

# Spektralne karakteristike stojnih valova Bakarskog zaljeva

---

**Ražnjević, Anja**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:581902>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-06-30**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
GEOFIZIČKI ODSJEK

Anja Ražnjević

Spektralne karakteristike stojnih valova  
Bakarskog zaljeva

Diplomski rad

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
GEOFIZIČKI ODSJEK

SMJER: METEOROLOGIJA I FIZIČKA OCEANOGRAFIJA

**Anja Ražnjević**

Diplomski rad

**Spektralne karakteristike stojnih  
valova Bakarskog zaljeva**

Voditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Mirko Orlić

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2016.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Mirku Orliću na vodstvu, pomoći i strpljenju tokom cijelog procesa pisanja ovog diplomskog rada.

Posebno se želim zahvaliti roditeljima, ali i cijeloj obitelji, koji su uvijek bili uz mene. Zahvaljuem im na potpori, strpljenju i razumijevanju.

Zahvaljujem se i svim prijateljima, bez njih bi studiranje bilo mnogo manje zabavno.

## Sažetak

Provedena je analiza podataka s elektroničkog mareografa smještenog u Bakarskom zaljevu. Spektar snage izračunat iz dobivenih podataka pokazuje da se prvi mod javlja s periodima  $T_{11} = 26.53$  min,  $T_{12} = 22.63$  min,  $T_{13} = 19.92$  min, zatim drugi mod s periodima  $T_{21} = 8.06$  min,  $T_{22} = 7.79$  min,  $T_{23} = 7.24$  min te treći mod s periodom  $T_3 = 4.27$  min. Vidljivo je da modovi oscilacija Bakarskog zaljeva, izuzev trećeg, nemaju jedinstven period. Najveći rasap je vidljiv na prvom modu, gdje iznosi gotovo 7 min, dok je za drugi mod dobiven rasap s iznosom oko minute. Proveden je i račun za pojednostavljeni teorijski model kako bi se vidjelo slaganje s opaženim periodima i pokazao utjecaj položaja čvorne linije na ušću na periode. Čvorne linije postavljene su na presjeke ušća Rt Škrkovac – Rt Lipica, Rt Oštro – Rt Molnarić i Rt Srednji – Rt Nirvana. Ovisno o duljini ušća, dobiveni su periodi prvog moda od 21.45 min, 19.05 min i 17.11 min, periodi drugog moda su 8.08 min, 7.73 min i 6.86 min te je za treći mod dobiveno 4.89 min, 4.95 min i 4.92 min. Za prvi mod su vidljiva neslaganja između teorijskih perioda i perioda dobivenih iz mjerenja, iako teorijski rezultat pokazuje rasap od oko 4 min što se donekle slaže s mjerenim vrijednostima. Za više modove slaganje teorijskih i mjerenih perioda je mnogo bolje.

# Spectral characteristics of standing waves of the Bakar Bay

## Abstract

Analysis of data acquired from electronic tide gauge placed in the Bakar Bay has been carried out. The power spectra calculated from data shows that the first mode has periods of  $T_{11} = 26.53$  min,  $T_{12} = 22.63$  min,  $T_{13} = 19.92$  min, then the second one  $T_{21} = 8.06$  min,  $T_{22} = 7.79$  min,  $T_{23} = 7.24$  min, and the third one  $T_3 = 4.27$  min. It can be seen that the modes of the Bakar Bay, save for the third one, have multiple periods. The biggest span of the periods is found for the first mode with a value of almost 7 min. The second mode periods have span of about one minute. Calculation of the periods using simplified theoretical model has also been done with the purpose of comparing them with observed values and examining influence of position of nodal line at the bay mouth on periods. The nodal lines were placed at the cross sections Cape Škrkovac – Cape Lipica, Cape Oštro – Cape Molnarić and Cape Srednji – Cape Nirvana. Depending on the mouth length, calculated periods for the first mode were 21.45 min, 19.05 min and 17.11 min, the second mode periods were 8.08 min, 7.73 min and 6.86 min, and finally for the third mode the periods were 4.89 min, 4.95 min and 4.92 min. The first mode periods calculated from model and those from data are in disagreement, although calculated result has a difference between longest and shortest period of about 4 min which somewhat corresponds with the measured difference. For the higher modes, periods are in much better agreement.

# Sadržaj

|          |                                  |           |
|----------|----------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Uvod</b>                      | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Podaci i metode</b>           | <b>4</b>  |
| 2.1      | Mjerni uređaji . . . . .         | 4         |
| 2.2      | Teorijska podloga . . . . .      | 5         |
| 2.2.1    | Neumannovo rješenje . . . . .    | 7         |
| 2.2.2    | Korekcija za ušće . . . . .      | 7         |
| <b>3</b> | <b>Rezultati obrade podataka</b> | <b>9</b>  |
| 3.1      | Prvi mod . . . . .               | 12        |
| 3.2      | Drugi mod . . . . .              | 16        |
| <b>4</b> | <b>Teorijski rezultati</b>       | <b>21</b> |
| <b>5</b> | <b>Zaključak</b>                 | <b>24</b> |
|          | <b>Literatura</b>                | <b>26</b> |

# 1 Uvod

Seši su dugoperiodički stojni valovi koji se mogu javiti u zatvorenim bazenima, zaljevima ili kanalima. Očituju se periodičkim dizanjem i spuštanjem razine mora te periodičnim strujanjima vode. Mogu biti izazvani atmosferskim poremećajima ili – u slučaju zaljeva – i utjecajima iz vanjskog bazena. Periodi oscilacija uvjetovani su oblikom bazena tj. oblikom obale, duljinom, širinom, dubinom i reljefom dna, te se mogu javljati s periodima od nekoliko desetaka sekundi do nekoliko sati. Za razliku od perioda stojnih valova koji su neovisni o vanjskim utjecajima, njihove amplitude ovise o mehanizmima koji su ih uzrokovali.

Najstarija zabilježena opažanja stojnih valova na jezeru potječu iz 16. st. kad su opaženi na Bodenskom jezeru, dok su na moru poznati još i ranije, npr. u starom vijeku su bila poznata periodična strujanja u Euripu [1]. Prva temeljita istraživanja gibanja tekućina vršili su W. E. Weber i E. H. Weber 1825. godine. Oni su i prvi prikazali stojne valove u ograničenom kanalu. Otprilike istovremeno J. P. E. Vaucher primjećuje da se ritmičko dizanje i spuštanje razine vode javlja u svim jezerima. Jezerske seše prvi sistematično proučava A. F. Forel, koji i prvi uvodi pojam seši u znanstvenu terminologiju. Njegov rad definitivno utvrđuje da su seši stojni valovi ograničenih bazena i da su periodi oscilacija uvjetovani dimenzijama bazena [1]. Početkom 20. st. G. Chrystal razvija hidrodinamičku teoriju koja daje teorijska objašnjenja stojnih valova u jezerima koja nemaju bazene previše nepravilna oblika. Ta teorija je bila temelj ostalim radovima u ovom području.

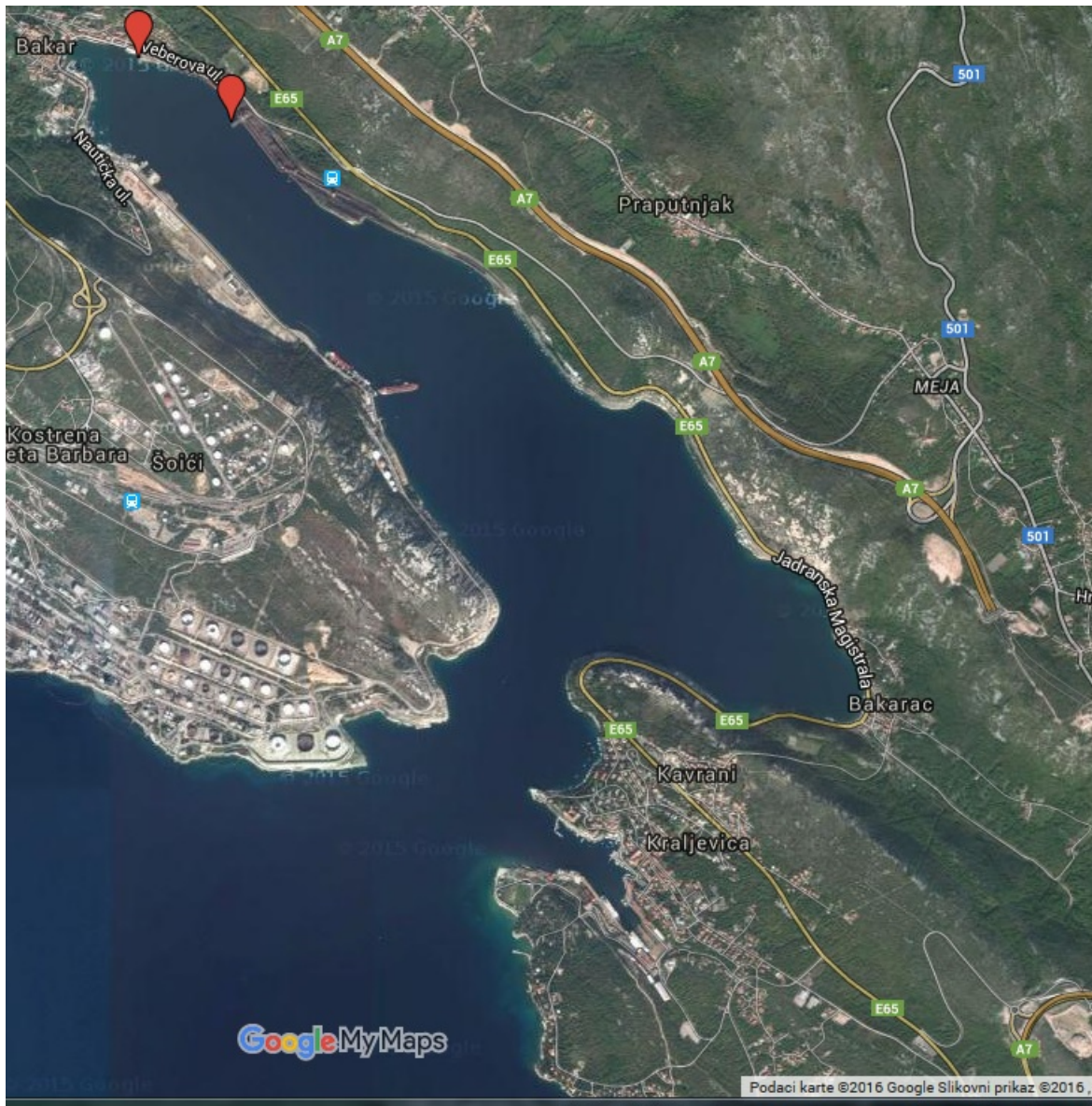
Mareografska mjerenja u Bakarskom zaljevu počinju 1929. godine uspostavljanjem mareografske postaje koja radi gotovo neprekinuto do danas. Mareografska postaja dala je najdulji zabilježen niz nekog oceanografskog parametra u Hrvatskoj. Mareograf je smješten u prostoriji Lučke kapetanije odnosno Carinarnice u Bakru uz zdenac koji je spojnom cijevi povezan s morem. U Bakru je, osim mehaničkog mareografa, od 1. listopada 2004. u pogonu i radarski mareograf. Položaji oba instrumenta prikazani su na slici 1.1.

Prva istraživanja stojnih valova Bakarskog zaljeva provedena su 1936., kada je Geofizički zavod organizirao višednevna mjerenja. Osim stalnog mareografa, nabavljen je i prijenosni instrument te su konstruirana još dva mareometra. J. Goldberg i K. Kempni 1938. izdaju rad baziran na tim mjerenjima [1], u kojemu su odredili različite periode oscilacija u zaljevu i povezali ih sa sešima. Periodi koje su dobili iz mjerenja za prvi mod osciliranja su  $T_{11} = 24.0$  min,  $T_{12} = 22.0$  min i  $T_{13} = 20.0$  min, za drugi mod su dobili period od  $T_2 = 8.0$  min dok su za treći mod odredili period  $T_3 = 4.3$  min. Proveli su i teorijski račun kako bi objasnili rezultate mjerenja, tako da su korito zaljeva ograničili trima linijama u Bakarskim vratima i za svaku od njih proveli zasebnu analizu. Linije su 1) Lipica - Molnarić, 2) Rt Oštro - Rt Sršćica i 3) Rt Zrinj - Rt Fortica. U računu su koristili metodu ostataka, koju je razvio A. Defant [2], a za sve izračunate periode dodali su i korekciju za ušće [3], [4]. Izračunati periodi



prvog moda su  $T_{11} = 23.6$  min,  $T_{12} = 21.9$  min i  $T_{13} = 19.5$  min, za drugi mod su dobili dva rezultata  $T_{21} = 9.5$  min i  $T_{22} = 8.2$  min, a za treći mod period je bio  $T_3 = 4.3$  min.

M. Orlić i M. Pasarić su 1997. prvi napravili spektralnu analizu podataka dobivenih elektroničkim mareografom [5]. Mareograf je bio postavljen u more 50-ak metara od obale. Periodi prvog moda koje su dobili su  $T_{11} = 26.9$  min,  $T_{12} = 22.3$  min i  $T_{13} = 19.7$  min, za drugi mod dobili su  $T_2 = 7.8$  min te za treći mod  $T_3 = 4.3$  min.



Slika 1.1: Položaji mareografa u Bakarskom zaljevu, slika preuzeta s [6].

U ovom radu analizirani su podaci dobiveni elektroničkim mareografom u Bakarskom zaljevu. Elektronički mareograf omogućuje veću preciznost mjerenja i kraći interval uzorkovanja od mehaničkog mareografa, što će omogućiti bolji uvid u spek-

tar oscilacija Bakarskog zaljeva. Provedena je i teorijska analiza za jednostavan model bazena koji ima oblik sličan Bakarskom zaljevu. Svrha analize je postići bolji uvid u spektralne karakteristike Bakarskog zaljeva i uočiti poveznice s dosadašnjim proučavanjima.

## 2 Podaci i metode

### 2.1 Mjerni uređaji

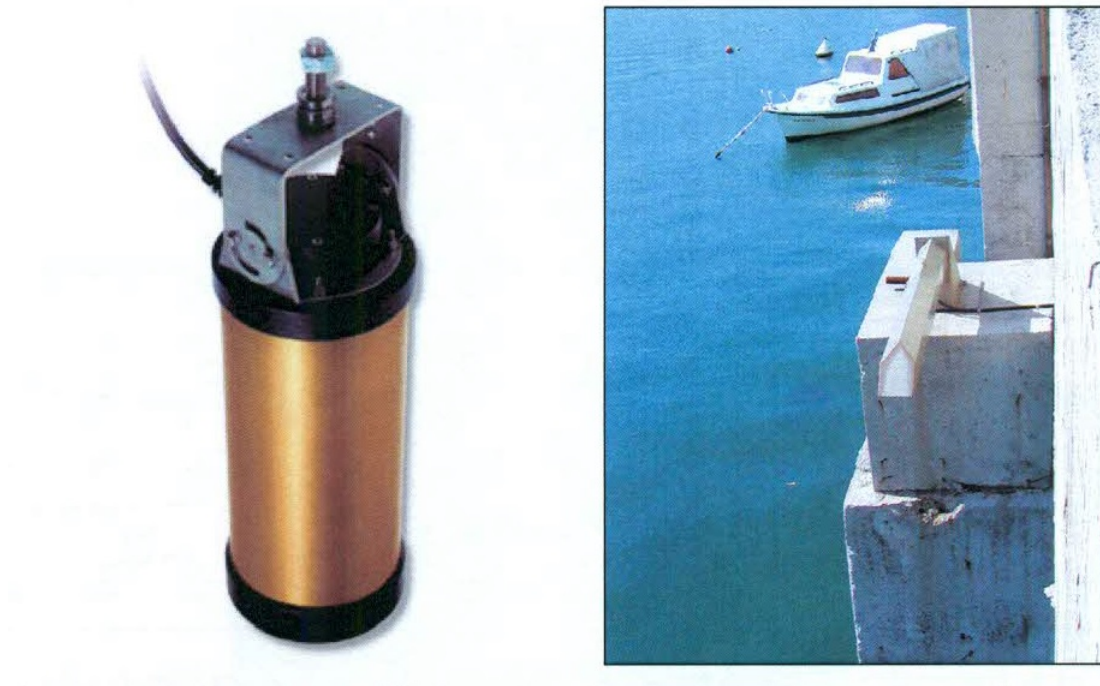
Uređaj OTT Thalimedes je elektronički mareograf koji kontinuirano mjeri promjene razine mora u zdencu povezanom s vanjskim morem pomoću cijevi. Razina mora se mjeri pomoću sustava plovka i protuutega, a podaci se pohranjuju u digitalnom obliku. Preciznost uređaja je  $\pm 1$  cm, a najkraći interval uzorkovanja je 1 min. Uređaj je opremljen A/D pretvaračem, centralnom jedinicom s akumulatorskim napajanjem i GSM modemom za bežični prijenos podataka. Podaci o karakteristikama uređaja preuzeti su s [7].



Slika 2.1: OTT Thalimedes, prikaz uređaja prije i nakon postavljanja, slika preuzeta iz [8].

Uređaj Kalesto je radarski mareograf koji radi tako da prema površini mora šalje mikrovalove frekvencije 24.125 GHz u konusnom snopu širine  $5^\circ$ . Emitirana zraka se reflektira od površine te uređaj mjeri vrijeme potrebno da se zraka vrati do senzora. Minimalna visina na koju je potrebno postaviti uređaj je 1.5 m, no ako se uređaj postavi horizontalno unutar metalnog zrcala udaljenost se može smanjiti na 0.3 m. Preciznost uređaja je  $\pm 1$  cm, a najkraći interval uzorkovanja je 1 min. Svako mjerenje se dobije usrednjavanjem 40 refleksija u intervalu od 17 sekundi. Podaci o karakteristikama mjernog uređaja Kalesto preuzeti su iz [9].





Slika 2.2: Radarski mareograf Kalesto (lijevo) i nosač unutar kojeg se nalazi uređaj postavljen u Bakru, slika preuzeta iz [9].

## 2.2 Teorijska podloga

Kako bi se dobilo analitičko rješenje za dugoperiodičke oscilacije u moru, jednadžbe gibanja i jednadžba kontinuiteta mogu se pojednostaviti sljedećim pretpostavkama: more je homogeno, trenje je zanemarivo, zanemarive su vertikalna komponenta Coriolisove sile i sila uzročnica morskih mijena. Također, vrijedi i hidrostatička aproksimacija. Kako bi se slučaj dalje pojednostavio može se pretpostaviti da su amplitude poremećaja male i da je dubina bazena konstantna. Uz sve navedene pretpostavke i pojednostavljenja dobije se sustav lineariziranih jednadžbi za plitki fluid:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \quad (2.2)$$

$$H \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0 \quad (2.3)$$

gdje su  $u$  i  $v$  komponente brzine u  $x$ , odnosno  $y$  smjeru,  $H$  je dubina bazena,  $g$  ubrzanje sile teže,  $f$  Coriolisov parametar, a  $\zeta$  je denivelacija. Ovaj sustav daje rješenja za dvije vrste valova, ovisno o odnosu perioda i inverza Coriolisovog parametra. Ako se gleda slučaj kada su oni usporedivi tj.  $T \approx \frac{1}{f}$  dobiju se rješenja za inercijalno težinske

valove. Sada se može pretpostaviti rješenje za denivelaciju,

$$\zeta = \text{Re}[ae^{i(kx - \sigma t)}], \quad (2.4)$$

gdje je  $a$  amplituda,  $k$  valni broj, a  $\sigma$  kružna frekvencija. Taj izraz uvrštavanjem u jednadžbe za plitki fluid, uz pretpostavku da je valni broj veći od inverza Rossbyjevog radijusa deformacije, daje izraze koji opisuju težinske valove,

$$\zeta = a \cos(kx - \sigma t), \quad (2.5)$$

$$u = \frac{gk}{\sigma} a \cos(kx - \sigma t), \quad (2.6)$$

$$v \approx 0. \quad (2.7)$$

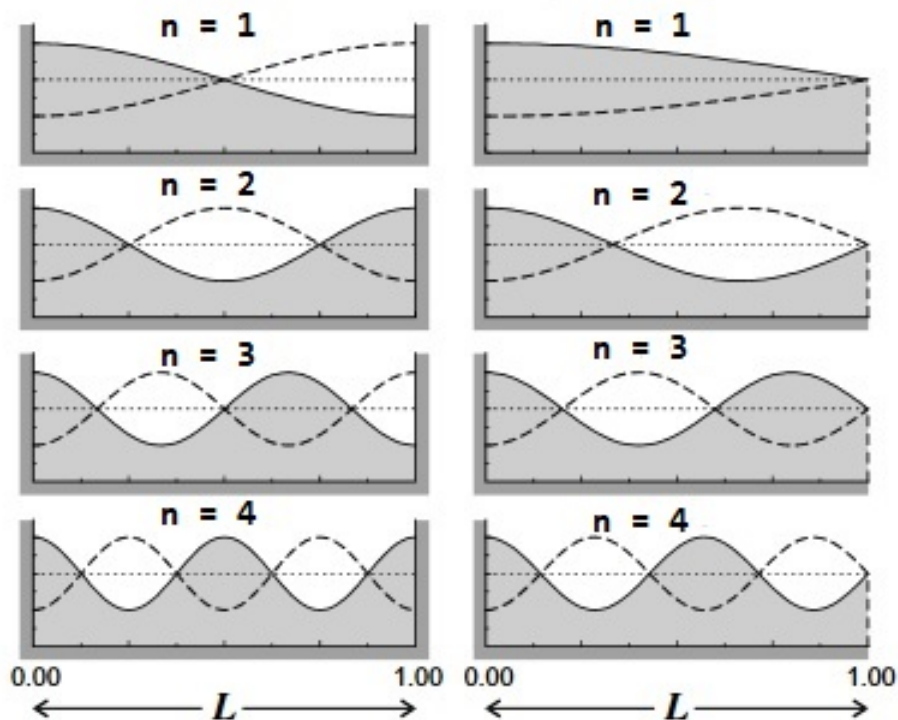
Periode oscilacija u pravokutnom bazenu prvi je pronašao J. R. Merian 1828. godine i za zaljev konstantne dubine  $H$  i duljine  $L$  oni su dani s

$$T_n = \frac{4L}{(2n - 1)\sqrt{gH}}, \quad (2.8)$$

gdje  $n = 1, 2, \dots$  označava broj čvornih linija, odnosno mod titranja. Periodi za zatvoren bazen su dani izrazom

$$T_n = \frac{2L}{n\sqrt{gH}}, \quad (2.9)$$

gdje  $n = 1, 2, \dots$  označava mod titranja (slika 2.3).



Slika 2.3: Prikaz prvih četiri moda osciliranja za zatvoreni bazen i za zaljev. Slika je preuzeta iz [10].

### 2.2.1 Neumannovo rješenje

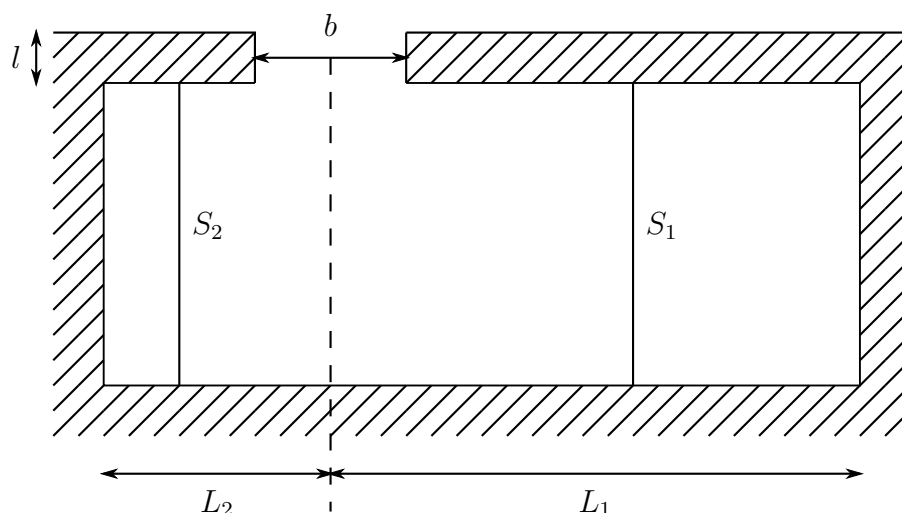
Bakarski zaljev se može aproksimirati zaljevom prikazanim na slici 2.4. Rješenje za takav sustav uz pretpostavke iz prethodnog odjeljka postoji u [11] i glasi

$$\frac{S_1}{C_1} \tan\left(\frac{L_1}{C_1}\sigma\right) + \frac{S_2}{C_2} \tan\left(\frac{L_2}{C_2}\sigma\right) = \frac{\alpha}{\sigma}, \quad (2.10)$$

gdje su  $S_1$  i  $S_2$  poprečni presjeci,  $L_1$  i  $L_2$  su duljine dvije strane korita,  $C_1$  i  $C_2$  su brzine ( $C_i = \sqrt{gH_i}$ ,  $H_i$  je dubina), a  $\sigma$  je kružna frekvencija. Parametar  $\alpha$  se odnosi na dimenzije ušća i glasi

$$\alpha = \frac{bh}{l}, \quad (2.11)$$

gdje su  $b$  širina,  $l$  duljina i  $h$  dubina ušća.



Slika 2.4: Shematski prikaz bazena s jednim otvorom postavljenim okomito na tok glavnog korita.

Jednadžba (2.10) transcendentna je jednadžba koju nije moguće riješiti analitički. Jedan od načina da se izračuna  $\sigma$  je da se pronađu nultočke funkcije

$$f(\sigma) = \frac{S_1}{C_1} \tan\left(\frac{L_1}{C_1}\sigma\right) + \frac{S_2}{C_2} \tan\left(\frac{L_2}{C_2}\sigma\right) - \frac{\alpha}{\sigma} \quad (2.12)$$

pomoću Newton-Raphsonove metode [12].

### 2.2.2 Korekcija za ušće

Granica između zaljeva i otvorenog mora nije čvrsta. Neka je korito zaljeva na ušću ograničeno nekim presjekom. Prilikom oscilatornog gibanja voda u zaljevu kroz taj presjek međudjeluje i s masom s vanjske strane. To znači da horizontalni pomak ima svoj nastavak onkraj ušća, čime se efektivno produljuje korito za neki iznos. Kako bi se dobili točni periodi osciliranja, u zaljevu se mora na izračunati period za omeđeni

bazen dodati i korekcija za ušće [3], [4]. Korekcije za prva tri moda zaljeva dane su

$$T_{1,k} = T_1 \left\{ 1 + \frac{b}{\pi L} \left[ \frac{3}{2} - \gamma - \ln \left( \frac{\pi b}{4L} \right) \right] \right\}, \quad (2.13)$$

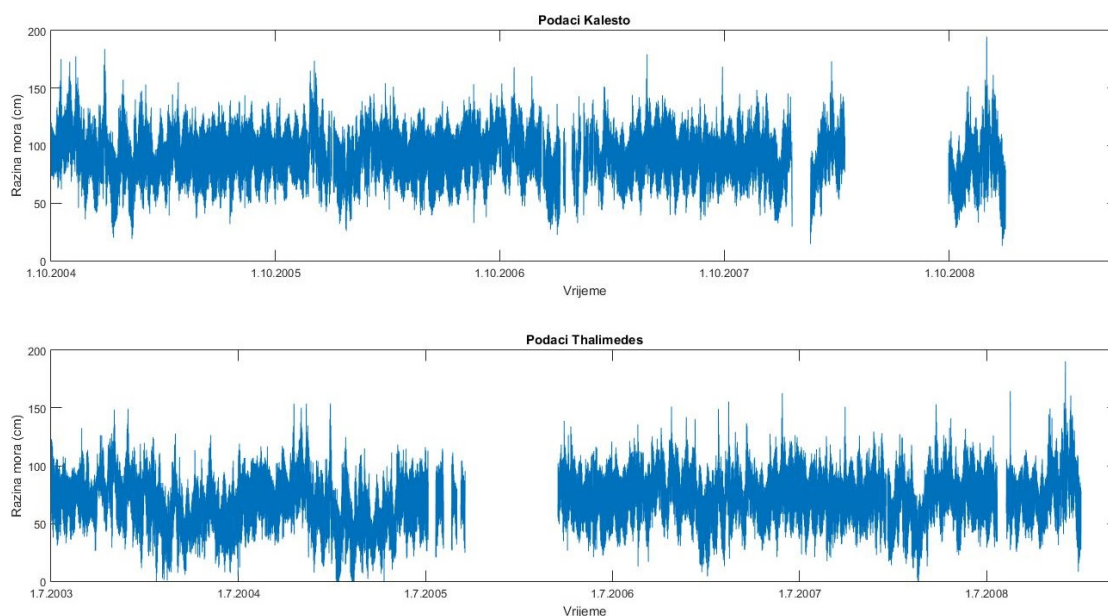
$$T_{2,k} = T_2 \left\{ 1 + \frac{b}{\pi L} \left[ \frac{3}{2} - \gamma - \ln \left( \frac{3\pi b}{4L} \right) \right] \right\}, \quad (2.14)$$

$$T_{3,k} = T_3 \left\{ 1 + \frac{b}{\pi L} \left[ \frac{3}{2} - \gamma - \ln \left( \frac{5\pi b}{4L} \right) \right] \right\}, \quad (2.15)$$

gdje su  $T_{i,k}$ , korigirani periodi,  $T_i$  su periodi za omeđen bazen ( $i = 1, 2, 3$ ),  $b$  je širina ušća,  $L$  je duljina korita, a  $\gamma = 0.5772$  je Eulerova konstanta.

### 3 Rezultati obrade podataka

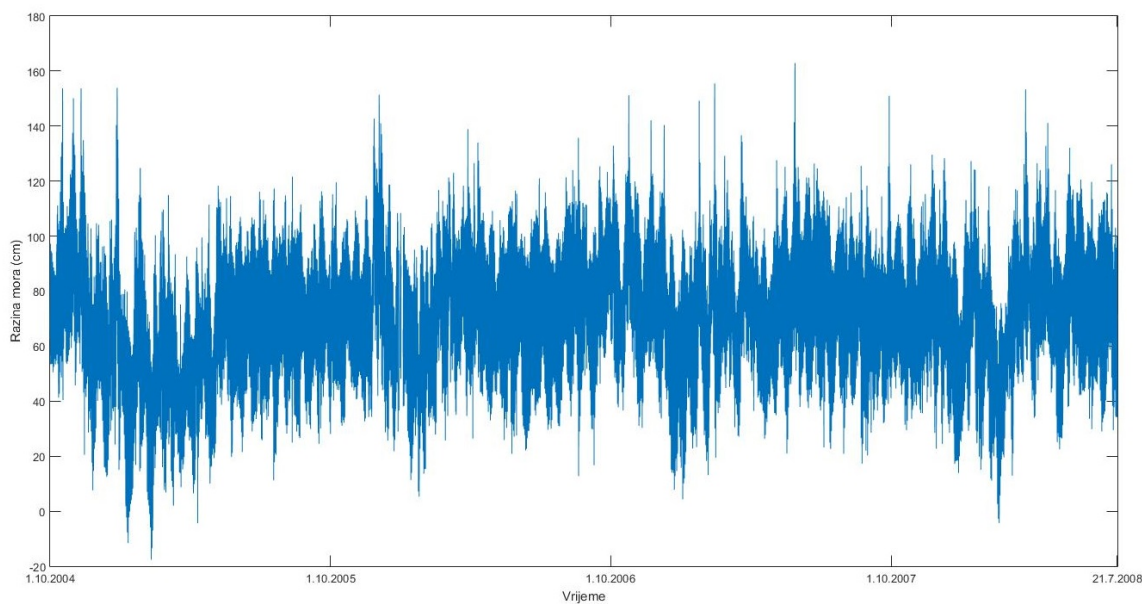
Analiza oscilacija Bakarskog zaljeva se radi za podatke dobivene uređajem Thalimedes za razdoblje 1.7.2003. – 31.12.2008. Zbog nekoliko prekida u radu uređaja u tom razdoblju podaci su nepotpuni i bila je potrebna linearna interpolacija podacima s uređaja Kalesto (slika 3.1). Interval uzorkovanja oba uređaja je jedna minuta.



Slika 3.1: Podaci s uređaja Kalesto i Thalimedes za razdoblje 1.10.2004.-31.12.2008. odnosno 1.7.2003.-31.12.2008.

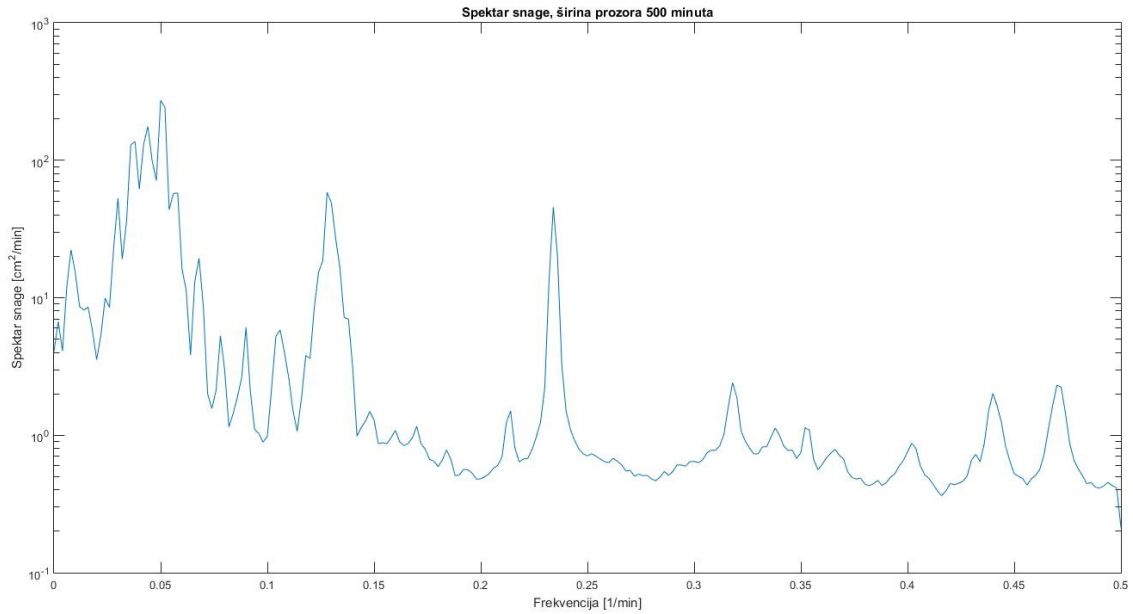
Provedena regresijska analiza pokazuje dobra slaganja među podacima što se potvrdilo i koeficijentom korelacije među podacima s Thalimedesom i Kalestom koji iznosi 0.977. Dobiveni parametri regresije su  $a = 0.9864$  i  $b = -20.1395$ . Velik parametar  $b$ , tj. odsječak na y-osi, posljedica je razlika mareografskih nula na dva uređaja. Pomoću dobivenih parametara napravljena je linearna interpolacija među podacima i rezultatni niz podataka prikazan je na slici 3.2. Rezultatni niz s uređaja Thalimedes je kraći od originalnog zato što su u jednom trenutku nedostajali podaci i s Thalimedesom i s Kalestom i interpolacija nije bila moguća pa je tu niz prekinut. Sva daljnja obrada bit će vršena na nizu podataka s uređaja Thalimedes za razdoblje 1.10.2004. – 21.7.2008., na kojem su eventualne praznine popunjene podacima s Kalestom.



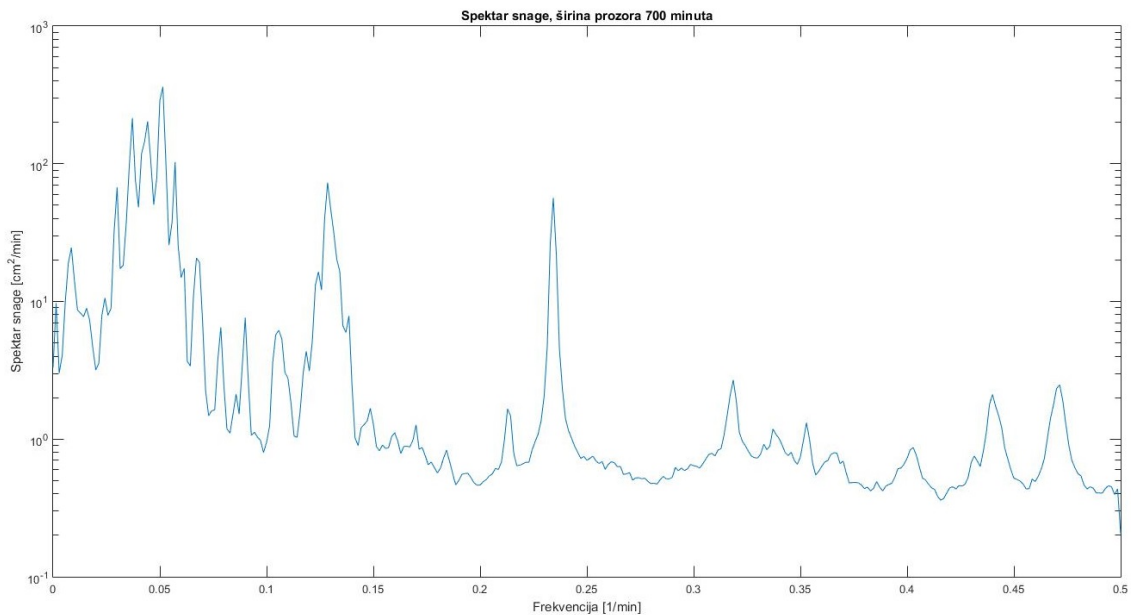


Slika 3.2: Podaci s uređaja Thalimedes nakon interpolacije podacima s Kalesta, razdoblje 1.10.2004. - 21.7.2008.

Primjenom visokopropusnog filtra iz podataka su uklonjene sve oscilacije perioda duljeg od sat vremena te je daljnja analiza vršena na filtriranom nizu. Izračunat je spektar snage za cijeli niz primjenom metode koju je razvio P. D. Welch [13], pri čemu su uzete širine prozora od 500 i 700 min i preklapanje prozora od 50% (slike 3.3 i 3.4). Spektar snage pokazuje da se vlastite oscilacije Bakarskog zaljeva javljaju s periodima od 26.53, 22.63, 19.92 min, zatim 8.06, 7.79, 7.24 min te 4.27 min. Iz spektra je vidljivo kako osnovni mod nosi najviše snage i zatim snaga opada prema višim modovima.

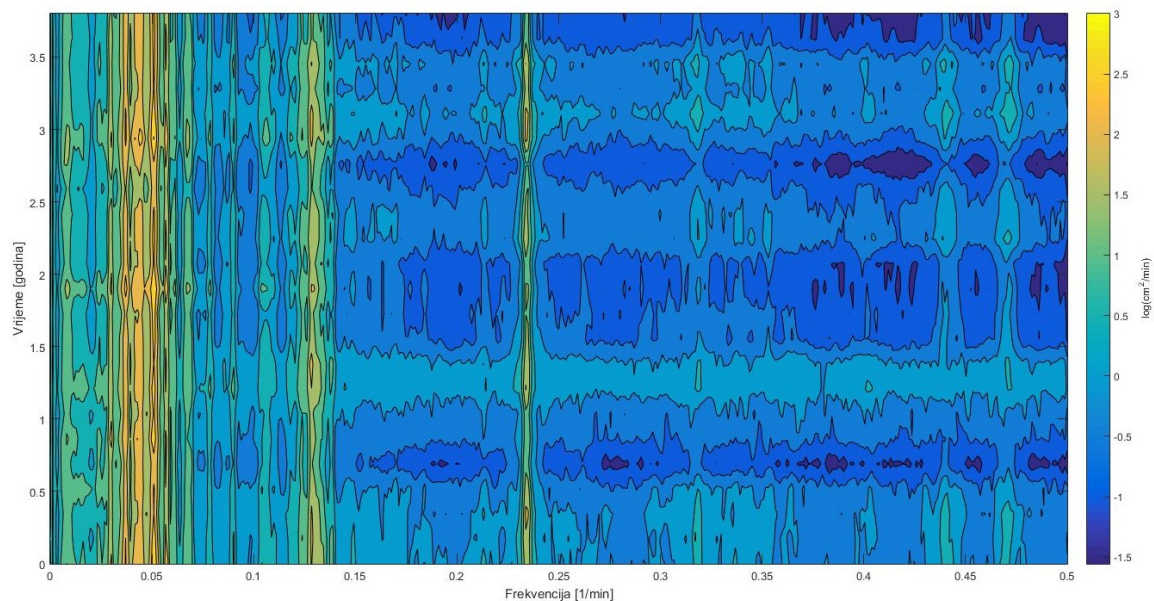


Slika 3.3: Spektar snage za visokofrekventni niz, širina prozora je 500 minuta, interval pouzdanosti je toliko mali da se ne vidi na grafu.



Slika 3.4: Spektar snage za visokofrekventni niz, širina prozora je 700 minuta, interval pouzdanosti je toliko mali da se ne vidi na grafu.

Na slici 3.5 se nalazi prikaz spektra snage u vremenu iz kojeg se također može vidjeti kako osnovni period ima najviše snage naspram ostala dva, no ne može se vidjeti međusobni odnos bliskih perioda kao što je vidljivo sa slika 3.3 i 3.4.

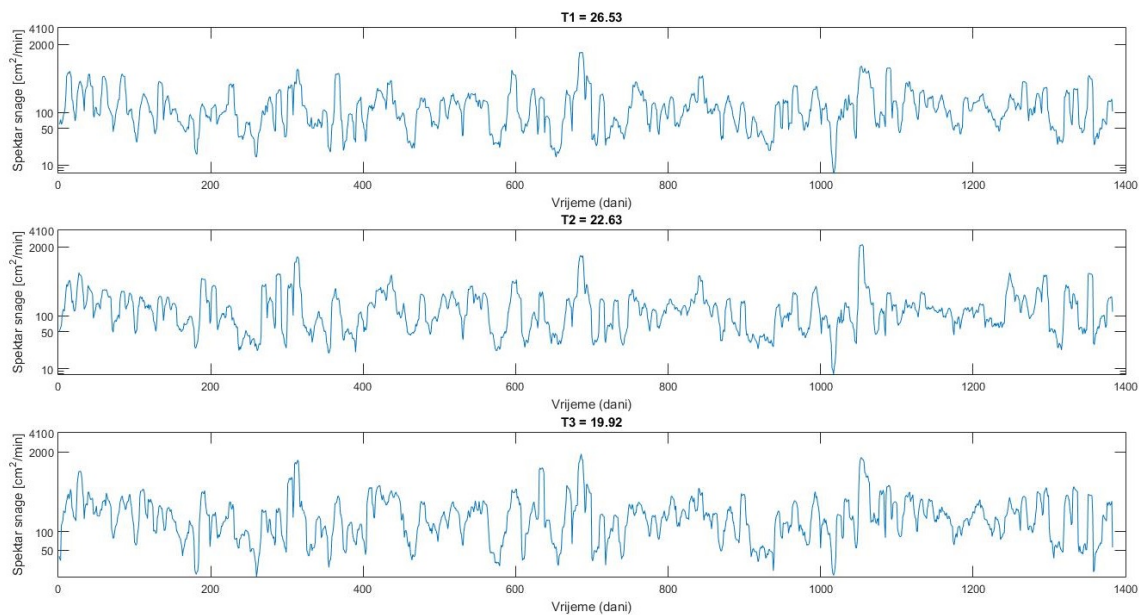


Slika 3.5: Spektar snage u vremenu za visokofrekventni niz.

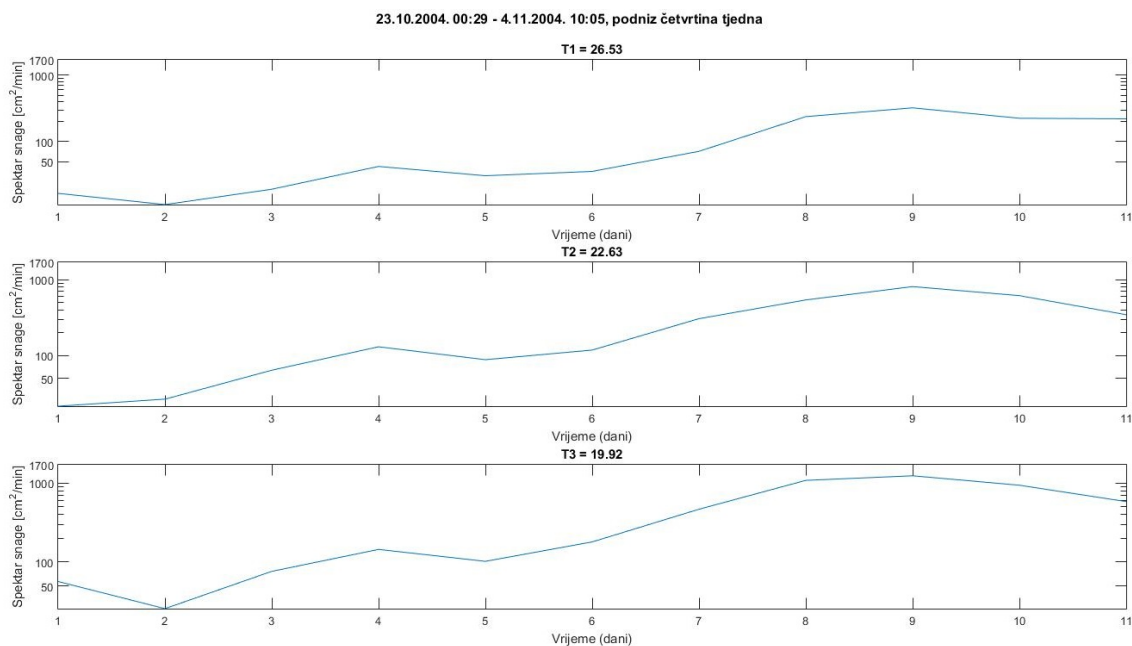
Iz spektra snage se može vidjeti kako osnovni mod i drugi mod oscilacija obilježava više perioda. Kako bi se pobliže razmotrilo što se događa, može se pogledati vremenski razvoj tih perioda za pojedine modove. Treći mod osciliranja neće se razmatrati jer on ima samo jednu vrijednost perioda.

### 3.1 Prvi mod

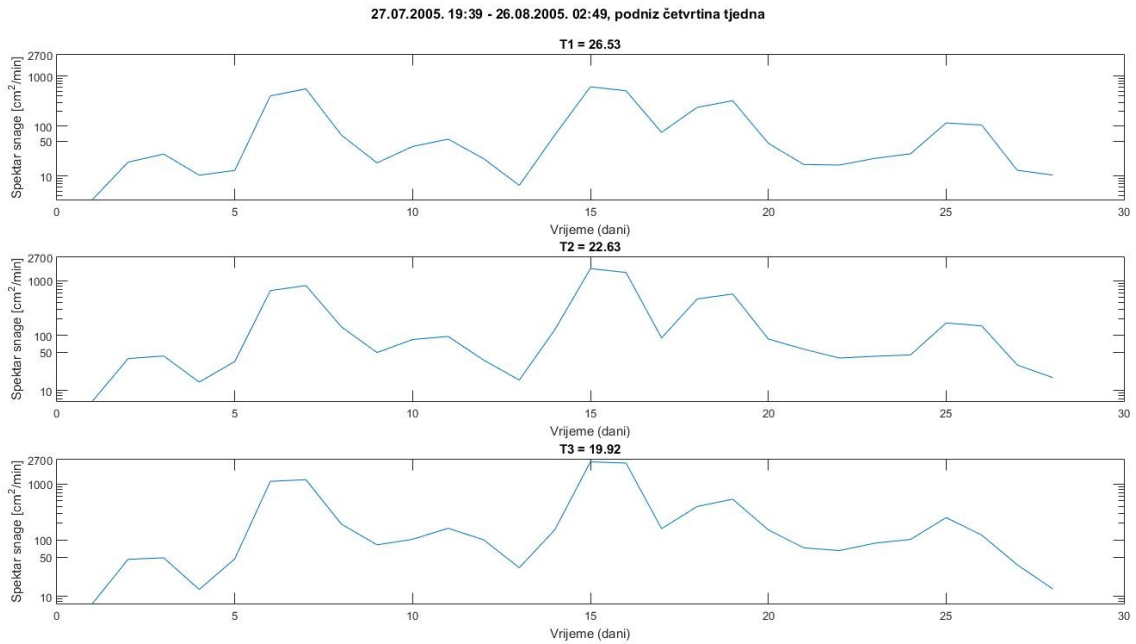
Kako je već rečeno, prvi mod se javlja s periodima od 26.53, 22.63 i 19.92 min. Snaga prvog moda u vremenu prikazana je na slici 3.6. S obzirom na duljinu niza, teško je vizualno odrediti kako se periodi odnose jedan prema drugome pa su izabrane četiri epizode kada je pojava seša bila posebno izražena. Razdoblja za koja su promatrani seši su 23. 10. 2004. – 4. 11. 2004., 27. 7. 2005. – 26. 8. 2005., 04. 06. 2006. – 02. 09. 2006. te 14. 8. 2007. – 2. 9. 2007. Treće razdoblje je toliko dugo jer se tada pojavljuju dva uzastopna maksimuma osnovnog perioda pa se sve promatra kao jedna epizoda. Maksimumi koji su bili kriterij za odabir epizoda su najbolje vidljivi sa slike 3.6 i to za prikaz snage perioda od 19.92 min. Snage perioda su određene na podnizovima dugim četvrtinu tjedna sa širinom prozora od 500 min, a rezultati su prikazani na slikama 3.7 – 3.10.



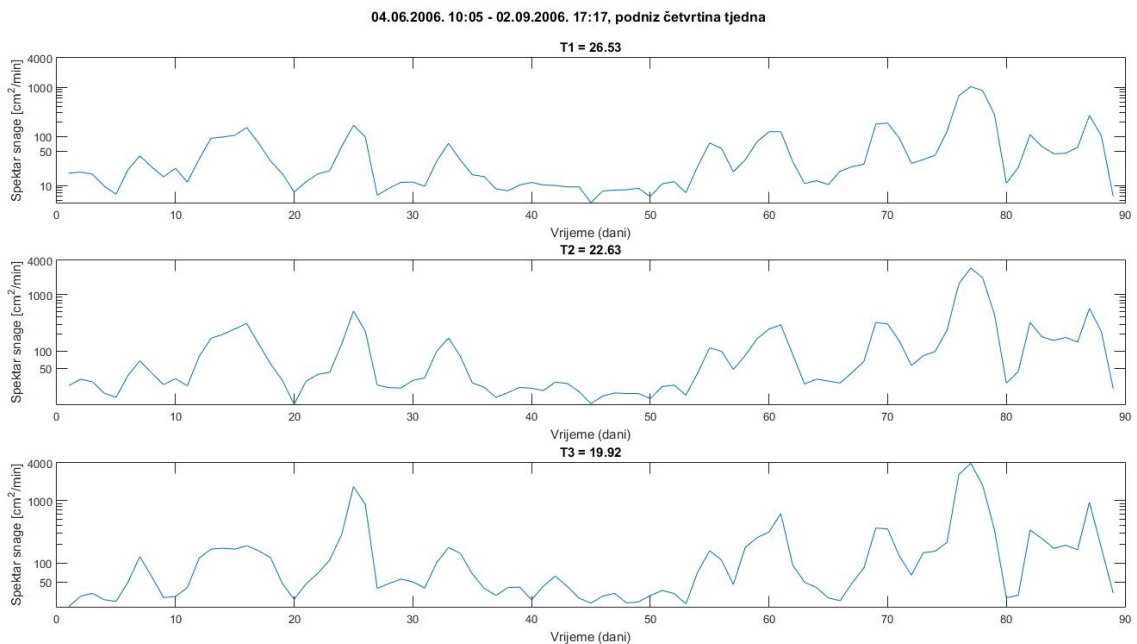
Slika 3.6: Snaga perioda  $T_{11} = 26.53$  min,  $T_{12} = 22.63$  min i  $T_{13} = 19.92$  min u vremenu, širina prozora 500 min.



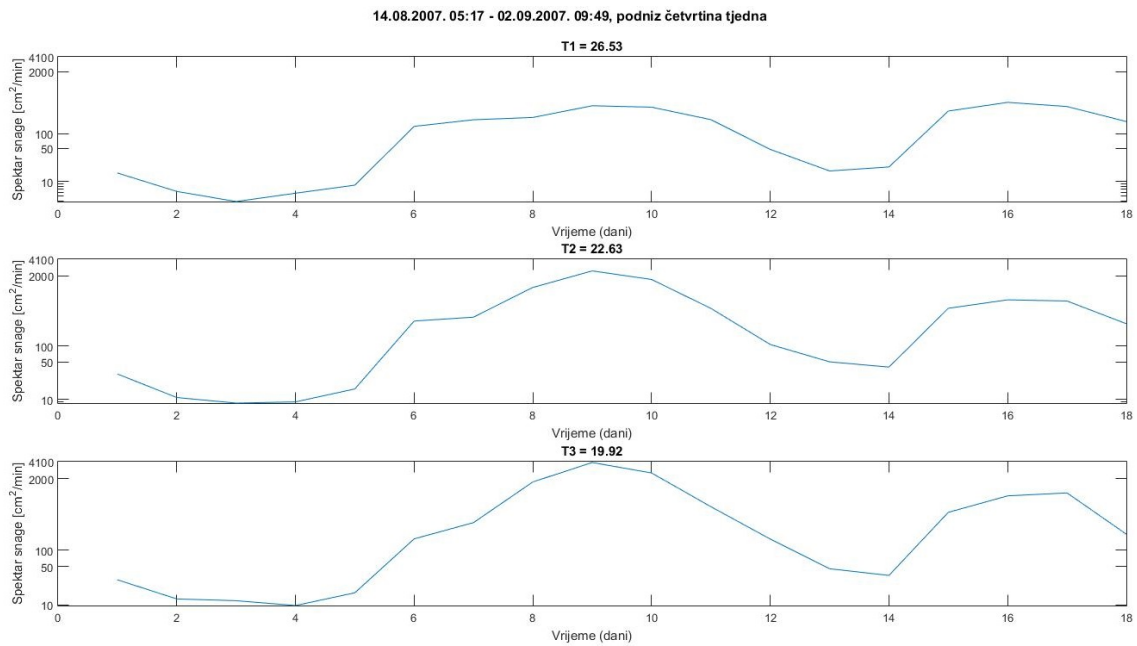
Slika 3.7: Snaga perioda  $T_{11} = 26.53$  min,  $T_{12} = 22.63$  min i  $T_{13} = 19.92$  min u vremenu za prvu epizodu, duljina podniza je četvrtina tjedna, a širina prozora 500 min.



Slika 3.8: Snaga perioda  $T_{11} = 26.53$  min,  $T_{12} = 22.63$  min i  $T_{13} = 19.92$  min u vremenu za drugu epizodu, duljina podniza je četvrtina tjedna, a širina prozora 500 min.



Slika 3.9: Snaga perioda  $T_{11} = 26.53$  min,  $T_{12} = 22.63$  min i  $T_{13} = 19.92$  min u vremenu za treću epizodu, duljina podniza je četvrtina tjedna, a širina prozora 500 min.



Slika 3.10: Snaga perioda  $T_{11} = 26.53$  min,  $T_{12} = 22.63$  min i  $T_{13} = 19.92$  min u vremenu za četvrtu epizodu, duljina podniza je četvrtina tjedna, a širina prozora 500 min.

Radi preglednosti vrijednosti lokalnih maksimuma za svaku od frekvencija i za pojedinu epizodu prikazani su u tablici 3.1.

Vidljivo je sa slika i iz tablice da se maksimumi za sva tri perioda prvog moda javljaju gotovo istovremeno. Također se vidi da najkraći period, onaj od 19.92 min, gotovo uvijek ima najviše snage, zatim period od 22.63 min. Najdulji period, od 26.53 min, je najslabiji. Vidljivo je i da se periodi ne javljaju uvijek s jednakim snagama kao i to da se omjer snaga razlikuje od epizode do epizode.

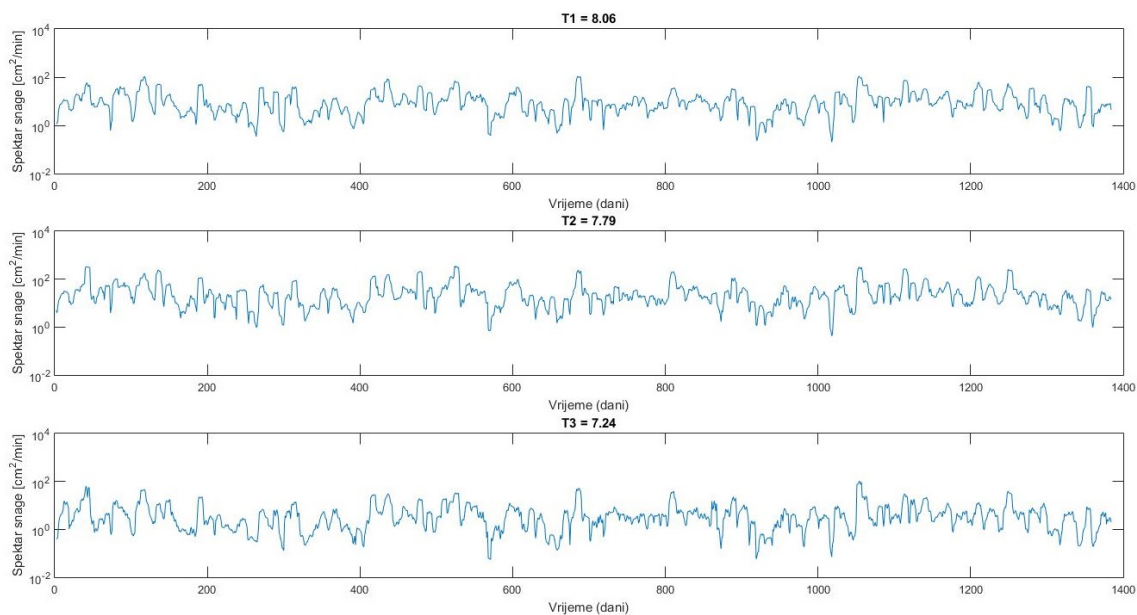
Tablica 3.1: Istovremeni maksimumi snage ( $cm^2/min$ ) za tri perioda. Za slučaj kad maksimumi ne nastupaju istog dana stavljen je datum najvećeg maksimuma, a kurzivom su prikazane vrijednosti koje su ostali periodi imali u to vrijeme. Također, prikazani su i omjeri snaga za pojedine periode.

| Datum         | $T_{11} = 26.53$ min | $T_{12} = 22.63$ min | $T_{13} = 19.92$ min | $T_{12}/T_{11}$ | $T_{13}/T_{11}$ | $T_{13}/T_{12}$ |
|---------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 26. 10. 2004. | 42.3                 | 130.2                | 144.6                | 3.01            | 3.42            | 1.11            |
| 31. 10. 2004. | 322.2                | 811.7                | 1233.7               | 2.52            | 3.83            | 1.52            |
| 30. 7. 2005.  | 27.5                 | 42.5                 | 48.5                 | 1.55            | 1.76            | 1.14            |
| 3. 8. 2005.   | 516.1                | 820.3                | 1188.8               | 1.59            | 2.30            | 1.45            |
| 7. 8. 2005.   | 54.8                 | 96.6                 | 162.6                | 1.76            | 2.97            | 1.68            |
| 11. 8. 2005.  | 616.6                | 1674.2               | 2468.5               | 2.74            | 4.00            | 1.47            |
| 15. 8. 2005.  | 324.0                | 575.5                | 535.3                | 1.78            | 1.65            | 0.93            |
| 21. 8. 2005.  | 116.1                | 170.1                | 251.7                | 1.47            | 2.17            | 1.48            |
| 10. 6. 2006.  | 40.0                 | 67.7                 | 127.0                | 1.69            | 3.18            | 1.88            |
| 19. 6. 2006.  | 152.1                | 308.9                | 189.8                | 2.03            | 1.25            | 0.61            |
| 28. 6. 2006.  | 168.8                | 509.6                | 1668.1               | 3.02            | 9.88            | 3.27            |
| 6. 7. 2006.   | 72.2                 | 170.7                | 176.9                | 2.36            | 2.45            | 1.04            |
| 28. 7. 2006.  | 73.1                 | 144.8                | 157.1                | 1.98            | 2.42            | 1.09            |
| 3. 8. 2006.   | 124.3                | 292.2                | 618.1                | 2.35            | 4.97            | 2.12            |
| 12. 8. 2006.  | 168.8                | 321.3                | 362.5                | 1.90            | 2.15            | 1.13            |
| 19. 8. 2006.  | 1033.0               | 2921.6               | 3929.8               | 2.83            | 3.80            | 1.35            |
| 29. 8. 2006.  | 266.3                | 567.7                | 935.5                | 2.13            | 3.51            | 1.65            |
| 22. 8. 2007.  | 388.4                | 2488.3               | 3955.3               | 6.41            | 10.18           | 1.59            |
| 29. 8. 2007.  | 457.4                | 719.0                | 974.8                | 1.57            | 2.13            | 1.36            |

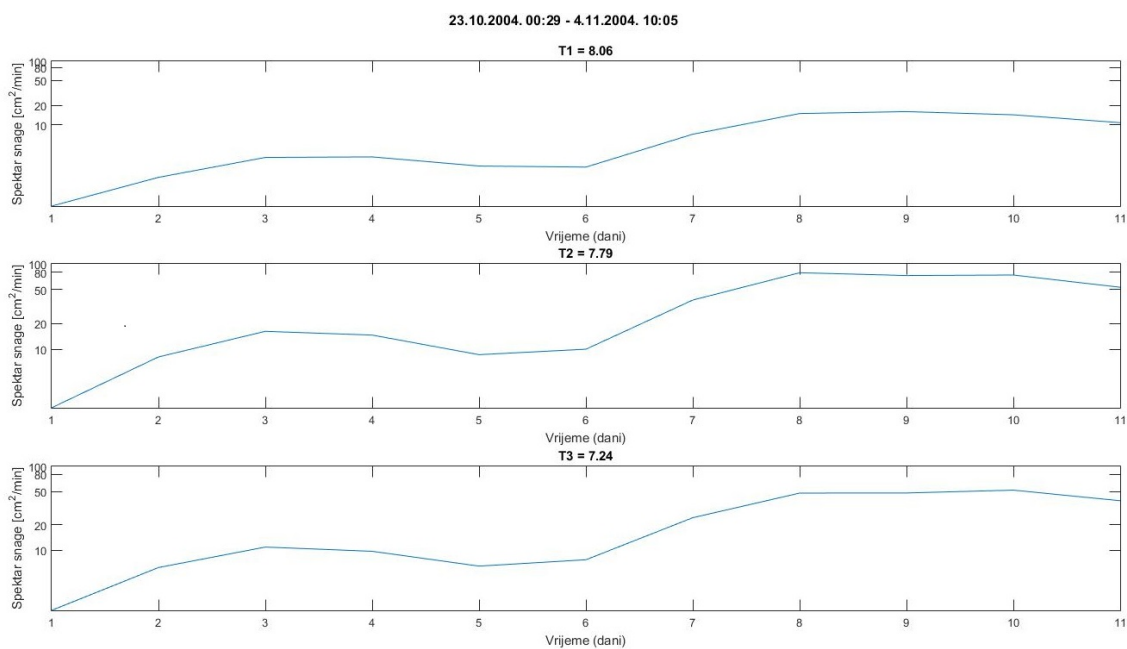
### 3.2 Drugi mod

Ista se analiza može napraviti na periodima drugog moda. Analiza je rađena za ista razdoblja kao i za osnovni mod. Rezultati su prikazani na slikama 3.11 – 3.15 te u tablici 3.2.



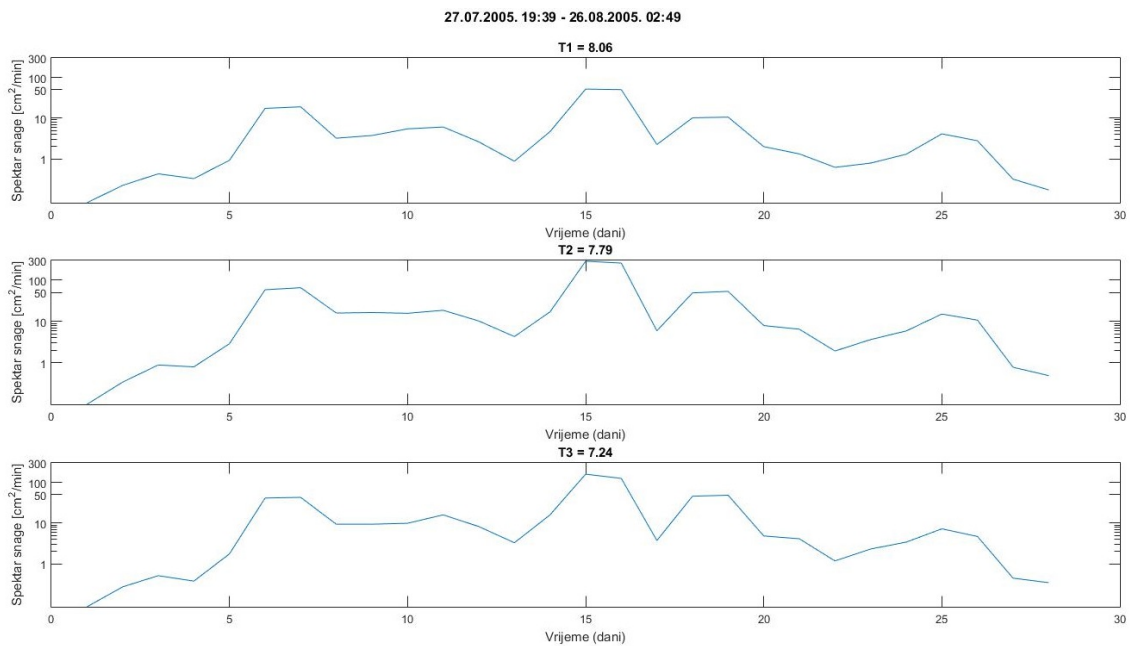


Slika 3.11: Snaga perioda  $T_{21} = 8.06$  min,  $T_{22} = 7.79$  min i  $T_{23} = 7.24$  min u vremenu, širina prozora 500 min.

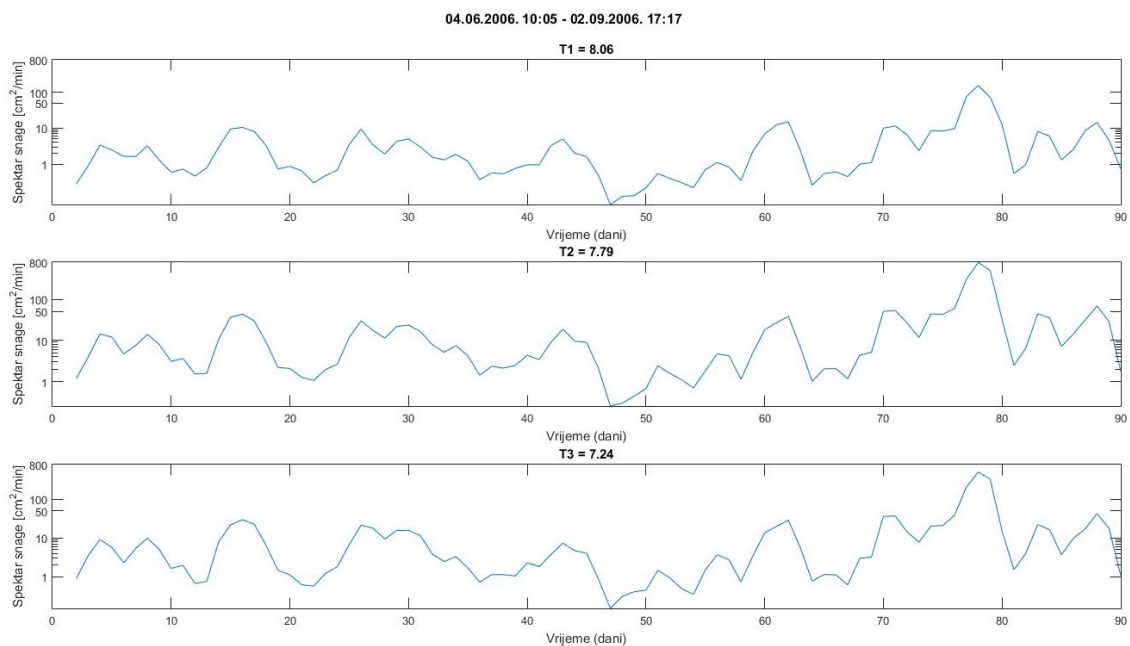


Slika 3.12: Snaga perioda  $T_{21} = 8.06$  min,  $T_{22} = 7.79$  min i  $T_{23} = 7.24$  min u vremenu za prvu epizodu, duljina podniza je četvrtina tjedna, a širina prozora 500 min.

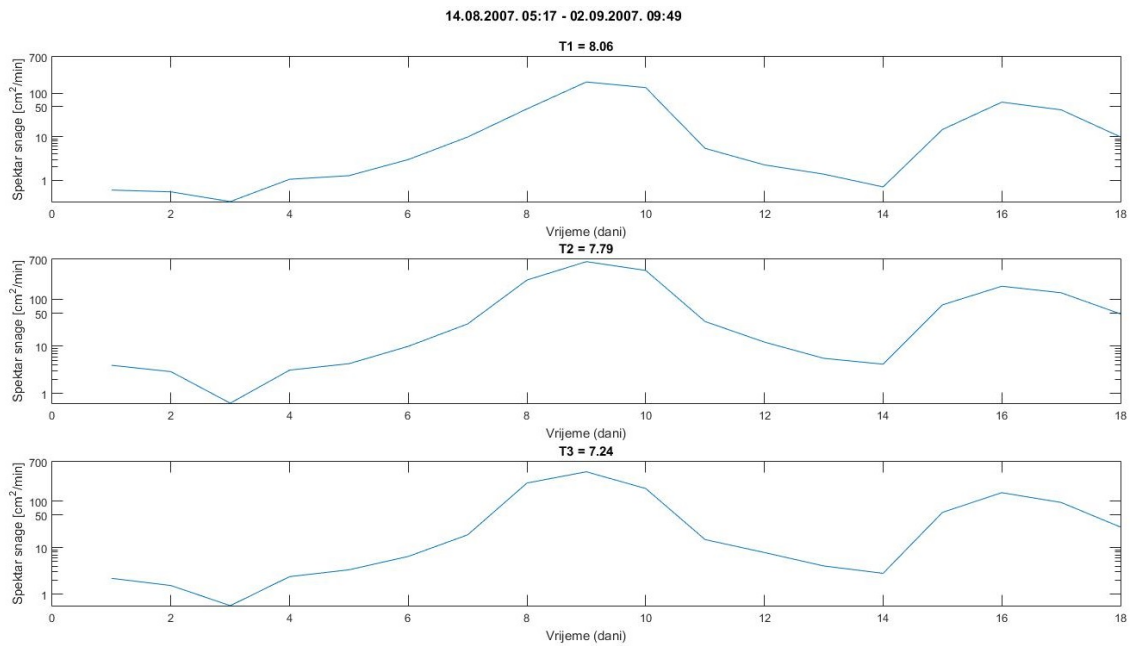




Slika 3.13: Snaga perioda  $T_{21} = 8.06$  min,  $T_{22} = 7.79$  min i  $T_{23} = 7.24$  min u vremenu za drugu epizodu, duljina podniza je četvrtina tjedna, a širina prozora 500 min.



Slika 3.14: Snaga perioda  $T_{21} = 8.06$  min,  $T_{22} = 7.79$  min i  $T_{23} = 7.24$  min u vremenu za treću epizodu, duljina podniza je četvrtina tjedna, a širina prozora 500 min.



Slika 3.15: Snaga perioda  $T_{21} = 8.06$  min,  $T_{22} = 7.79$  min i  $T_{23} = 7.24$  min u vremenu za četvrtu epizodu, duljina podniza je četvrtina tjedna, a širina prozora 500 min.

Maksimumi pojedinih perioda javljaju se gotovo istovremeno, kao i u slučaju za prvi mod. U ovom slučaju najveću snagu nosi period od 7.79 min, drugi je period od 7.24 min, dok je onaj od 8.06 min najslabiji. Može se primijetiti i da je razlika između najduljeg i najkraćeg perioda drugog moda manja od minute, za razliku od perioda prvog moda gdje su se najdulji i najkraći period razlikovali za gotovo 7 minuta.

Tablica 3.2: Istovremeni maksimumi snage ( $cm^2/min$ ) za tri perioda. Za slučaj kad maksimumi ne nastupaju istog dana stavljen je datum najvećeg maksimuma, a kurzivom su prikazane vrijednosti koje su ostali periodi imali u to vrijeme. Također, prikazani su i omjeri snaga za pojedine periode.

| Datum         | $T_{21} = 8.06 \text{ min}$ | $T_{22} = 7.79 \text{ min}$ | $T_{23} = 7.24 \text{ min}$ | $T_{22}/T_{21}$ | $T_{23}/T_{21}$ | $T_{23}/T_{22}$ |
|---------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 25. 10. 2004. | 3.0                         | 16.2                        | 10.8                        | 5.40            | 3.60            | 0.67            |
| 1. 11. 2004.  | 7.1                         | 74.0                        | 52.0                        | 10.42           | 7.32            | 0.70            |
| 3. 8. 2005.   | 18.9                        | 65.8                        | 42.8                        | 3.48            | 2.26            | 0.65            |
| 7. 8. 2005.   | 6.1                         | 18.7                        | 15.9                        | 3.07            | 2.61            | 0.85            |
| 11. 8. 2005.  | 51.7                        | 287.1                       | 157.8                       | 5.55            | 3.05            | 0.55            |
| 15. 8. 2005.  | 10.6                        | 53.5                        | 48.4                        | 5.05            | 4.57            | 0.90            |
| 21. 8. 2005.  | 4.1                         | 15.2                        | 7.2                         | 3.71            | 1.76            | 0.47            |
| 6. 6. 2006.   | 3.4                         | 14.3                        | 9.1                         | 4.21            | 2.68            | 0.64            |
| 10. 6. 2006.  | 3.2                         | 14.0                        | 9.9                         | 4.36            | 3.09            | 0.71            |
| 18. 6. 2006.  | 10.5                        | 43.7                        | 29.8                        | 4.16            | 2.84            | 0.68            |
| 28. 6. 2006.  | 9.4                         | 29.7                        | 21.6                        | 3.16            | 2.30            | 0.73            |
| 2. 7. 2006.   | 5.0                         | 23.5                        | 15.9                        | 4.70            | 3.18            | 0.68            |
| 15. 7. 2006.  | 5.0                         | 18.7                        | 7.3                         | 3.74            | 1.46            | 0.39            |
| 3. 8. 2006.   | 15.1                        | 38.3                        | 28.9                        | 2.54            | 1.91            | 0.75            |
| 12. 8. 2006.  | 11.45                       | 53.4                        | 37.2                        | 4.66            | 3.25            | 0.70            |
| 19. 8. 2006.  | 154.1                       | 791.1                       | 513.4                       | 5.13            | 3.33            | 0.65            |
| 24. 8. 2006.  | 8.1                         | 44.4                        | 22.4                        | 5.48            | 2.77            | 0.50            |
| 29. 8. 2006.  | 14.3                        | 68.4                        | 43.3                        | 4.78            | 3.03            | 0.63            |
| 22. 8. 2007.  | 184.0                       | 624.3                       | 426.7                       | 3.39            | 2.32            | 0.68            |
| 29. 8. 2007.  | 63.0                        | 188.0                       | 151.7                       | 2.98            | 2.41            | 0.81            |

## 4 Teorijski rezultati

Kako bi se objasnili rezultati dobiveni analizom podataka mogu se prvo promotriti rješenja dana formulom (2.10). Parametri bazena pomoću kojih su izračunate kružne frekvencije, tj. periodi, idealiziranog bazena dobiveni su mjerenjem dimenzija Bakarskog zaljeva i pripadnog ušća s karte [14]. Dimenzije zaljeva prikazane su u tablici 4.1.

Tablica 4.1: Dimenzije Bakarskog zaljeva, izmjerene s karte [14].

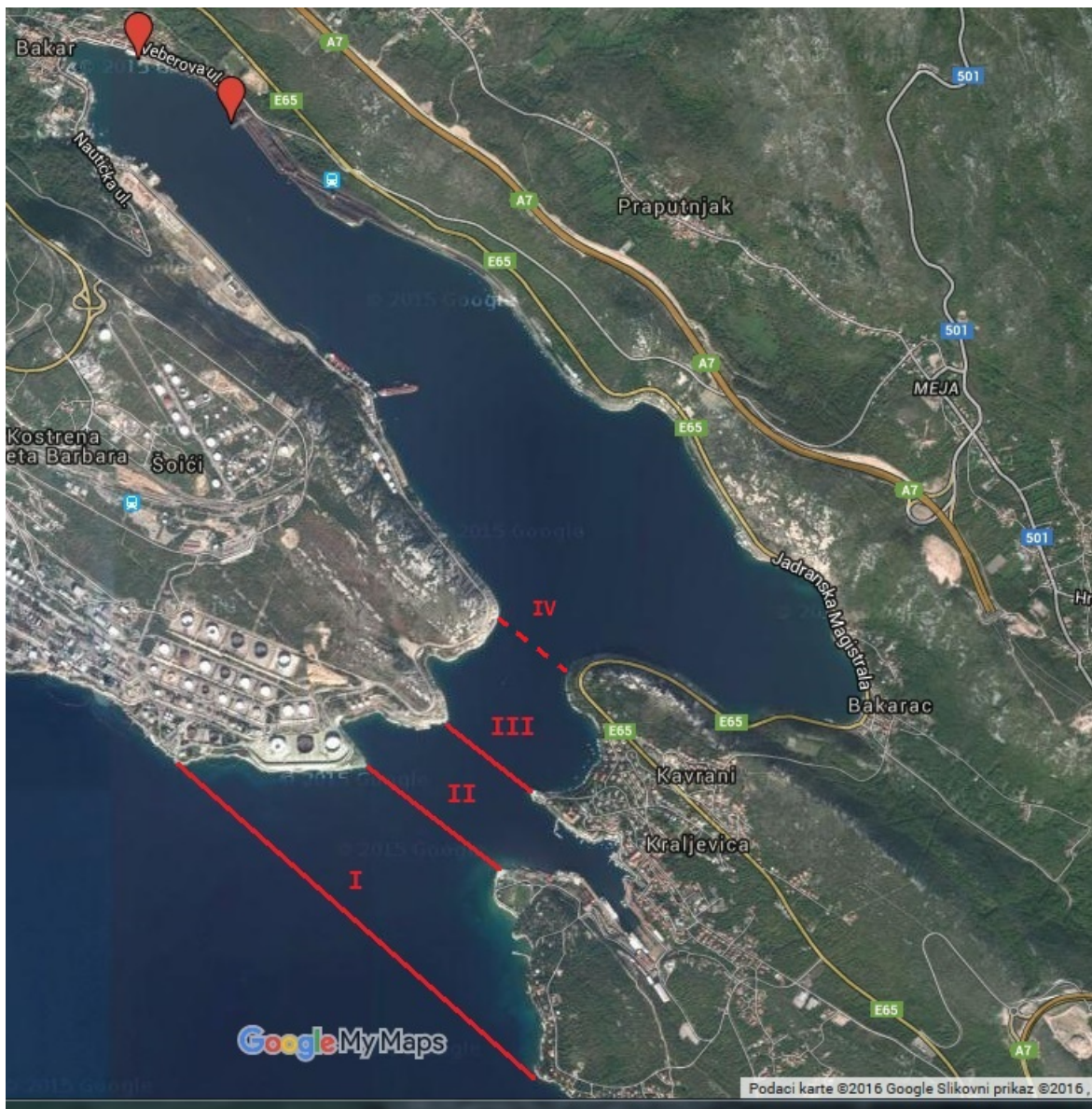
|                                 | Dulja strana korita ( $i = 1$ ) | Kraća strana korita ( $i = 2$ ) |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| Duljina $L_i$ [m]               | 3500                            | 1250                            |
| Presjek $S_i$ [m <sup>2</sup> ] | $1.8707 \times 10^4$            | $1.5818 \times 10^4$            |
| Dubina $H_i$ [m]                | 30.4                            | 28.5                            |
| Brzina $C_i$ [m/s]              | 17.27                           | 16.72                           |

Kako bi se vidio utjecaj ušća bazena na periode, rješenje jednadžbe (2.10) traženo je za tri različite dimenzije ušća. Na slici 4.1 prikazani su presjeci do kojih je mjerena duljina bazena. Linija I povezuje Rt Škrkovac i Rt Lipica, linija II Rt Oštro i Rt Molnarić, a linija III povezuje Rt Srednji i Rt Nirvana. Dimenzije ušća, određene u odnosu na presjek Rt Babno - Rt Kavranić (linija IV), prikazane su u tablici 4.2.

Tablica 4.2: Dimenzije ušća Bakarskog zaljeva, izmjerene s karte [14].

|                 | Rt Škrkovac - Rt Lipica | Rt Oštro - Rt Molnarić | Rt Srednji - Rt Nirvana |
|-----------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|
| Duljina $l$ [m] | 1950                    | 1330                   | 570                     |
| Širina $b$ [m]  | 1129                    | 817                    | 648                     |
| Dubina $h$ [m]  | 40.6                    | 43                     | 44.5                    |

Za svaku duljinu ušća posebno je izračunat parametar  $\alpha$ , jednadžba (2.11), pomoću kojeg su onda pronađena rješenja za jednadžbu (2.10). Dobiveni periodi ne odgovaraju stvarnima pa je potrebno uračunati i korekciju za ušće za pojedini mod, prema jednadžbama (2.13) – (2.15). Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 4.3.



Slika 4.1: Bakarski zaljev i tri načina definiranja ušća. Linijama I, II, III i IV su označeni Rt Škrkovac - Rt Lipica, Rt Oštro - Rt Molnarić, Rt Srednji - Rt Nirvana te Rt Babno - Rt Kavranić. Slika preuzeta s [6].

Tablica 4.3: Periodi oscilacija za zaljev dimenzija iz tablice 4.1 dobiveni iz jednadžbe (2.10) te ti isti periodi nakon što je na njih primijenjena korekcija za ušće, prema jednadžbama (2.13) – (2.15).

|                 | Rt Škrkovac - Rt Lipica | Rt Oštro - Rt Molnarić | Rt Srednji - Rt Nirvana |
|-----------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|
| $T_1$ [min]     | 16.90                   | 16.51                  | 15.03                   |
| $T_{1,k}$ [min] | 21.45                   | 19.05                  | 17.11                   |
| $T_2$ [min]     | 7.18                    | 7.04                   | 6.30                    |
| $T_{2,k}$ [min] | 8.08                    | 7.73                   | 6.86                    |
| $T_3$ [min]     | 4.62                    | 4.62                   | 4.61                    |
| $T_{3,k}$ [min] | 4.89                    | 4.95                   | 4.92                    |

Rezultati pokazuju da je period pojedinog moda to veći što je duljina korita (zbroj duljine korita zaljeva i ušća) veća. Dakle, prvi mod ima najdulji period za duljinu korita do presjeka Rt Škrkovac – Rt Lipica, koji iznosi 21.45 min, itd. Razlika između najduljeg i najkraćeg perioda prvog moda je 4.35 min. Za periode drugog moda isto je vidljiva razlika u njihovoj duljini, no ona je bitno manja nego za prvi mod i iznosi 1.21 min. Za treći mod razlike među periodima gotovo i nema.

Usporede li se rezultati s izmjerenima vidi se da su za periode prvog moda dobivene podcijenjene vrijednosti. Najveća razlika između izmjerenih i izračunatih vrijednosti je također za periode prvog moda. Najdulji izmjereni period (za presjek Rt Škrkovac – Rt Lipica) iznosi 26.53 min dok je izračunati 21.45 min. To je najveća razlika u vrijednostima izmjerenih i izračunatih perioda. Kako se skraćuje duljina korita, tako je i razlika u periodima manja. Periodi drugog moda su približno jednaki izmjerenima za prva dva presjeka, dok je za treći presjek izračunati period podcijenjen za nekoliko desetaka sekundi. Vrijednosti za treći mod su precijenjene za nekoliko desetaka sekundi.

Unatoč neslaganjima u vrijednostima izmjerenih i izračunatih vrijednosti može se ipak primijetiti sličnost među njima. Za prva dva moda postoji rasap među izračunatim vrijednostima perioda, dok je za treći mod rasap zanemariv, što se slaže s izmjerenim vrijednostima. Izračunati rasap prvog moda nešto je manji nego izmjereni.

Neslaganja između izračunatih i izmjerenih vrijednosti vjerojatno potječu od toga što korišteni teorijski model opisuje jako pojednostavljen pravokutni bazen. U račun ulaze srednje vrijednosti duljine, širine i dubine i time se zanemaruje oblik obale te oblik korita.

## 5 Zaključak

U ovom radu su analizirane spektralne karakteristike stojnih valova u Bakarskom zaljevu. Korišteni su podaci s elektroničkog maregorafa Thalimedes interpoliranog pomoću podataka s radarskog mareorafa Kalesto gdje je bilo potrebno. Analiza je rađena za razdoblje 1.10.2004. – 21.7.2008.

Iz spektra snage dobivenog za to razdoblje može se uočiti postojanje više perioda osciliranja za prva dva moda, dok treći mod ima samo jednu vrijednost perioda. Kako bi se pobliže promotriili odnosi snaga pojedinih perioda, za svaki mod gledane su njihove vremenske evolucije za četiri epizode kada su seši bili posebno izraženi. Razdoblja za koja su promatrani seši su 23. 10. 2004. – 4. 11. 2004., 27. 7. 2005. – 26. 8. 2005., 04. 06. 2006. – 02. 09. 2006. te 14. 8. 2007. – 2. 9. 2007. Iz rezultata se vidi da se za svaku epizodu svi periodi javljaju gotovo istovremeno. Također se može vidjeti da najviše snage za prvi mod nosi najkraći period od 19.92 min. Za drugi mod najviše snage nosi srednji period od 7.79 min.

Napravljen je i račun za jednostavan bazen. Uzeto je rješenje za bazen koji je oblikom sličan Bakarskom zaljevu, a za parametre su korištene dimenzije Bakarskog zaljeva. S obzirom da rješenje ovisi o duljini korita, račun je proveden za tri različite duljine ušća. U periode je uračunata korekcija za ušće jer se periodi seša zaljeva i omeđenog bazena jednakih dimenzija razlikuju, što je posljedica komunikacije zaljevske vode s otvorenim morem.

Dobivena rješenja se ne podudaraju u potpunosti s vrijednostima dobivenim iz podataka. Za periode prvog moda vrijednosti se najviše razlikuju i izračunati periodi su dosta kraći od onih koji im odgovaraju iz mjerenja. Za drugi mod razlike među mjerenim i izračunatim vrijednostima gotovo ne postoje za prva dva presjeka, dok je za treći presjek razlika nekoliko desetaka sekundi. Razlike za treći mod su zanemarive.

Unatoč neslaganjima u iznosima perioda, može se primijetiti određeno slaganje u njihovom rasapu. Periodi prvog moda dobiveni iz mjerenja imaju rasap od oko 6 min dok je rasap izračunatih perioda približno 4 min. Za drugi mod rasap za izmjerene periode je malo više od pola minute dok je za izračunate periode rasap oko minute. Za treći mod ne postoji rasap ni u jednom slučaju. Postojeća neslaganja vjerojatno potječu od činjenice da je teorijski model korišten za račun jako pojednostavljen. U račun ulaze samo srednje vrijednosti dimenzija bazena, čime se zanemaruje oblik obale, oblik dna i promjene dubine, što sve utječe na periode osciliranja.

G. Lončar i sur. su napravili analizu vlastitih oscilacija Bakarskog zaljeva koristeći tri numerička modela [15]. Prvi model koji su koristili, model BW, se temelji na rješavanju Boussinesqove jednadžbe u vremenskoj domeni. Pobuda na oscilacije je na otvorenom kraju bila nametnuta sinusnim prirastom razine mora od 0.00 m do 0.01 m u prvih 180 s, a račun je proveden za 12 sati. Ovim modelom su za prva tri moda dobili periode 21.4 min, 8.0 min i 4.2 min. Drugi i treći model, SWE-KV i SWE-KD, razlikuju se samo u metodi rješavanja sustava jednadžbi za plitki fluid:

SWE-KV koristi metodu konačnih volumena, a SWE-KD metodu konačnih razlika. Objema metodama su dobili periode 21.0 min, 8.0 min i 4.0 min. Dobili su samo po jednu vrijednost perioda modova što se ne slaže s mjerenim vrijednostima. Prilikom računanja ovim modelima ušće bazena su postavili na presjek Rt Škrkovac – Rt Lipica i nisu uzeli u obzir interakciju bazena s vanjskim morem. S obzirom na efektivno produljenje korita koje se desi, trebalo je uračunati i korekciju za ušće pa bi se vjerojatno dobilo bolje slaganje s periodima u zaljevu ili, kao što su i sami autori naveli, moglo bi se proširiti domenu modela na cijeli Jadran. Da bi se pokušalo bolje teorijski objasniti utjecaj ušća na seše Bakarskog zaljeva, trebalo bi pronaći prikladniji model za opis Bakarskog zaljeva i pripadnog ušća.



## Literatura

- [1] Goldberg, J. i Kempni, K. 1938: O oscilacijama Bakarskog zaljeva i općem problemu zaljevskih seša. Prirodoslovna istraživanja Kraljevine Jugoslavije 21: 129-234.
- [2] Defant, A. 1918: Neue Methode zur Ermittlung der Eigenschwingungen (Seiches) von abgeschlossenen Wassermassen. Annalen der Hydrographie und Maritimen Meteorologie 46: 78-85.
- [3] Lord Rayleigh, J.W.S. 1904: On the open organ-pipe problem in two dimensions. Philosophical Magazine, Series 6, Vol. 8, No. 46: 481-487.
- [4] Defant, A. 1911: Über die Periodendauer der Eigenschwingungen des Adriatischen Meeres. Annalen der Hydrographie und Maritimen Meteorologie 39: 119-130.
- [5] Orlić, M. i Pasarić, M. 1997: Sedam desetljeća mareografskih mjerenja u Bakru. U: Arko-Pijevac, M., Kovačić, M., Crnković, D. (ur.), Prirodoslovna istraživanja riječkog područja, Rijeka: Prirodoslovni muzej, 201-211.
- [6] Google Maps <https://www.google.hr/maps/place/Bakar/@45.3010023,14.5283946,14z/data=!3m1!4b1!4m5!3m4!1s0x47649f97df052929:0x8211a9d9c7a53304!8m2!3d45.3068046!4d14.5342464>, 27.5.2016.
- [7] Hrvatski hidrografski institut <http://www.hhi.hr/equipement/viewequipement/6>.
- [8] Vilibić, I., Orlić, M., Čupić, S., Domijan, N., Leder, N., Mihanović, H., Pasarić, M., Pasarić, Z., Srdelić, M. and Strinić, G. 2005: A new approach to sea level observations in Croatia. Geofizika 22: 21-57.
- [9] Pasarić, M. i Orlić, M. 2008: Mareografska postaja Bakar: mehanički ili radarski instrument? U: Ožanić, N. (ur.), Znanstveno savjetovanje - Hidrološka mjerenja i obrada podataka - Zbornik radova, 26-28. studeni 2008., Rijeka: Digital point tiskara d.o.o, 319-328.
- [10] Rabinovich, A.B. 2009: Seiches and harbor oscillations. Handbook of Coastal and Ocean Engineering: 193-236.
- [11] Neumann, G. 1944: Eine Methode zur Berechnung der Eigenperioden zusammengesetzter (gekoppelter) Seebeckensysteme. Annalen der Hydrographie und Maritimen Meteorologie 72: 193-205.
- [12] Atkinson, K. E. 1989: An Introduction to Numerical Analysis, 2nd Edition. John Wiley & Sons, 693 pp.

- [13] Welch, P. D. 1967: The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics 15/2: 70-73.
- [14] Hidrografski institut Jugoslavenske ratne mornarice 1971: Karta Bakarskog zaljeva.
- [15] Lončar, G., Leder, N. i Paladin, M. 2012: Periodi vlastitih oscilacija u akvatorijima Bakra, Malog Lošinja, Ista, Starog Grada i Vela Luke. Hrvatske vode: časopis za vodno gospodarstvo 20/82: 201-210.