

# Razumijevanje rada i energije kroz primjere iz olimpijskih sportova

---

Zrilić, Domagoj-Šalom

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:438077>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-11-04**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Domagoj – Šalom Zrilić

Razumijevanje rada i energije kroz primjere iz  
olimpijskih sportova

Diplomski rad

Zagreb, 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ  
FIZIKA; SMJER: NASTAVNIČKI

**Domagoj – Šalom Zrilić**

Diplomski rad

**Razumijevanje rada i energije kroz  
primjere iz olimpijskih sportova**

Voditelj diplomskog rada: doc. dr. sc. Dalibor Paar

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2021.

## Zahvala

*Velike zahvale dugujem svom mentoru doc.dr. sc. Daliboru Paru na svim korisnim savjetima i uloženom vremenu te trudu koji su omogućili završetak rada.*

*Velika hvala i doc. dr. sc. Maji Planinić na metodičkim savjetima i znanju usvojenom kroz metodičke kolegije što su mi dosta pomogli u radu u nastavi.*

*Neizmjerne hvala ocu i majci koji su me gurali kad je bilo teško i podupirali kroz cijeli proces školovanja, hvala i ostatku obitelji na svesrdnoj pomoći kad god je bilo potrebno.*

*Hvala svim profesorima sa Fizičkog odsjeka na pruženom znanju koje mi je omogućilo napredak ne samo u procesu razumijevanja prirodnih pojava već i u mnoštvu drugih sfera života što mi je omogućilo veliki osobni napredak. Hvala puno ekipi iz referade Fizičkog odsjeka jer su pomagali u mnogim delikatnim situacijama. Hvala svim kolegama i kolegicama koji su mi pomogli i kojima sam pomogao.*

## **Sažetak**

Rad i energija su među ključnim konceptima u fizici i predstavljaju izazov u nastavi fizike u osnovnoj i srednjoj školi. Suvremeni pristup učenju fizike baziran je na učenicima zanimljivim pokusima i aktivnostima iz svakodnevnog života. U ovom radu izabran je konkretan primjer, olimpijski sportovi koji su izvrsna podloga za proučavanje koncepata rada i energije. Sport općenito je učenicima zanimljiv, a okvir u kojem se uči kako primjenom fizikalnih znanja poboljšati sportske rezultate predstavlja dodanu motivaciju u učenju fizike. U ovom radu kroz primjere iz konkretnih olimpijskih sportova i fizikalne pokuse dani su okviri kako ovaj pristup implementirati u okviru postojećih kurikuluma nastave fizike.

Ključne riječi: fizika, sport, nastava fizike, rad, energija

# **Understanding of work and energy through Olympic sports examples**

## **Abstract**

Work and energy are among the key concepts in physics and present a challenge in physics education in primary and secondary schools. Modern approach to learning physics is based on interesting experiments and everyday activities which are interesting to students. In this work, specific example was chosen, Olympic sports which are a excellent base for studying concepts of work and energy. Sports in general are interesting to students, and the framework in which they study how to enhance sports results by applying physics knowledge presents additional motivation in physics learning. In this work, through examples from specific Olympic sports and physics experiments, frameworks are given on how to implement this approach within the given physics curricula.

Keywords: physics, sports, physics education, work, energy

## Sadržaj

1. Uvod.....	2
2. Razumijevanje rada i energije kroz primjere iz olimpijskih sportova .....	3
2.1 Rad i kinetička energija .....	5
2.2 Potencijalna energija i zakon sačuvanja energije.....	14
3. Prikaz rezultata.....	22
3.1 Skok s motkom .....	22
3.2 Skok s mjesta u vis.....	27
3.3 Odskok loptice .....	37
3.4 Odskok dviju naslaganih lopti .....	42
3.4 Skok u dalj .....	48
4. Zaključak.....	56
Dodaci.....	50
Metodički dio: Potencijalna energija i zakon očuvanja energije.....	50
Literatura .....	57
Životopis.....	58

## 1. Uvod

Širi zadatak prirodnih znanosti je razumjeti prirodne pojave i načine na koje se mijenjaju u vremenu. Znanstvenici pažljivo promatraju prirodne pojave i izvode eksperimente, zatim formuliraju teorije koje testiraju eksperimentima (znanstvena metoda). Može li se isto primijeniti u sportu? Sport nije samo treniranje i natjecanje. U ovom radu ćemo istaknuti da fizika omogućava dublje razumijevanje sportova, što u konačnici omogućava bolje sportske rezultate, olimpijskim jezikom rečeno – brže, više i jače (lat. *citius, altius, fortius*).

Razvojem tehnologije i povećanom pristupačnošću osobnih računala, interneta, pametnih telefona i ostalih tehnoloških dodataka, djeca sve manje vremena provode fizički aktivna na otvorenom. Igranje sportskih igara dijelom je zamijenjeno virtualnim igrama, a osim male fizičke aktivnosti, moderan ubrzani način života, uz nedostatak pravilne prehrane, vode do problema prekomjerne težine. Hrvatska je na 13. mjestu u svijetu po prevalenciji prekomjerne tjelesne težine. Naime, 61.4 % populacije ima povećanu tjelesnu težinu. S obzirom na spol, 20,1 % muškaraca i 20,6 % žena se smatra pretilima. [6] Stoga nastavnici u školama djecu trebaju od najranije dobi poticati na fizičku aktivnost s ciljem promicanja javnog zdravlja. Međupredmetnim povezivanjem nastave fizike s tjelesnom i zdravstvenom kulturom može utjecati na lakše svladavanje pojedinih obrazovnih ishoda iz fizike jer se apstraktni pojmovi i teorijski opisi mogu zorno primijeniti u praksi na konkretnim primjerima ili problemima iz sporta. Dobro posložene sportske aktivnosti privlačne su djeci pa im se na taj način posredno može približiti fizika.



## 2. Razumijevanje rada i energije kroz primjere iz olimpijskih sportova

Energija je jedan od temeljnih koncepata fizike, no njeno razumijevanje nije jednostavno zato što se radi o apstraktnoj, matematičkoj ideji, kako je to istaknuo nobelovac Richard Feynman. [10] U prirodi postoji zakon koji upravlja svim prirodnim fenomenima – zakon očuvanja energije. Stoga je veliki izazov kako tu apstraktnu matematičku veličinu što bolje objasniti učenicima.

Istraživanje energije jedan je od osnovnih zadataka fizike. Moderna civilizacija se zasniva na pretvorbi, prijenosu i korištenju energije i svi znaju nabrojiti svakodnevne primjere korištenja energije, međutim što pojam energija zaista znači?

Pojam *energije* toliko je širok da napisati egzaktnu i jedinstvenu definiciju nije jednostavan zahtjev. Općenito u fizici pod pojmom energije se percipira skalarna veličina koja je povezana sa stanjem jednog ili više objekata ili sustava. Međutim ovakva definicija je laiku prilično apstraktna i nije od koristi pa jednostavnijim rječnikom energija je broj koji pridružujemo sustavu od jednog ili više objekata. Na primjer, ako djelovanje sile na tijelo mijenja stanje tijela na način da se ono počne gibati iz mirovanja, tada se i broj pridružen energiji također mijenja. Nakon mnoštva eksperimenata uočeno je da ako je shema prema kojoj pridružujemo brojeve energije pomno isplanirana, ti brojevi mogu se iskoristiti za predviđanje budućih ishoda eksperimenata. Ovaj uspjeh se bazira na bitnom svojstvu svemira: Energija se može prenijeti sa jednog predmeta na drugi, ali ukupna količina je uvijek jednaka (*energija je očuvana*) i nijedna iznimka ovom pravilu nije nikada do sad pronađena. [2]

Odlična analogija uz pomoć koje se može ilustrirati pojam energije je novac i transakcije novcem. Mnoštvo tipova energije možemo zamisliti kao brojeve koji predstavljaju novce različitih valuta u bankovnim računima. Postavljena su pravila što koji broj znači i kako se može mijenjati. Novac se može mijenjati u različite valute kao što se energija može mijenjati u različite oblike, može se također i elektronički prebacivati sa jednog računa na drugi bez da se mijenja išta materijalno, no, svaka transakcija je obračunata. Pa tako na primjer ako od 150 kuna na bankovnom računu 50 kn pretvorimo u eure, tada imamo otprilike 6 eura i 65 centi, dakle i dalje imamo novac koji vrijedi jednako, samo je druge vrste (različita valuta), jednako kao što se različite vrste energije međusobno izmjenjuju. Ako zatim pošaljemo nećaku Mati u Australiju 5 eura, sa računa će nam se oduzeti 5 eura od postojećih 6 eura i 65 centi, a na računu nećaka

Mate dodati iznos od 5 eura. Navedeni novac nije nestao, već koliko je oduzeto s jednog računa toliko je dodano na drugi, a ukupna količina novca je ostala ista.

Složit ćemo se da nije lako učiti, kao što nije lako gurati kolica puna tereta ili trčati maraton. Svi ovi navedeni primjeri ukazuju na svakodnevnu predodžbu značenja pojma *rad* – bilo koje aktivnosti koja podrazumijeva mišićne ili mentalne napore ili rad strojeva. Rad se u fizici općenito definira kao djelovanje sile na određenom putu. Ako je izvršen rad na nekom tijelu, tada se morala promijeniti njegova energija. Pa tako kada promatramo jedno ili više tijela čiju energiju proučavamo odabiremo prikladan sustav tijela i ako je sustav takav da je ukupna vanjska sila na sustav jednaka nuli sustav je zatvoren i ukupna mehanička energija pri mehaničkim procesima u takvom sustavu sustava je stalna, što je poznato kao *zakon očuvanja mehaničke energije*. Kao što je rad prijelaz energije, tako je i predaja topline prijelaz energije iz mehaničkog oblika u unutarnju energiju, što je obuhvaćeno *općim zakonom očuvanja energije*.

Rad i energija imaju bitnu ulogu u sportu. Poznavanje pravilne tehnike izvedbe omogućava sportašu ostvarivanje maksimalnog energijskog transfera u skladu sa mogućnostima i kapacitetom mišića i tetiva njegova tijela. Poznavanje zakona očuvanja energije, načina pretvorbi između rada i drugih oblika energije i načina disipacije energije iz sustava može pomoći nadogradnji tehnike, uočavajući na koje se sve načine energija ne koristi dovoljno efikasno za ostvarenje sportskih ciljeva. S druge strane, u nastavi fizike, da bi se otklonile prethodne miskoncepcije i povećalo razumijevanje pojmova rada i energije, mogu poslužiti primjeri iz olimpijskih sportova jer se mogu prikazati takvi eksperimenti u učionici, a primjeri iz sportova su učenicima često otprije poznati. Takav pristup istovremeno donosi jedan zabavan element koji će potaknuti učenike na intelektualni angažman, a isto tako koristi za poticanje učenika na bavljenje fizičkim aktivnostima tako da stečena fizikalna znanja primjene u praksi.

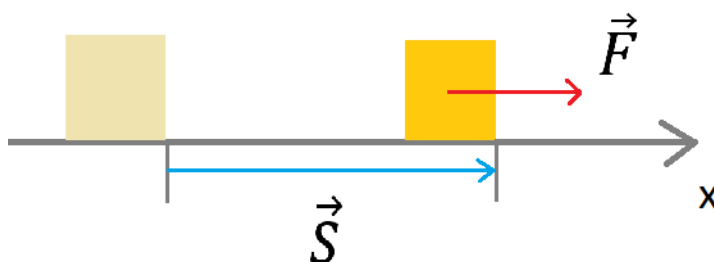
## 2.1 Rad i kinetička energija

Dizanje utega je olimpijski sport u kojem natjecatelj ima zadatak podići što veću masu utega. Postoje dvije discipline dizanja utega: trzaj i izbačaj. Kod trzaja dizač mora podići uteg iznad glave u jednom pokretu, što se izvodi snažnim trzanjem utega iznad glave, dok kod izbačaja je dozvoljeno uteg prvo dovući do prsa te zatim smiriti uteg i pripremiti ga za konačno podizanje iznad glave. Dižući utege obavljamo rad nad njima djelujući *silom* na tijelo dok se to tijelo *giba* sa jednog mjesta na drugo, odnosno mijenja *položaj* (mijenja se gravitacijska potencijalna energija). Obavljeni rad je veći ako je sila veća (jače dižemo) ili ako je udaljenost (put) do koje dižemo veća.

Dakle rad je proporcionalan sili na tijelo i proporcionalan je pomaku tijela. Definicija rada se bazira na ovim opažanjima. Promotrimo mirujuće tijelo koje se djelovanjem stalne sile  $\vec{F}$  pomakne za iznos  $s$  duž pravca (Slika 1.). Dok se tijelo pomiče stalna sila  $\vec{F}$  djeluje u istom smjeru kao i pomak  $\vec{s}$ . Rad  $W$  definiramo kao produkt iznosa sile  $F$  i iznosa pomaka  $s$ .

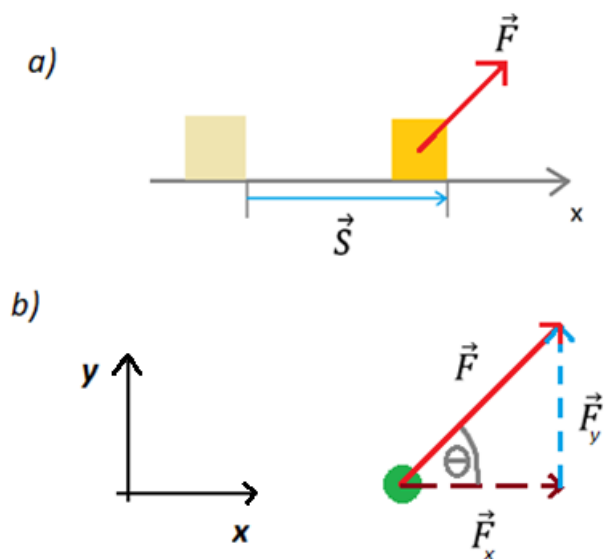
$$W = F \cdot s$$

SI jedinica za rad je Joule (J):  $1 \text{ J} = (1 \text{ Newton}) \cdot (1 \text{ m})$ , odnosno  $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ .



Slika 1. Rad koji obavlja stalna sila djelujući u smjeru pomaka

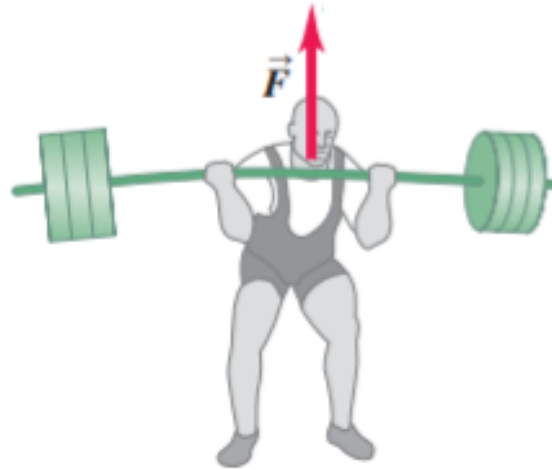
Ako na tijelo djelujemo stalnom silom  $\vec{F}$  u smjeru pomaka  $\vec{s}$ , tada je iznos obavljenog rada  $W = F \cdot s$ . Međutim, ako na tijelo djelujemo pod nekim kutom u odnosu na x os, tada sila  $\vec{F}$  ima komponentu u smjeru pomaka, ali i komponentu okomitu na smjer pomaka. Kako nam je od interesa jedino rad koji sila obavi nad tijelom, zato što jedino komponenta sile koja je paralelna pomaku sudjeluje u pomicanju tijela, rad definiramo kao produkt iznosa komponente sile u smjeru pomaka i pomaka.



Slika 2. a) Rad koji obavlja stalna sila djelujući na predmet pod nekim kutom u odnosu na x os  
 b) Sila koja gura predmet rastavljena na komponente, jedino komponenta sile paralelna pomaku ( $F_x$ ) obavlja rad

$$W = F \cdot \cos \theta \cdot s = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

Važno je razumjeti da obavljeni rad može biti pozitivna ili negativna veličina, ali i jednak ničtici (ne obavlja se rad nad tijelom). U navedenom primjeru obavljeni rad je pozitivna veličina jer sila ima komponentu koja je u smjeru pomaka tijela. Kada je sila ili komponenta sile u smjeru suprotnom od smjera pomaka, rad je negativna veličina, a kada je sila okomita na pomak, ne obavlja se rad. Pogledajmo na primjeru dizanja utega kada se ne obavlja rad i kada je obavljen negativni rad.

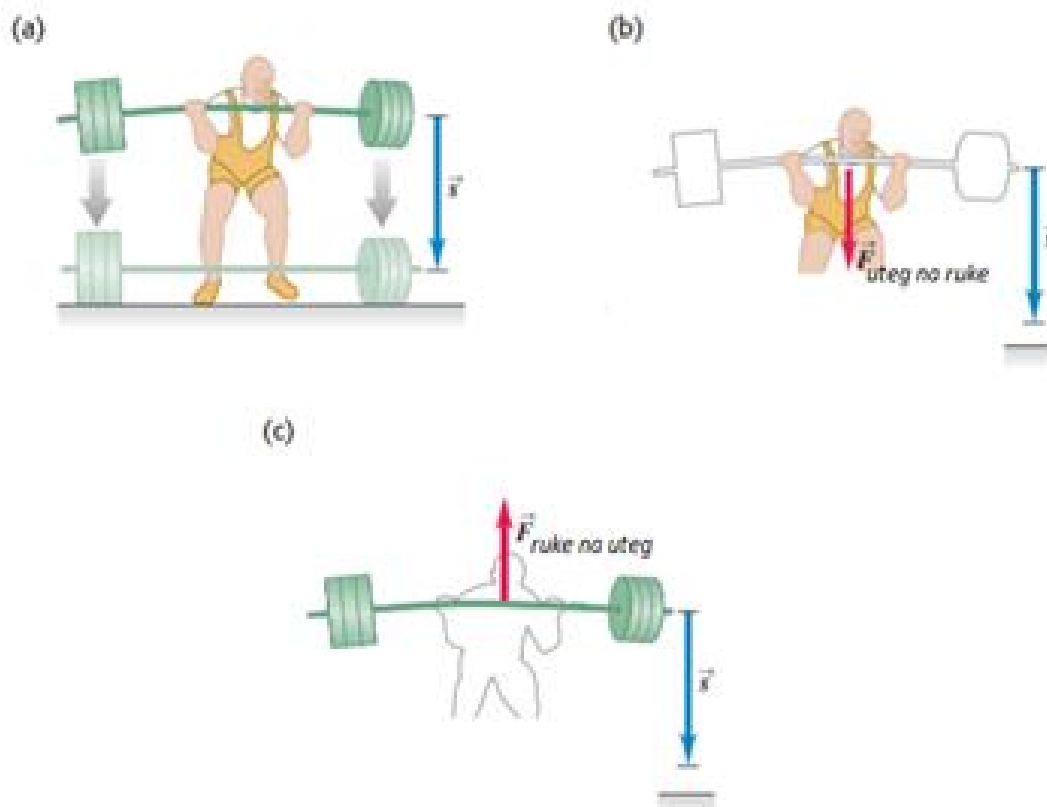


*Slika 3. Dizanje utega tehnikom izbačaja. Dizač utega djeluje silom  $\vec{F}$  na utege prema gore. Kada primiri utege na prsima, budući da utezi miruju, pomak je jednak nuli pa se ne obavlja rad nad utezima. [1]*

U izvedbi metodom izbačaja, proces podizanja utega se sastoji od dva dijela: podizanja utega do prsa te izbačaja iznad glave. Na slici 3. je prikazan dizač utega koji silom  $\vec{F}$  podiže uteg do razine prsa te ga u tom trenutku umiri. Naivno pomislili bismo zato što se umaramo onda obavljamo rad kada držimo uteg. Međutim ipak ne obavljamo rad nad utegom zato što nema pomaka utega. Umaramo se svakako zato što se komponente mišićnih vlakana u rukama se stalno rastežu i skraćuju za što je potrebna energija. Slično se opaža kada hodamo stalnom brzinom s aktovkom u ruci. Aktovka ima pomak duž pravca kojim se krećemo, ali vertikalna sila kojom djelujemo na aktovku je okomita na smjer u kojem se pomiče aktovka i nema komponentu u smjeru pomaka pa zato ne obavljamo rad na aktovku.

Što zapravo znači obaviti negativan rad? Odgovor možemo dobiti pomoću 3. Newtonovog zakona gibanja. Kada dizač utega spušta uteg kao na slici 4.a) njegove ruke i uteg se gibaju skupa s istim pomakom  $\vec{s}$ . Uteg djeluje silom  $\vec{F}_{\text{uteg na ruke}}$  na njegove ruke u istom smjeru u kojem je pomak ruku, tako da je rad koji obavi uteg na ruke pozitivan (Sl. 4. b)). Ali prema Newtonovu trećem zakonu gibanja, ruke dizača utega djeluju silom jednakog iznosa ali suprotnog smjera  $\vec{F}_{\text{uteg na ruke}} = -\vec{F}_{\text{ruke na uteg}}$  na uteg (Sl. 4.c)). Ova sila kojom dizač drži uteg da ne padne na tlo, djeluje u smjeru suprotnom od pomaka, zato je rad koji dizač obavi

rukama na uteg negativan. Općenito, kad jedno tijelo obavi negativan rad na drugom tijelu, drugo tijelo obavi pozitivan rad jednakog iznosa na prvom tijelu. [1]

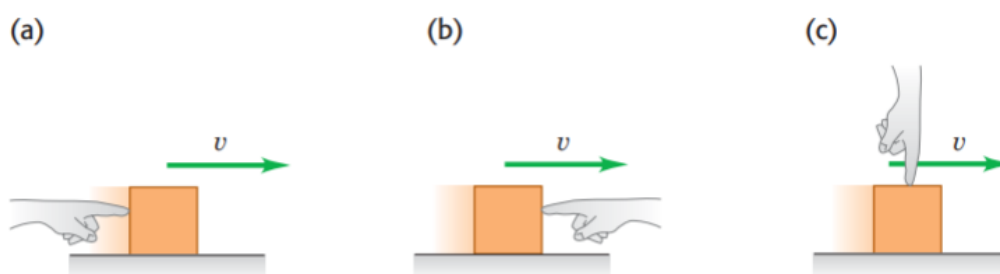


Slika 4. Ruke dizača utega obavljaju negativni rad nad utezima, dok utezi obavljaju pozitivan rad nad rukama. a) Dizač utega spušta utege na tlo b) Utezi obavljaju pozitivan rad nad rukama dizača; Sila utega na ruke je u istom smjeru kao i pomak c) Ruke dizača utega obavljaju negativan rad nad utezima; Sila ruku na uteg je u smjeru suprotnom od smjera pomaka utega.. [1]

Kinetička energija, poput rada, skalarna je veličina koja ovisi o masi tijela i brzini, ali ne i o smjeru u kojem se tijelo giba. Kinetička energija nikad ne može biti negativna i jednaka je ničtici kada tijelo miruje.

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Analizirajmo utjecaj rada koji obavi ruka na kocki koja kliže bez trenja stalnom brzinom u desno (Sl. 5.). Ako rukom guramo kocku u desno (Sl.5.a)) tada je rezultantna sila na kocku u desno. Ukupan rad koji ruka obavi nad kockom je pozitivan jer su sila i pomak u istom smjeru i brzina kocke se povećava. Ako guramo kocku na lijevu stranu (Sl. 5.b)), rezultantna sila na kocku je u desno pa je ukupan rad koji obavi ruka nad kockom negativan zato što je sila ruke na kocku u smjeru suprotnom od smjera pomaka i kocka usporava. Ako djelujemo silom okomito na kocku u smjeru prema podlozi, rezultantna sila je 0 i ukupan rad koji ruka obavi nad kockom je također 0, a brzina ostaje nepromijenjena. [1]



Slika 5. Odnos rada obavljenog na tijelu koje se giba stalnom brzinom u desno i promjene brzine [1]

Vidimo da kada je obavljeni rad pozitivan da se kinetička energija tijela povećava (konačna kinetička energija je veća od početne) i kocka se giba većom brzinom od one u početnom trenutku. Kada je obavljeni rad negativan, kinetička energija se smanjuje i brzina je manja od početne. A kada je rad jednak 0, kinetička energija ostaje ista. Dakle, rad koji obavi rezultantna sila nad tijelom jednak je promjeni kinetičke energije tijela:

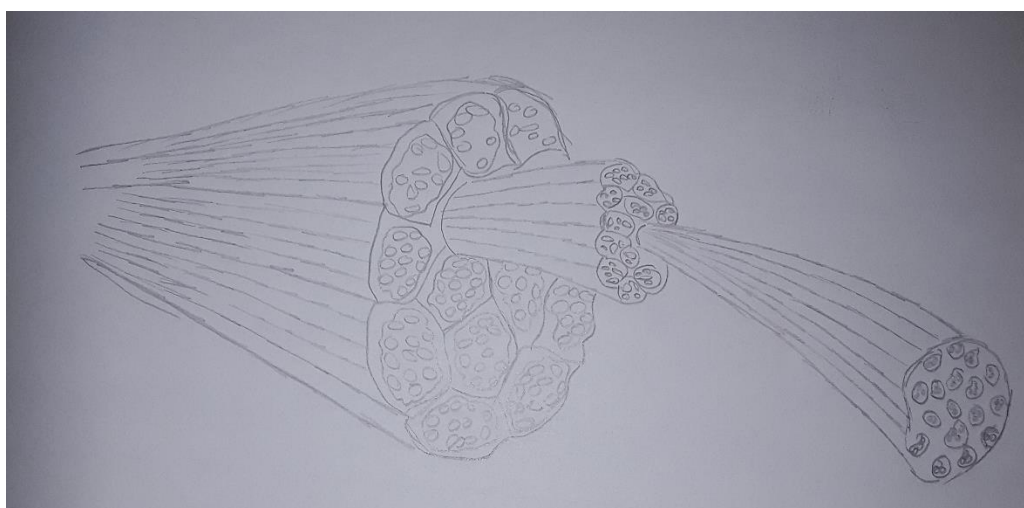
$$W_{uk} = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k$$

Tako na primjer, kada igrač hokeja udari pak koji miruje (Sl. 6.), kinetička energija paka nakon udarca jednaka je radu kojeg na njemu obavi palica. Što većom silom djelujemo na pak on veću udaljenost prijeđe dok je u kontaktu s palicom te ima veću kinetičku energiju.



*Slika 6. Udarac paka hokejskom palicom  
Preuzeto od: Bruce Bennett/Getty Images*

Sposobnost obavljanja rada koristeći naše tijelo, dolazi od prugastih (skeletnih) mišića. Stanice nalik na vlakna, prugastih mišića, prikazane na slici imaju sposobnost skraćivanja (kontrakcije) uzrokujući kontrakciju mišića u cijelosti i vršenje sile na tetive uz koje se veže. Mišići mogu vršiti silu od otprilike 0.3 N po četvornom milimetru površine poprečnog presjeka. Što je veći poprečni presjek, to više vlakana mišić ima i zato može ostvariti veću silu pri kontrakciji. [1]



*Slika 7. Skica mišićnih vlakna unutar mišića*



Brzina i ubrzanje su važni elementi u mnogim sportskim disciplinama. Sam start i startno ubrzanje jedna je od važnijih faza utrke koja ima direktan utjecaj na krajnji rezultat. Start, na primjer, može činiti razliku između prosječnog i vrhunskog sportaša, osobito u trčanju na kratke staze. Sprinteru prvi korak iz mirovanja diktira drugi i treći, tako da slab i neefikasan prvi korak vodi slabim i neefikasnim koracima nakon, što rezultira lošim (dužim) vremenom sprinta. Mnoge sportske discipline tako obuhvaćaju rad nogu i kratkotrajne, brze nalete eksplozivnosti. Sposobnost treniranja mišića da ostvare takve nalete eksplozivnosti, pomaže sportašu da postane eksplozivniji i u konačnici brži. Važno je također usporedno s time popraviti ubrzanje tako da se navedeno kretanje učini prirodnijim. Tako je film muškog sprintera mase 70 kg pokazao da je sprinter ubrzao iz mirovanja do 3 m/s u prvom koraku, do 4.2 m/s u drugom koraku (dok je prva noga i dalje na zemlji) te do 5 m/s u trećem koraku. Kinetička energija sprintera se može izračunati za svaki korak (Tablica 1.)

Korak	v (m/s)	$E_k / J$	$\Delta E_k / J$
0	0	0	0
1	3.0	315	315
2	4.2	617	302
3	5.0	875	258

*Tablica 1. Brzina koju ostvaruje sprinter u prva tri koraka uz pripadne kinetičke energije i promjene kinetičke energije u odnosu na prethodni korak. [3]*

Rad obavljen za ubrzanje sprintera i povećanje njegove kinetičke energije prvenstveno dolazi od rastezanja i skraćivanja mišićnih vlakana i tetiva koje se ponašaju kao opruge. Svaka promjena u kinetičkoj energiji dolazi zbog rada koji obavljaju njegovi mišići. Promjena se smanjuje sa svakim korakom zato što je manje vremena prošlo između koraka, što smanjuje količinu rada koju njegovi mišići mogu obaviti pri istoj kontrakciji. Očito, povećanje energije ne može ići zauvijek. Rad koji obavljaju mišići sprintera, dok se on giba stalnom brzinom, nauštrb je raznih „gubitaka energije“, kao što je trenje među zglobovima, otpor zraka i toplinski gubitci u tetivama. [3]

Međutim, definicija rada ne uzima u obzir vrijeme u kojem sila djeluje pa je razumno definirati neku fizikalnu veličinu uz pomoć koje možemo opisati brzinu vršenja rada. Na primjer, ako dižemo uteg težine 100 N na visinu od 1 m, na utegu obavimo rad iznosa 100 J neovisno treba li nam 1 s, 1 sat ili 1 godina. Važno nam je znati kako brzo obavimo rad, u čemu nam pomaže pojam *snage*. U fizici je snaga fizikalna veličina koja opisuje brzinu pretvaranja energije. Snaga je skalarna veličina kao što su rad i energija.

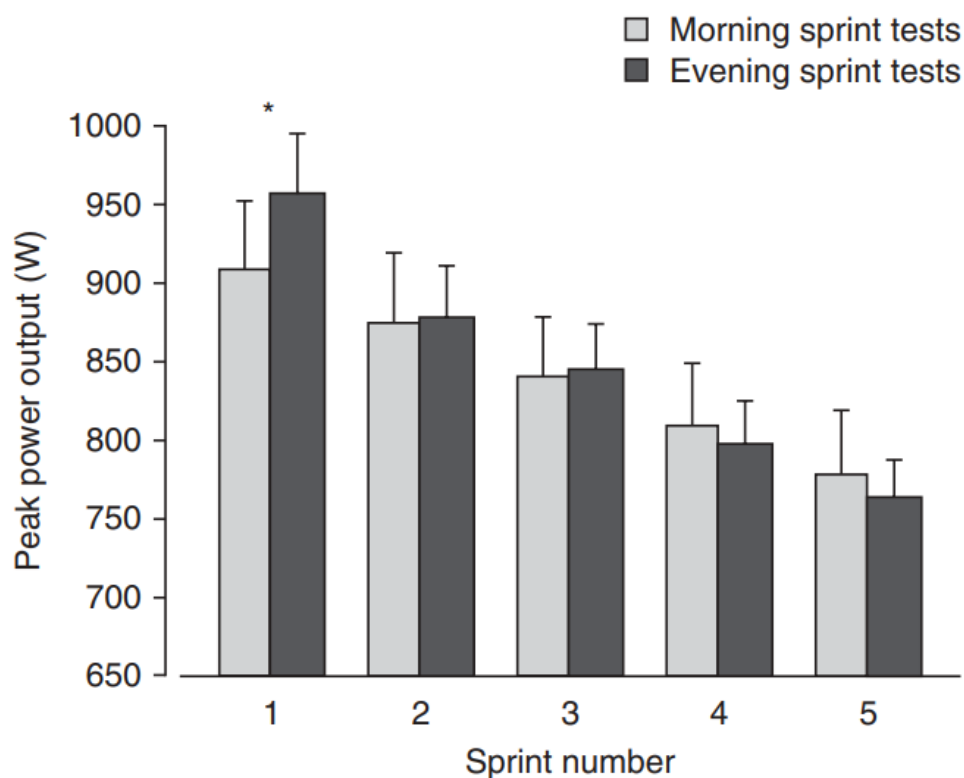
$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

U SI sustavu mjerna jedinica za snagu je Watt [W], pri čemu 1 W = 1 J/s.

Aktivnost	Potrošnja energije [W]
Spavanje	83
Sjedenje u miru	120
Stajanje	125
Sjedenje u razredu	210
Hodanje (5 km/h)	280
Bicikliranje (13-18 km/h)	400
Igranje tenisa	440
Plivanje ženskim stilom	475
Klizanje na ledu	545
Penjanje uz stube (116/min)	685
Bicikliranje (21 km/h)	700
Trail trčanje	740
Igranje košarke	800
Bicikliranje (profesionalni trkač)	1855
Sprintanje	2415

Tablica 2. Brzina pretvaranja unutarnje kemijske energije u druge oblike za prosječnog muškarca od 76 kg. [15]

Naime, upravo u sportskim aktivnostima, jedan od glavnih ciljeva atletskog razvoja je povećanje eksplozivnosti za poboljšanje performansi. Budući da eksplozivnost predstavlja snagu odnosno brzinu pretvaranja unutarnje kemijske energije u kinetičku energiju može se reći da je *snaga* ključni faktor koji se razmatra i nadgleda u praćenju performansi. Često je tako u mjerenjima sportskih aktivnosti važna informacija znati vršnu snagu, odnosno, maksimalnu količinu pretvorene energije u nekom vremenskom intervalu. Tako su primjerice, kratkotrajni sprintevi (<10 s) ispresjecani kratkim vremenskim odmorima (<60s) česti u mnogim individualnim ili timskim sportovima. Na slici 8. je prikazana proizvedena vršna snaga u ciklusu od 5 uzastopnih sprinteva u trajanju od 6 sekundi, popraćenih kratkotrajnim odmorom (24 s), ujutro i navečer. Razvidno je sa slike da je najveća vršna snaga uvijek ostvarena u prvom sprintu, dok se svakim sljedećim ponavljanjem smanjuje kako se crpe zalihe unutarnje kemijske energije pohranjene u tijelu.



Slika 8. Proizvedena vršna snaga u 5 ponavljajućih ciklusa sprintanja u trajanju od 6 sekundi. [4]

## 2.2 Potencijalna energija i zakon očuvanja energije

Međudjelovanja tijela popraćena su promjenama gibanja, oblika, građe itd. Obratno, kad god zapažamo neke promjene, znamo da ih je uzrokovalo neko međudjelovanje. S međudjelovanjima je povezana energija i promjene energije iz jednih oblika u druge. Tijelo koje posjeduje energiju može izazvati promjene i pri tom energija prelazi s jednog tijela na drugo. [12] Kada skakačica u vodu (Slika 9.) skače sa skakaonice ili s daske za odskok, upada u vodu velikom brzinom, odnosno velikom kinetičkom energijom. Odakle dolazi ta energija? Iz Newtonove mehanike se mogu razmotriti sile koje djeluju na skakačicu pa gravitacijska sila koja djeluje na nju, obavlja rad pri padu, a njezina kinetička energija se povećava za iznos rada koji je obavljen.

Drugačiji pristup kako možemo misliti o problemu je u okviru rada i kinetičke energije. Ovaj drugačiji pristup se temelji na konceptu potencijalne energije, što je energija koja ovisi o konfiguraciji sustava koji promatramo, a ne o njegovom gibanju. Dakle, iako skakačica miruje dok stoji na skakaonici, ona ima *gravitacijsku potencijalnu energiju*. To je pohranjena energija sustava Zemlje i skakačice koja kasnije mijenja oblik iz gravitacijske potencijalne u kinetičku energiju. Ako skakačica umjesto sa skakaonice skače s odskočne daske, savijena daska pohranjuje drugi tip potencijalne energije – *elastičnu potencijalnu energiju*, što je energija koja ovisi o kompresiji odnosno rastegnutosti elastičnog materijala. [1]



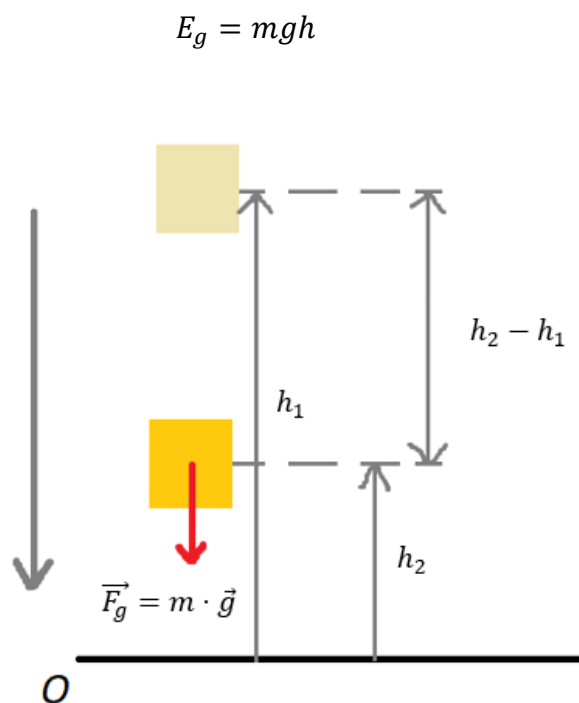
Slika 9. Skokovi u vodu

Preuzeto od: <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=56467>

Prikažimo skakačicu nakon skoka sa skakaonice kockom mase  $m$  kao na slici 10. Ako zanemarimo otpor zraka, jedina sila koja djeluje na nju je gravitacijska sila Zemlje. Budući da se skakačica nalazi u blizini površine Zemlje, za male visine iznad Zemljine površine gravitacijska sila Zemlje je približno jednaka sili teži  $F_g = m \cdot g$ . Želimo pronaći rad kojeg obavi sila teža kada se skakačica giba prema dolje sa visine  $h_1$  iznad ishodišta do proizvoljno odabrane visine  $h_2$  iznad ishodišta. Budući da su sila teža i pomak skakačice u istom smjeru, rad koji obavi sila teža je pozitivan:

$$W_g = F \cdot s = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$$

Ovaj izraz nam pokazuje da možemo izraziti rad gravitacijske sile u blizini površine Zemlje pomoću vrijednosti  $mgh_1$  i  $mgh_2$  i tu vrijednost, umnožak težine tijela i visine iznad ishodišta nazivamo *gravitacijska potencijalna energija*:



Slika 10. Slobodni pad tijela s početne visine  $h_1$  do proizvoljno odabrane visine  $h_2$  [1]

Kada se tijelo nalazi u blizini površine Zemlje, Zemlja ga privlači silom težom. Zbog djelovanja sile teže na tijelo, sustav ima gravitacijsku potencijalnu energiju. Promotrimo sad skakačicu u dvije različite visine  $h_1$  i  $h_2$ , u kojima se giba pripadnim brzinama  $v_1$  i  $v_2$ . Otprije znamo kako je ukupan rad koji sila teža obavi na skakačici jednak razlici u kinetičkim energijama koje ona ima dok se nalazi u ta dva položaja. Isto tako, iz prethodne analize, pod pretpostavkom da je jedina sila koja na nju djeluje sila teža, rad koji sila teža obavi na skakačici jednak je promjeni gravitacijske potencijalne energije:

$$W_{uk} = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$$

$$W_{uk} = E_{g1} - E_{g2} = -\Delta E_g$$

Nakon što izjednačimo ta dva izraza za ukupni rad:

$$E_{k1} + E_{g1} = E_{k2} + E_{g2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

Suma kinetičke i gravitacijske potencijalne energije sustava se naziva ukupna mehanička energija  $E$ . Općenito, ako je sustav energijski zatvoren, zbroj vanjskih sila na sustav jednak je nuli pa je i rad obavljen na sustavu jednak nuli, stoga ukupna mehanička energija ima istu vrijednost u svakom trenutku gibanja, odnosno, ona je *očuvana veličina*:

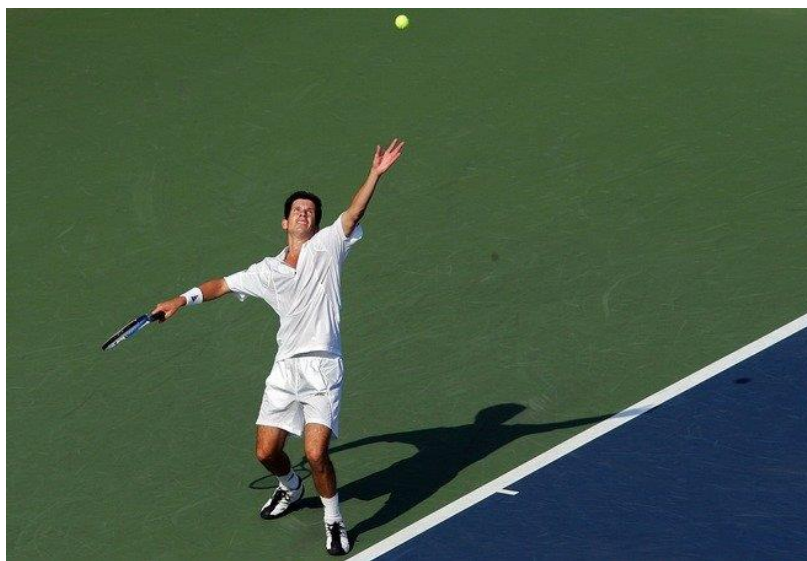
$$E = E_k + E_g = konst.$$

Zgodan primjer koji ilustrira očuvanje mehaničke energije je skok u dalj (Slika 11.). Dok se skakač giba prema gore, smanjuje mu se kinetička energija i povećava gravitacijska potencijalna energija, ali vrijednost ukupne mehaničke energije se ne mijenja. Isto tako, padajući prema dolje, smanjuje se gravitacijska potencijalna energija, a povećava kinetička energija dok je i dalje ukupna mehanička energija jednake vrijednosti.



Slika 11. Skok u dalj. [1]

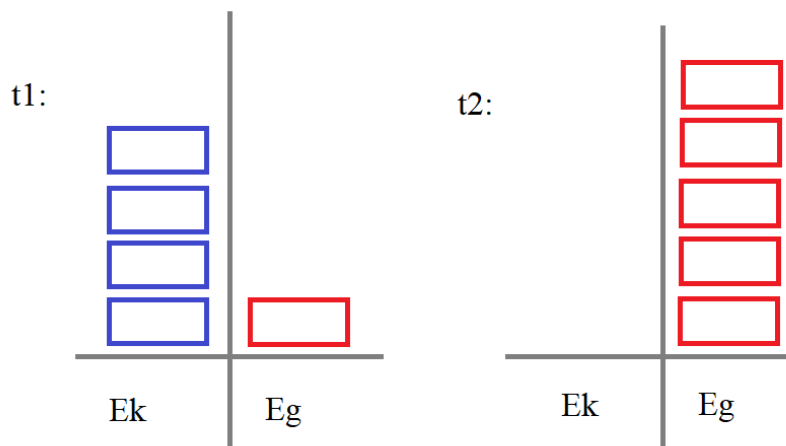
Pogledajmo još očuvanje mehaničke energije na primjeru tenisača. Kada tenisač servira lopticu u igru, prije udarca loptice teniskim reketom prvo baca lopticu u vis (Slika 11.). Ruka tenisača obavlja rad nad lopticom pa joj se mijenja kinetička energija. Pri letu se kinetička energija loptice smanjuje kako se pretvara u potencijalnu energiju. Tenisač udara lopticu reketom u trenutku kada se loptica nalazi na najvećoj visini, jer u tom trenutku sva kinetička energija loptice je pretvorena u gravitacijsku potencijalnu energiju pa se tako maksimizira korištenje gravitacijske potencijalne energije što omogućava još brže servise. Prikažimo pretvorbu energije u energijskom dijagramu (Sl. 13.) u dva proizvoljno odabrana trenutka. Neka je u trenutku  $t_1$  loptica netom napustila ruku tenisača i neka se u trenutku  $t_2$  loptica nalazi na najvećoj visini.



Slika 12. Serviranje loptice u tenisu

Preuzeto od: <https://www.playyourcourt.com/news/improve/tennis-tip-fix-your-ball-toss/>

Sustav: Loptica + Zemlja  
 t1: Loptica je netom napustila ruku  
 t2: Loptica se nalazi na najvećoj visini  
 Nulta razina Eg: Tlo



Slika 13. Stupčasti dijagram energija na primjeru tenisača koji izvodi servis

Međutim, postoje mnoge situacije u kojima se susrećemo s potencijalnom energijom koja nije gravitacijske prirode. Na primjer, olimpijsko streličarstvo (Slika 14.). Sila kojom se rasteže elastična nit obavlja rad nad niti i taj rad je pohranjen u elastičnoj niti dok je napeta. Kada se pusti, elastična nit oslobađa tu energiju u obliku kinetičke energije strelice.



Slika 14. Olimpijsko streličarstvo[1]



Takav proces pohrane energije u elastičnom tijelu kao što je opruga ili elastična nit se opisuje pojmom *elastične potencijalne energije*. Za tijelo kažemo da je elastično ako se povratu natrag u originalni oblik i veličinu nakon deformacije.

Na slici 15. je prikazana elastična opruga s lijevim krajem učvršćenim za zid, a za desni kraj je prikvačena kocka mase  $m$  koji se može gibati duž  $x$  osi. Kocka se nalazi na položaju  $x = 0$  kada se opruga nalazi u ravnotežnom položaju. Zatim pomaknemo kocku u jednu stranu tako da se opruga rastegne i pustimo da se nastavi gibati. Zanima nas koliki rad obavi elastična sila na kocki dok se ona giba od položaja  $x_1$  do položaja  $x_2$ . Budući da je elastična sila proporcionalna pomaku od ravnotežnog položaja  $F_{el} = -kx$ , rad koji obavimo nad oprugom da je rastegnemo od položaja  $x_1$  do položaja  $x_2$  iznosi:

$$dW_{el} = - \int_{x_1}^{x_2} F_{el} \cdot dx$$

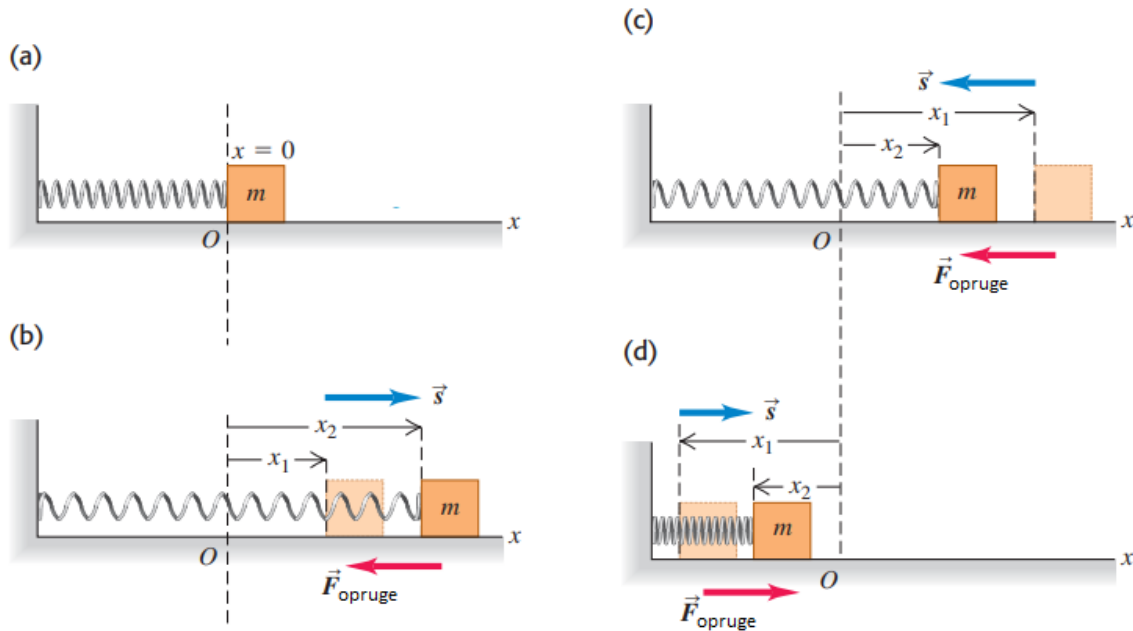
$$W_{el} = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$$

Rad koji obavi opruga na kocki je jednak po iznosu, ali suprotnog predznaka pa:

$$W_{el} = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2$$

Dakle, kao u i primjeru gravitacijske potencijalne energije, rad koji obavi opruga se može izraziti uz pomoć veličine  $\frac{1}{2} kx^2$  što definiramo upravo kao *elastičnu potencijalnu energiju*:

$$E_{el} = \frac{1}{2} kx^2$$



Slika 15. Računanje rada kojeg obavi opruga prikvačena na blok na horizontalnoj podlozi. Veličina  $x$  predstavlja produljenje ili smanjenje opruge. [1]

Dakle, što je više elastična opruga rastegnuta ili stisnuta, to je pohranjena veća elastična energija. Kada je opruga rastegnuta kao na Sl. 15.b), rad elastične sile nad kockom je negativan zato što je smjer elastične sile u suprotnom smjeru od pomaka kocke, ali isto tako zbog povećanja udaljenosti od ravnotežnog položaja, povećava se elastična potencijalna energija opruge. Kako se rastegnuta opruga stišće Sl. 15.c), rad elastične sile je pozitivan i elastična potencijalna energija se smanjuje. Nakon što je opruga stisnuta kao na Sl.15.d), opruga obavlja pozitivan rad nad kockom kako se rasteže dok se potencijalna energija smanjuje. [1]

Kako na sustav uz elastičnu silu opruge djeluju i druge sile poput sile trenja ili otpora zraka ( $W_{trenje}$ ), tada je rad koji obavi sila trenja na sustav jednak promijeni ukupne energije sustava:

$$W_{trenje} = \Delta E$$

Pri čemu je rad  $W_{trenje}$  kojeg obavi sila trenja primjerice, uvijek negativan i jednak promjeni unutarnje energije sustava  $\Delta E_{un}$  jer je smjer u kojem djeluje sila trenja uvijek suprotan brzini tijela:

$$W_{trenje} = -\Delta E_{un}$$

Odnosno:

$$-\Delta E_{un} = \Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p$$

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2} + \Delta E_{un}$$

Vidimo da se u nekom danom procesu kinetička i potencijalna energija mogu mijenjati, ali suma tih promjena ostaje ista ako nema trenja. Ako postoji trenje, onda će doći do porasta unutarnje energije sustava  $\Delta E_{un}$ .

U slučaju da nema vanjskih sila niti trenja dobivamo zakon očuvanja mehaničke energije:

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

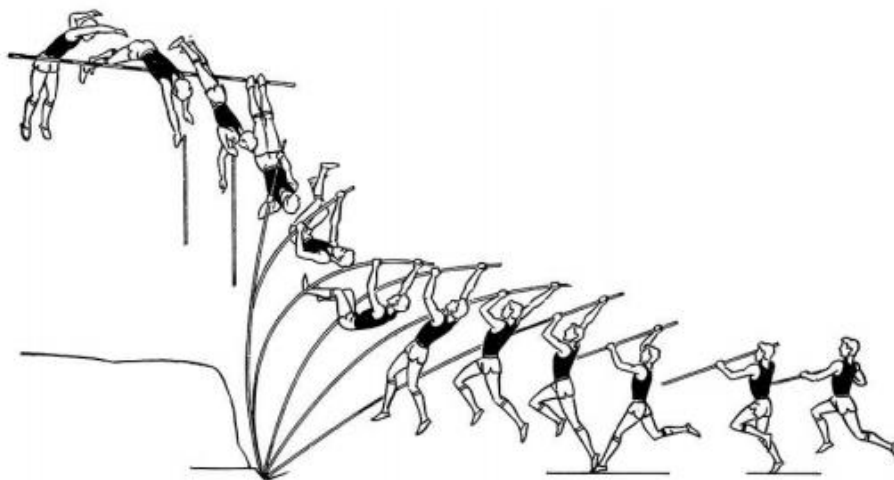
$$E_1 = E_2$$

Trampolin je jedna od olimpijskih gimnastičkih disciplina koja se sastoji od izvođenja skokova na trampolinu pri čemu vježbač mora u zadano vrijeme izvesti što više gimnastičkih elemenata kao što su salto, okreti, vijci i sl. Zamislimo da stojimo na potpornju par metara iznad trampolina. Zbog naše visine u odnosu na tlo, tijelo ima pohranjenu gravitacijsku potencijalnu energiju. Ako se ispustimo da slobodno padamo na trampolin, kako padamo tako dobivamo brzinu, a gubimo visinu što znači da se gravitacijska potencijalna energija koju smo imali stojeći na potpornju postepeno pretvara u kinetičku energiju. Ta pretvorba traje dok ne udarimo u trampolin kada se je većina gravitacijske potencijalne energije pretvorila u kinetičku energiju. Kad udarimo u trampolin, naše tijelo se zaustavlja zato što se naša kinetička energija pretvara u elastičnu potencijalnu energiju trampolina. Budući da je trampolin jako elastičan, on rastezanjem preuzima većinu kinetičke energije. Međutim, kako je rastegnut, trampolin se nastoji vratiti u početno stanje pa se počinje stiskati što rezultira skraćivanjem materijala i povratkom energije natrag u naše tijelo što nam omogućava da odskočimo natrag do iste visine s koje smo doskočili.

### 3. Pokusi i rezultati

#### 3.1 Skok s motkom

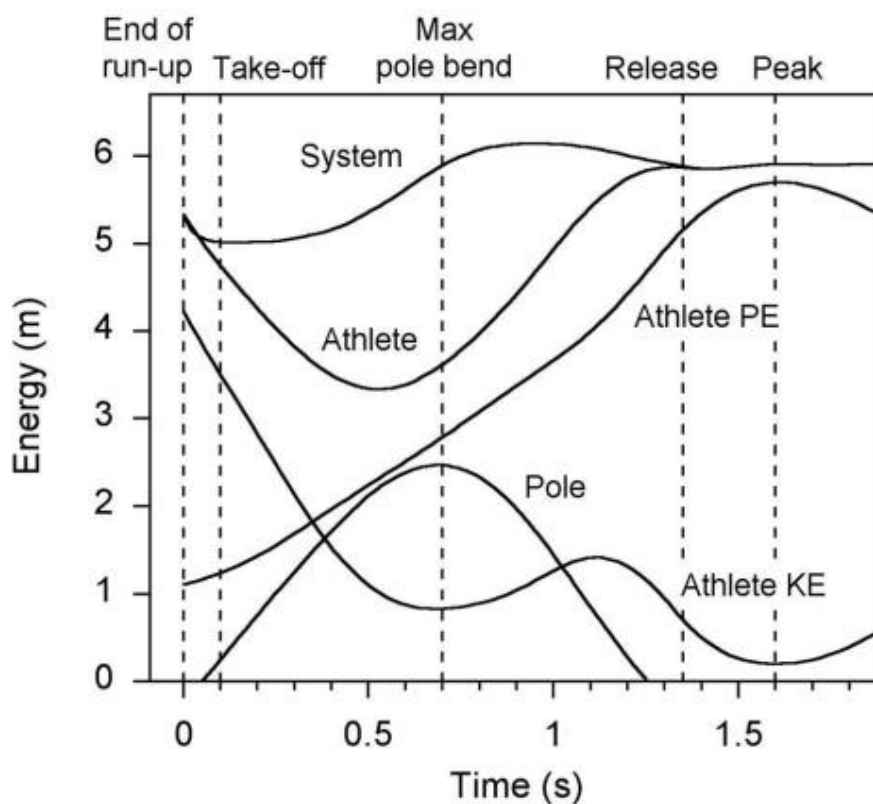
Skok s motkom tehnički je i fizički je zahtjevna sportska disciplina koja zahtijeva od skakača značajne mogućnosti sprintanja, skakanja i gimnastike (Slika 16.). Jezikom fizike, cilj skakača je generirati što veću kinetičku energiju pri dotrčavanju i tada uz pomoć dugog elastičnog štapa pretvoriti što je više moguće početne kinetičke energije u gravitacijsku potencijalnu energiju kada se nalazi na vrhuncu skoka. Najbolje skakačice ostvaruju visine u rasponu od 4.40 do 5.05 metara, dok skakači u rasponu od 5.60 do 6.15 metara.[8]



Slika 16. Niz pokreta koji karakteriziraju skakanje s motkom [14]

Proces transformacije kinetičke u gravitacijsku potencijalnu energiju nije jednostavan kako se naizgled čini jer nekoliko dodatnih transformacija energije imaju utjecaj na doskočenu visinu. Prije odraza s tla skakač ubada motku u za to predviđeno mjesto. Ubadanje motke stvara fizički šok, tako da se jedan dio kinetičke energije pretvori u toplinu, pri čemu dolazi do povećanja temperature mišića i tetiva. Kako su mišići i tetive često modelirani kao opruge, sposobni su pohraniti energiju, ali do određene granice. U situacijama kada je ta energija prevelika da ju se apsorbira, dolazi do ozljeda koje su česte naročito kod skakača s motkom. Nadalje, da bi skočio u vis, skakač postavlja skočnu nogu s koje skače da bi proizveo vertikalnu

brzinu, ali istovremeno takav potez usporava horizontalnu brzinu i tako mu smanjuje kinetičku energiju. Nakon odraza jedan dio kinetičke energije pretvara se u gravitacijsku potencijalnu energiju, ali isto tako se elastična motka savija i tako privremeno pohranjuje elastičnu potencijalnu energiju koja se, nakon što se motka trzne i vrati natrag u ravnotežni položaj, pretvara u gravitacijsku potencijalnu energiju. Još jedna bitna pretvorba energije događa se kada skakač ubada motku. Tada skakač obavlja rad mišićima da bi savladao silu težu i podignuo svoje tijelo te tako doprinosi elastičnoj potencijalnoj energiji motke. Na vrhuncu skoka skakač nema pristup svojoj energiji sustava tako da ipak mora zadržati određenu količinu kinetičke energije da bi preskočio ljestvicu pa je maksimalna visina koju može dosegnuti smanjena za 5 do 30 cm. [8]



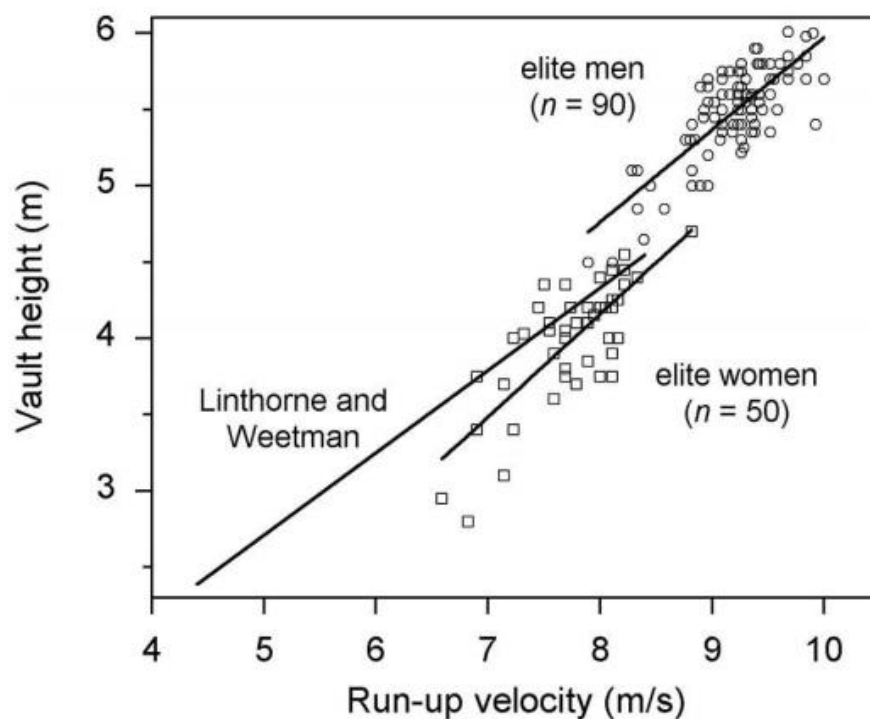
Slika 17. Tipične vrijednosti energija skakača s motkom. [8]

Slika 17. prikazuje energije skakača prilikom izvođenja cijelog procesa skoka u odnosu na vremensko trajanje izvedbe. Unatoč gubitku energije za vrijeme odraza vještiji skakači obavljaju značajan rad mišićima tijekom faze ubadanja motke tako da imaju neto dobitak energije. Usporedbom ukupne energije sustava skakača i motke pri kraju dotrčavanja s ukupnom energijom na vrhuncu skoka, zakon očuvanja energije možemo zapisati kao:

$$E_{k,dotrčavanje} + E_{g,dotrčavanje} \\ = E_{k,vrh skoka} + E_{p,vrh skoka} + \Delta E_{uzlijetanja} + \Delta E_{motke} + W_{mišića}$$

gdje su  $E_{k,dotrčavanje}$  i  $E_{g,dotrčavanje}$  kinetička i gravitacijska potencijalna energija skakača pri kraju dotrčavanja,  $E_{k,vrh skoka}$  i  $E_{p,vrh skoka}$  kinetička i gravitacijska potencijalna energija na visini kada se motka izravna,  $\Delta E_{uzlijetanja}$  promjena energije motke u trenutku ubadanja i odraza,  $\Delta E_{motke}$  ukupna promjena energije motke tijekom savijanja i trzaja, i  $W_{mišića}$  ukupan rad koji obave mišići skakača pri ubadanju motke. [8]

Brzinu dotrčavanja skakača obično smatramo najvažnijim faktorom u skoku s motkom. Općeprihvaćeno gleda se da brže dotrčavanje skakaču omogućava veću preskočenu visinu. Međutim, sportaši se značajno razlikuju u sposobnostima ostvarivanja velike brzine dotrčavanja. Energijske varijable od interesa istraživanja su kinetička energija, gravitacijska potencijalna energija i ukupna mehanička energija skakača. Kao što je i očekivano, najveća visina preskoka se povećava kako se povećava brzina dotrčavanja (Slika 18.). Rezultati studije ukazuju da preskočena visina raste linearno s brzinom dotrčavanja s povećanjem od otprilike 0.5 m pri povećanju brzine od 1 m/s. Ova brzina rasta slična je onoj koja je dobivena iz studije višestrukih skakača, u kojoj je brzina 0.6 m po 1 m/s i 0.7 m po 1 m/s za elitne muške i ženske sportaše. [8] Iako je stopa rasta preskočene visine za skakačice slična onoj za skakače, ženske skakačice ostvaruju manje preskočene visine. Ova razlika u preskočenim visinama vjerojatno nastaje zbog toga što skakačice imaju relativno manje mišićne snage od skakača pa zato obavljaju manji rad tijekom ubadanja motke i podizanja u zrak.

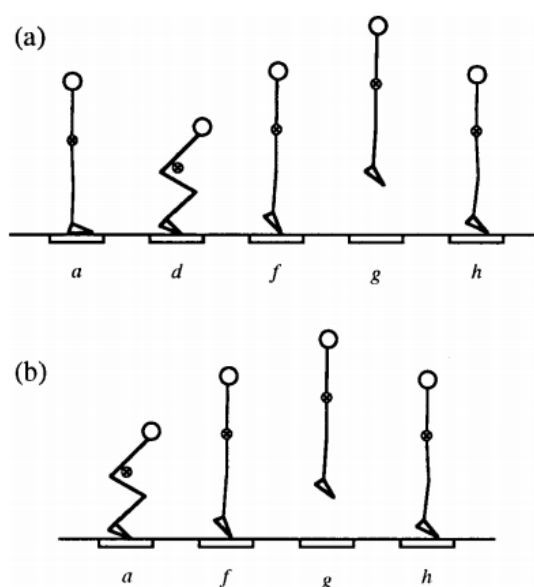


Slika 18. Graf koji prikazuje snažnu korelaciju između preskočene visine i brzine dotrčavanja za 2 grupe elitnih skakača. Za usporedbu su prikazani rezultati studije Linthornea i Weetmana (2012). [8]

Ključni rezultati studije pokazuju kako se najviša dosegnuta visina prilikom preskoka letvice povećava linearno s povećanjem brzine dotrčavanja. U ovom modelu maksimalna preskočena visina raste s porastom brzine dotrčavanja, međutim mnogo sofisticiraniji matematički modeli skoka s motkom su razvijeni i oni uzimaju u obzir mnoge druge parametre kao što su elastičnost motke, gubitci energije pri odrazu, rad koji obavi skakač pri ubadanju motke. Unatoč značajnim naporima, još uvijek nema sveobuhvatnog modela koji uključuje sve osnovne elemente skakanja s motkom.

### 3.2 Skok s mjesta u vis

Skok s mjesta u vis je važna stavka u mnogim sportovima kao što su nogomet, košarka, odbojka i drugi. Slika 19. prikazuje gibanje u dva načina izvedbe vertikalnog skoka. U skoku iz protupokreta (Sl. 19.a) skakač kreće iz uspravnog položaja, brzo trza prema dolje savijajući koljena i kukove te se brzim trzajem odbacuje s podloge u zrak. U skoku iz čučnja (Sl. 19.b) skakač započinje mirujući iz položaja u kojem je do pola u čučnju te se zatim snažnim trzajem odbacuje s podloge ispravljajući koljena i kukove.



Slika 19. Redoslijed radnji pri skoku u vis (a) skok iz protupokreta, (b) skok iz čučnja. Mala tiskana slova a,d,f,g,h označavaju pojedine ključne trenutke prilikom skoka u vis. Preuzeto od [5].

Zadatak istraživačkog projekta je odrediti koja tehnika skakanja daje veći skok u vis. Pribor koji je potreban jesu vaga za mjerenje vlastite mase, kreda ili ljepljiva traka i metar za mjerenje duljine. Kredu nanesimo na prste ili zalijepimo ljepljivu traku na njih te se na zidu označi točka maksimalnog doseganja kad se ispruže ruke u zrak. Zatim skočimo u visinu tako da označimo ponovno kredom ili prstima, zalijepimo traku na mjesto dokle možemo maksimalno dosegnuti iz skoka, izmjerimo razliku između dvije oznake te tako imamo dobivenu visinu vertikalnog odraza. Označimo slovima  $h$  skok iz protupokreta, a s  $h'$  skok iz čučnja.





*Slika 20. Označavanje maksimalnog dosega*



*Slika 21. Označavanje pri skakanju*



*Slika 22. Skok iz čučnja mjerenja*



*Slika 23. Skok iz protupokreta - mjerenja*

$h / m$	$h' / m$
0.307	0.215
0.314	0.256
0.318	0.226
0.339	0.227
0.347	0.245

Tablica 3. Izmjereni skokovi u vis u izvedbi iz protupokreta ( $h$ ) i iz čučnja ( $h'$ )

$$\bar{h} = 0.325 \text{ m}$$

$$\Delta h_{max} = 0.022 \text{ m}$$

$$\bar{h}' = 0.234 \text{ m}$$

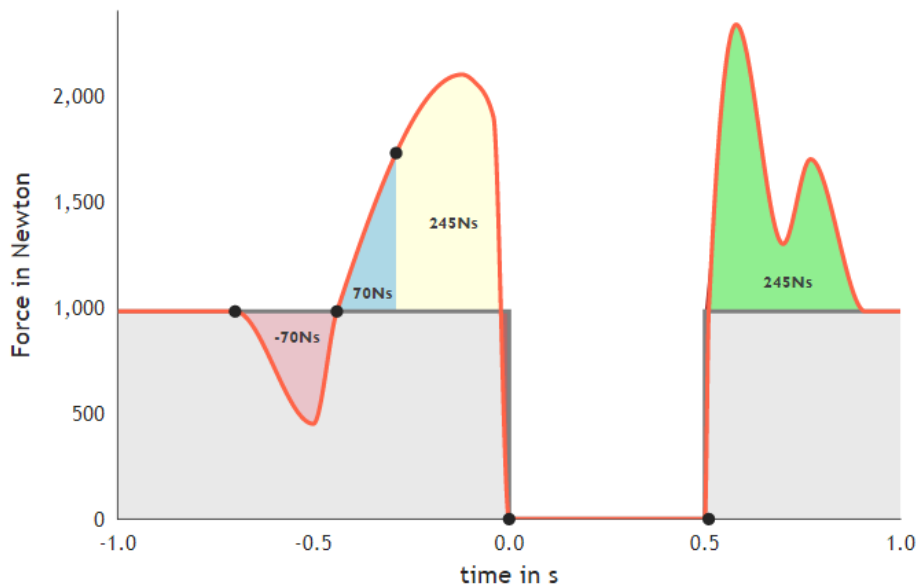
$$\Delta h'_{max} = 0.022 \text{ m}$$

$$h = (0.325 \pm 0.022) \text{ m}$$

$$h' = (0.234 \pm 0.022) \text{ m}$$

Iz dobivenih mjerenja možemo primijetiti da je i najmanja visina skoka iz protupokreta veća od maksimalne visine skoka iz čučnja. Shodno tomu, evidentno je također i da su prosječne vrijednosti za skok iz protupokreta veće od prosječne vrijednosti za skok iz čučnja. Odnosno, izvedba skokom iz protupokreta daje veći skok u vis.

Odličan način za promatranje vertikalnog skoka kroz naočale fizičara je promatranje sila koje djeluju tijekom svake faze skoka. Sila reakcije podloge je sila kojom podloga djeluje na skakača, dok on stoji mirno prije skakanja. Treći Newtonov zakon koji kaže da ako prvo tijelo djeluje na drugo tijelo nekom silom  $\vec{F}$ , tada i drugo tijelo djeluje na prvo tijelo silom  $-\vec{F}$  jednakog iznosa, ali suprotnog smjera. Tako da kako sportaš djeluje silom na podlogu, jednako tako podloga djeluje i na sportaša samo u suprotnom smjeru. Silu reakcije podloge može se mjeriti uz pomoć ploče koja očitava silu. To su ploče konstruirane tako da registriraju sile koje se javljaju pri bilo kojem pokretu. Koristeći ploče koje mjere silu može se vidjeti kako brzo sportaš može proizvesti silu, koliki su iznosi tih sila ili neke potencijalne neravnoteže između lijeve i desne noge. [7]



Slika 24. Primjer mjerenja sile reakcije podloge sportaša pri skoku u vis u izvedbi skoka iz protupokreta sa naznačenim približnim vrijednostima površina koje su korištene u računu. [7]

Analizirajmo sada odnose između sile, akceleracije, brzine i visine skoka, dobavljenih s ploče koja registrira silu. Na slici 24. prije skoka vidimo ravnu liniju koja odgovara sili od 981 N. Budući da se sportaš ne giba, sila teža, naravno, privlači sportaša prema tlu i kako ploča mjeri reakciju sile podloge, u trenutku kada sportaš miruje, ona je jednaka upravo sili teži kojom Zemlja privlači sportaša:

$$981 \text{ N} = m \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\rightarrow m = \frac{981 \text{ N}}{9.81 \text{ m/s}^2} = 100 \text{ kg}$$

Dakle, prije bilo kakvog gibanja, ploča djeluje kao obična kućna vaga za mjerenje mase i pokazuje težinu sportaša. Ubrzavajući prema dolje skakač se sprema za skok i ploča registrira silu nižu od 981 N. Sile koje djeluju u tom trenutku na sportaša se mogu opisati sljedećom jednačbom:

$$F_{skakača} = F_{reakcija\ podloge} - F_g \leq 0$$

Interesantan podatak koji je koristan u analizi je brzina kojom se sportaš giba prema dolje prije samog skoka. Budući da je sila  $F = m \cdot \frac{dv}{dt}$  funkcija vremena, tada je  $\int_{t_1}^{t_2} F_{skakača}(t) dt = mv$ . Ovaj integral se može izračunati numerički i on iznosi otprilike -70 Ns. Tada možemo zaključiti sljedeće:

$$\int_{t_1}^{t_2} F_{skakača}(t) dt = mv$$

$$\rightarrow -70Ns = 100\text{ kg} \cdot v$$

$$v = -\frac{70Ns}{100kg} = -0.7\text{ m/s}$$

Prije samog skoka, sportaš dostiže najveću brzinu od 0.7 m/s pri gibanju prema dolje. [7]

Do sada smo gledali jedino dio gibanja u kojem sportaš ubrzava prema dolje. Ovaj dio gibanja se može identificirati kao prva jama na slici 24. Nakon ubrzavanja prema dolje, skakač mora usporiti gibanje prema dolje do jednog kratkog trenutka kada se zaustavlja u najdubljem položaju pri skoku. Vidimo da je tijekom prvog dijela akumulirana količina gibanja od 70 Ns, što ima za posljedicu brzinu od 0.7 m/s. Sada tražimo jednak impuls, ali u suprotnom smjeru što se može opisati jednačbom :

$$\int_{t_2}^{t_3} F_{skakača}(t) dt = 70Ns$$

Budući da su  $F(t)$  i  $t_2$  poznate veličine, sada je potrebno pronaći  $t_3$  takav da je količina gibanja jednaka 70 Ns, odnosno, takav da su te dvije površine jednake. Gibanje prema gore prije uzlijetanja počinje u trenutku kada je centar mase sportaša na najnižoj točki i on se eksplozivno trza u zrak. Graf ovisnosti sile o vremenu pokazuje da sportaš doseže najviši iznos sile vrlo brzo nakon postizanja najnižeg položaja centra mase. On tada dodatno ubrzava sve dok mu stopala

ne napuste podlogu i tada ploča više ne mjeri silu. Da bismo odredili brzinu tijekom uzleta, koristimo se jednakom tehnikom kao i maloprije:

$$\int_{t_3}^{t_4} F_{skakača}(t) dt = 70 \text{ Ns}$$

Ovaj integral možemo zamisliti kao žutu podlogu na slici oduzimajući joj malu smeđu površinu prije uzlijetanja. Numeričkim algoritmom se može izračunati količina gibanja koja iznosi 245 Ns, stoga možemo izračunati brzinu tijekom uzlijetanja:

$$245 \text{ Ns} = 100 \text{ kg} \cdot v$$

$$\rightarrow v = \frac{245 \text{ Ns}}{100 \text{ kg}} = 2.45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Tijekom faze leta, sportaš ne može utjecati na svoju brzinu, a visina skoka je predodređena brzinom prije i tijekom uzlijetanja. Jedina sila koja sada djeluje na sportaša je sila teža prema dolje. Budući da sportaš više ne može utjecati na brzinu centra mase, možemo iskoristiti dobivene podatke da odredimo visinu skoka. Znamo da je početna brzina  $v_0 = 2.45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  i da je ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  te da je u najvišoj točki skoka brzina jednaka ničici. Stoga možemo izračunati brzinu u svakom trenutku skoka:

$$v(t) = v_0 - a \cdot t$$

Odnosno, možemo odrediti vrijeme koje je potrebno sportašu da dosegne najvišu točku skoka:

$$v(t_{vrh}) = v_0 - a \cdot t_{vrh}$$

$$\rightarrow 0 = v(0) - a \cdot t_{vrh}$$

$$\rightarrow t_{vrh} = \frac{v_0}{a} = \frac{2.45 \frac{m}{s}}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 0.25 \text{ s}$$

Sad kad znamo brzinu  $v(t)$  tijekom svakog trenutka skoka i vrijeme potrebno da se sportaš nađe na maksimalnoj visini skoka  $t_{vrh}$ , možemo izračunati visinu skoka integrirajući brzinu preko vremena potrebnog da se dosegne maksimalna visina:

$$\int_0^{h_{skok}} v(t) dt = \int_0^{t_{vrh}} (v_0 - at) dt$$

$$h_{skok} = \int_0^{\frac{v(0)}{a}} (v(0) - a \cdot t) dt$$

$$= (v(0)t - \frac{1}{2}at^2) \Big|_0^{\frac{v(0)}{a}}$$

$$= v(0) \left( \frac{v(0)}{a} - \frac{1}{2}a \left( \frac{v(0)}{a} \right)^2 \right)$$

$$= \frac{v(0)^2}{a} - \frac{1}{2} \frac{v(0)^2}{a}$$

$$\rightarrow h_{skok} = \frac{1}{2} \frac{v(0)^2}{a}$$

U našem specifičnom slučaju;

$$h_{skok} = \frac{1}{2} \frac{\left(2.45 \frac{m}{s}\right)^2}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 0.306 \text{ m.}$$

Identičnu relaciju i rezultat može se dobiti iz zakona očuvanja energije, usporedbom dvaju trenutaka, trenutka odraza kada se skakač nalazi praktički na tlu i kinetička energija mu je maksimalna i trenutka kada se nalazi na najvišoj visini i miruje, kada sustav sportaša i Zemlje posjeduje gravitacijsku potencijalnu energiju:

$$E_k = E_p$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$v^2 = 2gh \rightarrow h = \frac{v^2}{2g}$$

Može se pokazati da je brzina ista tijekom slijetanja kao i tijekom uzlijetanja, ali u suprotnom smjeru. Ako sportaš želi zaustaviti gibanje prema dolje i doći u stacionaran položaj, mora djelovati dovoljnom silom na podlogu, koja će ga usporiti i tako poništiti količinu gibanja pri slijetanju, što je prikazano kao zelena površina u grafu na slici 24.

$$\int_{t_4}^{t_5} F(t)dt = mv(t_4) = mv(t_0)$$

U ovom primjeru, sportaš je ubrzao od brzine  $v(t_0) = 0 \text{ m/s}$ , do  $v(t_3) = 2.45 \text{ m/s}$ , a pri slijetanju mora ubrzati od  $v(t_4) = -2.45 \text{ m/s}$  do  $v(t_5) = 0 \text{ m/s}$ . Kako je promjena brzina jednaka u oba slučaja količina gibanja također mora biti jednaka, što vidimo na slici 24. tako da je površina na slici žute boje jednaka površini zelene boje i iznosi 245 Ns. [7]

Poznati košarkaš Michael Jordan je imao vertikalni odraz od oko 110 cm i tako spada među rekordne skakače među košarkašima. Koliko visoko bi skakao Jordan na Mjesecu? Ako pretpostavimo da bi Jordan bio u mogućnosti generirati jednaku količinu gibanja tijekom uzlijetanja na Mjesecu, kao i na Zemlji. Tada bi njegova početna brzina  $v(0)$  bila nepromijenjena, međutim, brzina tijekom leta bi se drastično promijenila jer je više ne bi usporavalo ubrzanje sile teže na Zemlji, nego gravitacija Mjeseca ( $a = 1.622 \text{ m/s}^2$ ). Kako



bismo dobili precizniju visinu skoka, iskoristimo formulu za visinu maksimalnog skoka od maloprije  $h_{skok}$ :

$$h_{skok} = \frac{1}{2} \frac{v(0)^2}{a}$$

$$h_{mjesecc} = \frac{1}{2} \frac{v(0)^2}{1.622 \text{ m/s}^2}$$

$$h_{mjesecc} = \frac{1}{2} \frac{v(0)^2}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1.622 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

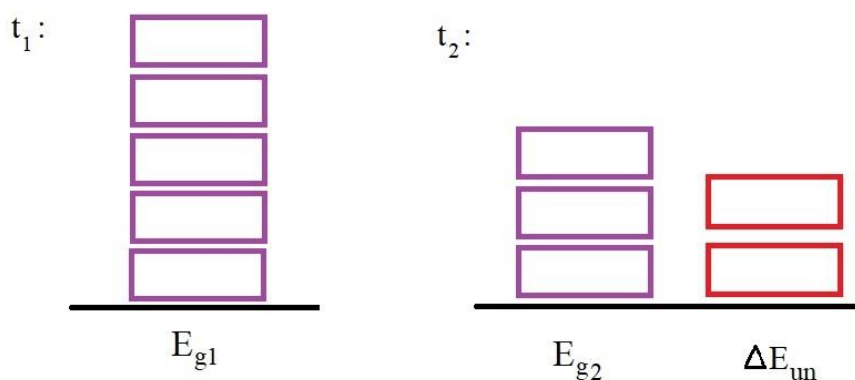
$$h_{mjesecc} = h_{zemlja} \cdot \frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1.622 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$= 110 \text{ cm} \cdot 6.05 = 665 \text{ cm}$$

### 3.3 Odskok loptice

Ako tenisku lopticu ispuštimo s neke visine, ona će doskočiti natrag, ali na manju visinu. Gdje je nestala energija? Koliko energije loptica „izgubi“ pri jednom odskoku?

Sustav: Loptica, podloga, Zemlja  
Nulta razina  $E_g$ : razina tla  
 $t_1$ : Loptica se nalazi na visini  $h_1$  prije ispuštanja  
 $t_2$ : Loptica se nalazi na visini  $h_2$  nakon odskoka



Slika 25. Energijski dijagram koji prikazuje slobodni pad loptice u dva trenutka

Kad ne bi bilo gubitaka energije, loptica bi doskočila natrag do istog položaja. Kad loptica udari o tlo, deformacija površina loptice i tla, zajedno s trenjem doprinosi povećanju unutarnje energije oba tijela. Koristeći se energijskim dijagramom na slici 25. zapišimo jednadžbu energija:

$$E_{g1} = E_{g2} + \Delta E_{un}$$

Ako označimo s  $h_1$  početnu visinu, a s  $h_2$  konačnu visinu, na početnoj visini loptica ima gravitacijsku potencijalnu energiju  $E_{gp1}$ , a na konačnoj visini  $E_{gp2}$ . Budući da je prije ispuštanja kinetička energija loptice 0, zato što loptica miruje, tako je i nakon odskoka, kada se loptica nalazi na visini  $h_2$  i miruje tako da je kinetička energija loptice također 0.

Prije izvedbe eksperimenta potrebno je pričvrstiti metar za mjerenja uza zid i postaviti pametni telefon, pomoću kojega ćemo snimiti eksperiment na stolac. Analizu videouratka možemo napraviti također pomoću pametnog telefona tako da uslikamo zaslon u trenutku ispuštanja loptice (Slika 26.) te potom ponovo uslikamo zaslon na maksimalnoj visini doskoka (Slika 27.). Na dobivenim slikama označimo ravnim crtom položaje odakle smo ispustili lopticu te položaj do kojeg je doskočila loptica te očitamo te visine, pri čemu označimo početni položaj s  $h_1$ , a konačni s  $h_2$ . Da bismo izmjerili masu loptice može poslužiti kućna vaga. Vagu smo prvo kalibrirali tako da se crvena oznaka preklapa s 0 kg kako bismo lakše očitali mjerenja (Slika 28.), i očitali masu loptice (Slika 29.).

$$h_1 = 0.706 \text{ m}$$

$$h_2 = 0.368 \text{ m}$$

$$m = 0.06 \text{ kg}$$



*Slika 26. Loptica u trenutku prije ispuštanja*



*Slika 27. Maksimalna visina loptice nakon prvog odskoka*



*Slika 28. Vaga za mjerenje mase loptice*



Slika 29. Mjerenje mase loptice

Budući da je sad poznata masa loptice uz pripadne visine, izračunajmo gravitacijsku potencijalnu energiju loptice na visinama  $h_1$  i  $h_2$ :

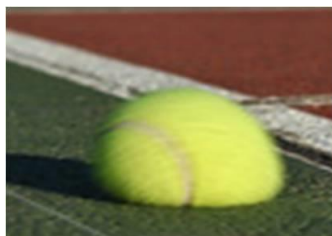
$$E_{g,p1} = m \cdot g \cdot h_1 = 0.06 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.706 \text{ m} = 0.415 \text{ J}$$

$$E_{g,p2} = m \cdot g \cdot h_2 = 0.06 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.368 \text{ m} = 0.216 \text{ J}$$

Promjenu unutarnje energije izračunamo kao razliku gravitacijskih potencijalnih energija

$$\Delta E_{un} = E_{g,p1} - E_{g,p2} = 0.415 \text{ J} - 0.216 \text{ J} = 0.199 \text{ J}$$

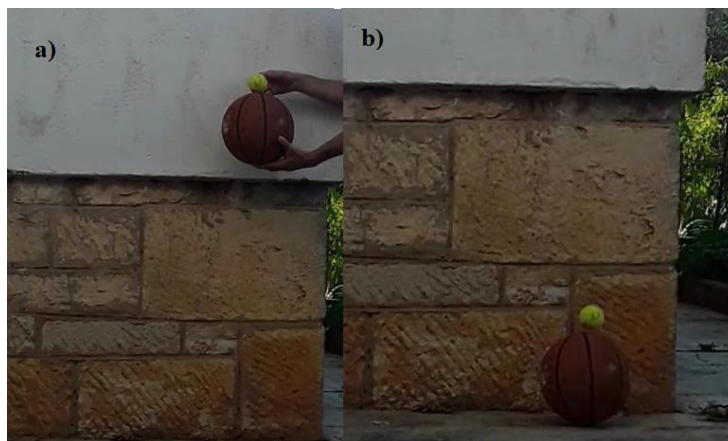
Odnosno, od početnih 0.415 J, 0.199 J se pretvorilo u neke druge oblike energije.



Slika 30. Deformacija loptice za tenis pri sudaru s podlogom za vrijeme utakmice  
Preuzeto sa <http://deansomerset.com/wp-content/uploads/2011/11/tennis-ball-impact.jpg>

### 3.4 Odskok dviju naslaganih lopti

Pustimo košarkašku loptu da slobodno pada, a zatim tenisku loptu da slobodno pada. Zatim uravnotežimo tenisku lopticu na vrhu košarkaške lopte i zajedno ih pustimo da slobodno padaju. Što očekujemo da će se dogoditi? Provjerimo eksperimentom.



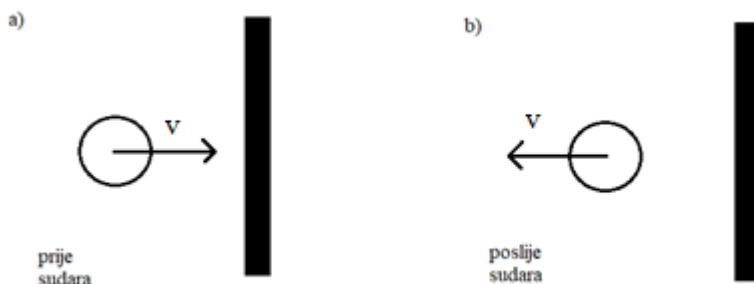
Slika 31. Pad dviju naslaganih lopti. a) U trenutku ispuštanja b) U trenutku sudara



Slika 32. Odskok teniske loptice nakon sudara sa košarkaškom loptom

Iz eksperimenta opažamo da ako lopte naslagane jedna na drugu pustimo da slobodno padnu, teniska loptica odskoči na veću visinu od visine sa koje smo je pustili da pada. Zbog čega je tomu tako?

Zakon očuvanja količine gibanja vrijedi samo za zatvorene sustave u kojima nema djelovanja vanjske sile. Ako bi promatrali samo lopticu kao sustav, pri sudaru sa zidom, zid djeluje na lopticu silom, tako da se količina gibanja loptice promijeni nakon sudara. Ako želimo zatvoren sustav moramo promatrati lopticu i zid. Kako je zid pričvršćen za Zemlju, ako kao zatvoren sustav odaberemo lopticu i Zemlju, pri sudaru loptice sa zidom, loptica zbog male mase promijeni smjer i iznos brzine, pri čemu je promjena iznosa brzine vrlo mala. S druge strane, pri sudaru, Zemlja, odnosno zid, zbog velike mase jedva da se pomakne. Kako je brzina kojom se zid pomakne zanemarivo mala, možemo reći da je brzina loptice prije i poslije sudara jednakog iznosa (Slika 33.).



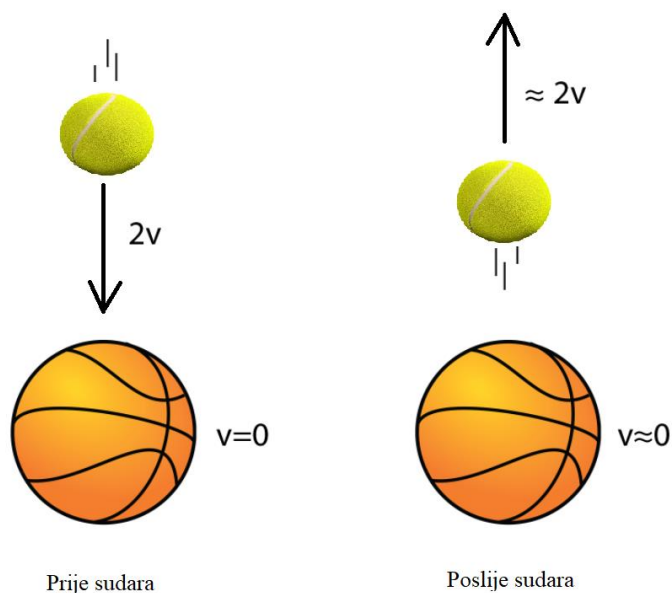
*Slika 33. Sudar teniske loptice sa zidom. Zid jedva da se pomakne dok teniska loptica mijenja smjer. Dokle god se pri sudaru gubi malo energije, brzine prije i poslije sudara će biti približno jednakog iznosa.*

Isti princip vrijedi i u slučaju odbijanja teniske loptice od košarkaške lopte. Masa košarkaške lopte je nekoliko puta veća od mase teniske loptice, tako da je tromost teniske loptice relativno malena u usporedbi s košarkaškom loptom pa zato teniska loptica odskoči znatno više od košarkaške.

Situacija je malo drugačija kad su lopte naslagane jedna na drugu. U ovom slučaju košarkaška lopta nije stacionarna kada se sudara s teniskom lopticom. Ona se giba prema gore otprilike istom brzinom kao teniska loptica prema dolje. Kako bi bolje razumjeli ovu izjavu, zamislimo da postoji mali razmak između lopti kada ih pustimo da padaju. Obe lopte će ubrzati

jednakim ubrzanjem i imat će jednaku brzinu prije nego košarkaška lopta udari o tlo (brzina kod slobodnog pada ne ovisi o masi). Čim košarkaška lopta udari o tlo, promijenit će smjer gibanja (zato što tlo ima puno veću tromost) i krenuti se gibati prema gore približno jednakom brzinom koju je imala prije udarca u tlo. U vrlo kratkom trenutku kasnije, košarkaška lopta će se sudariti s teniskom lopticom pri čemu su obje prema iznosu jednakih brzina, ali suprotnih smjerova. [11]

Zamislimo situaciju iz perspektive promatrača na košarkaškoj lopti. Ako se teniska loptica giba prema dolje brzinom  $v$ , a košarkaška lopta približno brzinom  $v$  prema gore, iz takve perspektive čini se da košarkaška lopta miruje, a teniska loptica se giba brzinom  $2v$ . Zatim nakon sudara, pod pretpostavkom da se mali dio energije izgubi u sudaru, teniska loptica giba se brzinom  $2v$  u smjeru suprotnom od tla.



Slika 34. Košarkaška i teniska loptica prije i nakon sudara s prikazanim relativnim brzinama u sustavu košarkaške lopte[11]

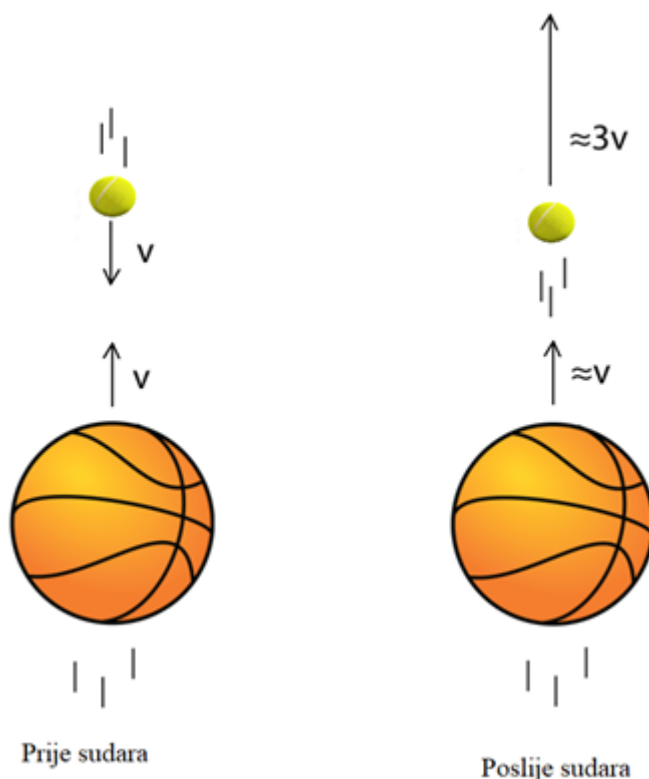
Iz perspektive promatrača na tlu, situacija izgleda malo drugačije. Košarkaška lopta ne mijenja mnogo brzinu pri sudaru s teniskom lopticom. Nakon sudara s tлом i dalje je smjer gibanja prema gore, otprilike brzinom  $v$ . U međuvremenu, nakon sudara teniska se loptica giba u smjeru suprotnom od početnog brzinom  $2v$ , u odnosu na košarkašku loptu, što promatraču na tlu izgleda kao da se teniska loptica giba prema gore brzinom  $3v$ , što slijedi iz Galileovih transformacija:



brzina teniske loptice u odnosu na tlo jednaka je brzini teniske loptice u odnosu na košarkašku loptu dodano na brzinu košarkaške lopte u odnosu na tlo.

$$v_{teniska\ na\ tlo} = v_{teniska\ na\ košarkašku} + v_{košarkaška\ na\ tlo} = 2v + v = 3v$$

Teniska loptica odskaje sa 3 puta većom brzinom nego li prije sudara, pa logično da odskaje više. [11]



Slika 35. Košarkaška i teniska loptica prije i nakon sudara s prikazanim relativnim brzinama u sustavu promatrača na tlu[11]

Alternativno, možemo analizirati sudar koristeći se zakonom očuvanja količine gibanja i energije. Količina gibanja je produkt mase i brzine ( $\vec{p} = m\vec{v}$ ). Ukupna količina gibanja lopti je sačuvana ako nema vanjske sile na sustav lopti. Iako u ovom slučaju postoji vanjska sila koja djeluje na sustav lopti, sila gravitacije, ona kratkom vremenu u kojem se lopte sudaraju ne utječe značajno na gibanje, stoga zanemarimo taj utjecaj gravitacije tako da je dobra aproksimacija da je količina gibanja sačuvana. [11]

Očuvanje količine gibanja kaže da je ukupna količina gibanja zatvorenog sustava prije sudara jednaka ukupnoj količini gibanja poslije sudara:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$mv_i + MV_i = mv_f + MV_f$$

Objе lopte padaju istim ubrzanjem, tako da prije sudara obje imaju brzinu  $v_i = -\sqrt{2gh}$ . Košarkaška lopta (masa M), sudara se elastično s podom i odskakuje jednakom brzinom, ali suprotnog smjera  $V_i = \sqrt{2gh}$ . Zakon očuvanja količine gibanja daje:

$$MV_i + mv_i = MV_f + mv_f \quad (1)$$

Ukupna kinetička energija sustava je očuvana ako nema disipacije na trenje, zvuk i druge oblike energije. U tom slučaju je:

$$\frac{1}{2}MV_i^2 + \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}MV_f^2 + \frac{1}{2}mv_f^2 \quad (2)$$

Prvi izraz možemo zapisati kao:

$$M(V_i - V_f) = m(v_f - v_i)$$

A drugi kao:

$$M(V_i^2 - V_f^2) = M(V_i - V_f)(V_i + V_f) = m(v_f^2 - v_i^2) = m(v_f - v_i)(v_f + v_i)$$

Koristeći se dvama izrazima:

$$m(v_f - v_i) = \frac{M(V_i - V_f)(V_i + V_f)}{(v_f + v_i)} = \frac{m(v_f - v_i)(V_i + V_f)}{(v_f + v_i)}$$

$$\rightarrow v_f + v_i = V_i + V_f$$

Sad iskoristimo činjenicu da je  $v_i = -V_i$ . Prethodna relacija i jednačba (1) se tad može zapisati kao:

$$\begin{aligned}v_f + 2v_i &= V_f \\(m - M)V_i &= MV_f + mv_f\end{aligned}$$

Iskoristimo prvu relaciju da eliminiramo  $V_f$  iz druge, i dobivamo:

$$(3M - m)V_i = (M + m)v_f$$

I konačno željeni rezultat za konačnu brzinu teniske loptice:

$$v_f = \frac{V_i(3M - m)}{M + m}$$

Uz aproksimaciju  $M \gg m$  slijedi:

$$v_f \approx 3V_i$$

Brzina kojom se odbija loptica bi trebala biti 3 puta veća od početne brzine (pod pretpostavkom da nema gubitaka energije). Budući da je kinetička energija proporcionalna kvadratu brzine, onda je kinetička energija loptice nakon sudara 9 puta veća od početne kinetičke energije. Kako teniska loptica putuje prema gore, kinetička energija loptice pretvara se u gravitacijsku potencijalnu energiju i usporava. Budući da je gravitacijska potencijalna energija proporcionalna visini, maksimalna visina teniske loptice bi trebala biti otprilike 9 puta veća od početne visine s koje je izbačena.

### 3.5 Skok u dalj

Skok u dalj jedna je od sportskih disciplina još od antičke Grčke. Ondašnji sportaši nosili bi uteg u jednoj ruci kojim bi zamahnuli unaprijed pri skakanju te bi ga bacili unatrag na vrhuncu skoka da bi se gurnuli unaprijed. Kako možemo poboljšati naš skok u dalj? Najvažnije stvari su pristup, uzlet, skok i slijetanje. Ključ uspješnog skoka u dalj je imati dobru tehniku u svim faktorima. Dobar pristup vodi boljem uzletu što će dovesti do boljeg leta i u konačnici do daljeg skoka. Za ovaj eksperiment treba pronaći stazu za skok u dalj. Većina škola ih ima, tražite trkaću stazu koja završava s jamom u kojoj je pijesak. Ako nismo u mogućnosti pristupiti stazi za skok u dalj, možemo improvizirati radom od kuće tako da nađemo dovoljno dugu ravnu stazu.

O čemu ovisi preskočena udaljenost skakanjem u dalj? Formulirajmo hipotezu i testirajmo je hipotetičko-deduktivnim razmišljanjem.

Hipoteza: Preskočena udaljenost veća je ako je veća kinetička energija trkača.

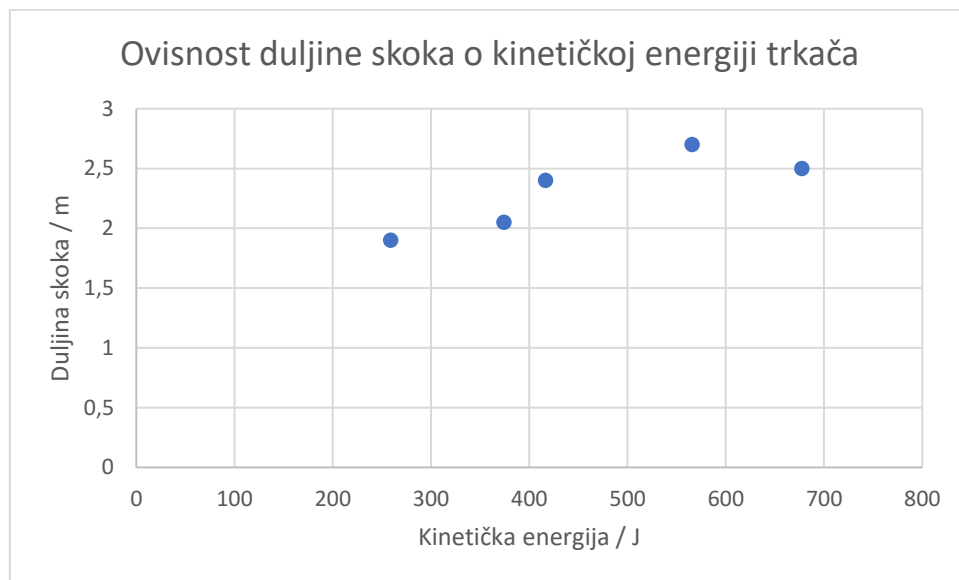
Eksperimentalni test: Izmjerimo duljinu udaljenosti koju ćemo istrčavati, a štopericom ćemo mjeriti vrijeme potrebno da istrčimo danu udaljenost kojom se koristimo kasnije za izračun kinetičke energije.

Predviđanje: Skakač će skakati dalje kad ima veću kinetičku energiju

Opažanje: Označimo s  $t$  vrijeme trčanja koje smo mjerili,  $d$  preskočenu udaljenost,  $v$  srednju brzinu i  $E_k$  srednju kinetičku energiju. Trkačku udaljenost koju smo istrčavali izmjerimo i ona u ovom slučaju iznosi 6.6 m. Izmjerene i izračunate vrijednosti prikazemo u tablici (Tablica 3.) i grafički prikazemo dobiveni odnos duljine skoka i kinetičke energije (Slika 36.).

<b>t / s</b>	<b>d / m</b>	<b>v / m/s</b>	<b>E<sub>k</sub> / J</b>
1.91	2.4	<b>3.45</b>	<b>416.59</b>
1.50	2.5	<b>4.4</b>	<b>677.6</b>
2.42	1.9	<b>2.72</b>	<b>258.94</b>
1.64	2.7	<b>4.02</b>	<b>565.61</b>
2.02	2.05	<b>3.27</b>	<b>374.25</b>

Tablica 4. Izmjerene vrijednosti vremena potrebnog za istrčati trkačku udaljenost i pripadne duljine skoka te izračunata srednja brzina i kinetička energija skakača



Slika 36. Grafički prikaz dobivene ovisnosti duljine skoka i kinetičke energije trkača

Zaključak: Analizom grafa može se primijetiti da ljudi koji brže trče i shodno tomu imaju veću kinetičku energiju ostvaruju veći skok u dalj, odnosno postoji korelacija između kinetičke energije trkača i udaljenosti skoka.

## Metodički dio

### Potencijalna energija i zakon očuvanja energije

Rad, energija i zakon očuvanja energije su važni koncepti u fizici i predmeti mnogobrojnih istraživanja. Kako bi se postigli vrhunski rezultati u sportu, uz pažljivo osmišljene treninge potrebno je također analizirati prijenos energije sportaša i na koje načine se može maksimizirati isti. Pojmovi rada i energije također su predmet podučavanja u nastavi fizike, obuhvaćeni domenom energije (D) i ovisno o školi i nastavnom programu, rad i energija se obrađuju u prvom ili drugom razredu srednje škole te u sedmom razredu osnovne škole. Energija, kao apstraktna veličina koju je teško definirati i zakon očuvanja energije kao glavni aspekt koncepta energije predstavljaju brojne poteškoće učenicima zato što je potrebno razumijevanje niza kompleksnih pojmova i sustavna primjena istih. Unatoč naporima da se nastava fizike reformira prema smjeru interaktivne i istraživački usmjerene nastave, i dalje dominira akumuliranje činjenica i memoriziranje podataka pri čemu se proces usvajanja znanja temelji na reprodukciji memoriziranih podataka, što za posljedicu ostavlja nedostatak dubljeg poznavanja materije i površno razumijevanje samih koncepata. Pa tako učenici poznaju formule, ali ih ne znaju primijeniti na konkretnom fizikalnom problemu, ne razumiju koncept zakona očuvanja energije pa ga ne znaju protumačiti ni primijeniti u općenitom primjeru ili na primjerima iz svakodnevice. Kako su pojmovi rada i energije dio svakodnevice, ali i mnogih znanstvenih istraživanja, od presudne je važnosti povećati usvojenost navedenih koncepata. Jedan od načina na koji se to može postići je koristeći se primjerima iz olimpijskih sportova te primjenjujući zakon očuvanja energije na iste, kroz istraživački usmjerenu nastavu ili učeničkim projektima. Prikazana je priprema za sat: „Primjene zakona očuvanja energije na primjere iz sporta“. Nastavna jedinica korelira s tjelesno-zdravstvenom kulturom, a tip nastave koji se planira je istraživački usmjerena nastava, pri čemu nastavne metode koje se koriste su demonstracija pokusa, učeničko izvođenje mjerenja u skupinama, razredna rasprava i učenički projekti. Od nastavnih pomagala i sredstava predviđeno je korištenje metra za mjerenje duljine, vage za mjerenje mase, lopte, i videoisječci. Predviđeni oblici rada su frontalni, rad u skupinama i rad u parovima.

## PREDMETNI ISHODI

FIZ SŠ D.1.5 Istražuje i primjenjuje zakon očuvanja energije [9]

FIZ SŠ D.1.9. Istražuje fizičke pojave.[9]

- Primjenjuje zakon očuvanja energije uz pomoć kroz pokuse.

FIZ SŠ D.1.8. Rješava fizičke probleme[9]

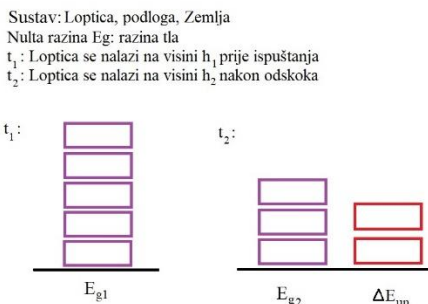
- Kvalitativno zaključuje primjenjujući fizičke koncepte i zakone.

Učenik će razvijati sljedeće međupredmetne ishode:

- uku A.3.4. 4. Razvijati kritičko mišljenje.
- uku C.3.3. 3. Širiti interes za učenjem.
- uku A.3.2. 2. Primjenjivati strategije učenja i rješavanje problema.
- osr B.3.1. Obrazlagati i uvažavati potrebe i osjećaje drugih.

### Tijek nastavnog sata

Započnemo frontalnim pokusom sa slobodnim padom ispuštene loptice. Primimo lopticu u ruke i držimo ju na nekoj visini. Pustimo lopticu da padne i odskoči nekoliko puta dok se ne umiri na tlu. Što opažamo? Zašto loptica doskakuje do manje visine nakon svakog odskoka? Koje izmjene energije se događaju? Prikažimo pretvorbe energije u stupčastom dijagramu energija i zapišimo energijsku jednadžbu.



Slika 37. Primjer energijskog dijagrama slobodnog pada loptice

$$E_{g1} = E_{g2} + \Delta E_{un}$$

Želimo postići da učenici uoče kako se smanjila mehanička energija tako što prelazi u unutrašnju i druge oblike.

Slično, tako košarkaš kada vodi loptu (dribling) mora djelovati silom na loptu tako da mu se vrati natrag u ruke.[14] IP: Koliki rad treba obaviti nad loptom kako bi se ona vratila u isti položaj iz kojeg je ispuštena?

Mehaničku energija koja se pretvori u povećanje unutarnje energije sustava košarkaš mora nadoknaditi radom ruku nad loptom. Učenici osmišljaju pokus: Način na koji možemo odrediti obavljeni rad je nalaskom razlike energija u početnoj i konačnoj visinu do koje lopta doskoči. Loptu pustimo da odskoči ispred metra kojim mjerimo visinu, a da bismo preciznije odredili visinu pokus snimamo mobilnim uređajem uz pomoć kojeg ćemo potom pažljivo zaustaviti video kada se lopta nalazi na konačnoj visini i očitati je. Učenike podijelimo u 3 grupe po 3 učenika i svaka grupa dobije svoju loptu i metar. Nakon što svi izmjere i odrede obavljeni rad diskutiramo rješenja.

Primjer rezultata:

$$h_1 = 0.706 \text{ m}$$

$$h_2 = 0.368 \text{ m}$$

$$m = 0.06 \text{ kg}$$

$$E_{g,p1} = m \cdot g \cdot h_1 = 0.06 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.706 \text{ m} = 0.415 \text{ J}$$

$$E_{g,p2} = m \cdot g \cdot h_2 = 0.06 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.368 \text{ m} = 0.216 \text{ J}$$

Obavljeni rad jednak je promjeni unutarnje energije sustava što je jednako razlici gravitacijskih potencijalnih energija:

$$\Delta E_{un} = E_{g,p1} - E_{g,p2} = 0.415 \text{ J} - 0.216 \text{ J} = 0.199 \text{ J}$$



Aplikacijski pokus:

A što ako imamo dvije lopte? Uzmemo dvije lopte, jednu košarkašku, drugu tenisku i pustimo ih da slobodno padnu svaka za sebe te zabilježimo visinu odskoka svake. Zatim naslažemo tenisku lopticu na vrh košarkaške i pustimo ih tako naslagane da padnu. Što opažamo? Zašto teniska lopta odskoči više nego u slučaju kada sama pada? Koliko odskoči košarkaška lopta?

Obje lopte se počnu gibati s približno iste visine pa je brzina kojom udaraju o podlogu jednaka. Pri sudaru s podlogom, košarkaška lopta se stisne kao opruga i tako pohrani dio kinetičke energije u elastičnu potencijalnu energiju. Povratkom u početni oblik, elastična potencijalna energija košarkaške lopte se prenosi na tenisku lopticu koja tad ima više energije nego na početku pa odskoči na veću visinu. Košarkaška lopta odskoči manje nego prije jer je predala dio svoje kinetičke energije teniskoj lopti.

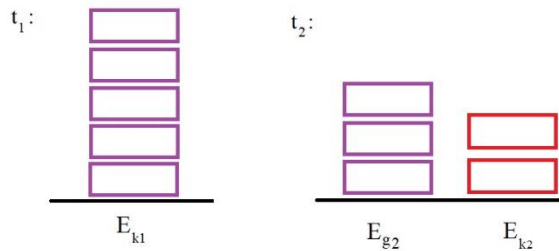
Do istog zaključka možemo doći koristeći se zakonom očuvanja količine gibanja. Pretpostavimo da je sustav koji čine dvije lopte, nakon što se košarkaška lopta odbila, zatvoren, odnosno, da je utjecaj vanjskih sila na tijela u kratkom vremenu međusobnog sudara zanemariv. Zbog velike tromosti Zemlje, kada se košarkaška lopta sudari sa Zemljom, količina gibanja lopte je iznosom približno ista prije i poslije sudara. Slično, tako i kad se košarkaška lopta sudari s teniskom, kako je masa odnosno tromost košarkaške lopte veća nekoliko puta od teniske, košarkaška lopta prenese dio svoje količine gibanja na tenisku lopticu koja zato nakon sudara ima veću brzinu odnosno kinetičku energiju.

Pokažemo skok u dalj uz pomoć videoisječka. [13] IP2: Kako ovisi preskočena udaljenost skakača u dalj o njegovoj kinetičkoj energiji?

Formulirajte hipotezu, osmislite eksperimentalni test putem kojega ćete testirati vašu hipotezu, vaša očekivanja rezultata mjerenja, rezultate mjerenja i zaključak.

Zamišljeno kao izvannastani projekt bilo kao rad od kuće ili u korelaciji sa nastavom tjelesno zdravstvene kulture, učenici bi u grupama uz pomoć nastavnika istražili utjecaj kinetičke energije na preskočenu udaljenost, rezultate prikazali u tablici i grafički i zaključili da preskočena udaljenost ovisi o kinetičkoj energiji te po završetku prezentirali dobivene rezultate.

Sustav: Skakač (+Z)  
 Nulta razina  $E_g$ : Tlo  
 $t_1$ : Skakač dotrčava brzinom  $v$   
 $t_2$ : Skakač se nalazi na najvećoj visini  $h$



Slika 38. Primjer energijskog dijagrama skakača u dalj

Konceptualni zadaci na koje učenici odgovaraju s karticama:

1. Košarkaška lopta koju držimo na visini  $h$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju  $E_g$ . Kako će se promijeniti kinetička energija lopte prije sudara s tlom ako se početna visina poveća dva puta?

- a) Neće se promijeniti.
- b) Smanjit će se dva puta.
- c) Povećat će se dva puta.
- d) Smanjit će se 4 puta.
- e) Povećat će se 4 puta.

2. Lopticu pustimo da slobodno pada s visine  $h$ . Ako se visina s koje puštamo lopticu poveća 9 puta, brzina loptice se:

- a) smanji tri puta.
- b) poveća tri puta.
- c) smanji 9 puta.
- d) poveća 9 puta.

#### **4. Zaključak**

U ovom radu pregledani su pojmovi rada i energije i dopunjeni na odgovarajućim mjestima primjerima iz olimpijskih sportova koji se mogu na sličan način koristiti u kurikulumu fizike. Također je prikazan pregled studija na primjeru skoka s motkom i vertikalnog skoka. U primjeru skoka s motkom pokazana je korelacija visine skoka s brzinom dotrčavanja skakača, dok je u primjeru skoka u vis pokazano da skok iz protupokreta daje veću visinu skoka od skoka iz čučnja. Također je analizirana snimka sile reakcije podloge u procesu skoka u vis te je pronađena početna brzina i visina skoka. Dodatno je prikazano još nekoliko projekata koji se mogu koristiti u nastavi fizike kao projekt skakanja u dalj, gdje u okviru istraživački usmjerene nastave fizike učenici samostalno istražuju koji parametri utječu na duljinu skoka, ili pak kao jednostavni kućni pokusi u kojima se demonstriraju rad i zakon očuvanja energije i zakon očuvanja količine gibanja.

## Literatura

- [1] Young, H. D., Freedman, R. A., Ford, A. L., & Sears, F. W. (2004). *Sears and Zemansky's university physics: With modern physics*. San Francisco: Pearson Addison Wesley.
- [2] Halliday, D., Resnick, R. and Walker, J. (2011) *Fundamentals of physics*. 9th Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York
- [3] <https://condor.depaul.edu/jmilton/summer/sportwk.html>
- [4] Racinais S, Connes P, Bishop D, Blonc S, Hue O. Morning versus evening power output and repeated-sprint ability. *Chronobiol Int*. 2005;22(6):1029-39. doi: 10.1080/07420520500397918. PMID: 16393706.
- [5] Nicholas P. Linthorne , "Analysis of standing vertical jumps using a force platform", *American Journal of Physics* 69, 1198-1204 (2001) <https://doi.org/10.1119/1.1397460>
- [6] D. Medanić; J. Pucarín-Cvetković; Pretilost – javnozdravstveni problem i izazov; *Acta Med Croatica*, 66 (2012) 347-355
- [7] <https://www.thehoopsgeek.com/the-physics-of-the-vertical-jump/>
- [8] <https://www.brunel.ac.uk/~spstnpl/Publications/PVEnergyInteractions%28Linthorne%29.pdf>
- [9] [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_10\\_210.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_10_210.html)
- [10] Feynman, R. (1963). *The Feynman Lectures on Physics*. Book 1. New York: AddisonWesley.
- [11] <https://sciphile.org/lessons/stacked-ball-drop-lessons-conservation-energy-and-momentum>
- [12] *Fizika 1, Udžbenik za prvi razred gimnazije*, 11. izdanje, Vladimir Paar, Školska knjiga, Zagreb 2004.
- [13] <https://www.youtube.com/watch?v=9QGIOoutwLY>
- [14] <https://www.youtube.com/watch?v=BnvGa0I8bMc>
- [15] <https://courses.lumenlearning.com/physics/chapter/7-8-work-energy-and-power-in-humans/>

## **Životopis**

Rođen sam 1993. u Zadru, u Republici Hrvatskoj. Završio sam srednju strukovnu školu Vice Vlatkovića u Zadru, smjer tehničar za računalstvo. Prva radna iskustva stječem sezonskim poslovima punjenja polica i rada u skladištu u trgovačkim centrima. Upisao sam studij fizike, smjer nastavnički na Prirodoslovno-matematičkom Fakultetu u Zagrebu. Trenutačno sam 5. godina s položenim svim ispitima te mi je preostalo jedino obraniti diplomski rad. Kao student bio sam aktivan držeći radionicu na danima otvorenih vrata Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, također sam sudjelovao u projektu popularizacije znanosti u gimnaziji Frana Galovića u Koprivnici. Od rujna 2021. radim u Tehničkoj školi Zadar kao učitelj fizike.

U slobodno vrijeme se bavim različitim sportskim aktivnostima, neoženjen sam i nemam djece. Informatički sam pismen i odlično se koristim MS Office alatima i radom u Linux okruženju. Poznajem programiranje u programskim jezicima C#, C++ i Python. Engleski jezik sam učio tijekom školovanja te ga koristim svakodnevno u govoru i pismu.