

Proučavanje nuklearne jednadžbe stanja u sudarima izotopa kositra

Lihtar, Ivana

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:209243>

Rights / Prava: [In copyright](#)/Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-05**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Ivana Lihtar

PROUČAVANJE NUKLEARNE JEDNADŽBE
STANJA U SUDARIMA IZOTOPA KOSITRA

Diplomski rad

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ
FIZIKA; SMJER ISTRAŽIVAČKI

Ivana Lihtar

Diplomski rad

**Proučavanje nuklearne jednadžbe
stanja u sudarima izotopa kositra**

Voditelj diplomskog rada: Dr.sc., Igor Gašparić

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2020.

Veliko hvala mojem mentoru Igoru Gašpariću na prenesenom znanju, strpljivom vodstvu kroz ovaj rad i dostupnosti kad god je situacija to zahtijevala.

Zahvaljujem mojoj obitelji na razumijevanju i neumornom navijanju tijekom cijelog studija.

Hvala Andrei, Kaji i Marti koje su sa mnom dijelile radosti (i ono drugo) studiranja i odrastanja.

I na kraju hvala Anti koji je, posebno za vrijeme pisanja ovog rada, bio stručna pomoć, pažljiv slušatelj i velika podrška.

Sažetak

Polazište ovog rada je eksperiment izveden na institutu RIKEN u Japanu u kojem je proučavana nuklearna jednadžba stanja u sudarima izotopa kositra. Energijske distribucije i njihovi omjeri za izospinske parove poput para proton-neutron primjeri su opservabla koje mogu pokazivati osjetljivost na energiju simetrije - najmanje poznat član u nuklearnoj jednadžbi stanja, a u ovakvim sudarima one se nastoje izmjeriti. Cilj rada bio je rekonstruirati ove opservable energije simetrije iz mjerenja neutronske detektora NeuLAND i vidjeti može li se iz njih zaključiti nešto o parametru γ u potencijalnom članu energije simetrije. Napravljene su simulacije eksperimenta u softverskom okruženju R3BRoot pomoću simulacijskog paketa GEANT4 i pomoću njih je određena efikasnost detekcije protona i neutrona u ovisnosti o energiji što je omogućilo rekonstrukciju distribucija za sustave $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ te $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$. Distribucije su uspoređene s rezultatima UrQMD transportnog modela za dvije parametrizacije energije simetrije: $\gamma = 0.5$ i $\gamma = 1.5$. Konačno, raspravljena je mogućnost izbora jedne od njih kao preferirajuće parametrizacije energije simetrije.

Ključne riječi: nuklearna jednadžba stanja, energija simetrije, energijske raspodjele protona i neutrona, simulacije GEANT4, neutronske detektor NeuLAND

Study of nuclear equation of state in collisions of tin isotopes

Abstract

Starting point of this work is the experiment conducted at RIKEN institute in Japan the focus of the which was the study of nuclear equation of state in collisions of tin isotopes. Energy distributions of isospin pairs like proton-neutron pair and their ratio are examples of observables which can show sensitivity to the symmetry energy - the least known part of nuclear equation of state. Purpose of mentioned collisions is to measure them. Hence, the aim of this work was to reconstruct these observables from measurements made by neutron detector NeuLAND and from them possibly conclude something about the parameter γ in potential part of the symmetry energy. Simulations of the experiment were made using software framework R3BRoot with transport machine GEANT4. Using simulations, proton and neutron efficiencies depending on particle energy were calculated which enabled reconstruction of energy distributions for systems $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ and $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$. These distributions were compared to UrQMD model results for two parametrizations of symmetry energy, namely $\gamma = 0.5$ i $\gamma = 1.5$. Work finishes with the discussion whether preference could be given to any of the two as the possible parametrization of symmetry energy.

Keywords: nuclear equation of state, symmetry energy, energy distributions of protons and neutrons, GEANT4 simulations, neutron detector NeuLAND

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Nuklearna jednadžba stanja	3
2.1	Model kapljice	3
2.2	Nuklearna tvar	5
2.3	Energija simetrije	6
2.4	Sudari teških iona	9
2.4.1	Osjetljive opservable	10
2.5	Transportni modeli	12
3	EoS eksperiment na RIKEN-u	14
3.1	Eksperimentalni postav	14
3.1.1	$S\pi$ RIT TPC	17
3.1.2	Detektor VETO	17
4	NeuLAND	19
5	Simulacije	23
5.1	Geometrija	25
5.2	Generatori događaja	28
6	Rezultati i analiza	30
6.1	Slaganje s eksperimentom	34
6.2	Efikasnost detekcije neutrona	39
6.3	Efikasnost detekcije protona	41
6.4	Rekonstrukcija energijskih raspodjela	42
6.5	Rezultati UrQMD modela	45
6.6	Rezultati eksperimenta	48
6.6.1	$^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$	48
6.6.2	$^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$	49
7	Zaključak	52
	Dodaci	54

A	Kinetički član energije simetrije	54
B	Opis dijelova analize	56
B.0.1	Postupak određivanja točaka za usporedbu simulacije i eksperimenta	56
B.0.2	Račun pogreške pri rekonstrukciji distribucija iz eksperimentalnih podataka	57

1 Uvod

Protoni i neutroni upravljani jakom nuklearnom silom izgrađuju različite sustave specifičnih karakteristika. Medij kakav srećemo primjerice u neutronske zvijezdama gdje postoji velika asimetrija u broju neutrona i protona osobito je zanimljiv, no još uvijek slabo poznat. Riječ je o asimetričnoj nuklearnoj tvari, a neutronske zvijezde (preciznije - određena područja u neutronske zvijezdama) predstavljaju sustave koji su, prema definiciji nuklearne tvari, njezina najbliža aproksimacija u prirodi. Nesrazmjer između broja protona i neutrona ima velik utjecaj na svojstva brojnih astrofizičkih fenomena kao i na nuklearnu strukturu zbog čega je asimetričnu nuklearnu tvar moguće istraživati s različitih fronti. Kako bi se takvi sustavi bolje razumjeli nužno je poznavati nuklearnu jednadžbu stanja koja povezuje varijable stanja sustava: energiju, gustoću, tlak, temperaturu i druge. Parametri u teorijskim formulacijama nuklearne jednadžbe stanja još su uvelike neodređeni i kroz raznolika istraživanja i eksperimente nastoji ih se ograničiti. Sudari teških iona, u kojima se nukleone nastoji podvrgnuti uvjetima prisutnim u realnim fizikalnim sustavima kakve srećemo u svemiru, pokazali su se vrlo uspješnim u toj namjeri. Na institutu RIKEN u Japanu 2016. godine izveden je eksperiment kojim je ispitivana nuklearna jednadžba stanja neutronske bogate tvari pri dva do tri puta većim gustoćama od saturacijske gustoće. Promatran je omjer nabijenih piona nastalih u sudaru izotopa kositra kao glavna opservabla koja pokazuje osjetljivost na osobito neodređen dio jednadžbe stanja - energiju simetrije (što znači da će u slučaju veće ili manje energije simetrije prisutne u sustavu biti emitiran veći ili manji broj određene vrste piona). Osim toga, detektirani su izlazni protoni i neutroni te lake jezgre poput tritona i jezgre ^3He čiji omjeri također pokazuju ovisnost o energiji simetrije. Neizbježno, eksperiment je suočen s činjenicom da uspješnost ekstrakcije željenih opservabli iz eksperimentalnih podataka ovisi o karakteristikama korištenih detektora zbog čega postoji neprestana potreba za usavršavanjem detektorskih postava i metoda. Velik izazov u razvoju detektora još uvijek predstavljaju neutroni koji s materijom interagiraju samo preko jake sile. Budući da je u ovakvim eksperimentima detekcija neutrona nerijetko od velike važnosti, nove generacije visoko efikasnih neutronske detektora postaju sve traženije. Na RIKEN-u je korištena verzija neutronske detektora NeuLAND ¹, tzv.

¹new Large-Area Neutron Detector

NeuLAND Demonstrator. Detektor je integralni dio postava R3B kolaboracije na institutu GSI u Njemačkoj te je još uvijek u izgradnji, no zbog njegova modularnog dizajna bilo ga je moguće koristiti u nepotpunom obliku. Kako bi se testirale njegove mogućnosti i ponašanje, u okviru ovog rada izrađene su simulacije pomoću softverske platforme GEANT4 za simuliranje prolaska čestica kroz materiju. Za usporedbu rezultata simulacija s realnim odzivom detektora upotrijebljeni su podaci s eksperimenta na RIKEN-u. Potom je rekonstruirana opservabla omjera izospinskog para proton-neutron za različite kombinacije izotopa kositra te je uspoređena s rezultatima transportnog modela UrQMD za dvije različite parametrizacije energije simetrije. U nastavku rada predstoji kratak teorijski uvod u nuklearnu jednadžbu stanja i način njezina proučavanja. Zatim je izložen pregled eksperimenta na RIKEN-u i opisan detektor NeuLAND, nakon čega slijede tehnički detalji simulacija te njihova analiza i zaključak.

2 Nuklearna jednadžba stanja

Primarni cilj nuklearne fizike, mogli bismo sažeti, je odrediti svojstva različitih nuklearnih sustava - od najlakših prema najtežim jezgrama kakve srećemo na Zemlji do materije koja izgrađuje zvijezde. Zbog još uvijek nedovoljno poznate prirode jake sile koja djeluje između nukleona, za opis njihovog međudjelovanja koriste se razni aproksimativni i fenomenološki modeli koji omogućuju određivanje njihovih osnovnih svojstava. U suradnji s eksperimentom modeli se korigiraju i prilagođavaju kako bi što točnije reproducirali eksperimentalne rezultate.

2.1 Model kapljice

Jedan od jednostavnijih i povijesno najranijih fenomenoloških modela iz kojeg se mogu odrediti neka osnovna, makroskopska svojstva jezgri je model kapljice kojeg je 1930. predložio George Gamow [1]. U modelu kapljice jezgra je zamišljena kao sferična kapljica nestlačive tekućine velike gustoće. Po uzoru na sile koje kapljicu vode drže na okupu, postojanje jezgre omogućeno je jakom nuklearnom silom. Analogija ovog modela počivala je primarno na opažanju saturacije nuklearne sile, na što je upućivala empirijski određena konstantna energija vezanja po nukleonu od otprilike 8 MeV (izuzev lakih jezgara). Iz toga slijedi da između sastavnih dijelova jezgre - nukleona postoji kratkodosežna interakcija koja rezultira njihovom približno konstantnom udaljenošću odnosno uniformnom gustoćom jezgre.

Na temelju ovog modela izvedena je aproksimativna masa jezgre koju opisuje formula (2.1) poznata pod nazivom Weizsäckerova semiempirijska formula mase (često Bethe-Weizsäckerova formula).

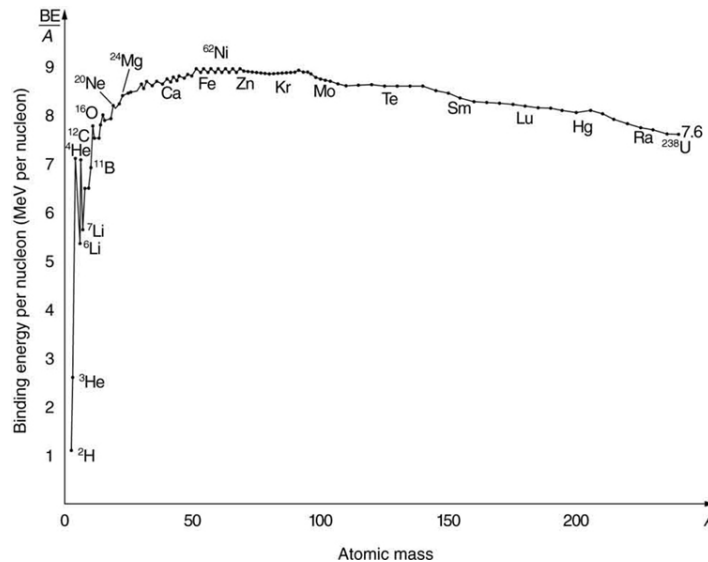
$$M(Z, N) = ZM_H + NM_n - \frac{1}{c^2} \left(\alpha_1 A - \alpha_2 A^{2/3} - \alpha_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - \alpha_4 \frac{(N-Z)^2}{A} + \Delta \right). \quad (2.1)$$

Z označuje atomski broj jezgre, N broj neutrona, a A ukupni broj nukleona u jezgri. M_H je masa vodika², M_N masa neutrona i c brzina svjetlosti. Koeficijenti α_x uz pojedine članove određuju se empirijski. Zagrada u izrazu (2.1) predstavlja ener-

²U izrazu stoji masa neutralnog vodika umjesto nabijenog protona iz praktičnog razloga jer se mjerenja nuklearnih masa uobičajeno provode s većinom atomskih elektrona u prisutnosti.

giju vezanja jezgre u osnovnom stanju, $E_B(Z, N)$ odnosno energiju koju je potrebno uložiti da bi se jezgra rastavila na nukleone od kojih je građena (sažeto - (2.2)). Na Slici 2.1 prikazana je ovisnost energije vezanja o broju nukleona.

$$M(Z, N) = ZM_H + NM_n - \frac{E_B(Z, N)}{c^2}. \quad (2.2)$$



Slika 2.1: Ovisnost energije vezanja po nukleonu o atomskoj masi (preuzeto iz [2]).

Prvi član u energiji vezanja, koji se naziva volumnim, odražava saturacijsku prirodu nuklearne sile i zaslužan je za održavanje nukleona na okupu. Kako je interakcija između nukleona u jezgri kratkodosežna, oni interagiraju samo s najbližim susjedima pa u prvoj aproksimaciji energija vezanja raste linearno s brojem nukleona. Iz raspršenja na jezgrama određeno je da za radijus jezgre R vrijedi približan izraz $R = r_0 A^{1/3}$ ($r_0 = 1.2$ fm) [3]. Volumen jezgre se posljedično povećava proporcionalno sa A odakle slijedi ime člana.

Samo prvi član već premašuje izmjerenu energiju vezanja velike većine jezgri stoga su članovi koji slijede korekcija prvog i dolaze sa suprotnim predznakom. Drugi član je površinska korekcija. Nukleoni na površini jezgre će interagirati s manje nukleona od onih unutar nje pa sukladno vezi radijusa jezgre i masenog broja slijedi korekcija proporcionalna sa $A^{2/3}$. Sljedeća korekcija pokriva Coulombovo odbijanje između protona. Jezgra se aproksimira sfernim volumenom uniformne gustoće naboja. Uz Z protona u jezgri u obzir treba uzeti odbijanje $Z(Z-1)/2$ para protona, a proporcionalnost Coulombove energije s $1/R$ rezultira proporcionalnošću ovog člana s $1/A^{1/3}$. Za objašnjenje trećeg tzv. člana asimetrije ovakva jednostavna razmatranja

nisu dovoljna - potrebno ga je promotriti s kvantno-mehaničkog gledišta. Treći član posljedica je izospinske ovisnosti nuklearne sile. Protoni i neutroni su raspoznatljivi fermioni i prema tome će u jezgri redom popunjavati protonska i neutronska stanja s odgovarajućim brojem nukleona prema Paulijevom načelu. U jezgri broja nukleona A sa suviškom jednog tipa nukleona (npr. $N > Z$) bit će popunjena viša energijska stanja tog tipa nego što bi bila u jezgri broja nukleona A s jednakim brojem različitih nukleona ($N = Z$). U energiji simetrije sadržana je razlika doprinosa energiji vezanja za različite kombinacije protona i neutrona u jezgrama s istim brojem A . Zbog izospinske invarijantnosti nuklearne sile odnosno činjenice da nuklearna sila ne razlikuje protone od neutrona ovaj član proporcionalan je s kvadratom razlike ($N - Z$). A u nazivniku stoji kako bi se kompenzirao brže rastući neutronska višak s povećanjem masenog broja od istovremeno opaženog doprinosa ovog člana [3]. Posljednji navedeni član Δ je kvantna korekcija višeg reda i predstavlja energiju sparivanja odnosno tendenciju nukleona iste vrste da se povezuju u parove. Tako će parno-parne jezgre (paran broj protona i paran broj neutrona) biti jače vezane od neparno-neparnih dok će parno-neparne biti negdje između.

2.2 Nuklearna tvar

Osim konačnih jezgri nukleoni izgrađuju i drugačije sustave različitih gustoća. Primjere takvih sustava nalazimo u astrofizici, a jedan od njih su neutronske zvijezde. Središta neutronske zvijezde područja su najvećih gustoća u vidljivom svemiru građena od pretežno homogene mješavine neutrona u najvećem udjelu, protona te elektrona i miona [4] što nas dovodi do pojma nuklearne tvari (česta je i uporaba pojma beskonačne nuklearne tvari). Nuklearna tvar općenito se definira kao beskonačni, uniformi medij nukleona koji međudjeluju jakom interakcijom (primarno dvočestičnom) pri čemu se elektromagnetski efekti ne uzimaju u obzir [3, 5]. Radi se o idealiziranom sistemu čija su najbliža aproksimacija u prirodi upravo određena područja u neutronske zvijezdama. Svojstva nuklearne tvari razlikuju se od svojstava jezgri, no njihovu procjenu moguće je okvirno odrediti ekstrapolacijom svojstava konačnih jezgri na velike masene brojeve. Dakle, u okviru modela kapljice razmatra se slučaj kad $A \rightarrow \infty$. Pomotrimo li ponovno energiju vezanja, površinska korekcija postaje zanemariva. Coulombov član ovdje također ispuštamo sukladno definiciji nuklearne tvari

kao i više korekcije poput energije sparivanja pri čemu energija vezanja po nukleonu dobiva sljedeći oblik:

$$\frac{E_B}{A} = \alpha_1 - \alpha_4 \frac{(N - Z)^2}{A^2}. \quad (2.3)$$

Član $(N - Z)/A$ predstavlja izospinsku asimetriju sustava i obično se označava sa δ . Ovdje je potrebno obratiti pozornost na pretpostavku modela kapljice o nekompresibilnosti jezgri. Budući da nuklearna tvar može imati raspon različitih gustoća, trebamo izraz koji će to uzeti u obzir. Takav izraz koji opisuje vezu između varijabli stanja sustava poput energije, gustoće i izospinske asimetrije je nuklearna jednadžba stanja (negdje u nastavku EoS^3). Poznavanje nuklearne jednadžbe stanja omogućuje tumačenje fundamentalnih svojstava nuklearnih medija zbog čega je predmet mnogih istraživanja u nuklearnoj fizici. Weizsäckerova formula poslužila nam je kao fenomenološki oblik za takvu jednadžbu. Nuklearnu jednadžbu stanja, s istaknutom ovisnošću o gustoći, zapisujemo u sljedećem generalnom obliku:

$$E(\rho, \delta) = E(\rho, \delta = 0) + S(\rho)\delta^2 + \mathcal{O}(\delta^4). \quad (2.4)$$

U prvom članu sabrani su doprinosi koji nemaju veze s asimetrijom sustava, dok drugi sadrži upravo taj doprinos. Član proporcionalan s δ^4 sadrži više korekcije asimetrijskih doprinosa i ne uzima se uvijek u obzir. Gustoća nuklearne tvari označena je s ρ , a izospinska asimetrija se ovdje izražava pomoću gustoće neutrona ρ_n i protona ρ_p :

$$\delta = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_n + \rho_p}. \quad (2.5)$$

$S(\rho)$ predstavlja energiju simetrije o kojoj će biti više riječi u nastavku. Nuklearna jednadžba stanja simetrične tvari ($\rho_n = \rho_p$) ograničena je u znatnom rasponu gustoća dok je ista za asimetričnu tvar još uvijek velikim dijelom neodređena zahvaljujući oskudnom razumijevanju energije simetrije.

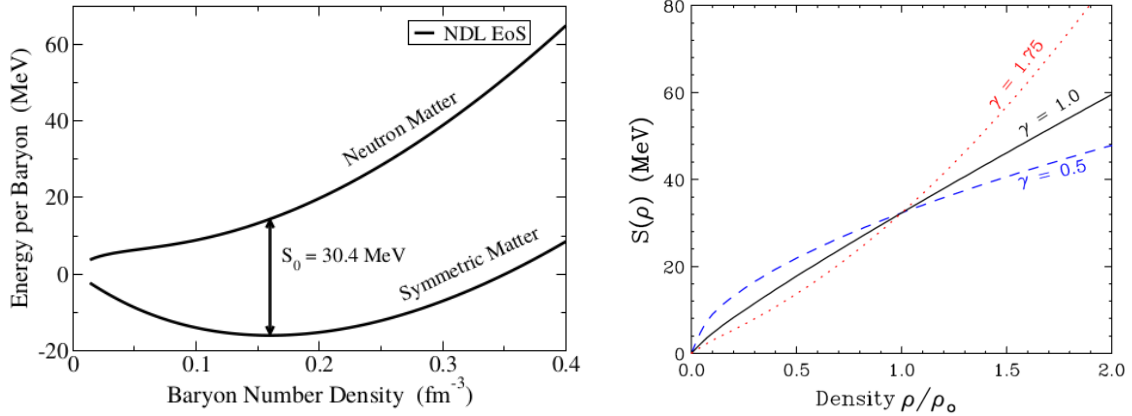
2.3 Energija simetrije

Energija simetrije definira se kao razlika nuklearne jednadžbe stanja za čistu neutronsku tvar i simetričnu nuklearnu tvar (izraz (2.6)) što je zorno prikazano lijevo na Slici

³engl. Equation of State

2.2. Član u EoS koji sadrži energiju simetrije opisuje promjenu energije vezanja po nukleonu kako se mijenja odnos broja protona i neutrona u sustavu [6].

$$S(\rho) = E(\rho, \delta = 1) - E(\rho, \delta = 0) \quad (2.6)$$



Slika 2.2: Ovisnost energije po nukleonu o gustoći nukleona za čistu neutronsku tvar i simetričnu tvar (lijevo, preuzeto iz [7]) i različite parametrizacije ovisnosti energije simetrije o gustoći za tri vrijednosti parametra γ (desno, preuzeto iz [8]).

Ovisnost energije simetrije o gustoći, ovisno o potrebi, može se zapisati na više načina. Često se prikazuje u obliku Taylorovog razvoja oko saturacijske gustoće⁴ čija eksperimentalno određena vrijednost iznosi 0.16 fm^{-3} :

$$S(\rho) = S_0(\rho = \rho_0) + \frac{L}{3} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{K_{sim}}{18} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 + \dots \quad (2.7)$$

S_0 , L i K su parametri koje treba ograničiti, a predstavljaju respektivno energiju simetrije pri saturacijskoj gustoći te nagib i zakrivljenost energije simetrije. Parametar L predstavlja doprinos energije simetrije tlaku nuklearne tvari i za njega vrijedi izraz

$$L = 3\rho_0 \left. \frac{\partial S}{\partial \rho} \right|_{\rho_0} = \frac{3}{\rho_0} P_0. \quad (2.8)$$

gdje je P_0 tlak čiste neutronske tvari⁵. Ovaj doprinos važan je u objašnjenju radijusa neutronske zvijezde i lokalizaciji neutrona na površini jezgre u neutronske bogatim jezgrama [9]. Parametar K_{sim} (izraz (2.9)) vezan je pak uz doprinos energije simetrije modulu kompresibilnosti [10].

⁴gustoća koja minimizira energiju vezanja po nukleonu simetrične nuklearne tvari

⁵Ovo je vidljivo uvrštavanjem (2.6) u (2.8) i uzimanjem u obzir da derivacija energije po nukleonu simetrične tvari iščezava pri gustoći saturacije.

$$K_{sim} = 9\rho_0^2 \frac{\partial^2 S}{\partial \rho^2} \Big|_{\rho_0} \quad (2.9)$$

Alternativni zapis koji se često koristi je rastav energije simetrije na kinetički i potencijalni dio:

$$S(\rho) = S_{kin} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3} + S_{int} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma. \quad (2.10)$$

Prvi, kinetički član u ovom rastavu aproksimira se prema modelu degeneriranog Fermijevog plina protona i neutrona kao razlika kinetičke energije čiste neutronske tvari i simetrične tvari [8, 11]:

$$E_{sim}^{kin} = (2^{\frac{2}{3}} - 1) \frac{3}{5} E_F(\rho) = S_{kin} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3}. \quad (2.11)$$

$E_F(\rho)$ predstavlja Fermijevu energiju pri gustoći ρ . Opširniji opis kinetičkog član dan je u Dodatku A. Drugi član u izrazu (2.10) je član interakcije, a γ predstavlja jedini parametar koji treba fiksirati za potpun opis ovisnosti energije simetrije o gustoći. Različiti modeli predviđaju različite vrijednosti parametra γ . Često se prema njegovom iznosu pravi podjela na krutu (engl. stiff) i meku (engl. soft) jednadžbu stanja. Kruta jednadžba stanja podrazumijeva "jaču" ovisnost energije simetrije o gustoći prilikom čega se npr. spominju iznosi $\gamma = 1.75$, dok je za meku slučaj suprotan i sreću se iznosi poput $\gamma = 0.5$ (Slika 2.2 - desno). Iznos parametra γ također se može povezati s gore spomenutim parametrima L i K_{sym} .

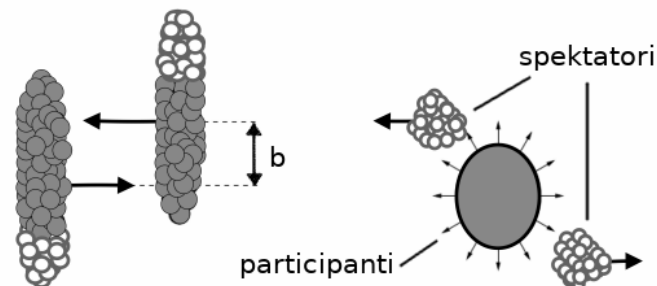
Utjecaj energije simetrije nalazimo u astrofizici osim u samoj građi također i u sudarima neutronske zvijezde, dinamici eksplozija supernova, nuklearnoj strukturi i nuklearnim reakcijama [9, 12]. Izvora za proučavanje iste je mnogo. Ono što predstavlja najveći izazov, i u teoriji i eksperimentu, jest određivanje njezine ovisnosti o gustoći. Posljedično, energija simetrije unosi najveću neodređenost u nuklearnu jednadžbu stanja u usporedbi s ostalim članovima. Kako bi se ta ovisnost proučavala u eksperimentu potrebno je postići raspon gustoća nuklearne tvari kakve ne srećemo na Zemlji. Također, ekstrakcija parametara iz eksperimenata ovisi o korištenom teorijskom modelu jer se oni računaju iz mjerenih opservabli, a nisu sami direktno opservabilni. S druge strane, u teoriji različiti modeli predviđaju vrlo različite oblike energije simetrije koji se mogu ograničiti jedino eksperimentalnim rezultatima [13].

Danas su u istraživanju nuklearne jednadžbe stanja i problema ovisnosti energije simetrije o gustoći zastupljena tri pristupa: astrofizička i astronomska promatranja, proučavanja nuklearne strukture (masi jezgri, efekta neutronske kože, nuklearnih kolektivnih gibanja itd.) i nuklearnih reakcija kroz sudare teških iona. Velika prednost posljednjeg pristupa je mogućnost ostvarivanja željene sredine u kontroliranim uvjetima. Naime, u centralnim sudarima teških iona s energijama snopa od nekoliko stotina MeV nakratko se mogu postići čak dva do tri puta veće gustoće nuklearne tvari od saturacijske gustoće. Stoga u nastavku slijedi kratak uvod u sudare teških iona.

2.4 Sudari teških iona

Iz svega do sad izloženog da se naslutiti kako bi bilo poželjno promatrati teške jezgre s različitim izospinskim asimetrijama. Teškim ionima smatraju se jezgre teže od ^{16}O , no isto tako poznato je da se relativni broj neutrona u jezgri povećava porastom njezina atomskog broja kako bi jezgra unatoč Coulombovom odbijanju ostala stabilna pa su u ovom slučaju u pravilu sve teže jezgre to zanimljivije [3]. Također, danas je moguće sudarati i radioaktivne jezgre što je idealno za proučavanje neutronske bogate tvari.

Kao što je spomenuto, velike varijacije u gustoći se u vrlo kratkim vremenskim intervalima mogu postići u sudarima teških iona, no za takvu reakcijsku dinamiku potrebno je ispuniti određene uvjete. Vrlo je važna varijabla relativna centralnost sudara. Centralnost sudara opisuje se udarnim parametrom b koji se definira kao transverzalna udaljenost (s obzirom na ulaznu trajektoriju projektila) između centara jezgri projektila i mete (Slika 2.3).



Slika 2.3: Shematski prikaz sudara teških iona prije (lijevo) i nakon (desno) sudara u sustavu centra mase (preuzeto iz [14] i prilagođeno).

Udarni parametar određuje područje preklapanja jezgri u kojem će pripadni nukle-

oni, u idealnom slučaju, sudjelovati u interakcijama. Ti nukleoni nazivaju se partipantima. Nukleoni izvan tog područja nazivaju se spektatorima. Ugrubo, sudare s $b \approx 0$ svrstavamo u centralne, dok one s vrijednostima $0 < b < R_1 + R_2$, gdje R_i predstavlja radijus i-te jezgre, nazivamo perifernima. Centralnost sudara se u eksperimentima okvirno određuje povezivanjem multipliciteta (odnosno ukupnog broja po sudaru) nastalih nabijenih čestica s neelastičnim udarnim presjekom dviju sudarajućih jezgri.

Uz odgovarajuću energiju snopa u centralnom području nukleoni će biti sabijeni iznad saturacijske gustoće nakon čega slijedi odbijanje i ekspanzija do gustoća ispod saturacijske pri čemu se emitiraju nukleoni i lake jezgre.

Odabir centralnosti sudara potrebno je uskladiti s odabranim opservablama - probama nuklearne jednadžbe stanja odnosno energije simetrije koje se žele promatrati. Medij stvoren u sudaru ima vrlo kratko vrijeme života stoga su jedino što se može opažati detektorima izlazne čestice. Iz opaženih multipliciteta, vrsta čestica i primjerice njihovih energijskih distribucija se potom iščitavaju zaključci vezani uz problematiku sudara teških iona. Izbor opservable naravno ovisi o rasponu gustoća nuklearne materije koji se želi "testirati". Sukladno tome bira se energija snopa. U sljedećem potpoglavlju izdvajamo nekoliko popularnih izbora osjetljivih opservabli za energije snopa između nekoliko desetaka i nekoliko stotina MeV [13].

2.4.1 Osjetljive opservable

U perifernim sudarima korisno je promotriti detalje toka izlaznih čestica (Slika 2.4). Nakon što u centralnom dijelu poslije sabijanja jezgri uslijedi ekspanzija, emitirane čestice izbačene su u tranverzalnog smjeru u odnosu na os ulaznog snopa. Različite formulacije nuklearne jednadžbe stanja predviđaju različita vremena nastupanja ekspanzije. Ako je to vrijeme vrlo kratko, ekspanzija će se dogoditi dok je centralno područje velike gustoće još uvijek okruženo spektatorima. Zbog toga će transverzalni tok izlaznih čestica biti primarno izvan reakcijske ravnine (razapeta udarnim parametrom i osi ulaznog snopa). Ukoliko je vrijeme ekspanzije duže, spektatori će proći, a emisija čestica bit će usmjerena uglavnom transverzalno unutar reakcijske ravnine. U svakom slučaju, u toku izlaznih čestica postoji anizotropija. Uobičajeno je azimutalnu anizotropiju distribucije čestica s obzirom na reakcijsku ravninu prikazati u obliku Fourierovog razvoja (2.12). Pritom je $\phi - \phi_R$ kut koji impuls izlazne

omjer protona i neutrona iz neutronske bogatog sustava i isti omjer iz simetričnog sustava [13]. Promatra se dakle dvostruki omjer protona i neutrona, $DR(n/p)$:

$$DR(n/p) = \frac{(n/p)_{asym}}{(n/p)_{sym}}. \quad (2.13)$$

Osim omjera protona i neutrona, može se gledati i omjer drugih izospinskih partnera poput tritona i ${}^3\text{He}$ ili nabijenih piona jer simetrijski potencijal na njihovu emisiju ima sličan učinak kao na izospinski par proton-neutron. Također, konstruiraju se razne vrste omjera ovisno o mogućnostima eksperimenta i korištenog teorijskog modela. Posljednja opservabla koju ćemo spomenuti vezana je uz emisiju piona u sudarima teških iona. Pioni nastaju u ranim stadijima centralnih sudara teških iona kao produkt raspada četiri vrste Δ -rezonancija. Kako bi pioni mogli nastati potrebna je energija snopa veća od praga produkcije piona ≈ 300 MeV/u. Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 i Δ^- nastaju u nukleon-nukleon raspršenjima. Točno koja vrsta rezonance će biti proizvedena ovisi o tipu nukleona koji su sudjelovali u raspršenju. Relativne vjerojatnosti p-p, n-p i n-n raspršenja se razlikuju pa će se prema tome razlikovati i multipliciteti proizvedenih Δ -rezonancija. Ubrzo, kratkoživuće Δ -rezonancije raspadaju se na odgovarajuće nukleone i pione. Može se pokazati da će nastajanju π^- uvelike doprinjeti n-n sudari, dok će nastajanje π^+ većinom ovisiti o p-p sudarima. Sudari n-p rezultiraju jednakom proizvodnjom obje vrste nabijenih piona. Iz toga se može zaključiti da nastajanje pojedine vrste piona reflektira informaciju o prisutnosti određene vrste nukleona u području velike gustoće, a na nju utječe energija simetrije. Kao što je prije spomenuto, određen iznos energije simetrije može dovesti do povećane emisije neutrona što će posljedično rezultirati većim brojem π^- . Na taj način omjer nabijenih piona daje informaciju o energiji simetrije [19] čak pri nadsaturacijskim gustoćama.

2.5 Transportni modeli

Proces odabira i predviđanja opservabli prije predlaganja eksperimenta kao i njihovo određivanje u analizi eksperimentalnih podataka nije moguće bez simulacija. Vremenska evolucija nuklearnih reakcija opisuje se dinamičkim transportnim modelima koji se implementiraju u simulacijske kodove. Sudari teških iona koji služe za istraživanje nuklearne jednadžbe stanja odvijaju se pri energijama između 50ak MeV i 2 GeV-a po nukleonu. Pri tim energijama, transportni modeli se uglavnom temelje na

Boltzmann-Uehling-Uhlenbeckovom pristupu (BUU) [20] ili kvantnoj molekularnoj dinamici (QMD) [21]. U ovom radu korišten je transportni model UrQMD⁶ o kojem se više može naći u [22].

Simulacije ovakvog tipa su vrlo složene i trenutno potpuni kvantno-mehanički tretman u njima nije moguć. Iz tog razloga, u kodove se implementiraju pojednostavljene fenomenološke interakcije. Iz simulacijskih proračuna dobivaju se eksperimentalne opservable koje se uspoređuju s rezultatima eksperimenta.

⁶Ultra relativistic Quantum Molecular Dynamics

3 EoS eksperiment na RIKEN-u

2016. godine na postrojenju RIBF⁷ u sklopu RIKEN Nishina centra za akcelerator-sku znanost [23] izveden je eksperiment pod nazivom "Proučavanje ovisnosti energije simetrije o gustoći mjerenjem omjera nabijenih piona u sudarima teških radioaktivnih iona" (dalje eksperiment EoS). Cilj eksperimenta bio je ograničiti parametre EoS neutronski bogate tvari pri dva do tri puta većoj gustoći od ρ_0 ostvarenoj u centralnim sudarima radioaktivnih izotopa kositra. U tablici 3.1 dan je pregled izvedenih sudara i pripadnih energija projektila.

Projektil	Meta	Energija (sred mete) [MeV/u]
¹⁰⁸ Sn	¹¹² Sn	269.3
¹¹² Sn	¹²⁴ Sn	270.4
¹³² Sn	¹²⁴ Sn	269.2
¹²⁴ Sn	¹¹² Sn	270.3

Tablica 3.1: Snopovi i mete korišteni na eksperimentu u RIKEN-u s energijama snopa

Ove kombinacije izotopa izabrane su kako bi u sudarima dobili sustave s različitim udjelima neutrona. Tako sudar ¹³²Sn+¹²⁴Sn (N/Z=1.56) stvara neutronske najbogatiji sustav, dok sudar ¹⁰⁸Sn+¹¹²Sn (N/Z=1.2) rezultira neutronske najsiromašnijim. Zbog razlika u asimetriji u broju protona i neutrona očekivano je da odstupanja u mjerenim opservablama budu posljedica različitih energija simetrija. Zadaća preostalih kombinacija, između ostalog, bilo je dobivanje opservabli pri srednjim asimetrijama. Za opservable koje će se mjeriti odabrani su omjer nabijenih piona te omjer izospinskih parova proton - neutron te triton - ³He. Naglasak je bio na mjerenju piona i povezivanju njihovih omjera s prisutnom asimetrijom sustava [24].

3.1 Eksperimentalni postav

Snop radioaktivnih iona na RIBF-u proizvodi se metodom separacije fragmenata u letu [25]. Primarni snop stabilnih teških iona (ovdje su korišteni ²³⁸U i ¹²⁴Xe) usmjeren je na produkcijsku metu gdje dolazi do fragmentacije projektila i fisije čime nastaju željeni radioaktivni izotopi. Separator fragmenata - sustav dipolnih i kvadrupolnih magneta te drugih uređaja za kontrolu snopa omogućuje izdvajanje i identifi-

⁷Radioactive Isotope Beam Factory

kaciju izotopa, a nakon tog postupka sekundarni snop "dostavlja" se eksperimentalnoj hali gdje je sudaren s gore navedenim metama.

Sustav detektora koji se koristi na RIKEN-u za kinematički potpuna mjerenja nuklearnih reakcija je eksperimentalni postav SAMURAI⁸ [26, 27]. Njegov glavni dio je supravodljivi dipolni magnet, a oko njega nalaze se detektori protona, teških iona, neutrona, γ -zraka i ulaznog snopa.

Sekundarni snop sudara se s metom koja je obično smještena tik ispred ili unutar otvora magnetu. Potom magnet skreće izlazne nabijene čestice prema detektorima fragmenata iona i protona dok neutroni nastavljaju ravno prema neutronsom detektoru (u RIKEN-ovu postavu detektor NEBULA). Ovisno o potrebama eksperimenta, razmještaj i sastav detektora mogu se u određenoj mjeri mijenjati.

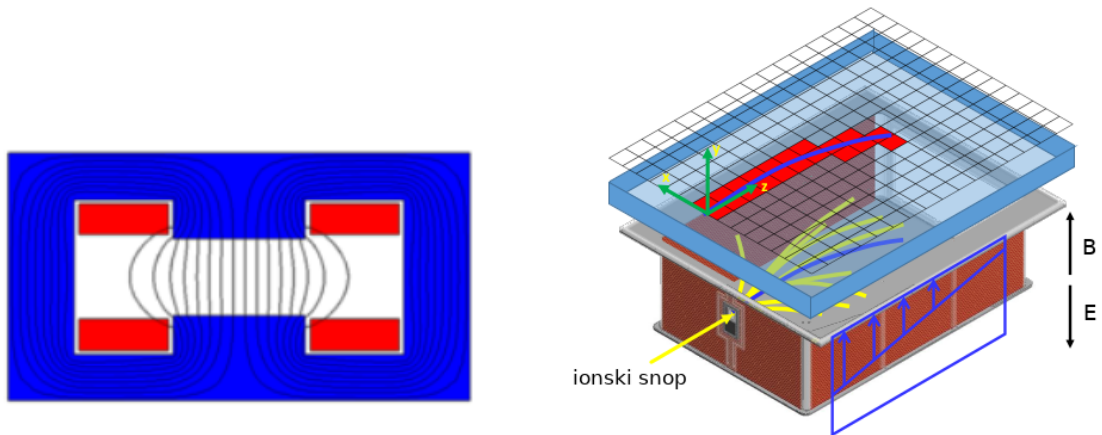
SAMURAI magnet je dipolni magnet H-tipa s efektivnim vertikalnim otvorom od 80 cm i maksimalnim magnetskim poljem iznosa 3.1 T. Magneti H-tipa imaju takvu jezgru da je u poprečnom presjeku unutrašnji otvor oblika slova H (Slika 3.1, lijevo). Zavojnice se nalaze na polovima, a u sredini je otvor u koji se mogu smjestiti detektori. Dipolni magnet skreće nabijene čestice sukladno njihovoj magnetskoj krutosti, $B\rho$ (čemu je veličina računski jednaka, a često se i zove jednostavno "bi-ro"). Ta veličina jednostavno se dobije izjednačavanjem Lorentzove sile koja skreće nabijene čestice u magnetskom polju i centripetalne sile iz čega slijedi jednakost

$$B\rho = \frac{p}{q}, \quad (3.1)$$

gdje je B iznos magnetskog polja, ρ radijus zakrivljenosti putanje nabijene čestice, p količina gibanja čestice, a q njezin naboj. Prema jednadžbi (3.1) očito je da će čestice s većom količinom gibanja za dani B biti manje zakrenute (veći ρ), kao i da će čestice većeg naboja biti više zakrenute (manji ρ).

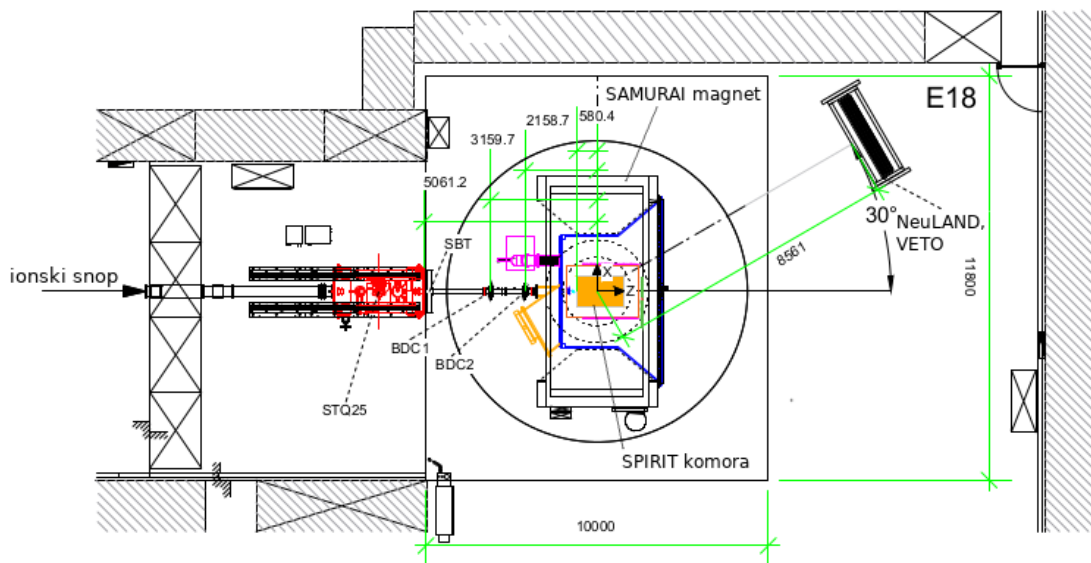
Za EoS eksperiment specijalno je dizajnirana komora vremenske projekcije (engl. time projection chamber, TPC) $S\pi$ RIT - SAMURAI Pion Reconstruction and Ion Tracker [29] primarno za rekonstrukciju putanja nabijenih piona te je smještena u otvor magnetu. Komora je ispunjena plinom koji prolazak nabijene čestice ostavlja ioniziranim i u njoj je uspostavljeno konstantno električno polje. Duž putanje kojom je čestica prošla nalaze se oslobođeni elektroni. Oni u električnom polju bivaju ubrzani do gornje plohe (anode) na kojoj ostavljaju dvodimenzionalnu projekciju putanje čestice

⁸Superconducting Analyzer for Multi particles from Radio Isotope Beams



Slika 3.1: H-tip dipolnog magneta (lijevo, preuzeto iz [28]) i prikaz rada $S\pi$ RIT komore (desno, preuzeto iz [19] i prilagođeno).

(Slika 3.1, desno). Treća koordinata dobiva se iz informacije o vremenu dolaska signala na gornju površinu prema čemu se uređaj i zove komora vremenske projekcije. Za detekciju neutrona i lakih nabijenih iona izvan komore služio je neutronske detektor NeuLAND koji je dopremljen iz akceleratornog postrojenja GSI u Njemačkoj. Uz njega, za identifikaciju nabijenih čestica korišten je detektor VETO koji je postavljen ispred NeuLAND-a. Ovi detektori izgrađeni su od scintilatorskih šipki različitih dimenzija složenih u ravnine. Specifično u ovom eksperimentu, budući da se radilo o centralnim sudarima, nabijene čestice emitirane su u širok raspon polarnih kuteva pa je značajan dio njih završio i u neutronske detektoru.



Slika 3.2: Shematski prikaz eksperimentalnog postava, u prikazu je izostavljen detektor VETO (preuzeto iz [19] i prilagođeno).

Shemu eksperimentalnog postava možemo promotriti na Slici 3.2. Dijelovi postava na koje ćemo se fokusirati su magnet i komora koji se nalaze unutar kružnice te NeuLAND koji je zakrenut za 30° u odnosu na os ulaznog ionskog snopa. Na prednju stranu nosive konstrukcije detekora NeuLAND montiran je detektor VETO. Ovdje valja napomenuti da je oznaka udaljenosti centra kružnice i NeuLAND-a pogrešna - upisana vrijednost odgovara udaljenosti između mete i NeuLAND-a.

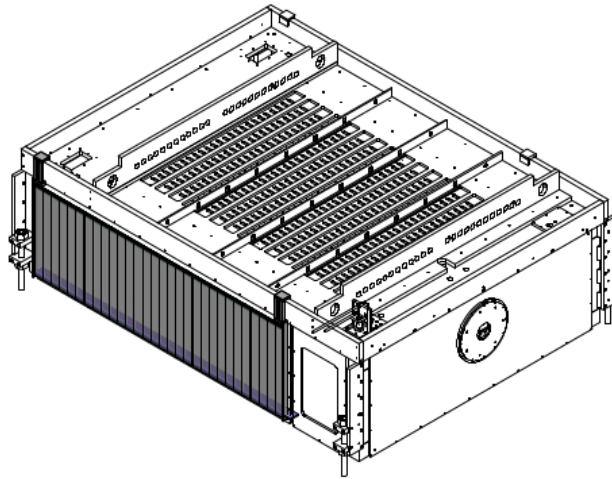
U nastavku iznosimo nešto detaljniji opis detektora koji su implementirani u simulacije. Detektor NeuLAND čiji su podatci direktno analizirani i uspoređivani sa simulacijama pokriven je u sljedećem poglavlju.

3.1.1 $S\pi$ RIT TPC

Komora $S\pi$ RIT sastoji se od dva spremnika. Unutrašnji spremnik komore sadrži ionizacijski plin i u njemu je uspostavljeno električno polje (Slika 3.1, desno). On je napravljen od vrlo otpornog i čvrstog kompozitnog materijala. Za ionizacijski plin odabran je P10, inače vrlo čest izbor za plinske detektore [30]. Na prednjoj strani tog spremnika (prva okomita na smjer ulaznog snopa) fiksiran je pokretni mehanizam na koji se smještaju mete. Taj delikatniji spremnik nalazi se u drugom, većem aluminijskom spremniku koji ima zaštitnu ulogu. Na njegovoj prednjoj strani nalazi se plastični prozorčić kroz koji u komoru ulazi ionski snop. Na vertikalno orijentirane (s obzirom na snop) strane komore (osim prednje) montirani su scintilatorski nizovi koji služe za selekciju korisnih događaja u sudaru (Slika 3.3). Oni omogućuju odbacivanje događaja koji nemaju zadovoljavajuću centralnost i onih u kojima nije bilo reakcije s česticama ulaznog snopa. Nizovi su sastavljeni od scintilatorskih šipki različitih dimenzija.

3.1.2 Detektor VETO

VETO je scintilacijski detektor sastavljen od osam šipki dimenzija $1.90 \times 0.32 \times 0.01$ m³ koje su složene vertikalno s preklopom od 0.5 cm. Kao što je rečeno, postavljen je ispred NeuLAND-a, a njegova je svrha bila razlikovanje nabijenih čestica od neutrona. VETO obično služi za odbacivanje pozadine od nabijenih čestica kako bi se u neutronsom detektoru mogli izdvojiti samo signali od neutrona, no u ovom eksperimentu imao je ulogu u identifikaciji čestica [31]. Budući da se radi o relativno



Slika 3.3: Aluminijski spremnik komore $S\pi$ RIT sa scintilatorskim nizom s lijeve bočne strane (preuzeto iz [19]).

tankom detektoru, vjerojatnost interakcije s neutronom je vrlo mala dok je za nabijene čestice značajna. To znači da je čestica koja ostavi trag u VETO-u i neutronsom detektoru s velikom vjerojatnošću nabijena, što nam daje uvjet za prepoznavanje neutrona u NeuLANDu: nedostatak traga u detektoru VETO.

4 NeuLAND

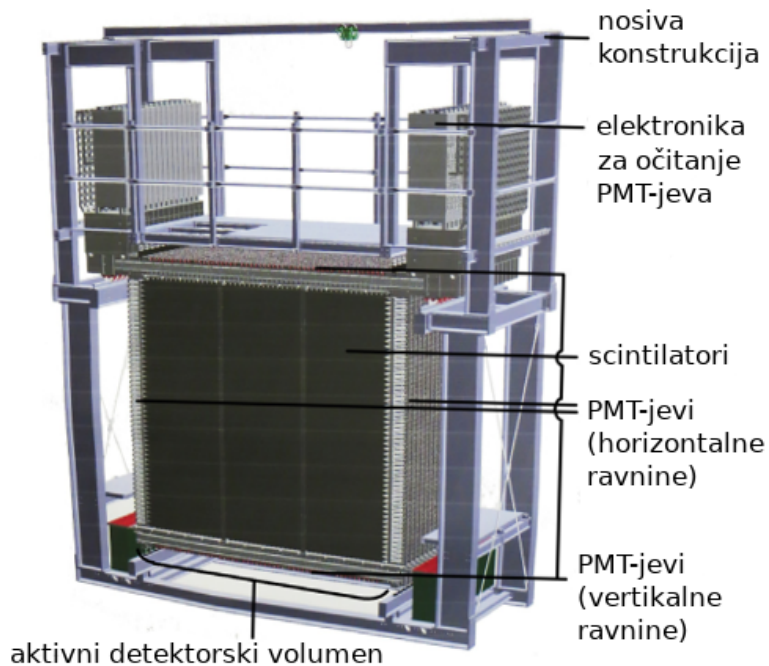
NeuLAND je neutronska detektor u izgradnji na drugom velikom akceleratorskom postrojenju FAIR⁹ na institutu GSI (Njemačka) koji je pored RIKEN-a u mogućnosti provoditi mjerenja reakcija u sudarima teških radioaktivnih iona pri visokim energijama. Detektor je dio eksperimentalnog postava međunarodne suradnje R3B¹⁰ i namijenjen je efikasnoj detekciji neutrona uz mogućnost prepoznavanja i rekonstrukcije višeneutronskih događaja u rasponu od 100 do 1000 MeV. Govoreći o fizikalnim programima, NeuLAND ima važnu ulogu pri proučavanju ovisnosti nuklearnih svojstava o izospinu što podrazumijeva istraživanja nuklearnih sustava s velikom izospinskom asimetrijom (više u [32]).

Prema funkciji riječ je o scintilacijskom detektoru vremena preleta. Izgrađen je od plastičnih scintilatorskih šipki dimenzija $5 \times 5 \times 250 \text{ cm}^3$ (tipa RP408) složenih u ravnine od kojih svaka sadrži 50 šipki. Ravnine su montirane u nosivu konstrukciju detektora tako da su šipke u prvoj ravnini orijentirane u horizontalnom, u drugoj u vertikalnom smjeru i tako naizmjenično. Na taj način omogućena je dobra prostorna rezolucija u vertikalnom i horizontalnom smjeru te izbjegnut gubitak signala od čestica koje bi prošle između šipki da su u svim ravninama okrenute u istom smjeru. Skupljanje scintilacijskih signala koje stvaraju ulazne čestice vrši se pomoću fotomultiplikatorskih cijevi koje se nalaze na oba kraja šipki, a pripadna elektronička oprema za očitavanje signala smještena je u četiri tornja na vrhu detektora (Slika 4.1). Konačna verzija detektora sastojat će se od 60 ravnina čime će njegova ukupna dimenzija iznositi $250 \times 250 \times 300 \text{ cm}^3$. U završnom obliku njegova je prostorna rezolucija iznosa $\sigma_{x,y,z} < 1.5 \text{ cm}$ i vremenska iznosa $\sigma_t < 150 \text{ ps}$.

Za određivanje vremena preleta čestice potreban je tzv. start detektor koji određuje početak mjerenja vremena. To je obično detektor koji ima mogućnost preciznog mjerenja vremena, a smješten je tik ispred mete i kroz njega prolazi snop (često se radi o brzom scintilatoru). Interakcija čestice u NeuLAND-u daje drugi vremenski signal iz čega dobivamo vrijeme preleta. Vremenska informacija u NeuLAND-u dobiva se iz PMT-jeva na krajevima šipki (u kojoj je interakcija proizvela scintilacijsko svjetlo) prema formuli (4.1).

⁹Facility for Antiproton and Ion Research

¹⁰Reactions with Relativistic Radioactive Beams



Slika 4.1: Shematski prikaz detektora NeuLAND (preuzeto iz [33] i prilagođeno)

$$t_{NL} = \frac{1}{2} \left(t_1 + t_2 - \frac{l}{c_{scint}} \right). \quad (4.1)$$

Vremena t_1 i t_2 zabilježena su u dva PMT-ja na krajevima šipke, l je duljina šipke, a c_{scint} brzina rasprostriranja svjetlosti u istoj. Mjesto interakcije, x u dotičnoj šipki rekonstruira se prema izrazu:

$$x = \frac{c_{scint}}{2} (t_1 - t_2). \quad (4.2)$$

Mjereno vrijeme preleta čestice (engl. Time of Flight, ToF) (4.3), uz poznatu udaljenost detektora od mjesta nastanka čestice, L služi za određivanje brzine čestice.

$$ToF = t_{NL} - t_{START} = \frac{L}{\beta c}. \quad (4.3)$$

U prethodnom izrazu vrijedi $\beta = v/c$ gdje je v brzina čestice. Iz količine naboja proizvedenog u PMT-ju od strane ulaznog svjetlosnog signala dobiva se informacija o deponiranoj energiji čestice [34]. Svakako treba uzeti u obzir efekte koji se uočavaju u transmisiji svjetlosti kroz scintilator te pri nastanku signala u PMT-jevima od kojih ćemo spomenuti svjetlosno prigušenje i saturaciju signala. Svjetlosno prigušenje (engl. quenching) vezano je uz scintilator i rezultat je pretvorbe energije koju je

čestica deponirala u druge oblike energije umjesto u svjetlosni signal. Primjer je pretvorba deponirane energije u toplinu. Na taj se način gubi informacija o deponiranoj energiji zbog čega ona nije linearno proporcionalna svjetlosnom signalu već vrijedi Birkov zakon:

$$\frac{dL}{dx} = S \frac{\frac{dE}{dx}}{1 + kB \frac{dE}{dx}}. \quad (4.4)$$

L ovdje predstavlja generirani svjetlosni signal, S scintilacijsku efikasnost, a kB Birkov koeficijent. Negdje se koristi i proširena verzija Birkovog zakona gdje je u nazivnik dodan član s kvadratom dE/dx . Birkov koeficijent određuje se za pojedinu vrstu scintilatora. Drugi efekt - saturacija signala primijećena je u PMT-jevima, a manifestira se na način da naboj (koji predstavlja signal u PMT-ju) nije linearno proporcionalan ulaznoj svjetlosti. Vrijedi slična ovisnost kao za prigušenje svjetlosti:

$$Q = \frac{L}{1 + \kappa L} \quad (4.5)$$

Veličina κ predstavlja saturacijski koeficijent koji se određuje za pojedinu vrstu fotomultiplikatorskog uređaja i u korištenim PMT-jevima na NeuLAND-u za njegov iznos koristi se vrijednost 0.012. Iz formule je vidljivo da će za velike svjetlosne signale, dakle za veliku depoziciju energije, efekt saturacije biti veći.

Glavni gubitak energije nabijenih čestica u detektoru (težih od elektrona: mioni, pioni, protoni, lake jezgre) rezultat je elektromagnetske interakcije uglavnom preko neelastičnih sudara s atomskim elektronima materijala prilikom čega oni ostaju pobuđeni ili ionizirani. Nešto manje energije gubi se preko elastičnih raspršenja na jezgrama [30]. Srednji gubitak energije čestice po prijađenom putu opisuje Bethe-Blochova formula,

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 W_{max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z} \right]. \quad (4.6)$$

Ovdje r_e predstavlja klasični elektronski radijus, m_e je masa elektrona, N_A Avogadrov broj, I srednji ionizacijski potencijal, Z , A i ρ atomski broj, atomska težina i gustoća apsorberskog materijala, z naboj ulazne čestice u jedinicama e i β omjer v/c ulazne čestice. W_{max} predstavlja maksimalni transfer energije u jednom sudaru, a δ i C korekcije koje postaju važne pri visokim i niskim energijama, respektivno. Srednja deponirana energija duž određenog puta dobije se integriranjem jednadžbe (4.6):

$$E = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dE}{dx} dx. \quad (4.7)$$

U jednadžbi (4.6) važno je primijetiti ovisnost o brzini čestice preko člana β odnosno $\beta\gamma$. Ova relacija je dakle veza deponirane energije i vremena preleta čestice.

Neutroni zbog izostanka naboja imaju drugačiji mehanizam interakcije s materijalom detektora. Koji mehanizam će biti dominantan, ovisi o energiji ulaznog neutrona, no svi su upravljani jakom nuklearnom silom. Za neutrone ovdje promatranih energija (10ak - 500 MeV) i u ovom scintilatorskom materijalu detekcija se oslanja na elastična raspršenja (n,p) i nuklearne reakcije (n,x) [35]. Rezultat tih procesa je prijenos dijela energije na nabijene čestice koje pak gube energiju kako je opisano gore. Vezu vremena preleta neutrona i energije dobivamo iz relativističkog izraza za kinetičku energiju

$$E = (\gamma - 1)m_n c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{L^2}{(tc)^2}}} - 1 \right) m_n c^2, \quad (4.8)$$

U prethodno opisanim veličinama sadržan je skup informacija koje možemo dobiti iz NeuLAND-a. Uz VETO detektor postavljen ispred njega, moguće je razlikovanje nabijenih čestica od neutrona. Također, budući da u (4.6) imamo ovisnost o $\beta\gamma$ što je jednako p/mc , različite čestice će za dani p zbog razlike u masi imati drugačiju depoziciju energije prema čemu je moguće razlikovati nabijene čestice međusobno. Kalibracija NeuLAND-a vrši se pomoću kozmičkih miona koji u detektor dolaze pod različitim kutovima. Procedura se sastoji od određivanja udaljenosti između dva signala u detektoru koja je ostavio isti mion i zahtjeva da vremenska razlika između ta dva signala odgovara čestici koja se giba brzinom svjetlosti¹¹ [32]. Budući da je poznata srednja depozicija energije miona u scintilatoru (≈ 2 MeV/cm) koriste se i za energijsku kalibraciju. Pri kalibraciji, eksperimentalni podaci se također korigiraju za efekt hoda (engl. walk effect) - pojave da izmjereno vrijeme ovisi o amplitudi signala.

Takozvani NeuLAND Demonstrator, verzija NeuLAND-a s osam ravnina, poslan je 2015. godine na RIKEN gdje je uklopljen u tamošnji SAMURAI postav kako je opisano u prethodnom poglavlju.

¹¹Mioni energije 4 GeV-a (srednja energija kozmičkih miona pri površini Zemlje) gibaju se brzinom 0.9993c.

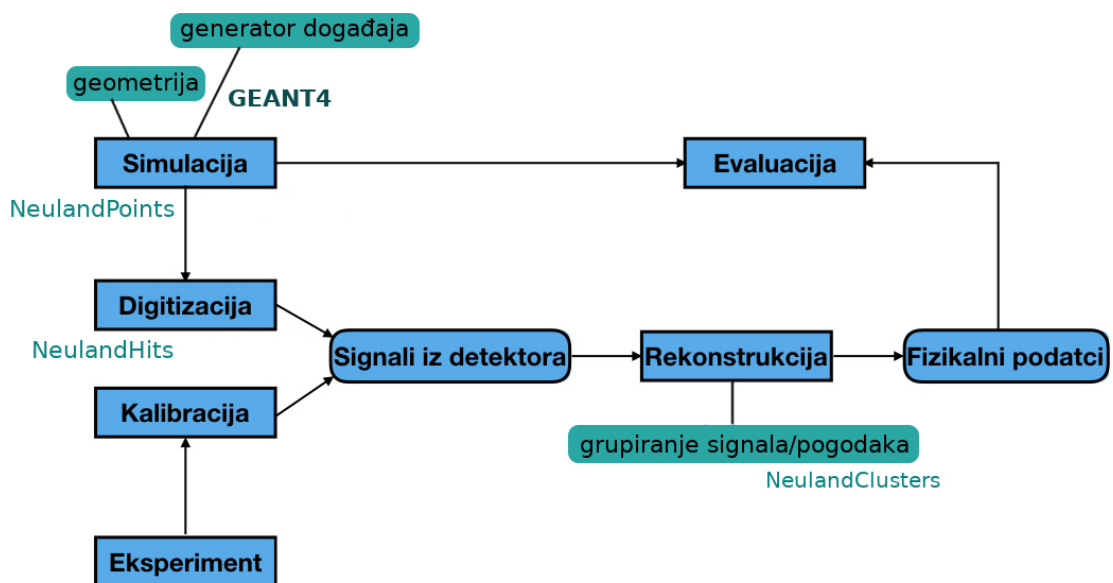
5 Simulacije

Unutar međunarodne suradnje R3B razvijen je programski paket pomoću kojeg njezini članovi izvode simulacije i analizu podataka eksperimenata izvedenih na GSI-ju. Programski paket nazvan je R3BRoot i temeljen je na Root-u [36], programskom paketu koji se redovito koristi u nuklearnoj i fizici visokih energija. U R3BRoot implementirane su klase detektora koje kolaboracija koristi te algoritmi za simulacije, kalibraciju i analizu podataka. Također, za izvođenje simulacija u paket je integrirano VMC (engl. Virtual Monte Carlo) sučelje koje korisniku omogućuje izbor različitih Monte Carlo implementacija tj. transportnih mehanizama koji propagiraju čestice kroz materijale pritom nasumično birajući moguće fizikalne interakcije [37, 38]. Valja primijetiti razliku između ovog pristupa i transportnih modela opisanih kratko u poglavlju 2.5 gdje se u simulaciji evolucija čestica provodi rješavanjem dinamičkih transportnih jednadžbi. Simulacije u ovom radu izvedene su u R3BRoot-u uz pomoć transportnog mehanizma GEANT4 [39]. U ostatku poglavlja donosimo kratak pregled osnovnih principa njihove provedbe. Pregled opisa procedure koji slijedi sažet je i može se pratiti na Slici 5.1.

Izvođenje simulacija u R3BRoot-u zahtijeva definiciju geometrije detektorskog postava, primarnih čestica te izbor transportnog mehanizma koji će primijeniti fiziku koja upravlja interakcijom čestica s materijom. Definicija geometrije podrazumijeva unos točnih lokacija i dimenzija detektora te svih materijala na koje se može naići u eksperimentalnoj hali što uključuje detektorske materijale kao i zrak i vakuum u pojedinim dijelovima postava. Primarne čestice definiraju se u okviru generatora događaja. Prema načinu definiranja veličina koje opisuju kako proizvesti česticu moguće je birati između nekoliko vrsta generatora. Ovdje su korištena dva, tzv. box-generator i ASCII-generator. Korištenje određenog generatora može zahtijevati primjerice unos vrste čestice, njezine energije, izvora iz kojeg biva emitirana i prostornog kuta u koji biva emitirana. Česticama je, prema široko prihvaćenoj konvenciji u visokoenergetskoj fizici, dodijeljen jedinstveni PDG¹² kod pomoću kojeg se u programu određuje vrsta čestice. U konačnici, odabire se transportni mehanizam koji pomoću Monte Carlo simulacija nasumičnim odabirom primjenjuje moguće fizikalne procese i tako evoluirati zamišljeni sustav u prostoru i vremenu. Jedan od takvih me-

¹²engl. Particle Data Group

hanizama je GEANT4 i on je korišten u ovom radu. Fizikalni procesi se prema vrstama i energijama čestica sa željenim ograničenjima mogu odabirati zasebno ili se mogu izabrati odgovarajuće referentne fizikalne liste. GEANT4 nudi nekoliko desetaka fizikalnih lista koje pokrivaju različite energijske raspone čestica s raznim implementacijama fizikalnih interakcija. Korisnik prema vlastitom fizikalnom slučaju izabire onu koja najbolje reproducira eksperimentalne podatke. U našem slučaju korištena je fizikalna lista QGSP_BERT_HP¹³. Lista QGSP_BERT je preporučljiva za korištenje u visokoenergetskoj fizici dok HP naznačuje visoko precizni model za interakcije neutrona.



Slika 5.1: Tijek postupka simulacije i analize podataka te njihove usporedbe

Rezultat GEANT4-ovog tretmana primarnih čestica je skup podataka organiziran prema principu "događaj po događaj". Događajem se smatra jedna interakcija između čestice projektila i čestice mete i opisan je kinematičkim varijablama svih izlaznih čestica. Informacija o svakoj interakciji tih čestica i čestica materijala (kao i sekundarnih čestica nastalih u tim interakcijama dok zadnja čestica ne bude zaustavljena ili izađe iz volumena postava) pohranjena je i moguće joj je pristupiti. Informacijama o interakcijama koje su se odvile u NeuLAND-u pristupamo preko tzv. spremnika *NeulandPoints*. Sljedeći korak je učiniti ovaj skup podataka ekvivalentnim podacima koje dobivamo iz detektora. Tome služi proces digitizacije koji ustvari simulira ponašanje elektronike koja skuplja signale iz detektora (više u [40]). Rezultat su podaci - tzv. pogoci

¹³Quark-Gluon String Precompound, BERTini, High-Precision

koji su za NeuLAND strukturirani u spremniku *NeulandHits*. Oni se uspoređuju s podacima dobivenim iz detektora.

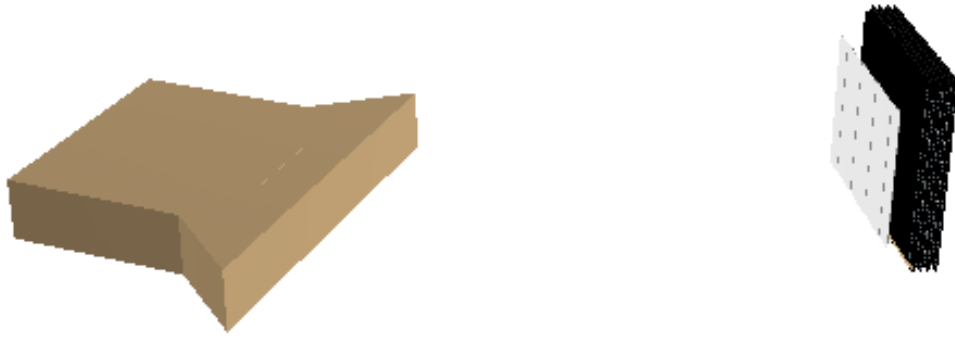
Posljednji korak koji se provodi i u analizi podataka i u simulaciji je grupiranje signala (u slučaju simulacije NeulandHit-ova odnosno pogodaka) kako bi se oni mogli povezati s određenom česticom. Naime, čestica u detektoru ostavi nekoliko pogodaka. Tek grupiranjem istih možemo rekonstruirati ukupni energijski gubitak pojedine čestice i ukupni multiplicitet čestica u detektoru. No to nije jednostavan zadatak, pogotovo ako mnogo čestica istodobno ulazi u detektor. Trenutno se za to koristi algoritam koji povezuje signale pomoću geometrijskog uvjeta. Ako su signali prostorno i vremenski udaljeni za manje od određenog iznosa pridružuju se istoj grupi [40]. U simulaciji ti su podaci strukturirani u spremniku *NeulandClusters* (dalje u tekstu klasteri ili grupirani pogoci).

5.1 Geometrija

U simulaciju su uključeni detektori NeuLAND i VETO, supravodljivi magnet SAMURAI te dijelovi $S\pi$ RIT komore. Geometrija detektora NeuLAND i kodovi potrebni za provođenje simulacija već su sadržani u R3BRoot-u te su korišteni u postojećem obliku. VETO, budući da nije dio postava R3B kolaboracije u GSI-ju, nije sadržan u R3BRoot-u te je stoga u softver za njega dodana realistična geometrija i kod koji provodi digitizaciju na način da novi detektor skladno funkcionira u R3B-jevom okruženju. Spomenuta dva detektora su u simulacijama bili jedini aktivni detektori što znači da kao krajnji rezultat simulacije možemo vidjeti podatke kakve bi dobili iz samih fizičkih detektora kroz pogotke i klastere. Geometrija magneta SAMURAI implementirana je preko GDML¹⁴ datoteke [42]. Dijelovi komore $S\pi$ RIT dodani su u istu datoteku unutar magneta SAMURAI te je ona učitana prilikom pokretanja simulacije. Magnet i dijelovi komore u simulacijama predstavljaju pasivnu geometriju što znači da čestice mogu interagirati s materijalom koji ih izgrađuje, no o njima imamo informaciju samo kroz prvi stadij procesa simuliranja.

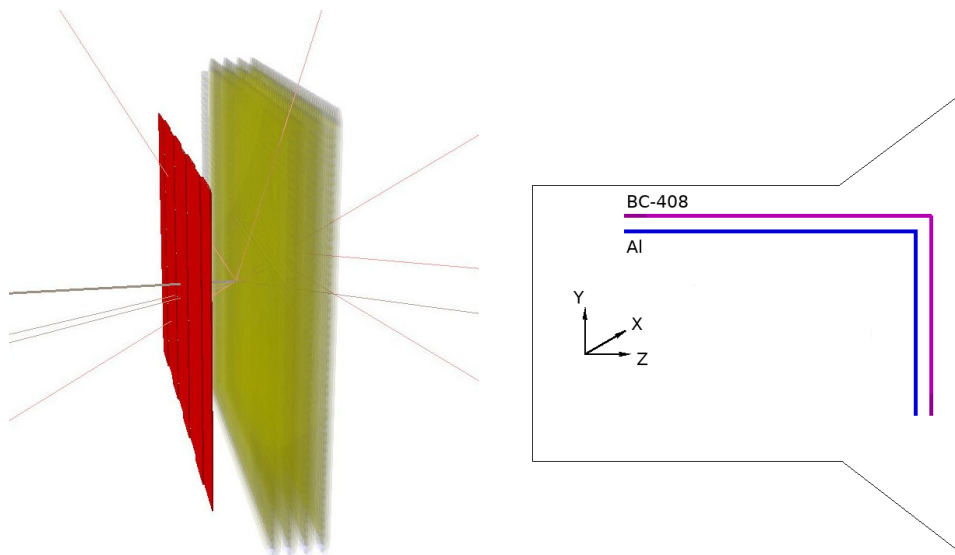
Na Slici 5.2 vidimo prikaz SAMURAI magneta, NeuLAND-a i VETO-a u simulaciji u realističnom prostornom rasporedu (kao u eksperimentu). Detaljnija geometrija NeuLAND-a i VETO-a vidljiva je na Slici 5.3, lijevo.

¹⁴Geometry Description Markup Language - specijalno dizajnirani programski jezik za opisivanje geometrije detektora čiji je format konačne datoteke neovisan o primjeni [41]



Slika 5.2: Prikaz geometrije u simulaciji: SAMURAI magnet (smeđe), VETO (sivo) i NeuLAND (crno)

U simulaciju zbog jednostavnosti nije dodana cijela geometrija $S\pi$ RIT TPC-ja već samo dio koji stoji na putu čestica emitiranih u sudarima prema NeuLAND-u. Taj materijal potrebno je uključiti u simulaciju zato što će čestice kroz interakcije s njim deponirati dio svoje energije što će utjecati na vrijednosti koje vidimo u NeuLAND-u. Konstruirane su lijeva i doljnja (gledano iz perspektive ulaznog snopa) bočna strana komore okomita na os snopa te su umetnute na odgovarajuće mjesto unutar otvora magneta. Pod stranama ovdje podrazumijevamo dva zida odgovarajućih debljina koji predstavljaju dijelove scintilatorskih nizova i aluminijskog kućišta (redom izvana prema unutra kao na Slici 5.3, desno).

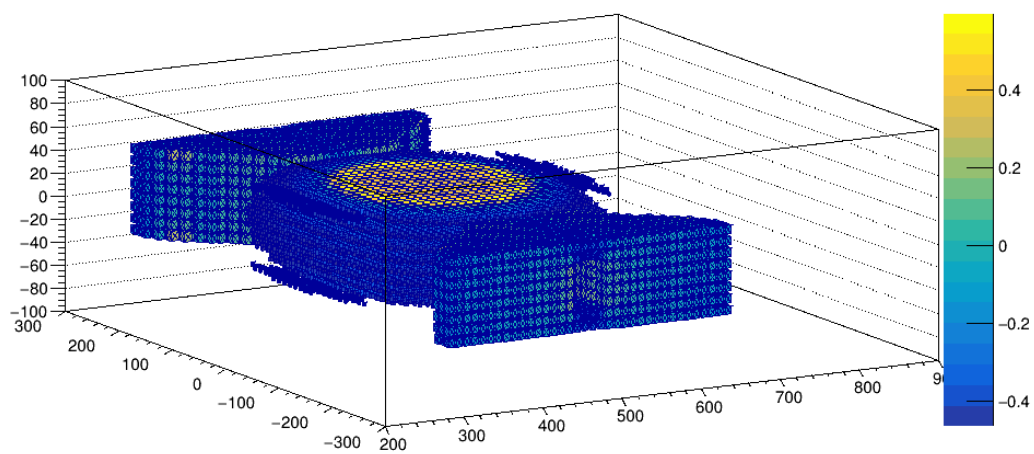


Slika 5.3: VETO (crveno) i NeuLAND (žuto) (lijevo) i shema dijelova $S\pi$ RIT TPC-ja unutar magneta SAMURAI (desno)

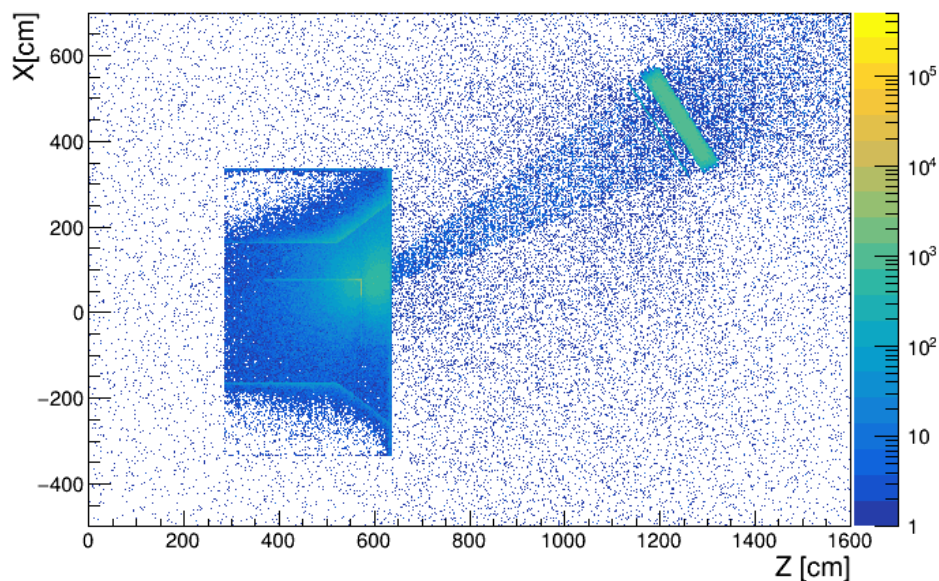
Scintilatorski niz je, kao spomenuto, građen od scintilatorskih šipki različitih dimenzija, no ovdje je kao jednostavna aproksimacija na odgovarajuće mjesto stavljen zid

od istog scintilatorskog materijala debljine jednake debljini šipki. Aluminijsko kućište u obliku zida je realna konstrukcija. Plinski kavez nije implementiran u simulaciju zbog teškoća u definiranju njegova materijala u okviru simulacijskog paketa. Ipak, budući da je njegova debljina svega 1.5 mm, procijenjeno je da njegova odsutnost u cjelokupnom odzivu detektora NeuLAND ne unosi veliku razliku.

Tijekom eksperimenta magnet je osiguravao magnetsko polje od 0.5 T u centralnom području koje je služilo primarno razdvajanju nabijenih piona. Mapa magnetskog polja preuzeta je sa [43] i implementirana u simulacije. Na Slici 5.4 prikazane su vrijednosti magnetskog polja u području magneta.



Slika 5.4: Magnetska mapa



Slika 5.5: X-Z distribucija prvih interakcija čestica u eksperimentalnoj hali

Geometrija i relativni položaji detektora mogu se još dobro vidjeti kroz prikaz in-

terakcija koje čestice ostvaruju u njima te u zraku u ostatku eksperimentalne hale. Slika 5.5 prikazuje pogled odozgo na prve interakcije čestica svugdje u hali.

Tragovi interakcija ocrtavaju geometriju magneta (lijeva strane hale) te VETO-a i NeuLAND-a (gore desno). U magnetu možemo uočiti veći broj interakcija u gornjem desnom kutu što je jasno zbog širokog kuta u kojem emitiramo čestice u tom smjeru.

5.2 Generatori događaja

U svrhu provjere slaganja eksperimentalnih podataka sa simulacijom, čestice su generirane pomoću box-generatora. U ovom slučaju nije simuliran sudar projektila i mete već su generirane čestice koje su nastale u sudarima izotopa kositra, a ujedno su detektirane u NeuLAND-u. To podrazumijeva čestice navedene u tablici 5.1 generirane uniformno u dane raspone kuteva i energija koji su određeni na način da se istovremeno dobije dovoljan skup podataka za usporedbu s eksperimentom i minimizira vrijeme izvođenja simulacije. Također, paralelno je provedena kvalitativna usporedba s eksperimentalnim podacima što je dalo okvirnu indikaciju za rubne vrijednosti raspona. Svaka vrsta čestice generirana je zasebnim generatorom događaja. Čestice su generirane jedna po jedna što je znatno pojednostavljenje u odnosu na eksperiment gdje velik broj čestica istovremeno ulazi u detektor, no razlog takvom pristupu je mogućnost transparentnije analize traga koji pojedina vrsta čestice ostavlja u detektoru. Sve su generirane iz položaja mete.

Čestica	Energija [GeV]	ϕ	θ	Multiplicitet
proton	[0.04, 1.0]	$[-10^\circ, 10^\circ]$	$[26^\circ, 60^\circ]$	$5 \cdot 10^5$
neutron	[0, 0.5]	$[-10^\circ, 10^\circ]$	$[22^\circ, 38^\circ]$	$5 \cdot 10^5$
deuteron	[0.04, 1.0]	$[-10^\circ, 10^\circ]$	$[26^\circ, 60^\circ]$	$5 \cdot 10^5$
triton	[0.04, 1.0]	$[-10^\circ, 10^\circ]$	$[26^\circ, 60^\circ]$	$5 \cdot 10^5$
jezgra ^3He	[0.04, 1.0]	$[-10^\circ, 10^\circ]$	$[26^\circ, 60^\circ]$	$5 \cdot 10^5$
α	[0.04, 1.0]	$[-10^\circ, 10^\circ]$	$[26^\circ, 60^\circ]$	$5 \cdot 10^5$
γ	[0.04, 1.0]	$[-10^\circ, 10^\circ]$	$[22^\circ, 38^\circ]$	$5 \cdot 10^5$

Tablica 5.1: Generirane čestice s ulaznim parametrima box-generatora

Nakon što je dobiveno zadovoljavajuće slaganje s eksperimentom, provedena je usporedba s rezultatima UrQMD transportnog modela. Rezultati modela u kojem se simuliraju sudari izotopa kositra za dvije različite parametrizacije energije simetrije ($\gamma = 0.5$ i $\gamma = 1.5$) dobiveni su u obliku tekstualnih (ASCII) datoteka [44] koje su prosljeđene ASCII generatoru. Generator iz tekstualnih datoteka iščitava informa-

cije o događajima - nastale čestice, izvor, komponente impulsa i brzine čestica te se nakon toga čestice kao i u prethodnom slučaju propagiraju pomoću GEANT4-a kroz prostor i detektore.

Krajnji cilj simulacija bio je omogućiti rekonstrukciju energijskih raspodjela neutrona i protona iz centralnih sudara izotopa kositra iz eksperimenta te ih usporediti s rezultatima UrQMD modela. Rekonstrukcija je napravljena za sudare $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ te $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$.

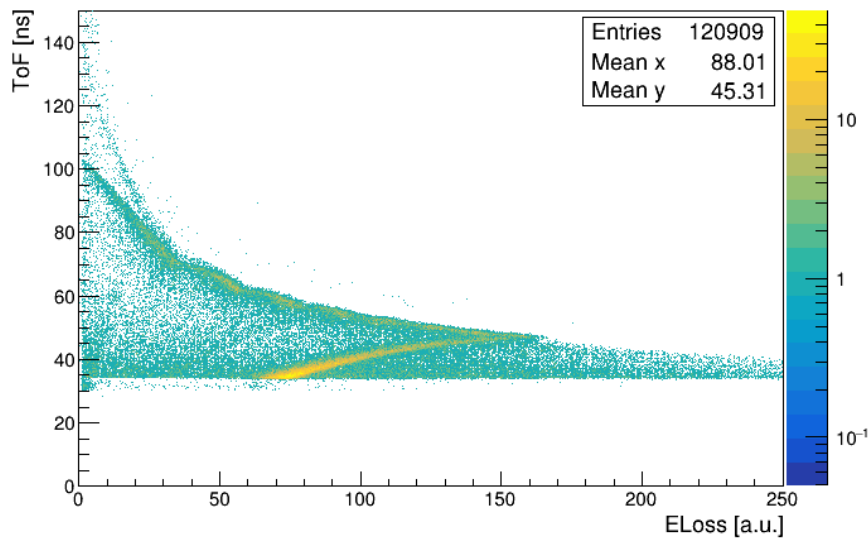
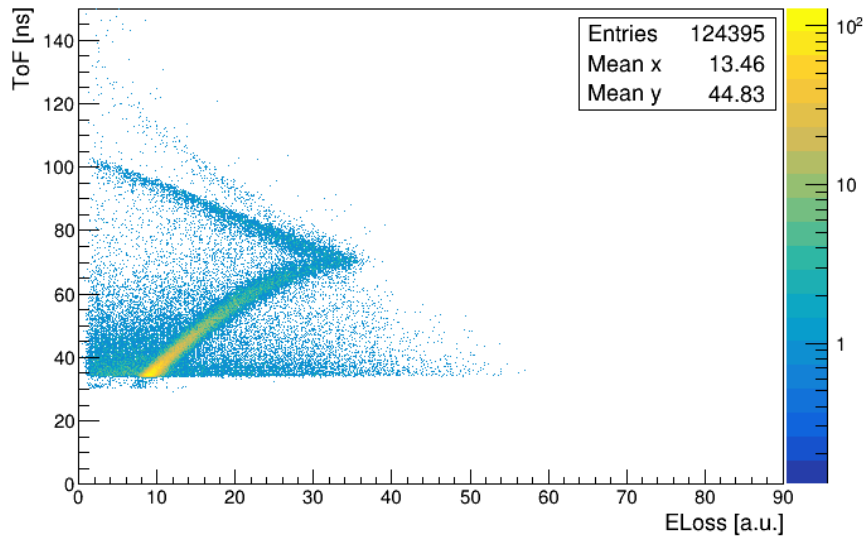
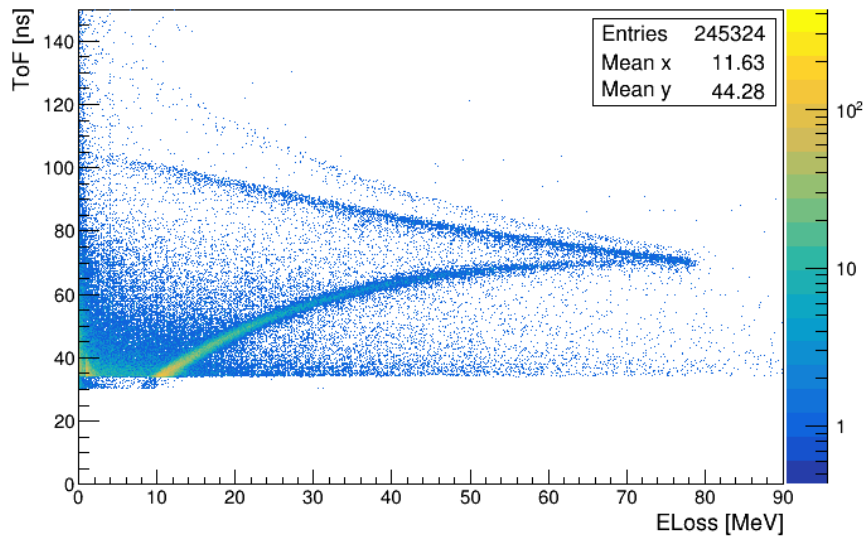
6 Rezultati i analiza

Za početak promotrimo kakav "potpis" pojedine čestice ostavljaju u detektoru i kako on izgleda u pojedinim stadijima simulacija. Detaljnije ćemo analizirati protone i neutrone, a zatim kratko komentirati i ostale čestice. U tu svrhu poslužit će histogrami koji prikazuju ovisnost vremena preleta o deponiranoj energiji čestice.

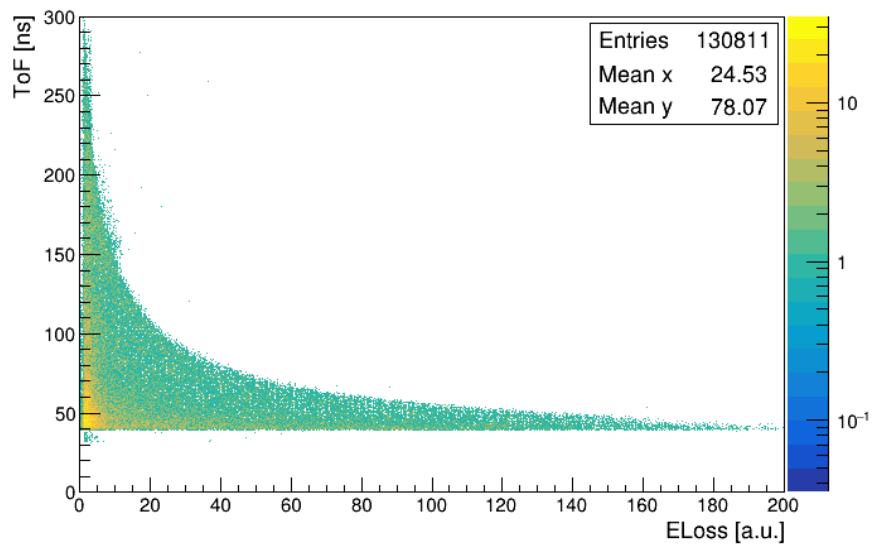
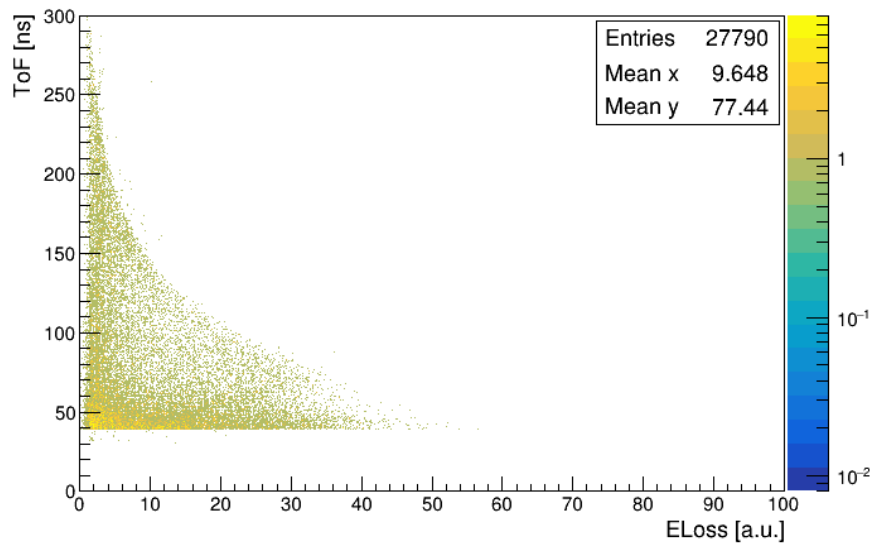
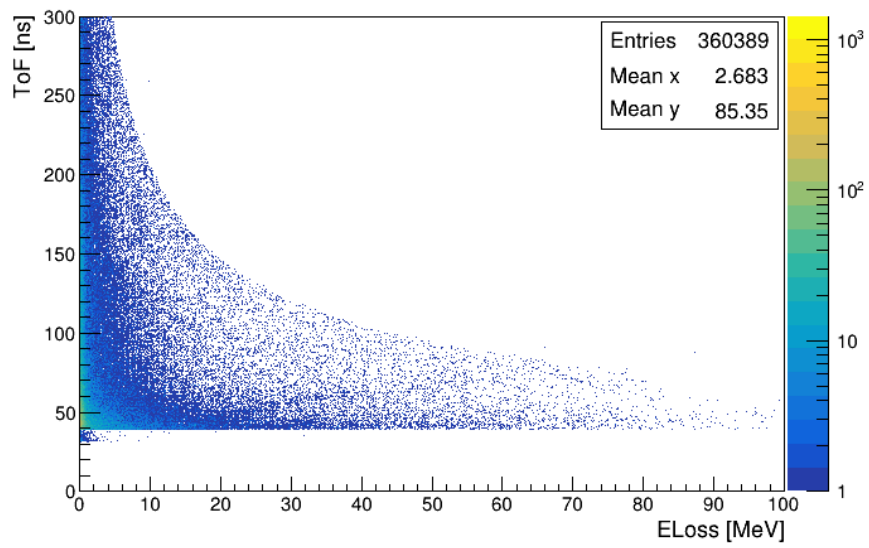
Klasični potpis nabijenih čestica u NeuLAND-u je tzv. Bethe-Blochova linija koju za protone možemo uočiti na Slikama 6.1. Gornja i srednja slika predstavljaju tragove čestica u prvoj ravnini NeuLAND-a, dok je doljnja slika prikaz tragova iz cijelog detektora. Većim vremenima preleta odgovaraju sporije čestice kojima "pripada" gornji dio linije. Slabije vidljivu gornju "sekundarnu" liniju stvaraju protoni koji ne prođu kroz već iznad ili ispod detektora VETO (šipke od kojih je građen VETO su kraće od NeuLAND-ovih). Linija se zatim prelama u točki koju ćemo prigodno zvati točkom probijanja ravnine. Čestice na putu do NeuLAND-a kroz zrak, VETO i kroz prvu ravninu gube dio energije. Tako su neke već u prvoj ravnini zaustavljene dok druge imaju još dovoljno energije za daljnji put kroz detektor - one s manjim vremenom preleta od onog u točki probijanja su upravo takve čestice i njima "pripada" doljnji dio linije. One čestice koje se nalaze izvan linije rezultat su procesa koje Bethe-Bochova formula ne uzima u obzir, a to su procesi koji se događaju posredstvom jake interakcije. Na Slici 6.1 - gore je rezultat GEANT-ove evolucije primarnih čestica. Na srednjoj slici je rezultat digitizacije - primjene svojstava detektorskog materijala i elektronike na podatke s gornje slike. Na toj slici Bethe-Blochova linija izgleda kao da je zbijena prema nižim energijama što je rezultat svjetlosnog prigušenja i saturacije signala. Podaci se obično korigiraju za te efekte prema poznatim formulama (4.4, 4.5), no ovdje je u svrhu lakše usporedbe s eksperimentom (zbog izgleda histograma) saturacija zadržana¹⁵ dok je u kasnijoj analizi ispravljena. Rezultat sljedećeg koraka u procesu simuliranja, grupiranje pogodaka, prikazano je na Slici 6.1 - dolje. Ovdje gledamo rezultat za cijeli detektor budući da se pogodci koji pripadaju istoj grupi mogu protezati kroz više od jedne ravnine. Razlog zbog kojeg linija nije kontinuirana već se mogu uočiti ispupčeni dijelovi koji pripadaju česticama zaustavljenim u različitim ravninama leži također u saturaciji signala u PMT-jevima.

Na Slici 6.2 prikazani su rezultati simulacija za neutrone jednakim redoslijedom po

¹⁵Iz tog razloga će na odgovarajućim mjestima mjerna jedinica za energiju biti a.u., odnosno arbitrary unit (proizvoljna jedinica specifična za detektorski uređaj).

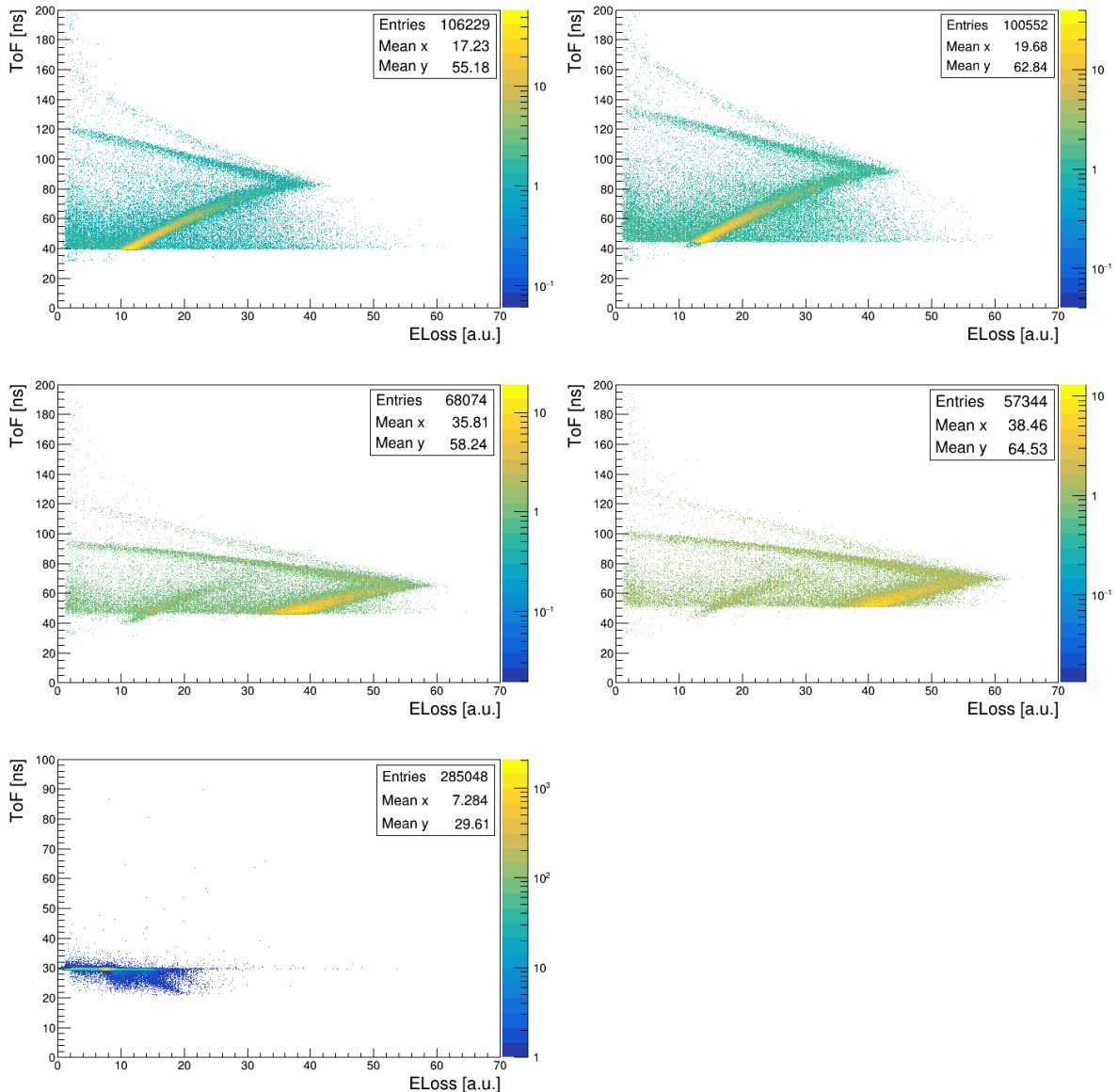


Slika 6.1: Protoni energetskeg raspona (40-1000) MeV u prvoj ravni NeuLAND-a - NeulandPoints (gore) i NeulandHits (sredina) te u cijelom NeuLAND-u - NeulandClusters (dolje).



Slika 6.2: Neutroni energetskeg raspona (0-500) MeV u prvoj ravni NeuLAND-a - NeuLANDPoints (gore) i NeuLANDHits (sredina) te u cijelom NeuLAND-u - NeuLANDClusters (dolje).

stadijima simulacija kao za protone. Budući da njihova interakcija nije opisana Bethe-Blochovom formulom ne uočavamo spomenutu liniju. Maksimalna deponicija energije za pojedino vrijeme preleta približno je jednaka kinetičkoj energiji ulaznog neutrona stoga rubne vrijednosti deponirane energije na Slici (6.2) - gore prate relaciju (4.8). U srednjem i doljnjem prikazu (pogodci i grupirani pogodci) prisutni su efekti karakteristični za detektor već spomenuti kod protona.



Slika 6.3: Ovisnost vremena preleta o deponiranoj energiji za prvu ravninu NeuLAND-a u drugom stadiju simulacije (digitizirani podaci) redom za: deuteron, triton, jezgru ³He, α -čestice i γ -zrake.

Na Slici 6.3 prikazani su histogrami vremena preleta u ovisnosti o deponiranoj energiji za ostale generirane čestice u prvoj ravnini NeuLAND-a, redom: deuterone, tritone, jezgre ³He, α -čestice i γ -zrake. Kao i kod protona, i kod ovih jezgri uočljiva

je pripadna Bethe-Blochova linija. Kod jezgri ${}^3\text{He}$ i α -čestica pojavljuje se i Bethe-Blochova linija visokoenergijskih protona ispod vremena probijanja ravnine koji nastaju u interakcijama dijela generiranih ${}^3\text{He}$ i α -i s okolnim materijalima. Što se tiče γ -zraka, budući da je udaljenost detektora od mete fiksna, kao i brzina svjetlosti, očekuje se oštri vrh u vremenu preleta koji je i uočljiv na Slici 6.3 - dolje, lijevo. Ujedno, ispod desnog dijela te linije (i nešto manje iznad lijevog dijela) vide se dodatni tragovi koji također dolaze od interakcija γ -i s okolinom.

6.1 Slaganje s eksperimentom

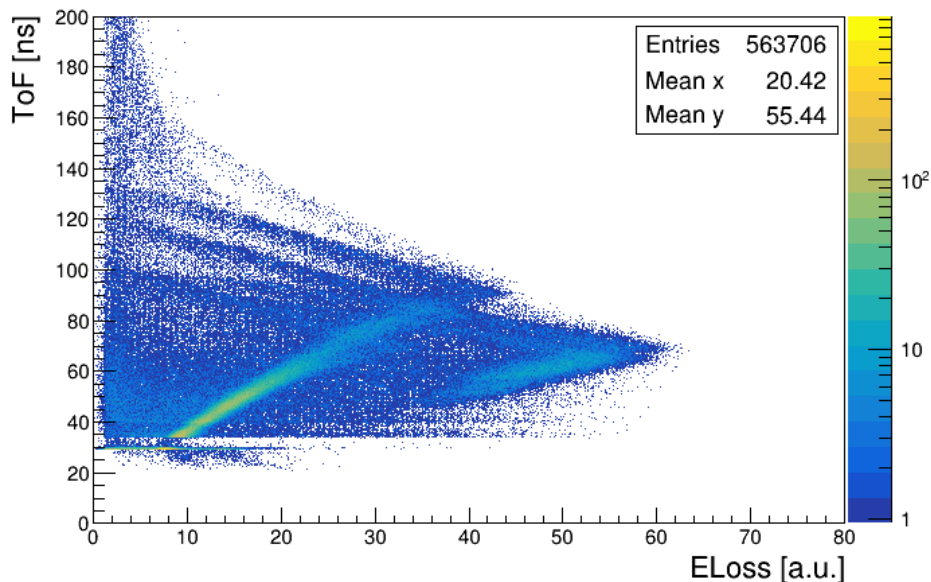
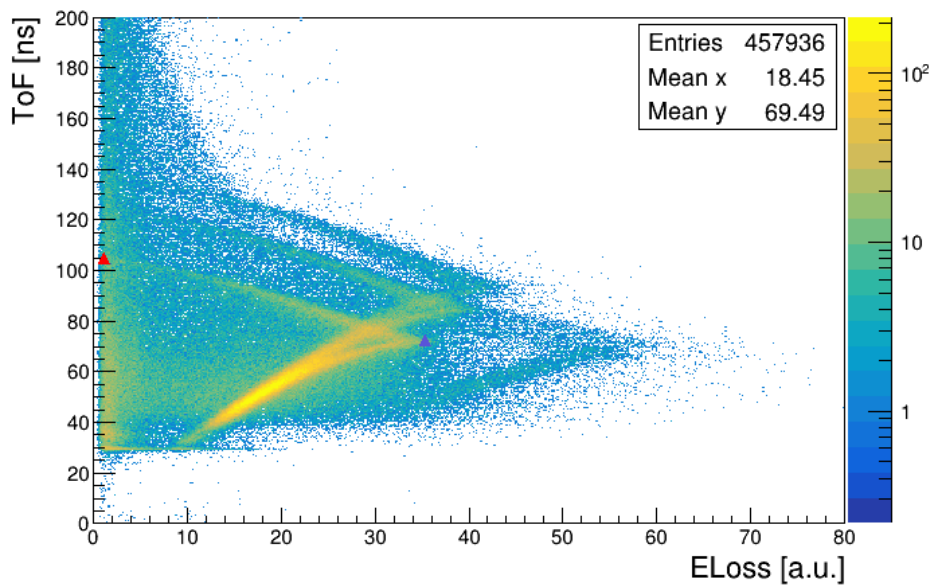
Nabijene čestice, budući da ostavljaju distinktno tragove u detektoru, omogućuju lakše proučavanje njegova odziva. Usporedba s eksperimentom vršena je određivanjem po dviju točaka u eksperimentalnim i simuliranim podacima za pojedine čestice u prvoj ravnini NeuLAND-a. Na Slici 6.4, gore koja prikazuje eksperimentalne podatke, dotične točke za protone označene su trokutićima u boji koji pripadaju maksimalnom vremenu preleta i točki probijanja ravnine. Nju uspoređujemo sa Slikom 6.4, dolje. Lokacije točaka u eksperimentu i simulacijama prikazane su u Tablicama 6.1 i 6.2.

NeuLAND - eksperiment			
Čestica	ToF _{pt} [ns]	E _{pt} [a.u.]	ToF _{max} [ns]
proton	72 ± 1	36 ± 1	104 ± 1
deuteron	84 ± 1	41 ± 1	123 ± 1
triton	93 ± 1	44 ± 1	136 ± 2
${}^3\text{He}$	67 ± 2	57 ± 2	-
α	71 ± 2	59 ± 2	-
γ	-	-	29.5 ± 0.5

Tablica 6.1: Vrijeme preleta i deponirana energija u točkama probijanja ravnine za pojedine čestice (indeks "pt") te maksimalno vrijeme preleta (indeks "max").

NeuLAND - simulacija			
Čestica	ToF _{pt} [ns]	E _{pt} [a.u.]	ToF _{max} [ns]
proton	71 ± 1	36 ± 0.5	101.5 ± 1.5
deuteron	83 ± 2	41 ± 0.5	119.5 ± 1.5
triton	92 ± 3	44 ± 1	132 ± 2
${}^3\text{He}$	66 ± 1	59 ± 2	93 ± 2
α	70 ± 1	60 ± 2	98 ± 2
γ	-	-	29.61 ± 0.6

Tablica 6.2: Vrijeme preleta i deponirana energija u točkama probijanja ravnine za pojedine čestice (indeks "pt") te maksimalno vrijeme preleta (indeks "max").



Slika 6.4: Ovisnost vremena preleta o deponiranoj energiji za prvu ravninu NeuLAND-a - eksperimentalni podaci (gore). Vidljive su linije protona, deuteronu, tritona, ^3He i α . Oko 30 ns vidljiv γ vrh te neutroni "u pozadini" nabijenih čestica. Ljubičastim i crvenim trokutićem označene točke probijanja ravnine i maksimalnog vremena preleta protona, respektivno. Isto u simulaciji (dolje).

Opis očitavanja točaka i načina određivanja pogrešaka opisan je u Dodatku B. Za točke probijanja ravnine slaganje je relativno dobro - svugdje unutar procijenjene pogreške. Najveća odstupanja prisutna su u maksimalnom vremenu preleta gdje eksperimentalni podaci premašuju vrijednosti predviđene simulacijom za maksimalno 4 ns. Mogući razlog tim odstupanjima leži u pojednostavljenoj konstrukciji $S\pi\text{RIT}$ komore. Primjerice, u našoj simulaciji scintilatorski nizovi reprezentirani su zidom

scintilatorskog materijala dok se u stvarnosti radi o šipkama koje su raspoređene u njihov okvir s određenim razmakom. Također, u simulaciju nisu implementirani svi dijelovi komore. Za niskoenergijske čestice takva razlika može činiti razliku koja se očituje u podacima u NeuLAND-u. Maksimalno vrijeme preleta za jezgre ${}^3\text{He}$ i α -čestice u eksperimentu nije bilo moguće očitati.

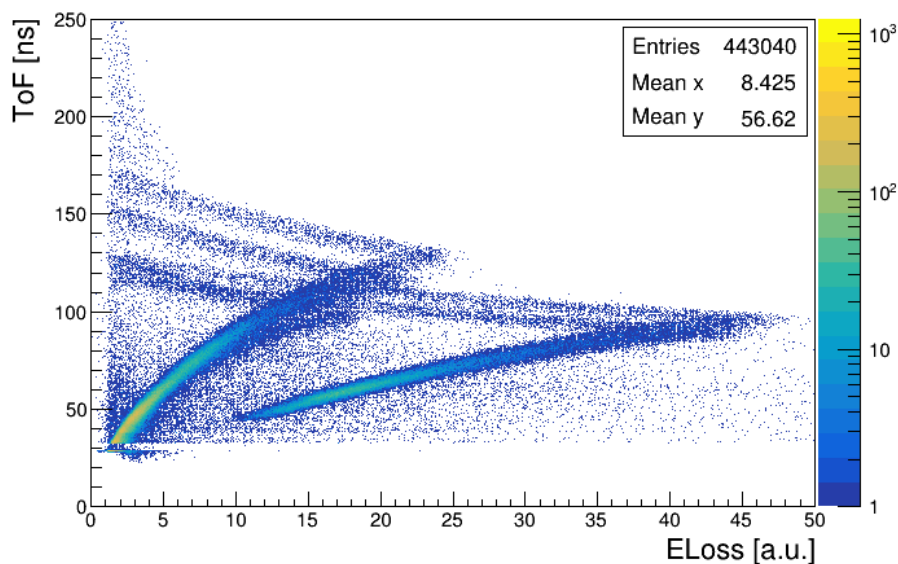
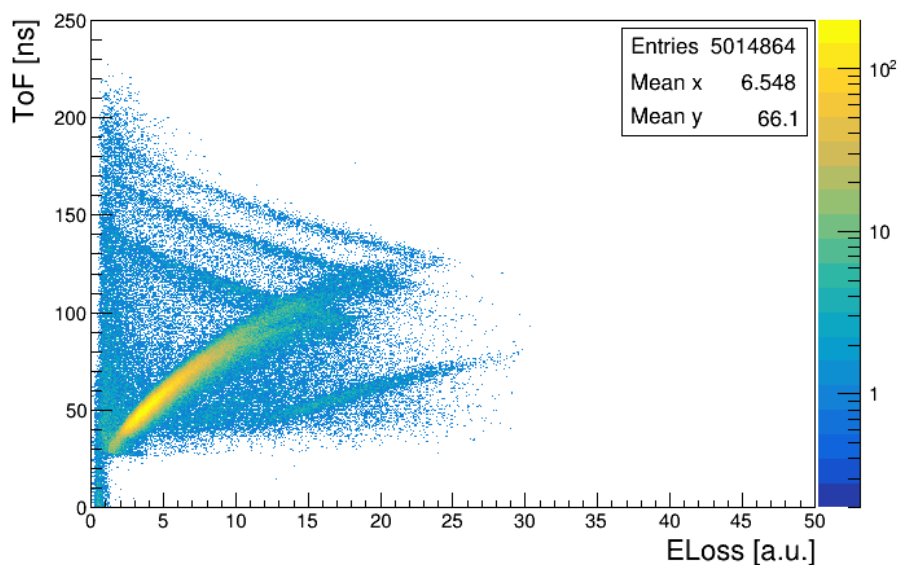
Isti postupak usporedbe proveden je za čestice detektirane u VETO-u. Na Slici 6.5 prikazani su podaci vidljivi u VETO-u iz eksperimenta (gore) i simulacije (dolje). U eksperimentalnim podacima nisu vidljive Bethe-Blochove linije jezgri ${}^3\text{He}$ i α -i najvjerojatnije zbog velikih signala izvan raspona elektroničkih modula za očitavanje (engl. overflow). U simuliranim podacima one su jasno uočljive. Lokacije točaka prema kojima vršimo usporedbu unesene su u Tablice (6.3) i (6.4), respektivno. Slaganje u vremenu preleta čestica koje probijaju ravninu te u deponiranoj energiji su zadovoljavajuće (unutar procijenjene pogreške) dok je razilaženje vrijednosti maksimalnog vremena preleta čestica u eksperimentu i simulaciji značajno. Razlog tome ponovo može biti u pojednostavljenoj konstrukciji komore $S\pi\text{RIT}$ te u efektu hoda koji nije korigiran u mjerenjima ovog detektora, a koji utječe osobito na male signale.

VETO - eksperiment			
Čestica	ToF _{pt} [ns]	E _{pt} [a.u.]	ToF _{max} [ns]
proton	98 ± 1	19 ± 1	145 ± 3
deuteron	116 ± 1	23 ± 1	175 ± 3
triton	129 ± 1	25 ± 1	193 ± 5
${}^3\text{He}$	-	-	-
α	-	-	-
γ	-	-	28.5 ± 1

Tablica 6.3: Vrijeme preleta i deponirana energija u točkama probijanja ravnine za pojedine čestice (indeks "pt") te maksimalno vrijeme preleta (indeks "max").

VETO - simulacija			
Čestica	ToF _{pt} [ns]	E _{pt} [a.u.]	ToF _{max} [ns]
proton	99 ± 1	18 ± 1	130 ± 2
deuteron	117 ± 2	22 ± 1	155 ± 3
triton	129 ± 3	25 ± 1	174 ± 5
${}^3\text{He}$	90 ± 2	45 ± 1	119 ± 2
α	97 ± 2	48 ± 2	127 ± 3
γ	-	-	28.6 ± 0.9

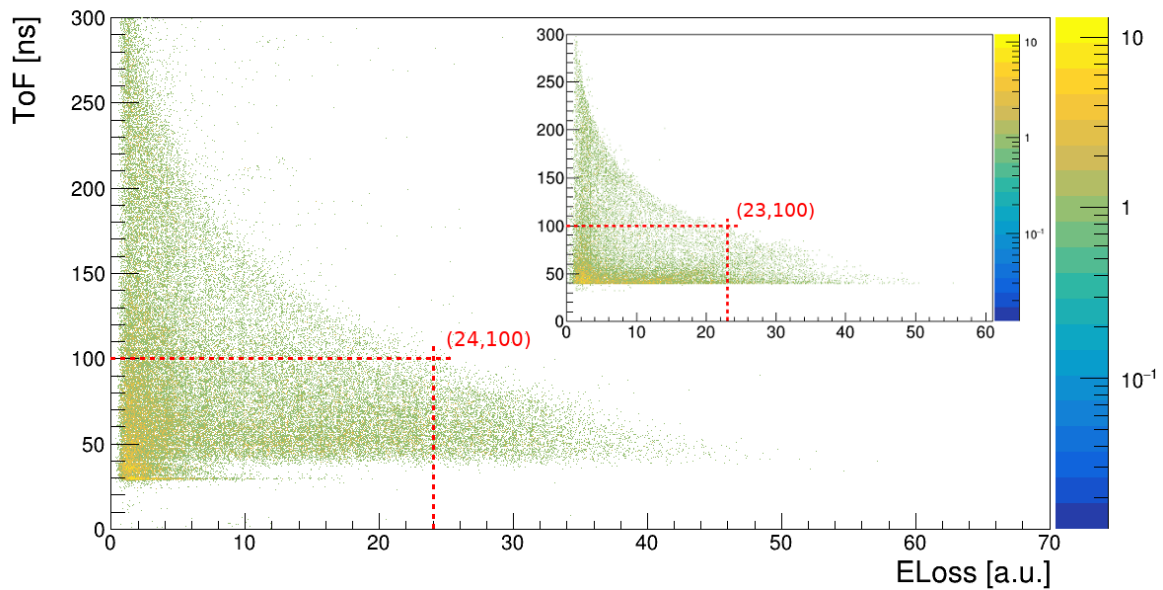
Tablica 6.4: Vrijeme preleta i deponirana energija u točkama probijanja ravnine za pojedine čestice (indeks "pt") te maksimalno vrijeme preleta (indeks "max").



Slika 6.5: Ovisnost vremena preleta o deponiranoj energiji za VETO - eksperimentalni podaci (gore) i simulacija (dolje). Vidljive linije protona, deuteronu i tritona te dio linije brzih jezgri ${}^3\text{He}$ i/ili α -i.

Nakon nabijenih čestica, ostaje još provjeriti kakvo je slaganje za neutrone. Na Slici 6.6 prikazani su rezultati eksperimenta te simulacije (umetnuti histogram) za neutrone. Slika iz eksperimenta dobivena je uz VETO-uvjet. Kako on isključuje samo nabijene čestice, u eksperimentalnim podacima može se uočiti i γ -vrh. Naočigled je slaganje vrlo dobro, no kvantitativnim uvidom utvrđeno je da simulacija predviđa nešto manju depoziciju energije osobito za niskoenergijske neutrone. U Tablici (6.5) prikazan je odnos maksimalnih depozicija energije u eksperimentu i simulaciji za nekoliko vremena preleta. Nekoliko je mogućih uzroka tom razilaženju. Jedan od razloga može biti u tretmanu neutrona dostupnim fizikalnim listama koje GEANT4 ima

na raspolaganju. Isprobano je još nekoliko fizikalnih lista (preporučenih za ovaj fizički slučaj), no budući da većina njih koristi isti/sličan model za neutrone, nijedna ne daje značajno bolji rezultat. Drugi moguć razlog razilaženja je utjecaj korištenog opisa saturacije i prigušenja koji se primjenjuju u stadiju digitizacije podataka. Ovi efekti su slabo istraženi za pojedine uređaje i materijale. Formule koje se koriste za njihov opis su u većini slučajeva dobre aproksimacije, no negdje postoje odstupanja koja još treba istražiti.



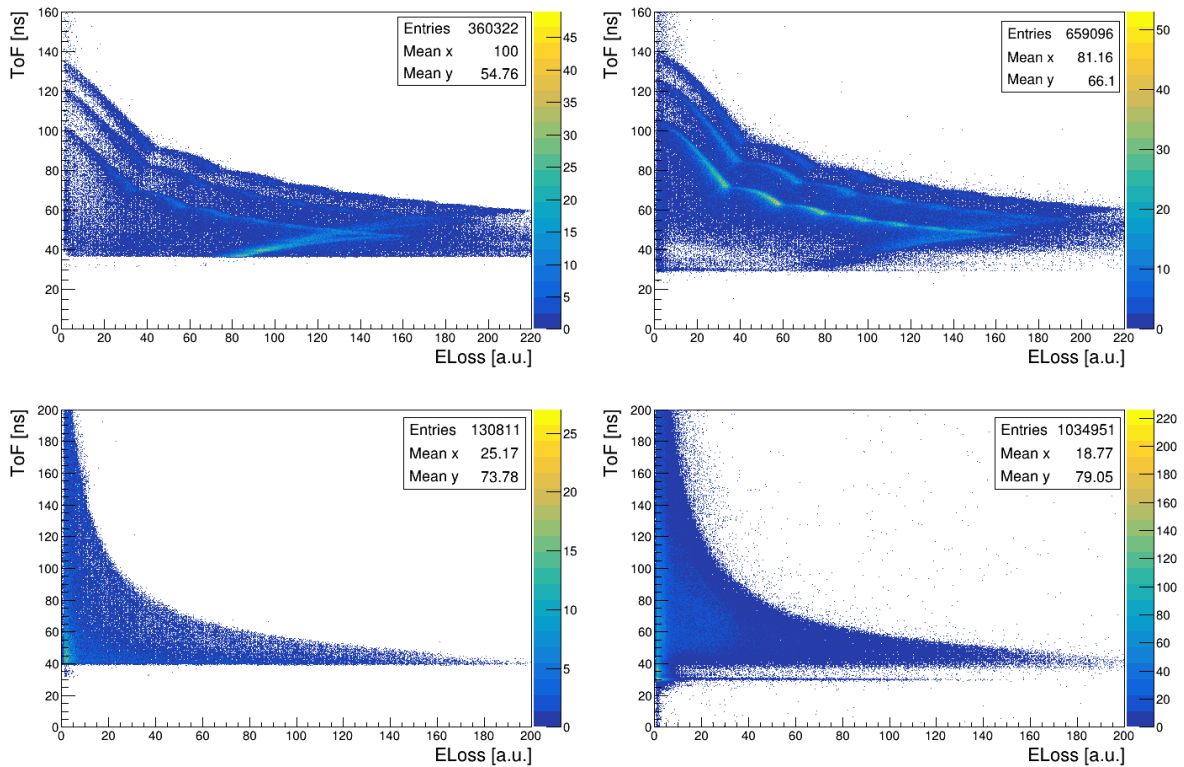
Slika 6.6: Eksperimentalni podaci za neutrone detektirane u NeuLAND-u te simulirani podaci - umetni histogram. Oznacena maksimalna depozicija energije za $ToF = 100$ ns.

ToF [ns]	$E_{max,exp}$ [a.u.]	$E_{max,sim}$ [a.u.]
200	6 ± 0.5	4 ± 0.5
175	9 ± 0.5	6.5 ± 0.5
150	12 ± 0.5	10 ± 0.5
125	17 ± 0.5	14 ± 0.5
100	24 ± 0.5	23 ± 0.5
75	30 ± 1	30 ± 1

Tablica 6.5: Vrijeme preleta i vrijednost pripadne maksimalne depozicije energije neutrona u eksperimentu i simulaciji za prvu ravninu NeuLAND-a.

Konačno, na Slici 6.7 usporedno su prikazani grupirani pogodci iz simulacija i eksperimenta - posebno za neutrone, posebno za nabijene čestice. Ovo je posljednji korak u analizi podataka i na ovim podacima, uz ispravljenu saturaciju u nastavku, bit će vršena daljnja analiza. Algoritam za grupiranje je isti u eksperimentu i simulaciji, a

budući da u prethodnom stadiju postoji dobro slaganje, očekivano je da isto postoji i ovdje. Ipak, treba uzeti u obzir da je ovaj korak u analizi najsloženiji i još u razvoju pa su sitne razlike razumljive, no neće bitnije utjecati na daljnju obradu.



Slika 6.7: Ovisnost vremena preleta o deponiranoj energiji za nabijene čestice (simulacija gore lijevo, eksperiment gore desno) i neutrone (simulacija dolje lijevo, eksperiment dolje desno) - grupirani pogodci.

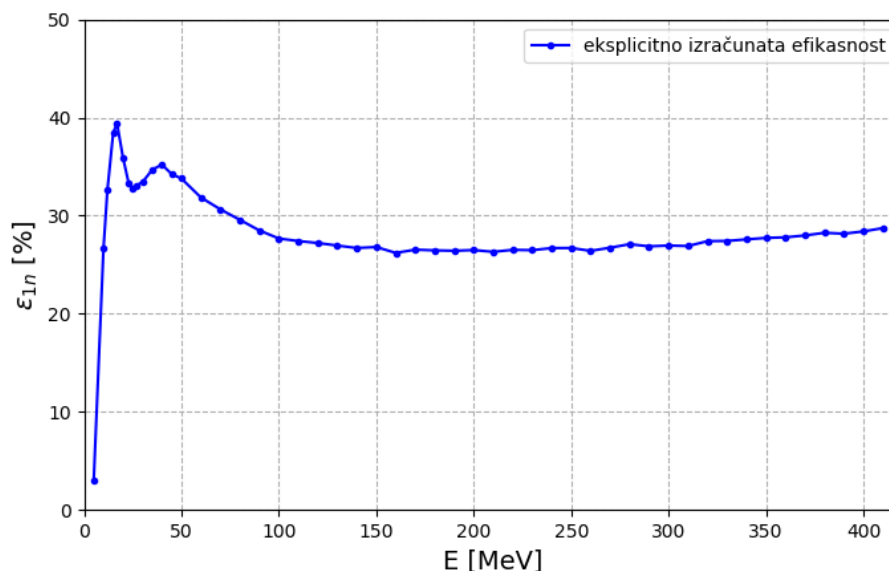
6.2 Efikasnost detekcije neutrona

Kako bi mogli pravilno rekonstruirati raspodjele neutrona koji izlaze iz sudara potrebna nam je informacija o efikasnosti detekcije neutrona u NeuLAND-u. U ovom radu zadržat ćemo se na najjednostavnijem slučaju - efikasnosti detekcije jednog neutrona što je dobra aproksimacija budući da je određeno da u okvirno 70 % slučajeva u prostorni kut koji odgovara akceptanciji NeuLAND-a ulazi jedan neutron. U stvarnosti je problem složeniji jer se u slučaju više-neutronske događaja rekonstrukcija ispravnog broja neutrona koji ulaze u detektor (grupiranje pogodaka) komplicira. Budući da efikasnost detekcije ovisi o energiji ulaznog neutrona, postupak njezina određivanja sastojao se od generiranja zasebnih datoteka s monoenergetskim neutronima u kuteve koji odgovaraju akceptanciji NeuLAND-a i određivanja broja ispravno

detektiranih neutrona u detektoru. Određeno je da NeuLAND u kutu θ pokriva raspon $[22^\circ, 38^\circ]$, a u kutu ϕ raspon $[-10^\circ, 10^\circ]$ iz perspektive mete ako je riječ o neutronima (na nabijene čestice djeluje magnetsko polje što mijenja ove raspone). Ako sa N_{uk} označimo broj ukupno generiranih neutrona određene energije, a sa N_{cl} broj rekonstruiranih klastera, efikasnost detekcije pri određenoj energiji je jednostavno:

$$\epsilon_{1n}(E) = \frac{N_{cl}}{N_{uk}}, \quad (6.1)$$

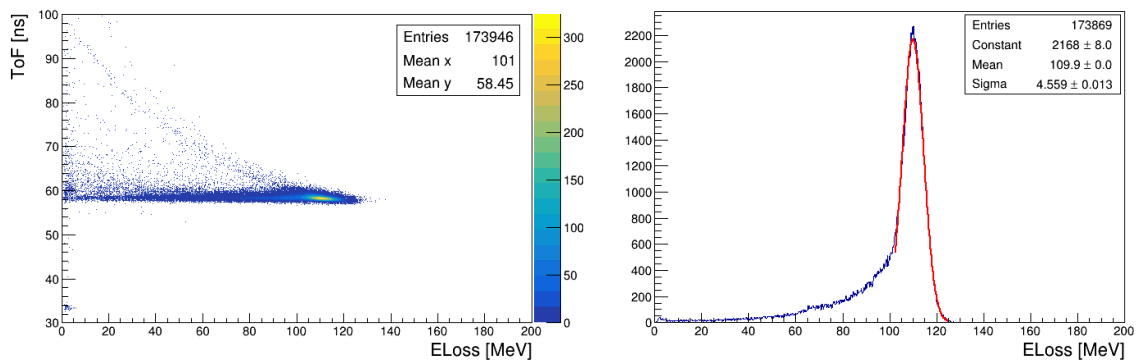
gdje indeks "1n" naznačuje da se radi o efikasnosti detekcije jednog neutrona. Ovdje treba spomenuti da se signali vezani uz depoziciju manju od 1 MeV u PMT-jevima odbacuju. Ovisnost efikasnosti detekcije neutrona o energiji prikazana je na Slici (6.8). Okvirno između 100 i 400 MeV efikasnost ne varira značajno i njezina prosječna vrijednost iznosi 27.07 %. Prema nižim energijama efikasnost detekcije raste uz neobičan pad pri 30ak MeV. Ponovno raste do 15ak MeV te pada prema nuli. Oblik ovisnosti pri nižim energijama moguće je rezultate međuigre algoritma za grupiranje pogodaka i praga detekcije signala u pojedinačnim šipkama. Svakako bi ga trebalo dodatno istražiti.



Slika 6.8: Ovisnost efikasnosti detekcije neutrona o energiji.

6.3 Efikasnost detekcije protona

Postupak određivanja efikasnosti detekcije protona morao je uzeti u obzir činjenicu da u NeuLAND-u možemo razlikovati (od ostalih čestica) samo one protone koji se nalaze na Bethe-Blochovoj liniji, štoviše na njezinom dijelu koji se ne preklapa s Bethe-Blochovim linijama drugih nabijenih čestica. Pritom valja spomenuti da tako nužno izostavljamo protone koji nisu interagirali elektromagnetski s materijalom detektora, no postotak tih je manji. U ovom su slučaju također generirani monoenergetski protoni u zasebnim datotekama. Budući da će protoni različitih energija imati različit radijus zakrivljenosti, ovdje ne bi bilo korisno generirati protone svih energija u isti raspon kuteva kao kod neutrona. Stoga je u ovom slučaju za svaku energiju određen kut θ pri kojem su dotični protoni detektirani u središtu NeuLAND-a, a za kut ϕ je uzet kut od 0° . Razlog zbog kojeg su protoni generirani u jedan određeni kut leži u tome što je softver proizvodio nekonzistentne rezultate ukoliko bi se protone generiralo u raspon kuteva. Pretpostavlja se da je vjerojatno riječ o "bug-u" povezanom uz prisutnost magnetskog polja koji u budućnosti treba istražiti. U izračun efikasnosti uzeti su rekonstruirani klasteri koji se nalaze u vrhu koji odgovara dijelu ukupne Bethe-Blochove linije protona. Na Slici 6.9 - lijevo prikazan je rezultat za protone energije 200 MeV koji su generirani u kut $\theta = 49^\circ$. Broj klastera u vrhu dobiven je integriranjem sadržaja binova u intervalu $[\mu - 2\sigma, \mu + 3\sigma]$ gdje μ i σ odgovaraju gausijanu fitanom na energijski gubitak protona (Slika 6.9 - desno).

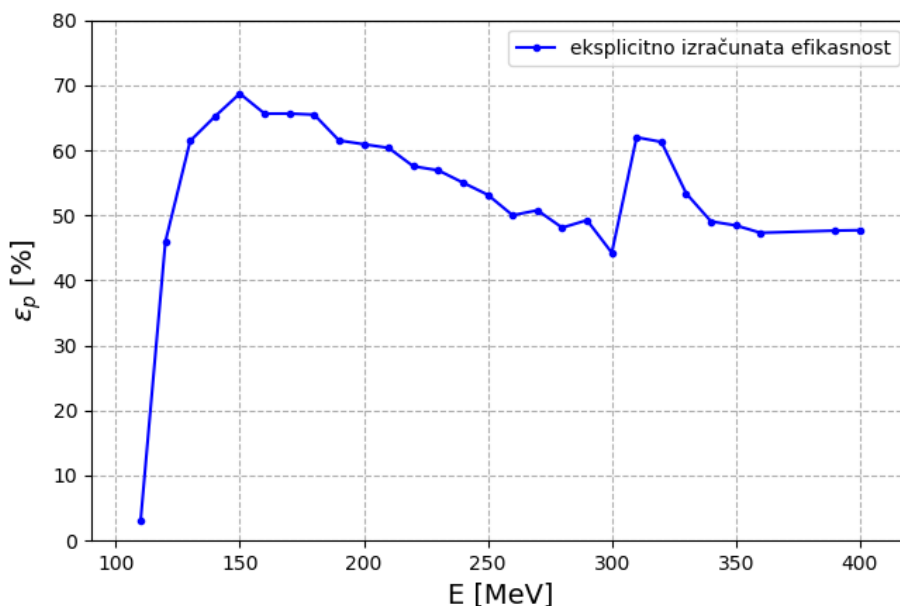


Slika 6.9: Ovisnost vremena preleta o deponiranoj energiji za protone energije 200 MeV (lijevo) i projekcija na ELoss - os (desno).

Efikasnost NeuLAND-a za detekciju protona određene energije stoga iznosi:

$$\epsilon_p(E) = \frac{N_{B.B.}}{N_{uk}}, \quad (6.2)$$

gdje $N_{B.B.}$ predstavlja broj klastera u Bethe-Blochovom vrhu. Isti postupak ponovljen je za ostale energije. Ovisnost efikasnosti detekcije protona o energiji prikazana je na Slici 6.10. Budući da protoni ostvare više interakcija na putu do NeuLAND-a od neutrona, minimalna energija protona koji uspiju doći do detektora je veća nego za neutrone. Nakon što se postigne maksimalna efikasnost pri otprilike 150 MeV, ona pada do 300 MeV i to je maksimalna energija pri kojoj protoni bivaju zaustavljeni u NeuLAND-u. Porast efikasnosti odgovara protonima koji nastavljaju svoj put po izlasku iz NeuLAND-a. Do 400 MeV efikasnost pada i zadnjih 50ak MeV se ustaljuje na otprilike 47%.

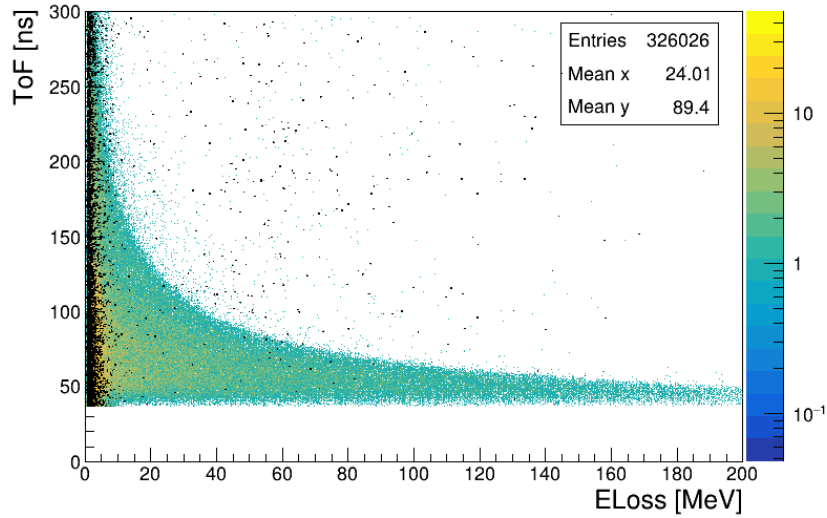


Slika 6.10: Ovisnost efikasnosti detekcije protona o energiji.

6.4 Rekonstrukcija energijskih raspodjela

Raspodjele neutrona dobivene su iz vremena preleta (formula (4.8)) što je, uz razumnu pretpostavku da neutron na putu do detektora ne gubi ili dio njih izgubi minimalno energije s kojom su emitirani, opravdano. Prije dobivanja iste, iz eksperimentalnih podataka uklonjeni su signali koji ne dolaze od neutrona (prema dosadašnjim saznanjima). VETO uvjet je zbrinuo uklanjanje signala od nabijenih čestica, a vrh koji pripada γ -zrakama uklonjen je uvjetom na ToF. Signalima neutrona također je oduzeta pozadina. Nakon otprilike 300 ns u vremenu preleta uočen je nepromje-

njiv signal malog iznosa deponirane energije koji pretežno predstavlja šum te je on oduzet čitavom rasponu vremena preleta neutrona kako je prikazano na Slici (6.11).

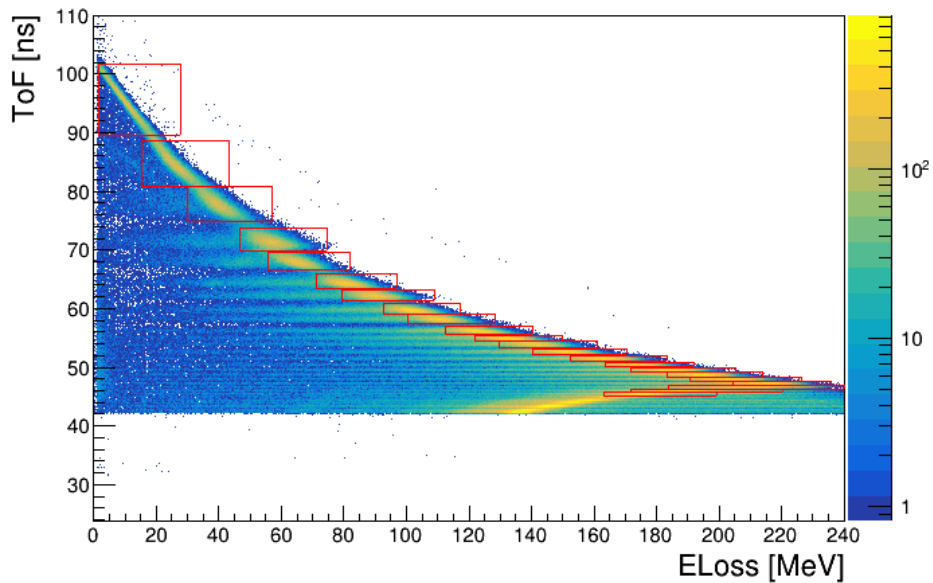


Slika 6.11: Prikaz pozadine (crno) na histogramu ovisnosti vremena preleta o deponiranoj energiji.

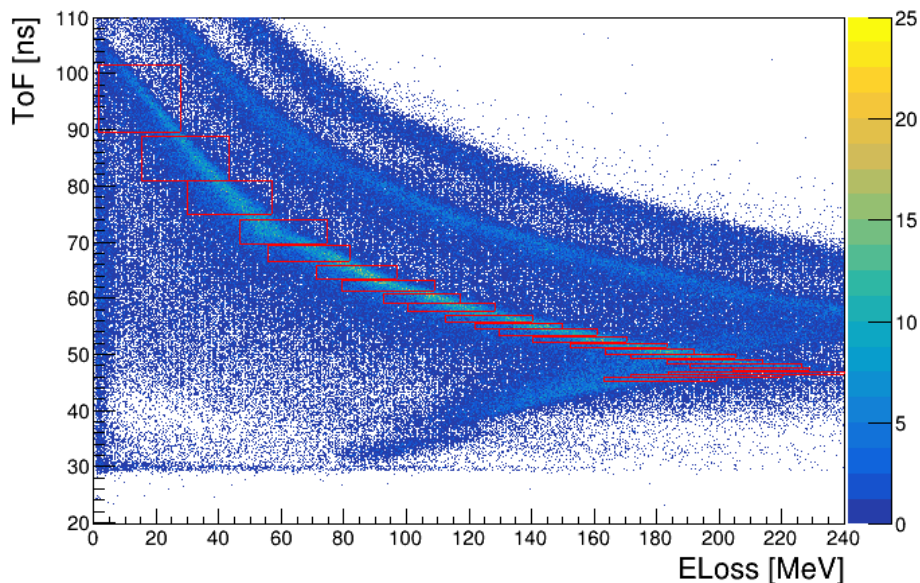
Rekonstrukciju energijske raspodjele protona ne možemo vršiti iz njihova vremena preleta zato što oni, kao što smo vidjeli u prijašnjem potpoglavlju, gube značajan dio energije prije dolaska do NeuLAND-a i ta je informacija za NeuLAND u eksperimentu bez podataka iz drugih detektora (npr. $S\pi$ RIT komore) izgubljena. Prednost simulacije je ta što protonima unaprijed zadajemo energiju i možemo pratiti što se s njima zbiva na putu kroz detektore i kakav će točno trag ostaviti u NeuLAND-u. Stoga je simulacijom određeno gdje u Bethe-Blochovoj liniji protona završavaju protoni koje energije kako je prikazano na Slici 6.12. Za svaku energiju određen je vrh u vremenu preleta i gubitku energije prilagodbom gausijana na isti te su zatim za protone te energije odabrani klasteri koji upadaju u pravokutnik određen intervalima:

$$[\mu_{ELoss} - 2\sigma_{ELoss}, \mu_{ELoss} + 4\sigma_{ELoss}], [\mu_{ToF} - 2\sigma_{ToF}, \mu_{ToF} + 2\sigma_{ToF}]. \quad (6.3)$$

Ovdje je, u odnosu na gornju granicu integriranog raspona u ELoss kod određivanja efikasnosti protona ($\mu_{ELoss} + 3\sigma$), za gornju granicu u ELoss uzeta vrijednost $\mu_{ELoss} + 4\sigma$. Na taj način doskočilo se problemu nesavršenog slaganja eksperimenta i simulacije čiji je uzrok saturacija i osigurano je da se iz eksperimenta u obzir uzmu svi iskoristivi signali protona. Na Slici 6.13 prikazan je postupak identifikacije protona na eksperimentalnim podacima. Između 180 i 200 MeV u deponiranoj energiji može se primijetiti da liniju protona presjeca linija deuterona (i tritona, no njih je znatno



Slika 6.12: Prikaz povezivanja protona određene početne energije s tragom u NeuLAND-u. Najgornji pravokutnik odgovara protonima energije $E=120$ MeV, a najdonjnji protonima energije $E=330$ MeV.



Slika 6.13: Identifikacija protona određene energije u eksperimentalnim podacima prema simulaciji.

manje). To je uzeto u obzir kroz prosječan udio protona u rasponu deponirane energije između 150 i 160 MeV gdje se Bethe-Blochove linije ne preklapaju. Iako je udio izračunat blizu problematičnog raspona, ovo je vrlo gruba aproksimacija jer je dobivena za zaustavljene protone i deuteroni, a između 180 i 200 MeV preklapaju se zaustavljeni protoni i deuteroni koji probijaju detektor. Budući da smo vidjeli da efikasnost za protone raste nakon proboja detektora, sličan trend je vjerojatan i za

deuterone što bi moglo znatno utjecati na njihove relativne udjele što ćemo imati na umu pri interpretaciji rezultata. Dobiven je udio protona od 60 %.

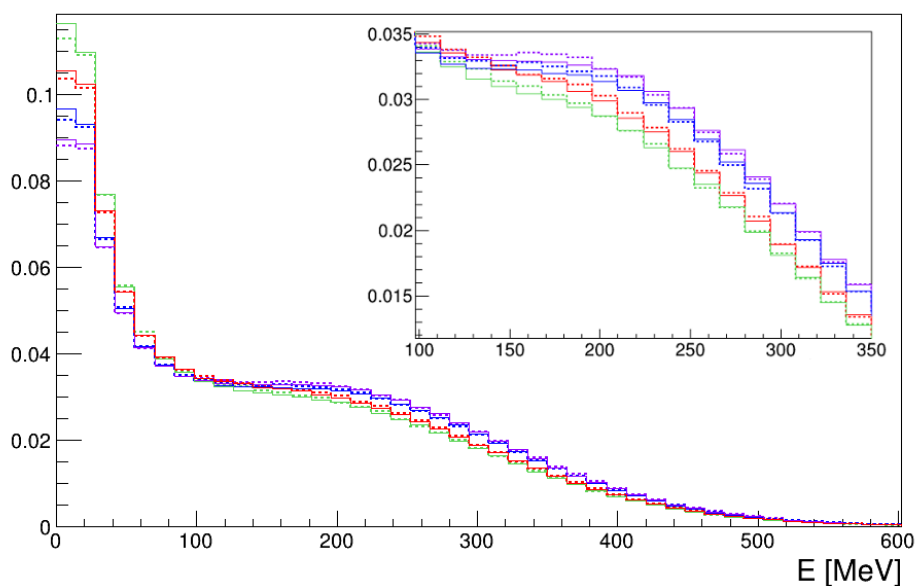
6.5 Rezultati UrQMD modela

Prije nego prikažemo eksperimentalno dobivene energijske distribucije, pogledajmo rezultate UrQMD modela s kojima ćemo praviti usporedbu. Cilj usporedbe bit će ustanoviti, ukoliko je to moguće, koja parametrizacija energije simetrije bolje odgovara eksperimentalnim podacima. Prikazujemo rezultate za dvije parametrizacije energije simetrije: $\gamma = 0.5$ i $\gamma = 1.5$.

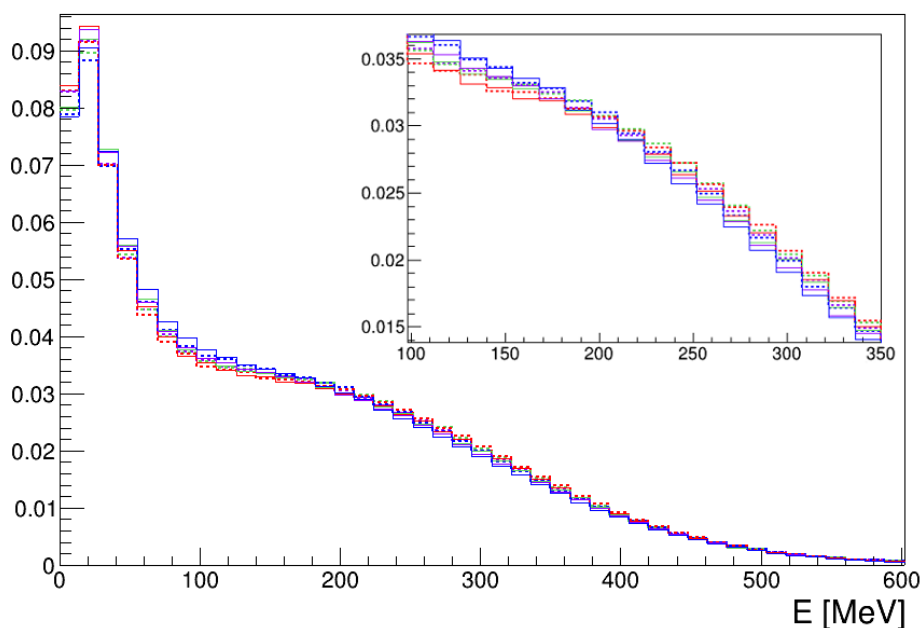
Na Slici 6.14 prikazane su normalizirane distribucije¹⁶ neutrona, a na Slici 6.15 normalizirane distribucije protona. Prvo uočavamo da se distribucije ne razlikuju značajno od sustava do sustava, osobito za protone. Također, razlika između dviju parametrizacija za pojedini sustav (puna i iscrtkana linija iste boje) je također vrlo mala. Na svakoj slici uvećana je distribucija za raspon 100 - 350 MeV jer okvirno taj interval energija možemo rekonstruirati iz eksperimenta. Stoga možemo očekivati da će direktnom usporedbom distribucija biti teško prosuditi koji parameter energije simetrije bolje opisuje eksperimentalne podatke. Iz tog razloga često se grade omjeri ili čak dvostruki omjeri distribucija neutrona i protona po sustavima. Taj pristup je poželjan iz više razloga. Na taj način uklanjaju se nedostaci modela (svojevr-sne sistematske greške) kao i sistematske greške u eksperimentalnim podacima te se naglašava efekt utjecaja energije simetrije. Najveća razlika između parametrizacija očekuje se za ekstremne sustave ($^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ i $^{108}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$), no pokazalo se da su trenutno iskoristivi eksperimentalni podaci dostupni samo za sudare $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ i $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$ stoga ćemo se u nastavku koncentrirati na njih. Za ostale kombinacije se zbog određenih nepovoljnih okolnosti u eksperimentu (prekid rada detektora VETO) treba osmisliti i provesti detaljnija analiza.

Treba spomenuti da su na Slikama 6.14 i 6.15 prikazane normalizirane energijske distribucije za cijeli prostorni kut. Kako bi usporedba bila valjana, iz UrQMD simulacija nadalje uzimamo u obzir čestice koje su emitirane u kuteve koji odgovaraju akceptanciji NeuLAND-a. Za neutrone je situacija jednostavna, u obzir se uzimaju rasponi $\theta \in [22^\circ, 38^\circ]$, $\phi \in [-10^\circ, 10^\circ]$. Za protone je taj raspon, zbog prisutnosti mag-

¹⁶Norma=1.



Slika 6.14: Energijske distribucije neutrona za vrijednosti parametra $\gamma = 0.5$ (iscrtkane linije) i $\gamma = 1.5$ (pune linije) za sustave: $^{132}\text{Sn}+^{124}\text{Sn}$ (plavo), $^{124}\text{Sn}+^{112}\text{Sn}$ (ljubičasto), $^{112}\text{Sn}+^{124}\text{Sn}$ (zeleno), $^{108}\text{Sn}+^{112}\text{Sn}$ (crveno). Na unutarnjem histogramu je uvećano interesno područje od 100 do 350 MeV.



Slika 6.15: Energijske distribucije protona za vrijednosti parametra $\gamma = 0.5$ (iscrtkane linije) i $\gamma = 1.5$ (pune linije) za sustave: $^{132}\text{Sn}+^{124}\text{Sn}$ (plavo), $^{124}\text{Sn}+^{112}\text{Sn}$ (ljubičasto), $^{112}\text{Sn}+^{124}\text{Sn}$ (zeleno), $^{108}\text{Sn}+^{112}\text{Sn}$ (crveno). Na unutarnjem histogramu je uvećano interesno područje od 100 do 350 MeV.

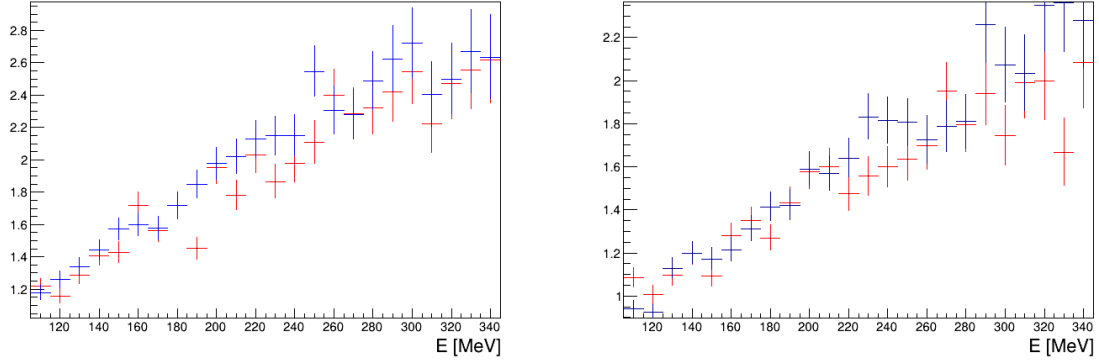
netkog polja, drugačiji. Pri određivanju efikasnosti određeni su središnji kutevi¹⁷ za pojedine energije. Kao konačni raspon u θ -i uzete su najmanja i najveća određena

¹⁷Misli se na kuteve pri kojima proton određene energije završava u središtu detektora NeuLAND.

vrijednost središnjeg kuta i oduzeto/dodano im je 10° kako bi se dobila pokrivenost NeuLAND-a svim energijama što je rezultiralo rasponom $\theta \in [34^\circ, 70^\circ]$. Središnji kut ϕ je bio 0° pa je za konačan raspon uzet interval $\phi \in [-10^\circ, 10^\circ]$.

Prvo konstruiramo omjere neutrona i protona (6.4) za pojedine sustave i pojedine parametre γ , dakle jednostavno dijelimo sadržaje binova u histogramima za energijski raspon $E \in [110, 340]$ MeV. Na Slici 6.16 prikazani su omjeri za sustave $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ (lijevo) i $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$ (desno) gdje su plavom bojom prikazani rezultati za vrijednost $\gamma = 1.5$, a crvenom rezultati za $\gamma = 0.5$.

$$R(\gamma) = \frac{N_n(\text{sustav}_1)}{N_p(\text{sustav}_1)} \quad (6.4)$$

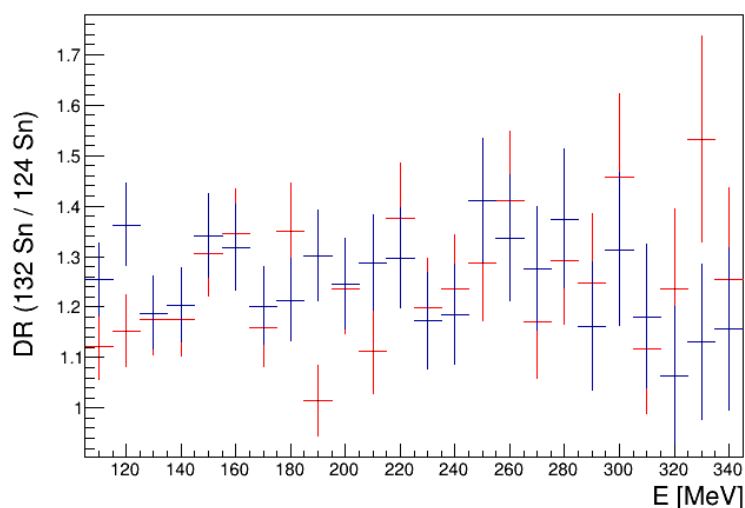


Slika 6.16: Omjeri $R(\gamma)$ za sustav $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ (lijevo) i $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$ (desno). Parametar $\gamma = 1.5$ je prikazan plavom bojom, a $\gamma = 0.5$ crvenom.

Za sustav $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ može se primijetiti da su vrijednosti omjera generalno nešto veće za parametar $\gamma = 1.5$. U promatranim omjerima za sustav $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$ ne postoje velika odstupanja između različitih parametara. Jedina razlika koju bismo ovdje mogli izdvojiti je u rasponu između okvirno 220 MeV i 250 MeV gdje se vidi da su omjeri također nešto veći za parametar $\gamma = 1.5$. Sljedeća veličina koja se često konstruira je dupli omjer neutrona i protona za različite sustave (6.5). Na Slici 6.17 prikazan je omjer za dva analizirana sustava.

$$DR(\gamma) = \frac{N_n(\text{sustav}_1)/N_p(\text{sustav}_1)}{N_n(\text{sustav}_2)/N_p(\text{sustav}_2)} \quad (6.5)$$

U duplom omjeru nije moguće uočiti neku pravilnost prema kojoj bi mogli razlikovati dvije parametrizacije stoga ćemo iz eksperimentalnih podataka rekonstruirati omjere $R(\gamma)$ i vidjeti što možemo zaključiti iz njih.



Slika 6.17: Dupli omjer sustava $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ i $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$, $\gamma = 1.5$ - plavo, $\gamma = 0.5$ - crveno.

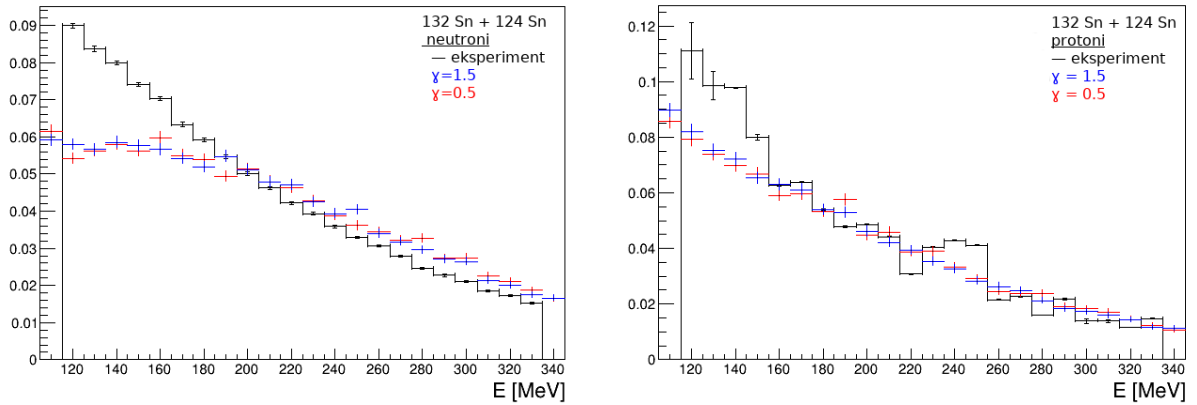
6.6 Rezultati eksperimenta

6.6.1 $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$

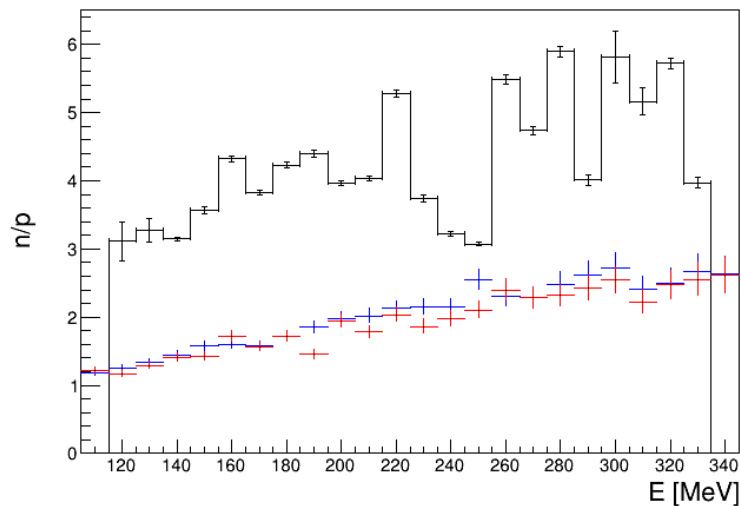
Na Slici 6.18 prikazane su rekonstruirane distribucije neutrona (lijevo) i protona (desno) zajedno sa distribucijama dobivenim pomoću UrQMD modela uzimajući u obzir akceptanciju NeuLAND-a za nukleone kako je gore opisano. Primjećujemo da za niske energije (u danom rasponu) eksperimentalne distribucije pokazuju veće odstupanje od modela. Za neutrone je od okvirno 190 MeV nadalje trend distribucija jednak za eksperiment i simulaciju, no vrijednosti istih su uglavnom izvan eksperimentalne pogreške¹⁸. Za protone je područje najvećih odstupanja između 120 i 160 MeV, dok se u većem dijelu ostatka promatranog intervala distribucije bolje slažu i većinom su unutar eksperimentalne pogreške (uz manja odstupanja). Na Slici 6.19 prikazan je omjer R za dani sustav. Odmah je uočljivo da eksperiment daje puno veće vrijednosti omjera od modela - do energije od oko 200 MeV eksperimentalni omjer je oko dva puta veći. Mala razlika koja postoji između parametrizacija stoga za ovaj sustav ne može biti iskorištena kako bi se dala smisljena prednost ijednoj od njih. Ipak, trend porasta omjera kakav vidimo u modelu može se primijetiti u eksperimentalnim podacima do na raspon od 230 do 260 MeV gdje se uočava nagli pad omjera.

Razlog neslaganju u samom trendu distribucija može potjecati od modela - upravo

¹⁸Način određivanja pogreške distribucija rekonstruiranih iz eksperimenta opisan je u Dodatku B.



Slika 6.18: Energijske distribucije neutrona (lijevo) i protona (desno) za sustav $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ iz eksperimenta (crno) i simulacija (u boji).



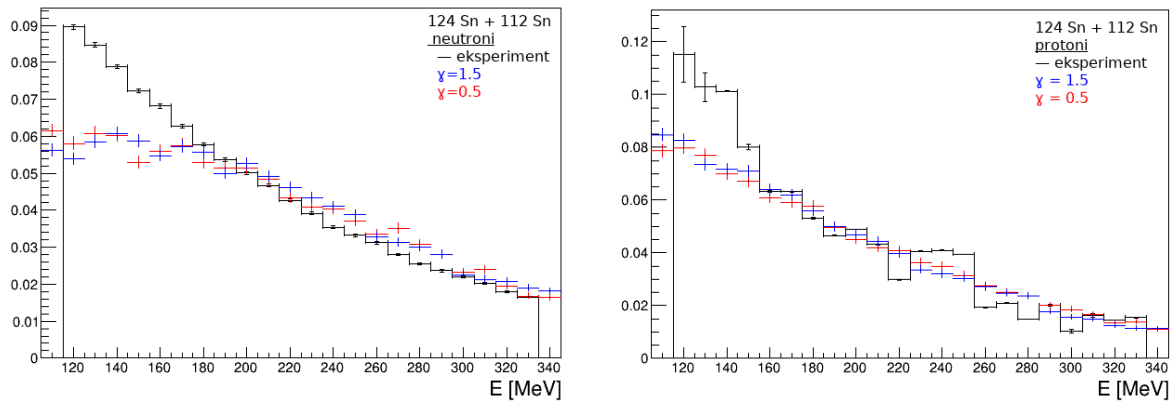
Slika 6.19: Omjer R za sustav $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$. Plavom je označen omjer s parametrom $\gamma = 1.5$, crvenom omjer s parametrom $\gamma = 0.5$, a crnom eksperimentalni podaci.

zato se gradi omjer distribucija. Ipak, za tvrdnju, trebalo bi napraviti dodatne provjere o čemu više kasnije.

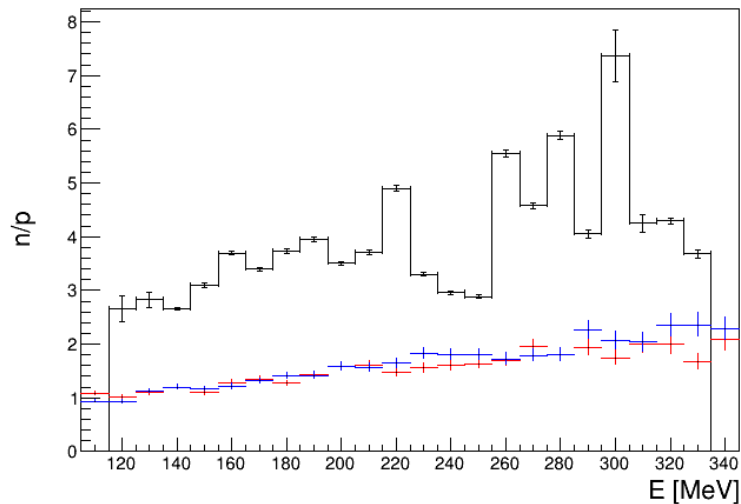
6.6.2 $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$

Na Slici 6.20 prikazane su distribucije za sustav $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$. Ovdje je situacija slična kao u prethodnom sustavu. Ponovo su prisutna odstupanja pri niskim energijama dok je za ostatak intervala trend dobar. U ovom slučaju broj protona u eksperimentu između 220 i 300 MeV više fluktuiraju od modela nego za sustav $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$. Na Slici 6.21 prikazani su omjeri neutrona i protona. Eksperimentalni omjeri i ovdje premašuju vrijednosti koje predviđaju modeli. Trend je dobar uz iznimku između 230 i 250 MeV (gdje se ponovo uočava nagli pad omjera). Kad bi vrijednosti omjera

iz modela bile okvirno dvostruko veće, moglo bi se raspravljati o odabiru među parametrijama.



Slika 6.20: Energijske distribucije neutrona (lijevo) i protona (desno) za sustav $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$ iz eksperimenta (crno) i simulacija (u boji).



Slika 6.21: Omjer R za sustav $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$. Plavom je označen omjer s parametrom $\gamma = 1.5$, crvenom omjer s parametrom $\gamma = 0.5$, a crnom eksperimentalni podaci.

Općenito, kako bi se dala prednost određenoj vrijednosti parametra γ rade se usporedbe više osjetljivih varijabli (neke od kojih su spomenute u uvodnom dijelu) na energiju simetrije. Sljedeće što bi se moglo promotriti u ovim eksperimentalnim podacima jest multiplicitet, odnosno omjer multipliciteta protona i neutrona, a zatim i drugih izospinskih parova. Ukoliko se u analizu uključi $S\pi\text{RIT}$ komora, moguće je promotriti opservablu eliptičnog toka. Također, treba uzeti u obzir da je usporedba vršena s dvije vrijednosti parametra γ koje odgovaraju mekoj i krutoj jednadžbi stanja, dok neka nedavna istraživanja daju prednost vrijednostima parametra koji su

bliže linearnoj ovisnosti potencijalnog člana u energiji simetrije o gustoći. U [45] tako nalazimo vrijednost $\gamma = 0.9 \pm 0.4$, dok je u [46] objavljena vrijednost $\gamma = 0.72 \pm 0.19$ što upućuje da bi se bolje slaganje moglo dobiti s nekim drugim vrijednostima γ -e.

7 Zaključak

U okviru ovog rada izrađene su simulacije odziva detektora NeuLAND pomoću simulacijskog paketa GEANT4 i uspoređene su s eksperimentalnim podacima dobivenim na institutu RIKEN, 2016. godine. Proces izrade realističnih simulacija sastojao se od nekoliko koraka - postavljanja geometrije odnosno eksperimentalnog postava, generiranja čestica te odabira parametara generatora čestica - energija s kojom će čestice biti emitirane, njihovih izvora i kuteva emisije. Dio geometrije korištenih detektora već je postojao u R3BRoot-u, softveru unutar kojeg su vršene simulacije, dok su geometrija i digitizer za VETO te dijelovi komore $S\pi$ RIT dodani. U simulaciju je implementirano magnetsko polje pomoću mape u kojoj su zabilježene vrijednosti magnetskog polja unutar magneta SAMURAI za dotični eksperiment. Za generiranje su odabrane čestice koje izlaze iz sudara izotopa kositra i bivaju detektirane u NeuLAND-u i namješteni su parametri njihovih generatora koji dobro reproduciraju raspone eksperimentalnih mjerenja. Nakon toga uslijedila je usporedba rezultata simulacija u NeuLAND-u i VETO-u s mjerenjima u eksperimentu. Prilikom analize primijećeno je neslaganje u vrijednostima vremena preleta u NeuLAND-u čemu je uzrok bila korištena pogrešno zabilježena udaljenost NeuLAND-a od mete u literaturi [19]. Također, u procesu su uočeni problemi koje bi trebalo dodatno istražiti kako bi se proces analize i simulacija optimizirao. To su npr. efekti saturacije i prigušenja u detektoru te mehanizam interakcije magnetskog polja i materijala u samom softveru. Pretpostavljeni su i mali utjecaji ne sasvim realistične geometrije (nedostatak cjelovite $S\pi$ RIT komore) na razilaženje eksperimenta i simulacija u obliku neslaganja maksimalnog vremena preleta nabijenih čestica u NeuLAND-u i VETO-u. Unatoč tome postignuto je vrlo dobro slaganje eksperimenta i simulacije čime je omogućen pouzdan nastavak korištenja simulacija.

Pojedinačnim generiranjem protona i neutrona točno određene energije određene su efikasnosti detekcije ovih čestica u NeuLAND-u u ovisnosti o energiji. U nastavku je proučavan odziv detektora na rezultate transportnog modela UrQMD. Pomoću tog modela simulirani su sudari izotopa kositra iz čega su dobivene informacije o izlaznim protonima i neutronima u obliku zasebnih tekstualnih datoteka koje su zatim prosljeđene ASCII-generatoru. Za razliku od prije simuliranih "testnih" čestica u uniformnoj energijskoj raspodjeli, rezultati ovih simulacija usporedivi su s eksperimen-

talnim podacima jer sadrže realistične (u okvirima modela) distribucije čestica. Dobivene su i analizirane distribucije za dvije parametrizacije energije simetrije $\gamma = 0.5$ i $\gamma = 1.5$. Iz eksperimentalnih podataka rekonstruirane su energijske raspodjele protona i neutrona koje su zatim korigirane za prije dobivene efikasnosti. Eksperimentalne raspodjele uspoređene su s rezultatima simulacija u cilju određivanja moguće parametrizacije energije simetrije. Konkretno, promatran je energijski interval [120, 330] MeV gdje je bila moguća uspješna rekonstrukcija raspodjela iz eksperimenta. Ustanovljeno je da za različite parametre γ unutar samih simulacija nema velike razlike u distribucijama čestica zbog čega je konstruiran omjer neutrona i protona za sustave $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ i $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$, odnosno za one za koje su dostupni eksperimentalni podaci. Za sustav $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ omjeri za parametar $\gamma = 0.5$ imaju generalno manje vrijednosti od omjera za parametar $\gamma = 1.5$. U sustavu $^{124}\text{Sn} + ^{112}\text{Sn}$ to je slučaj samo za interval od 220 do 260 MeV dok za ostatak promatranog energijskog intervala nema neke pravilnosti. Usporedbom modela s eksperimentalnim rezultatima primijećeno je da odstupanje energijskih distribucija za interval nižih energija dok je za ostale energije trend dobar. Eksperimentalni omjeri su u oba slučaja veći od onih predviđenih modelom pri čemu se naslućuje jednak trend porasta, no u oba sustava nije moguće zaključiti koji parametar γ bi bolje odgovarao eksperimentalnim podacima.

To ipak ne znači da se ta informacija ne može dobiti iz podataka prikupljenih u ovom eksperimentu. Iz njih se može rekonstruirati još nekoliko opservabli koje teorijski pokazuju osjetljivost na energiju simetrije, poput opservable toka, multipliciteta čestica itd. Za neke od njih, trebalo bi paralelno analizirati i mjerenja $S\pi\text{RIT}$ komore.

Također, kvaliteta podataka iz NeuLAND-a se može dodatno poboljšati primjerice uzimanjem u obzir efikasnosti detekcije više neutronske događaja i razjašnjavanjem već spomenute saturacije gdje bi bilo potrebno razmotriti točnost saturacijskog koeficijenta.

Na institutu GSI ove godine predloženo je mjerenje sudara jezgara zlata pri 250, 400, 600 i 1000 MeV po nukleonu s ciljem proučavanja ovisnosti energije simetrije o gustoći. U eksperimentu će se koristiti NeuLAND s 24 ravnine što će značajno poboljšati performance detektora, a ove simulacije poslužile su kao vrijedan doprinos prijedlogu eksperimenta.

Dodaci

Dodatak A Kinetički član energije simetrije

Degenerirani plin fermiona podrazumijeva sustav čestica spina 1/2 čijom dinamikom upravlja Paulijev princip pri čemu su međusobne interakcije među česticama zanemarive. Fermioni popunjavaju dozvoljena energetska stanja prema Paulijevom principu do Fermijevog nivoa. Nukleone u nuklearnoj tvari možemo smatrati slobodnim česticama ograničenim na kutiju duljine brida l . U tom slučaju valne funkcije nukleona su ravni valovi:

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{L^{3/2}} e^{i\vec{k}\vec{r}}, \quad (\text{A.1})$$

a rubni uvjet koji moraju zadovoljavati jest $\psi(L) = \psi(0) = 0$. Rješavanje Schrödingrove jednadžbe s danim rubnim uvjetima daje:

$$k_x = \frac{2\pi n_x}{L}, k_y = \frac{2\pi n_y}{L}, k_z = \frac{2\pi n_z}{L} \quad (\text{A.2})$$

gdje su $n_x, n_y, n_z = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$. Svojevrsna stanja energije su:

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (\text{A.3})$$

Broj dozvoljenih ravnih valova u volumnom elementu d^3k iznosi:

$$dn = dn_x dn_y dn_z = g_s \left(\frac{L}{2\pi} \right)^3 d^3k, \quad (\text{A.4})$$

gdje je g_s faktor degeneracije. Broj nukleona u kocki brida L tada dobivamo integriranjem do Fermijevog nivoa, odnosno:

$$A = \int_0^{k_F} g_s \left(\frac{L}{2\pi} \right)^3 d^3k = g_s \frac{L^3}{6\pi^2} k_F^3 \quad (\text{A.5})$$

Prosječnu energiju po nukleonu dobivamo pomoću formule

$$\epsilon = \frac{1}{A} \int_0^{\epsilon_F} E(n) dn = \frac{1}{A} \int_0^{k_F} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} g_s \left(\frac{L}{2\pi} \right)^3 d^3k. \quad (\text{A.6})$$

Integriranjem se dobiva:

$$\epsilon = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{3}{5} E_F. \quad (\text{A.7})$$

Gustoću plina $\rho = A/L^3$ možemo zapisati preko fermijevog impulsa i uvrstiti u prethodni izraz:

$$\epsilon = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{6\pi^2 \rho}{g_s} \right)^{2/3} \quad (\text{A.8})$$

Kinetički dio energije simetrije definiran je kao razlika energije fermijevog plina neutrona i fermijevog plina protona i neutrona u jednakom udjelu. Faktor degeneracije za neutronske plin iznosi 2 (za dvije projekcije spina), dok za mješavinu protona i neutrona iznosi 4 (dvije projekcije spina i dvije projekcije izospina) pa za E_{sim}^{kin} slijedi:

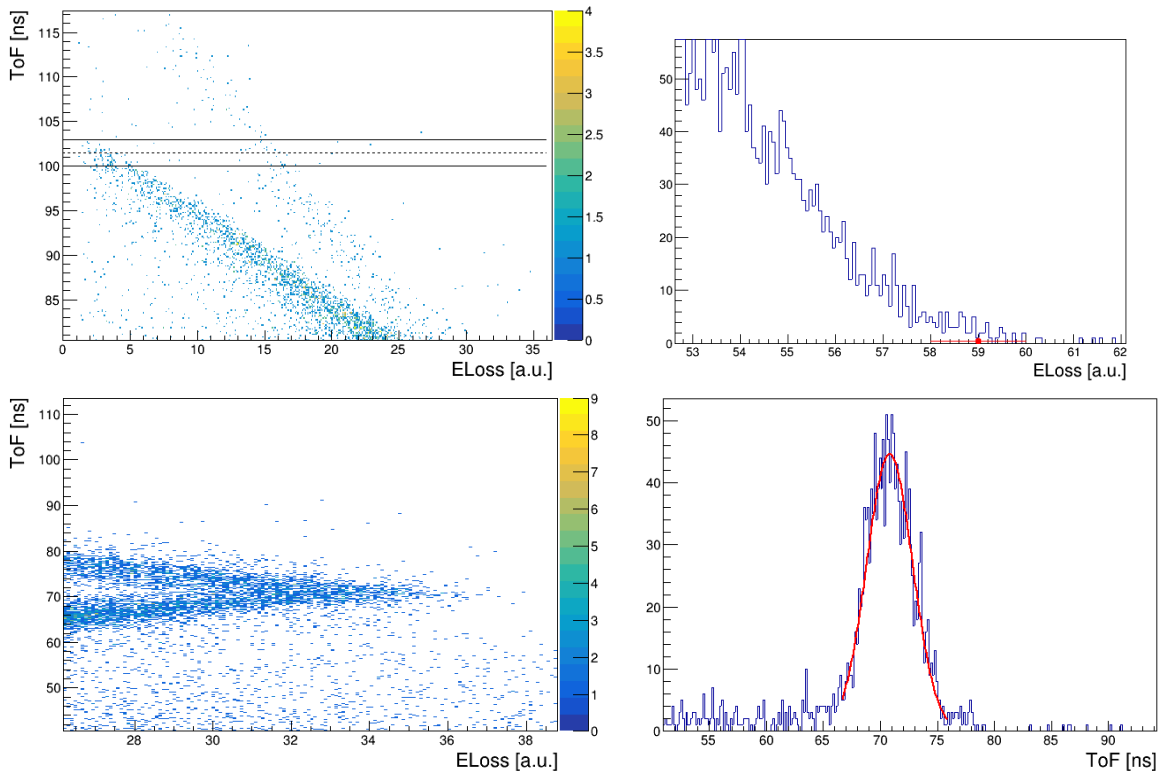
$$E_{sim}^{kin} = \epsilon_n - \epsilon_{n,z} = (2^{2/3} - 1) \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{6\pi^2 \rho}{4} \right)^{2/3} = (2^{2/3} - 1) \frac{3}{5} E_F. \quad (\text{A.9})$$

Dodatak B Opis dijelova analize

B.0.1 Postupak određivanja točaka za usporedbu simulacije i eksperimenta

U svrhu usporedbe simulacije i eksperimenta određivane su po dvije karakteristične točke u Bethe-Blochovoj liniji pojedine nabijene čestice: točka maksimalnog vremena preleta te točka probijanja ravnine.

Za maksimalno vrijeme preleta određivana je širina Bethe-Blochove linije kako je prikazano na Slici B.1, gore lijevo - sredina intervala je uzeta za ToF_{max} , dok je polovica širine poslužila kao pogreška. Sljedeće, energija probijanja ravnine određena je projekcijom ToF - ELoss ovisnosti na ELoss os i očitanjem mjesta gdje vrijednost pada na nulu (Slici B.1, gore desno). Pogreška je ovdje, u nedostatku bolje metode, procijenjena slobodnom procjenom širine intervala u kojem oko pada na nulu mogu vidjeti još neki signali. Vrijeme ToF_{pt} određeno je projiciranjem vrha probijanja na ToF os i prilagodbom gausijana na isti. Za pogrešku je uzeta jedna standardna devijacija (Slika B.1, dolje).



Slika B.1: Određivanje ToF_{max} - iscrtkana linija predstavlja srenju vrijednost, udaljenost punih linija predstavlja interval pogreške (gore lijevo). Deponirana energija u vrhu točke probijanja - određivanje E_{pt} (gore desno). Određivanje ToF_{pt} - uvećan vrh oko točke probijanja (dolje lijevo) i prilagodba na isti vrh sada projiciran na ToF os (dolje desno).

B.0.2 Račun pogreške pri rekonstrukciji distribucija iz eksperimentalnih podataka

Budući da u rekonstrukciju energija iz eksperimentalnih podataka ulaze efikasnosti određene simulacijom, a u rekonstrukciju protona i fitovi iz simulacija, u pogreške rekonstruiranih distribucija treba na neki način uračunati pogreške tih postupaka. Pri prikazivanju histograma efikasnosti greške nisu ni prikazane zato što su one, budući da možemo uzeti proizvoljno velik broj uzoraka (možemo generirati koliko želimo čestica) vrlo male - statistička greška je prema Poissonovoj distribuciji proporcionalna \sqrt{N} gdje je N sadržaj bina. Zato je trebalo na neki drugi način procijeniti grešku koju unosimo takvom analizom. Efikasnost je određena za energije s razmakom od 10 MeV što znači da će u eksperimentalnim podacima primjerice sve što je između 115 i 125 MeV biti stavljeno u bin od 120 MeV i korigirano efikasnošću izračunatom za protone od 120 MeV iako se ona u tom rasponu skoro sigurno mijenja ako pogledamo ponovo histograme efikasnosti (Slike 6.8 i 6.10). Pogreška efikasnosti pri energiji x zato je izračunata određivanjem efikasnosti pri energijama $x-5$ i $x+5$ i korištenjem sljedeće formule:

$$M_{\epsilon}(x) = \frac{1}{2} \left| \frac{\epsilon(x+5) + \epsilon(x-5)}{2} - \epsilon(x) \right|. \quad (\text{B.10})$$

Literatura

- [1] G. Gamow. *Mass Defect Curve and Nuclear Constitution*. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 126(803):632–644 (1930).
- [2] *Ovisnost energije vezanja po nukleonu o broju nukleona*. <https://www.zigya.com/application/zrc/images/qvar/PHEN12112119.png>. Pristup:2020-05-22.
- [3] S. Wong. *Introductory Nuclear Physics*. Physics textbook. Wiley (2008). URL <https://books.google.hr/books?id=mAr0uwfBLwIC>.
- [4] M. Milin. *Skripta iz nuklearne astrofizike*. Neobjavljeno (2018).
- [5] X. Roca-Maza and N. Paar. *Nuclear Equation of State from ground and collective excited state properties of nuclei*. *Progress in Particle and Nuclear Physics* (2018).
- [6] H. Sagawa, S. Yoshida, and L.-G. Cao. *EoS from terrestrial experiments: Static and dynamic polarizations of nuclear density*. *AIP Conference Proceedings*, 2127:020002 (2019).
- [7] M. Meixner, J. Olson, G. Mathews, L. Nguyen, and H. Dalhed. *The NDL Equation of State for Supernova Simulations*. *submitted Phys. Rev. C* (2013).
- [8] M. B. Tsang, J. Estee, H. Setiawan, W. G. Lynch, J. Barney et al. *Pion production in rare-isotope collisions*. *Phys. Rev. C*, 95:044614 (2017). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.95.044614>.
- [9] J. Piekarewicz and F. J. Fattoyev. *Neutron-rich matter in heaven and on Earth*. *Physics Today*, 72(7):30–37 (2019).
- [10] J. Piekarewicz and M. Centelles. *Incompressibility of neutron-rich matter*. *Phys. Rev. C*, 79:054311 (2009). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.79.054311>.
- [11] O. Hen, B.-A. Li, W.-J. Guo, L. B. Weinstein, and E. Piasetzky. *Symmetry energy of nucleonic matter with tensor correlations*. *Phys. Rev. C*, 91:025803 (2015). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.91.025803>.

- [12] T. Fischer, M. Hempel, I. Sagert, Y. Suwa, and J. Schaffner-Bielich. *Symmetry energy impact in simulations of core-collapse supernovae*. *Eur. Phys. J. A*, 50:46 (2014).
- [13] D. D. S. Coupland. *PROBING THE NUCLEAR SYMMETRY ENERGY WITH HEAVY ION COLLISIONS*. PhD dissertation, Michigan State University (2013).
- [14] N. M. A. Abdelrahman. *Beam Energy and Collision System Dependence of Anisotropic Flow and Its Fluctuations*. PhD dissertation, Stony Brook University (2018).
- [15] Andronic, A., Lukasik, J., Reisdorf, W., and Trautmann, W. *Systematics of stopping and flow in Au+ Au collisions*. *Eur. Phys. J. A*, 30(1):31–46 (2006). URL <https://doi.org/10.1140/epja/i2006-10101-2>.
- [16] P. Danielewicz, R. Lacey, and W. G. Lynch. *Determination of the Equation of State of Dense Matter*. *Science*, 298(5598):1592–1596 (2002). URL <https://science.sciencemag.org/content/298/5598/1592>.
- [17] Y. Leifels. *The asymmetry energy term of the nuclear EOS - What can FOPI contribute? - Data!* URL <https://www2.irb.hr/korisnici/mkis/present/Leifels.pdf>.
- [18] B.-A. Li, C. M. Ko, and Z. Ren. *Equation of State of Asymmetric Nuclear Matter and Collisions of Neutron-Rich Nuclei*. *Phys. Rev. Lett.*, 78:1644–1647 (1997). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.78.1644>.
- [19] J. E. Barney. *CHARGED PION EMISSION FROM 112SN + 124SN AND 124SN + 112SN REACTIONS WITH THE SpiRIT TIME PROJECTION CHAMBER*. PhD dissertation, Michigan State University (2019).
- [20] J. M. Torres-Rincon. *Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck Equation*, pages 33–45 (2014).
- [21] J. Aichelin. “Quantum” molecular dynamics—a dynamical microscopic n -body approach to investigate fragment formation and the nuclear equation of state in heavy ion collisions. *Physics Reports*, 202(5):233 – 360 (1991). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157391900943>.

- [22] H. Petersen, M. Bleicher, S. A. Bass, and H. Stocker. *UrQMD v2.3: Changes and Comparisons* (2008).
- [23] <https://www.nishina.riken.jp/ribf/index.html>. Pristup:2020-06-10.
- [24] *Study of density dependence of the symmetry energy with the measurements of charged pion ratio in heavy RI collisions*. William G. Lynch, Tetsuya Murakami, Tadaaki Isobe. Experiment proposal.
- [25] L. Bandura. *Next-generation fragment separators for exotic beams*. PhD dissertation, Northern Illinois University (2009).
- [26] T. Kobayashi, N. Chiga, T. Isobe, Y. Kondo, T. Kubo et al. *SAMURAI spectrometer for RI beam experiments*. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*, 317:294–304 (2013).
- [27] Y. Kondo, T. Tomai, and T. Nakamura. *Recent progress and developments for experimental studies with the SAMURAI spectrometer*. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, 463:173 – 178 (2020). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168583X19303891>.
- [28] *An introduction to magnets for accelerators*. https://indico.cern.ch/event/590390/contributions/2381025/attachments/1401281/2140074/JAI_course_Jan_2017.pdf. Pristup: 2020-06-14.
- [29] <https://groups.nsl.msu.edu/hira/cosmic/SpiritTPC.html>. Pristup: 2020-06-18.
- [30] W.R.Leo. *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*. Springer - Verlag, 2 edition (1987).
- [31] I. Gašparić, K. Boretzky, T. H., T. Aumann, L. Atar et al. *NeuLAND demonstrator performance in EOS experiments*. *RIKEN Accel. Prog. Rep.*, 50:p.176 (2017).
- [32] *Technical Report for the Design, Construction and Commissioning of NeuLAND: The High-Resolution Neutron Time-of-Flight Spectrometer for R³B*. Technical report, R³B Collaboration (2011).

- [33] C. Douma, K. Boretzky, I. Gašparić, N. Kalantar-Nayestanaki, D. Kresan et al. *Investigation of background reduction techniques for the NeuLAND neutron detector. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 930:203 – 209 (2019). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016890021930395X>.
- [34] Y. Leifels. *Neutronenfluß in Schwerionenstößen bei 400 AMeV im System Au+Au*. PhD dissertation, Fakultät für Physik und Astronomie der Ruhr-Universität Bochum (1993).
- [35] *Scintillation detectors for fast neutrons*. <https://cds.cern.ch/record/1111862/files/FNDA2006-097.pdf>. Pristup:2020-07-05.
- [36] <https://root.cern/>. Pristup:2020-08-28.
- [37] D. Kresan, M. Al-Turany, D. Bertini, R. Karabowicz, A. Manafov et al. *Event Reconstruction and Analysis in the R3BRoot Framework. Journal of Physics: Conference Series*, 523:012034 (2014). URL <https://doi.org/10.1088%2F1742-6596%2F523%2F1%2F012034>.
- [38] <https://root.cern.ch/virtual-monte-carlo>. Pristup:2020-06-20.
- [39] <https://geant4.web.cern.ch/>. Pristup:2020-08-28.
- [40] J. Mayer. *Charting NeuLAND: Towards multi-neutron reconstruction with the New Large Area Neutron Detector and The Virtual gamma-ray spectrometer G4Horus*. PhD dissertation, University of Cologne (2018).
- [41] *GDML user guide*. <http://lcgapp.cern.ch/project/simu/framework/GDML/doc/GDMLmanual.pdf>. Pristup:2020-06-27.
- [42] *Julian Kahlbow*. privatna komunikacija.
- [43] <https://ribf.riken.jp/SAMURAI/>. Pristup:2020-06-10.
- [44] *Paolo Rusotto*. privatna komunikacija.
- [45] P. Rusotto, P. Wu, M. Zoric, M. Chartier, Y. Leifels et al. *Symmetry energy from elliptic flow in 197Au+197Au. Physics Letters B*, 697(5):471 – 476 (2011). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037026931100178X>.

- [46] P. Russotto, S. Gannon, S. Kupny, P. Lasko, L. Acosta et al. *Results of the ASY-EOS experiment at GSI: The symmetry energy at suprasaturation density*. *Phys. Rev. C*, 94:034608 (2016). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.94.034608>.