Motivacijska uvjerenja i konceptualna promjena pri učenju matematike

Jovanović, Vedran

Master's thesis / Diplomski rad

2015

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:640483

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-26**

Repository / Repozitorij:

Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET

MATEMATIČKI ODSJEK

Vedran Jovanović

MOTIVACIJSKA UVJERENJA I KONCEPTUALNA PROMJENA PRI UČENJU MATEMATIKE

Diplomski rad

Voditeljice rada:

Prof. dr. sc. Aleksandra Čižmešija

Doc. dr. sc. Daria Rovan

Zagreb, rujan 2015.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana _____ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. _____ , predsjednik
2. _____ , član
3. _____ , član

Povjerenstvo je rad ocijenilo s ocjenom _____.

Potpis članova povjerenstva

1. _____

2. _____

3. _____

Zahvaljujem se mentoricama prof. dr. sc. Aleksandri Čižmešiji i doc. dr. sc. Darii Rovan na aktivnoj suradnji, susretljivosti, velikoj profesionalnosti te velikoj pomoći i savjetima tijekom izrade diplomskoga rada.

Zahvaljujem se svojoj obitelji i partnerici Kristini na podršci koju su mi pružali tijekom studiranja i tijekom izrade diplomskoga rada.

SADRŽAJ

1. UVOD 2

1.1. Teorija očekivanja i vrijednosti 3

1.2. Konceptualna promjena 12

1.3. Razumijevanje koncepta prizme 16

2. CILJ I PROBLEMI ISTRAŽIVANJA 18

3. METODOLOGIJA 19

3.1. Sudionici 19

3.2. Postupak 19

3.3. Instrumenti 20

4. REZULTATI I RASPRAVA 26

5. USVAJANJE KONCEPTA PRIZME 59

5.1. Aktivnost: Prizme 62

5.2. Aktivnost: Pronađi prizmu 67

5.3. Aktivnost: Kako nastaju prizme? 70

5.4. Aktivnost: Visina prizme 74

5.5. Aktivnost: Eulerova formula za prizmu 78

LITERATURA 84

PRILOG 1: Predtest 86

PRILOG 2: Posttest 88

SAŽETAK 90

SUMMARY 91

ŽIVOTOPIS 92

1. UVOD

Matematika je važno, korisno, uzbudljivo i kreativno područje poučavanja. Ona pomaže učenicima razviti sposobnost rješavanja problema i logičkog zaključivanja. Rješavanjem problema učenici mogu doživjeti moć matematike, njezinu važnost i široku primjenu. Unatoč svoj toj ljepoti, nastava matematike je složen i vrlo zahtjevan proces. Uspješnost savladavanja tog procesa ovisi o mnogo čimbenika, pa to može izazvati brojne probleme kod učenika. Problemi posebno nastaju ako nije ispunjen neki od preduvjeta za učenikovo praćenje, savladavanje i usvajanje matematičkih sadržaja propisanih nastavnim programom. Važan preduvjet za uspješnu nastavu matematike je interes učenika prema predmetu. Interes je najveći poticaj za učenje. Međutim, ovdje nastaju problemi. Matematika se ubraja među teže nastavne predmete jer zahtijeva neprekidan i konstantan rad, trud te zahtijeva puno uloženog vremena. Veliki postotak učenika nije spreman raditi na takav način te se susreće s problemima vezanima uz savladavanje nastavnog sadržaja. Kako bi učenička postignuća, koja ne ovise samo o načinu na koji učenici pristupaju učenju, njihovim sposobnostima, konstantnom radu, trudu, uloženom vremenu, bila što veća i bogatija potrebno je i nešto što ih potiče na učenje, a to je motivacija. Učenici koji su motivirani za rad lakše savladavaju nastavni sadržaj i lakše se suočavaju s teškoćama u matematici. Motivacijom učenici dobivaju polet, „vjetar u leđa“ koji im omogućava da uspješno preplove sva područja matematike. Postoji ekstrinzična i intrinzična motivacija te kao takva može imati različit utjecaj na učenika kao pojedinca. Ovisno o vrsti motivacije i načinom na koji se ona manifestira,

učenici će postići određene rezultate. Nerealno je očekivati da će svi učenici imati podjednake motive za učenje i rad. Netko će učiti zbog znanja, a netko zbog ocjena ili nagrade koju su mu roditelji obećali. Spoznaje i odgovore vezane za motivaciju u procesu učenja, pružit će nam teorija razvijena u okviru socijalno-kognitivnog pristupa, a to je teorija očekivanja i vrijednosti o kojoj će se više reći u nastavku ovoga rada.

U ovome radu razmotrit će se još jedan problem vezan uz učenje u matematici, to je problem konceptualne promjene. Matematika obiluje sadržajima koji zahtijevaju, ne samo njihovo poznavanje, nego i razumijevanje. Znanje u matematici koje se temelji samo na poznavanju činjenica i zakona je površno i lako se zaboravlja. Ono zahtijeva da se te činjenice i zakoni razumiju i da se mogu primijeniti u drugim područjima u matematici i šire. Djeca su od malena okružena i izložena matematici te prije nego što krenu u školu uočavaju različite geometrijske oblike oko sebe, uče brojati, zbrajati i oduzimati na raznim modelima kao što su kruške, jabuke, čokoladice, itd. Na taj način stvaraju određenu predodžbu i matematičke koncepte, iako toga nisu svjesni. Međutim, kada krenu u školu, na nastavi matematike susreću se s informacijama koje se ponekad kose s njihovom predodžbom i postojećim shvaćanjem. Dolaze do spoznaje da je njihova predodžba kriva i to stvara probleme u usvajanju novih sadržaja. Učenicima je teško prihvatiti nove ideje koje se protive njihovim uvjerenjima i konceptima koje su sami izgradili. Kako bi se izbjegle poteškoće u savladavanju novog sadržaja i kako bi došlo do smislenog učenja matematike, potrebno je potaknuti konceptualnu promjenu kod učenja.

1.1. Teorija očekivanja i vrijednosti

Jedan od najvećih preduvjeta ispunjavanja bilo kojega cilja, bilo da se odnosi na produktivnost, rano ustajanje, mijenjanje navika, vježbanje, sport je pronalaženje energije koja će nas usmjeravati da se držimo našega cilja i da ustrajemo na putu do njegova ostvarenja. Učenička akademska postignuća, način na koji učenici pristupaju učenju, a posebno kako se osjećaju dok uče, ne ovise samo o njihovim sposobnostima i strategijama učenja, već ovise i o onome što ih je potaklo na učenje, a to je motivacija. Prema Schunku (2012) motivacija je proces poticanja i održavanja ponašanja

usmjerenoga ka ostvarenju određenog cilja. Ona predstavlja proces koji određuje kako osoba izabire koristiti svoje vrijeme, koliko energije ulaže u pojedine aktivnosti, što osjeća i misli o tim aktivnostima te koliko dugo ustraje u njima te sadržava pozitivan stav prema radu i želju za novim saznanjima, postignućima i uspjesima. Motivirani učenici izvršavaju svoje dužnosti na vrijeme i aktivno sudjeluju u nastavi, često postavljaju dodatna pitanja koja idu izvan osnovnog gradiva koje se uči, interpretiraju sadržaje na elaboriran način ili traže dulje zadržavanje na nekom gradivu (Schunk, 2012). Ukratko, motivacija dovodi do učeničkog uključivanja u aktivnosti koje potiču učenje. Zbog toga su istraživanja motivacije od velikog značaja za psihologiju obrazovanja.

Budući da su aktivnosti koje ljudi izvršavaju raznolike i širokog spektra, tako je i područje motivacijskih istraživanja vrlo široko. Najkorisnije spoznaje i odgovore, vezane za motivaciju u procesu učenja, pružit će nam teorije razvijene pod vidom pojma motivacije za postignućem. Prema Wigfield, Tonks i Klauda (2009) motivacija za postignućem opća je tendencija stremljenja k uspjehu i tendencija biranja aktivnosti usmjerenih k cilju i uspjehu. Tijekom godina u psihologiji su predložene brojne teorije motivacije za postignućem. U okviru socijalno-kognitivnog pristupa postoji veći broj teorijskih okvira među kojima su najznačajniji: teorija očekivanja i vrijednosti, teorija ciljeva postignuća, atribucijska teorija i socijalno-kognitivna teorija. U ovome radu kao teorijsko polazište odabrana je teorija očekivanja i vrijednosti te primijenjena na kontekst učenja i poučavanja matematike. Wigfield, Tonks i Klauda (2009) navode da se teorija očekivanja i vrijednosti zasniva na pretpostavci da učenici moraju biti motivirani za aktivnosti u kojima očekuju uspjeh i koje doživljavaju vrijednima, dok se istraživači koji ispituju ciljeve postignuća bave razlozima zbog kojih se učenici uključuju u akademske zadatke. Konstrukti teorije očekivanja i vrijednosti i teorijski modeli koji se temelje na tim konstruktima imaju dugu povijest u području psihologije. Schunk (2012) navodi kako je suvremena teorija očekivanja i vrijednosti koju su formulirali Eccles, Wigfield i suradnici izravno povezana s teorijom motivacije za postignućem Johna Atkinsona. Atkinsonova teorija ujedno je bila i prva sveobuhvatna teorija u ovom području kojom se postignuće, ustrajnost i izbor aktivnosti direktno povezuju s uvjerenjima pojedinca vezano uz očekivanja i vrijednosti zadatka. Ako postavljeni zadatak učenik smatra

preteškim, postoji vjerojatnost da učenik ne pristupi rješavanju zadatka ili ubrzo odustane tijekom rješavanja zbog straha od neuspjeha ili nedostatka nade za uspjeh. Međutim, Wigfield, Tonks i Klauda (2009) te Wigfield i Cambria (2010) navode da se suvremena teorija očekivanja i vrijednosti razlikuje od Atkinsonove i to prvenstveno po tome što su u suvremenoj teoriji i komponenta očekivanja i komponenta vrijednosti više elaborirane i povezane sa širokim poljem psiholoških i socijalno-kulturalnih determinanti. Također, istraživanja u okviru ove teorije provedena su u realnim akademskim situacijama, a ne samo u laboratorijskim uvjetima kakvi su korišteni za provjeru Atkinsonove teorije.

Prema Wigfield, Tonks i Klauda (2009) model Eccles i suradnika uključuje brojne čimbenike, ali ovi autori pretpostavljaju da na ponašanje u akademskim situacijama najviše utječu upravo očekivanja uspjeha i vrijednost zadatka. Wigfield i Cambria (2010) definiraju *očekivanje uspjeha* kao uvjerenja pojedinca o tome koliko dobro će raditi na zadacima koji su stavljeni pred njega, odnosno kao uvjerenja o tome koliko će biti uspješan u budućim aktivnostima (Koliko ću biti dobar u matematici?). Ta uvjerenja odnose se na dječje procjene njihove trenutne kompetencije i sposobnosti i na prognoziranje kvalitete njihove sposobnosti u budućnosti. Uzmimo, na primjer, učenika koji je zainteresiran za matematiku, ima želju naučiti više i smatra je vrijednom, ali prilikom rješavanja određenih zadataka doživljava konstantan neuspjeh. Rješavajući zadatke jednim za drugim, ne uspijevajući doći do točnog rezultata, učenik očekuje da će se neuspjeh i dalje nastaviti i zbog toga se s vremenom više neće okušati u rješavanju takvih tipova zadataka. Učenik koji teže doživljava neuspjeh i ako uz to zaključi da je loš uspjeh rezultat manjka njegovih sposobnosti, mogao bi izgubiti motivaciju za daljnji rad, stvoriti negativno mišljenje o sebi i sve svoje neuspjehe pripisati upravo vlastitoj nesposobnosti ili sreći. Naravno, postoje i učenici koji neuspjeh u izvršavanju zadataka neće doživjeti tako dramatično, nego će zaključiti da je njihov loš uspjeh rezultat njihova nedovoljnog truda te da moraju povećati napor u radu i svoje zalaganje kako bi popravili uspjeh. Takvi učenici imaju visoko samopoštovanje i samopouzdanje. Možemo zaključiti da na motivaciju utječu i učenikovo samopoštovanje i samopouzdanje, odnosno njegova slika o samome sebi.

Uz ova uvjerenja, Wigfield, Tonks i Klauda (2009) definiraju i *uvjerenja o sposobnosti* i to kao učeničku procjenu vlastite kompetentnosti u određenom području. Dok su očekivanja usmjerena na budućnost, ono što će se dogoditi, uvjerenja o sposobnosti su usmjerena na trenutnu sposobnost (Koliko sam dobar u matematici?).

Drugi ključni konstrukt u teoriji očekivanja i vrijednosti je *vrijednost zadatka*. Wigfield, Tonks i Klauda (2009) navode da se subjektivna *vrijednost zadatka* odnosi na različita uvjerenja koja učenik može imati o razlozima zbog kojih se uključuje u neku aktivnost, odnosno o tome kako ta aktivnost zadovoljava njegove različite potrebe. Na primjer, pojedini učenici pristupaju određenim aktivnostima i izazovima jer ih zanimaju, imaju dublje značenje za njih, žele steći veće znanje zbog upisa na željeni fakultet, dok neki učenici pristupaju aktivnosti zbog nagrade, bolje ocjene ili dokazivanja vlastitog znanja drugim učenicima. Različiti učenici mogu dodijeliti različite vrijednosti istoj djelatnosti, odnosno zadatku te će stjecanje znanja iz matematike pojedinim učenicima biti vrijedno postignuće, dok će pojedinim učenicima biti teret koji moraju savladati kako bi položili nastavni predmet. Kao što je rečeno ranije, određeni zadatak ili djelatnost neće svi učenici smatrati jednako važnom i pridavati joj jednako pažnje pa će jedan dio učenika veću pažnju i vrijednost pokazati za neke druge zadatke i predmete, fiziku, engleski jezik, biologija i sl. Upravo zato što je vrijednost zadatka subjektivni doživljaj zadatka ili djelatnosti, govorimo o subjektivnoj vrijednosti zadatka.

Wigfield, Tonks i Klauda (2009) navode četiri komponente subjektivne vrijednosti zadatka: vrijednost postignuća ili važnost, interes ili intrinzičnu vrijednost, korisnost zadatka i percipiranu cijenu.

Prva komponenta subjektivne vrijednosti zadatka je vrijednost postignuća, odnosno važnost. Wigfield, Tonks i Klauda (2009) definiraju vrijednost postignuća kao važnost kvalitetnog rada na određenom zadatku. Eccles (2005) pretpostavlja da će učenik doživjeti određeni zadatak kao važan ako procijeni da je bavljenje tim zadatkom usko povezano s njegovom aktualnom ili idealnom slikom o sebi, odnosno s njegovim socijalnim i osobnim identitetom. Ako, na primjer, učenik uživa u rješavanju zadataka iz geometrije, ravninske ili prostorne, pristupa izazovu prostornog rezoniranja i ako je to

središnji dio njegovog osobnog identiteta, onda će taj učenik više cijeniti područja matematike i zanimanja koja se temelje na geometriji. Učenik će zadacima iz geometrije dati puno više pažnje i puno veću važnost ispred zadataka iz drugih područja matematike. Međutim, hoće li se zahtjevi pojedinog zadatka doživjeti kao izazov ili kao teret ovisi o osobnim vrijednostima učenika i njihovim dugoročnim ciljevima.

Druga komponenta subjektivne vrijednosti zadatka je interes ili intrinzična vrijednost. Wigfield, Tonks i Klauda (2009) definiraju interes ili intrinzičnu vrijednost kao užitak koji pojedinac osjeća tijekom izvršavanja nekog zadatka ili užitak koji pojedinac očekuje tijekom obavljanja zadatka. Ova komponenta slična je, u nekim aspektima, konstruktu intrinzične motivacije. Schunk (2012) tvrdi kako intrinzična motivacija pokreće osobu iznutra, nisu potrebni vanjski utjecaji, a ponašanje koje je intrinzično motivirano puno lakše obavljamo jer najčešće uživamo u obavljanju te aktivnosti i učimo zbog samog interesa. Intrinzično motivirani učenici su ustrajniji u učenju, teže odustaju, kvalitetnije uče, ″dublje″ obrađuju informacije, kreativniji su, postižu bolji uspjeh. Međutim, važno je naglasiti da ti konstrukti dolaze iz različitih teorijskih tradicija. Kada dijete, odnosno učenik istinski cijeni aktivnost i daje joj veliku važnost, tada se često duboko uključuje u aktivnost, bude ponesen aktivnošću i takav osjećaj može potrajati kroz duži vremenski period.

Treća komponenta subjektivne vrijednosti zadatka je korisnost zadatka. Prema Wigfield, Tonks i Klauda (2009) korisnost zadatka odnosi se na to kako se zadatak uklapa u planove za budućnost pojedinca, odnosno na razloge bavljenja aktivnostima da se postigne neka željena posljedica, čak i ako ne postoji interes za tu aktivnost. Primjerice, ulaganje većeg truda u učenje matematike kako bi se stekla potrebna znanja važna za upis u srednju školu ili na fakultet. U ovom slučaju se aktivnost smatra sredstvom da se dođe do cilja, a ne samim ciljem, pa je po tome slična ekstrinzičnoj motivaciji. Prema Schunku (2012) izvori ekstrinzične motivacije su izvan učenika, učenik uči matematiku zbog određenog cilja, ocjene, nagrade, prestiža, da izbjegne kaznu i sl. Međutim, aktivnosti mogu odražavati i neke ciljeve koji imaju duboku važnost za učenika, kao što je na primjer, stjecanje veće količine znanja. U tom slučaju učenik uči zbog sebe i za sebe, ne kako bi zadovoljio interese roditelja i dobio nagradu za rad. U

tom smislu korisnost zadatka se povezuje s osobnim ciljevima pojedinca, ona postaje integralni dio njegovog identiteta i potreba te je tako povezana i s intrinzičnom motivacijom.

Zadnja komponenta subjektivne vrijednosti zadatka je percipirana cijena. Wigfield, Tonks i Klauda (2009) tvrde da se percipirana cijena odnosi na to kako odluka o započinjanju određene aktivnosti, koja je vezana uz akademski uspjeh učenika, utječe na ograničavanje mogućnosti neke druge aktivnosti. Na primjer, učenik se može dvojiti između učenja ili pisanja domaće zadaće iz matematike i odlaska s prijateljem na nogometnu utakmicu. Wigfield, Tonks i Klauda (2009) istaknuli su da je cijena posebno važna za izbor daljnjeg bavljenja aktivnošću jer one aktivnosti koje imaju nižu cijenu imat će prednost ispred onih koja imaju višu. Izbor se često određuje između dviju ili više pozitivnih opcija te između dvije ili više opcija koje imaju i pozitivnih i negativnih osobina. Pretpostavlja se da svi izbori imaju cijenu jer jedan izbor često eliminira druge opcije. Ukoliko učenik odabere srednju školu s pojačanom matematikom, tada neće moći odabrati specifično obrazovanje na drugom području koje također može imati neke vrijednosti za njega. Naravno, ovakvu odluku učenik će donijeti i ovisno o tome je li sposoban savladati takav nastavni program, ima li pouzdanja u vlastite intelektualne sposobnosti i ima li to visoku vrijednost za njega. Ključna stvar u ovom pogledu je da postoji relativna osobna vrijednost svake od ovih opcija. U situacijama u kojima je cijena visoka, pretpostavlja se da će pojedinac odabrati zadatke ili ponašanja koji imaju relativno višu vrijednost za njega. Prema Wigfield, Tonks i Klauda (2009) važnost cijene je najmanje proučavana komponenta subjektivne vrijednosti zadatka.

Djeca su tijekom djetinjstva i u vremenu prije polaska u školu izložena brojnim iskustvima i zadacima koje moraju savladati kako bi se pripremila za samostalan život. Samostalno savladavanje zadataka i aktivnosti koji su stavljene pred njih, povećava njihovo uvjerenje o vlastitim kompetencijama i sposobnostima. Poznato je da čovjek više cijeni postignuća do kojih je došao, isključivo vlastitim radom i upornošću, nego postignuća koja je stekao uz pomoć drugih. Samostalno postizanje ciljeva pripisuje se vlastitoj sposobnosti i trudu te to pozitivno utječe na budući rad i savladavanje novih aktivnosti. Wigfield, Tonks i Klauda (2009) tvrde da tijekom tih godina veliku ulogu u

razvoju očekivanja i vrijednosti imaju povratne informacije roditelja. Utjecaj roditelja može imati pozitivan, ali i negativan učinak kod djece. Prema Wigfield, Tonks i Klauda (2009) roditelji koji potiču svoju djecu u savladavanju različitih zadataka te im pružaju kvalitetne i odgovarajuće povratne informacije, na način da pohvale njihovu upornost i trud, pomažu im razviti osjećaj kontrole i uvjerenja u vlastite kompetencije. Roditelji koji su pretjerano kritični i koji nisu zadovoljni djetetovim trenutnim uratkom, mogu uništiti djetetovo uvjerenje o vlastitoj stručnosti i očekivanjima za budućnost. Međutim, Wigfield, Tonks i Klauda (2009) navode kako ponekad i dobre namjere roditelja mogu negativno utjecati na uvjerenja kod djece. Roditelji koji hvale dječje sposobnosti i sva njihova postignuća pripisuju samo njihovim sposobnostima, a ne trudu i upornosti, mogu oslabiti njihova uvjerenja u vlastite kompetencije jer takva djeca neće naučiti kako prevladati i kako se nositi s izazovima koje neće biti mogući riješiti samo na temelju njihove sposobnosti. Na primjer, ako uspjeh učenika, koji je vrlo dobar ili odličan u matematici, roditelji pripisuju njegovoj sposobnosti, učenik će s vremenom, stvoriti uvjerenje u kojemu je sav njegov uspjeh povezan s njegovom sposobnosti, umjesto s trudom i napornim radom. Negativna ocjena, koju učenik može slučajno dobiti, će negativno utjecati na njegovo uvjerenje jer će tada loš rezultat na testu pripisati svojoj nesposobnosti umjesto manjku truda ili upornosti i s vremenom će početi sumnjati u svoju sposobnost.

Kada krenu u školu djeca počinju dobivati informacije iz dva glavna izvora koji mogu imati snažan utjecaj na razvoj njihovih uvjerenja. U školi se djeca ocjenjuju više formalno i objektivno, nego kao kad su kod kuće. Takve provjere postaju sve češće i važne su za djecu tijekom njihova školovanja jer informacije koje dobivaju od roditelja su često subjektivne i ponekad nisu potpuno iskrene, u smislu da će roditelji često dati potvrdan odgovor, čak i ako zadatak nije u potpunosti ispravno obavljen. Primanje jasne, precizne i objektivne procjene u različitim područjima pomaže učenicima razviti uvjerenja o vlastitim sposobnostima u tim područjima. Ono im omogućuje i bolje razumijevanje njihovih prednosti, ali i nedostataka na nekom određenom području. Budući da procjenjivanje u školi nastoji biti u što je moguće većoj mjeri objektivno i da se pokušavaju izbjeći pristranosti u ocjenjivanju, svi učenici su izloženi jednakom načinu

testiranja njihovih sposobnosti. Kriteriji kojima se učenici testiraju i vrednuju jednaki su za sve pa to za sobom povlači drugi izvor informacija o njihovim sposobnostima, a to je uspoređivanje s vršnjacima, odnosno socijalna usporedba. Prema Schunk (2012) socijalna usporedba je proces uspoređivanja samoga sebe s drugima. Nakon što krenu u školu, učenici počinju ocjenjivati i prosuđivati vlastite sposobnosti uspoređujući ih sa sposobnostima drugih učenika. Primjerice, neki učenik može misliti da je dobar u čitanju jer je savladao abecedu, ali ako do njega sjedi učenik koji može samostalno čitati knjigu, prvi učenik će sigurno revidirati procjenu svoje sposobnosti. Socijalna usporedba može dovesti do toga da takvi učenici počnu percipirati svoje sposobnosti kao niske u trenutku kad naiđu na teškoće u procesu učenja, što nepoželjno utječe na njihovu opću razinu motivacije. Ove vrste izvora mogu pomoći učenicima u podešavanju njihovih uvjerenja i sposobnosti koje posjeduju i vjerojatno su one razlog zašto učenici više pažnje posvećuju izvedbi i demonstriranju vlastite sposobnosti, nego važnosti ovladavanja zadatkom. (Wigfield, Tonks i Klauda, 2009)

Dječja iskustva u različitim aktivnostima imaju za posljedicu aktivno uključivanje u pojedine aktivnosti, što uzrokuje mogućnost isključivanja drugih aktivnosti. Na primjer, pojedina djeca će čitanje smatrati jako zabavnim, dok će neka djeca čitanje smatrati dosadnim i gubljenjem vremena. Takav interes na početku može biti promjenjiv, ali s vremenom se može razviti u dugotrajan i stabilan interes. Wigfield, Tonks i Klauda (2009) argumentiraju kako se dječja koncepcija ili shvaćanje toga što zapravo znači vrednovati nešto, mijenja tijekom odrastanja. To se može najbolje prikazati na primjeru komponente korisnosti u subjektivnom vrednovanju zadatka. Kako je prije raspravljano, korisnost zadatka odnosi se na to kako se zadatak uklapa u planove za budućnost pojedinca, odnosno na razloge bavljenja aktivnostima da se postigne neka željena posljedica. Mlađa djeca proces određivanja korisnosti zadatka provode na elementarnoj, osnovnoj razini, kao ideju da će im sve što uče tijekom školovanja biti potrebno u budućnosti. Njihovo određivanje korisnosti zadatka, temelji se na uvjerenjima koja dobivaju od strane svojih roditelja i nastavnika. Wigfield, Tonks i Klauda (2009) tvrde kako većina roditelja polazi od stajališta da je školovanje važno za njihovu djecu i da je ono glavni put koji će njihovoj djeci omogućiti da postanu produktivni građani u društvu.

Nastavnici, kao i roditelji, naglašavaju važnost školovanja te na taj način prenose svoj entuzijazam za učenje koji povećava dječje vrednovanje učenja. Međutim, koja će znanja i vještine točno biti potrebne učenicima u životu nakon završetka školovanja, nisu sasvim jasna. Na toj razini djeca nisu još kognitivno spremna razlučiti važne od manje važnih vještina, nego se usmjeravaju uvjerenjima koja dobivaju od strane roditelja i nastavnika. Tijekom školovanja i adolescentskog razvoja, učenici počinju bolje procjenjivati koja su nastavna područja i aktivnosti usko povezane s njihovim aktualnim ili idealnim slikama o sebi. Na primjer, učenik koji je otkrio interes za matematiku, koji je uspješan u matematici i savladavanju izazova koje ona pruža može vidjeti matematiku kao važan dio njegova akademskog identiteta.

Wigfield, Tonks i Klauda (2009) navode kako je od početka poznato da kultura ima utjecaj na formiranje očekivanja postignuća i vrijednosti, izbor, upornost i izvođenje zadataka. Eccles (2005) također tvrdi kako kultura utječe na stvaranje ciljeva i vrijednosti koje njezini članovi stvaraju tijekom vlastita života. Kako bi se kultura mogla ubrojiti među faktore koji imaju utjecaj na razvoj očekivanja i vrijednosti, provedena su brojna istraživanja koja su se temeljila na ključnim konstruktima modela očekivanja i vrijednosti Ecclesa i suradnika.

Wigfield, Tonks i Klauda (2009) navode istraživanja koja se temelje na proučavanju utjecaja kulture istočnih i zapadnih zemalja na razvoj uvjerenja o kompetencijama te razvoju očekivanja i vrijednosti. Pokazalo se da učenici u Sjedinjenim Američkim Državama, Kanadi i Engleskoj imaju više uvjerenja u vlastite kompetencije od učenika u istočnoazijskim kulturama i u Rusiji. Razlog tomu je veća sklonost učenika istočnih kultura samokritičnosti, odnosno kritiziranju vlastitog rada i težnje stalnom napretku, dok učenici zapadnih kultura teže poboljšanju izvedbe zadatka. Eccles (2005) navodi kako japanski učenici teže samopoboljšavanju, ali pritom su usmjereni na suradnički odnos i odgovornost u grupi, dok američki učenici imaju tendenciju samopoboljšavanja na individualnoj razini stavljajući sebe ispred skupine. Wigfield, Tonks i Klauda (2009) navode i istraživanje kojim se proučavao interes za matematiku kod učenika istočnjačkih i zapadnjačkih gradova. Postotak razvijenosti interesa za matematiku kod obiju grupa učenika bio je podjednako visok, što pokazuje da se ne

može sa sigurnošću utvrditi da kultura ima izravan utjecaj na razvoj očekivanja postignuća i vrijednosti kod učenika. Možda se razlog krije u tome što konstrukti očekivanja i vrijednosti nemaju isto značenje i ne doživljavaju se na isti način u različitim kulturama. Prema Wigfield, Tonks i Klauda (2009), prilikom istraživanja koja se odnose na proučavanje dviju različitih kultura, elementi koji se preispituju moraju imati ekvivalentna značenja. Razlike u značenju konstrukata mogle bi dati krive podatke i istraživanje ne bi dalo očekivane zaključke. Na primjer, držanje palčeva, "figa", u nekim dijelovima SAD-a znači poželjeti sreću nekome, dok je značenje obrnuto ukoliko su prsti iza leđa. U Rusiji se takvom gestom poručuje neuljudno odbijanje ili poricanje. Konstrukti u budućim istraživanjima u različitim kulturama trebali bi se prilagoditi kako bi se bolje objasnile veze između konstrukata u različitim kulturama.

1.2. Konceptualna promjena

U ovom potpoglavlju razmotrit ćemo problem smislenog učenja i usvajanja znanja iz matematike, ali i samog učenja općenito. Taj problem razmatrat ćemo na jednome od pristupa, odnosno teorija učenja i razvoja, a to je pristup konceptualne promjene (Vamvakoussi, 2007). Čovjek je od samih početaka izložen otkrivanju, odnosno učenju i stjecanju novih spoznaja te prenošenju tih spoznaja budućim generacijama. Takav način prijenosa stečenog znanja predstavlja korijene današnjeg poučavanja djece u školama. Poučavanjem se djeluje na učenika s ciljem postizanja promjena u znanju, vještinama, navikama, stavovima i prosocijalnim oblicima ponašanja kod učenika. Radi se o nizu postupaka i događaja koji utječu na učenike tako što kod njih potiču aktivnost učenja. U školskom se poučavanju nastavnik ne javlja samo u ulozi izvora informacija, nego i u ulozi organizatora poučavanja i učenja. Kao organizator poučavanja, nastavnik prvo treba odgovoriti na pitanje *Zašto učiti matematiku?*. O tom odgovoru ovisit će njegov pristup prema nastavi, ali i odabir metoda poučavanja. Je li cilj učenja usvajanje što veće količine znanja ili intelektualni razvoj učenika, odnosno razumijevanje onoga što učenik uči? Ako nastavnik odluči da je cilj akumulirati veliku količinu informacija, tada će nastavnik istresti pred učenike hrpu informacija i očekivati

da će učenici te informacije usvojiti. Takvo će znanje kod učenika biti površno i kratkotrajno, jer će učenici, nakon što riješe ispit znanja iz određenog područja, najvjerojatnije zaboraviti sve što su naučili jer će smatrati da im to znanje više neće biti potrebno. Ako, pak, nastavnik odluči da je cilj intelektualni razvoj učenika, povezivanje naučenog u smislenu cjelinu, tada će učenici trajnije pohraniti svoje znanje. Međutim, tada će metoda poučavanja, kao što je gore navedena, biti potpuno neadekvatna. Ovakav cilj zahtijevat će drugačije metode i pristupe poučavanja, ali i prihvaćanje činjenice da djeca već imaju neku predodžbu i ideje vezane uz matematičke koncepte.

Djeca se od malih nogu susreću s raznim geometrijskim tijelima i likovima u prostoru, brojanjem, zbrajanjem i oduzimanjem na raznim modelima kao što su čokoladice, jabuke, kruške, itd. Na taj način samostalno stvaraju određene koncepte i ideje. Te matematičke ideje nije moguće odjednom jednostavno ukloniti i zamijeniti drugim matematičkim konceptima tijekom školovanja. Premda s matematičkog stajališta, neke od njih nisu ispravne i potpuno točne, te ideje su stvorila djeca kojima su one dobro služile u svakodnevnom životu i kojih će se ona teško odreći. Da bi došlo do smislenog učenja matematike, potrebno je inducirati konceptualnu promjenu kod učenika (Vamvakoussi, 2007).

Konceptualna promjena je postupan i dugotrajan proces radikalne rekonstrukcije predznanja, koju često nije moguće izazvati odjednom. Učenik će biti spreman zamijeniti postojeće koncepte novima, tek kada mu se pokaže i kada shvati da su nove, znanstvene činjenice točnije od njegovih koncepcija. Naravno, treba uzeti u obzir da konceptualna promjena ne podrazumijeva samo zamjenu starih ideja i predodžbi novima. Učenici mogu, nakon što stvore svoju sliku o određenim konceptima, biti u zabludi što stvara probleme u usvajanju novih koncepata koji se kose s njihovim sadašnjim shvaćanjima. Iz tih zabluda može proizaći ili znanje koje je moguće nadograditi ili ideje koje mogu izazvati probleme u usvajanju novih koncepata (Vosniadou, Vamvakoussi i Skopeliti, 2008).

Nastavnik ne bi trebao polaziti od stajališta da su ideje i predodžbe s kojima učenici dolaze na nastavu potpuno krive i da je cilj učenja zamijeniti njihovo predznanje

novim znanjem. Dakle, učenikove zablude se ne bi smjele predstavljati kao uzak pogled na učenje koje se fokusira samo na pogrešnim kvalitetama učenikova predznanja i pritom zanemarivati moguću produktivnost tih ideja koja može postati temelj za postizanje sofisticiranijih matematičkih ili znanstvenih razumijevanja. Učenikovo predznanje može se iskoristiti za izgrađivanje još složenijih sustava znanja jer ono možda sadrži informacije koje se mogu iskoristiti tijekom školovanja (Vamvakoussi, 2007).

Drugi pristup povezan je sa poteškoćama usvajanja novih koncepata zbog postojećih ideja koje učenici posjeduju. Nastavnik mora biti svjestan i toga da predznanje učenika može ometati usvajanje novih koncepata i informacija. Koncepti koje su djeca stvorila u većem postotku su kriva i navode djecu na krivi put. Ali kao što je rečeno ranije, te koncepte su stvorila djeca i oni su njima lako razumljivi i dobro im služe u svakodnevnom životu i teško će ih se odreći. Zato nastavnici moraju obratiti pozornost na učeničko predznanje i na temelju spoznaja o njihovom predznanju formirati postupke i odabrati metode kojima će postići željene promjene u usvajanju novih matematičkih koncepata (Vosniadou, Vamvakoussi i Skopeliti, 2008).

Konceptualna promjena uključuje više od mijenjanja učeničkih koncepcija. Nastavnici trebaju biti svjesni da će za promjenu znanja kod učenika biti potrebno mijenjati i njihovu motivaciju, ukoliko je motivacija slabo zastupljena, uvjerenja i afektivni stav prema učenju. Učenike će biti potrebno potaknuti na uspoređivanje njihovih koncepcija sa znanstvenima. Uvjeti potrebni za konceptualnu promjenu zahtijevaju klimu u učionici koja potiče razmišljanje, propitkivanje ispravnosti vlastitih koncepcija te mogućnost njihovih korekcija ili nadograđivanja. Takvoj je promijeni kod učenika potrebno vremena. Nastavnici ne mogu očekivati konceptualnu promjenu kod učenika nakon samo jednog nastavnog sata, odnosno nastavne lekcije. Djeca uče nove koncepte generalizirajući postojeće, ispravljajući pogreške u postojećim koncepcijama i boreći se s time da zamijene postojeće koncepte, koji su duboko ukorijenjeni novima. Isto tako, konceptualna promjena zahtjeva više iskustva. Nove koncepte potrebno je primjenjivati u raznim slučajevima i primjerima kako bi učenici uspjeli modificirati svoje razmišljanje. Potrebno je više od jednog iskustva da učenik počne pouzdano koristiti novi koncept u svom pravom kontekstu. Pri tome, nastavnik ne bi trebao pretpostavljati da

djeca ne shvaćaju naučeno kada primjenjuju nove koncepte na jednostavnim i očitim primjerima. Nastavnik će možda morati pružiti učenicima više prilika kako bi pokazali ono što znaju i kako bi otkrili odgovarajuću primjenu novih koncepata. Takav način razmišljanja je početak za usvajanje novih koncepata čija će se primjena kasnije širiti na zahtjevnije slučajeve i primjere. Isto tako, važno je učenicima omogućiti socijalnu interakciju s nastavnikom ili drugim učenicima. Nastavnik mora dobiti povratnu informaciju o tome prihvaćaju li učenici nove informacije koje se kose s njihovim konceptima. Ukoliko nema povratne informacije učenika, lako je moguće da neće doći do konceptualne promjene i da će učenici ostati zbunjeni s puno nejasnoća, što će implicirati lošim nastavkom obrade i usvajanja novih koncepata (Vosniadou, Vamvakoussi i Skopeliti, 2008; Vamvakoussi, 2007).

Tijekom godina provedena su brojna istraživanja u različitim područjima matematike u kojima se ispitivao proces konceptualne promjene. Najpoznatija od njih vezana su uz problem usvajanja koncepata racionalnih i realnih brojeva. Djeca su od malena izložena usvajanju koncepata brojanja na raznim modelim poput igračaka i voća koji ih okružuju i kao takva nesvjesno su stvarala koncept prirodnih brojeva. Znaju da svaki prirodni broj ima svog prethodnika i sljedbenika, osim broja jedan. Usvajanje racionalnih brojeva stvara probleme jer racionalni brojevi nemaju prethodnika i sljedbenika pa djeca teško shvaćaju da se, na primjer, između brojeva jedan i dva nalazi beskonačno mnogo brojeva. Isto vrijedi i za realne brojeve (Merenluoto i Lehtinen, 2002).

Međutim, u ovome radu promatrat ćemo probleme konceptualne promjene prilikom usvajanja koncepta prizme kao geometrijskog tijela. Učenici se sa pojmom prizme prvi puta susreću u osmom razredu osnovne škole, a zatim ponovno u drugom razredu srednje škole. Nema velikih razlika u usvajanju novih koncepata vezanih uz prizmu između nastavnog sadržaja osnovne i nastavnog sadržaja srednje škole. U srednjoj školi se nadopunjuje znanje stečeno u osnovnoj školi i pojavljuju se zahtjevniji zadaci budući da su učenici kognitivno zreliji i imaju mogućnost bolje i temeljitije obrade novih informacija. Može se reći da se učenici u srednjoj školi moraju prisjetiti svega onoga što su obradili u osnovnoj školi, a u čemu im pomažu nastavnici. Znanje o

prizmama iz osnovne škole se, u velikom broju slučajeva, zaboravi ili je nepotpuno. Zato je u srednjoj školi potrebno ponovno detaljno obraditi sve koncepte i činjenice vezane uz prizme.

1.3. Razumijevanje koncepta prizme

Prema važećem Nastavnom planu i programu, koncept prizme učenici usvajaju u osmom razredu osnovne škole, a zatim u drugom razredu srednje škole. U osmom razredu osnovne škole, učenici se s nastavnom jedinicom *Prizma* susreću u sklopu nastavne cjeline *Geometrijska tijela*. U drugom razredu srednje škole nastavna jedinica *Prizma* obrađuje se u sklopu nastavne cjeline *Poliedri i rotacijska tijela.* Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj, opće obvezno obrazovanje i srednjoškolsko obrazovanje očekivana učenička postignuća vezana uz nastavnu cjelinu *Geometrijska tijela* koja se obrađuje u osmom razredu osnovne škole opisuje u trećem obrazovnom ciklusu.

Do kraja trećeg obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da će:

- sigurno i učinkovito uspoređivati, zaokruživati, zbrajati, oduzimati, množiti, dijeliti, kvadrirati i korjenovati realne brojeve zapisane u decimalnom zapisu i u obliku razlomka (*Brojevi*)
- uvrstiti konkretne vrijednosti u formulu i izračunati vrijednost preostale veličine (*Algebra i funkcija*)
- prepoznati, imenovati, izgraditi i klasificirati ravninske i prostorne geometrijske oblike te istražiti, uočiti i precizno opisati njihova geometrijska svojstva (*Oblik i prostor*)
- primijeniti osnovne odnose i zakonitosti u vezi s ravninskim i prostornim geometrijskim oblicima, uključujući sukladnost i sličnost trokuta (*Oblik i prostor*)
- skicirati i nacrtati tlocrte, nacrte, bokocrte i mreže prostornih oblika te izgraditi prostorne oblike na temelju njihovih ravninskih prikaza (*Oblik i prostor*)

- odrediti mjeriva obilježja objekta ili pojave u svakodnevnim situacijama, odabrati primjerene mjerne jedinice i mjerne uređaje te primijeniti mjerenje pri rješavanju problema (*Mjerenje*).

Matematički procesi su opće matematičke kompetencije, odnosno opće matematičke vještine i spoznaje do kojih učenici dolaze nastavnim metodama. Vezano za matematičke procese, do kraja trećeg obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da će:

- odabrati i primijeniti prikladan prikaz u skladu sa situacijom i namjerom, povezati različite prikaze i prelaziti s jednih na druge (*Prikazivanje i komunikacija*)
- raditi u skupinama uz razmjenu i sučeljavanje ideja, mišljenja i stavova (*Prikazivanje i komunikacija*)
- uspostaviti i razumjeti veze i odnose među matematičkim objektima, idejama, pojmovima, prikazima i postupcima te oblikovati cjeline njihovim nadovezivanjem (*Povezivanje*)
- postavljati matematici svojstvena pitanja (Postoji li? Ako postoji, koliko? Kako ćemo ih pronaći? Zbog čega? i slična) te stvarati i istraživati na njima zasnovane matematičke pretpostavke (*Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje*)
- obrazložiti odabir matematičkih postupaka i utvrditi smislenost dobivenoga rezultata (*Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje*)
- postaviti i analizirati jednostavniji problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih pojmova i postupaka, riješiti ga te protumačiti i vrjednovati rješenje i postupak (*Rješavanje problema i matematičko modeliranje*)
- razumjeti prednosti i nedostatke primjene tehnologije (*Primjena tehnologije*)

Nakon završenog osnovnoškolskog obrazovanja, učenici pristupaju srednjoškolskom obrazovanju. Kao što je rečeno, učenici se ponovno susreću s prizmama u drugom razredu srednje škole. U vidu provjere količine i kvaliteta znanja o prizmama s kojim učenici pristupaju srednjoškolskom obrazovanju, provedeno je istraživanje.

2. CILJ I PROBLEMI ISTRAŽIVANJA

Pri učenju matematike, posebno je važno razumjeti koji sve činitelji utječu na reorganizaciju znanja prilikom usvajanja novih koncepata. Uz kognitivne faktore, u stjecanju znanja važnu ulogu imaju i afektivni, motivacijski i socijalni faktori. Prema teoriji očekivanja i vrijednosti pretpostavlja se da na kvalitetu obrazovnih ishoda u značajnoj mjeri utječu motivacijska uvjerenja učenika i to posebno uvjerenje o kompetentnosti te subjektivna vrijednost koju učenik pridaje učenju određenog sadržaja. Cilj diplomskog rada je utvrditi ulogu motivacijskih uvjerenja pri usvajanju koncepata iz matematike.

S obzirom na navedeno, formulirani su sljedeći problemi istraživanja:

1. provjeriti učeničku predodžbu prizme kao geometrijskog tijela, sposobnost prepoznavanja prizme, poznavanje njezinih elemenata i sposobnost opisa, odnosno definiranja prizme.
2. ispitati motivacijska uvjerenja o učenju nastavnog sadržaja vezanog uz koncept prizme, te o učenju matematike općenito te utvrditi povezanost motivacijskih uvjerenja s postignutom konceptualnom promjenom u razumijevanju koncepta prizme.

3. METODOLOGIJA

3.1. Sudionici

U istraživanju je sudjelovao 81 učenik drugih razreda iz tri razredna odjeljenja jedne prirodoslovno-matematičke gimnazije u Zagrebu. Među njima je bio 41 učenik (50.6%) te 40 učenica (49.4%), a njihova prosječna dob bila je 16.0 godina.

3.2. Postupak

Istraživanje je provedeno u dvije točke mjerenja. Provođenje ispitivanja bilo je nadgledano kako se ne bi pojavila mogućnost prepisivanja.

U prvoj točki mjerenja koja je provedena prije obrade nastavne cjeline *Poliedri i rotacijska tijela* ispitano je njihovo predznanje pomoću kratkog testa (predtest). Učenici su u vremenu od deset do petnaest minuta morali samostalno, u što većem postotku, riješiti test. Također su ispitana njihova motivacijska uvjerenja (samoefikasnosti i subjektivna vrijednosti matematike) vezana uz matematiku općenito. Osim toga, prikupljeni su i osnovni demografski podaci te podaci o prethodnoj uspješnosti u matematici.

Nakon obrade nastavne jedinice *Prizma* koja se obrađuje u sklopu nastavne cjeline *Poliedri i rotacijska tijela,* provedena je druga točka mjerenja. U drugoj točki mjerenja također je kratkim testom ispitano znanje učenika o prizmama (posttest), a

upitnikom su ispitana motivacijska uvjerenja učenika o nastavnom sadržaju vezanom uz prizme (samoefikasnost i subjektivna vrijednost nastavnog sadržaja koji se odnosi na prizme).

3.3. Instrumenti

Predtest

Predtestom smo ispitivali znaju li učenici razlikovati prizmu od ostalih geometrijskih tijela, znaju li odrediti visinu prizme i znaju li, svojim riječima, što preciznije definirati prizmu. U nastavku ćemo opisati test, objasnit ćemo razlog odabira geometrijskih tijela i prizmi koji su se pojavili u svakom pojedinom zadatku.

U prvom zadatku ponuđeno je osam geometrijskih tijela od kojih su učenici morali zaokružiti pet kako bi ostvarili maksimalan broj bodova. Svaku točno zaokruženu prizmu bodovali smo jednim bodom, netočne zokružene prizme nismo bodovali. Točni odgovori koje su učenici morali zaokružiti, odnosno geometrijska tijela koja predstavljaju prizme su prvo, drugo, četvrto, šesto i osmo geometrijsko tijelo. U tablici (Tablica 3.3.1.) su navedena geometrijska tijela i razlozi njihova odabira u provođenju istraživanja.

Tablica 3.3.1. Opis odabranih geometrijskih tijela

Uspravna četverostrana prizma (Tijelo 1) Prizma je položena na jednu pobočku, umjesto na jednu od baza. Promjena položaja prizme stvara problem kod učenika jer se u osmom razredu osnovne škole u većini slučajeva pojavljuju prizme koje su postavljenje na bazu. Učenici su morali uočiti da baza nije četverokut na kojem je prizma postavljena, nego prednja i zadnja strana prizme.	

Uspravna šesterostrana prizma (Tijelo 2) Prizma je postavljena na jednu od baza, ali je baza nepravilni mnogokut. Ovdje smo htjeli provjeriti ubrajaju li učenici u prizme i one prizme čije su baze nepravilni mnogokuti.	
Geometrijsko tijelo s torzijom (Tijelo 3) Ovom geometrijskom tijelu su baze sukladne i pripadaju paralelnim ravninama, ali su zarotirane jedna u odnosu na drugu za 90°. Na taj način pobočje ovog geometrijskog tijela ne čine paralelogrami, nego zakrivljene plohe. Htjeli smo provjeriti uočavaju li učenici da prizma ne nastaje rotacijom i da nije dovoljna samo paralelnost i sukladnost baza kako bi se neko geometrijsko tijelo definiralo kao prizma.	
Uspravna osmostrana prizma (Tijelo 4) Baze dane prizme su nekonveksni osmerokuti. Učenici se u osnovnoškolskom obrazovanju najviše susreću s konveksnim prizmama. Ovom prizmom htjeli smo provjeriti prepoznaju li učenici prizmu čije su baze nekonveksni mnogokuti kao prizmu.	
Geometrijsko tijelo (Tijelo 5) Ovo geometrijsko tijelo omeđeno je dvjema stranama koji su sukladni četverokuti koji pripadaju paralelnim ravninama te ostalim stranama koji su paralelogrami. Po definiciji, vidjet ćemo kasnije, slično je prizmi, ali to je krivi odgovor.	
Kocka (Tijelo 6) Htjeli smo provjeriti određuju li učenici kocku kao prizmu ili smatraju da je ona druga vrsta geometrijskog tijela budući da su sve strane koje ju omeđuju sukladni kvadrati.	

Geometrijsko tijelo (Tijelo 7) Ovo geometrijsko tijelo slično je prizmi, ali nije prizma jer joj baze nisu paralelni u sukladni mnogokuti. Narušeni su paralelnost i sukladnost baza. Učenici su morali uočiti da baze nisu paralelni i sukladni mnogokuti i eliminirati ovo geometrijsko tijelo.	
Kosa šesterostrana prizma (Tijelo 8) Htjeli smo provjeriti određuju li učenici kosu prizmu kao prizmu. Uočavaju li učenici da prizma, osim uspravna, može biti i kosa.	

U drugom zadatku učenici su morali danim prizmama odrediti, odnosno ucrtati visine. Pitanje drugog zadatka formulirano je na način da su učenici prvo morali, od ponuđena četiri geometrijska tijela, odrediti koja predstavljaju prizme te im potom ucrtati visine. Sva četiri geometrijska tijela predstavljaju prizme. Točno ucrtanu visinu bodovali smo jednim bodom, netočno ucrtanu visinu s nula bodova. U nastavku je prikazana tablica (Tablica 3.3.2.) u kojoj su navedene prizme, razlozi njihova odabira te pravilno ucrtane visine.

Tablica 3.3.2. Rješenja i opis odabranih geometrijskih tijela

Uspravna šesterostrana prizma (Prizma 1) Htjeli smo provjeriti znaju li učenici odrediti visinu uspravnoj prizmi koja je položena na jednu od baza.	

Uspravna trostrana prizma (Prizma 2) Htjeli smo provjeriti znaju li učenici odrediti visinu uspravne trostrane prizme koja je položena na jednoj od pobočki, a ne na jednoj od baza.	
Kosa šesterostrana prizma (Prizma 3) Htjeli smo provjeriti znaju li učenici odrediti visinu kose prizme koja je položena na jednu od pobočki. Učenici moraju primijeniti činjenicu da je visina prizme jednaka udaljenosti ravnina u kojima leže baze prizme.	
Uspravna četverostrana prizma (Prizma 4) Baza prizme je trapez. Htjeli smo provjeriti znaju li učenici odrediti visinu uspravne četverostrane prizme koja je položena na jednoj od pobočki, a ne na jednoj od baza.	

U trećem zadatku učenici su morali, svojim riječima, što preciznije opisati, odnosno definirati prizmu. Tim zadatkom željeli smo provjeriti kako učenici opisuju prizmu kao geometrijsko tijelo i što sve uočavaju, odnosno navode prilikom opisivanja. Kako bi se taj postupak detaljno proanalizirao, u učeničkim definicijama tražili smo odgovore na sljedeća pitanja:

1. Vidi li učenik prilikom definiranja prizme geometrijsko tijelo ili geometrijski lik?
2. Vidi li učenik ili ne vidi unutrašnjost danog geometrijskog tijela?
3. Primjećuje li učenik da su baze prizme paralelni i sukladni mnogokuti?
4. Primjećuje li učenik da su pobočke prizme paralelogrami ili pravokutnici?
5. Vidi li učenik samo uspravnu, samo kosu ili obje prizme?

Posttest

Za razliku od predtesta gdje smo provjeravali učeničko predznanje o prizmama, odnosno znanje koje su usvojili u osnovnoj školi, u posttestu smo provjeravali znanje o prizmama koje su učenici usvojili nakon obrade nastavne jedinice. Testom se ispitivalo znaju li učenici razlikovati prizmu od ostalih geometrijskih tijela, znaju li odrediti visinu prizme i znaju li, svojim riječima, što preciznije definirati prizmu. Kako bismo provjerili stečeno znanje i kako bismo ga mogli usporediti sa predznanjem učenika, drugi test koji su učenici rješavali nije se bitno promijenio od prvoga. U prvom zadatku dodana su tri geometrijska tijela iz drugog zadatka. Razlog tome je problem koji se pojavio tijekom analiziranja predtesta. Naime, prilikom određivanja visine u drugom zadatku u predtestu, mali broj učenika je odredio visinu u prizmama 2, 3 i 4 te smo u posttestu htjeli provjeriti je li se dogodilo da učenici nisu prepoznali ta geometrijska tijela kao prizme ili nisu znala odrediti visinu u danim prizmama. Naravno, ovaj način provjere neće dati vjerodostojne rezultate jer se ono provjerava u posttestu pa se očekuje da će veći dio učenika sada znati odrediti visinu u danim prizmama.

U prvom zadatku, učenici su morali od ponuđenih jedanaest geometrijskih tijela, zaokružiti ona koja predstavljaju prizmu. Točni odgovori su prvo, drugo, četvrto, šesto, osmo, deveto, deseto i jedanaesto geometrijsko tijelo. Točno zaokružena geometrijska tijela bodovali smo jednim bodom, netočno zaokružena geometrijska tijela nismo bodovali.

U drugom zadatku učenici su morali danim prizmama odrediti, odnosno ucrtati visine. Pitanje drugog zadatka formulirano je na način da su učenici prvo morali, od ponuđena četiri geometrijska tijela, odrediti koja predstavljaju prizme te im potom ucrtati visine. Sva četiri geometrijska tijela predstavljaju prizme. Rješenje u prvom zadatku dalo je naslutiti moguće rješenje u drugom zadatku. Tijela 9, 10 i 11 iz prvog zadatka sukladna su prizmama 2, 3 i 4 u drugom zadatku u koje je trebalo ucrtati visine. Povezanost prvog i drugog zadatka omogućit će nam uvid u prepoznavanje prizmi i određivanje visine. Točni odgovori, pravilno ucrtane visine prizmama, nalaze se u tablici (Tablica 3.3.2.). Drugi zadatak iz predtesta identičan je drugom zadatku iz posttesta.

Treći zadatak u posttestu identičan je trećem zadatku u predtestu.

Skala subjektivne vrijednosti. Tvrdnje korištene u ovoj skali formirane su za potrebe ovog istraživanja u skladu s teorijom očekivanja i vrijednosti (Wigfield i Eccles, 2000, 2002) te skalom vrijednosti za područje fizike (Putarek, Rovan i Vlahović-Štetić, 2015). Skalu su sačinjavale čestice koje se odnose na važnost matematike općenito, odnosno gradiva o prizmama (3 čestice, npr. *Važno mi je biti dobar u matematici/u rješavanju zadataka vezanih uz prizme.*), interes za matematiku/temu prizme (5 čestica za matematiku, a 6 za prizme, npr. *Sadržaji koje učim na matematici su mi zanimljivi./Gradivo vezano uz prizme mi je bilo zanimljivo.*) te korisnost matematike/znanja o prizmama (3 čestice, npr. *Znanje koje stječemo iz matematike koristit će mi u životu./Znanje koje sam stekao o prizmama koristit će mi u životu.*). Iako teorija pretpostavlja postojanje triju odvojenih komponenti vrijednosti (važnosti, interesa i korisnosti), preliminarnim analizama je utvrđeno da podacima najbolje odgovara jednofaktorsko rješenje pa je formiran i korišten ukupan rezultat subjektivne vrijednosti računanja, odnosno geometrije. Pouzdanosti ovako formiranih rezultata izražene koeficijentom unutarnje konzistencije vrlo su visoke i iznose je $\alpha = 0.89$ za matematiku općenito te $\alpha = 0.92$ za prizme.

Skala samoefikasnosti (Rovan, 2011) korištena je za ispitivanje samoefikasnosti u matematici općenito, a za potrebe ovog istraživanja prilagođena je i za temu prizme. Ova se skala sastojala od 8 tvrdnji. Primjer čestice je: *Siguran/sigurna sam da mogu naučiti gradivo iz matematike/ dobro naučiti gradivo vezano uz prizme*. Pouzdanost skale u ovom je istraživanju za računanje bila $\alpha = 0.90$ za matematiku općenito te $\alpha = 0.88$ za prizme.

4. REZULTATI I RASPRAVA

Da bismo odgovorili na prvi problem istraživanja analizirani su odgovori učenika na zadatke u predtestu i posttestu. Pojedinačno su analizirani odgovori na pojedina pitanja, a također je uspoređena uspješnost učenika u rješavanju zadataka u predtestu i posttestu.

Predtest, prvi zadatak

U stupčastom dijagramu frekvencija Prepoznavanje prizme (1) (Slika 4.1.) stupcima je prikazan broj učenika za svaku prizmu koju su učenici zaokružili. Prizme su u dijagramu navedene istim redoslijedom kao i u tablici. Plavim stupcima su označena geometrijska tijela, odnosno prizme koje su učenici morali zaokružiti, a crveni stupci označavaju pogrešno zaokružena geometrijska tijela, geometrijska tijela koja nisu prizme. Od ukupno 81 učenika, svi su pokušali riješiti ovaj zadatak.

Slika 4.1. Dijagram frekvencija Prepoznavanje prizme (1)

Na temelju dijagrama primjećujemo da je više od 81% učenika geometrijska tijela pod brojevima 2, 6 i 8 prepoznalo kao prizmu. Učenici su svrstali prizmu s nepravilnim mnogokutom, kocku i kosu prizmu među prizme. Možemo zaključiti da učenici imaju predodžbu o prizmi kao geometrijskom tijelu koje je omeđeno dvama sukladnim mnogokutima (pravilnima ili nepravilnima) koji pripadaju paralelnim ravninama i paralelogramima kojima jedna stranica pripada jednom od tih mnogokuta, a njoj nasuprotna drugom. Tijelo 4 čija je baza nekonveksni mnogokut, prepoznalo je 50 učenika (61.7%) kao prizmu. Prizme s nekonveksnim bazama se rijetko pojavljuju u osnovnoškolskim udžbenicima. Tijekom osnovnoškolskog obrazovanja učenici se susreću samo s pravilnim upravnim prizmama. Najmanji broj učenika zaokružio je Tijelo 1, kao prizmu ga je prepoznalo samo 4 učenika (4.9%). Razlog zašto učenici nisu prepoznali prvo geometrijsko tijelo kao prizmu krije se u njezinom nestandardnom položaju. U udžbenicima za osmi razred osnovne škole rijetko se pojavljuju prizme koje su položene na jednu od pobočaka. Učenici u osmom razredu promatraju samo uspravne prizme koje su položene na bazu, kao što su, na primjer, prizme 2, 4, 6 i 8. Kod prizme pod brojem 1 učenici su morali uočiti da baza prizme nije strana na koju je prizma položena, nego su baze prednja i stražnja strana prizme. Mogući razlog zašto su učenici

prvu prizmu isključili kao rješenje je njihov zaključak da joj baze nisu međusobno paralelne i sukladne. Razlog krivoj percepciji prizme je upravo njezin položaj. Geometrijska tijela koja su bila krivi odgovor, također nisu ostala netaknuta. Tijelo 3 zaokružilo je ukupno 13 učenika (16%). Kako bi se ustvrdio mogući razlog krivog odgovora kod tih učenika, pregledana su rješenja zadatka 3, odnosno definicije. Ti učenici su prilikom definiranja prizmi definirali samo paralelnost i sukladnost baza kod prizme te nisu naveli nikakve informacije o pobočju prizme. Mogući razlog krivog odgovora je taj da učenici nisu usvojili činjenicu da za određivanje prizme nisu dovoljni samo paralelnost i sukladnost baza.

Predtest, drugi zadatak

Na stupčastom dijagramu frekvencija Visina prizme (1) (Slika 4.2.) stupcima je prikazan broj učenika koji su točno ucrtali visinu za svaku pojedinu prizmu. Visine prizmi su na dijagramu navedene istim redoslijedom kao i u gornjoj tablici. Od ukupno 81 učenika, svi su pokušali riješiti ovaj zadatak.

Slika 4.2. Dijagram frekvencija Visina prizme (1)

Na temelju dijagrama primjećujemo da je 77 učenika (95%) ispravno odredilo visinu u prvoj prizmi. Prizma 1 je primjer prizme koji se najčešće pojavljuje u osmom razredu osnovne škole. U osmom razredu visinu definiramo kao udaljenost ravnina u kojima leže baze prizme. Međutim, kako se u osmom razredu učenici upoznaju samo s primjerima uspravnih prizmi, visina uspravne prizme se poistovjećuje s duljinom bočnog brida prizme. Koristeći tu činjenicu prilikom rješavanja zadataka u kojima se određuje duljina visine prizme, učenici stvaraju koncept u kojem je duljina visine prizme jednaka duljini bočnoga brida. Pri tome nastaju problemi kada se u drugom razredu srednje škole pojavi primjer kose prizme, kao što je slučaj u testu, Prizma 3. Visinu Prizmi 3 točno je odredilo samo 2 učenika (2.5%), dok 18 učenika (22.2%) nije ništa ucrtalo u prizmu. Preostalih 61 učenika (75.3%) su krivo odredila visinu, poistovjetila su visinu s duljinom bočnog brida. Visinu Prizmi 2 točno je odredilo samo 7 učenika (8.6%). Prilikom pregledavanja testova, uočili smo da od ukupno 81 učenika, izuzevši one učenike koji su točno odgovorili, 70 učenika (86.4%) nije ništa ucrtalo na danu prizmu, preostala 4 učenika (5%) su krivo ucrtala visine. Zaključili smo da je mogući razlog malog broja točnih odgovora neprepoznavanje danog geometrijskog tijela kao prizme. Nastali problem provjerili smo posttestom, koji ćemo proanalizirati kasnije. Visinu Prizmi 4 točno je odredilo 42 učenika (51.9%). Iako je bila polegnuta na jednu od pobočki, učenici koji su točno odredili visinu, uočili su da je riječ o uspravnoj prizmi. Neki od učenika su odredili duljinu visine kao duljinu bočnog brida, dok su neki učenici visinu odredili kao udaljenost između ravnina baza. Oba rješenja su ispravna. Jedan dio učenika je krvio odredio visinu, dok drugi dio učenika nije ništa ucrtao na prizmu. Mogući razlozi zašto pojedini učenici nisu ništa ucrtali na prizmu je neprepoznavanje geometrijskog tijela kao prizme ili nisu znali kako odrediti visinu u danoj prizmi.

Predtest, treći zadatak

U nastavku ćemo grafički prikazati broj učenika koji su svojim definicijama zadovoljili odgovore na svako pojedino pitanje koje smo naveli u opisu trećeg zadatka predtesta. Moramo uzeti u obzir da svaki pojedini dijagram prikazuje broj učenika koji su ponudili točan odgovor samo na dano pitanje na koje se dijagram odnosi. Učenici koji su točno odgovorili na prvo ili drugo pitanje, ne znači da su odgovorom zadovoljili i

preostala pitanja. Ako je, na primjer, učenik napisao definiciju koja zadovoljava samo prvo i drugo pitanje, tada se taj učenik neće ubrojati među učenike koji su svojim definicijama zadovoljili odgovore na treće, četvrto ili peto pitanje. Tijekom analiziranja rezultata navodit ćemo primjere nekih učeničkih definicija. Definicije nisu u potpunosti točne, primjere koje ćemo navoditi odnosit će se samo na pitanje koje promatramo. Dijagramima frekvencije prikazat ćemo dobivene rezultate. Od ukupno 81 učenika, samo jedan učenik nije pokušao riješiti treći zadatak, a samo 2 učenika (2.5%) su točno definirala prizmu.

1. Vidi li učenik prilikom definiranja prizme geometrijsko tijelo ili geometrijski lik?

Slika 4.3. Dijagram frekvencija Tijelo/lik (1)

2. Vidi li učenik ili ne vidi unutrašnjost danog geometrijskog tijela?

Slika 4.4. Dijagram frekvencija Unutrašnjost prizme (1)

3. Primjećuje li učenik da su baze prizme paralelni i sukladni mnogokuti?

Slika 4.5. Dijagram frekvencija Baze prizme (1)

4. Primjećuje li učenik da su pobočke prizme paralelogrami ili pravokutnici?

Slika 4.6. Dijagram frekvencija Pobočje prizme (1)

5. Vidi li učenik samo uspravnu, samo kosu ili obje prizme?

Slika 4.7. Dijagram frekvencija Uspravnost prizme (1)

Prikaz rezultata postotnim dijagramom:

Slika 4.8. Postotni dijagram Tijelo/lik (1)

Slika 4.9. Postotni dijagram Unutrašnjost prizme (1)

Slika 4.10. Postotni dijagram Baze prizme (1)

Slika 4.11. Postotni dijagram Pobočje prizme (1)

Slika 4.12. Postotni dijagram Uspravnost prizme (1)

U prvom pitanju htjeli smo provjeriti vidi li učenik prilikom definiranja prizme geometrijsko tijelo ili geometrijski lik, odnosno hoće li definiciju započeti izrazom *Prizma je geometrijsko tijelo* ili *Prizma je geometrijski lik*. Iz dijagrama Tijelo/lik (1) (Slika 4.3.) primjećujemo da je 74 učenika (92.5%) prizmu okarakteriziralo kao geometrijsko tijelo, 3 učenika (3.75%) su napisala da je prizma geometrijski lik, dok preostala tri učenika (3.75%) nisu dala informacije. Ti učenici su definiciju započeli riječima *Prizma ima*... ili su odmah opisivali baze i pobočke prizme. Primjer jedne takve učeničke definicije je:

> *Baze moraju biti jednaki geometrijski likovi. Stranice moraju biti paralelne te jednakih duljina.*

Prilikom određivanja prizme kao geometrijskog tijela, učenici nisu imali većih problema.

Drugim pitanjem htjeli smo provjeriti hoće li učenik prilikom definiranja koristiti riječ *omeđeno* ili neku drugu riječ ili izraz. Ovdje se naglasak stavlja na riječ *omeđenost*, jer ona određuje unutrašnjosti prizme. U dijagramu Unutrašnjost prizme (1) (Slika 4.4.) vidimo da veliki broj učenika ne vidi unutrašnjost prizme. Samo 2 učenika (2.5%) su definiciju započela izrazima *Prizma je geometrijsko tijelo koje je omeđeno*... Ostalih 62

učenika (77.5%) su umjesto riječi *omeđeno* napisali izraze *sastoji se od, koje ima, kojemu je, koje obuhvaća*... Odabirom takvih izraza u definiciji prizme, prizma se karakterizira kao figura u prostoru koja je sastavljena samo od svoje mreže, odnosno geometrijskih likova koji ju omeđuju. Točke unutar prizme ne pripadaju prizmi po takvoj definiciji. Podsjetimo se da se učenici dosjećaju znanja o prizmama i u ovom trenutku učenici najčešće koriste izraz *koje se sastoji* ili neki drugi izraz jer opisuju ono što vide, a to su geometrijski likovi koji omeđuju prizmu. Očekivano je da će učenici na ovoj razini prizmu definirati pomoću izraza *koje se sastoji* ili nekim sličnim izrazom. Navest ćemo primjer učeničke definicije u kojoj je učenik uočio unutrašnjost prizme, definicija je točna:

> *Prizma je geometrijsko tijelo koje omeđuju dva sukladna poligona (baze) koji pripadaju paralelnim ravninama i paralelogrami čije su dvije nasuprotne stranice pripadajuće stranice baza.*

Trećim pitanjem provjeravali smo što učenici primjećuju o bazama prizme. Naime, učenici su morali uočiti da su baze prizme sukladni mnogokuti koji leže u različitim paralelnim ravninama. Očekivali smo da će učenici navoditi samo sukladnost, samo paralelnost, sukladnost i paralelnost ili ništa od navedenoga. Ovisno o podacima koje su naveli, učenici su podijeljeni u dijagramu. Iz dijagrama Baze prizme (1) (Slika 4.5.) vidimo da je 18 učenika (22.5%) navelo sukladnost i paralelnost baza prilikom definiranja prizmi, 16 učenika (20%) je navelo samo sukladnost, odnosno samo paralelnost, dok 30 učenika (37.5%) nije navelo ništa od navedenoga. Učenici koji su naveli samo sukladnost baza prilikom definiranja prizmi nisu uočili paralelnost baza ili nisu pridavali pažnju tom podatku u definiciji. Primjeri učeničkih definicija u kojima su učenici naveli sukladnost baza:

> *Prizma je geometrijsko tijelo s dvije iste baze i paralelnim stranicama.*

> *Prizma je geometrijsko tijelo koje ima 2 jednake baze i određeni broj stranica.*

Geometrijsko tijelo koje se sastoji od dvije jednake baze kojima su vrhovi povezani bridovima duljine h.

Geom. tijelo koje se sastoji od dvije iste baze s 3 ili više kutova povezane plaštem koji spaja bridove kutova.

Isti zaključak možemo zaključiti i za učenike koji su naveli samo paralelnost baza prilikom definiranja prizme. Primjeri učeničkih definicija u kojima se pojavljuje samo paralelnost baza:

Prizma je geometrijsko tijelo kojemu su baze paralelne.

Geometrijsko tijelo sa 2 baze koje su međusobno paralelne i povezani ravnim linijama.

Prizma je geometrijsko tijelo koje ima paralelne baze i čije stranice su okomite na baze i međusobno paralelne.

Prizma je geometrijsko tijelo koje se sastoji od dvije baze koje su na paralelnim ravninama omeđenim drugim ravninama koje čine stranice prizme.

U četvrtom pitanju provjeravali smo hoće li učenici u definiranju prizme navesti pobočke prizme, odnosno hoće li učeničke definicije sadržavati podatak u kojem se navodi da pobočje prizme čine pravokutnici, odnosno paralelogrami. Na temelju dijagrama Pobočje prizme (1) (Slika 4.6.) možemo zaključiti da su učenici imali velikih problema prilikom određivanja pobočja prizme. 3 učenika (3.75%) su u definiciji navela da su bočne strane prizme pravokutnici, odnosno paralelogrami. Preostalih 77 (96.25%) učenika nije navelo informacije o paralelogramima kao pobočjima prizme. U odogovorima su se pojavljivali pokušaji opisivanja pobočja prizme kao što su, na primjer, baze povezane plaštem, baze povezane plohama, povezanost baza bridovima i sl. Možemo zaključiti da učenici nisu uočili da pobočje prizme čine paralelogrami. Navest ćemo primjere učeničkih definicija u kojima su se paralelogram, odnosno pravokutnik pojavili kao podatak za pobočje prizme:

Prizma je geometrijsko tijelo koje omeđuju dva sukladna poligona (baze) koji pripadaju paralelnim ravninama i paralelogrami čije su dvije nasuprotne stranice pripadajuće stranice baza.

Prizma je geometrijsko tijelo kojemu su baze paralelne i jednake. Građena je od više paralelograma (strane) i konveksnih mnogokuta (baze).

Geometrijsko tijelo koje se sastoji od baza i pravokutnika (koji čine plašt) pod uvjetom da su baze okomite na plašt i međusobno paralelne.

Petim pitanjem provjeravali smo vide li učenici samo kosu, samo uspravnu ili obje prizme prilikom definiranja. Odgovor na četvrto pitanje povlačio je odogovor na peto pitanje. Ukoliko su učenici u četvrtom pitanju naveli pravokutnik kao odgovor, tada vide samo uspravnu prizmu. Ukoliko su učenici u četvrtom pitanju naveli paralelogram kao odgovor, tada vide obje prizme i uspravnu i kosu. Pravokutnik je vrsta paralelograma. Iz dijagrama Uspravnost prizme (1) (Slika 4.7.) vidimo da 5 učenika (6.25%) vidi samo uspravnu prizmu dok 4 učenika (5%) vidi kosu prizmu, odnosno obje prizme. Učenici koji vide kosu prizmu, vide i uspravnu prizmu, ali ne i obratno. Budući da gotovo većina učenika nije dala traženi odgovor na četvrto pitanje, vidimo da je to za posljedicu imalo loš rezultat prilikom odgovaranja na peto pitanje. 71 učenik (88.75%) nije dao informaciju o uspravnosti prizme.

Ako pogledamo dobivene rezultate predtesta, možemo zaključiti da su učenici imali najveći problem s drugim dijelom definiranja prizme, a to su pobočje i uspravnost. Učenici su zaključili da je prizma geometrijsko tijelo i da baze moraju biti paralelni i sukladni mnogokuti, međutim, problem je nastao prilikom definiranja pobočja prizme. Prilikom definiranja pobočja prizme, učenici su davali netočne ili nepotpune informacije. Razlog tome može biti loše dosjećanje znanja o prizmama ili nemogućnost donošenje zaključaka na temelju slika koje su stavljene pred učenika. Zato je važno naglasiti da nastavnici, prilikom obrade nastavne jedinice *Prizma,* moraju obratiti pozornost na definiranje prizme, a posebno na navođenje informacija o pobočju prizme prilikom definiranja. Više o tome reći ćemo u podpoglavlju *Usvajanje koncepta prizme* u kojemu

ćemo navesti aktivnosti za rad u školi kojima će se omogućiti lakše savladavanje i trajnije usvajanje koncepta prizme.

Posttest, prvi zadatak

U stupčastom dijagramu frekvencija Prepoznavanje prizmi (2) (Slika 4.13.) stupcima je prikazan broj učenika za svaku prizmu koju su učenici zaokružili. Plavim stupcima su označena geometrijska tijela, odnosno prizme koje su učenici morali zaokružiti, a crveni stupci označavaju pogrešno zaokružena geometrijska tijela, geometrijska tijela koja nisu prizme. Od ukupno 73 učenika, svi su pokušali riješiti zadatak.

Slika 4.13. Dijagram frekvencija Prepoznavanje prizme (2)

	Tijelo 1	Tijelo 2	Tijelo 3	Tijelo 4	Tijelo 5	Tijelo 6	Tijelo 7	Tijelo 8	Tijelo 9	Tijelo 10	Tijelo 11
Posttest	19,2%	93,2%	1,4%	83,6%	0,0%	98,6%	9,6%	100,0%	41,1%	95,9%	86,3%
Predtest	4,9%	81,5%	16,0%	61,7%	3,7%	90,1%	11,1%	84,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Slika 4.14. Postotni dijagram usporedbe rezultata predtesta i posttesta

Iz dijagrama frekvencija Prepoznavanje prizme (2) primjećujemo da je više od 93% učenika zaokružilo prizme 2, 6, 8 i 10, Tijelo 4 zaokružio je 61 učenik (83.6%), dok je Tijelo 11 zaokružilo 63 učenika (86.3%). Vidimo da je postignut određeni pomak u broju učenika koji su prepoznali prvo geometrijsko tijelo kao prizmu s obzirom na rezultat u predtestu. U posttestu je Tijelo 1 zaokružilo 14 učenika (19.2%), dok su u predtestu Tijelo 1 zaokružila samo 4 učenika (4.9%). Međutim, to je i dalje mali broj učenika koji nisu uspjeli prepoznati prvo geometrijsko tijelo kao prizmu. Uočavamo da postoji određeni problem prilikom usvajanja koncepta prizme. Veliki broj učenika ne može prepoznati prizmu kada ona promijeni svoj položaj, odnosno kada se postavi na jednu od pobočki ili na neki sličan način. Prilikom obrade nastavnog sadržaja vezanih uz prizme, bitno je prizme prikazati u raznim položajima i poučiti učenike kako sigurno odrediti da li je riječ o prizmi. S Tijelima 2, 6, 8 i 10 učenici nisu imali velikih problema prilikom prepoznavanja, iako uočavamo da i dalje postoje određene nesigurnosti kod učenika prilikom određivanja prizmi. Zanimljivi podaci vezani su uz Tijelo 9 i Tijelo 10. Za Tijelo 10 ne možemo sa sigurnošću iznijeti sljedeći zaključak vezan uz problem koji smo spomenuli u predtestu, problemi određivanja visine u prizmi i neprepoznavanje prizmi, ali vidimo određenu povezanost. Podsjetimo se, u predtestu su visinu u Prizmi 3 (Prizma 3 iz predtesta sukladna je Tijelu 10 iz posttesta) odredila samo 2 učenika (2.5%), 18

učenika (22.2%) nije ništa ucrtalo u prizmu, dok je preostalih 61 učenika (75.3%) krivo ucrtalo visinu. To znači da je 63 učenika (77.8%) prepoznalo dano geometrijsko tijelo kao prizmu u predtestu, a što se potvrdilo u posttestu jer je danu prizmu zaokružilo 70 učenika (95.9%). U posttestu Tijelo 9 zaokružilo je 30 učenika (41.1%). Podsjetimo se, u predtestu visinu u Prizmi 2 (Prizma 2 u predtestu sukladna je Tijelu 9 u posttestu) točno je odredilo 7 učenika (8.6%), 4 učenika (4.9%) su krivo ucrtala visinu, dok preostalih 70 učenika (86.5%) nije ništa ucrtalo na prizmu. Sumnjalo se na neprepoznavanje geometrijskog tijela kao prizme. U posttestu, iako ne vjerodostojno, pokazalo se da učenici koji nisu ucrtali visinu ipak nisu uočili da se radi o prizmi. Primijetimo da je Tijelo 9 ipak zaokružio mali broj učenika, njih 30 (41.1%) pa možemo donijeti isti zaključak kao i za Tijelo 1. Učenici teže prepoznavanju prizmu ako se ona nalazi u nestandardnom položaju, odnosno ako nije postavljena na jednu od baza kao što obično viđamo po školskim udžbenicima. Geometrijska tijela koja učenici nisu trebali zaokružiti ipak su bila zaokružena, ali u vrlo malom postotku.

Posttest, drugi zadatak

Na stupčastom dijagramu frekvencija Visina prime (2) (Slika 4.15.) stupcima je prikazan broj učenika koji su točno ucrtali visinu za svaku pojedinu prizmu. Visine prizmi su na dijagramu navedene istim redoslijedom kao i u gornjoj tablici (Tablica 3.3.2). Od ukupno 73 učenika, svi su pokušali riješiti ovaj zadatak.

Slika 4.15. Dijagram frekvencija Visina prizme (2)

Slika 4.16. Postotni dijagram usporedbe rezultata pri određivanju visine

Iz dijagrama frekvencija Visina prizme (2) vidimo da su Prizmi 1 svi učenici točno odredili visinu. Prizma 1 je primjer prizme s kojom se učenici najčešće susreću tijekom osnovnoškolskog i srednjoškolskog obrazovanja, a to je uspravna prizma. Očekivali smo

da će učenici u ovoj prizmi odrediti visinu u najvećem broju. Kod Prizme 2 primijetili smo znatan napredak u određivanju visine, ali to je i dalje mali broj učenika koji su točno odredili visinu Prizmi 2. U predtestu, visinu Prizmi 2 točno je odredilo 7 učenika (8.6%), dok je u posttestu visinu Prizmi 2 točno odredilo 32 učenika (43.8%). Ako usporedimo prvi i drugi zadatak u posttestu, primijetit ćemo da je 30 učenika (41.1%) prepoznalo dano geometrijsko tijelo kao prizmu i da je 32 učenika (43.8%) točno odredilo visinu u danoj prizmi. Učenici koji su točno zaokružili prizmu su točno i ucrtali visine, što povlači da preostalih 43 učenika (58.9%) nije prepoznalo to geometrijsko tijelo kao prizmu. Uočavamo da, nakon obrade nastavne jedinice *Prizma*, pojedini učenici nisu u mogućnosti prepoznati Tijelo 9 kao prizmu. Dani zaključak smo izveli na temelju uspoređivanja rezultata iz prvog i drugog zadatka u posttestu. Kao u Prizmi 2, tako i u Prizmi 3 uočavamo određeni napredak u određivanju visine, ali to je i dalje relativno mali broj učenika. U predtestu su Prizmi 3 visinu točno odredila samo 2 učenika (2.5%), dok je u posttestu visinu točno odredio 21 učenik (28.8%). Ako usporedimo prvi i drugi zadatak u posttestu, možemo zaključiti da učenici nisu znali odrediti visinu Prizmi 3. U prvom zadatku, Tijelo 10 zaokružilo je 70 učenika (95.9%), dok je njoj visinu znao ucrtati samo 21 učenik (28.8%). Preostalih 52 učenika (71.2%) nije znalo odrediti visinu Prizmi 3 ili postoji mogućnost da su neki učenici prizmu zaokružili pogađajući. Na temelju usporedbe podataka iz prvog i drugog zadataka, zaključujemo da učenici, nakon obrade nastavne jedinice *Prizma,* nisu usvojili kako odrediti visinu prizme koja se nalazi u nestandardnom položaju. Visinu Prizmi 4 točno je odredilo 57 učenika (78.1%), 6 učenika (8.2%) je krivo odredilo visinu, dok preostalih 10 učenika (13.7%) nije ništa ucrtalo na prizmu. Učenici koji nisu ništa ucrtali na danu prizmu, nisu niti zaokružili prizmu. Zaključujemo da ti učenici nisu ucrtali visinu jer nisu znali da se radi o prizmi. Na temelju podataka, vidljivo je da učenici imaju poteškoća prilikom prepoznavanja prizmi i prilikom određivanja visine u prizmama koje se nalaze u nestandardnom položaju, položaju u kojem prizme nisu polegnute na jednu od baza.

Posttest, treći zadatak

U zadnjem zadatku učenici su morali, svojim riječima, što preciznije opisati, odnosno definirati prizmu. Tim zadatkom željeli smo provjeriti kako učenici opisuju

prizmu kao geometrijsko tijelo i što sve uočavaju, odnosno navode prilikom opisivanja. Iako se od učenika tražilo da svojim riječima definiraju prizmu, očekivale su se i definicije koje su učenici usvojili na nastavnom satu tijekom obrade nastavne jedinice *Prizma*. Ovaj zadatak proanalizirat ćemo na isti način kao i prilikom analiziranja trećeg zadataka u predtestu. Tražimo odgovore na pitanja koja smo naveli u trećem zadatku u predtestu. U nastavku ćemo grafički prikazati broj učenika koji su svojim definicijama zadovoljili odgovore na svako pojedino pitanje. Moramo uzeti u obzir da svaki pojedini dijagram prikazuje broj učenika koji su ponudili točan odgovor samo na dano pitanje na koje se dijagram odnosi. Učenici koji su točno odgovorili na prvo ili drugo pitanje, ne znači da su odgovorom zadovoljili i preostala pitanja. Ako je, na primjer, učenik napisao definiciju koja zadovoljava samo prvo i drugo pitanje, tada se taj učenik neće ubrojiti među učenike koji su svojim definicijama zadovoljili odgovore na treće, četvrto ili peto pitanje. Tijekom analiziranja rezultata navodit ćemo primjere nekih učeničkih definicija. Učeničke definicije nisu u potpunosti točne, primjere koje ćemo navoditi odnosit će se samo na pitanje koje promatramo. Prikazat ćemo dijagramima frekvencije dobivene rezultate. Od ukupno 73 učenika svi su pokušali riješiti treći zadatak, samo 16 (22%) ih je točno definiralo prizmu.

Naglasit ćemo da su nastavnici u sva tri razreda gimnazije, u kojoj se provodilo istraživanje, radila po udžbeniku J. Gusić, P. Mladinić, B. Pavković, Matematika 2, *udžbenik sa zbirkom zadataka za 2. razred za prirodoslovno-matematičke gimnazije,* ŠK, Zagreb, 2007. U tom udžbeniku javlja se sljedeća definicija prizme:

> *Prizma je poliedar kojem su dvije strane sukladni poligoni koji se nalaze u usporednim ravninama, a ostale strane su paralelogrami.*

Budući da se prizma definira kao vrsta poliedra, tada se prizma karakterizira kao geometrijsko tijelo koje je omeđeno poligonima. Dakle, pojam *poliedar* osigurava da je prizma geometrijsko tijelo i da je ono omeđen skup točaka u prostoru. Definicija zadovoljava i informacije o bazama kao sukladnim poligonima koji leže u paralelnim ravninama. Međutim, u definiciji nastaje problem prilikom navođenja informacija o pobočju prizme. U danoj definiciji se navodi da su ostale strane paralelogrami, ali ne piše

na koji način oni povezuju baze prizme. Po ovoj definiciji među prizme se ubraja i Tijelo 5 (Tablica 3.3.1). Dakle, zaključujemo da je definicija koja se pojavljuje u danom udžbeniku nepotpuna, odnosno kriva. Budući da se ta definicija nalazi u udžbeniku koji učenici koriste, priznavali smo je kao točan odgovor ukoliko se pojavila kao rješenje zadatka u testu.

1. Vidi li učenik prilikom definiranja prizme geometrijsko tijelo ili geometrijski lik?

Slika 4.17. Dijagram frekvencija Tijelo/lik (2)

2. Vidi li učenik ili ne vidi unutrašnjost danog geometrijskog tijela?

Slika 4.18. Dijagram frekvencija Unutrašnjost prizme (2)

3. Primjećuje li učenik da su baze prizme paralelni i sukladni mnogokuti?

Slika 4.19. Dijagram frekvencija Baze prizme (2)

4. Primjećuje li učenik da su pobočke prizme paralelogrami ili pravokutnici?

Slika 4.20. Dijagram frekvencija Pobočje prizme (2)

5. Vidi li učenik samo uspravnu, samo kosu ili obje prizme?

Slika 4.21. Dijagram frekvencija Uspravnost prizme (2)

Prikaz usporedbe rezultata predtesta i posttesta postotnim dijagramom:

Slika 4.22. Postotni dijagram usporedbe rezultata pri određivanju tijelo/lik

Slika 4.23. Postotni dijagram usporedbe rezultata pri određivanju unutrašnjosti prizme

Slika 4.24. Postotni dijagram usporedbe rezultata pri određivanju baze prizme

Slika 4.25. Postotni dijagram usporedbe rezultata pri određivanju pobočja prizme

Slika 4.26. Postotni dijagram usporedbe rezultata pri određivanju uspravnosti prizme

U prvom pitanju htjeli smo provjeriti vidi li učenik prilikom definiranja prizme geometrijsko tijelo ili geometrijski lik, odnosno hoće li definiciju započeti izrazom *Prizma je geometrijsko tijelo*, *Prizma je geometrijski lik* ili *Prizma je poliedar*. Iz dijagrama frekvencija Tijelo/lik (2) (Slika 4.17.) primjećujemo da je 72 učenika (98.6%) prizmu okarakteriziralo kao geometrijsko tijelo, samo jedan učenik je krivo odgovorio na ovo pitanje. Vidimo da učenici nemaju problema sa svrstavanjem prizme među geometrijska tijela.

Drugim pitanjem htjeli smo provjeriti hoće li učenik prilikom definiranja korisiti riječ *omeđeno* ili pojam *poliedar*. U ovom trenutku, ispitivač nije imao uvid u način izvođenja nastave te definiciju kojom je nastavnik definirao prizmu na nastavnom satu. Pozivajući se na to, učeničke definicije smo vrednovali po ispravnosti korištenja ispravnih riječi u definiciji. Postoji mogućnost da je nastavnik definirao prizmu izrazima *sastoji se od, koje ima, kojemu je,* ali nemamo uvid u takav podatak. Ovaj dio definicije vrednovali smo ispravnim ako su se u definiciji pojavili riječ *omeđeno* ili pojam *poliedar*. Ovdje se naglasak stavlja na riječ *omeđenost* i pojam *poliedar* jer oni određuju

unutrašnjost prizme. U dijagramu Unutrašnjost prizme (2) (Slika 4.18.) vidimo da veliki broj učenika još uvijek ne vidi unutrašnjost prizme. Samo 28 učenika (38.4%) je definiciju započelo izrazima *Prizma je geometrijsko tijelo koje je omeđeno...* ili *Prizma je poliedar....* 42 učenika (57.5%) je umjesto riječi *omeđeno* napisalo izraze kao što su *sastoji se od, koje ima, kojemu je,* dok 3 učenika (4.1%) nije dalo nikakve informacije. Kao što smo rekli, odabirom takvih izraza u definiciji prizme, prizma se karakterizira kao figura u prostoru koja je sastavljena samo od svoje mreže, odnosno geometrijskih likova koji ju omeđuju. Točke unutar prizme ne pripadaju prizmi po takvoj definiciji. Usporedivši rezultate predtesta i posttesta, primjećujemo određeni napredak kod učenika. U predtestu su unutrašnjost uočila samo 2 učenika (2.5%). Navest ćemo neke učeničke definicije učenika u kojima se pojavio pojam *poliedar*.

> *Prizma je poliedar kojemu su dvije sukladne strane u usporednim ravninama, a ostale strane su paralelogrami. Sukladne strane su baze prizme, a paralelogrami čine njeno oplošje.*

> *Poliedar kojemu su baze poligoni koji se nalaze u paralelnim ravninama, a pobočke su paralelogrami koji spajaju te baze.*

> *Prizma je poliedar koji se sastoji od dvije baze (poligona) i pobočja.*

Trećim pitanjem provjeravali smo što učenici primjećuju o bazama prizme. Naime, učenici su morali uočiti da su baze prizme sukladni mnogokuti koji leže u različitim paralelnim ravninama. Očekivali smo da će veliki broj učenika u definicijama navesti i sukladnost i paralelnost, međutim pojavile su se i učeničke definicije u kojima su se navodili samo sukladnost, samo paralelnost ili ništa od navedenoga. Ovisno o podacima koje su naveli, učenici su podijeljeni u dijagramu. Iz dijagrama Baze prizme (2) (Slika 4.19.) vidimo da je 30 učenika (41.1%) navelo sukladnost i paralelnost baza prilikom definiranja prizmi, 8 učenika (11%) je navelo samo sukladnost, 24 učenika (32.9%) su navela samo paralelnost, dok 11 učenika (15%) nije navelo ništa od navedenoga. Rezultati testa su zabrinjavajući jer nakon ponovnog susreta sa prizmom u srednjoj školi, samo u 41.1% učeničkih definiciji navode se i sukladnost i paralelnost baza. Zaključujemo da i nakon obrade nastavnog sadržaja vezanog za prizme, učenici

imaju određene probleme pri definiranju prizme. Primjeri učeničkih definicija u kojima su se pojavili i sukladnost i paralelnost baza:

Poliedar omeđen s dva sukladna poligona koji leže u paralelnim ravninama.

Poliedar kojemu su baze sukladni n-terokuti u paralelnim ravninama, a pobočke su paralelogrami.

Prizma je geometrijsko tijelo koje ima dvije međusobno paralelne i jednake baze.

Primjeri učeničkih definicija u kojima se pojavila samo sukladnost baza:

Prizma je geometrijsko tijelo sa dvije jednake baze.

Prizma je geometrijsko tijelo omeđeno dvama jednakim bazama, a strane su paralelogrami.

Prizma je poliedar kojem su baze sukladni poligoni, a stranice paralelogrami.

Primjeri učeničkih definicija u kojima se pojavila samo paralelnost baza:

Geometrijsko tijelo koje ima 2 baze u paralelnim ravninama te pobočke koje ih povezuju.

Geometrijsko tijelo sa usporednim bazama.

Prizma je geometrijsko tijelo koje se sastoji od 2 usporedne baze i pobočkama koje spajaju te baze.

Geometrijsko tijelo koje ima 2 paralelne baze, a sve njene pobočke su paralelogrami.

U četvrtom pitanju provjeravali smo hoće li učenici prilikom definiranja prizme navesti pobočke prizme, odnosno hoće li definicije sadržavati podatak u kojem se navodi da pobočje prizme čine pravokutnici, odnosno paralelogrami. Očekivan je veći broj

učenika koji su u definiciji naveli da pobočje prizme čine pravokutnici, odnosno paralelogrami. Međutim, rezultati su pokazali suprotno. Na temelju dijagrama Pobočje prizme (2) (Slika 4.20.) možemo zaključiti da učenici i dalje imaju velikih problema prilikom određivanja pobočja prizme. S obzirom na rezultat koji je postignut na predtestu, vidljiv je znatan napredak jer je 32 učenika (43.8%) u definiciji navelo da su bočne strane prizme pravokutnici, odnosno paralelogrami. Preostalih 41 učenika (56.2%) nije navelo informacije o paralelogramima kao pobočjima prizme. U odgovorima su se pojavljivali pokušaji opisivanja pobočja prizme kao što su, na primjer, baze povezane plaštem, baze povezane plohama, povezanost baza bridovima i sl. Za primjere učeničkih definicija u kojima se pojavljuje informacija da paralelogrami čine pobočje prizme možemo uzeti gore navedene definicije koje smo uzeli kao primjere za odgovor na drugo i treće pitanje.

Petim pitanjem provjeravali smo vide li učenici samo kosu, samo uspravnu ili obje prizme. Odgovor na četvrto pitanje dao je naslutiti odgovor na peto pitanje. Ukoliko su učenici u četvrtom pitanju naveli pravokutnik kao odgovor, tada vide samo uspravnu prizmu. Ukoliko su učenici u četvrtom pitanju naveli paralelogram kao odgovor, tada vide obje prizme i uspravnu i kosu. Pravokutnik je vrsta paralelograma. Očekivano je da će učenici znati odrediti pobočje prizme, a time i odrediti uspravnost prizme. Međutim, kao i u dosadašnjim rezultatima posttesta, pokazalo se suprotno. Iz dijagrama Uspravnost prizme (2) (Slika 4.21.) vidimo da 32 učenika (43.8%) vidi kosu prizmu, odnosno u definicijama su naveli paralelograme kao pobočje prizme. Učenici koji vide kosu prizmu, vide i uspravnu prizmu, ali ne i obratno. 36 učenika (49.3%) nije dalo nikakve informacije o uspravnosti prizme, dok 5 učenika (6.8%) ne vidi pobočje prizme.

Usporedba rezultata na predtestu i posttestu

Kako bi se usporedilo jesu li uistinu učenici bili uspješniji u rješavanju zadataka nakon obrađene nastavne cjeline, testirana je značajnost razlika u rezultatima na predtestu i posttestu (Tablica 4.1.). Za rezultate u prvom i drugom zadatku proveden je t-test za zavisne uzorke. Rezultati testa ukazuju da su učenici u posttestu bili značajno uspješniji i u prvom (t = - 6.36; p < 0.01) i u drugom zadatku (t = - 6.86; p < 0.01). S obzirom da

distribucija rezultata u 3. zadatku značajno odstupa od normalne distribucije u tom je slučaju proveden neparametrijski Wilcoxonov test. Rezultati ovog testa također ukazuju na značajno veću uspješnost učenika u posttestu ($z = -4.56$; $p < 0.01$).

Tablica 4.1. Deskriptivna statistika za rezultate učenika na predtestu i posttestu (N = 73)

	Predtest		Posttest	
	M	***SD***	***M***	***SD***
1. zadatak	3.15	0.81	3.95	0.74
2. zadatak	1.63	0.77	2.47	0.86
3. zadatak	0.12	0.40	0.71	0.81

Uspoređujući rezultate predtesta i posttesta očekivali smo napredak kod učenika. U predtestu su se učenici morali prisjetiti znanja o prizmama i tu smo očekivali slabije rezultate. U posttestu učenici su morali primijeniti znanje koje su ponovili i utvrdili na nastavnom satu s nastavnicima. Napredak je vidljiv. U sva tri zadatka posttesta bilježimo povećanje broja učenika koji su točno riješili dane zadatke, u potpunosti ili djelomično. Međutim, postignuti napredak ipak nije zadovoljio razinu napretka koja se očekivala u posttestu. Na temelju pojedinačne analize uratka u zadacima zaključili smo da učenici i nakon obrade nastavnog sadržaja vezanog uz prizme, imaju problema prilikom prepoznavanja prizmi, određivanja visine u prizmama, a posebno velikih problema imaju pri definiranju prizme. S obzirom na dobivene rezultate, vidimo da učenici uspješnije prepoznaju prizme, iako još postoje poteškoće oko prepoznavanja prizmi koje se nalaze u nestandardnom položaju, primjer Tijelo 1 iz prvog zadatka. U drugom zadatku također vidimo znatan napredak u određivanju visine prizmama, ali usprkos tom napretku još uvijek postoje vidljive poteškoće u određivanju visina pojedinim prizmama. Primjeri prizmi u kojima su učenici imali problema su Prizma 2 i Prizma 3 iz drugog zadatka. Mogući razlog postizanja slabih rezultata kod tih prizmi je njihov nestandardni položaj, postavljene su na jednu od pobočki umjesto na bazu. Treći zadatak i dalje ostaje najveći

problem velikom broju učenika. Kao i u rezultatima dosadašnjih dvaju zadataka, tako i trećem zadatku vidimo napredak u svim dijelovima učeničkih definicija koje smo analizirali. Znatno se povećao broj učenika koji vide unutrašnjost prizme, koji navode sukladnost i paralelnost baza, koji navode paralelograme kao pobočje prizme te koji vide i uspravnu i kosu prizmu. Iako je povećan broj učenika koji su uspješnije riješili posttest, on ne prelazi polovicu od ukupnog broja učenika koji su pristupili rješavanju posttesta. Učenici su u posttestu radili iste pogreške kao u predtestu, što nije bilo očekivano. Budući da, kao što smo ranije rekli, ispitivač nije imao uvid u obradu nastavnog sadržaja vezanog uz prizme i učeničku sposobnost usvajanja novih koncepata iz prizme, ne možemo detaljnije navesti razloge postizanja loših rezultata na posttestu. Kako bi se ti rezultati poboljšali, u sljedećem potpoglavlju *Usvajanje koncepta prizme*, navest ćemo nastavne aktivnosti kojima se mogu postići željeni rezultati.

Drugi problem istraživanja odnosio se na motivacijska uvjerenja o matematici općenito te o temi prizme. U tablici (Tablica 4.2.) prikazani su rezultati koji se odnose na učenička motivacijska uvjerenja - samoefikasnost i subjektivnu vrijednost za matematiku općenito, te za gradivo koje se odnosi na temu prizme, dok su povezanosti motivacijskih uvjerenja s rezultatima na testovima i ocjenama iz matematike dane u tablici (Tablica 4.3.). Na temelju dobivenih rezultata može se vidjeti da učenici samoefikasnost u matematici procjenju dosta visoko, kao i samoefikasnost vezanu uz nastavnu jedinicu prizme. Također, vidimo da su motivacijska uvjerenja prema učenju gradiva vezanog uz prizme umjereno do visoko povezana s motivacijskim uvjerenjima koja se odnose na matematiku općenito. Kada se pogledaju korelacije motivacijskih uvjerenja s uspješnosti učenika na testu znanja o prizmama, može se uočiti kako su značajne samo povezanosti motivacijskih uvjerenja s uspješnošću na trećem zadatku posttesta u kojem se od učenika tražilo da definiraju prizmu. Uradak učenika na tom zadatku značajno je povezan sa subjektivnom vrijednošću koju učenici pridaju temi prizme te sa samoefikasnošću kako pri savladavanju ovog gradiva tako i općenito u matematici, odnosno, učenici postižu veće rezultate na tom zadatku što su ove tri stavke izraženije. Zanimljivo je i da je upravo rezultat na tom zadatku značajno povezan i s prethodnom, kao i s očekivanom ocjenom iz matematike. Kao razlog nepovezanosti prvog i drugog zadatka sa završnom ocjenom iz

matematike možemo pretpostaviti razinu znanja potrebnu za rješavanje prvog i drugog zadatka u odnosu na razinu znanja potrebnu za rješavanje trećeg zadatka. Za rješavanje prva dva zadatka dovoljna je razina prepoznavanja, dok je za rješavanje trećeg zadatka potrebno uložiti više truda i imati veću razinu znanja.

Također, možemo uočiti da su motivacijska uvjerenja vezana uz matematiku općenito značajno povezana s prethodnim postignućem u matematici, kao i s očekivanom ocjenom na kraju školske godine, što je u skladu s očekivanjima da učenici koji su zainteresiraniji za gradivo iz matematike postižu bolje rezultate i krajnji uspjeh iz tog predmeta. Također, s ocjenama je značajno povezana i samoefikasnost vezana uz temu prizme, što znači da bolje ocjene imaju učenici koji se procjenjuju efikasnijima u zadacima vezanima uz prizmu.

Tablica 4.2. Deskriptivna statistika za učenička motivacijska uvjerenja

	N	***Min***	***Max***	***M***	***SD***
Matematika - Samoefikasnost	81	3.13	7.00	5.64	0.91
Matematika - Subjektivna vrijednost	80	2.09	5.00	3.99	0.64
Prizme - Samoefikasnost	72	3.25	7.00	5.56	0.78
Prizme - Subjektivna vrijednost	72	1.75	5.00	3.43	0.77

Tablica 4.3. Međusobne korelacije motivacijskih uvjerenja, rezultata na testovima te ocjena iz matematike

	Varijabla	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
1.	Matematika - samoefikasnost	-											
2.	Matematika – subjektivna vrijednost	0.53**	-										
3.	Prizme - samoefikasnost	0.70**	0.53**	-									
4.	Prizme – subjektivna vrijednost	0.48**	0.56**	0.66**	-								
5.	Predtest – 1. zadatak	-0.08	-0.06	-0.12	0.05	-							
6.	Predtest – 2. zadatak	0.10	0.10	-0.06	0.01	0.26*	-						
7.	Predtest – 3. zadatak	0.11	0.22	0.01	0.02	0.07	0.12	-					
8.	Posttest – 1. zadatak	0.15	0.20	0.19	0.14	0.06	0.13	0.08	-				
9.	Posttest – 2. zadatak	0.03	0.12	0.03	0.10	0.18	0.20	0.21	0.56**	-			
10.	Posttest – 3. zadatak	0.20	0.29*	0.28*	0.30*	-0.04	0.01	0.01	0.39**	0.41**	-		
11.	Ocjena iz matematike na kraju prošle školske godine	0.40**	0.56**	0.32**	0.20	-0.14	0.14	0.22	0.17	0.14	0.35**	-	
12.	Očekivana ocjena iz matematike na kraju školske godine	0.42**	0.46**	0.32**	0.16	0.07	0.25*	0.13	0.14	0.11	0.28*	0.78**	-

* $p < 0.05$; ** $p < 0.01$

Kako se pokazalo da je motivacija učenika značajno povezana s uspješnošću učenika u trećem zadatku posttesta, izvršene su dodatne analize kako bi se preciznije utvrdila povezanost konceptualne promjene s motivacijskim uvjerenjima. U poduzorak izdvojeni su samo oni učenici koji na predtestu nisu ostvarili niti jedan bod iz trećeg zadatka. Učenici unutar tog uzorka dalje su podijeljeni u tri skupine – oni koji nisu ostvarili niti jedan bod iz trećeg zadatka na posttestu (nema konceptualne promjene), oni koji su dali djelomično zadovoljavajuću definiciju prizme te ostvarili jedan bod na trećem zadatku

(djelomična konceptualna promjena) te oni koji su dali potpunu definiciju prizme i ostvarili dva boda (potpuna konceptualna promjena). Izraženost motivacijskih uvjerenja kod ove tri skupine učenika prikazana je u tablici (Tablica 4.4.). Razlike među te tri skupine testirane su analizom varijance. Kod motivacijskih uvjerenja vezanih uz matematiku općenito nije bilo značajnih razlika među ove tri skupine (za samoefikasnost F (2, 62) = 2.10; $p > 0.05$ te za subjektivnu vrijednost F (2, 62) = 2.02; $p > 0.05$), ali je utvrđena značajna razlika za uvjerenja vezana uz prizme (za samoefikasnost F (2, 62) = 3.33; $p < 0.05$ i za subjektivnu vrijednost F (2, 62) = 5.15; $p < 0.01$). Dakle, pokazalo se da je konceptualna promjena povezana s povoljnijim motivacijskim uvjerenjima, ali samo s onim uvjerenjima koja se odnose na specifični nastavni sadržaj.

Tablica 4.4. Deskriptivna statistika za učenička motivacijska uvjerenja s obzirom na ostvarenu konceptualnu promjenu vezanu uz definiciju prizme

	Nema konceptualne promjene (N = 32)		Djelomična konceptualna promjena (N = 19)		Potpuna konceptualna promjena (N = 14)	
	M	***SD***	***M***	***SD***	***M***	***SD***
Matematika - Samoefikasnost	5.59	0.73	5.34	0.98	5.94	0.86
Matematika - Subjektivna vrijednost	3.89	0.61	3.93	0.54	4.24	0.48
Prizme - Samoefikasnost	5.49	0.68	5.36	0.89	6.02	0.75
Prizme - Subjektivna vrijednost	3.38	0.67	3.12	0.75	3.89	0.63

Generalno gledajući, vidimo kako su učenici postigli bolje rezultate u posttestu nego u predtestu, čime potvrđujemo očekivanja da će učenici imati veće znanje nakon obrade

gradiva. Ipak, uz vidljiv napredak, rezultati na posttestu ukazuju na činjenicu da kod učenika još uvijek postoji prostor za napredak u količini usvojenog gradiva.

Što se drugog problema tiče, vidimo kako postignuće učenika na predtestu nije značajno povezano niti s motivacijskim uvjerenjima, niti s ocjenama iz matematike (što s prijašnjim, što s očekivanim). Situacija je s posttestom malo drugačija – za prvi i drugi zadatak također, kao i kod predtesta, nisu utvrđene značajne povezanosti, no treći zadatak u posttestu značajno je povezan s nekim komponentama motivacijskih uvjerenja. Također, treći zadatak posttesta povezan je s prijašnjom i očekivanom završnom ocjenom iz matematike. Vidimo, dakle, da je povezanost rezultata u trećem zadataku u posttestu, s motivacijskim uvjerenjima te uspjehom iz matematike, u skladu s postavkama teorije očekivanja i vrijednosti Eccles i suradnika (Wigfield, Tonks i Klauda, 2009) i to na način da bolji uspjeh u tom zadatku postižu učenici koji sebe smatraju samoefikasnijima te koji pridaju veću vrijednost kako matematici općenito, tako i prizmama. Na temelju toga možemo pretpostaviti da bi motivacijska uvjerenja mogla imati važnu ulogu u situacijama kad je učenik suočen s kompleksnijim zahtjevima koji od njega traže intenzivniju kognitivnu uključenost, a da nemaju značajan doprinos kvaliteti uratka na jednostavnijim zadacima.

Na kraju treba spomenuti i metodološka ograničenja nalaza ovog istraživanja. Jedno ograničenje predstavlja odabir uzorka koji je bio prigodan. Ispitani su samo učenici nekoliko razreda jedne prirodoslovno-matematičke gimnazije koji su selekcionirani i po svojim sposobnostima i interesu za područje matematike. Stoga ne možemo sa sigurnošću generalizirati rezultate i na učenike drugih škola, posebno na one koji matematiku slušaju prema drugačijem nastavnom planu i programu. Također, učenici su bili izloženi poučavanju različitih nastavnika te ne možemo znati u kolikoj mjeri je na rezultate istraživanja utjecao stil poučavanja pojedinog nastavnika. U budućim istraživanjima bi svakako bilo zanimljivo preciznije istražiti ulogu pristupa poučavanja u postizanju konceptualne promjene, ali i u razvoju motivacijskih uvjerenja.

5. USVAJANJE KONCEPTA PRIZME

S obzirom na dobivene rezultate i rješenja testova koji su proanalizirani u prethodnom potpoglavlju, u nastavku ćemo pristupiti problemu metodičkog obrađivanja i usvajanja koncepta prizme u drugom razredu srednje škole. U ovom potpoglavlju, pažnja će se posvetiti obradi onog dijela o prizmama koji je povezan uz zadatke iz provedenih testova, a to su izdvajanje prizmi od ostalih poliedara, određivanje visine prizme i definicija prizme. Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj, opće obvezno obrazovanje i srednjoškolsko obrazovanje očekivana učenička postignuća vezana uz nastavnu cjelinu *Poliedri i rotacijska tijela* gimnazijskog programa opisuje u četvrtom obrazovnom ciklusu za gimnazije.

Do kraja četvrtog obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da će:

- uspoređivati brojeve, računati s njima pomoću tehnologije i bez nje te procijeniti rezultat računanja, odrediti ga egzaktno i zaokružiti ga (*Brojevi*)
- primijeniti brojeve, njihove zapise i računske operacije u modeliranju matematičkih problema i problema u ostalim odgojno-obrazovnim područjima i svakodnevnomu životu (*Brojevi*)
- uvrstiti konkretne vrijednosti u formulu (osobito u funkciju zadanu formulom), izračunati vrijednost preostale veličine te u formuli izraziti jednu veličinu pomoću ostalih (*Algebra i funkcije*)

- prepoznati, opisati i primijeniti sukladnost i sličnost geometrijskih oblika (*Oblik i prostor*)
- skicirati, opisati i tumačiti ravninske prikaze prostornih oblika (*Oblik i prostor*)
- rabiti geometrijske transformacije ravnine za opisivanje pravilnosti i svojstava geometrijskih uzoraka (*Oblik i prostor*)
- prepoznati ravninske i prostorne oblike i njihova svojstva u svakodnevnomu okružju i umjetnosti te ih upotrijebiti za opis i analizu svijeta oko sebe (*Oblik i prostor*)
- odrediti mjeriva obilježja likova i tijela primjenjujući osnovne formule, proporcionalnost, sličnost, Pitagorin poučak, trigonometrijske omjere i poučke o sinusima i kosinusu te ih rabiti u računanju duljine, mjere kuta, površine i obujma (*Oblik i prostor*).

Vezano za matematičke procese, do kraja četvrtog obrazovnog ciklusa od učenika se očekuje da će:

- organizirano prikazati matematičke objekte, ideje, postupke i rješenja riječima, slikama, crtežima, maketama, dijagramima, grafovima, listama, tablicama, brojevima, simbolima i misaono (*Prikazivanje i komunikacija*)
- odabrati i primijeniti prikladan prikaz u skladu sa situacijom i namjerom, povezati različite prikaze i prelaziti s jednih na druge (*Prikazivanje i komunikacija*)
- izraziti ideje, rezultate i znanje jasnim, preciznim i sažetim govornim i matematičkim jezikom na različite načine (usmeno, pisano, vizualno i dr.) (*Prikazivanje i komunikacija*)
- raditi u skupinama uz razmjenu i sučeljavanje ideja, mišljenja i stavova (*Prikazivanje i komunikacija*)
- povezati matematiku s vlastitim iskustvom, svakodnevnim životom u kući i zajednici te na radnomu mjestu i drugim odgojno-obrazovnim područjima (*Povezivanje*)

- postavljati matematici svojstvena pitanja (Postoji li? Ako postoji, koliko? Kako ćemo ih pronaći? Zbog čega? i slična) te stvarati i istraživati na njima zasnovane matematičke pretpostavke (*Povezivanje*)
- obrazložiti odabir matematičkih postupaka i utvrditi smislenost dobivenoga rezultata (*Povezivanje*)
- postaviti i analizirati problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih pojmova i postupaka, riješiti ga, te protumačiti i vrjednovati rješenje i postupak (*Povezivanje*)
- razumjeti prednosti i nedostatke primjene tehnologije (*Primjena tehnologije*).

Prije svakog nastavnog sata nastavnik si postavlja pitanje *Kako organizirati nastavni sat na kojemu će učenici shvatiti sve što im se želi reći i na kojemu će boravak biti zanimljiv?*. Očigledno je da odgovor na drugi dio pitanja utječe na odgovor prvog dijela jer će učenici usvojiti više informacija i uključiti se u rad ako su zainteresirani i ako su motivirani za rad. Motivirati ih može nastava koja je zanimljiva, dinamična, oblik nastave na kojoj će se tražiti njihova neprekidna aktivnost. U ovom potpoglavlju nastavnik iz gore navedenog primjera neće dobiti odgovor koji se odnosi na sve nastavne jedinice i obradu svih matematičkih koncepata, ali će se pokušati pomoći nastavniku prilikom obrade prizme. U nastavku ćemo navesti neke od postupaka i aktivnosti kojima će se nastojati riješiti problemi koji nastaju prilikom usvajanja koncepta prizme kod učenika i koji će omogućiti učenicima bolje usvajanje koncepta prizme te lakše prepoznavanje prizme u mnoštvu različitih geometrijskih tijela. Ključni pojmovi koji se pojavljuju tijekom obrađivanja nastavne jedinice *Prizma* su geometrijska tijela, prizma, mreža prizme. Očekivana obrazovna postignuća su prepoznavanje i opisivanje prizme, određivanje broja vrhova, bridova i strana prizme, crtanja skice prizmi i njihovih mreža. Cilj ove nastavne jedinice jest da učenici prepoznaju i razlikuju prizmu od ostalih geometrijskih tijela, prepoznaju prizmu kada se ona nalazi u raznim položajima, definiraju prizmu, samostalno određuju i definiraju elemente prizme, određuju visinu prizme te računaju volumen i oplošje prizme. Na nastavnom satu, u drugom razredu

srednje škole, na kojem započinje obrada nastavne jedinice *Prizma* potrebno je prisjetiti učenike na to što je prizma, odnosno na opisnu definiciju prizme i na elemente prizme. Nastavni sat možemo započeti aktivnošću kojom ćemo ponoviti ono što su učenici već usvojili u osmom razredu osnovne škole. Važno je da učenici prilikom ponavljanja budu uključeni u rad pa ćemo, kao rezultat toga, navesti aktivnosti koje naglašavaju aktivan rad učenike. Budući da su se učenici već susreli sa prizmom, tada možemo pretpostaviti da postoji određena predodžba o prizmi, odnosno u učenikovoj glavi postoji slika prizme.

5.1. Aktivnost: Prizme

Cilj aktivnosti je da se učenici, promatrajući geometrijska tijela i diskusijom s nastavnikom, prisjete opisne definicije prizme i njezinih elemenata. Nastavni oblik koji se primjenjuje u ovoj aktivnosti je frontalni oblik nastave, budući se da radi o ponavljanju. Potreban materijal za provođenje aktivnosti su modeli prizmi za skupinu (školski modeli od plastike, žice, drva), slike prizmi u realnom životu. Na početku aktivnosti nastavnik pokazuje učenicima modele prizmi i pita ih što predstavljaju ti modeli. Učenici uočavaju da su to prizme, a nakon toga se odgovarajući na nastavnikova pitanja i promatrajući slike prizmi prisjećaju opisne definicije prizme i njezinih elemenata.

Slika 5.1.1. Uglata geometrijska tijela

Nastavnik će, pokazujući modele geometrijskih tijela (Slika 5.1.1.), upitati učenike na koje dvije velike skupine se dijele ova geometrijska tijela. Očekujemo da učenici znaju podijeliti geometrijska tijela u dvije velike skupine i da će odgovoriti da dana geometrijska tijela dijelimo na uglata i obla. Nakon grube podjele geometrijskih tijela, nastavnik pita učenike u koju grupu geometrijskih tijela svrstavamo geometrijska tijela koja prikazujemo (Slika 5.1.1.). Učenici uočavaju da među ponuđenim geometrijskim tijelima nema valjka, stošca i kugle, odnosno oblih geometrijskih tijela pa zaključuju da se radi o uglatim geometrijskim tijelima. Nastavnik sada izdvoji piramide i pita učenike kako jednim imenom zovemo ta geometrijska tijela (Slika 5.1.2.). Očekivani odgovor učenika je da su to piramide. Isti postupak ponovi i za prizme (Slika 5.1.3.).

Slika 5.1.2. Piramide

Slika 5.1.3. Prizme

Slika 5.1.4. Kosa prizma

Nakon što su učenici uočili što su prizme, nastavnik pokazuje sliku na kojoj su prikazane dvije kose prizme (Slika 5.1.4.) i pita učenike mogu li takvo tijelo svrstati među prizme. Od učenika se očekuje da će prepoznati kose prizme na slici. Nastavnik može podijeliti modele prizmi po razredu kako bi učenici bolje uočili elemente prizme. Učenici mogu zaključiti, na danim modelima, da je prizma omeđena s dvama sukladnim mnogokutima koji pripadaju paralelnim ravninama i paralelogramima. Nakon toga nastavnik pokazuje geometrijsko tijelo koje dobijemo rotacijom baza uspravne prizme (Slika 5.1.5.) i pita učenike bi li ovo tijelo svrstali u skupinu koju smo promatrali. Učenici će uočiti da bočne strane danog geometrijskog tijela nisu pravokutnici ni paralelogrami pa će zaključiti da se ne radi o prizmi.

Slika 5.1.5. Geometrijsko tijelo s torzijom

Nastavnik prikazuje slike prizmi iz svakodnevnog života na projektoru ili na papiru. Učenici navode još neke objekte iz svakodnevnog života koji imaju oblik prizme. Nastvnik će podijeliti modele prizmi po razredu. Učenici će se, opipavajući i promatrajući modele, prisjetiti opisne definicije prizme. Učenici će, promatrajući baze, uočiti da baze prizme mogu biti geometrijski likovi kao što su trokut, četverokut, peterokut, šesterokut... Odnosno da baza prizme može biti bilo koji mnogokut. Promatrajući pobočje prizme, učenici uočavaju da pobočke mogu biti pravokutnici i paralelogrami. Budući da su pravokutnici također paralelogrami, zaključit će da su

pobočke prizme paralelogrami. Nakon što učenici uoče sve potrebne elemente za definiciju, nastavnik pita učenike kako bi opisali prizmu. Učenici odgovaraju da je prizma geometrijsko tijelo omeđeno dvama sukladnim mnogokutima koji pripadaju paralelnim ravninama i paralelogramima kojima jedna stranica pripada jednom od tih mnogokuta a njoj nasuprotna drugom. Nakon što se učenici prisjete opisne definicije prizme, nastavnik će ponoviti elemente prizme s učenicima. Dvije strane prizme koje se nalaze u paralelnim ravninama nazivamo bazama (osnovkama) prizme. Baze prizme su razni mnogokuti i uvijek se radi o dva sukladna mnogokuta. Preostale strane prizme su paralelogrami i nazivaju se pobočke prizme. Sve pobočke prizme čine pobočje prizme.

Slika 5.1.6. Elementi prizme

Učenici zapisuju:

Dvije strane prizme koje se nalaze u paralelnim ravninama nazivamo bazama (osnovkama) prizme. Baze prizme su razni mnogokuti i uvijek se radi o dva sukladna mnogokuta. Preostale strane prizme su paralelogrami i nazivaju se pobočke prizme. Sve pobočke prizme čine pobočje prizme.

Nastavnik postavlja sljedeća pitanja:

Nastavnik: Kako biste nazvali bridove prizme koji pripadaju bazama (osnovkama) prizme?

Učenici: Osnovni bridovi.

Nastavnik: Kako biste nazvali preostale bridove prizme koji pripadaju dvjema pobočkama prizme?

Učenici: Bočni bridovi.

Učenici zapisuju:

Bridovi prizme koji pripadaju bazama (osnovkama) prizme nazivaju se osnovni bridovi. Preostali bridovi prizme koji pripadaju dvjema pobočkama prizme nazivaju se bočni bridovi.

Sada će se prijeći na karakterizaciju uspravne i kose prizme. Učenici će u diskusiji s nastavnikom i promatrajući dane modele uspravnih i kosih prizmi, opisati uspravne i kose prizme te definirati pravilnu prizmu. Nastavnik će podijeliti učenicima modele uspravnih i kosih prizmi. Učenici će opipavajući i promatrajući prizme donijeti zaključke o uspravnosti prizme.

Tijek diskusije s nastavnikom:

Nastavnik: Kako smo opisali uspravne prizme, a kako kose prizme?

Učenici: Prizme kojima su sve pobočke pravokutnici, kojima su bočni bridovi okomiti na ravnine kojima pripadaju baze prizme nazivamo uspravna prizma.

Prizme kojima su sve pobočke opći paralelogrami, kojima bočni bridovi nisu okomiti na ravnine kojima pripadaju baze prizme nazivamo kose prizme.

Nastavnik: Kakve prizme ste proučavali u osmom razredu osnovne škole?

Učenici: U osmom razredu osnovne škole smo proučavali pravilne prizme.

Nastavnik: Kako smo opisali pravilne prizme?

Učenici: Prizmu koja je uspravna i kojoj je baza pravilni mnogokut nazivamo pravilnom prizmom.

Učenici zapisuju:

Prizme kojima su sve pobočke pravokutnici, kojima su bočni bridovi okomiti na ravnine kojima pripadaju baze prizme nazivamo uspravna prizma. Prizme kojima su sve pobočke opći paralelogrami, kojima bočni bridovi nisu okomiti na ravnine kojima pripadaju baze prizme nazivamo kose prizme. Prizmu koja je uspravna i kojoj je baza pravilni mnogokut nazivamo pravilnom prizmom.

5.2. Aktivnost: Pronađi prizmu

Cilj aktivnosti je da učenici, radeći u parovima, među danim geometrijskim tijelima prepoznaju prizmu. Nastavni oblici koji se primjenjuju u ovoj aktivnosti su frontalni rad i rad u paru. Potreban materijal za ovu nastavnu aktivnost je nastavni listić sa slikama raznih geometrijskih tijela. Svakom paru nastavnik daje nastavni listić sa slikama različitih geometrijskih tijela na kojima im zadamo da zaokruže prizme. Učenici primjenjuju znanja koja su stekli kako bi prepoznali prizme na slikama. Nakon ispunjavanja učenici čitaju svoje odgovore obrazlažući ih. Nastavnik i ostali učenici kontroliraju ispravnost odgovora.

Aktivnost *Pronađi prizmu*-nastavni listić

Aktivnost *Pronađi prizmu*-nastavni listić (rješenje)

Na danom nastavnom listiću potrebno je zaokružiti geometrijska tijela pod brojevima 1, 4, 5 i 7. Nastavnik prolazi razredom i nadgleda rad učenika. Ukoliko učenicima nije jasno zašto se baš za ta geometrijska tijela tvrdi da su prizme ili ako su učenici zaokružili krivo geometrijsko tijelo, tada nastavnik objašnjava ispravnost rješenja. Pri tome se poziva na opisnu definiciju prizme koju su učenici ponovili na početku nastavnog sata. Nakon što učenici riješe nastavni listić, prodiskutirat će svoja rješenja s nastavnikom. Dijalog će se odvijati ovisno o odgovorima učenika. Nastavnik obrazlaže ispravnost rješenja. Prizma je geometrijsko tijelo omeđeno dvama sukladnim mnogokutima koji pripadaju paralelnim ravninama i paralelogramima kojima jedna stranica pripada jednom od tih mnogokuta a njoj nasuprotna drugom. Iz opisne definicije prizme vidi se da geometrijska tijela 1, 4 i 7 predstavljaju prizme. Geometrijsko tijelo pod brojem 5 je također prizma i to šesterostrana, ali je položena na jednu od pobočki, a ne na jednu od baza kao što je slučaj kod 1, 4 i 7. Geometrijska tijela pod brojevima 2, 3, 6 i 8 se isključuju zato što su 1 i 8 piramide, 6 valjak, a kod geometrijskog tijela pod brojem 3 baze nisu paralelne.

Nakon što učenici završe s radom i paru, nastavnik prikazuje još nekoliko primjera prizmi s kojima se učenici nisu susreli do sada. Na tim primjerima će pokazati učenicima kako će, koristeći gore navedenu opisnu definiciju prizme, prepoznati prizmu. Na slikama su prikazane prizme koje nastavnik može uzeti kao primjere.

Slika 5.2.1.

Slika 5.2.2.

Slika 5.2.3.

Slika 5.2.4.

Na slici (Slika 5.2.1.) prikazana je četverostrana prizma koja je položena na jednu od pobočki, na slici (Slika 5.2.2.) prikazana je nekonveksna uspravna osmerostrana prizma, na slici (Slika 5.2.3.) prikazana je kosa šesterostrana prizma u nestandardnom položaju i na slici (Slika 5.2.4.) prikazana je uspravna trostrana prizma koja je položena na jednu od pobočki. Gore navedeni primjeri prizmi se rijetko pojavljuju u školskim udžbenicima pa je važno pokazati i takve primjere prizme kako bi se učenike pomaknulo s njihove predodžbe prizme, koju su stekli u osnovnoj školi, na širu predodžbu prizmi koju moraju usvojiti u srednjoj školi.

5.3. Aktivnost: Kako nastaju prizme?

Cilj ove aktivnosti je da učenici, na praktičnom radu, otkriju kako nastaje prizma i koji skup točaka u prostoru nazivamo prizmom. Nastavni oblik koji se primjenjuje u ovoj aktivnosti je rad u četveročlanim skupinama. Potrebni materijal za provođenje ove aktivnosti su stiropor, štapići za ražnjiće i flomaster. Nastavnik će svakoj skupini podijeliti dva mnogokuta izrezana iz stiropora i desetak štapića za ražnjiće. Uz upute nastavnika učenici će izraditi uspravne i kose prizme i u razrednoj diskusiji će uočiti kako nastaje prizma.

Prije nego što učenici krenu s radom u skupinama, nastavnik će pokazati učenicima geometrijska tijela (Slika 5.3.1.) i pitati učenike jesu li to prizme. Očekuje se da će učenici odgovoriti da prikazana geometrijska tijela nisu prizme. Učenici moraju uočiti kako pobočke ovih tijela nisu paralelogrami nego trokuti i jedna baza je zarotirana.

Postoji mogućnost da ova tijela podsjećaju učenike na prizmu jer im baze pripadaju paralelnim ravninama i sukladne su.

Slika 5.3.1. Geometrijska tijela s rotiranim bazama

Učenici će u diskusiji s nastavnikom zaključiti kako nije dovoljna samo informacija da baze prizme pripadaju paralelnim ravninama i da su sukladne jer ako se jedna baza zarotira za neki kut one će i dalje pripadati paralelnim ravninama i bit će sukladne, ali na taj način se neće dobiti prizmu. Nastavnik će napomenuti učenicima da tijela, kod kojih se baze nalaze u paralelnim ravninama i sukladne su, ali je jedna baza zarotirana, nisu prizme. Zaključak je da prizme ne nastaju rotacijom. Nakon te kratke diskusije, učenici prelaze na rad u skupinama. Nastavnik daje upute učenicima za rad.

Slika. 5.3.2. Baza prizme

Slika 5.3.3. Skup točaka

Nastavnik će podijeliti sukladne mnogokute učenicima i reći im da opcrtaju rub donje baze (mnogokuta) na stiroporu i označe desetak točaka unutar nje (Slika 5.3.2.). Nakon što ucrtaju točke, u te točke će upiknuti štapiće tako da oni budu međusobno paralelni i okomiti na mnogokut (Slika 5.3.3.). Nastavnik će podijeliti učenicima nastavne listiće na kojima se nalaze pitanja o kojima će učenici diskutirati međusobno unutar svake skupine.

Aktivnost *Kako nastaje prizma*-nastavni listić

1. Što predstavljaju štapići?
2. Što su krajnja i početna točka štapića?
3. Biste li mogli upiknuti još takvih štapića i koliko?
4. Kakve su duljine tih štapića?
5. U kakvom su položaju štapići?
6. Odakle počinje svaki štapić a gdje završava?
7. Što ima svaki od tih štapića?
8. Kako nazivamo dužine koje imaju duljinu, smjer i orijentaciju?
9. Što predstavljaju svi štapići, odnosno te dužine?
10. Što uočavate, što smo zapravo radili?
11. Što je nastalo tom translacijom?
12. U kakvom odnosu će biti ta dva mnogokuta? Zašto?
13. U kakvom su odnosu vektori i mnogokut?
14. Koje tijelo je nastalo tom translacijom?
15. Što će nastati ako ti vektori nisu okomiti na ravninu kojoj pripada mnogokut?
16. Kako je nastala gornja baza prizme?
17. Što nastaje spojimo li sve točke donje baze i njihove translatirane slike?
18. Što je unija svih tih dužina?
19. Kako biste opisali nastanak prizme?

Očekivani odgovori učenika na svako postavljeno pitanje u nastavnom lisitiću:

1. Štapići predstavljaju dužine.
2. Početna točka štapića pripada mnogokutu, a krajnja točka je translatirana slika te točke u smjeru štapića za njegovu duljinu.
3. Mogli bismo upiknuti beskonačno mnogo takvih štapića jer se mnogokut sastoji od beskonačno mnogo točaka.
4. Svi štapići su jednake duljine.
5. Štapići su međusobno paralelni.
6. Početna točka svakog štapića je točka koja pripada mnogokutu, a krajnja točka je translatirana slika te točke.
7. Svaki od štapića ima duljinu, smjer i orijentaciju.
8. Nazivamo ih vektorima.
9. Te dužine predstavljaju isti vektor.
10. Translatirali smo točke mnogokuta za isti vektor.
11. Tom translacijom je nastao mnogokut sukladan početnom mnogokutu.
12. Ta dva mnogokuta će pripadati paralelnim ravninama jer sve točke početnog mnogokuta translatiramo za isti vektor.
13. Vektori su okomiti na mnogokut.
14. Nastala je uspravna prizma.
15. Nastat će kosa prizma.
16. Translacijom svih točaka donje baze za isti vektor.
17. Nastaje beskonačno mnogo dužina.
18. Unija svih tih dužina je prizma.
19. Prizma nastaje translacijom svih točaka donje baze za isti vektor.

Prilikom odgovaranja na 14. i 15. pitanje učenici će dobiti slučajeve uspravne i kose prizme kao što je prikazano dolje ne slikama (Slika 5.3.4. i Slika 5.3.5.).

Nakon što učenici završe s radom u skupinama, nastavnik će s učenicima prodiskutirati još jednom sva pitanja i odgovore kako bi provjerio ispravnost odgovora i objasnio nejasnoće ukoliko bi se one pojavile kod učenika.

Slika 5.3.4. Uspravna prizma

Slika 5.3.5. Kosa prizma

Nakon diskusije, nastavnik će definirati prizmu i zapisati je na ploču.

Učenici zapisuju:

Definicija prizme:

Neka je dana ravnina $\boldsymbol{\pi}$, vektor $\vec{a} \neq \vec{0}$ koji ne pripada ravnini $\boldsymbol{\pi}$, mnogokut $\mathcal{M} \in \boldsymbol{\pi}$ te mnogokut $\mathcal{M}'$ koji nastaje translacijom mnogokuta $\mathcal{M}$ za vektor $\vec{a}$. Uniju dužina $\bigcup_{\substack{M\in\mathcal{M},N\in\mathcal{M}' \\ \overrightarrow{MN}=\vec{a}}} \overline{MN}$ nazivamo prizmom s bazom $\boldsymbol{\mathcal{M}}$.

5.4. Aktivnost: Visina prizme

Cilj aktivnosti je da učenici, radeći u paru, odrede visine prizmama. Nastavni oblici koji se primjenjuju u ovoj aktivnosti su frontalni rad i rad u paru. Potreban materijal za ovu nastavnu aktivnost je nastavni listić sa slikama prizmi. Prije početka aktivnosti, nastavnik će objasniti i definirati visinu prizme te na primjeru odrediti visinu uspravne i kose prizme. Svakom paru učenika nastavnik daje nastavni listić sa slikama prizmi na kojima im je zadano da ucrtaju visine danim prizmama. Učenici primjenjuju

znanja koja su stekli kako bi ucrtali visine prizmama. Nakon ispunjavanja učenici čitaju svoje odgovore obrazlažući ih. Nastavnik i ostali učenici kontroliraju ispravnost odgovora.

Prije nego što učenici krenu na rad u paru, nastavnik će na primjerima uspravne i kose prizme (Slika 5.4.1. i Slika 5.4.2.) definirati visinu prizme.

Slika 5.4.1. Uspravna prizma

Slika 5.4.2. Kosa prizma

Učenici zapisuju:

Visina prizme je najkraća spojnica dviju paralelnih ravnina kojima pripadaju baze prizme.

Nakon što učenici zapišu definiciju visine prizme, nastavnik će učenicima podijeliti nastavne listiće za rad u paru.

Aktivnost *Visina prizme*-nastavni listić

Aktivnost *Visina prizme*-nastavni listić (rješenje)

Nakon što učenici riješe nastavni listić, nastavnik će prodiskutirati s učenicima njihova rješenja te obrazložiti ispravnost rješenja ili moguće nejasnoće kod učenika.

Učenici su se u osmom razredu osnovne škole upoznali samo s uspravnim prizmama i naučili su da je u uspravnoj prizmi visina jednaka duljini bočnog brida. Učenici uočavaju da su prva i treća prizma na nastavnom listiću uspravne prizme te da je njihova visina jednaka duljini bočnog brida. Druga, četvrta i peta prizma su također uspravne prizme, ali su položene na jednu pobočku. Nisu položene na bazu kao što je slučaj bio kod prve i druge prizme. Kako bi odredili visine prizme, učenici moraju odrediti baze prizmi. Nastavnik navodi učenike na zaključak da su baze dvije nasuprotne stranice prizme koje leže u paralelnim ravninama i koje su međusobno sukladne (nastavnik pokazuje na slikama što su baze prizmi koje učenici promatraju). Visine su jednake bridovima kako je označeno na rješenjima nastavnog listića. Preostale su još zadnja i predzadnja prizma za analizu. Obje prizme su kose, ali jedna je položena na bazu, dok je druga položena na jednu pobočku. Učenici zaključuju da su obje prizme kose i da bočni bridovi nisu jednaki visini, nego da je visina prizme najkraća spojnica dviju paralelnih ravnina kojima pripadaju baze prizme. Bočni bridovi ne predstavljaju tu spojnicu. Nastavnik još jednom, kako bi ponovili, pita učenike što je visina kose prizme. Učenici odgovaraju: „Visina kose prizme je udaljenost između ravnina u kojima leže baze prizme.“. Budući da je i zadnja prizma također kosa prizma, vrijedi isto pravilo za određivanje visine kao i za prethodno promatranu kosu prizmu.

Do sada smo navodili nastavne aktivnosti u kojima smo obrađivali probleme vezane uz pitanja iz testova koje smo provodili tijekom istraživanja, prepoznavanje prizme, nastajanje prizme i visina prizme. Sada ćemo navesti jednu aktivnost koja nije vezana uz probleme koje smo razmatrali u istraživanju. Nastavna aktivnost vezana je uz obradu Eulerove formule za prizme. U nastavku ćemo pokazati kako učenicima obradu Eulerove formule za prizme učiniti zanimljivom i kako uključiti učenike u aktivan rad u kojem će samostalnim zaključivanjem doći do traženog pravila.

5.5. Aktivnost: Eulerova formula za prizmu

Cilj aktivnosti je da učenici, promatrajući različite modele prizmi, ponove elemente prizme te otkriju Eulerovu formulu za prizme. Nastavni oblik koji se primjenjuje u ovoj aktivnosti je radni centar s jednakim brojem članova u svakom radnom centru. Broj članova tima ovisi o ukupnom broju učenika na satu. Potrebni materijal koji se koristi tijekom ove aktivnosti su modeli trostrane, četverostrane, peterostrane, šesterostrane i osmerostrane prizme za svaki radni centar, nastavni listići. Učenike podijelimo u pet radnih centara, svaki centar dobiva jedan model prizme i odgovara na pitanja s nastavnog listića. Kada odgovore na sva pitanja međusobno izmjene modele, tako da svaki radni centar dobije svih pet modela prizmi. Učenici popunjavaju dobivenu tablicu na nastavnim listićima. Nakon toga slijedi razredna diskusija.

Aktivnost *Eulerova formula za prizmu*-nastavni listić

Čime je omeđena ova prizma?

U kakvom su odnosu ti likovi?

Što su baze te prizme?

Što su pobočke te prizme?

Kako nazivamo takvu prizmu?

Koliko vrhova, bridova i strana ima ta prizma?

PRIZMA	**BROJ STRANA (S)**	**BROJ VRHOVA (V)**	**BROJ BRIDOVA (B)**	$B+V-S$	$B+S-V$	$V+S-B$
TROSTRANA						
ČETVEROSTRANA						
PETEROSTRANA						
ŠESTEROSTRANA						
OSMEROSTRANA						

Tablica 5.5.1. Popunjena tablica

PRIZMA	BROJ STRANA (S)	BROJ VRHOVA (V)	BROJ BRIDOVA (B)	$B+V-S$	$B+S-V$	$V+S-B$
TROSTRANA	5	6	9	10	8	2
ČETVEROSTRANA	6	8	12	14	10	2
PETEROSTRANA	7	10	15	18	12	2
ŠESTEROSTRANA	8	12	18	22	14	2
OSMEROSTRANA	10	16	24	30	18	2

Odgovori na pitanja za trostranu prizmu:

- Čime je omeđena ova prizma? Ova prizma je omeđena s dva trokuta i tri pravokutnika.
- U kakvom su odnosu ti likovi? Trokuti koji omeđuju ovu prizmu su sukladni i pripadaju paralelnim ravninama.
- Što su baze te prizme? Baze ove prizme su trokuti.
- Što su pobočke te prizme? Pobočke ove prizme su pravokutnici.
- Kako nazivamo takvu prizmu? Prizmu čije baze su trokuti nazivamo trostrana prizma
- Koliko vrhova, bridova i strana ima ta prizma? Trostrana prizma ima 6 vrhova, 9 bridova i 5 strana.

Odgovori na pitanja za četverostranu prizmu:

- Čime je omeđena ova prizma? Ova prizma je omeđena s dva kvadrata i četiri pravokutnika.
- U kakvom su odnosu ti likovi? Kvadrati koji omeđuju ovu prizmu su sukladni i pripadaju paralelnim ravninama.
- Što su baze te prizme? Baze ove prizme su kvadrati.
- Što su pobočke te prizme? Pobočke ove prizme su pravokutnici.

- Kako nazivamo takvu prizmu? Prizmu čije baze su četverokuti nazivamo četverostrana prizma.
- Koliko vrhova,bridova i strana ima ta prizma? Četverostrana prizma ima 8 vrhova, 12 bridova i 6 strana.

Odgovori na pitanja za peterostranu prizmu:

- Čime je omeđena ova prizma? Ova prizma je omeđena s dva peterokuta i pet pravokutnika.
- U kakvom su odnosu ti likovi? Peterokuti koji omeđuju ovu prizmu su sukladni i pripadaju paralelnim ravninama.
- Što su baze te prizme? Baze ove prizme su peterokuti.
- Što su pobočke te prizme? Pobočke ove prizme su pravokutnici.
- Kako nazivamo takvu prizmu? Prizmu čije baze su peterokuti nazivamo peterostrana prizma.
- Koliko vrhova,bridova i strana ima ta prizma? Peterostrana prizma ima 10 vrhova, 15 bridova i 7 strana.

Odgovori na pitanja za šesterostranu prizmu:

- Čime je omeđena ova prizma? Ova prizma je omeđena s dva šesterokuta i šest paralelograma.
- U kakvom su odnosu ti likovi? Šesterokuti koji omeđuju ovu prizmu su sukladni i pripadaju paralelnim ravninama.
- Što su baze te prizme? Baze ove prizme su šesterokuti.
- Što su pobočke te prizme? Pobočke ove prizme su paralelogrami.
- Kako nazivamo takvu prizmu? Prizmu čije baze su šesterokuti nazivamo šesterostrana prizma.
- Koliko vrhova,bridova i strana ima ta prizma? Šesterostrana prizma ima 12 vrhova, 18 bridova i 8 strana.

Odgovori na pitanja za osmerostranu prizmu:

- Čime je omeđena ova prizma? Ova prizma je omeđena s dva osmerokuta i osam pravokutnika.
- U kakvom su odnosu ti likovi? Osmerokuti koji omeđuju ovu prizmu su sukladni i pripadaju paralelnim ravninama.
- Što su baze te prizme? Baze ove prizme su osmerokuti.
- Što su pobočke te prizme? Pobočke ove prizme su pravokutnici.
- Kako nazivamo takvu prizmu? Prizmu čije baze su osmerokuti nazivamo osmerostrana prizma.
- Koliko vrhova,bridova i strana ima ta prizma? Osmerostrana prizma ima 16 vrhova, 24 bridova i 10 strana.

Nakon što u svakom radnom centru prođu modeli svih pet prizmi i nakon što učenici ispune tablicu, nastavnik će prodiskutirati rješenja s učenicima. Pitanja nastavnika i očekivani odgovori učenika prikazani su u tablici (Tablica 5.5.1.).

Tablica 5.5.1. Pitanja i očekivani odgovori za diskusiju

NASTAVNIK:	UČENICI:
Koliko vrhova ima trostrana prizma?	Trostrana prizma ima 6 vrhova.
Koliko vrhova ima četverostrana prizma?	Četverostrana prizma ima 8 vrhova.
Koliko vrhova ima peterostrana prizma?	Peterostrana prizma ima 10 vrhova.
Koliko vrhova ima šesterostrana prizma?	Šesterostrana prizma ima 12 vrhova.
Koliko vrhova ima osmerostrana prizma?	Osmerostrana prizma ima 16 vrhova.
Koliko vrhova ima *n*-terostrana prizma?	Učenici zapisuju: ***n* - terostrana prizma ima 2*n* vrhova.**
Koliko bridova ima trostrana prizma?	Trostrana prizma ima 9 bridova.
Koliko bridova ima četverostrana prizma?	Četverostrana prizma ima 12 bridova.

Koliko bridova ima peterostrana prizma?	Peterostrana prizma ima 15 bridova.
Koliko bridova ima šesterostrana prizma?	Šesterostrana prizma ima 18 bridova.
Koliko bridova ima osmerostrana prizma?	Osmerostrana prizma ima 24 bridova.
Koliko bridova ima *n*-terostrana prizma?	Učenici zapisuju: ***n* - terostrana prizma ima 3*n* bridova.**
Koliko strana ima trostrana prizma?	Trostrana prizma ima 5 strana.
Koliko strana ima četverostrana prizma?	Četverostrana prizma ima 6 strana.
Koliko strana ima peterostrana prizma?	Peterostrana prizma ima 7 strana.
Koliko strana ima šesterostrana prizma?	Šesterostrana prizma ima 8 strana.
Koliko strana ima osmerostrana prizma?	Osmerostrana prizma ima 10 strana.
Koliko strana ima *n*-terostrana prizma?	Učenici zapisuju: ***n* - terostrana prizma ima *n* + 2 strana.**

Nastavnik navodi učenike na pravilnosti koje se pojavljuju tablici koju su ispunili. U zadnjem stupcu se uvijek dobije dva, odnosno učenici moraju uočiti da ako od zbroja broja vrhova i broja strana prizme oduzmemo broj bridova te prizme dobit ćemo broj 2. Kako bi se učenici uvjerili da to pravilo vrijedi za svaku prizmu, nastavnik može navesti primjer sedmerostrane prizme. Sedmerostrana prizma ima 14 vrhova, 21 bridova i 9 strana. 14 + 9 – 21 = 2. Učenici uočavaju da i za nju vrijedi uočena pravilnost. Sad se uočena pravilnost može primijeniti za bilo koju *n*-terostranu prizmu. *n*-terostrana prizma ima $2n$ vrhova, $3n$ bridova i $n+2$ strana. $2n + n + 2 - 3n = 2$. Nastavnik i učenici iznose zaključak da uočena pravilnost vrijedi za sve prizme. Učenici zapisuju:

Eulerova formula za prizme Ako sa V označimo broj vrhova neke prizme, sa S broj njezinih strana, a sa B broj bridova te prizme, onda vrijedi $V + S - B = 2$.

U poglavlju *Usvajanje koncepta prizme* naveli smo pet aktivnosti kojima smo htjeli, kako nastavnicima olakšati rad, tako i učenicima olakšati savladavanje koncepta prizme. Prve četiri aktivnosti koje smo naveli odnose se na probleme, prilikom usvajanja koncepta prizme, koje smo razmatrali u ovome radu, a to su prepoznavanje prizme, određivanje visine prizme te definiranje prizme. Ovim aktivnostima želimo obradu i usvajanje koncepta prizme učenicima učiniti zanimljivijima te ih na ovaj način motivirati za rad i suradnju koja će im pomoći u usvajanju znanja vezanih uz prizme. Peta aktivnost se ne odnosi na probleme koje smo promatrali u ovome radu, ona je dodana kao primjer jednog od načina obrade Eulerove formule za prizme koja može poslužiti nastavnicima u nastavi.

LITERATURA

[1] M. Bahun, I. Laštro, L. Liker, I. Nađ, A. Pavleković, *Geometrijska tijela (prizme, piramide, poliedri, valjak, stožac) – SREDNJA ŠKOLA*, Powerpoint prezentacija, seminarski rad iz kolegija Metodika nastave matematike, mentorica A. Čižmešija. Matematički odsjek PMF-a u Zagrebu, 2014.

[2] M. Bahun, I. Laštro, L. Liker, I. Nađ, A. Pavleković, *Geometrijska tijela (prizme, piramide, poliedri, valjak, stožac) – OSNOVNA ŠKOLA*, Powerpoint prezentacija, seminarski rad iz kolegija Metodika nastave matematike, mentorica A. Čižmešija, Matematički odsjek PMF-a u Zagrebu, 2014.

[3] J. S. Eccles, *Subjective Task Value and the Eccles et al. Model of Achievement-Related Choices*, Handbook of Competence and Motivation (A. J. Elliot, C. S. Dweck), The Guilford Press, New York, 2005, 105-121.

[4] I. Jugović, B. Baranović, I. Marušić, *Uloga rodnih stereotipa i motivacije u objašnjenju matematičkog uspjeha i straha od matematike*, Suvremena psihologija, Naklada Slap, Jastrebarsko, 2012, 65-79.

[5] K. Merenluoto, E. Lehtinen, *Conceptual change in mathematics: Understanding the Real Numbers*, Reconsidering Conceptual Change: Issues in Theory and Practice (M. Limon, L. Mason) Kluwer Academic Publishers, New York, 2002, 233-257.

[6] V. Putarek, D. Rovan, V. Vlahović-Štetić, *Odnos uključenosti učenika u učenje fizike s ciljevima postignuća, subjektivnom vrijednošću zadatka i zavisnim samopoštovanjem*, rukopis pripremljen za objavljivanje, 2015.

[7] D. Rovan, *Odrednice odabira ciljeva pri učenju matematike u visokom obrazovanju,* neobjavljeni doktorski rad, Zagreb: Odsjek za psihologiju Filozofskog fakulteta u Zagreb, 2011.

[8] D. H. Schunk, *Learning theories: An educational perspective*, Boston: Pearson, 2012.

[9] S. Vosniadou, X. Vamvakoussi, I. Skopeliti, *The Framework Theory Approach to Problem of Conceptual Change*, International Handbook of Research on Conceptual Change (S. Vosniadou), Routledge, New York, 2008, 3-34.

[10] X. Vamvakoussi, *Extending The Conceptual Change Approach to Mathematics Learning: An Introduction,* Reframing the Conceptual Change Approach in Learning and Instruction (S. Vosniadou, A. Baltas, X. Vamvakoussi), Earli, Amsterdam, 2007, 239-246.

[11] A. Wigfield, S. Tonks, S. L. Klauda, *Expectency-Value Theory,* Handbook of Motivation at School (K. R. Wentzel, A. Wigfield), Routledge, New York, 2009, 55-75.

[12] A. Wigfield, J. Cambria, *Students' achievement values, goal orientations and interest: Definitions, development, and relations to achievement outcomes,* Developmental Review (C. Brainerd), Elsevier, New York, 2010, 1-35.

[13] Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje, Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa, dostupno na: http://www.azoo.hr/images/stories/dokumenti/Nacionalni_okvirni_kurikulum.pdf (studeni, 2014.)

PRILOG 1: Predtest

IME I PREZIME:

Zadatak 1. Na danim slikama prikazana su geometrijska tijela. Zaokružite ona koja prikazuju prizmu.

Zadatak 2. Na slikama su prikazana geometrijska tijela. Onima koja predstavljaju prizme ucrtajte visinu.

Zadatak 3. Svojim riječima što preciznije opišite (definirajte) što je prizma.

IME I PREZIME:

Zadatak 1. Na danim slikama prikazana su geometrijska tijela. Zaokružite ona koja prikazuju prizmu.

Zadatak 2. Na slikama su prikazana geometrijska tijela. Onima koja predstavljaju prizme ucrtajte visinu.

Crvene linije određuju traženu visinu.

Zadatak 3. Svojim riječima što preciznije opišite (definirajte) što je prizma.

Budući da je od učenika traženo da svojim riječima definiraju prizmu, nije navedena definicija koja se traži kao odgovor.

PRILOG 2: Posttest

IME I PREZIME:

Zadatak 1. Na danim slikama prikazana su geometrijska tijela. Zaokružite ona koja prikazuju prizmu.

Zadatak 2. Na slikama su prikazana geometrijska tijela. Onima koja predstavljaju prizme ucrtajte visinu.

Zadatak 3. Svojim riječima što preciznije opišite (definirajte) što je prizma.

IME I PREZIME:

Zadatak 1. Na danim slikama prikazana su geometrijska tijela. Zaokružite ona koja prikazuju prizmu.

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

Zadatak 2. Na slikama su prikazana geometrijska tijela. Onima koja predstavljaju prizme ucrtajte visinu.

Crvene linije određuju traženu visinu.

1

2

3

4

Zadatak 3. Svojim riječima što preciznije opišite (definirajte) što je prizma.

Budući da je od učenika traženo da svojim riječima definiraju prizmu, nije navedena definicija koja se traži kao odgovor.

SAŽETAK

Matematika je nastavni predmet koji se ubraja među teže nastavne predmete jer zahtjeva neprekidan i konstantan rad, trud te zahtjeva puno uloženog vremena. Kako bi učenička postignuća bila što veća i bogatija potrebno je nešto što će ih potakniti na učenje, a to je motivacija. Spoznaje i odgovore vezane za motivaciju u procesu učenja, pružit će nam teorija razvijena u okviru socijalno-kognitivnog pristupa, a to je teorija očekivanja i vrijednosti Eccles i suradnika. Prema teorija očekivanja i vrijednosti pretpostavlja se da na kvalitetu obrazovnih ishoda u značajnoj mjeri utječu motivacijska uvjerenja učenika i to posebno uvjerenje o kompetentnosti te subjektivna vrijednost koju učenik pridaje učenju određenog sadržaja.

Cilj diplomskog rada bio je utvrditi ulogu motivacijskih uvjerenja pri usvajanju koncepata iz matematike, preciznije pri usvajanju koncepata vezanih uz prizme. Htjeli smo provjeriti učeničku predodžbu prizme kao geometrijskog tijela, sposobnost prepoznavanja prizme, poznavanje njezinih elemenata i sposobnost opisa, odnosno definiranja prizme te ispitati motivacijska uvjerenja o učenju nastavnog sadržaja vezanog uz koncept prizme, te o učenju matematike općenito te utvrditi povezanost motivacijskih uvjerenja s postignutom konceptualnom promjenom u razumijevanju koncepta prizme.

Rezultati pokazauju kako su učenici postigli bolje rezultate u posttestu nego u predtestu, čime smo potvrdili očekivanja da će učenici imati veće znanje nakon obrade gradiva. Ipak, uz vidljiv napredak, rezultati na posttestu ukazuju na činjenicu da kod učenika još uvijek postoji prostor za napredak u količini usvojenog gradiva. Isto tako, rezultati su pokazali da učenici koji su sebe smatrali samoefikasnijima te koji su pridavali veću vrijednost kako matematici općenito, tako i prizmama, postigli bolji uspjeh na posttestu, ali samo u zadatku čije rješavanje je zahtijevalo višu razinu kognitivne uključenosti učenika.

SUMMARY

Maths is a school subject considered to belong to more difficult subjects because it requires continuous and constant hard work and a lot of invested time. To make the students achieve better results, we need something to incite them to learn and that something is motivation. The findings and the answers about the motivation in the learning process is given to us by the theory developed in the framework of the social-cognitive approach, and that is the expectancy-value theory by Eccles and associates. According to the expectancy-value theory it is assumed that motivational beliefs of students significantly influence the quality of the educational outcomes, especially the belief about competence, as well as the subjective value that the student adds to the studied content.

The goal of this thesis was to establish the role of motivational beliefs while studying concepts of maths, especially while learning about the concepts of a prism. We wanted to test the students' notion of a prism as a geometrical body, their ability to recognise it and its elements and their ability to describe it, i.e. to define it. We also wanted to test the motivational beliefs behind the study of the teaching material related to the concept of a prism and of the study of maths in general as well as to establish the connection between the motivational beliefs and the achieved conceptual change in the understanding of the concept of a prism.

The results showed that the students achieved better results in the post-test than in the preliminary test, which confirmed our expectations that the students would have better results after the teaching material was covered. However, despite the noticeable progress, the results on the post-test indicated that there was still room for the enhancement of the quantity of the material learnt. Also, the results showed that the students who considered themselves to be more self-efficient and who added more value to the maths in general,as well as to the prisms, achieved better results in the post-test, but only in the task whose answer demanded a higher level of the students' cognitive involvement.

ŽIVOTOPIS

Vedran Jovanović rođen je u Virovitici 5. rujna 1991. godine. Osnovnu školu od prvog do četvrtog razreda pohađao je u OŠ Ivana Gorana Kovačića u Terezinom Polju, malom mjestu nedaleko Virovitice, dok je osnovnu školu od petog do osmog razreda pohađao u OŠ Ivana Gorana Kovačića u Gornjem Baziju, također nedaleko Virovitice. Nakon završenog osnovnoškolskog obrazovanja, upisuje opću gimnaziju u gimnaziji Petra Preradovića u Virovitica u kojoj završava svoje srednjoškolsko obrazovanje. Nakon toga, odlazi u Zagreb studirati matematiku na Matematičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Preddiplomski sveučilišni studij Matematika; smjer: nastavnički upisuje 2010. godine, a završava ga 2013. godine. Nakon toga, 2013. godine upisuje diplomski sveučilišni studij Matematika; smjer: nastavnički i završava ga 2015. godine.