostalih pet skupina i predtest i posttest. Studenti iz prve skupine rješavali su test u posebnim uvjetima, od njih se tražilo da razmišljaju na glas te su njihove rečenice bile snimane [1]. Test konstruiran za ovo istraživanje sadržavao je pitanja višestrukog izbora i pitanja u kojima je potrebno napisati vlastito obrazloženje. Neki zadatci preuzeti su iz prijašnjih publikacija, a neki su posebno konstruirani za ovaj test. Nadalje, kontekst testa bio je podijeljen na tri dijela: ponavljanje mjerenja, očitavanje s ravnala i određivanje vrijednosti mjerene veličine tako da se iskoristi rezultat mjerenja N istih predmeta i taj se rezultat podijeli s N (eng. *stacking*) [1].

Rezultati predtesta i posttesta uspoređivani su samo unutar jednog sveučilišta. Studenti s oba sveučilišta pokazali su kako znaju da netipičnu vrijednost treba izbaciti iz skupa mjerenja; odnosno, to je znalo 75% studenata na predtestu i 85% studenata na posttestu. U jednom je zadatku bilo potrebno odrediti koja grupa studenata je dobila bolje rezultate s time da su dobivene srednje vrijednosti bile jednake, a raspršenje podataka različito. Rezultati su pokazali kako su dvije grupe studenata značajno napredovale na posttestu u odnosu na predtest (ti su studenti znali kako bolja mjerenja ima skupina čiji su pojedinačni rezultati manje raspršeni). Nadalje, u zadatku u kojem je trebalo odgovoriti slažu li se rezultati mjerenja dviju skupina (s time da su srednje vrijednosti bile različite, a raspršenje podataka slično), samo je jedna grupa ostvarila statistički značajni napredak. Jedan zadatak bio je odrediti debljinu tankog diska, koristeći tzv. *stacking* metodu. Rezultati tog zadatka pokazuju da su dvije grupe studenata značajno napredovale na posttestu [1].

Prethodno navedena istraživanja provedena su u različitim zemljama. U Hrvatskoj se znanje učenika o mjerenjima i nesigurnosti kod mjerenja provjerava na nacionalnoj razini kroz ispite državne mature. Glavna karakteristika ove teme je njena prisutnost u gotovo svim nastavnim cjelinama iz fizike, kako u osnovnoj tako i u srednjoj školi. Na satovima fizike vrlo se često izvode mjerenja, stoga svako mjerenje može biti osnova za razvoj ideje o važnosti prikaza rezultata mjerenja i postojanju nesigurnosti.

Sljedeći odgojno-obrazovni cilj prirodoslovnog područja preuzet iz [8] govori da učenici trebaju znati prikazati rezultate mjerenja te ih tumačiti:

„Naučiti raspravljati o pokusima, analizirati, vrjednovati i tumačiti prikupljene podatke, znati prikazati rezultate opažanja i mjerenja grafikonom, tablicom, matematičkim izrazom, tematskom kartom [8].“

Nadalje, u [8] navedeni su i sljedeći ishodi:

Treći ciklus:

„Učenici će prikazati rezultate (opažanja i/ili mjerenja) tablicom, grafički, matematičkim izrazom, kartom...[8].“

Četvrti ciklus (strukovne škole):

„Učenici će analizirati primjere izvedenih pokusa i primijeniti metode obrade i prikazivanja rezultata [8].“

Četvrti ciklus (gimnazije):

„Učenici će analizirati, vrednovati i tumačiti sakupljene podatke i izvore podataka te se koristiti informacijskom tehnologijom u sakupljanju, obradi i prikazivanju podataka [8].“

U uvodu je navedeno kako se prikazuje rezultat mjerenja u sveučilišnoj nastavi, no takav pristup nije primjeren za osnovnu i srednju školu. Od učenika se ne traži računanje srednje kvadratne pogreške pojedinog mjerenja i aritmetičke sredine. Dovoljno je da učenici razumiju potrebu za ponavljanjem mjerenja i rezultat zapisuju pomoću srednje vrijednosti i maksimalne apsolutne pogreške. Drugim riječima, učenici u osnovnim i srednjim školama konačan rezultat zapisuju na sljedeći način:

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x_{\max}). \quad (2.1)$$

Zadaci na državnoj maturi baziraju se upravo na prethodnom zapisu. Primjeri zadataka mogu se vidjeti u tekstu koji slijedi.

- DM, ljetni rok 2009./2010.

Učenici su četiri puta mjerili valnu duljinu svjetlosti pomoću interferencije svjetlosti na dvjema pukotinama i dobili sljedeće vrijednosti za isti izvor:

λ/nm	650	630	676	628
--------------	-----	-----	-----	-----

Koji je rezultat njihova mjerenja zajedno s pripadnom maksimalnom apsolutnom pogreškom? [10]

U ovom zadatku, učenici su samostalno trebali odrediti srednju vrijednost, maksimalnu apsolutnu pogrešku i na kraju napisati konačan rezultat. Riješenost ovog zadatka bila je 34%.

- DM, ljetni rok 2010./2011.

Učenici su izmjerili sljedeće vrijednosti napona na polovima neopterećene baterije:

1.50 V, 1.51 V, 1.53 V i 1.50 V

Koji od predloženih odgovora predstavlja ispravan zapis rezultata tog mjerenja?

- A. (1.50 ± 0.03) V
- B. (1.50 ± 0.01) V
- C. (1.51 ± 0.02) V
- D. (1.51 ± 0.03) V ?[10]

Ovim se zadatkom željelo ispitati znaju li učenici kako zapisati konačan rezultat mjerenja. Riješenost ovog zadatka bila je 67%.

- DM, ljetni rok 2011./2012.

Dobili ste dijamant. Izvagali ste ga i dobili sljedeće vrijednosti:

$$m_1 = 8.15 \text{ g}, m_2 = 8.16 \text{ g}, m_3 = 8.17 \text{ g}, m_4 = 8.19 \text{ g} \text{ i } m_5 = 8.23 \text{ g}.$$

Kolika je srednja vrijednost ovog mjerenja i pripadna maksimalna apsolutna pogreška?
[10]

Riješenost ovog zadatka bila je 27%.

Ovi rezultati na državnoj maturi pokazuju da učenici bolje rješavaju zadatke višestrukog izbora, nego otvorenog tipa, tj. prepoznaju točan zapis rezultata mjerenja, ali mnogi ne znaju sami provesti potrebni račun.

Poglavlje 3

Metode

3.1 Ispitanici

Istraživanje je provedeno na ukupno 131 studentu Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, odnosno na budućim magistrima edukacije matematike i fizike, fizike i informatike, fizike i tehnike, fizike i kemije te samo fizike. Jedan dio studenata testiran je na klasičan način, tj. rješavao je test na papiru, dok je drugi dio ispitanika rješavao test na računalu gdje su ujedno snimani i njihovi pokreti očiju. Pismeno testiranje provedeno je u prostorima Fizičkog odsjeka Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu, a mjerenje pokreta očiju u Laboratoriju za psiholingvistička istraživanja u Zagrebu.

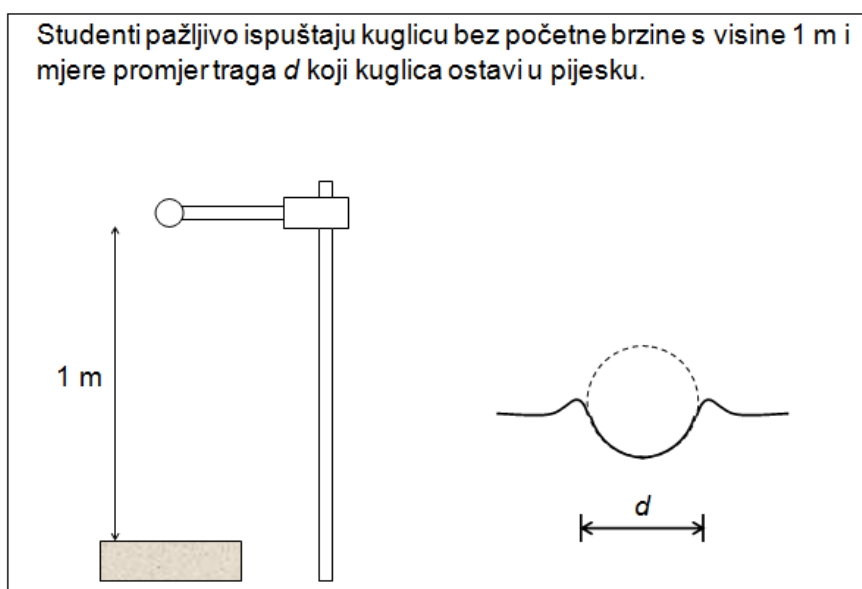
Pismeno je testiran 101 student, točnije, 48 studenata prve godine i 53 studenta viših godina. Studenti prve godine testirani su na jednom od satova kolegija *Osnove fizike 1*, oni su odabrani za testiranje zato što velik broj njih još nije odslušao nijedan od kolegija koji se izvode u praktikumima ili su povezani s osnovama fizikalnih mjerenja. Studenti viših godina testirani su na kolegijima *Elektrodinamika* i *Metodika nastave fizike 1*. Kolegij *Elektrodinamika* obavezan je kolegij na 3. godini, a *Metodika nastave fizike 1* na 5. godini integriranih smjerova. Iako su studenti viših godina testirani na različitim kolegijima, oni su promatrani kao jedna grupa jer su svi ispitanici položili ili odslušali barem dva kolegija vezana uz fizikalna mjerenja.

Pomoću računala testirano je 30 studenata viših godina. Studenti koji su testirani pismeno, nisu bili testirani i pomoću računala te vrijedi i obratno.

3.2 Test

Test konstruiran za ovo istraživanje uglavnom se bazirao na zadatcima korištenim u prethodnim istraživanjima. Test je sadržavao 8 zadataka višestrukog izbora. Prvih pet i posljednji osmi zadatak imali dva dijela; u prvom a) dijelu zadatka studenti su se trebali odlučiti za jedan odgovor, a u drugom b) dijelu svoj su odabir trebali obrazložiti. Važna karakteristika ovog testa je grafički prikaz izmjerenih podataka na polovici testova. Dakle, polovica ispitanika rješavala je test na kojem su izmjereni podatci bili prikazani na brojevnoj crti. Pitanja i ponuđeni odgovori bili su jednaki na testu bez i s grafičkim prikazom podataka.

Prvih se pet zadataka odnosilo na eksperimentalni postav prikazan na slici 3.1, a osnova za posljednja tri zadatka bile su izmjerene vrijednosti akceleracije slobodnog pada.



Slika 3.1: Eksperimentalni postav za prvih pet zadataka iz testa

Prije samog početka rješavanja studenti su dobili upute za rješavanje. Rečeno im je da se kod nekih zadataka traži obrazloženje nakon što odaberu jedan od ponuđenih odgovora, te su zamoljeni da odaberu odgovor koji najviše odgovara razlogu zbog kojeg su odabrali neki od odgovora. Ako se među ponuđenim odgovorima nije nalazio odgovor koji je odgovarao njihovom razmišljanju, studenti su na praznu crtu trebali napisati vlastito obrazloženje. Sadržajno su odgovor mogli zapisati samo studenti koji su testirani pismeno. Studenti koji su rješavali test na računalu, izrekli su svoje mišljenje voditelju istraživanja i on je zapisao

odgovor na papir. Još jedna važna uputa bila je da se zadatci rješavaju redom i da nema vraćanja na već riješene zadatke. Nije bilo vremenskog ograničenja za rješavanje testa. Međutim, većina ispitanika je test riješila za oko 20 minuta.

Test se nalazi u Prilogu 1, a na sljedećih nekoliko stranica opisani su zadatci.

1. zadatak

U prvom je zadatku bilo potrebno odrediti broj koji najbolje predstavlja skup mjerenja. Skup mjerenja činilo je šest vrijednosti promjera izraženih u milimetrima i od toga je jedna vrijednost uvelike odstupala od drugih (eng. *outlier*). Razlozi toliko velikog odstupanja mogli su biti različiti, npr. kuglica nije bačena s predviđene visine, iznenada je zapuhao povjetarac i promijenio izgled traga ili je naprosto vrijednost pogrešno očitana ili zapisana. Studenti su trebali uočiti netipičnu vrijednost i izbaciti je iz skupa mjerenja. Nakon izbacivanja, trebali su odrediti srednju vrijednost preostalih mjerenja jer je to broj koji najbolje opisuje skup mjerenja. Točan odgovor bio je 22 mm. Pogrešna obrazloženja prvog zadatka nalaze se u tablici 3.1.

Pogrešni odgovori	Obrazloženje zašto je odgovor pogrešan
a) Taj se broj dobije ako se zbroje sve vrijednosti mjerenja i taj zbroj podijeli sa 6.	Potrebno je izbaciti netipičnu vrijednost.
c) Taj se broj pojavio dva puta u mjerenjima, a ostali samo jedanput.	Broj koji se pojavio dva puta nije nužno broj koji najbolje opisuje skup mjerenja.
d) Taj je broj na sredini izmjenjenih vrijednosti.	Prvo je potrebno iz skupa mjerenja izbaciti netipičnu vrijednost, a broj na sredini izmjenjenih vrijednosti nije nužno jednak srednjoj vrijednosti.

Tablica 3.1: Pogrešna obrazloženja u prvom zadatku

2. zadatak

Nakon što su studenti u prvom zadatku trebali odrediti broj koji najbolje određuje skup mjerenja, u drugom su zadatku trebali zaključiti o vrijednosti mjerene veličine d . Bile su ponuđene sljedeće vrijednosti mjerenja promjera traga kuglice u pijesku:

d/mm 23 18 26 23 20

Promatrajući gore navedene brojeve slijedi da se vrijednost mjerene veličine d nalazi negdje između 18 i 26 mm, tj. odgovor d). Točnu vrijednost mjerene veličine nemoguće je odrediti pa je konačan rezultat mjerenja interval, a ne jedan broj. U tablici 3.2 nalazi se pregled pogrešnih odgovora.

Pogrešni odgovori	Obrazloženje zašto je odgovor pogrešan
a) Taj se broj dobije ako se zbroje sve vrijednosti mjerenja i taj zbroj podijeli s 5.	Konačan rezultat mjerenja nikada nije jedan broj zbog nesigurnosti u mjerenju.
b) Mjerenje od 26 mm odstupa od srednje vrijednosti, pa tu vrijednost treba odbaciti.	U ovom slučaju 26 mm nije netipična vrijednost pa to mjerenje nije potrebno izbaciti. Samo srednja vrijednost nema smisla jer se ne traži broj koji najbolje opisuje konačan rezultat mjerenja, nego je pitanje što je konačan rezultat mjerenja.
c) Taj se broj pojavio dva puta u mjerenjima, a ostali samo jedanput.	Konačan rezultat mjerenja nikada nije jedan broj.

Tablica 3.2: Pogrešna obrazloženja u drugom zadatku

3., 4. i 5. zadatak

Konceptualno gledajući, sljedeća su tri zadatka vrlo slična. Cilj tih zadataka je istražiti koliko dobro se studenti snalaze u zadacima u kojima je potrebno usporediti rezultate mjerenja koje su dobile dvije nezavisne grupe - grupe A i B. Glavni smisao tih zadataka je istovremeno uspoređivanje srednjih vrijednosti i intervala unutar kojih se nalaze vrijednosti.

U trećem su se zadatku rezultati mjerenja grupe A nalazili u užem intervalu od intervala grupe B, no srednje vrijednosti su bile jednake. Pitanje je bilo da se usporede dobiveni rezultati, tj. da se odluči čiji su rezultati bolji. Točan odgovor je da su rezultati grupe A bolji zato što su rezultati te grupe između 20 mm i 30 mm, a rezultati grupe B između 11 mm i 41 mm, tj. raspršenje je manje za grupu A. Važno je napomenuti, da je zaključivanje temeljeno na promatranju samo srednjih vrijednosti nepotpuno i dovodi do pogrešnog zaključka. U ovom slučaju jednakost srednjih vrijednosti samo eliminira mogućnost da je jedna od tih vrijednosti bliža točnoj vrijednosti mjerene veličine. Pogrešna obrazloženja u trećem zadatku nalaze se u tablici 3.3.

Pogrešni odgovori	Obrazloženje zašto je odgovor pogrešan
a) Obje su grupe dobile iste srednje vrijednosti.	Nije dovoljno uspoređivati samo srednje vrijednosti.
c) Rezultati grupa A i B se ne slažu - moguće je da su iste srednje vrijednosti dobivene slučajno.	Rezultati se mogu ne slagati i u slučaju da su srednje vrijednosti jednake.
d) Grupe A i B su koristile različite metode, ali to nije važno ako je konačni rezultat jednak.	Nije dovoljno uspoređivati samo srednje vrijednosti.
e) Ako se radi više mjerenja, dobije se ista srednja vrijednost, bez obzira na greške u mjerenju.	Ako se radi više mjerenja, za očekivati je da srednje vrijednosti budu slične, no one nisu uvijek jednake. Ovo obrazloženje unaprijed tvrdi da će se rezultati svih grupa uvijek slagati.

Tablica 3.3: Pogrešna obrazloženja u trećem zadatku

Srednje vrijednosti rezultata mjerenja grupa A i B u četvrtom su se zadatku razlikovale. Srednja vrijednost grupe A iznosila je 23 mm, a srednja vrijednost grupe B bila je 25 mm. Iako su se srednje vrijednosti razlikovale, odgovor na pitanje slažu li se rezultati mjerenja grupe A i grupe B je potvrđan. Obrazloženje je da je potrebno promatrati intervale izmjerenih vrijednosti. Premda su srednje vrijednosti različite, intervali izmjerenih vrijednosti većim se dijelom preklapaju pa razlika između srednjih vrijednosti nije značajna. Ostala ponuđena rješenja bila su navedena zato što su prethodna istraživanja pokazala da su to tipični pogrešni odgovori, pregled tih odgovora nalazi se u tablici 3.4.

Pogrešni odgovori	Obrazloženje zašto je odgovor pogrešan
b) Obje su grupe dobile vrijednosti 20, 24 i 28 mm.	Nije moguće izvesti zaključak promatrajući samo neke rezultate.
c) Srednje vrijednosti mjerenja obiju grupa su različite.	Nije dovoljno promatrati samo srednje vrijednosti, potrebno je provjeriti preklapaju li se intervali izmjerenih vrijednosti.
d) Interval izmjerenih vrijednosti širok je 10 mm za grupu A, a 11 mm za grupu B.	Razlika u širini intervala je zanemariva, potrebno je pogledati preklapaju li se intervali.
e) Razlika od 2 mm između dviju srednjih vrijednosti je velika u odnosu na mjerenu veličinu.	Nije dovoljno promatrati samo srednje vrijednosti, potrebno je provjeriti preklapaju li se intervali izmjerenih vrijednosti kako bi se vidjelo je li razlika između srednjih vrijednosti značajna ili ne.
f) Izmjerene vrijednosti su previše raspršene.	Uz raspršenost potrebno je promotriti i preklapanje intervala.

Tablica 3.4: Pogrešna obrazloženja u četvrtom zadatku

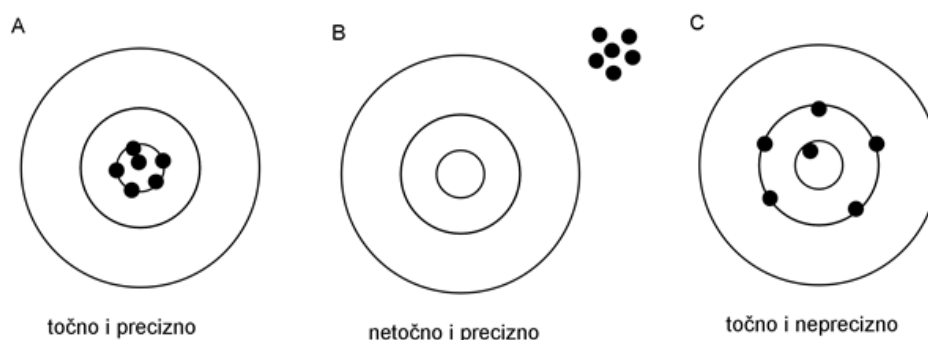
U petom su se zadatku srednje vrijednosti razlikovale i intervali izmjerenih vrijednosti nisu se preklapali, stoga je odgovor na pitanje slažu li se rezultati mjerenja grupe A i B bio „ne“. Obrazloženje da se rezultati grupa A i B ne slažu zato što su srednje vrijednosti mjerenja obiju grupa različite je pogrešno. Obrazloženja pogrešnih odgovora za peti zadatak jednaka su obrazloženju pogrešnih odgovora za četvrti zadatak, pa ona neće biti posebno navedena.

6. i 7. zadatak

U šestom i sedmom zadatku se od ispitanika tražilo da zakluče o točnosti i preciznosti mjerenja. Preciznost mjerenja odnosi se na to koliko su izmjerene vrijednosti raspršene, tj. da li je interval izmjerenih vrijednosti uzak ili širok. Što su vrijednosti raspršenije, tj. što je interval širi to je preciznost mjerenja manja. Nadalje, točnost mjerenja odnosi se na to koliko rezultat mjerenja odstupa od točne vrijednosti mjerene fizikalne veličine. Rezultat mjerenja u ovom zadatku najbolje opisuje srednja vrijednost, pa se točnost procjenjuje s obzirom na to koliko srednja vrijednost odstupa od točne vrijednosti. U šestom je zadatku mjerenje bilo precizno, no ne i točno. Srednja vrijednost izmjerenih vrijednosti bila je 9.62 m/s^2 što nije u skladu s akceleracijom slobodnog pada koja u Zagrebu iznosi 9.81 m/s^2 . Mjerenje je u sedmom zadatku bilo točno, no ne i precizno. Interval izmjerenih vrijednosti

bio je vrlo širok pa je mjerenje neprecizno; no srednja vrijednost iznosila je upravo 9.81 m/s^2 te se može reći da je mjerenje točno.

Točnost i preciznost još se mogu demonstrirati na primjeru gađanja mete.



Slika 3.2: Grafički prikaz točnosti i preciznosti mjerenja

Na slici 3.2 pod *C* pogodci su raspršeni, no svi se nalaze vrlo blizu centra mete pa se može reći da je strijelac gađao neprecizno, ali točno. Na slici *B* svi su pogodci blizu jedan drugome, no daleko od središta mete pa se za takvo gađanje može reći da je precizno i netočno. Za razliku od slika *B* i *C*, na slici *A* prikazano je točno i precizno gađanje mete.

Važno je naglasiti da je potrebno razlikovati preciznost i točnost mjerenja od preciznosti i točnosti instrumenta. Preciznost instrumenta najčešće je određena rezolucijom instrumenta, tj. podjelom skale. Ako je npr. najmanji podjeljak skale ravnala 1 mm , tada je preciznost ravnala $0,5 \text{ mm}$. Preciznost instrumenta određena je brojem znamenaka u zapisu vrijednosti mjerene fizikalne veličine. Točnost instrumenta određena je iz tehničkih specifikacija danih u katalozima ili je procijenjena na temelju preciznosti instrumenta.

8. zadatak

U osmom zadatak trebalo je odabrati najbolji zapis konačnog rezultata mjerenja akceleracije slobodnog pada g uz zadanu srednju vrijednost dobivenu računanjem na kalkulatoru i pripadnu pogrešku. Srednja vrijednost iznosila je 9.79945 m/s^2 , a pogreška 0.02 m/s^2 pa je najbolji zapis rezultata mjerenja akceleracije g bio odgovor d), odnosno:

$$g = (9.80 \pm 0.02) \text{ m/s}^2.$$

Prethodni zapis je točan zato što je broj znamenaka u rezultatu određen pogreškom, koja je bitan dio rezultata. Srednja vrijednost zaokružuje se na temelju izračunate pogreške, odnosno uz pouzdane znamenke piše se i prva nepouzdana znamenka, tj. ona koja je na istom decimalnom mjestu kao i prva značajna (različita od nule) znamenka pogreške. Stoga, u prethodnom se zapisu srednja vrijednost ne može zapisati kao 9.8 jer je 0 upravo prva nepouzdana znamenka. Pregled pogrešnih obrazloženja nalazi se u tablici 3.5.

Pogrešni odgovori	Obrazloženje pogrešnog odgovora
a) Treba napisati što više znamenaka u rezultatu da bude precizniji. Pogreška ovisi o broju mjerenja, pa je nema smisla zapisivati.	Slučajna pogreška se s brojem mjerenja smanjuje, ali nakon otprilike 10 mjerenja ona se ne mijenja puno. Slučajnu je pogrešku potrebno navesti u konačnom rezultatu (konačan rezultat mjerenja nije jedan broj). Nema smisla pisati što više znamenki jer znamenke koje su nepouzidane (tj. nalaze se iza decimalnog mjesta kao i prva značajna znamenka pogreške) ne doprinose preciznosti mjerenja.
b) Rezultat uvijek moramo zaokružiti na jednu decimalu. Pogreška ovisi o broju mjerenja, pa je nema smisla zapisivati.	Pogreška je važan dio konačnog zapisa i treba je navesti. Ona određuje na koliko decimala se zaokružuje srednja vrijednost.
c) Treba precizno zapisati srednju vrijednost (na više decimala) i navesti pripadnu pogrešku.	Broj decimalnih mjesta srednje vrijednosti određen je pripadnom pogreškom. Dodatne decimale ne doprinose preciznosti mjerenja.

Tablica 3.5: Pogrešni odgovori u osmom zadatku

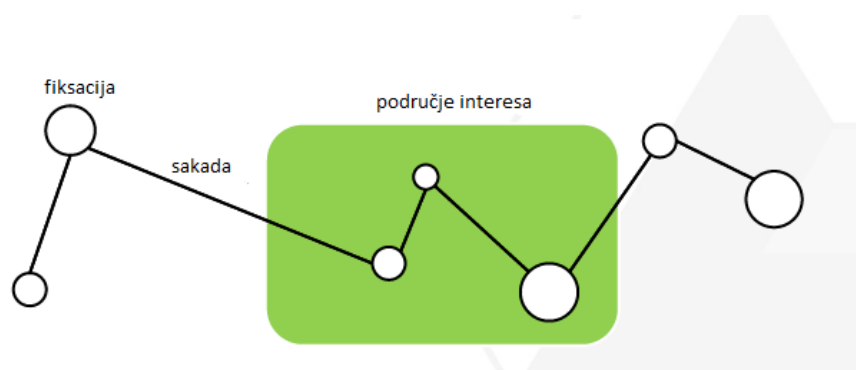
3.3 Mjerenje pokreta očiju

Metoda mjerenja pokreta očiju koristi se za istraživanje različitih kognitivnih funkcija, posebice za istraživanje vizualne percepcije i pažnje. Rezultati istraživanja njemačkog liječnika i fizičara Hermanna von Helmholtza (1821. – 1894.) o fiziologiji oka te rezultati istraživanja pažnje upućivali su na to da je vizualna pažnja samo djelomično povezana s pokretima očiju, dok je za usmjeravanje pogleda prema nekom predmetu potrebno prethodno usmjeravanje pažnje. Nadalje, istraživanja su pokazala da oko gleda ono što um

obrađuje i da usmjeravanje pogleda ne mora nužno biti pod svjesnom kontrolom, upravo zbog tih činjenica moguće je metodu mjerenja pokreta očiju koristiti za istraživanje automatskih, brzih i nesvjesnih procesa. Ovom metodom može se mjeriti broj fiksacija, duljina fiksacije, broj sakada, vrijeme gledanja određenog područja interesa itd. [6]. Radi boljeg razumijevanja prethodnih pojmova, slijedi njihovo objašnjenje:

- Fiksacija je stanje kada oko miruje tijekom određenog vremenskog perioda, tj. pogled se zadržava na jednom mjestu [3].
- Sakada je brzi pokret oka od jedne fiksacije do druge [3].
- Područje interesa (eng. *Area of Interest (AOI)*) je područje vidnog podražaja koje se želi zasebno analizirati te se posebno definira [3].
- Vrijeme posjeta (eng. *dwell*) određenom području interesa se također može izmjeriti. Vrijeme gledanja (eng. *dwelt time*) je ukupno vrijeme trajanja svih fiksacija i sakada u određenom području interesa [3].

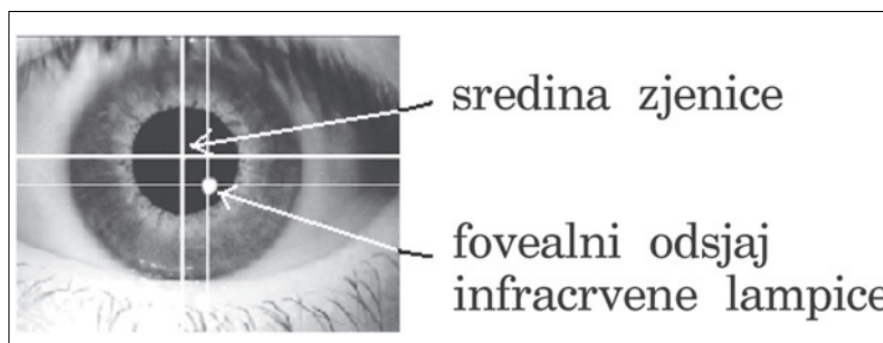
Na slici 3.3 grafički je prikazano značenje fiksacija, sakada i područja interesa. Polumjer kruga pokazuje trajanje fiksacije, tj. koliko dugo je ispitanik zadržao pogled na određenom mjestu.



Slika 3.3: Grafički prikaz fiksacija, sakada i područja interesa [3]

Postupak mjerenja je takav da ispitanici sjednu ispred računala i uređaja za snimanje pokreta očiju te bradu i čelo naslone na predviđeno mjesto kako bi im glava bila nepomična tijekom snimanja. Uređaj snima pokrete očiju koristeći kameru i izvor infracrvene svjetlosti. Infracrvena svjetlost obasjava oko i ta se svjetlost reflektira od rožnice (fovealni odsjaj). Kamera snima taj fovealni odsjaj (nepomičan s obzirom na oko) i zjenicu koja

se pomiče s pomakom cijelog oka. Softver određuje središte fovealnog odsjaja i sredinu zjenice oka na osnovi svjetline piksela. Smjer pogleda određuje se pomoću vektora između te dvije točke [6]. Princip rada uređaja prikazan je na slici 3.4.



Slika 3.4: Princip rada uređaja za mjerenje pokreta očiju [6]

Za svakog ispitanika potrebno je napraviti kalibraciju prije početka mjerenja s obzirom na 13 točaka na ekranu. Uređaj mjeri pokrete očiju s uzorkovanjem od 500 Hz i preciznošću od 0.25 - 0.5 vidnog kuta. S obzirom na zadane parametre (najveća brzina, duljina, tj. domet i trajanje) uređaj pomoću svog algoritma automatski otkriva fiksacije i sakade. Fiksacije se otkrivaju kao grupe mikrosakada, tj. pokreta ispod praga postavljenog za sakade. Nakon kalibracije slijedi mjerenje [6].

Vrlo je važno da se prilikom snimanja ne nosi maskara zbog toga što je crne boje i kamera bi umjesto zjenice mogla detektirati maskaru. Nadalje, dioptrijske naočale ne bi trebale predstavljati veliki problem prilikom snimanja, jedini problem može biti refleksija, ali se to može ispraviti promjenom kuta naočala [9].

3.4 Analiza podataka

Analiza podataka najvećim je dijelom napravljena u programu Microsoft Excel. Prije samog bodovanja bilo je potrebno unijeti odgovore studenata u tablice. Svi su testovi bodovani na isti način, oni s i bez grafičkog prikaza te testovi tiskani na papiru i testovi koje su studenti rješavali na računalu. Prvih pet zadataka i posljednji osmi zadatak nosili su po dva boda, jedan bod za a) dio zadatka (odgovor) i jedan za b) dio (obrazloženje). Svaki je student na tim zadacima mogao osvojiti 0, 1 ili 2 boda. Jedan bod osvojili su samo oni studenti kojima je prvi dio zadatka bio točan, a u obrazloženju su napisali odgovor koji samo drugim riječima izriče odabir iz prvog dijela zadatka ili obrazloženje koje je samo po sebi točno, ali se ne odnosi direktno na postavljeno pitanje.

Npr. jedan je student u a) dijelu drugog zadatka odabrao točan odgovor (odgovor d):

„Mjerena se veličina nalazi negdje između 18 i 26 mm.“,

a njegovo je obrazloženje bilo sljedeće:

„Vjerojatno se nalazi između 18 i 26 mm.“

Prethodno navedena mogućnost je jedina u kojoj je student na navedenim zadacima mogao osvojiti jedan bod. Ako je studentu samo jedan dio zadatka bio točan (izuzev gore navedenog) - student je dobio 0 bodova. Student koji je odabrao točan odgovor, ali je ponudio pogrešno obrazloženje - dobio je 0 bodova zato što je najvjerojatnije odgovor slučajno pogodio. Jedina razlika između testa tiskanog na papiru i testa rješavanog na računalu su šesti i sedmi zadatak. Tekst zadatka je na oba testa bio identičan, no test na računalu nije imao dodatno pitanje u kojem se tražilo obrazloženje odabranog odgovora u prvom dijelu zadatka. Odlučeno je da se obrazloženja pismeno testiranih studenata neće bodovati, nego će se bodovati samo prvi dio zadatka. Stoga su šesti i sedmi zadatak na svim testovima nosili po jedan bod. Test je ukupno imao 14 bodova.

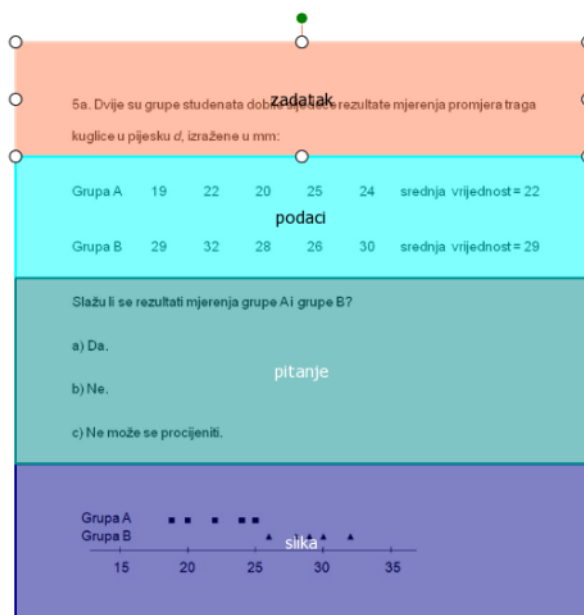
Kao što je navedeno i prije, studentima koji su rješavali test na računalu mjereni su pokreti očiju. Nakon testiranja svih 30 studenata slijedila je obrada podataka. Svako je pitanje bilo podijeljeno na nekoliko područja interesa (eng. *AOI*). Područja interesa po zadacima navedena su u tablici 3.6.

Zadatak	Područje interesa
1. - 5. a)	sve
	zadatak, podatci, pitanje, grafički prikaz
1. - 5. b)	odgovor
6. i 7.	sve
	zadatak, podatci, pitanje, grafički prikaz
8. a)	sve
	zadatak, pitanje
8. b)	odgovor

Tablica 3.6: Područja interesa po zadacima

Područje interesa nazvano *sve* podrazumijeva sve što je prikazano na ekranu (tekst, slika,

neiskorištena bijela površina). Područja interesa *zadatak*, *podatci*, *pitanje*, *grafički prikaz (slika)* pojavljuju se u a) dijelu zadatka. Područje interesa *grafički prikaz* postojalo je i u testovima koji nisu imali grafički prikaz, tamo je to područje interesa bio prazan bijeli pravokutnik. Primjer podjele 5. a) zadatka na područja interesa nalazi se na slici 3.5.



Slika 3.5: Područja interesa za 5. a) zadatak

U zadacima 1.- 5. b) i 8. b) postojalo je jedno područje interesa *odgovor* koje je uključivalo ponuđene odgovore. Osmi zadatak najviše se razlikovao od ostalih. Taj zadatak nije imao navedene podatke pa niti grafički prikaz, a područje interesa *podatci* bilo je reducirano na ravnu crtu.

Nakon podjele na područja interesa dobiveni su podatci o vremenu gledanja, broju fik-sacija, sakadama za svako pojedino područje interesa itd. Analizom tih podataka dobivene su informacije o tome gdje su studenti najviše gledali, na kojem su zadatku proveli najviše vremena, koje je područje interesa bilo najposjećenije itd. Između ostalog, istraživalo se postoji li značajna razlika u uspješnosti studenata koji su rješavali test bez i onih koji su rješavali test s grafičkim prikazom. Za takve i slične usporedbe korišteni su statistički te-stovi, t -test i analiza varijance (ANOVA).

Studentov t -test je statistički test koji ispituje je li razlika između srednjih vrijednosti dviju grupa statistički značajna ili se radi o slučajnosti. Za neku se razliku kaže da je statistički značajna, ako je bez obzira na njen iznos, vrlo vjerojatno da se uoči takva razlika i među populacijama. Statistička značajnost t -testa određena je razlikom između srednjih vrijednosti uzoraka, veličinom uzoraka i standardnim devijacijama uzoraka [12, 4].

Postoje dvije vrste t -testa, upareni i neupareni t -test (eng. *paired and unpaired*). Na primjer, upareni t -test koristio bi se kada bi se uspoređivala uspješnost studenata prve godine i uspješnost tih istih studenata nakon nekoliko godina na nekom testu ili za uspoređivanje uspješnosti studenata prve godine na testu provedenom na dva načina - koristeći papir i olovku te računalo. Za razliku od uparenog t -testa, neupareni t -test koristi se u slučajevima kada su uzorci ispitanika različiti, npr. kada bi se uspoređivala uspješnost dviju različitih grupa studenata, na prvoj godini i na višim godinama [4].

Neka je uzorak od n_1 elemenata uzet iz osnovnog skupa $N_1\{\mu_1, \sigma_0^2\}$, a drugi je uzorak veličine n_2 uzet iz osnovnog skupa $N_2\{\mu_2, \sigma_0^2\}$, gdje su μ_1 i μ_2 očekivane vrijednosti, a σ_0^2 varijanca skupova. $\bar{x}_1$ i $\bar{x}_2$ su srednje vrijednosti pojedinačnih elemenata, a σ_1^2 i σ_2^2 varijance uzoraka. Procjene varijanci uzoraka definirane su na sljedeći način:

$$s_1^2 = \frac{n_1}{n_1 - 1} \sigma_1^2, \quad (3.1)$$

$$s_2^2 = \frac{n_2}{n_2 - 1} \sigma_2^2. \quad (3.2)$$

t -vrijednost određuje se kao:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_d}, \quad (3.3)$$

gdje je s_d izražen pomoću formuli 3.1 i 3.2 jednak:

$$s_d^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}. \quad (3.4)$$

Postupak testiranja je sljedeći: potrebno je odrediti t -vrijednost po formuli 3.3 i iz tablice s graničnim vrijednostima za t -distribuciju, za stupanj slobode $n_1 + n_2 - 2$ i razinu značajnosti α očitati graničnu vrijednost t_g . Ako je $|t| > t_g$ za određenu razinu značajnosti α , nul-hipoteza (hipoteza koja tvrdi da su osnovni skupovi iz kojih potječu uzorci identični) se odbacuje s vjerojatnošću $1 - \alpha$ i prihvaća se alternativna hipoteza [11, 5].

Jedan od važnijih pojmova vezanih uz t -test je p -vrijednost. Ta se vrijednost definira kao vjerojatnost opažanja razlike opažene prilikom promatranja aritmetičkih vrijednosti uzoraka ako vrijedi nul-hipoteza (tj. ako su aritmetičke sredine populacija jednake). Ako je p -vrijednost manja od definiranog nivoa značajnosti, obično od 5% ili 1%, tada ona sugerira da je potrebno odbaciti nul-hipotezu i postaviti neku drugu alternativnu hipotezu. Drugim riječima, ako je p -vrijednost manja od 5 ili 1% tada je razlika između aritmetičkih sredina uzoraka značajna [4].

ANOVA (eng. *Analysis of means using variance*) se koristi za uspoređivanje srednjih vrijednosti većeg broja grupa (broj grupa je veći od 2). ANOVA se može primijeniti ako su varijable osnovnih skupova distribuirane po zakonu normalne razdiobe i varijance svih uzoraka identične. Potrebno je razlikovati jednosmjernu i dvosmjernu (eng. *one-way and two-way*) ANOVA-u. Na primjer, jednosmjerna ANOVA može se koristiti kada se želi ispitati kako uspješnost na testu ovisi o dobi ispitanika za tri različite dobne skupine, dok se dvosmjerna ANOVA koristi kada se želi istražiti kako uspješnost na testu ovisi o godini studiranja i o grafičkom prikazu te postoji li interakcija između godine studiranja i grafičkog prikaza [4].

Glavna karakteristika analize varijance je podjela ukupne varijabilnosti na varijabilnost između grupa i varijabilnost unutar grupa. Varijabilnost unutar grupa određuje se kao suma kvadrata razlike između pojedine vrijednosti i srednje vrijednosti grupe dok se varijabilnost između grupa određuje kao suma kvadrata razlike srednje vrijednosti pojedine grupe i glavne srednje vrijednosti. Test statistika F je slučajna varijabla koja ima F -distribucija sa stupnjevima slobode df_1 i df_2 , a određuje se na sljedeći način:

$$F = \frac{\frac{\text{varijabilnost između grupa}}{df_1}}{\frac{\text{varijabilnost unutar grupa}}{df_2}}$$

gdje je $df_1 = k - 1$ (k je broj grupa), a $df_2 = n - k$ (n je ukupan broj ispitanika).

Interpretacija rezultata ANOVA-e analogna je interpretaciji rezultata t -testa, odnosno ako je uz razinu značajnosti α izračunati F veći od graničnog F_g , tada nul-hipotezu treba odbaciti. Nadalje, F -vrijednost je približno jednaka jedinici kada je nul-hipoteza točna. Kao i u t -testu, p -vrijednost ponovno daje odgovor na pitanje: ako su uistinu srednje vrijednosti svih populacija jednake, kolika je vjerojatnost da će pri slučajnom odabiru uzoraka biti opažen barem jednaki rezultat (može i ekstremniji) kao što je bio opažen u eksperimentu [4, 5].

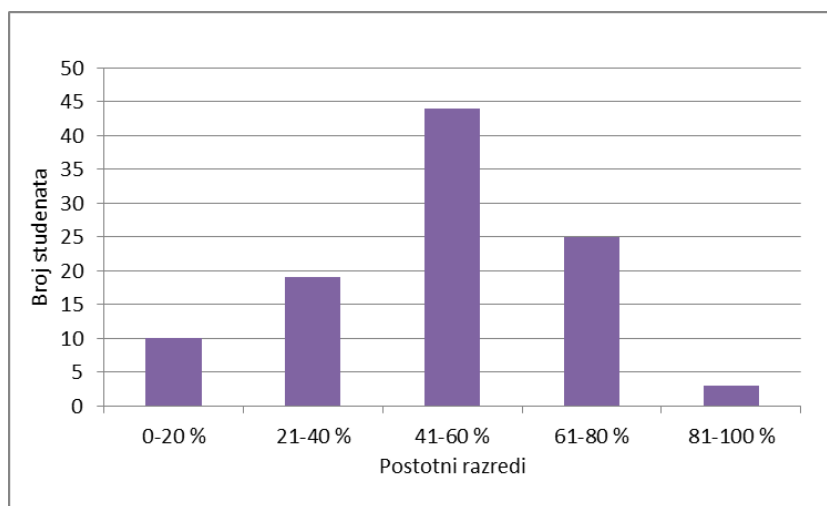
Poglavlje 4

Rezultati i diskusija

4.1 Pismeno testiranje

Riješenost testa

Prosječna riješenost testa je $(49 \pm 2)\%$, gdje je 49% srednja vrijednost, a 2% standardna pogreška. Nadalje, na slici 4.1 prikazana je raspodjela studenata po riješenosti testa izraženoj u postotcima. S grafa je vidljivo da je najveći broj studenata imao riješenost između 41 i 60%, čak 44 studenta od njih 101.

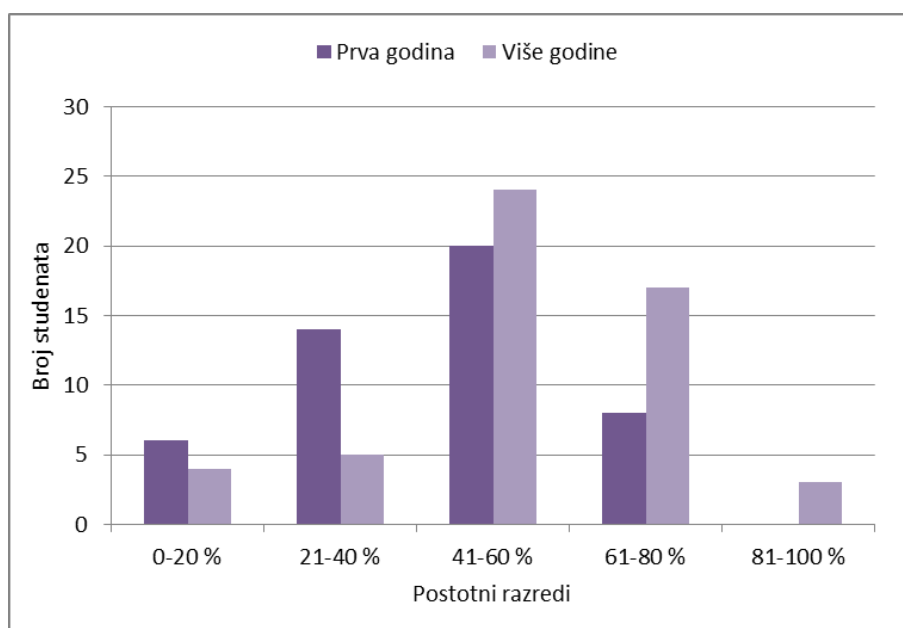


Slika 4.1: Ukupna raspodjela studenata po riješenosti testa

Raspodjela na slici 4.1 podsjeća na Gaussovu raspodjelu, najočekivaniji postotni razred je i najzastupljeniji. Budući da se ova raspodjela odnosi na sve studente, odnosno na studente

nižih i viših godina, riješenost je zadovoljavajuća.

Radi detaljnije usporedbe, na slici 4.2 nalazi se raspodjela po riješenosti testa zasebno za studente prve i zasebno za studente viših godina.

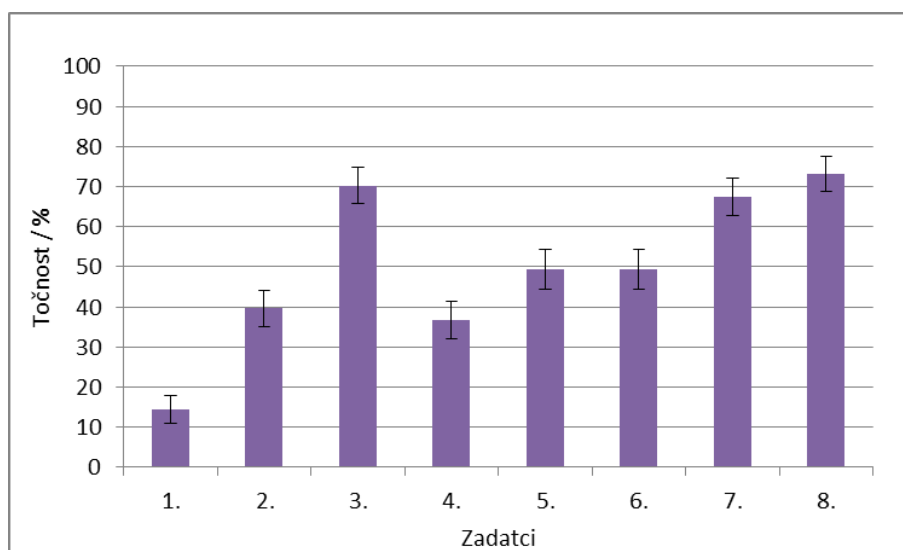


Slika 4.2: Raspodjela broja studenata po riješenosti testa

Sa slike 4.2 vidi se kako je ponovno najzastupljeniji postotni razred za obje grupe studenata onaj od 41-60%. U odnosu na studente prve godine, kod studenata viših godina manje su zastupljena prva dva postotna razreda. Budući da su studenti viših godina položili nekoliko kolegija iz eksperimentalne nastave fizike, bilo je i za očekivati da će imati zastupljenija posljednja dva postotna razreda. Međutim, samo 3 studenta od njih 53 (s viših godina) imaju riješenost između 81 i 100%. Budući da se ispitivalo osnovno znanje iz mjerenja i usporedbe rezultata mjerenja, očekivalo se da će veći broj studenata viših godina imati riješenost iznad 80%.

Riješenost i studentske poteškoće u rješavanju pojedinih zadataka

Na slici 4.3 nalazi se graf koji prikazuje prosječnu točnost po zadatcima za sve ispitanike. Lako je uočiti da je najlošije riješen prvi, a najbolje osmi zadatak.



Slika 4.3: Točnost po zadacima za sve ispitanike

Riješenost prvog zadatka je 14%, a osmog zadatka 73%. Nadalje, riješenost trećeg i sedmog zadatka iznosi 70% i 67%, te ti zadaci uz osmi zadatak pripadaju skupini najbolje riješenih zadataka. Riješenost drugog zadatka je 40%, četvrtog 37%, a petog i šestog oko 49%.

U tablicama 4.1 do 4.7 može se vidjeti postotak pismeno testiranih studenata koji su odabrali pojedini odgovor u svih osam zadataka. Točni odgovori posebno su naglašeni. Kategorija *Drugo obrazloženje* podrazumijeva vlastita obrazloženja studenata (pogrešna i ispravna), a kategorija *Nema odgovora* postotak studenata koji su nisu odabrali nijedan odgovor ili su odabrali njih dva ili više.

Tablica 4.1 pokazuje da je u prvom dijelu prvog zadatka najveći broj studenata odabrao pogrešan odgovor c), odnosno 47% studenata odabralo je odgovor koji je srednja vrijednost svih vrijednosti mjerenja bez izbacivanja netipične vrijednosti. Samo je 18% studenata odabralo točan odgovor, tj. prije računanja srednje vrijednosti odbacili su netipičnu vrijednost iz skupa mjerenja. U skladu s prvim dijelom zadatka, u drugom je dijelu zadatka 49% studenata odabralo pogrešno obrazloženje a). Postotak točno odabranih odgovora u ovom prvom zadatku vrlo je nizak. Rezultati upućuju na to kako bi studenti tijekom rada u praktikumu više pažnje trebali posvetiti postojanju netipičnih vrijednosti i postupanju s njima.

1a.	%	1b.	%
a) 22 mm	18	a) Taj se broj dobije ako se zbroje sve vrijednosti mjerenja i taj zbroj podijeli sa 6.	49
b) 23 mm	30	b) Taj se broj dobije ako se izbaci mjerenje od 40 mm, zbroje preostale vrijednosti mjerenja i taj zbroj podijeli s 5.	26
c) 25 mm	47	c) Taj se broj pojavio dva puta u mjerenjima, a ostali samo jedanput.	11
d) 29 mm	1	d) Taj je broj na sredini izmjerenih vrijednosti.	9
Nema odgovora.	4	Drugo obrazloženje.	4
-	-	Nema odgovora.	1

Tablica 4.1: Raspodjela studenata po ponuđenim odgovorima u prvom zadatku

Najveći broj studenata u prvom dijelu drugog zadatka odabrao je točan odgovor d) (tablica 4.2). Drugim riječima, 55% studenata reklo je da se mjerena veličina nalazi unutar intervala čije su krajnje vrijednosti minimalna i maksimalna vrijednost mjerenja. Najzastupljeniji pogrešan odgovor bio je odgovor c), tj. 20% studenata reklo je da se mjerena veličina nalazi unutar intervala, ali nisu znali odrediti njegovu početnu i konačnu vrijednost.

2a.	%	2b.	%
a) Mjerena veličina iznosi 22 mm.	15	a) Taj se broj dobije ako se zbroje sve vrijednosti mjerenja i taj zbroj podijeli s 5.	29
b) Mjerena veličina iznosi 23 mm.	7	b) Mjerenje od 26 mm odstupa od srednje vrijednosti, pa tu vrijednost treba odbaciti.	3
c) Mjerena se veličina nalazi negdje između 18 i 23 mm.	20	c) Taj se broj pojavio dva puta u mjerenjima, a ostali samo jedanput.	3
d) Mjerena se veličina nalazi negdje između 18 i 26 mm.	55	d) Nikad ne možemo znati točnu vrijednost mjerene veličine.	39
Nema odgovora.	3	Drugo obrazloženje.	23
-	-	Nema odgovora.	3

Tablica 4.2: Raspodjela studenata po ponuđenim odgovorima u drugom zadatku

Najzastupljenije obrazloženje u drugom dijelu drugog zadatka bilo je točno obrazloženje d) (39%). Nadalje, u drugom je zadatku najveći broj studenata napisao vlastito obrazloženje (23%). Od toga je 18% studenata napisalo vlastito obrazloženje na temelju kojeg su za cijeli drugi zadatak dobili 1 bod. Primjeri takvih obrazloženja su sljedeći:

„Mjerena veličina se nalazi između minimalne izmjerene vrijednosti (18) i max. izmjerene vrijednost (26).“

„Veličina će biti negdje između 18 i 26 mm, možemo uzeti srednju vrijednost pa vidjeti približnu veličinu.“

„Svako mjerenje sadrži pogrešku koju bi morali uračunati. Ne znamo preciznost mjerenja pa ne znamo ni pogrešku.“

Iz tablice 4.3 vidi se kako je u trećem zadatku visokih 84% studenata odabralo točan odgovor, a njih 61% je odabralo točno obrazloženje s time da je još 8% studenata napisalo točno obrazloženje.

3a.	%	3b.	%
a) Rezultati grupe A bolji su od rezultata grupe B.	84	a) Obje su grupe dobile iste srednje vrijednosti.	5
b) Rezultati grupe B bolji su od rezultata grupe A.	0	b) Rezultati grupe A su između 20 mm i 30 mm, a rezultati grupe B između 11 mm i 41 mm.	61
c) Rezultati obiju grupa jednako su dobri.	12	c) Rezultati grupa A i B se ne slažu - moguće je da su iste srednje vrijednosti dobivene slučajno.	10
d) Ne može se procijeniti koji su rezultati bolji.	3	d) Grupe A i B su koristile različite metode, ali to nije važno ako je konačni rezultat jednak.	4
Nema odgovora.	1	e) Ako se radi više mjerenja, dobije se ista srednja vrijednost, bez obzira na greške u mjerenju.	7
-	-	Drugo obrazloženje.	11
-	-	Nema odgovora.	2

Tablica 4.3: Raspodjela studenata po ponuđenim odgovorima u trećem zadatku

Neka od točnih obrazloženja za koja su studenti uz prethodno točno odabran odgovor do-

bili 2 boda su sljedeća:

„Grupa B ima veću apsolutnu pogrešku.“

„Srednja vrijednost mjerenja je u obe grupe ista, ali greška u mjerenju u grupi B (± 16) je veća nego u grupi A (± 5).“

„Kad se obrade rezultati, grupa A će imati rezultat s manjom pogreškom.“

Najčešći pogrešan odgovor (u a) dijelu zadatka) bio je odgovor c) koji kaže da su rezultati obiju grupa jednako dobri. Studenti koji su rekli da su rezultati obiju grupa jednako dobri, najvjerojatnije su promatrali samo srednje vrijednosti. Nijedan student nije se odlučio za odgovor da su rezultati grupe B bolji od rezultata grupe A; oni studenti koji su uz srednje vrijednosti uspoređivali i raspršenost podataka, vidjeli su da je raspršenost grupe A manja od B te su stoga i točno odgovorili na pitanje.

U tablici 4.4 je prikazano da je jednak broj studenata u četvrtom zadatku rekao da se rezultati grupe A i B slažu, odnosno ne slažu. Dakle, 44% studenata odabralo je točan odgovor a), tj. rekli su da se rezultati mjerenja grupe A i B slažu unatoč razlici u srednjim vrijednostima.

4a.	%	4b.	%
a) Da.	44	a) Intervali izmjerenih vrijednosti većim se dijelom preklapaju.	36
b) Ne.	44	b) Obje su grupe dobile vrijednosti 20, 24 i 28 mm.	6
c) Ne može se procijeniti.	12	c) Srednje vrijednosti mjerenja obiju grupa su različite.	27
Nema odgovora.	0	d) Interval izmjerenih vrijednosti širok je 10 mm za grupu A, a 11 mm za grupu B.	3
-	-	e) Razlika od 2 mm između dviju srednjih vrijednosti je velika u odnosu na mjerenu veličinu.	12
-	-	f) Izmjerene vrijednosti su previše raspršene.	7
-	-	Drugo obrazloženje.	8
-	-	Nema odgovora.	1

Tablica 4.4: Raspodjela studenata po ponuđenim odgovorima u četvrtom zadatku

U četvrtom zadatku, najčešće odabrano obrazloženje bilo je obrazloženje a), koje je ujedno i točno obrazloženje. Očekivano, najviše birano pogrešno obrazloženje bilo je obrazloženje d), odnosno 27% studenata odabralo je obrazloženje koje se temelji samo na promatranju srednjih vrijednosti.

U tablici 4.5 nalazi se raspodjela studenata po ponuđenim odgovorima u petom zadatku. U prvom dijelu petog zadatka, visokih 91% studenata reklo je da se rezultati grupe A i B ne slažu (s time da su se srednje vrijednosti razlikovale, a raspršenje je bilo otprilike jednako). Za razliku od visoke riješenosti u prvom dijelu petog zadatka, u drugom dijelu zadatka rezultati nisu toliko dobri. Samo je oko 50% studenata odabralo obrazloženje koje kao važnu stvar naglašava preklapanje intervala. Nadalje, oko 24% studenata smatra kako je dovoljno promatrati samo srednje vrijednosti.

5a.	%	5b.	%
a) Da.	4	a) Intervali izmjerenih vrijednosti koje su dobile grupe A i B se ne preklapaju.	50
b) Ne.	91	b) Srednje vrijednosti mjerenja obiju grupa su različite.	24
c) Ne može se procijeniti.	5	c) Interval izmjerenih vrijednosti širok je 6 mm za obje grupe.	8
Nema odgovora.	0	d) Razlika od 7 mm između dviju srednjih vrijednosti je mala u odnosu na mjerenu veličinu.	2
-	-	e) Izmjerene vrijednosti su previše raspršene.	10
-	-	Drugo obrazloženje.	5
-	-	Nema odgovora.	1

Tablica 4.5: Raspodjela studenata po ponuđenim odgovorima u petom zadatku

Rezultati trećeg, četvrtog i petog zadatka upućuju na to da studenti imaju dosta poteškoća u uspoređivanju rezultata mjerenja dviju grupa. Velik broj studenata usmjerava pažnju samo na srednje vrijednosti, a raspršenje podataka te preklapanje intervala zanemaruju. Ovi rezultati pokazuju da bi nastavnici i studenti trebali više pažnje posvetiti analizi dvaju ili više skupova mjerenja prilikom rada u praktikumu.

U tablici 4.6 nalazi se raspodjela studenata po ponuđenim odgovorima u šestom i sedmom zadatku. U ta dva zadatka, na osnovi izmjerenih vrijednosti, trebalo je zaključiti o točnosti i preciznosti mjerenja. U šestom su zadatku sve izmjerene vrijednosti bile međusobno blizu, ali je njihova srednja vrijednost bila daleko od *točne* vrijednosti. U tom je zadatku oko 49% studenata odgovorilo točno (odgovor c)), tj. rekli su da je mjerenje precizno, ali nije točno. Najzastupljeniji pogrešan odgovor bio je odgovor b), tj. potpuna suprotnost točnog odgovora. Za razliku od šestog zadatka, u sedmom su zadatku izmjerene vrijednosti bile raspršene, ali je srednja vrijednost bila jednaka *točnoj* vrijednosti. Riješenost sedmog zadatka bolja je od riješenosti šestog, odnosno 67% studenata odabralo je točan odgovor b). Drugim riječima, 67% studenata reklo je da je mjerenje točno, ali ne i precizno. Zaključak je da jedan dio studenata ima poteškoća s razumijevanjem i razlikovanjem pojmova točnosti i preciznosti mjerenja.

6.	%	7.	%
a) Mjerenje je i točno i precizno.	5	a) Mjerenje je i točno i precizno.	26
b) Mjerenje je točno, ali nije precizno.	29	b) Mjerenje je točno, ali nije precizno.	67
c) Mjerenje je precizno, ali nije točno.	49	c) Mjerenje je precizno, ali nije točno.	2
d) Mjerenje nije ni točno ni precizno.	14	d) Mjerenje nije ni točno ni precizno.	3
Nema odgovora.	3	Nema odgovora.	2

Tablica 4.6: Raspodjela studenata po ponuđenim odgovorima u šestom i sedmom zadatku

U skladu s grafom prikazanim na slici 4.3 su i rezultati prikazani u tablici 4.7, odnosno iz grafa na slici 4.3 vidi da je najbolje riješen osmi zadatak, a iz tablice 4.7 vidi se kako je visokih 76% studenata odabralo točan odgovor te oko 78% studenata točno obrazloženje. Studenti su pokazali kako znaju da je broj znamenaka u rezultatu određen pogreškom, koja je bitan dio rezultata. Pogrešan odgovor kojeg je odabralo najviše studenata je odgovor c), a pogrešno obrazloženje također c), tj. odgovori koji upućuju na to da studenti smatraju kako je potrebno zapisati srednju vrijednost sa svim decimalama i navesti pripadnu pogrešku. Važno je uočiti, kako 9% studenata smatra da ako je nula prva nepouzdana znamenka da je ne treba zapisati. Takvo razmišljanje vidljivo je i u sljedećem obrazloženju jednog studenta:

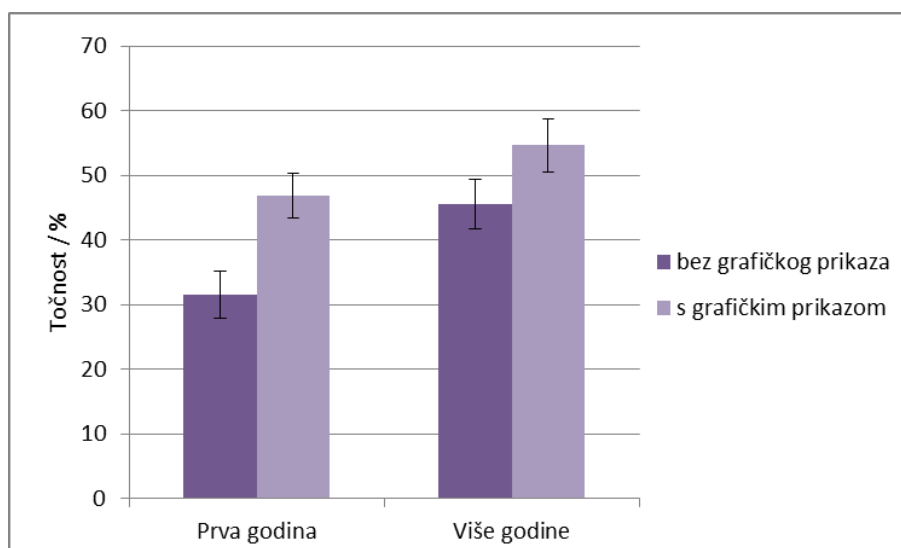
”Znamenke u decimalnom zapisu nakon druge znamenke nisu bitne jer je pogreška ± 0.02 . Točan odgovor bi trebao biti (9.80 ± 0.02) , ali pošto je 0 ne pišemo ju.”

8a.	%	8b.	%
a) $g = 9.79945 \text{ m/s}^2$	0	a) Treba napisati što više znamenaka u rezultatu da bude precizniji. Pogreška ovisi o broju mjerenja, pa je nema smisla zapisivati.	1
b) $g = 9.8 \text{ m/s}^2$	0	b) Rezultat uvijek moramo zaokružiti na jednu decimalu. Pogreška ovisi o broju mjerenja, pa je nema smisla zapisivati.	2
c) $g = (9.79945 \pm 0.02) \text{ m/s}^2$	14	c) Treba precizno zapisati srednju vrijednost (na više decimalama) i navesti pripadnu pogrešku.	16
d) $g = (9.80 \pm 0.02) \text{ m/s}^2$	76	d) Broj znamenaka u rezultatu određen je pogreškom, koja je bitan dio rezultata.	78
e) $g = (9.8 \pm 0.02) \text{ m/s}^2$	9	Drugo obrazloženje.	3
Nema odgovora.	1	Nema odgovora.	0

Tablica 4.7: Raspodjela studenata po ponuđenim odgovorima u osmom zadatku

Utjecaj grafičkog prikaza i godine studija na točnost

Na slici 4.4 prikazan je utjecaj grafičkog prikaza i godine studija na točnost u rješavanju prvih sedam zadataka na testu, s grafa je vidljivo da su studenti viših godina uspješniji od studenata prve godine i studenti koji su rješavali test s grafičkim prikazom također su uspješniji od studenata koji su rješavali test bez grafičkog prikaza. Kako bi se provjerilo jesu li te razlike statistički značajne, napravljena je analiza podataka pomoću dvosmjerne ANOVA-e i dobiveni su rezultati prikazani u tablici 4.8.



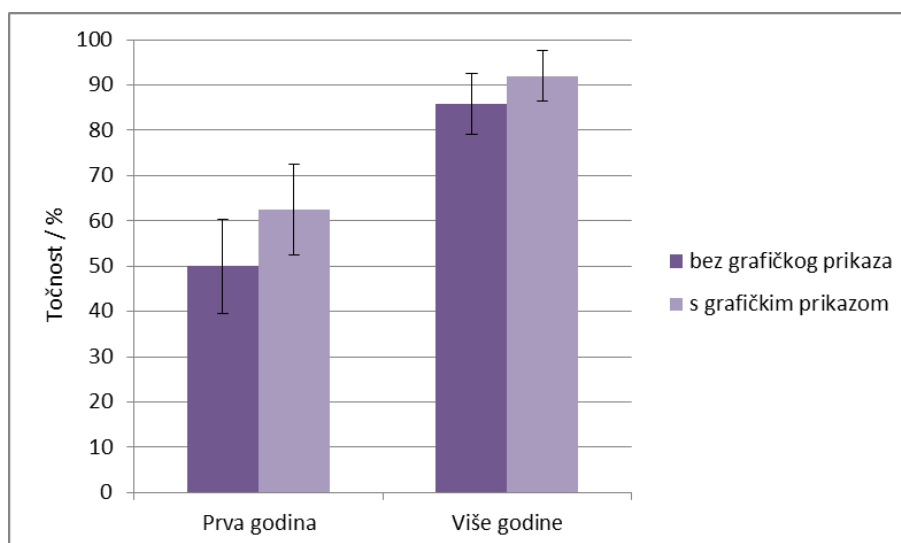
Slika 4.4: Utjecaj grafičkog prikaza i godine studija na točnost u rješavanju prvih sedam zadataka

Za *grafički prikaz* i *godinu studiranja*, p -vrijednosti su manje su od 0.01, pa su razlike statistički značajne na razini značajnosti od 1%. Drugim riječima, bolji uspjeh studenata viših godina od studenata nižih godina i bolji uspjeh studenata koji su imali grafički prikaz na testu od onih koji nisu imali nije slučajna. Međutim, interakcija između navedena dva faktora ne postoji.

Faktor	F	p
Grafički prikaz	9.49	0.003
Godina studiranja	7.72	0.007
Interakcija između grafičkog prikaza i godine studiranja	1.15	0.900

Tablica 4.8: Rezultati ANOVA-e za točnost u rješavanju prvih sedam zadataka

Za potrebe prethodnog grafa analizirano je samo prvih sedam zadataka, osmi zadatak nije uzet u obzir zato što u tom zadatku ne postoji grafički prikaz. Kako bi se provjerilo nisu li grupe ispitanika same po sebi različite, napravljen je graf sličan prethodnome, ali samo za osmi zadatak (slika 4.5).



Slika 4.5: Utjecaj grafičkog prikaza i godine studija na točnost u rješavanju osmog zadatka

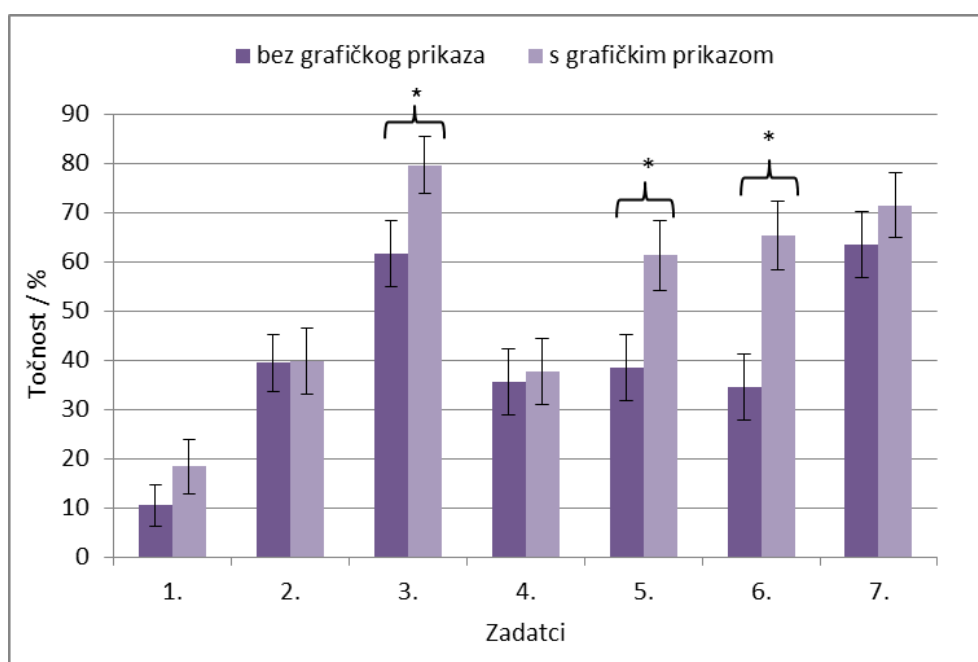
U tablici 4.9 nalaze se pripadni rezultati ANOVA-e, p -vrijednost za faktor *grafički prikaz* jednaka je 0.3, pa razlika između uspjeha studenata u odnosu na taj faktor nije statistički značajna; time je potvrđena činjenica da se grupe same po sebi nisu razlikovale. Kao i u slučaju prvih sedam zadataka, studenti viših godina značajno su uspješniji od studenta prve godine u rješavanju osmog zadatka ($p < 0.001$).

Faktor	F	p
Grafički prikaz	1.00	0.300
Godina studiranja	15.21	< 0.001
Interakcija između grafičkog prikaza i godine studiranja	0.37	0.500

Tablica 4.9: Rezultati ANOVA-e za točnost u rješavanju osmog zadatka

Utjecaj grafičkog prikaza na točnost po zadacima

Jedan od ciljeva ovog rada bio je istražiti utječe li grafički prikaz na riješenost zadataka. Željelo se istražiti u kojim situacijama grafički prikaz pomaže pa je napravljena usporedba u riješenosti za pojedine zadatke za sve ispitanike (slika 4.6). Prema rezultatima t -testa, značajna razlika u točnosti postoji u trećem, petom i šestom zadatku. Razlika u petom i šestom zadatku značajna je na razini od 1%, a u trećem zadatku na razini od 5% (statistički značajne razlike označene su sa zvjezdicama).



Slika 4.6: Utjecaj grafičkog prikaza na točnost u rješavanju prvih sedam zadataka

Zanimljivo je kako u šestom zadatku postoji statistički značajna razlika, a u sedmom zadatku ne iako je u oba zadatka trebalo zaključiti o točnosti i preciznosti mjerenja. U šestom je zadatku mjerenje bilo precizno, odnosno sve su izmjerene vrijednosti bile blizu jedna drugoj na brojevnoj crti i naznačena točna vrijednost se posebno isticala, dok su u sedmom zadatku izmjerene vrijednosti bile raspoređene duž cijele brojevnice i točna se vrijednost nije isticala. Stoga, moguće je da su studenti u šestom zadatku pomoću grafičkog prikaza shvatili da mjerenje nije točno, a u sedmom zadatku grafički prikaz im nije značajno pomogao u rješavanju.

Zaključak je da grafički prikaz većinom pomaže pri analizi izmjerenih podataka pa bi takav pristup trebalo primjenjivati u osnovnoškolskoj i srednjoškolskoj nastavi fizike. Prethodni zaključak potvrđuje i činjenica da je 59% testiranih studenata reklo da im je grafički prikaz pomogao u rješavanju zadataka. Kroz sljedećih nekoliko rečenica može se pročitati kako je studentima grafički prikaz pomogao u rješavanju zadataka:

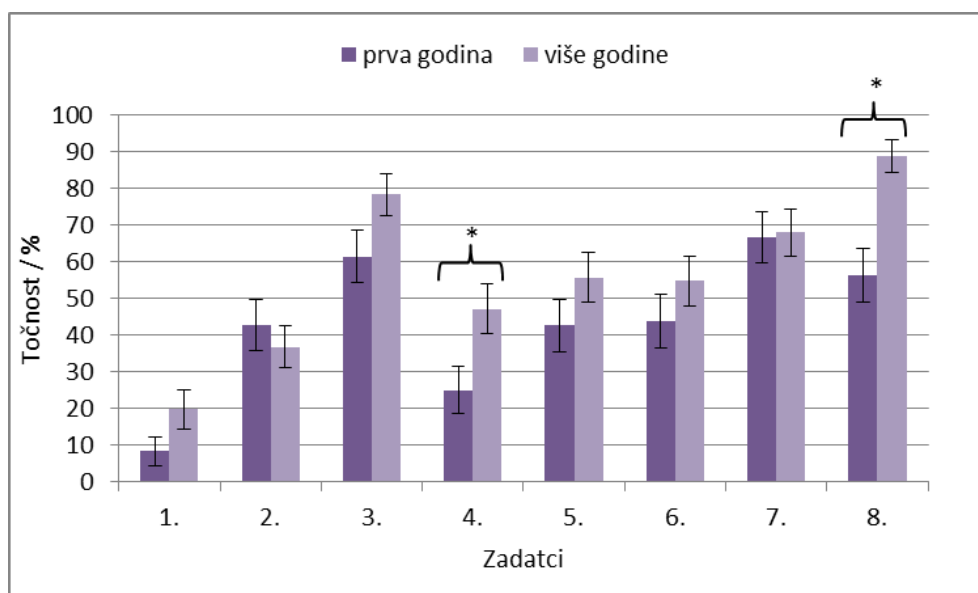
„Jer nemam kalkulator i lakše mi je vidjeti gdje je što.“

„U nekim zadacima se moglo vidjeti kako pojedine vrijednosti odstupaju od drugih.“

„Grafički podatci su pregledniji od čisto brojčanih, lakše je vizualizirati.“

Utjecaj godine studija na točnost po zadacima

U skladu sa znanjem koje su trebali steći s barem trogodišnjim školovanjem na nastavničkom smjeru fizike, graf na slici 4.7 pokazuje da su studenti viših godina u prosjeku bili uspješniji od studenata nižih godina. Međutim, rezultati nisu najbolji, prosječna točnost 5 od 8 zadataka studenta više godine manja je od 60%. Zadatci na testu provjeravali su osnovno znanje o mjerenjima i nesigurnosti kod mjerenja i postignuti rezultati trebali su biti puno bolji s obzirom na broj odslušanih i položenih kolegija iz eksperimentalne fizike. Rezultati ukazuju, da bi nastavnici sa studentima tijekom rada u praktikumu trebali raspravljati o tome ima li dobiveni rezultat smisla, što znači da se intervali izmjerenih vrijednosti preklapaju itd.



Slika 4.7: Utjecaj godine studija na točnost u rješavanju pojedinih zadataka

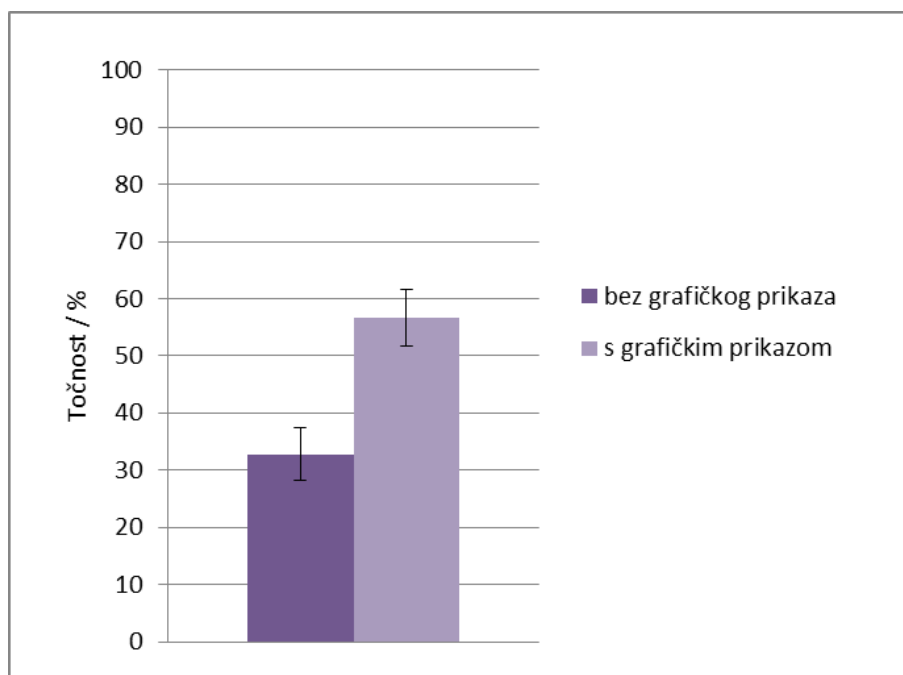
Statistički značajna razlika u točnosti između studenata viših i studenata prve godine zabilježena je u četvrtom i osmom zadatku (statistički značajne razlike naznačene su zvjezdicama). Čini se da studenti viših godina bolje razumiju da kod usporedbe rezultata mjerenja treba usporediti intervale izmjerenih vrijednosti. U osmom zadatku studenti viših godina pokazali su da znaju kako zapisati konačan rezultat mjerenja; najvjerojatniji razlog tome je taj da su profesori od studenata zahtijevali da konačan rezultat bude točno zapisan.

4.2 Rezultati mjerenja pokreta očiju

Utjecaj grafičkog prikaza na točnost

Prosječna riješenost testa, za studente kojima su mjereni pokreti očiju je $(51 \pm 4) \%$, gdje je 51% srednja vrijednost, a 4% standardna pogreška. Rezultati su u skladu s rezultatima u poglavlju 4.1, tj. u oba je slučaja prosječna riješenost oko 50%. Međutim, očekivalo se da će u ovom slučaju prosječna riješenost biti veća, nego za pismeno testirane studente jer su ovu grupu činili samo studenti viših godina.

Na slici 4.8 prikazan je utjecaj grafičkog prikaza na prosječnu točnost u prvih sedam zadataka (osmi zadatak nije korišten za usporedbu jer u tom zadatku ne postoji grafički prikaz podataka).



Slika 4.8: Utjecaj grafičkog prikaza na točnost u rješavanju prvih sedam zadataka

Rezultati *t*-testa pokazuju da su studenti koji su imali grafički prikaz na testu značajno uspješniji od onih koji to nisu imali ($p < 0.01$). Kao i u slučaju pismenog testiranja, utvrđeno je da studentima prilikom rješavanja zadataka grafički prikaz uistinu pomaže. Drugim riječima, potvrđeno je da je studentima lakše izvesti zaključak o rezultatu mjerenja, slaganju odnosno ne slaganju dvaju skupova mjerenja, preciznosti i točnosti mjerenja

kada su rezultati mjerenja prikazani na brojevnoj crti. Prethodne činjenice potvrđuje i podatak da su gotovo svi testirani studenti rekli da im je grafički prikaz pomogao u rješavanju zadataka.

Slijedi pregled nekoliko studentskih obrazloženja zašto im je grafički prikaz pomogao u rješavanju zadataka.

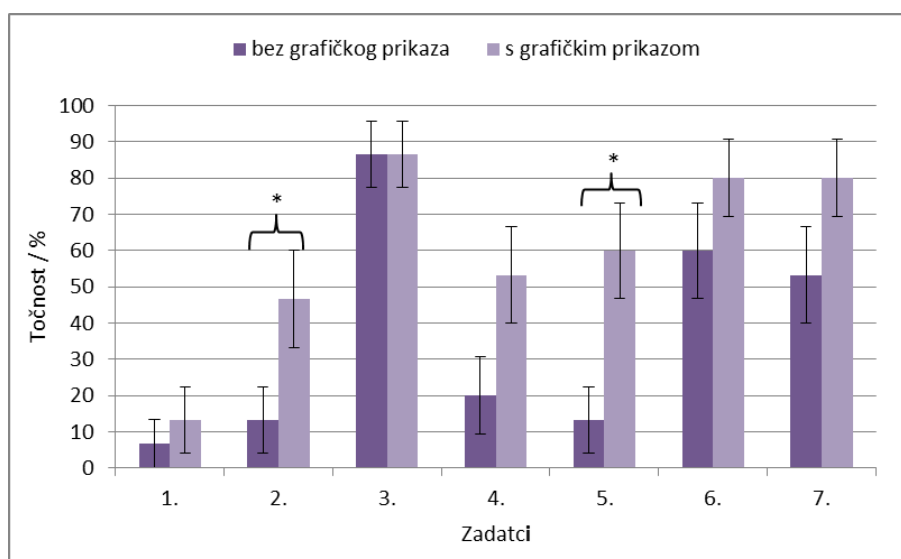
„Odmah sam mogao nešto zaključiti na temelju razmaka među točkicama. Lakše mi je s tim baratati nego s brojkama...”

„... Baš sam se razveselila kad sam vidjela ove brojeve dolje.”

„Lakše mi je tako vizualizirati podatke, ne mogu podatke lako spremati u mozak da vidim raspršenje, intervale da li se preklapaju.”

Utjecaj grafičkog prikaza na točnost u rješavanju po zadacima

Graf na slici 4.9 prikazuje prosječnu točnost u rješavanju prvih sedam zadataka za dvije grupe studenata, one koji su rješavali test bez i s grafičkim prikazom podataka.



Slika 4.9: Utjecaj grafičkog prikaza na točnost u rješavanju po zadacima

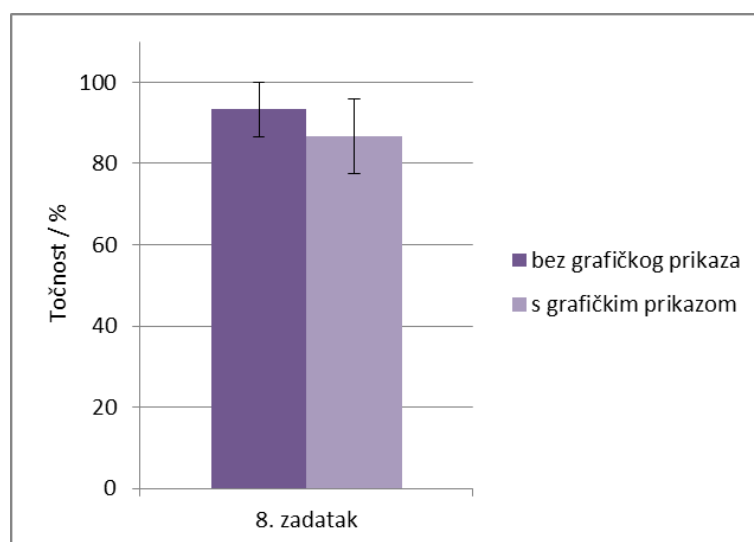
U trećem je zadatku točnost izražena u postotcima jednaka za obje grupe i to je najbolje riješen zadatak od prvih sedam (87%). Ponovno je najlošije riješen prvi zadatak; u grupi

bez grafičkog prikaza samo je 1 student od njih 15 točno riješio zadataka, dok su u grupi s grafičkim prikazom to napravila 2 studenta od njih 15. Rezultat je zabrinjavajući osobito zato što se radi o studentima viših godina. Mogući uzrok toliko slabe riješenosti je taj da studenti nisu imali kalkulator pa su pogrešno zbrojili, odnosno podijelili brojeve, no unatoč tome očekivani rezultat bio je znatno veći od dobivenog. Pomalo je neobično kako su obje grupe studenata najbolje riješile treći zadatak, a četvrti i peti znatno slabije iako su se sva tri zadatka temeljila na usporedbi dvaju skupova mjerenja (to se može uočiti i na slikama 4.3, 4.6, 4.7). Učenicima je vjerojatno intuitivno jasnije što znači da su rezultati neke grupe bolji od druge grupe, nego slažu li se ili ne dva skupa mjerenja.

S grafa je vidljivo kako je grupa studenata s grafičkim prikazom postigla dobre rezultate u šestom i sedmom zadatku, odnosno pokazali su da znaju kada je mjerenje precizno, a kada točno. U odnosu na njih, grupa bez grafičkog prikaza postigla je očekivano slabiji rezultat.

Rezultati t -testa pokazuju da značajna razlika u postignutoj točnosti pojedinog zadatka između grupe studenata koja je imala grafički prikaz podataka i one koja nije imala, postoji u drugom i petom zadatku (u drugom zadatku $p < 0.05$, a u petom $p < 0.01$). Postojanje značajne razlike u drugom i petom zadatku na slici 4.9 označeno je zvjezdicama.

Za kontrolni zadatak ponovno je korišten osmi jer u tom zadatku nije postojao grafički prikaz podataka. Graf na kojem je prikazana točnost osmog zadatka nalazi se na slici 4.10.



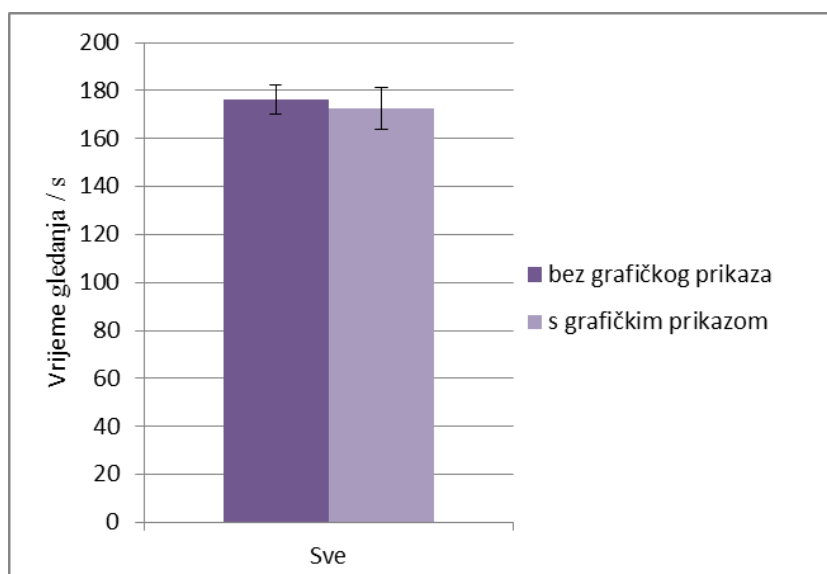
Slika 4.10: Točnost u rješavanju osmog zadatka

Rezultati t -testa pokazuju da ne postoji značajna razlika u točnosti osmog zadatka između studenata koji su rješavali test s grafičkim prikazom podataka i onih koji nisu imali grafički prikaz ($p > 0.05$). Time je ponovno potvrđeno da se grupe same po sebi nisu razlikovale.

Usporedba vremena gledanja

Daljnjom analizom se provjerilo na kojim su se područjima interesa studenti najviše zadržali, te utječe li grafički prikaz na vrijeme provedeno rješavajući zadatke.

Na slici 4.11 nalazi se graf koji prikazuje koliko dugo su se dvije grupe studenata (grupa s grafičkim prikazom podataka i grupa bez grafičkog prikaza podataka) zadržale na području interesa *sve* u prvim a) dijelovima prvih pet zadataka te na šestom i sedmom zadatku. Kao što je navedeno i prije, područje interesa *sve* u navedenim zadacima uključuje sva četiri područja interesa (*zadatak*, *podatci*, *pitanje* i *grafički prikaz (slika)*) te preostalu bijelu površinu. Iz grafa na slici 4.11 vidljivo je da se ukupno vrijeme gledanja obje grupe ne razlikuje. Da ne postoji značajna razlika u ukupnom vremenu provedenom na području interesa *sve*, između studenata koji su imali grafički prikaz podataka i onih koji nisu imali, potvrđuju i rezultati t -testa ($p > 0.05$).



Slika 4.11: Prosječno vrijeme gledanja područja interesa *sve* u prvim dijelovima prvih pet zadataka te u šestom i sedmom zadatku

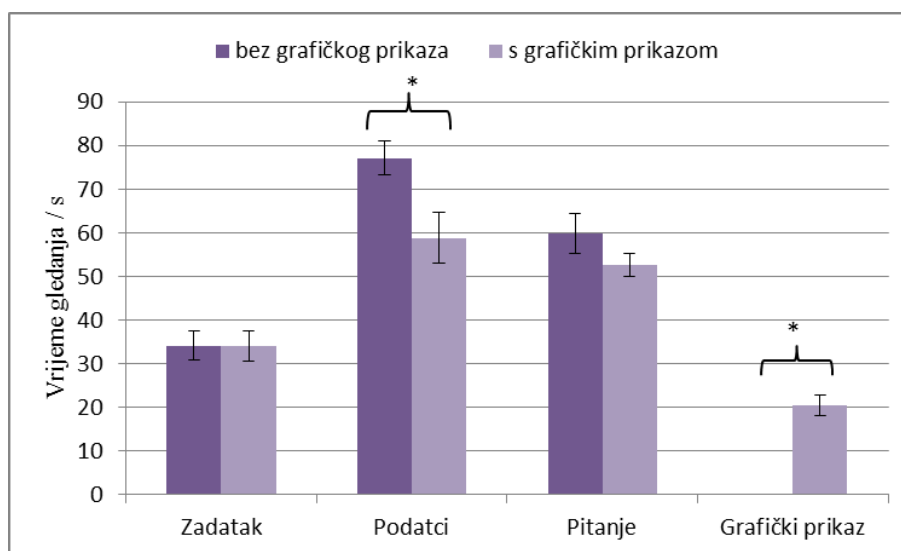
Moglo se vjerojatno očekivati da će studenti s grafičkim prikazom imati znatno manje ukupno vrijeme (brže su odabrali odgovor jer su imali podatke prikazane na brojevnoj

crti), no kao što se vidi iz grafa to se nije dogodilo. Uzrok tome je vjerojatno taj da je test koji je sadržavao grafički prikaz podataka u biti imao jedno područje interesa više, područje interesa *grafički prikaz* u testu bez grafičkog prikaza bio je prazan bijeli pravokutnik.

Još jednom bi valjalo napomenuti kako vrijeme prikazano na prethodnom grafu nije vrijeme rješavanja testa. Za vrijeme rješavanje testa trebalo bi uključiti i vrijeme potrebno za odabir obrazloženja u drugim b) dijelovima zadataka i osmi zadatak koji je ovdje isključen zato što u njemu ne postoji grafički prikaz podataka.

Graf na slici 4.12 prikazuje utjecaj grafičkog prikaza na ukupno vrijeme gledanja pojedinog područja interesa. U ovom slučaju, vrijeme gledanja podrazumijeva vrijeme zadržavanja na pojedinom području interesa u prvim dijelovima prvih pet zadataka te u šestom i sedmom zadatku.

Na prvom području interesa *zadatak*, obje grupe studenata zadržale su se otprilike jednako dugo. Taj podatak govori kako su studenti, bez obzira na to jesu li na testu imali grafički prikaz podataka ili ne, jednaku količinu pažnje usmjerili na sam opis zadatka. Da ne postoji značajna razlika između studenata podijeljenih s obzirom na faktor *grafički prikaz*, potvrđuju i rezultati *t*-testa ($p > 0.05$). Statistički značajne razlike naznačene su sa zvjezdicama.



Slika 4.12: Prosječno vrijeme gledanja pojedinih područja interesa u prvim dijelovima prvih pet zadataka te u šestom i sedmom zadatku

Studenti koji su rješavali test bez grafičkog prikaza, očekivano su se najviše zadržali na području interesa *podatci*. Rezultati *t*-testa pokazuju da postoji značajna razlika u zadržavanju na tom području interesa između studenata koji su rješavali test bez i onih s grafičkim prikazom podataka ($p < 0.05$). Time je na neki način pokazano da su studenti koji su imali grafički prikaz podataka, usmjerili pažnju na taj prikaz i to je u konačnici rezultiralo kraćim zadržavanjem na području interesa *podatci*. Iako postoji značajna razlika u zadržavanju na području interesa *podatci*, iz grafa na slici 4.12 vidljivo je da su se na tom području obje grupe studenata najviše zadržale. Stoga, to se područje interesa može proglasiti najvažnijim područjem, tj. područjem na kojem se nalazio glavni materijal cijelog zadatka i bilo ga je važno dobro proučiti.

Očekivano, statistički značajna razlika postoji za vrijeme zadržavanja na području interesa *grafički prikaz* ($p < 0.001$). Nakon analize grafa na slici 4.12 može se zaključiti kako je područje interesa *grafički prikaz*, studentima s grafičkim prikazom podataka, pomoglo u rješavanju zadataka na testu. Drugim riječima, postojanje područja interesa *grafički prikaz* rezultiralo je kraćim zadržavanjem na području interesa *podatci*. Nadalje, kraće zadržavanje na tom područjima interesa upućuje na to da je grafički prikaz podataka studentima zornije prikazao izmjerene podatke, te olakšao razumijevanje postavljenog pitanja i odlučivanja oko odabira odgovora.

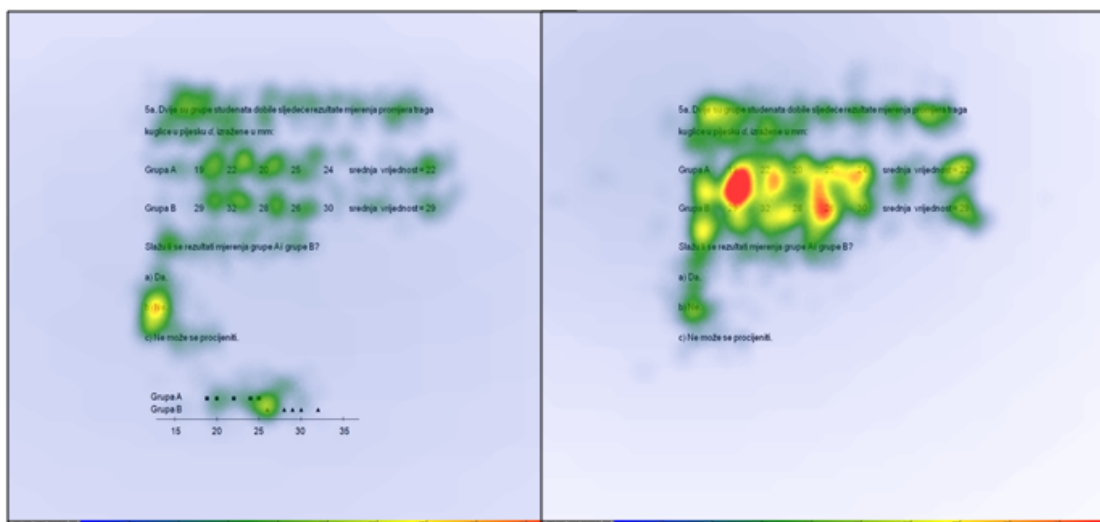
Grafovi koji prikazuju broj fiksacija za pojedino područje interesa vrlo su slični grafovima na slikama 4.11 i 4.12 zato što su broj fiksacija i vrijeme gledanja pojedinog područja interesa zavisne varijable. Ti su grafovi priloženi u Prilogu 2.

Toplinske karte

Toplinske karte (eng. *heat maps*) su dvodimenzionalne slike koje koristeći različite boje prikazuju vrijednosti proizvoljnih parametara. Za potrebe ovog diplomskog rada, toplinske karte korištene su kako bi prikazale koji dio zadatka su studenti najviše gledali, a koji najmanje. Toplijim bojama (žuta, narančasta, crvena) označena su područja na kojima su studenti zadržali pogled dulje vrijeme, a hladnijim bojama (plava, zelena) područja na kojima se studenti nisu dugo zadržali.

Na slici 4.13 prikazana je toplinska karta za prvi a) dio petog zadatka. Lijevo se nalazi toplinska karta studenata koji su rješavali test s grafičkim prikazom podataka, a desno toplinska karta studenata koji na testu nisu imali grafički prikaz podataka. Zorno je prikazano kako su se studenti koji nisu imali grafički prikaz podataka znatno dulje zadržali na području interesa *podatci* od studenata koji su imali grafički prikaz podataka.

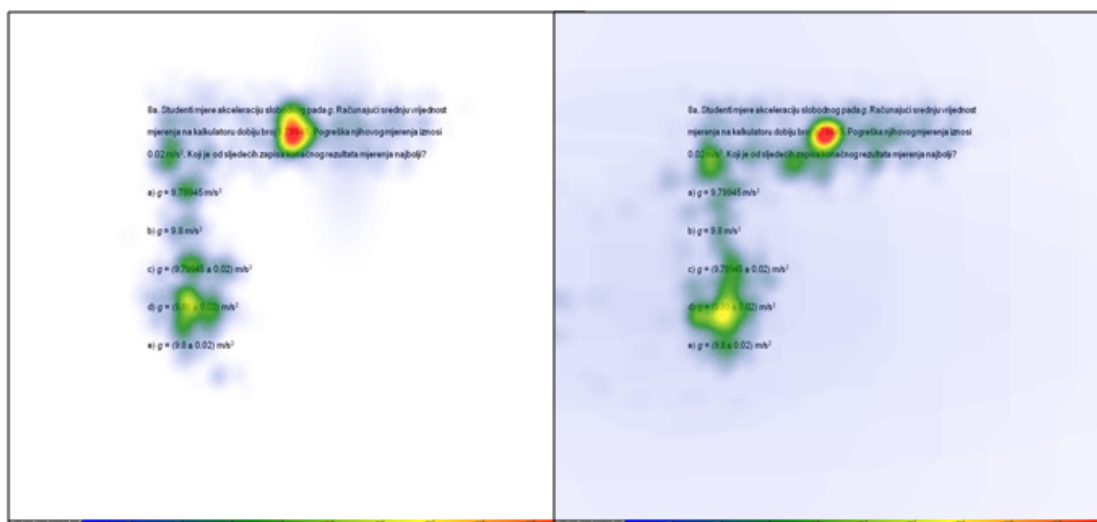
Taj rezultat u skladu je i s rezultatima t -testa provedenog za to područje interesa na grafu prikazanom na slici 4.12.



Slika 4.13: Toplinske karte za 5a. zadatak. Lijevo je toplinska karta za zadatak s grafičkim prikazom podataka, a desno bez grafičkog prikaza podataka

Na temelju prethodne toplinske karte može se zaključiti da je grafički prikaz podataka pomogao studentima u odabiru - vrlo vjerojatno točnog odgovora (budući da su se na njemu zadržali znatno dulje, nego na ostalim (pogrešnim) odgovorima).

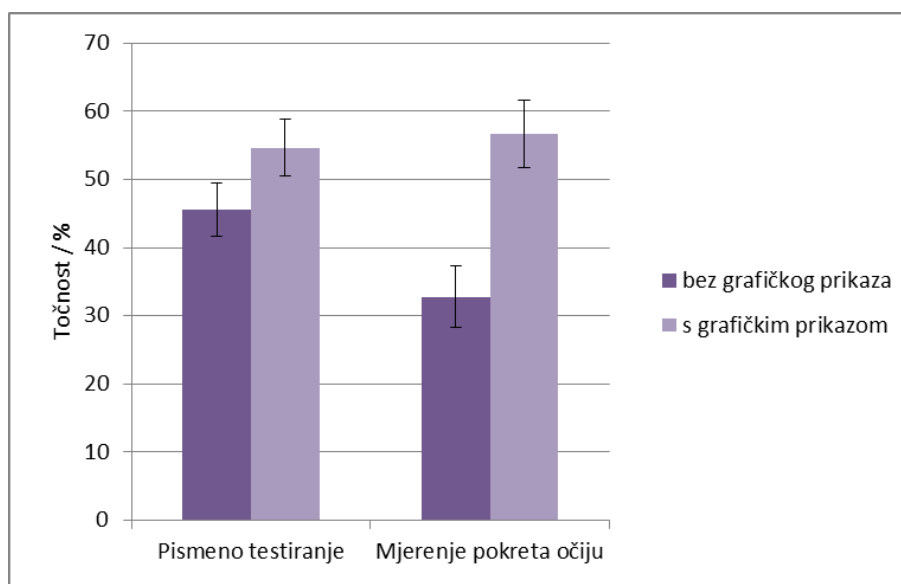
Osmi zadatak nije sadržavao grafički prikaz podataka pa je i u slučaju toplinskih karata korišten kao kontrolni. Na slici 4.14 nalaze se toplinske karte za 8a. zadatak; ponovno se s lijeve strane nalazi toplinska karta studenata koji su rješavali test s grafičkim prikazom, a desno toplinska karta studenata koji na testu nisu imali grafički prikaz podataka. Toplinske karte se ne razlikuju značajno; dapače, područje na kojem su se studenti najviše zadržali na obje je karte gotovo identično. Naime, obje grupe studenata najduže su gledale izračunatu srednju vrijednost i time je ponovno pokazano da se grupe studenata nisu razlikovale same po sebi.



Slika 4.14: Toplinske karte za 8a. zadatak. Lijevo je toplinska karta za zadatak s grafičkim prikazom podataka, a desno bez grafičkog prikaza podataka

Usporedba pismenog testiranja i mjerenja pokreta očiju

Budući da ispitanici nisu navikli rješavati zadatke na računalu s glavom stalno u istom položaju, moguće da je takav način testiranja utjecao na njihove rezultate. Kako bi se to provjerilo, napravljen je graf prikazan na slici 4.15. Taj graf prikazuje utjecaj *grafičkog prikaza* na točnost u rješavanju prvih sedam zadataka (izraženu u postotcima) i to posebno za pismeno testirane studente i one kojima su mjereni pokreti očiju prilikom rješavanja testa na računalu. Analiza je napravljena samo za studente viših godina, odnosno studenti prve godine koji su rješavali test na papiru nisu obuhvaćeni u ovoj usporedbi.



Slika 4.15: Slika 4.17. Utjecaj grafičkog prikaza i načina testiranja na točnost

Rezultati ANOVA-e nalaze se u tablici 4.10.

Faktor	<i>F</i>	<i>p</i>
Grafički prikaz	10.70	0.002
Način testiranja	1.26	0.265
Interakcija između grafičkog prikaza i načina studiranja	2.83	0.096

Tablica 4.10: Rezultati ANOVA-e za utjecaj grafičkog prikaza i načina testiranja na točnost u rješavanju prvih sedam zadataka

U tablici 4.10 prikazano je kako postoji statistički značajna razlika u točnosti rješavanja prvih sedam zadataka između studenata koji su imali grafički prikaz podataka i onih koji ga nisu imali ($p = 0.002$). Međutim, kao što je i prikazano u tablici 4.10, statistički značajna razlika za faktor *način testiranja* ne postoji. Nadalje, interakcija između faktora *grafički prikaz* i *način testiranja* također ne postoji.

Poglavlje 5

Zaključak

Za potrebe ovog diplomskog rada provedeno je istraživanje o studentskom razumijevanju mjerenja i usporedbi izmjerenih podataka. Istraživanje je provedeno na 131 studentu Prirodoslovno-matematičkog fakulteta te su svi testirani studenti budući nastavnici fizike. Od studenata se zahtijevalo da odgovore na osam postavljenih pitanja; u prvom dijelu zadatka trebali su odabrati odgovor koji najviše odgovara njihovom mišljenu, a u drugom dijelu zadatka obrazložiti svoj odabir. Ovim se istraživanjem u najvećoj mjeri željelo ispitati studentsko razumijevanje mjerenja, a usput se željelo istražiti pomaže li studentima u rješavanju zadataka grafički prikaz podataka. Također, željelo se istražiti kako godina studija utječe na uspjeh studenata. U današnje vrijeme moderna tehnologija omogućava mjerenje pokreta očiju pa su informacije dobivene tim mjerenjem uvelike pomogle ovom istraživanju; određena su područja u koja su studenti najviše gledali, određen je broj fiksacija po pojedinim područjima interesa, konstruirane su toplinske karte itd.

Pismeno testirani studenti i oni kojima su mjereni pokreti očiju, najlošije su riješili prvi zadatak. Pokazalo se da studenti nisu znali odrediti broj koji najbolje predstavlja skup mjerenje s time da je jedno mjerenje znatno odstupalo od preostalih. Gotovo polovina studenata odredila je srednju vrijednost bez odbacivanja netipične vrijednosti. Kako bi se uklonile uočene poteškoće, studenti bi tijekom rada u praktikumu trebali više pažnje usmjeriti na mogućnost postojanja netipične vrijednosti te bi trebali raspravljati o uzroku njezina pojavljivanja i o konačnom postupanju s takvom vrijednosti.

Nadalje, istraživanje je pokazalo da studenti ne razumiju najbolje kako ispitati slažu li se rezultati mjerenja dviju skupina (četvrti i peti zadatak). Nasuprot tome, riješenost trećeg zadatka bila je bolja, odnosno studenti su pokazali da znaju odrediti koji su rezultati mjerenja bolji (promatrali su širinu intervala izmjerenih vrijednosti i ispravno odgovorili na pitanje). Da su i u četvrtom i petom zadatku obratili pažnju na intervale izmjerenih

vrijednosti, odnosno na preklapanje intervala - riješenost bi bila znatno bolja. Kako bi se nadišle uočene poteškoće, od studenata se treba tražiti da tijekom izvođenja eksperimenata naprave barem dva skupa mjerenja te da usporede dobivene rezultate. Drugim riječima, da raspravljaju o tome koji skup mjerenja je bolji, slažu li se mjerenja ili ne, što predstavlja dio u kojem se preklapaju intervali itd. Učenici u školama mogu uspoređivati rezultate mjerenja skupina na koje su podijeljeni.

Nadalje, i zadatci u kojima je bilo potrebno zaključiti o točnosti i preciznosti mjerenja nisu najbolje riješeni. Slikom 3.2 mogli bi se poslužiti nastavnici na fakultetima i u školama kako bi učenicima zornije prikazali značenje točnosti i preciznosti mjerenja.

Iako rezultati u konačnici nisu najbolji, pokazalo se da su studenti viših godina uspješniji od studenata prve godine. Barem tri godine školovanje na fakultetu rezultirale su napretkom u razumijevanju mjerenja i usporedbe izmjerenih rezultata. Učenici bi se od najranije školske dobi trebali susretati s mjerenjima i analizom izmjerenih vrijednosti, naravno u mjeri koja je primjerena njihovoj dobi. Tijekom sveučilišnog obrazovanja to bi znanje samo trebalo produbljivati, te bi povremeno trebalo ponoviti osnovne pojmove kao što su vrste pogrešaka, točnost i preciznost mjerenja, način zapisivanja konačnog rezultata, kako usporediti rezultate mjerenja itd. Ne bi valjalo izostaviti činjenicu kako su studenti viših godina postigli zadovoljavajući uspjeh u posljednjem zadatku, u zadatku u kojem je trebalo izabrati točan zapis konačnog rezultata. To ukazuje da se iskazivanju rezultata mjerenja posvećuje veća pažnja u nastavi.

Istraživanje je pokazalo kako su studenti koji su rješavali test s grafičkim prikazom podataka postigli značajno bolje rezultate od studenata koji to nisu imali. Iz toga se može zaključiti kako grafički prikaz pomaže studentima u rješavanju zadataka. Nadalje, i rezultati mjerenja pokreta očiju potvrđuju prethodne činjenice. Iz grafova s brojem fiksacija i vremenom gledanja može se zaključiti kako su se studenti s grafičkim prikazom podataka znatno kraće zadržali na području interesa *podatci*. Prikaz podataka na brojevnoj crti zorniji je prikaz izmjerenih vrijednosti od samog popisa brojeva i pomaže u razumijevanju i vizualizaciji podataka.

Rezultati ovog istraživanja trebali bi potaknuti nastavnike, studente i učenike da posvete više pažnje mjerenjima, nesigurnosti kod mjerenja i usporedbi rezultata mjerenja. O ovoj temi može se raspravljati na većini satova fizike u osnovnoj i srednjoj školi (u mjeri koja je prikladna dobi učenika) pa kada bi nastavnici to provodili u većoj mjeri učeničko bi se razumijevanje mjerenja i mjernih nesigurnosti poboljšalo. Istraživanje je pokazalo kako grafički prikaz podataka pomaže pri rješavanju zadataka pa bi zasigurno bilo korisno poticati učenike da grafički prikazuju rezultate mjerenja.

Bibliografija

- [1] D. S. Abbott, *Assessing student understanding of measurement and uncertainty*, A dissertation submitted to the Graduate Faculty of North Carolina State University, Raleigh, 2003.
- [2] S. Allie, A. Buffler, B. Campbell, L. Kaunda i F. Lubbert, *First – year physics students’ perceptions of the quality of experimental measurements*, Int. J. Sci. Educ. **20** (1998), 447–459.
- [3] P. Fattahi, *Eyetracking Definitions*, http://twiki.cis.rit.edu/twiki/pub/MVRL/SmiTracker/BasicDefinitionofTerms_SMI2.pdf, (srpanj 2015.).
- [4] GraphPad Software, Inc., *GraphPad Statistics Guide*, http://graphpad.com/guides/prism/6/statistics/index.htm?stat_qa_choosing_a_test_to_compare_.htm, (srpanj 2015.).
- [5] D. Ivanković i M. K. Tiljak, *Testiranje hipoteza*, <http://www.mef.unizg.hr/meddb/slike/pisac15/file1525p15.pdf>, (srpanj 2015.).
- [6] I. G. Jušić i M. Palmović, *Anticipirajući pokreti oka i posebne jezične teškoće*, Suvremena lingvistika **70** (2010), 195–208.
- [7] R. L. Kung i C. Linder, *University students’ ideas about data processing and data comparison in a physics laboratory course*, Nordina **4** (2006), 40–53.
- [8] Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa, *Nacionalni okvirni kurikulum*, http://www.azoo.hr/images/stories/dokumenti/Nacionalni_okvirni_kurikulum.pdf, (kolovoz 2015.).
- [9] MRC Cognition and Brain Sciences Unit, *Common eye tracking problems*, <http://imaging.mrc-cbu.cam.ac.uk/meg/EyeTrackingProblems>, (srpanj 2015.).
- [10] Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja, *Provedeni ispiti*, http://www.ncvvo.hr/drzavnamatura/web/public/svi_ispiti, (kolovoz 2015.).

- [11] I. Pavlić, *Statistička teorija i primjena*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1971.
- [12] O. Petrak, *t-test*, https://ldap.zvu.hr/~oliverap/MetodeIstrazivanjaFT/9_T-test.pdf, (svibanj 2015.).
- [13] M. G. Sere, R. Journeaux i C. Larcher, *Learning the statistical analysis of measurement errors*, International Journal of Science Education **15** (1993), 427–438.
- [14] G. J. Zorc, *Mjerenja i pogreške*, <http://www.phy.pmf.unizg.hr/~gorjana/nastava/Praktikum/Fizicki%20praktikum%202/mjerenja%20i%20pogreske.pdf>, (kolovoz 2015.).

Poglavlje 6

Prilozi

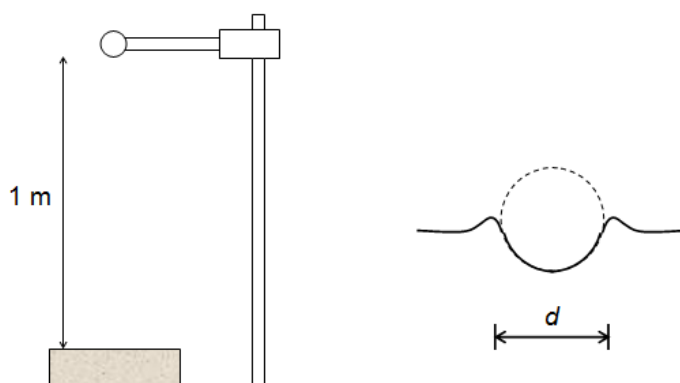
6.1 Prilog 1: Test o mjerenjima

Ime i prezime:

Smjer:

*Uputa: Molimo Vas da redom rješavate zadatke i da se ne vraćate na one koje ste već riješili. Kod nekih zadataka se traži obrazloženje nakon što odaberete jedan od ponuđenih odgovora. Molimo Vas da odaberete odgovor koji **najviše** odgovara razlogu zbog kojeg ste odabrali neki od odgovora. Ako među ponuđenim odgovorima ne možete pronaći onaj koji odgovara Vašem razmišljanju, molimo Vas napisite svojim riječima obrazloženje.*

Studenti pažljivo ispuštaju kuglicu bez početne brzine s visine 1 m i mjere promjer traga d koji kuglica ostavi u pijesku.



1a. Studenti su dobili sljedeće vrijednosti mjerenja:

d/mm 23 18 26 40 23 20

Koji broj najbolje predstavlja ovaj skup mjerenja?

a) 22 mm

b) 23 mm

c) 25 mm

d) 29 mm



1b. Obrazloženje:

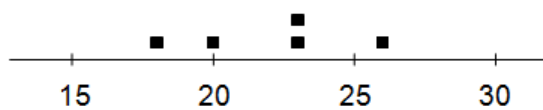
- a) Taj se broj dobije ako se zbroje sve vrijednosti mjerenja i taj zbroj podijeli sa 6.
- b) Taj se broj dobije ako se izbací mjerenje od 40 mm, zbroje preostale vrijednosti mjerenja i taj zbroj podijeli s 5.
- c) Taj se broj pojavio dva puta u mjerenjima, a ostali samo jedanput.
- d) Taj je broj na sredini izmjerenih vrijednosti.
- d) Drugo obrazloženje:

2a. Studenti su dobili sljedeće vrijednosti mjerenja promjera traga kuglice u pijesku d :

d/mm 23 18 26 23 20

Što mogu studenti zaključiti o vrijednosti mjerene veličine d ?

- a) Mjerena veličina iznosi 22 mm.
- b) Mjerena veličina iznosi 23 mm.
- c) Mjerena se veličina nalazi negdje između 18 i 23 mm.
- d) Mjerena se veličina nalazi negdje između 18 i 26 mm.



2b. Obrazloženje:

- a) Taj se broj dobije ako se zbroje sve vrijednosti mjerenja i taj zbroj podijeli s 5.
- b) Mjerenje od 26 mm odstupa od srednje vrijednosti, pa tu vrijednost treba odbaciti.
- c) Taj se broj pojavio dva puta u mjerenjima, a ostali samo jedanput.
- d) Nikad ne možemo znati točnu vrijednost mjerene veličine.
- e) Drugo obrazloženje:

3a. Dvije su grupe studenata dobile sljedeće rezultate mjerenja promjera traga kuglice u pijesku d , izražene u mm:

Grupa A 26 30 22 27 20 srednja vrijednost = 25

Grupa B 23 11 41 16 34 srednja vrijednost = 25

Usporedite dobivene rezultate.

- a) Rezultati grupe A bolji su od rezultata grupe B.
- b) Rezultati grupe B bolji su od rezultata grupe A.
- c) Rezultati obiju grupa jednako su dobri.
- d) Ne može se procijeniti koji su rezultati bolji.



3b.Obrazloženje:

- a) Obje su grupe dobile iste srednje vrijednosti.
- b) Rezultati grupe A su između 20 mm i 30 mm, a rezultati grupe B između 11 mm i 41 mm.
- c) Rezultati grupa A i B se ne slažu - moguće je da su iste srednje vrijednosti dobivene slučajno.
- d) Grupe A i B su koristile različite metode, ali to nije važno ako je konačni rezultat jednak.
- e) Ako se radi više mjerenja, dobije se ista srednja vrijednost, bez obzira na greške u mjerenju.
- f) Drugo obrazloženje:

4a. Dvije su grupe studenata dobile sljedeće rezultate mjerenja promjera traga kuglice u pijesku d , izražene u mm:

Grupa A 18 25 20 28 24 srednja vrijednost = 23

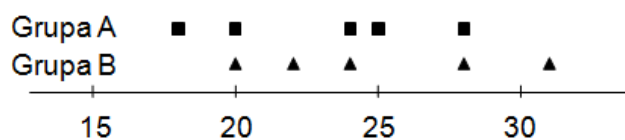
Grupa B 20 28 22 24 31 srednja vrijednost = 25

Slaju li se rezultati mjerenja grupe A i grupe B?

a) Da.

b) Ne.

c) Ne može se procijeniti.



4b. Obrazloženje:

- a) Intervali izmjerenih vrijednosti većim se dijelom preklapaju.
- b) Obje su grupe dobile vrijednosti 20, 24 i 28 mm.
- c) Srednje vrijednosti mjerenja obiju grupa su različite.
- d) Interval izmjerenih vrijednosti širok je 10 mm za grupu A, a 11 mm za grupu B.
- e) Razlika od 2 mm između dviju srednjih vrijednosti je velika u odnosu na mjerenu veličinu.
- f) Izmjerene vrijednosti su previše raspršene.
- g) Drugo obrazloženje:

5a. Dvije su grupe studenata dobile sljedeće rezultate mjerenja promjera traga kuglice u pijesku d , izražene u mm:

Grupa A 19 22 20 25 24 srednja vrijednost = 22

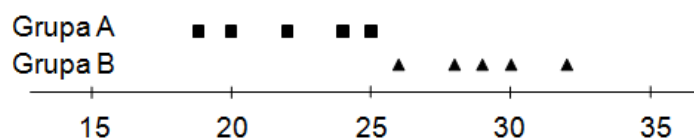
Grupa B 29 32 28 26 30 srednja vrijednost = 29

Slažu li se rezultati mjerenja grupe A i grupe B?

a) Da.

b) Ne.

c) Ne može se procijeniti.



5b. Obrazloženje:

- a) Intervali izmjerenih vrijednosti koje su dobile grupe A i B se ne preklapaju.
- b) Srednje vrijednosti mjerenja obju grupa su različite.
- c) Interval izmjerenih vrijednosti širok je 6 mm za obje grupe.
- d) Razlika od 7 mm između dviju srednjih vrijednosti je mala u odnosu na mjerenu veličinu.
- e) Izmjerene vrijednosti su previše raspršene.
- f) Drugo obrazloženje:

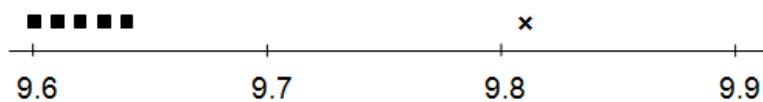
6. Studenti mjere akceleraciju slobodnog pada g (u Zagrebu iznosi 9.81 m/s^2). Dobili su sljedeće vrijednosti mjerenja g , izražene u m/s^2 :

9.63 9.64 9.62 9.60 9.61 srednja vrijednost = 9.62

Kakve su točnost i preciznost tog mjerenja?

- a) Mjerenje je i točno i precizno.
- b) Mjerenje je točno, ali nije precizno.
- c) Mjerenje je precizno, ali nije točno.
- d) Mjerenje nije ni točno ni precizno.

Obrazloženje:



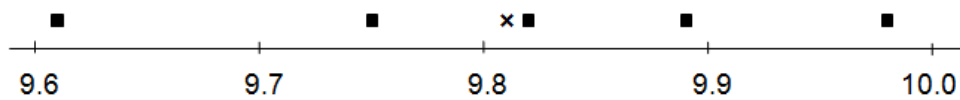
7. Studenti mjere akceleraciju slobodnog pada g (u Zagrebu iznosi 9.81 m/s^2). Dobili su sljedeće vrijednosti mjerenja g , izražene u m/s^2 :

9.61 9.98 9.82 9.75 9.89 srednja vrijednost = 9.81

Kakve su točnost i preciznost tog mjerenja?

- a) Mjerenje je i točno i precizno.
- b) Mjerenje je točno, ali nije precizno.
- c) Mjerenje je precizno, ali nije točno.
- d) Mjerenje nije ni točno ni precizno.

Obrazloženje:



8a. Studenti mjere akceleraciju slobodnog pada g . Računajući srednju vrijednost mjerenja na kalkulatoru dobiju broj 9.79945. Pogreška njihovog mjerenja iznosi 0.02 m/s^2 . Koji je od sljedećih zapisa konačnog rezultata mjerenja najbolji?

a) $g = 9.79945 \text{ m/s}^2$

b) $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

c) $g = (9.79945 \pm 0.02) \text{ m/s}^2$

d) $g = (9.80 \pm 0.02) \text{ m/s}^2$

e) $g = (9.8 \pm 0.02) \text{ m/s}^2$

8b. Obrazloženje:

a) Treba napisati što više znamenaka u rezultatu da bude precizniji. Pogreška ovisi o broju mjerenja, pa je nema smisla zapisivati.

b) Rezultat uvijek moramo zaokružiti na jednu decimalu. Pogreška ovisi o broju mjerenja, pa je nema smisla zapisivati.

c) Treba precizno zapisati srednju vrijednost (na više decimala) i navesti pripadnu pogrešku.

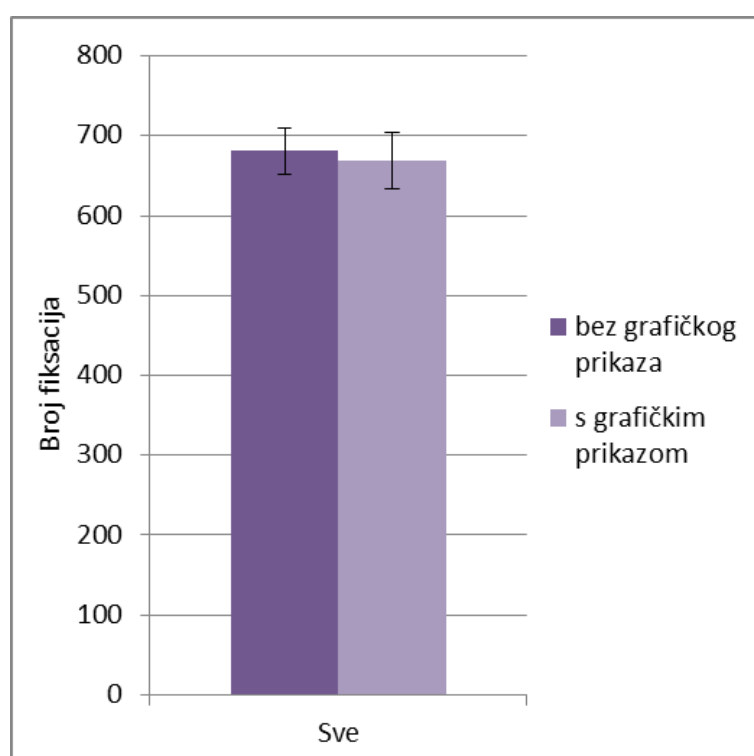
d) Broj znamenaka u rezultatu određen je pogreškom, koja je bitan dio rezultata.

e) Drugo obrazloženje:

6.2 Prilog 2: Analiza broja fiksacija ispitanika tijekom rješavanja testa o mjerenjima

Na sljedećim se grafovima nalazi ukupan broj fiksacija po pojedinim područjima interesa. Ovi su grafovi navedeni u prilogu zato što su vrlo slični grafovima koji prikazuju vrijeme gledanja pojedinog područja interesa.

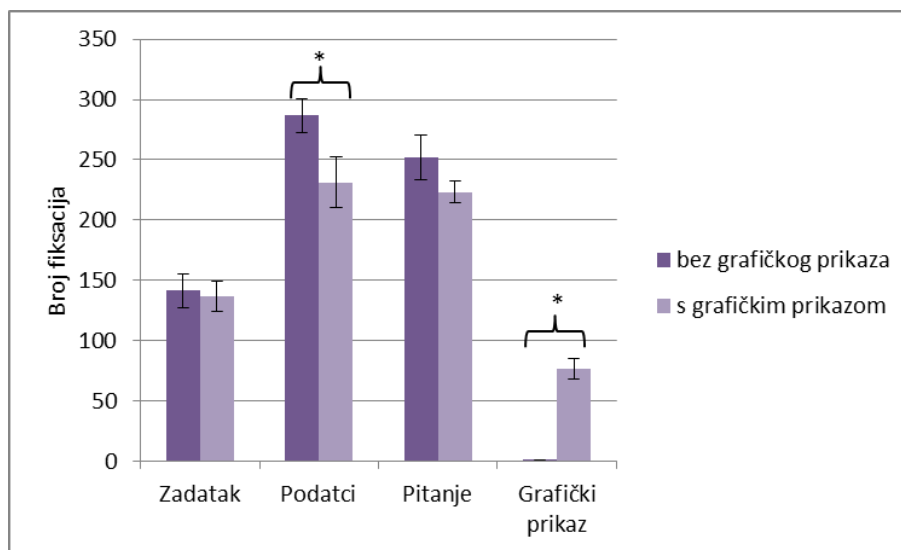
Na slici 6.1 prikazan je ukupan broj fiksacija za područje interesa *sve*, i to posebno za studente bez i s grafičkim prikazom podataka na testu.



Slika 6.1: Broj fiksacija za područje interesa *sve* u prvim dijelovima prvih pet zadataka te u šestom i sedmom zadatku

Kao i u slučaju vremena gledanja, broj fiksacija za područje interesa *sve* uključuje ukupan broj fiksacija u prvim a) dijelovima prvih pet zadataka te u šestom i sedmom zadatku. Rezultati *t*-testa pokazuju da ne postoji značajna razlika u broju fiksacija između studenata s grafičkim prikazom i bez njega.

Na slici 6.2 nalazi se graf koji prikazuje broj fiksacija po pojedinim područjima interesa. Rezultati t -testa pokazuju da postoji značajna razlika u broju fiksacija za područje interesa *podatci* ($p < 0.05$). Dakle, može se zaključiti kako je postojanje grafičkog prikaza podataka rezultiralo manjim brojem fiksacija na području interesa *podatci*. Očekivano, značajna razlika postoji i za područje interesa *grafički prikaz* (označeno zvjezdicama).



Slika 6.2: Broj fiksacija za pojedina područja interesa u prvim dijelovima prvih pet zadataka te u šestom i sedmom zadatku

Sažetak

Istraživanje studentskog razumijevanja mjerenja i nesigurnosti kod mjerenja provedeno je na 131 studentu nastavničkih studija fizike s Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu. 101 student testiran je pismeno, a preostalih 30 rješavali su test na računalu gdje su im ujedno mjereni i pokreti očiju. Test konstruiran za ovo istraživanje sadržavao je 8 zadataka. U prvom dijelu zadatka studenti su trebali odabrati jedan od ponuđenih odgovora, a u drugom dijelu zadatka svoj su odabir trebali obrazložiti. Zadatci su provjeravali razumijevanje mjerenja i usporedbe izmjerenih podataka, te razumiju li studenti što su točnost i preciznost mjerenja i kako se zapisuje konačan rezultat mjerenja.

Rezultati istraživanja su pokazali da studenti imaju poteškoća u tom području fizike. Najlošije je riješen zadatak u kojem je trebalo odrediti broj koji najbolje predstavlja skup mjerenja s time da je jedan od rezultata mjerenja bio netipična vrijednost. Nadalje, jedan dio studenata imao je poteškoća u razumijevanju i razlikovanju pojmova točnosti i preciznosti mjerenja te s uspoređivanjem rezultata mjerenja. Najbolje je riješen zadatak u kojem se tražio ispravan zapis konačnog rezultata mjerenja. Primjenom statističkih testova potvrđeno je da grafički prikaz podataka pomaže u rješavanju zadataka, te da su studenti viših godina postigli bolje rezultate od studenata prve godine.

Mjerenjem pokreta očiju određeni su dijelovi zadatka na kojima su se studenti najduže zadržali, dobivene su informacije o broju fiksacija po pojedinim područjima interesa, napravljene su toplinske karte itd. Iz dobivenih podataka moglo se vidjeti kako su se studenti koji su imali grafički prikaz podataka znatno kraće zadržali na području koje je obuhvaćalo popis izmjerenih vrijednosti. Rezultati dobiveni ovakvim načinom testiranja, ponovno su potvrdili da grafički prikaz pomaže u boljem razumijevanju rezultata mjerenja.

Kako bi se poboljšalo učeničko i studentsko razumijevanje mjerenja, nastavnici bi sa studentima trebali više raspravljati o samom postupku mjerenja i analizi dobivenih podataka. Dakle, tijekom nastave fizike s učenicima treba raspravljati o broju koji najbolje opisuje skup mjerenja, o tome kako postupiti s netipičnom vrijednosti, na što treba obratiti pažnju prilikom usporedbe rezultata nekoliko skupina mjerenja te što je konačan rezultat mjerenja.

Summary

The study of student understanding of measurement and uncertainty was carried out on 131 prospective physics teachers at Faculty of Science in Zagreb. 101 students were assessed by a paper-and-pencil test and the remaining 30 students solved a computerized test including the eye tracking. The test designed for this study consisted of 8 questions. In the first part of the question, students were asked to select one answer from a list of choices, and in the second part of the question they had to explain their choice. Questions referred to understanding of measurement and comparison of measurement results, as well as students' understanding of the terms of accuracy and precision of measurement and how to write the final result of the measurement.

The results showed that students have difficulties in this part of physics. The worst solved question was the one which was designed in order to determine the number that best represents a set of measurements, taking into consideration the fact that one of the measurements was an outlier. One part of the students had difficulties in understanding and distinguishing the terms of accuracy and precision of measurement as well as with comparison of measurement results. The best solved question was the one where students needed to correctly write the final result of the measurement. Statistical tests confirmed that the graphic representation of data helps to solve the question as well as the fact that the senior students achieved better results than the first-year students.

The eye tracking method was used in order to determine the parts of the question that kept students' attention, to provide information about the number of fixations on particular areas of interest, to make heat maps, etc. The obtained data showed that students who had graphical representation of data kept their attention less in the area which included a list of measured values. The obtained results confirm that graphical representation helps in better understanding of the measurement results.

In order to improve pupils' and students' understanding of measurement, teachers should discuss more about the measurement procedure and data analysis. So, during physics classes the following issues should be discussed with students': the number that best describes

a set of measurements, how to deal with outliers, what to look for during the comparison of the results of several groups of measurement, and what is the final result of measurement and how to write it.

Životopis

Moje ime je Petra Martinjak. Rođena na 02. 09. 1991. godine u Zaboku kao prvo dijete Josipa i Božene Martinjak. Osnovnu školu Sveti Križ Začretje pohađala sam od 1998. do 2006. godine. Po završetku osnovne škole upisala sam Gimnaziju Antuna Gustava Matoša u Zaboku, opći smjer. Maturirala sam 2010. godine i te iste godine upisala Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij Matematika i fizika; smjer: nastavnički na Prirodoslovno–matematičkom fakultetu u Zagrebu.