

# Primjena tehnologije u nastavi matematike

---

Šimeta, Petar

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:666153>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-29**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**PRIRODOSLOVNO–MATEMATIČKI FAKULTET**  
**MATEMATIČKI ODSJEK**

Petar Šimeta

**PRIMJENA TEHNOLOGIJE U**  
**NASTAVI MATEMATIKE**

Diplomski rad

Voditelj rada:  
dr. sc. Renata Vlahović Kruc

Zagreb, studeni, 2021.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana \_\_\_\_\_ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. \_\_\_\_\_, predsjednik
2. \_\_\_\_\_, član
3. \_\_\_\_\_, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom \_\_\_\_\_.

Potpisi članova povjerenstva:

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_

# Sadržaj

<b>Sadržaj</b>	<b>iii</b>
<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>1 Tehnologija u hrvatskom obrazovnom sustavu</b>	<b>2</b>
1.1 Tehnologija u školama . . . . .	2
1.2 Kurikulum nastavnog predmeta Matematika . . . . .	3
<b>2 Tehnologija u nastavi matematike</b>	<b>8</b>
2.1 Kalkulatori . . . . .	8
2.2 Dinamična geometrija . . . . .	13
2.3 Druga korisna tehnologija . . . . .	22
<b>3 Aktivnosti za nastavu matematike</b>	<b>30</b>
3.1 Tehnološko i digitalno podržane aktivnosti . . . . .	30
3.2 Primjeri za rad u nastavi . . . . .	33
<b>4 Problemi i budućnost</b>	<b>45</b>
4.1 Problemi tehnologije . . . . .	45
4.2 Korist tehnologije . . . . .	46
4.3 Pogled u budućnost . . . . .	47
<b>Bibliografija</b>	<b>50</b>

# Uvod

Kroz godine tehnologija postaje sve veći dio naših života, ali i školstva. Tehnologija u nastavi matematike uključuje korištenje računala, kalkulatora, tableta, ali i upotrebu raznovrsnih računalnih programa, osobito alata dinamične geometrije. Pomoću tehnologije učenici mogu prikupljati, organizirati, razmjenjivati podatke i informacije te otkrivati nove matematičke koncepte, rješavati probleme i modelirati. Tehnologija također može pomoći nastavnicima za kvalitetniju i bržu pripremu nastavnih aktivnosti koje će učenike voditi do otkrivanja i lakšeg razumijevanja nastavnog sadržaja. Kurikulum za nastavni predmet Matematika ističe primjenu tehnologije kao jedan od pet matematičkih procesa koji su važni na svim razinama obrazovanja te se prožimaju kroz sve domene kurikuluma. Cilj rada je približiti tehnologiju, njenu važnost i mogućnost primjene na nastavi matematike svim sadašnjim i budućim nastavnicima matematike u osnovnoj i srednjoj školi.

U prvom poglavlju je dano trenutno stanje u hrvatskom obrazovnom sustavu što se tiče tehnologije i što kurikulum kaže na tu temu. U sljedeća dva poglavlja se prolazi kroz svu tehnologiju koja se koristi ili se može koristiti u nastavi matematike te se zatim na konkretnim primjerima nastavnih aktivnosti demonstrira kako nam te tehnologije mogu biti korisne u nastavi. Za kraj rada se osvrće na potencijalne probleme koje tehnologija može donijeti i daje osobni osvrt i mišljenje o tome što nam budućnost donosi.

# Poglavlje 1

## Tehnologija u hrvatskom obrazovnom sustavu

### 1.1 Tehnologija u školama

Od jeseni 2019. godine u Hrvatskoj se provodi nova kurikularna reforma pod nazivom „Škola za život”. Od školske godine 2021./2022. reforma će obuhvatiti sve razrede osnovne škole, sve razrede srednje škole (u gimnazijama svi predmeti, a u strukovnim školama u trajanju od 4 i 5 godina Hrvatski jezik, Strani jezik i Matematika) te državnu maturu. Preostaje samo nastavni predmet Geografija u 8. razredima osnovne škole koji će biti uključen u provedbu od školske godine 2022./2023.

U novoj kurikularnoj reformi učenicima osnovne škole su omogućeni besplatni udžbenici od strane Ministarstva znanosti i obrazovanja iz državnog proračuna. Od ove školske godine svim učenicima od 1. do 4. razreda su omogućeni tableti u omjeru 1 tablet na 4 učenika, dok je za svakog učenika 5. do 8. razreda omogućen po jedan tablet. Zajedno sa svakim tabletom, učenicima je omogućeno 2.5 GB internet prometa. Također, u sklopu projekta e-Škole, svim učiteljima i nastavnicima će biti omogućena prijenosna računala sufinancirana iz EU fondova [5]. Škole u Hrvatskoj su iz projekta do kraja 2017. godine dobile novčana sredstva koja su mogle namjenski trošiti na opremanje škole, nabavu licenci za programe i aplikacije, nabavu ostalih sredstava, pomagala, potrošnog materijala i slično. Iz svega što je ministarstvo napisalo u raznim dokumentima podijeljenima s javnošću možemo zaključiti da je svakom učeniku od 5. do 8. razreda omogućen tablet s ograničenim internet prometom i da je svaka matematička učionica, i u osnovnoj i u srednjoj školi, opremljena barem projektorom, ako ne i pametnom pločom i ostalom sličnom opremom.

Za potrebe ovog diplomskog rada, u nastavku ću se prema prethodnoj izjavi iznositi kao činjenici te ću pokušati dati savjete i ideje kako što bolje iskoristiti sav

dostupan materijal i tehnologiju te što bi ostalo od tehnologije učenici i nastavnici mogli primjeniti za poboljšanje nastave matematike i matematičkih aktivnosti.

## 1.2 Kurikulum nastavnog predmeta Matematika

Aktualni kurikulum za nastavni predmet Matematika za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj predstavljen je javnosti 14. siječnja 2019. godine od tadašnje ministrice prof. dr. sc. Blaženke Divjak, a primjenjuje se za učenike 1. i 5. razreda osnovne škole i 1. razreda gimnazije od školske godine 2019./2020., za učenike 2., 3., 6. i 7. razreda osnovne škole, 2. i 3. razreda gimnazije od školske godine 2020./2021., a za učenike 4. i 8. razreda osnovne škole i 4. razreda gimnazije od školske godine 2021./2022.

U odluci o donošenju kurikuluma [4] stoji: „Brzi razvoj suvremenoga društva, kojemu je uvelike pridonijela i primjena matematike u svim njegovim područjima, ukazuje na važnost učenja matematike. Matematika je jedan od čimbenika tehnološkoga napretka društva, a time i važan element poboljšanja kvalitete življenja.

Matematika ima vrijednost i intelektualnu ljepotu, bogata je i poticajna. Zaokuplja i privlači ljude svih dobnih skupina, raznolikih interesa i sposobnosti. Igrala je i igra važnu ulogu u napretku društva u prošlosti, sadašnjosti i budućnosti. Važna je za svakodnevni život te je nužna za razumijevanje svijeta koji nas okružuje i za upravljanje vlastitim životom. Učenje i poučavanje matematike omogućuje razvoj matematičkih znanja i vještina kojima će se učenici koristiti u osobnome, društvenome i profesionalnome životu.”

Kurikulum za nastavni predmet Matematika ističe primjenu tehnologije kao jedan od pet matematičkih procesa koji su važni na svim razinama obrazovanja te se prožimaju kroz sve domene kurikuluma.

### Matematički procesi

Kako i sam kurikulum kaže, matematički procesi su iznimno važni na svim razinama obrazovanja te prožimaju sve domene kurikuluma nastavnog predmeta Matematika. Organizirani su u pet skupina:

- prikazivanje i komunikacija,
- povezivanje,
- logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje,
- rješavanje problema i matematičko modeliranje,

- primjena tehnologije.

S obzirom da je *primjena tehnologije* i tema ovog diplomskog rada, recimo kako ona, prema kurikulumu, korištenjem alata i tehnologije nastoji pomoći učenicima i nastavnicima u matematičkim aktivnostima. Vrlo je bitna kombinacija tehnologije i tradicionalnog poučavanja, kao i to da učenici uočavaju i razumiju prednosti, odnosno nedostatke tehnologije. Na taj će način biti otvoreni za nove ideje i dublja matematička promišljanja te za nove oblike učenja. Spomenimo kako je također vrlo važno i za učitelje i nastavnike da budu svjesni prednosti i nedostataka tehnologije te da kontinuiranim usavršavanjem i samousavršavanjem pridonose napretku matematičkih aktivnosti u svojoj učionici.

## Domene

Domene kurikuluma nastavnog predmeta Matematika su:

- Brojevi,
- Algebra i funkcije,
- Oblik i prostor,
- Mjerenje,
- Podatci, statistika i vjerojatnost.

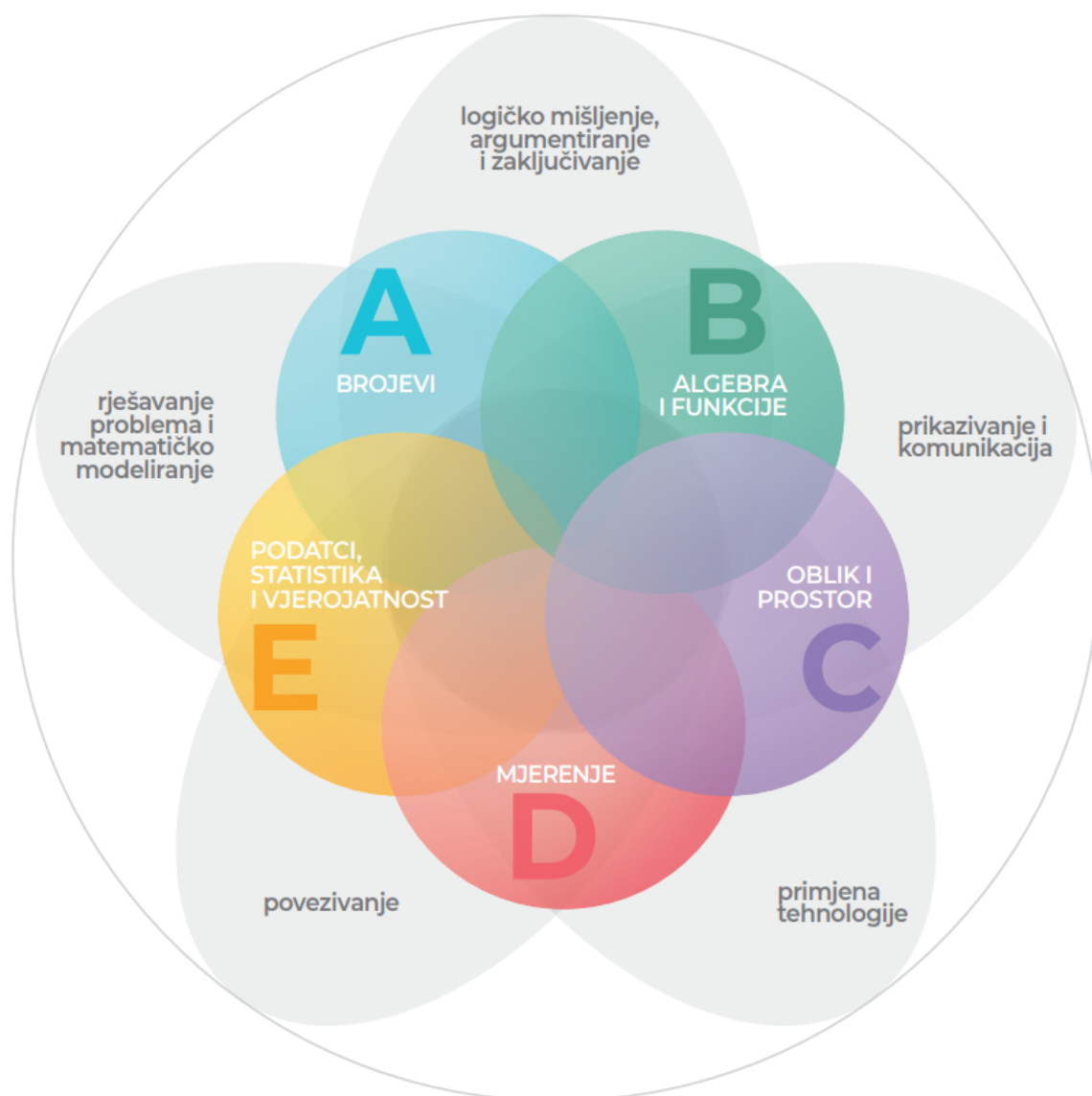
U svakoj od navedenih domena su grupirani međusobno srodni matematički koncepti, dok se sve domene međusobno nadograđuju i nadovezuju. Neke od njih su češće u ranijim godinama učenja matematike, dok su neke, npr. vjerojatnost i funkcije, prisutnije u srednjoj školi.

U nastavku ćemo se kratko osvrnuti na svaku domenu i kako primjena tehnologije može pridonijeti izvedbi nastavnog procesa [4].

### Brojevi

Domena Brojevi prisutna je već od rane dobi učenja matematike. U njoj učenici usvajaju pojmove kao što su broj, brojevni sustav i skup te razvijaju svoje sposobnosti rješavanja aritmetičkih problema. Učenici počinju s upoznavanjem prirodnih brojeva već od samog početka obrazovanja te na kraju dolaze i do kompleksnih brojeva u drugom razredu srednje škole. Koncepti iz domene Brojeva se mogu naći u svim ostalim matematičkim konceptima te se na njih nadovezuje daljnje učenje matematike. Tehnologija se u ovoj domeni većinom koristi u svrhu efikasnosti i točnosti kod rješavanja matematičkih problema.





Slika 1.1: Matematički procesi i domene kurikuluma (izvor: Ministarstvo znanosti i obrazovanja [4])

### Algebra i funkcije

Pod algebrama smatramo računanje s izrazima koji uz brojeve koriste slova ili nepoznanice pri računanju matematičkih problema. Slova ili simboli mogu predstavljati brojeve i operacije. Tehnologija se u domeni Algebra i funkcije koristi za rješavanje algebarskih problema, no može također biti korisna pri izradi izraza, grafova i tablica

kako bi generalizirali, tumačili i riješili neki problem.

### **Oblik i prostor**

Ova domena dio je geometrije. Ona se bavi proučavanjem oblika, njihovih položaja i odnosa. Oblike, odnosno njihova svojstva, često uspoređujemo. Na temelju svojstava i odnosa različitih oblika izvodimo pretpostavke i tvrdnje koje zatim želimo dokazati da su točne. Koristimo se geometrijskim priborom kako bi izvodili transformacije, istraživali i primjenjivali njihova svojstva. Upravo za to nam može pomoći tehnologija, zahvaljujući njoj određene matematičke aktivnosti mogu nam postati jednostavnije za izvođenje ili lakše učenicima za istraživati.

### **Mjerenje**

Mjerenjem pokušavamo odrediti vrijednost neke mjerne veličine. Učenici u ovoj domeni usvajaju razne pojmove vezane za mjerenje te upoznaju standardne mjerne jedinice za duljinu, površinu, volumen, vrijeme i slično. Upotreba tehnologije može biti korisna za preračunavanje i izračunavanje veličina. Tehnologija kod domene Mjerenje će uglavnom biti primijenjena kao pomoć za objašnjavanje i kao alat za preračunavanje i provjeru rezultata.

### **Podatci, statistika i vjerojatnost**

Ova domena bavi se prikupljanjem, razvrstavanjem, obradom, analizom i prikazivanjem podataka u odgovarajućemu obliku. Učenici moraju prikazane podatke znati očitati te ih protumačiti i upotrijebiti. Kalkulator i ostala tehnologija primjenjivat će se uvelike kao pomoć pri razumijevanju i lakšem rješavanju problema.

### **Tehnologija kroz kurikulum**

Kada krenemo dalje kroz kurikulum nastavnog predmeta Matematika i prolazimo kroz odgojno-obrazovne ishode, sadržaje i razine usvojenosti, riječ *tehnologija* se gotovo uopće više ne spominje. Unatoč tome postoje ostale reference kroz kurikulum. Tako naprimjer imamo vrlo popularan završetak većine preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda rečenicom: „Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.” Ona se spominje preko 200 puta kroz kurikulum u svim domenama i ishodima skoro svih razreda te preporuča nastavnicima da ukllope tehnologiju u nastavne aktivnosti. Osim toga, u kurikulumu se može pronaći i nekoliko spominjanja kalkulatora, odnosno *džepnog računala*. On se spominje kroz

srednjoškolske odgojno-obrazovne ishode i preporuke za ostvarivanje istih jedan do dva puta u svakoj domeni.

Iako se kroz opis, ciljeve i strukturu nastavnog predmeta Matematika uporno govori kako je primjena i upotreba tehnologije vrlo bitna za ostvarivanje učeničkih potencijala te da učenici moraju znati učinkovito upotrebljavati odgovarajuće alate i tehnologiju za rješavanje različitih problema, kroz odgojno-obrazovne ishode i ciljeve ne vidimo konkretno uključenu tehnologiju, nego više kao preporuke za nastavnike koji su sami dužni uklopiti ih u svoje nastavne aktivnosti skladno svojim mogućnostima i opremljenosti radnog mjesta.

## Poglavlje 2

# Tehnologija u nastavi matematike

Pod tehnologijom koja nam može pomoći unaprijediti nastavu matematike i nastavne aktivnosti smatramo sav digitalni sadržaj kojem se pristupa pomoću računala, tableta, pametnih telefona, kalkulatora ili drugih uređaja. To uključuje računalne algebarske sustave, softvere za dinamičnu geometriju, digitalne online igre, uređaje za snimanje, interaktivne uređaje za prezentaciju, proračunske tablice kao i sve ostale resurse dostupne na internetu koji se mogu koristiti na tim uređajima i pomoći u nastavi matematike [11].

„Najbolja nastava matematike u svoj program integrira upotrebu matematičkih alata i tehnologije kao bitne izvore koji pomažu učenicima naučiti i razumjeti matematičke ideje, matematički razmišljati i zaključiti te prenijeti svoje matematičko razmišljanje“ (NCTM, 2014, p. 78) [11].

Tehnologija ne bi smijela biti samo dodatni materijal koji ponekad može biti koristan, tehnologija bi trebala biti sastavni dio nastavnog arsenala svakog nastavnika. Ona može poslužiti za produblјivanje razumijevanja i proširenje opsega znanja kod učenika.

### 2.1 Kalkulatori

Nacionalno vijeće nastavnika matematike (*engl. NCTM - National Council of Teachers of Mathematics*) je 2011. godine [11] izjavilo: „Kalkulatori mogu poticati složena razmišljanja i više kognitivne razine koje su potrebne za rješavanje problema u današnjem društvu utemeljenom na informacijama i tehnologiji. Oni također kod učenika mogu povećati razumijevanje i znanje aritmetičkih operacija, algoritama, numeričkih odnosa i slično. Upotreba kalkulatora ne istiskuje potrebu učenika da razviju vještine za mentalno računanje, računanje pomoću olovke i papira te razumijevanje i davanje razumnih procjena pri računanju.“

Iako se kalkulatori koriste svakodnevno u našem društvu i pritom uvelike olakšavaju razne poslove, poneki roditelji i nastavnici su i dalje zabrinuti hoće li dopuštanjem korištenja kalkulatora loše utjecati na znanje učenika te hoće li oni naučiti računati bez kalkulatora. No o pitanju korištenja kalkulatora ne moramo i ne bi smijeli tako polarizirano razmišljati. Ne mora korištenje kalkulatora biti dobro ili loše. Ne mora kalkulator biti dozvoljen uvijek ili nikad. Moramo pronaći „zlatnu sredinu” te razmišljati kada učeniku korištenje tehnologije i kalkulatora može pomoći, odnosno kada je bolje da učenik koristi samo svoje znanje. Svaki nastavnik bi trebao težiti prema tome da svaki njegov učenik može samostalno procijeniti kada mu je kalkulator potreban, odnosno kada nema potrebe koristiti ga, nego se može osloniti na mentalnu matematiku, vlastitu procjenu ili koristiti olovku i papir. Zabrana upotrebe kalkulatora može spriječiti učenike da upoznaju njegov potencijal te tako otežati učenje. Želimo upravo suprotno, proširiti sposobnosti učenika tako da razmišljaju o izazovnoj matematici i paralelno razvijaju svoje računske vještine.

Kalkulatori, kao i većina druge digitalne tehnologije, služe kao pomoć pri rješavanju problema. Kalkulatori sami za sebe ne mogu rješavati matematičke probleme i zamijeniti razmišljanje i razumijevanje učenika. Oni mogu samo izračunati rezultat s obzirom na ulazne vrijednosti koje smo unijeli u njega.

## Kada koristiti kalkulator

Učenicima kalkulatori ne trebali biti dozvoljeni kada se uvježbavaju računske vještine. No, ako se istražuju uzorci, provode istraživanja, testiraju pretpostavke i rješavaju problemi, učenicima bi trebao biti dovoljan pristup kalkulatoru.

Situacije koje uključuju račune koji su izvan sposobnosti učenika bez pomoći kalkulatora ne moraju nužno biti izvan njihove sposobnosti da smisleno razmišljaju i dolaze do zaključaka uz pomoć kalkulatora. Ako učenik potpuno razumije nastavni sadržaj, treba pred njega staviti realne probleme s realnim brojevima. Naprimjer, nakon što su naučili koliko godina ima dana, dan sati, sat minuta i minuta sekundi, mogu konceptualno razmišljati o tome na način da im nastavnik postavi zadatak u kojem moraju izračunati koliko je još sekundi preostalo do njihovog sljedećeg rođendana. Kako bi to izračunao učenik mora imati dovoljno znanja, ali kalkulator će mu pomoći da to napravi učinkovitije. Još jedan primjer kada korištenje kalkulatora može pomoći učeniku u rješavanju problema je kada se uči dijeljenje s ostatkom. Nastavnici obično izbjegavaju velike brojeve i zadatke poput  $1717 : 53$ . Upisivanjem u kalkulator dobit ćemo rješenje 32.39622642. Unatoč pomoći kalkulatora učenici moraju sami znati kako izračunati ostatak pri dijeljenju i kako odgovoriti na problem stavljen pred njih.

Kalkulatori bi trebali biti uključeni i ako cilj nastavne aktivnosti nije računanje, nego je računanje uključeno u rješavanje problema. Naprimjer, nastavnik od učenika

može tražiti da izračunaju koji je taksi prijevoznik najpovoljniji za određenu rutu ili da nađu u kojem dućanu je najpovoljnije kupiti kalkulator s obzirom na različite početne cijene i različite popuste. Još jedan primjer je kada učenici računaju površinu kruga u 7. razredu osnovne škole, cilj nastavne aktivnosti nije vježba množenja, nego računanje površina te bi učenicima trebali biti dozvoljeni kalkulatori. Ako želimo izračunati površinu kruga polumjera 3 m nema smisla da rezultat ostavljamo kao  $p = 9\pi \text{ m}^2$  jer učenicima taj broj često ne predstavlja ništa konkretno. Ponekad je bolje dozvoliti kalkulatore i izračunati da površina iznosi približno  $p \approx 28.26 \text{ m}^2$ .

Za kraj, spomenimo kako kalkulatori mogu pomoći učenicima s poteškoćama. Kada cilj nastavne aktivnosti nije razvoj računskih vještina, kalkulator može pomoći i osigurati da svi učenici imaju odgovarajući pristup nastavnom planu i programu u najvećoj mogućoj mjeri.

## Zašto koristiti kalkulator

Da bi razumjeli kako nam kalkulatori mogu pomoći pri učenju matematike moramo prvo biti svjesni da „korištenje kalkulatora ne ugrožava razvoj osnovnih vještina te da može poboljšati konceptualno razumijevanje, stratešku kompetenciju i sklonost prema matematici“ (*National Research Council, 2001, str. 354*) [11].

Spomenimo još neka malo starija istraživanja koja će nam pokazati da već više od 20 godina razumijemo kako kalkulatori mogu biti puno više nego samo „uređaj za računanje“. U analizi više od 79 istraživačkih studija, djeca od vrtićke dobi pa sve do učenika srednjih škola koji su koristili kalkulatore poboljšali su svoje „vještine računanja na papiru i za računске operacije i za rješavanje problema“ (*Hembree & Dessert, 1986, p. 96*) [11]. Ostala istraživanja i ostali istraživači potvrđuju da su učenici s dugogodišnjim iskustvom korištenja kalkulatora općenito imali bolje rezultate nego učenici bez takvog iskustva i u mentalnom računanju i u rješavanju problema na papiru (*Ellington, 2003; B. A. Smith, 1997; Wareham, 2005*) [11].

Odličan način za demonstrirati učenicima kako nam kalkulator nekada nije potreban, odnosno kako često korištenje kalkulatora može biti efikasno, je da podijelimo učenike u dvije grupe gdje će jedna mentalno računati dok će druga grupa koristiti kalkulatore. Za zadatke poput  $5000 + 55$  grupa koja mentalno računa će naravno biti brža svakoga puta. No za zadatke poput  $396 \cdot 624$  grupa s kalkulatorima će puno brže doći do rješenja. Ne samo da će ova vježba pokazati učenicima kako je računanje s kalkulatorom nekada manje, a nekada više efikasno, nego će učenici i vježbati mentalnu matematiku i računanje napamet.

Još jedna velika prednost korištenja kalkulatora je lakše polaganje državne mature iz Matematike, jednog od obveznog predmeta među ispitima državne mature. Svim učenicima, bilo da izlaze na ispit iz više ili niže razine, kalkulator može uve-

like pomoći ne samo rješavati probleme stavljene pred njih, nego i uštediti mnogo vremena. Za svakog maturanta vrlo je bitno znati kako ga pravilno i efikasno koristiti te uočiti uobičajene greške s kojima se mogu susresti. No, nisu svi kalkulatori dozvoljeni na državnoj maturi. U Hrvatskoj, za ispit državne mature, dopuštena je većina takozvanih znanstvenih kalkulatora. Kalkulator korišten na državnoj maturi ne smije imati mogućnost bežičnog povezivanja, uporabe memorijske kartice, simboličnog računanja programiranja, opciju grafičkog prikaza funkcija te mogućnosti deriviranja i integriranja funkcije [9].

## Grafički kalkulatori

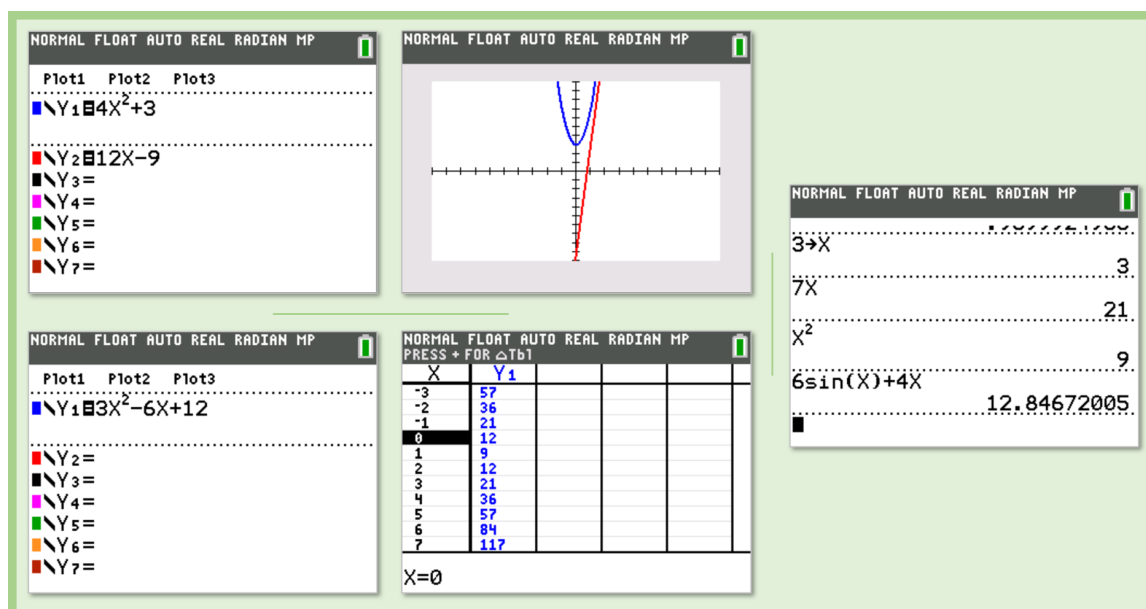
U Hrvatskoj, kao i u većini ostalih zapadnoeuropskih država, najkorišteniji kalkulator je marke *Casio*. Također možemo pronaći vrlo slične kalkulatore i ostalih marki, kao npr. *Canon*, *Citizen*, *Texas Instruments* i slično. Opće je poznato da je među srednjoškolskim učenicima najpopularniji kalkulator *Casio fx-991ES PLUS*, odnosno, u zadnje vrijeme novija verzija istog kalkulatora, tj. *Casio fx-991EX* koji su oboje dozvoljeni za korištenje na ispitu državne mature.

Ako odemo još zapadnije preko oceana, odnosno u Sjedinjene Američke Države, vidjet ćemo da tamo grafički kalkulatori imaju puno veću ulogu u srednjoškolskoj matematici nego kod nas. Također, možemo vidjeti da kod njih prevladavaju kalkulatori tvrtke *Texas Instruments* za razliku od Europe. Na njihovim ispitima *SAT* i *ACT* kojima je uloga provjeriti znanje srednjoškolaca i njihovu spremnost za fakultet, dozvoljena je upotreba grafičkih kalkulatora.

Pogreška je misliti da su grafički kalkulatori korisni samo za naprednu fakultetsku matematiku. Oni mogu biti vrlo korisni i za osnovnu i srednju školu. Navedimo neke od primjera kako nam grafički kalkulatori mogu biti korisni:

- Učenici mogu unijeti vrijednosti u izraz ili formulu bez da svaki puta upisuju cijelu formulu s novom vrijednosti u kalkulator. Rezultati se također mogu spremati u listu ili tablicu i pohraniti se za dodatnu analizu.
- U izrazima se mogu koristiti nepoznanice i onda mijenjati vrijednosti te nepoznanice da vidimo kako se izraz mijenja.
- Točke se mogu iscrtati na koordinatnom zaslonu na kalkulatoru unošenjem koordinata ili možemo vidjeti određenu točku na koordinatnom zaslonu pomicanjem pokazivača.
- Iako i znanstveni kalkulatori mogu računati aritmetičku sredinu, medijan, standardnu devijaciju različitih podataka i slično, na grafičkom kalkulatoru unošenje podataka i iščitavanje rješenja je puno jednostavnije.

- Možemo vidjeti grafove pri obrađivanju podataka.



Slika 2.1: Simulirani primjeri korištenja grafičkog kalkulatora u programu *TI-SmartView TI-84 Plus* ([www.education.ti.com](http://www.education.ti.com))

Osim ovih i mnogih drugih prednosti grafičkog kalkulatora, koliko god to bili odlični uređaji, oni mogu biti samo jednako korisni koliko i zadaci koje nastavnici stavljaju pred učenike.

Međutim, jedan od razloga zašto Hrvatska u nastavi ne koristi grafičke kalkulatore može biti cijena, koja za popularne modele grafičkih kalkulatora rijetko dolazi ispod 1000 hrvatskih kuna. U današnje doba računala, tableta, pametnih telefona i besplatnih aplikacija kao *GeoGebra*, možemo se nadati da učenicima grafički kalkulatori uopće ne nedostaju.

## Kalkulatori kao motivacija učenicima

Rezultati jednog istraživanja otkrivaju da učenici koji često koriste kalkulatore u nastavi imaju bolji stav prema samom predmetu Matematike (*Ellington, 2003.*) [11]. Učenici su obično više motivirani kada im se smanji tjeskoba. Omogućavanje kalkulatora učenicima kod rješavanja problema smanjiti će tjeskobu i samim time povećati motivaciju za rješavanje tog problema. Dok pokušavamo povećati samopouzdanje učenika da mogu rješavati teške i izazovne matematičke probleme, možemo proširiti



njihovu motivaciju da budu uporni i ostanu angažirani u procesu razmišljanja o brojevima.

I za kraj, spomenimo također kako se kalkulatori koriste u gotovo svakom aspektu života koji uključuje bilo kakvo računanje na ovaj ili onaj način. Učenike treba učiti kako učinkovito i na pravi način koristiti ovaj lako dostupan alat te ih naučiti kada za njime treba posegnuti. Iako je danas dostupan na gotovo svim vrstama digitalnih računalnih uređaja i na pametnim telefonima, mnogi odrasli nisu naučili kako koristiti mnoge značajke kalkulatora i nisu sposobni prepoznati uobičajene greške koje se često čine na kalkulatorima. Učinkovita upotreba kalkulatora važna je vještina koju je najbolje naučiti redovitom upotrebom u smislenim matematičkim aktivnostima rješavanja problema.

## 2.2 Dinamična geometrija

Programi za dinamičnu geometriju omogućuju učenicima da stvaraju geometrijske objekte na ekranu računala ili pametnog telefona, a zatim njima manipuliraju. Najpoznatiji takav program u hrvatskom obrazovnom sustavu je zasigurno *GeoGebra* ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)), dok među poznatijima također imamo i *The Geometer's Sketchpad* (Key Curriculum Press). Ti programi dopuštaju stvaranje geometrijskih objekata tako da se uspostavi njihov odnos s drugim objektom na ekranu [11]. Naprimjer, možemo konstruirati kvadrat sa stranicama duljine zadane dužine. Kada zadanoj dužini promijenimo duljinu, konstruirani objekt će i dalje biti kvadrat, samo će mu se promijeniti duljine stranica.

Softver za dinamičnu geometriju može dramatično promijeniti i poboljšati nastavu geometrije već od ranih razreda osnovne škole pa do kraja srednje škole. Nedigitalni način rada ne može se ni usporediti s učeničkim istraživanjem geometrijskih odnosa s nekim od ovih softvera.

Već smo u prethodnom poglavlju spomenuli kako nam programi dinamične geometrije mogu zamijeniti grafičke kalkulatore. No, prije nego krenemo dalje na primjere i kako bi bolje upoznali mogućnosti koje nam softveri dinamične geometrije mogu pridonijeti u nastavi, moramo prvo razumjeti kako učenici razmišljaju i kako najbolje pristupiti učenicima.

### Geometrijsko mišljenje

”Iako ne razmišljaju svi učenici o geometrijskim idejama na isti način, svi imaju mogućnosti razviti sposobnosti razmišljanja i rasuđivanja u geometrijskom kontekstu” [11].

Razina 0: Vizualizacija	<b>Objekti mišljenja:</b>	Pojedini oblici i njihov izgled
	Učenici prepoznaju i imenuju geometrijske oblike na temelju njihovih vizualnih karakteristika.	
Razina 1: Analiza	<b>Proizvod mišljenja:</b>	Grupe (klase) oblika koje su međusobno nepovezane
	<b>Objekti mišljenja:</b>	
	Učenici zanemaruju nevažne karakteristike kao npr. veličinu i orijentaciju te počinju razmišljati o tome koje karakteristike čine neki geometrijski oblik.	
Razina 2: Neformalna dedukcija	<b>Proizvod mišljenja:</b>	Svojstva oblika
	<b>Objekti mišljenja:</b>	
	Učenici počinju razmišljati o svojstvima geometrijskih oblika i razvijaju odnose među tim svojstvima.	
Razina 3: Dedukcija	<b>Proizvod mišljenja:</b>	Odnosi između svojstava geometrijskih objekata
	<b>Objekti mišljenja:</b>	
	Učenici prelaze s razmišljanja o svojstvima na zaključivanje ili dokazivanje s njima te rade s apstraktnim iskazima o geometrijskim svojstvima i donose zaključke temeljene na logici.	
Razina 4: Strogost	<b>Proizvod mišljenja:</b>	Deduktivni aksiomatski sustavi za geometriju
	<b>Objekti mišljenja:</b>	
Učenici vrednuju razlike i odnose između različitih aksiomatskih sustava.		

Slika 2.2: Van Hieleova teorija geometrijskog mišljenja

Dvoje nizozemskih pedagoga, Pierre van Hiele i Dina van Hiele-Geldof, u svom istraživanju daju uvid u razlike u geometrijskom razmišljanju i kako se do njih dolazi.

Van Hieleova teorija imala je veliki utjecaj na nastavne programe geometrije u cijelom svijetu.

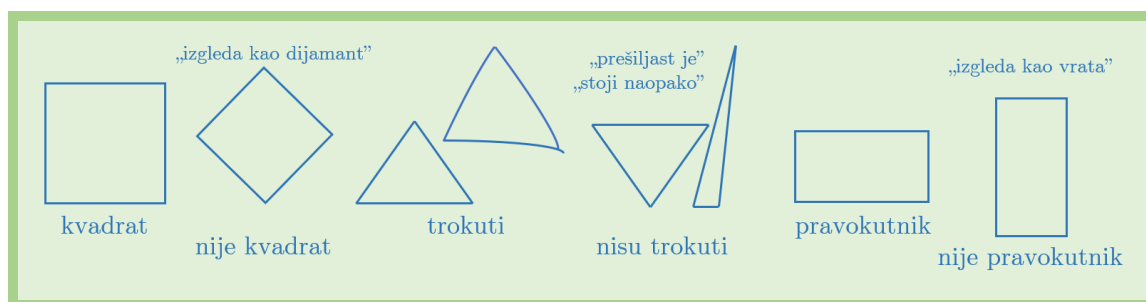
Van Hieleov model je hijerarhija načina razumijevanja ideja na pet razina (slika 2.2). Svaka razina opisuje procese razmišljanja koji se koriste u geometrijskim kontekstima. Konkretno, razine opisuju kako razmišljamo i o kojim vrstama geometrijskih ideja razmišljamo [2, 11].

Za potrebe ovog diplomskog rada usredotočit ćemo se na prve tri van Hieleove razine, odnosno razinu 0, 1 i 2. Posljednje dvije razine se odnose na višu i fakultetsku matematiku čije aktivnosti u ovome radu nećemo spominjati.

Ako se učenici žele pripremiti za deduktivnu geometriju u srednjoj školi i kasnije, postizanje 2. van Hieleove razine do kraja osnovne škole je izuzetno važno. Nastavnici imaju ogroman utjecaj u razvijanju geometrijskog mišljenja kod svojih učenika. Svaka geometrijska aktivnost se može i treba prilagoditi tako da svi učenici mogu sudjelovati, ali da i istovremeno potiče učenike da napreduju i teže ka novoj razini geometrijskog mišljenja.

### Razina 0: Vizualizacija

Učenici na samom početku tek prepoznaju i imenuju geometrijske oblike na temelju njihovih vizualnih karakteristika. Učenici će na ovoj razini definirati kvadrat kao kvadrat „jer izgleda kao kvadrat”, trokut kao trokut „jer izgleda kao trokut”. Kako je izgled dominantan na ovoj razini, može nadjačati svojstva oblika kao što je i prikazano na slici 2.3. Tako recimo rotirani kvadrat neće biti kvadrat nego npr. dijamant ili trokut neće biti trokut jer je „prešiljast” ili stoji „naopako”.

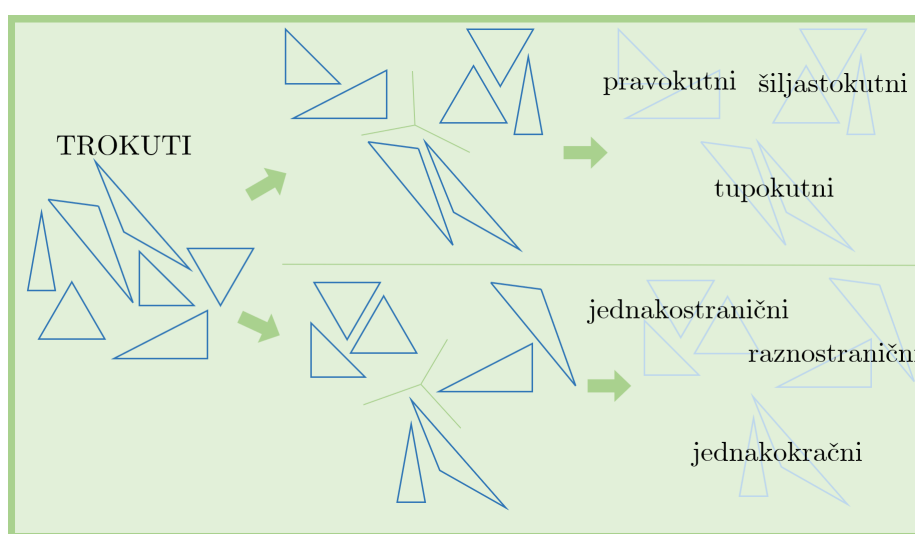


Slika 2.3: Primjeri geometrijskog mišljenja učenika na razini 0

Učenici na ovoj razini uspoređuju geometrijske oblike s oblicima iz stvarnog života. Tako je moguće da za pravokutnik s dužim bočnim stranicama kažu da „izgleda kao vrata”. Cilj na ovoj razini bi trebao biti da učenici istražuju koliko su oblici slični te ih na temelju toga stavljati u klase oblika.

### Razvijanje učenika s razine 0 na razinu 1

Kako bi unaprijedili geometrijsko mišljenje učenika s početne razine moramo ih poticati da razmišljaju o geometrijskim oblicima koristeći različite primjere za određene kategorije. Kada naprimjer učenik uoči da pravokutnik ima suprotne stranice paralelne možemo ga poticati pitanjem: „Vrijedi li to i za druge pravokutnike?”. Ako učenik uoči da trokut ima sva tri kuta iste mjere potaknimo ga pitanjem: „Možemo li nacrtati trokut koji ima kutove različitih mjera?”. Želimo potaknuti učenike da vide primjenjuju li se opažanja određenog geometrijskog oblika i na druge slične oblike.



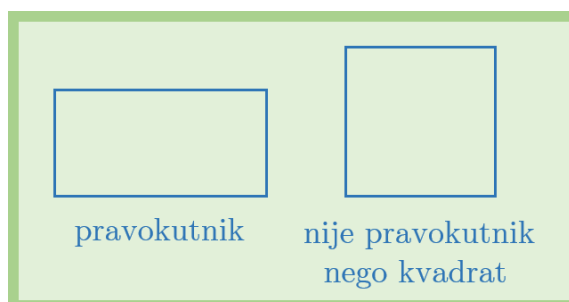
Slika 2.4: Primjeri razvijanja učenika s razine 0 na razinu 1

Dakle, trebamo učenike navoditi da razmišljaju o svojstvima oblika, a ne da ih samo identificiraju. Kako se uče novi geometrijski pojmovi, tako se i broj svojstava koje određni oblici imaju povećava. Sva ta svojstva i ideje trebali bi primjenjivati na čitave klase oblika, a ne na pojedinačne oblike. Kao i na slici 2.4 možemo potaknuti učenike da pronađu načine za razvrstati trokute te da svaku razvrstanu grupu definiraju.

#### Razina 1: Analiza

Učenici se sada fokusiraju na klase oblika pa mogu razmišljati o tome što definira neki oblik. Za pravokutnik bi mogli reći da su to: četiri stranice, paralelne nasuprotne stranice, nasuprotne stranice jednakih duljina, četiri prava kuta, sukkladne dijagonale i slično. Pri razmišljanju učenici počinju zanemarivati nevažne karakteristike poput

veliĉine i orijentacije te poĉinju uoĉavati svojstva zbog kojih razvrstavamo oblike u njihove grupe.



Slika 2.5: Primjer geometrijskog mišljenja uĉenika na razini 1

Iako poĉinju zanemarivati nevaŹne karakteristike i dalje ne raspoznaju razliku izmeĉu nuŹnih i dovoljnih svojstava, nego ĉesto misle da su sva svojstva jednako vaŹna. Iz tog razloga uĉenici i dalje kvadrate ne stavljaju u klasu pravokutnika (slika 2.5) jer nema inkluzijske definicije klasa.

### Razvijanje uĉenika s razine 1 na razinu 2

Vrlo je vaŹno uĉenike navoditi da razmišljaju o nuŹnim i dovoljnim svojstvima za razliĉite geometrijske oblike i koncepte i to na naĉin da im postavljamo pitanja koja ukljuĉuju zakljuĉivanje poput: „Što ako pravokutnik ima sve stranice sukladne?“, „Ako su stranice ĉetverokuta sukladne, hoće li taj oblik uvijek biti kvadrat?“ ili „MoŹemo li pronaći protuprimjer?“.

Nastavnici bi trebali što više poticati i navoditi uĉenike da stvaraju i ispituju hipoteze te da nagaĉaju. Ako su uĉenici uoĉili neko svojstvo jednakostraniĉnih trokuta nastavnik ih moŹe navoditi pitanjem: „Hoće li to vrijediti za sve trokute ili samo za jednakostraniĉne?“.

### Razina 2: Neformalna dedukcija

Uĉenici na ovoj razini uoĉavaju da je kvadrat pravokutnik te da nasljeĉuje svojstva klase pravokutnika poput „svi kutovi su pravi kutovi“ i „dijagonale mu se raspolavljaju“. To uĉenicima omoguĉuje razmišljanje o svojstvima geometrijskih oblika bez da se usredotoĉuju na samo jedan odreĉeni oblik.

Uĉenici takoĉer imaju veću sposobnost „ako... onda...“ zakljuĉivanja te mogu grupirati oblike koristeći samo minimalni skup definirajućih karakteristika. Naprimjer, ĉetiri sukladne stranice i najmanje jedan pravi kut dovoljni su za definiranje kvadrata ili pravokutnici su paralelogrami s pravim kutom.

Kako učenici uočavaju i formuliraju logičke odnose među svojstvima te uključuju neformalno logičko zaključivanje, nastavnici za daljnji razvoj trebaju poticati učenike pitanjima „Zašto...?” i „Što ako...?”.

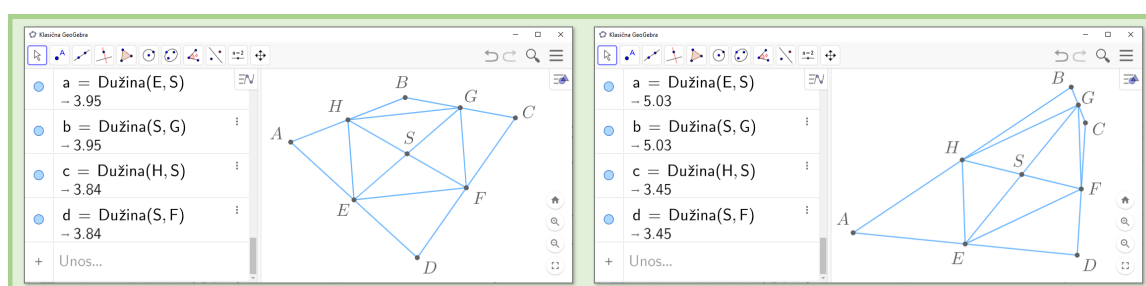
## Razvijanje geometrijskog mišljenja kod učenika pomoću softvera dinamičke geometrije

Nakon što smo se upoznali s van Hieleovim razinama i primjerima kako možemo unaprijediti geometrijsko mišljenje učenika, vrijeme je da vidimo aktivnosti u kojima nam softver dinamične geometrije može pomoći da unaprijedimo matematičke i geometrijske aktivnosti kako bi učenici lakše unaprijedili svoje geometrijsko mišljenje. Aktivnosti ćemo podijeliti u četiri kategorije prema *NCTM* standardima [11]: Oblici i svojstva, Transformacije, Lokacija i Vizualizacija gdje ćemo unutar svake spomenuti za koju od tri van Hieleove razine je aktivnost. Također, čitatelj mora shvatiti da se svaka aktivnost može jednostavno prilagoditi i ostalim razinama promjenom načina na koji je predstavljena učenicima.

### Oblici i svojstva

Ovo je kategorija s kojom se učenici najviše susreću u osnovnoj školi kada rade s dvodimenzionalnim i trodimenzionalnim oblicima.

Kad učenici na razini 1 otkrivaju razna svojstva geometrijskih oblika, sljedećom aktivnošću im možemo pobliže predstaviti jedno od svojstva. Kao što je prikazano na slici 2.6, polovišta stranica proizvoljno nacrtanog četverokuta  $ABCD$  su međusobno spojena. Zatim crtamo dijagonale novonastalog četverokuta  $EFGH$  i promatramo njihove mjere. Bez obzira na to kako se točke  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$  pomiču po ekranu, dijagonale će i dalje održavati isti odnos. Odnose i mjere možemo jednostavno promatrati u programu dinamične geometrije.

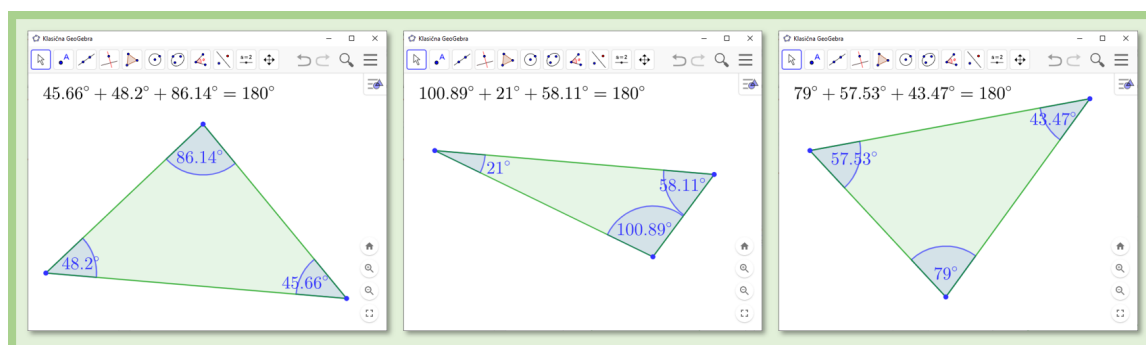


Slika 2.6: Ilustracija u *GeoGebri* zanimljivog svojstva četverokuta

Prisjetimo se kako su na razini 1 objekti mišljenja klase oblika. Kada na papiru nacrtamo četverokut, možemo promatrati samo jedan oblik. No, u programu dinamične geometrije taj četverokut možemo rastezati ili mijenjati na beskonačno mnogo načina, pa učenici zapravo ne istražuju samo jedan oblik, nego veliki broj primjera iz te klase oblika. Ako se svojstvo ili odnos ne promijene kada se promijeni oblik, tada svojstvo možemo pripisati klasi oblika, a ne samo određenom obliku.

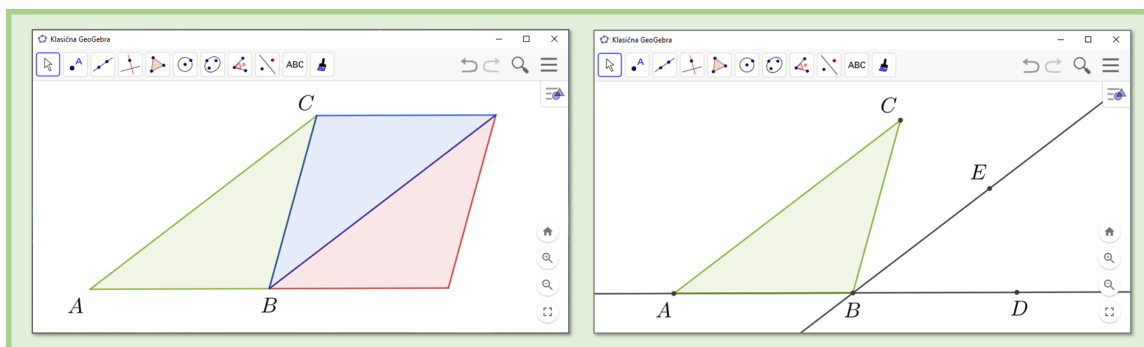
Na razini 2 fokus se prebacuje s jednostavnog ispitivanja svojstava oblika na istraživanja koja uključuju logičko zaključivanje. Učenici bi trebali pokušati dokazati jednostavne teoreme i istraživati ideje koje se izravno povezuju s algebram. Slijedi nekoliko primjera kako nam dinamična geometrija tu može pomoći.

Pretpostavimo da učenici koriste program dinamične geometrije za crtanje trokuta i mjere vrijednosti svih kutova kao na slici 2.7. Gdje god vrhovi trokuta bili, zbroj kutova će uvijek biti  $180^\circ$ . Učenici mogu nagađati da je zbroj unutarnjih kutova trokuta uvijek  $180^\circ$ , ali ne bi to znali dokazati jer opisana aktivnost ne objašnjava zašto je to tako. Iz tog razloga možemo napraviti sljedeću aktivnost koja će nas dovesti do dokaza.



Slika 2.7: Zbroj unutarnjih kutova u trokutu (1)

U programu dinamične geometrije tri trokuta na slici 2.8 mogu se nacrtati tako da prvo nacrtamo trokut  $\triangle ABC$ . Njega potom transliramo udesno za duljinu dužine  $AC$ , a zatim isti trokut rotiramo oko sredine stranice  $BC$ . Kako pomičemo ili mijenjamo početni trokut u programu dinamične geometrije, tako će se pomicati i ostali trokuti i ostati sukkladni. Iako ovo pokazuje učenicima da je zbroj kutova uvijek ispruženi kut, ne pokazuje im zašto. Iz tog razloga imamo drugu sliku na kojoj nacrtamo paralelan pravac s obzirom na dužinu  $AC$  kroz točku  $B$  te promatramo kutove. Potičemo učenike da razmisle zašto su  $\angle CAB$  i  $\angle EBD$  sukkladni, odnosno zašto su  $\angle ACB$  i  $\angle CBE$  sukkladni. Korištenjem svojstva nastalih kutova možemo dokazati da je zbroj kutova uvijek jednak ispruženom kutu [11].

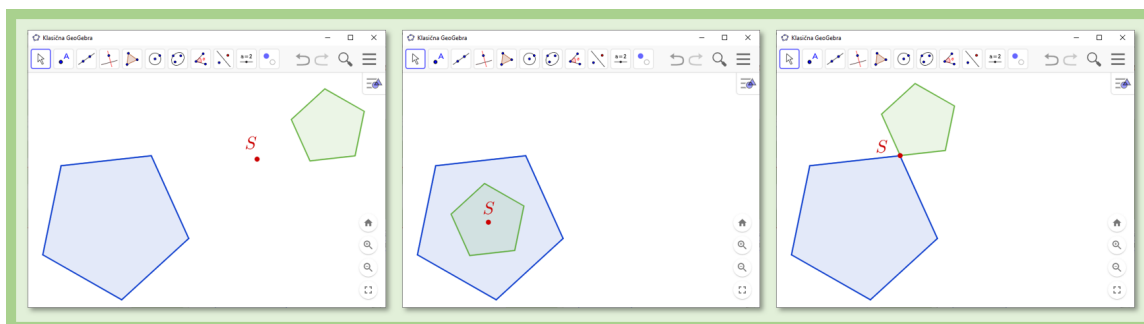


Slika 2.8: Zbroj unutarnjih kutova u trokutu (2)

## Preslikavanje

Preslikavanje je promjena položaja i veličine oblika. Ako preslikavanje čuva udaljenost, odnosno ne mijenja se veličina i oblik našeg geometrijskog oblika, onda je to primjer izometrije. Poznajemo tri elementarna geometrijska preslikavanja: simetriju, pomak (translaciju) i vrtnju (rotaciju).

Na razini 1 za učenike je vrlo bitno da nauče konstruirati preslikavanje ili kompoziciju preslikavanja. To bi trebali znati raditi na papiru pomoću olovke i matematičkog pribora. Program dinamične geometrije može biti od pomoći pri vježbi jer u njemu lako možemo napraviti sva preslikavanja i provjeriti jesmo li dobro nacrtali.



Slika 2.9: Primjer homotetije u programu dinamičke geometrije

S druge strane, kada obrađujemo homotetiju, program dinamične geometrije nam može biti puno korisniji u nastavnim aktivnostima. Podijelimo učenike u grupe i zadamo im da nacrtaju homotetiju s određenim koeficijentom. Sve grupe će dobiti isti oblik, unatoč tome što su koristili drugačije središte homotetije kao u primjeru na slici 2.9. Program za dinamičnu geometriju omogućuje postavljanje koeficijenta na bilo



koju vrijednost. Nakon što smo dobili novi oblik, točku središta homotetije možemo pomaknuti bilo gdje na ekranu, veličina i oblik slike ostaju jasno nepromijenjeni.

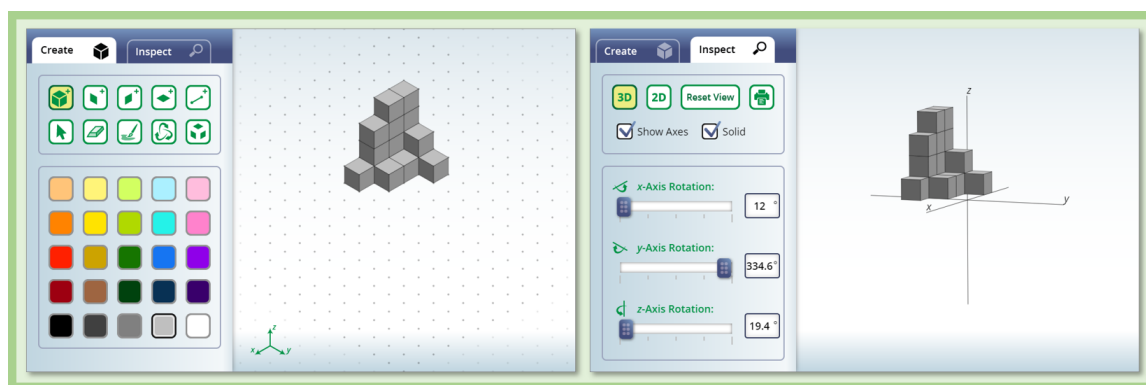
## Lokacija

Učenici bi prema kurikulumu već u šestom razredu trebali „u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini crtati točke zadane cjelobrojnim koordinatama” [4]. Iako ima puno matematičkih aktivnosti koje bi pomogle učenicima u shvaćanju geometrijskih koncepata, program dinamične geometrije će više služiti kao pomoć pri učenju, nego kao program na kojem temeljimo matematičku aktivnost. Program dinamične geometrije će nam poslužiti da brže nacrtamo određene točke ili oblike u koordinatnom sustavu kako bi učenici provjerili vlastiti rad ili kako bi nastavnici demonstrirali rješenje zadatka pred cijelim razredom.

## Vizualizacija

Vizualizacija uključuje sposobnost stvaranja mentalnih slika oblika, mentalnog okretanja tih oblika i razmišljanja o tome kako izgledaju s različitih gledišta, odnosno sposobnost predviđanja kako izgledaju kao rezultat različitih transformacija. Svaka aktivnost koja zahtijeva od učenika da razmišlja, manipulira ili transformira oblik mentalno ili da predstavlja oblik kako se vizualno vidi pridonijet će razvoju vještina vizualizacije učenika [11].

Kao što je slučaj i u prethodnoj kategoriji, ni kod vizualizacije nam dinamična geometrija neće biti prvi izbor za izradu matematičke aktivnosti. Postoje puno bolji resursi na internetu koji mogu pomoći učenicima u boljem shvaćanju dvodimenzionalnog i trodimenzionalnog prostora. Jedan primjer je Alat za izometrijsko crtanje (*engl. Isometric Drawing Tool*) koji se može pronaći na službenim stranicama *NCTM*-a.



Slika 2.10: Primjer korištenja Alata za izometrijsko crtanje na [www.nctm.org](http://www.nctm.org)

Unatoč tome, program dinamične geometrije može biti vrlo bitan kao pomoć pri savladavanju ovakvog nastavnog sadržaja. Učenicima na razini 0 može pomoći da vizualiziraju neki objekt tako što će ga prvo vidjeti i vrtjeti na ekranu. Od tuda će moći zaključiti koliko trodimenzionalni lik ima stranica i ostala njegova svojstva. Na razini 1 može pomoći učenicima pri crtanju dvodimenzionalnog crteža trodimenzionalnog lika ili obratno, izgradnju trodimenzionalnog lika iz dvodimenzionalne slike. Konačno, učenicima na razini 2 može pomoći kada predviđaju kako će izgledati presjek nekog lika. Odgovore na takva pitanja mogu vrlo lako provjeriti i dodatno vizualizirati rješenje u programu dinamične geometrije.

## 2.3 Druga korisna tehnologija

U prethodna dva podnaslova smo pričali o kalkulatorima i programima dinamične geometrije, odnosno tehnologiji koja se vrlo često koristi u nastavnim aktivnostima. Sada, kada ćemo govoriti o drugoj korisnoj matematičkoj tehnologiji koja može pomoći pri savladavanju matematičkog sadržaja, češće ćemo spominjati programe i aplikacije na internetu koje su korisnije kao pomoć pri učenju ili pomoć pri pripremi sata, nego kao pomoć za izvedbu neke aktivnosti u nastavi matematike. No, vidjet ćemo i primjere kada nam ti programi i aplikacije mogu biti vrlo korisni i pri nekoj nastavnoj aktivnosti.

### Edutorij

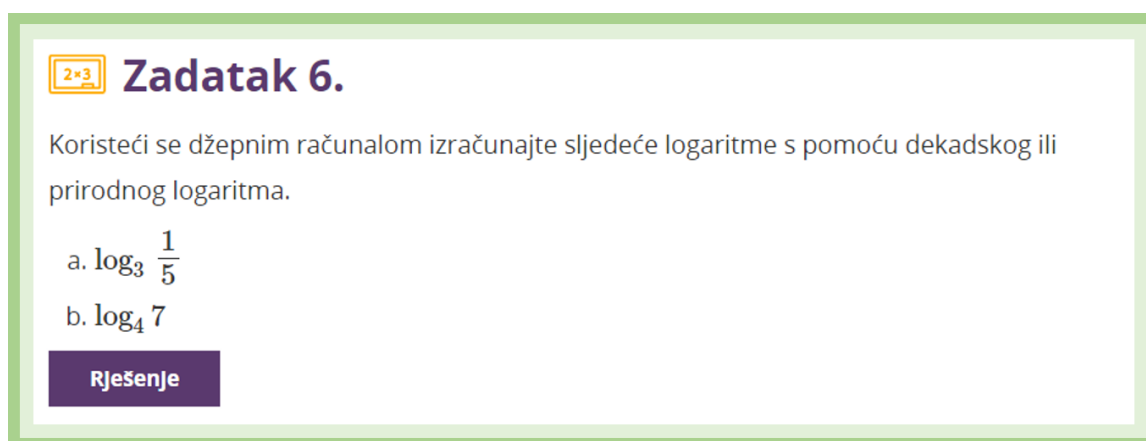
Kao što sama stranica e-Škole [3] kaže „Edutorij je središnje mjesto za pohranu, objavu, razmjenu, ocjenjivanje i dohvat digitalnih obrazovnih materijala.” Projekt je sufinanciran iz Europskog socijalnog fonda i sav sadržaj Edutorija je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže - CARNET. Između ostalog, na stranicama Edutorija možemo pronaći *Digitalno obrazovne sadržaje* i *Scenarije poučavanja* koji će biti najkorisniji za provedbu nastave Matematike pa ćemo njih najviše i spominjati.

### Digitalno obrazovni sadržaji

Digitalno obrazovni sadržaji pokrivaju nastavni sadržaj pojedinog predmeta i razreda prema predmetnom kurikulumu. Tako naprimjer, digitalno obrazovni sadržaji e-Škole pokrivaju nastavni predmet Matematika za 5. - 8. razred osnovne i sve razrede srednje škole. Materijali su podijeljeni u module koji zajedno pokrivaju kurikulum pojedinog razreda. Svaki modul može se koristiti online u internetskom pretraživaču ili se može preuzeti.

Nastavni sadržaj svakog razreda podijeljeno je na kategorije te svaka kategorija dalje na podkategorije ili lekcije. Sav sadržaj u lekcijama metodički je napravljen od strane nastavnika matematike, autora matematičkih udžbenika ili ostalih matematičara.

Kada otvorimo neku od lekcija otvara nam se stranica s nastavnim sadržajem. Na početku stranice možemo vidjeti što ćemo naučiti u lekciji. Dalje slijedi niz primjera, zadataka, definicija, objašnjena i videa te ostalog dodatnog sadržaja koji bi mogao pomoći učenicima u savladavanju nastavnog sadržaja. Nakon svakog zadatka i primjera nalazi se tipka „Rješenje” (slika 2.11) ili „Provjeri odgovor” pomoću kojih možemo provjeriti točnost rješavanja. Ako nam treba pomoć, neki zadaci također imaju i dodatnu tipku „Pokaži pomoć” koja će pokušati učeniku olakšati rješavanje.



**2x3** **Zadatak 6.**

Koristeći se džepnim računalom izračunajte sljedeće logaritme s pomoću dekadskog ili prirodnog logaritma.

a.  $\log_3 \frac{1}{5}$

b.  $\log_4 7$

**Rješenje**

Slika 2.11: Primjer zadatka sa stranice Edutorija

Lekcija na Edutoriju je osmišljena tako da vodi učenika kroz nastavni sadržaj od početka do kraja pri čemu učenik mora aktivno sudjelovati. Učenik redom prolazi kroz sadržaj te rješava primjere i zadatke. Učenik također može „provjeriti svoje znanje” gdje će pred njega biti stavljeno više zadataka za rješavanje i vježbu.

Digitalno obrazovni sadržaji na Edutoriju mogu biti i vrlo korisni za nastavnike pri pripremi nastavnog sata. Opće je poznato da studenti pri polaganju Metodičke prakse iz matematike nerijetko posežu baš za ovim izvorom pri pisanju priprema za nastavni sat. Isto može vrijediti i za sve ostale profesore kojima digitalno obrazovni sadržaji na Edutoriju mogu pružiti svježije ideje za nastavne aktivnosti.

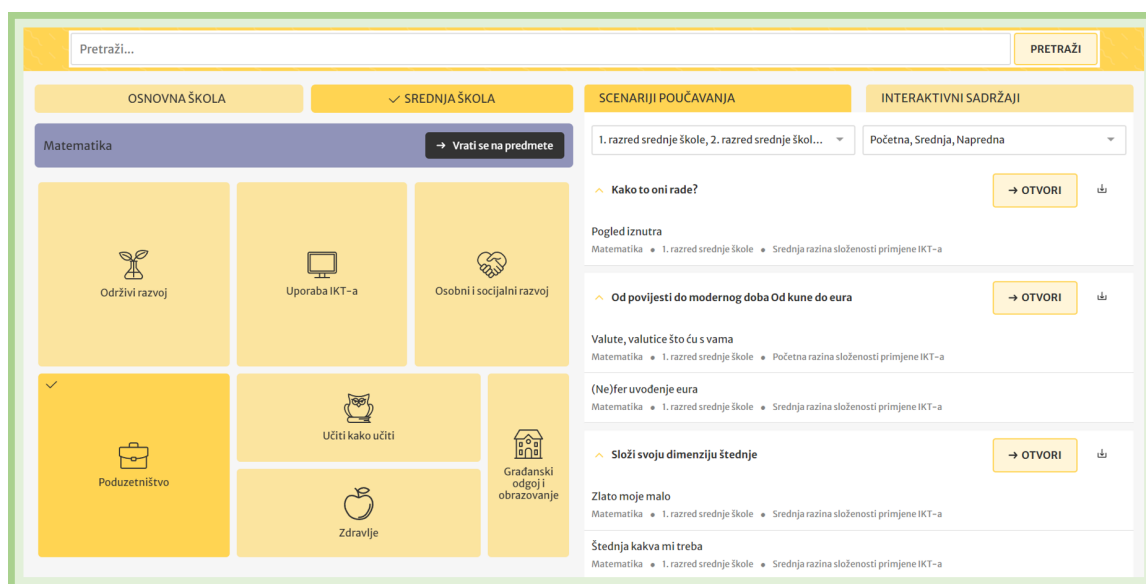
Moje mišljenje je da je sama ideja Digitalno obrazovnih sadržaja odlična. Na njoj se može naći puno sadržaja koji mogu biti korisni za učenike, za studente nastavničkog smjera, za nastavnike, ali i za roditelje koji žele pomoći svojoj djeci pri učenju. Digitalno obrazovni sadržaji odlično pokrivaju nastavni predmet Matematike sve od

5. razreda osnovne škole do kraja srednje škole i prate novi kurikulum. Jedino što po mojem mišljenju nedostaje je praćenje povratnih informacija i ažuriranje određenih lekcija na način kao što to rade neke velike i popularne stranice koje nude online učenje. Tako naprimjer *Coursera* ([www.coursera.org](http://www.coursera.org)), globalna platforma za online učenje prati na koje primjere i zadatke sudionici njihovih lekcija krivo odgovaraju te sadržaj tih primjera i zadataka nastoje unaprijediti kako bi to budućim sudionicima bilo lakše savladati.

## Scenariji poučavanja

Scenariji poučavanja s druge strane služe samo nastavnicima, a ne i učenicima. Među njima nastavnik može pronaći inovativne i maštovite ideje kako unaprijediti nastavu u svojem razredu s nastavnim aktivnostima koje prate suvremene pedagoške metode uz primjenu odgovarajućih sadržaja i alata [3]. Kao i digitalno obrazovni sadržaji, scenariji poučavanja pokrivaaju najnoviji kurikulum i teme iz nastavnog plana i programa. Scenariji poučavanja nisu nastavne aktivnosti, nego ideje i alati. Svaki nastavnik mora prilagoditi nastavnu aktivnost prema svojim i mogućnostima svojih učenika.

Scenarijima se može pristupiti i kroz novi grafički interaktivni pregled koji je intuitivan za upotrebu i prikazan na slici 2.12.



Slika 2.12: Primjer izgleda grafičkog interaktivnog pregleda scenarija poučavanja na Edutoriju

Svaki scenarij na početku ima navedene odgojno-obrazovne ishode i ključne pojmove. Dalje, s desne strane ima navedene ostale informacije o aktivnosti za koji su razred i razinu obrazovanja, koja je razina složenosti primjene IKT-a te korelacije i interdisciplinarnost.

S lijeve strane se često nalazi niz aktivnosti i kako ih provoditi te „Postupci potpore” kako bi se dodatno pomoglo pri izradi nastavne aktivnosti. Određene aktivnosti imaju i dodatni sadržaj kao naprimjer „Za učenike koji žele znati više”. Na kraju stranice nalazi se dodatna literatura, sadržaji i poveznice te poveznica na obrazac gdje se može prijaviti greška ili dati povratna informacija.

Scenariji poučavanja nude niz odličnih ideja kako provesti određene nastavne aktivnosti i definitivno mogu biti od pomoći svakom nastavniku. Unatoč tome ne koriste se koliko i digitalni obrazovni sadržaj. Možda nastavnici imaju svoje aktivnosti koje provode već godinama i ne žele ništa mijenjati, možda nakladnici udžbenika nude odlične aktivnosti uz svoje udžbenike ili možda nastavnici jednostavno nemaju dovoljno vremena za provoditi dodatne aktivnosti na svojim nastavnim satovima.

## Online udžbenici

Online udžbenici su još jedan primjer matematičke tehnologije koju mogu koristiti većinom samo nastavnici. Gotovo svaki nakladnik matematičkih udžbenika, kao naprimjer *Alfa*, *Element*, *Profil*, *Školska knjiga*, itd. ima web stranicu gdje, osim online pregleda digitalnog udžbenika, nude i druge obrazovne sadržaje. Web stranici određenog nakladnika s online udžbenicima i ostalim sadržajem obično mogu pristupiti samo nastavnici koji koriste udžbenike tog nakladnika.

Kao što je već rečeno, osim što se na tim stranicama mogu listati udžbenici u digitalnom obliku, na njima ima, manje ili više, dodatnog obrazovnog sadržaja, ovisno od nakladnika do nakladnika. Tako od dodatnog sadržaja možemo pronaći:

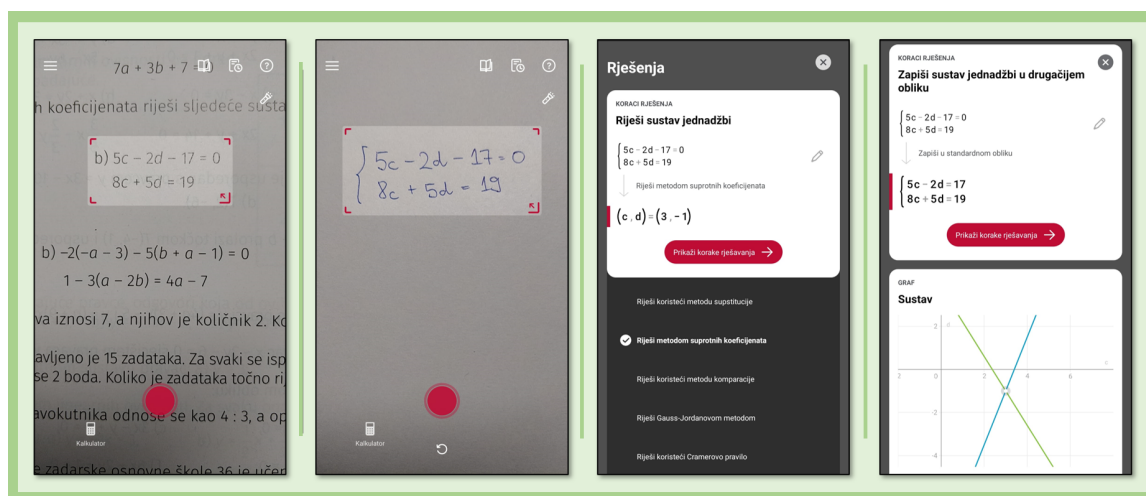
- aplikacije za izradu provjera znanja,
- podršku za pripremu i izvođenje nastave,
- primjere nastavnih aktivnosti,
- dodatnu edukaciju za nastavnike,
- metodičke udžbenike za nastavnike,
- i ostali sličan materijal.

Iz godine u godinu dodatni sadržaj na web stranicama nakladnika raste i unaprijeđuje se kako bi priuštili nastavnicima koji su njih odabrali što bolju podršku za provođenje

nastave. Dodatni sadržaj, ali i samo digitalno izdanje udžbenika može biti od velike pomoći svakom nastavniku kao pomoć za pripremu i izvođenje nastavnih aktivnosti i nastave. S unaprijeđenjem tehnologije i web stranice nakladnika se unaprijeđuju te dodatni sadržaj koji nakladnici nude postaje sve bolji i bolji. Već sada imamo aplikacije pomoću kojih se mogu prema njihovim riječima „jednostavno, brzo i lagano” izraditi provjere znanja koje nastavnik može sam prilagođavati, tako da u budućnosti možemo očekivati da takve aplikacije, ali i druge, budu sve bolje i bolje te sve korisnije svakom nastavniku.

## Photomath

Za razliku od online udžbenika i dodatnog sadržaja koji dolazi uz njega, *Photomath* je aplikacija za učenike koja im može pomoći savladati određeni nastavni sadržaj. Bez obzira na razinu znanja učenika, aplikacija će mu pokušati pomoći u rješavanju problema uz poticanje učenja i razumijevanja osnovnih matematičkih pojmova. Aplikacija bi trebala biti nešto poput besplatnih instrukcija koje učenici uvijek mogu koristiti na svojim mobilnim uređajima ili tabletu.



Slika 2.13: Primjer korištenja aplikacije *Photomath*

Način na koji aplikacija funkcionira je taj da korisnik pomoću kamere na mobitelu skenira neki matematički problem te odmah dobije rješenje na zaslonu uređaja. Skenirati se mogu zadaci napisani rukom ili zadaci isprintani na papiru (npr. zadatak iz udžbenika), kao na slici 2.13. Rješenje koje učenik dobije na zaslonu sadrži jasne korake i detaljne upute pritiskom na tipku „Prikaži korake rješavanja” gdje je svaki korak rješavanja zadatka napisan i popraćen tekstom objašnjenja. Neki problemi

imaju čak i više metoda rješavanja i grafički prikaz rješenja. Također, za određene probleme aplikacija čak pokaže i animirane računске korake.

Aplikacija *Photomath* naravno još uvijek ne može riješiti sve zadatke. Tekstualni zadaci na hrvatskom jeziku su jedan primjer takvih zadataka. Ali unatoč tome, aplikacija može biti veoma korisna i može pomoći učenicima da savladaju nastavni sadržaj oko kojeg im treba pomoć ili da provjere rješenja domaće zadaće i pronađu potencijalne greške u računu. No, učenici moraju biti željni naučiti nešto i racionalno koristiti aplikaciju za napredak u svojem znanju. Vrlo je bitno da nastavnik i roditelji pozitivno utječu na učenika i potiču ga da koristi pomoć kada mu je potrebna, ali da nikako ne može koristiti aplikaciju samo za „prepisivanje” domaće zadaće. Uz pravi stav učenika, aplikacija može biti od velike koristi i velika ušteda vremena.

## Ostala online tehnologija

Osim prethodno nabrojanih online tehnologija od kojih neke mogu pomoći učenicima u savladavanju nastavnog sadržaja, a neke nastavnicima u pripremi nastavnih aktivnosti spomenimo ukratko i ostale resurse koje možemo naći na internetu i koji mogu pomoći učenicima i nastavnicima.

### Video materijali

Brojne su web stranice, aplikacije i portali na internetu koji sadrže mnogo video materijala koji mogu pomoći i učenicima u savladavanju nastavnog sadržaja, nastavnicima u pripremi nastave ili da pokažu učenicima što žele za vrijeme nastavne aktivnosti.

Najpoznatija video platforma je zasigurno *YouTube* na kojoj se, između ostaloga može pronaći mnogo matematičkih videa. Na *YouTube*-u možemo pronaći i videolekcije koje je Ministarstvo znanosti i obrazovanja objavilo tijekom online nastave u protekloj školskoj godini. Osim njih, tamo su i vrlo korisni i poučni video materijali prof. Antonije Horvatek ([www.youtube.com/user/antonijahorvatek](http://www.youtube.com/user/antonijahorvatek)) i ostalih matematičara. Korisni video materijali se također mogu pronaći na *Toni Milun Portalu* ili web stranici *Khan Academy* (nažalost, bez podrške za hrvatski jezik) gdje osim video materijala možemo pronaći i tekstualne matematičke lekcije.

### Proračunske tablice

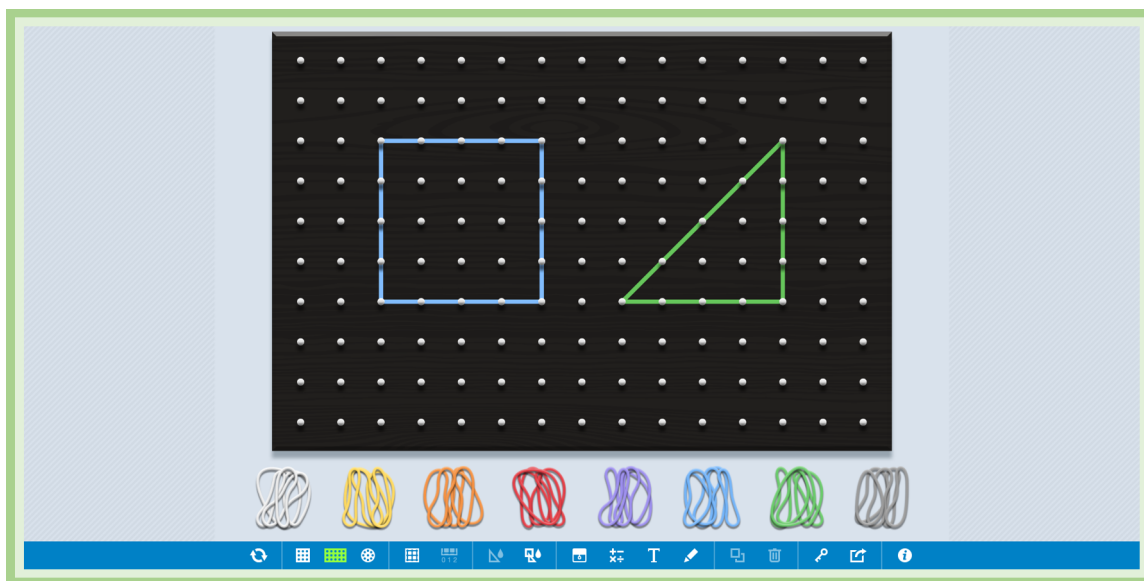
Proračunske tablice *Excel* i *Google Sheets* mogu biti odličan način za uvođenje ideja o varijablama i jednadžbama jer kada koristimo proračunske tablice ne radimo zapravo s brojevima, nego s varijablama, tj. ćelijama.

Proračunske tablice su također odlične za rad s nizovima. Mogućnost da se od bilo kojeg skupa ili niza brojeva napravi jednostavan graf unutar programa je odlična jer nam može poslužiti da pobliže pokušamo objasniti učenicima što želimo.

Jedan od primjera koji možemo dati učenicima je: „U banci na računu imamo 20000 kuna i svake godine uplatimo dodatnih 2000 kuna. Ako svake godine nakon uplate također s računa skinemo 20% iznosa, što će se dogoditi sa stanjem na našem računu kroz godine?“.

### Online geoploče

Geoploča je ploča s čavlicima koji su raspoređeni u kvadratnu mrežu ili kružnicu. Oko čavlića je moguće rastezati elastične vrpce (npr. gumice). Dok učenici rade s geopločom igraju se s brojevima, otkrivaju matematiku, razmjenjuju ideje i mišljenja, razvijaju sposobnost rješavanja problema te ih se uči kako učinkovito raditi u paru ili u skupinama. [8]



Slika 2.14: Primjer aplikacije za rad s geopločom (*The Math Learning Center*)

Geoploče možda nisu dostupne svakom nastavniku i u svakoj učionici, ali zato učenicima osnovnih škola tableti jesu. Postoje odlične aplikacije i web stranice koje mogu zamjeniti fizičku geoploču s onom digitalnom bez ikakvih nedostataka.



### **Edukativne igre**

Edukativne igre se puno češće koriste u prva četiri razreda osnovne škole i to obično na satovima ponavljanja nastavnog sadržaja, iako ih se može koristiti i u ostalim razredima kod starijih učenika. To mogu biti igre kao *Čovječe ne ljuti se* ili *Bingo* u 1. razredu osnovne škole za usvajanje zbrajanja i oduzimanja. Učenici za razvijanje matematičkih sposobnosti i matematičkog razmišljanja mogu igrati i igre kao *Šah* ili *Sudoku*. Kvizovi su još jedan oblik edukativne igre za sve razine obrazovanja gdje učenici mogu na brzinu ponoviti naučen nastavni sadržaj.

## Poglavlje 3

# Aktivnosti za nastavu matematike

### 3.1 Tehnološko i digitalno podržane aktivnosti

Grandgenett, N., Harris, J., i Hofer, M. (2011) prilagodili su i predložili sedam kategorija aktivnosti kako uključiti tehnologiju u nastavu matematike: usvajanje novih informacija, vježba, istraživanje i interpretacija pojmova, prezentacija, matematika u stvarnom svijetu, procjena te izrada vlastitih materijala [1]. To su aktivnosti koje potiču učenike da razmišljaju i pokušaju dati smisao novim informacijama. Uz njih će vježbati, interpretirati, istraživati, izrađivati, prezentirati te primjenjivati matematiku u stvarnom životu. Kombinacijom dvije ili više aktivnosti dajemo veću šansu da modeliramo primjenu matematike u stvarnom svijetu.

Razne tehnološko i digitalno podržane aktivnosti koje ćemo u nastavku spomenuti nude nam načine kako pristupiti i razmišljati o digitalnim alatima, pedagogiji i sadržajima. Te aktivnosti možemo kombinirati kako bi se učenici bolje uključili u stratešku i smislenu upotrebu tehnologije te modelirali procese koji produbljuju razumijevanje učenika.

#### Usvajanje novih informacija

U ovoj kategoriji nalaze se aktivnosti s kojima se najčešće možemo susreti na nastavi. Ovdje spadaju sve aktivnosti pomoću kojih učenici usvajaju novo znanje od nastavnika ili drugog učenika na temelju demonstracije ili prezentacije. To može biti prezentacija, video, slika ili neki drugi oblik digitalnog resursa. Slično tome, spomenimo čitanje poglavlja iz nekog digitalnog teksta, npr. online udžbenik, pdf dokument, web stranica ili slično.

Osim aktivnosti koje se mogu provoditi na nastavi, u ovu kategoriju možemo svrstati i ostale aktivnosti koje učenik može samostalno provoditi. Spomenimo i

online tražilice i aplikacije koje se mogu koristiti kako bi se bolje razumio neki zadatak (*Google tražilica, WolframAlpha, Photomath...*), proračunske tablice za prikazivanje podataka i grafički prikaz te online kalkulatora.

## Vježba

Osim za dublje razumijevanje zadataka, kalkulatori, programi dinamične geometrije, proračunske tablice, ali i ostale stranice i aplikacije (*WolframAlpha, Photomath, proračunske tablice...*) mogu služiti i za provjeru točnosti riješenih zadataka te izračunavanje velikih količina zadataka.

Osim rješavanja i provjere, dostupne online stranice i aplikacije mogu služiti i za vježbu. S jedne strane to mogu biti matematički zadaci na raznim stranicama poput web stranica online udžbenika ili web stranica koje služe izravno za vježbu određenog dijela nastavnog sadržaja. S druge strane, rješavanje različitih zagonetki i ostalih matematičkih problema ili igranje igri (šah, sudoku...) mogu doprinijeti napretku i boljem razmišljanju koje će unaprijediti rješavanje matematičkih problema kod učenika.

## Istraživanje i interpretacija pojmova

Nakon grupe aktivnosti koje učenici uglavnom provode sami, u ovu grupu spadaju aktivnosti koje se mogu provoditi na nastavi. Pomoću softvera dinamične geometrije (npr. *GeoGebra*) i sličnih online resursa možemo navesti učenike na razmišljanje, nagađanje i razvijanje argumenata. Prilikom razgovora učenici će često, u situacijama u kojima je to moguće, dolaziti do različitih pristupa za rješavanje problema.



Slika 3.1: Primjer 2-D animacije otkrivanja broja  $\pi$

Vrlo popularna matematička aktivnost gdje učenici upoznaju i istražuju ulogu i svojstva broj  $\pi$  često oduzima puno vremena ako se radi pomoću krojačkog metra ili neke trake. Danas zahvaljujući tehnologiji, 2-D (slika 3.1) i 3-D animacijama te ostalim resursima na internetu tu istu aktivnost možemo jednako efikasno provesti

i pomoću računala i projektora. Učenici neće biti izravno uključeni u mjerenje, ali će moći objašnjavati vezu između različitih prikazanih mjerenja, procjenjivati vrijednosti i predviđati rezultate proučavanjem veza između različitih mjera te na kraju jednostavno interpretirati dobiveni rezultat i dalje ga primjenjivati.


## Prezentacija

U ovu grupu tehnološko i digitalno podržanih aktivnosti spadaju aktivnosti koje se uglavnom ne provode na nastavi matematike u Republici Hrvatskoj. Glavni razlog tome je nedostatak vremena. No, takve aktivnosti bi zasigurno trebale imati mjesta u nastavi matematike.

Tu možemo spomenuti izradu pisanih dokumenata ili prezentacija pojedinačno ili u paru te prezentaciju već naučenih matematičkih koncepata, tema ili procesa. Izrada takvih dokumenata pomogla bi učenicima u savladavanju matematičke terminologije.

## Matematika u stvarnom svijetu

Ova kategorija aktivnosti je jedna od najbitnijih. Ona će pomoći učenicima da onom što uče na nastavi matematike daju neki smisao i da vide širu sliku te dobiju motivaciju za učenje. Aktivnosti tog tipa često su vezane za modeliranje i matematičku reprezentaciju u situacijama u stvarnome životu. Jednostavan primjer aktivnosti je računanje koliko boje za zid moramo kupiti ako želimo obojati cijelu sobu.



**Zadatak**  
Koliko najmanje boje za zid moramo kupiti ako želimo obojati zidove i strop sobe širine 2 metra, dužine 2.5 metara i visine 2.5 metara?  
Uzmimo u obzir da je u sobi jedan prozor oblika kvadrata sa stranicama 80 cm te da su ulazna vrata u sobu oblika pravokutnika sa stranicama 90 i 200 cm.

Slika 3.2: Primjer zadatka s modeliranjem (izvor slike sobe: *Fatkhur Rozi*)

No, osim aktivnosti u učionici vezane za modeliranje, spomenimo i neke aktivnosti koje učenici mogu sami raditi kod kuće ili u školi. U ovu kategoriju bi spadale

aktivnosti poput odabira prave strategije za rješavanje problema ili primjenjivanje znanja iz matematike na situacije rješavanja ispita znanja. Vježba rješavanja ispita, bilo to online ili ne, pripremit će učenike za rješavanje ispita znanja u školi te pomoći da budu manje anksiozni i u strahu za vrijeme ispita.

## Procjena

Velika pomoć učenicima pri učenju matematike je u procjenjivanju vlastitog rada, ali i rada ostalih učenika. Usporedbom svog rada s radom ostalih učenika, učenik će uspoređivanjem matematičkih strategija odrediti koja je najprikladnija za rješavanje određenog problema. Zahvaljujući tehnologiji danas, učenici jednostavno mogu usporediti svoj rad s radom prijatelja ili poznanika preko interneta ili naći rješenje nekog zadatka online te tako usporediti svoj rad s radom nekog drugoga.

Odlične matematičke aktivnosti koje mogu pomoći učenicima su i one gdje učenici koristeći neki digitalni resurs (*GeoGebra*, *Excel*, online kalkulator. . .) nagađaju i koriste protuprimjere za izgradnju logičkog slijeda izjava pri istraživanju kako bi podupirali svoje ideje. Učenici također mogu testirati svoje ideje i rješenja te provjeravati imaju li ona smisla u kontekstu neke situacije.

## Izrada vlastitih materijala

U zadnjoj, sedmoj kategoriji nalaze se aktivnosti gdje učenici sami ili u grupi izrađuju vlastite materijale, projekte i ostale resurse. To može biti zajedničko učenje s prijateljima i kolegama online ili prezentiranje u školi za Večer matematike ([www.matematika.hr/vecermatematike/](http://www.matematika.hr/vecermatematike/)) ili neki sličan događaj (npr. „ $\pi$  dan”).

Zahvaljujući napretku tehnologije, učenici također imaju mogućnost izrade kvizova, testova i ostalih matematičkih materijala. Izrada takvih materijala pomoći će im pri dodatnom usvajanju nastavnog sadržaja.

## 3.2 Primjeri za rad u nastavi

U ovom poglavlju dat ću nekoliko konkretnih primjera nastavnih aktivnosti u kojima se koristi tehnologija ili pri kojima tehnologija može zaista puno pomoći. Primjeri će obuhvaćati različite razine obrazovanja, različite domene i različite tehnologije.

### Podatci: kalkulatori

Ovo je aktivnost koju sam izvodio na ispitnom satu Metodičke prakse u srednjoj školi. U uvodnom dijelu sata učenici su upoznali pojam standardne devijacije, izračunali

jedan primjer i poopćili formulu. Kako nema potrebe da učenici uvježbavaju svoje računske sposobnosti osnovnih matematičkih operacija, nego želimo dati dublji smisao standardnoj devijaciji, nastavnik upoznaje učenike s računanjem standardne devijacije pomoću kalkulatora.

Vrlo je bitno napomenuti kako je važno da učenici imaju kalkulator na satu na kojem se izvodi nastavna aktivnost. U mojem se slučaju svi učenici imali znanstveni kalkulator marke *Casio* te su svi mogli pratiti aktivnost bez ikakvih problema.

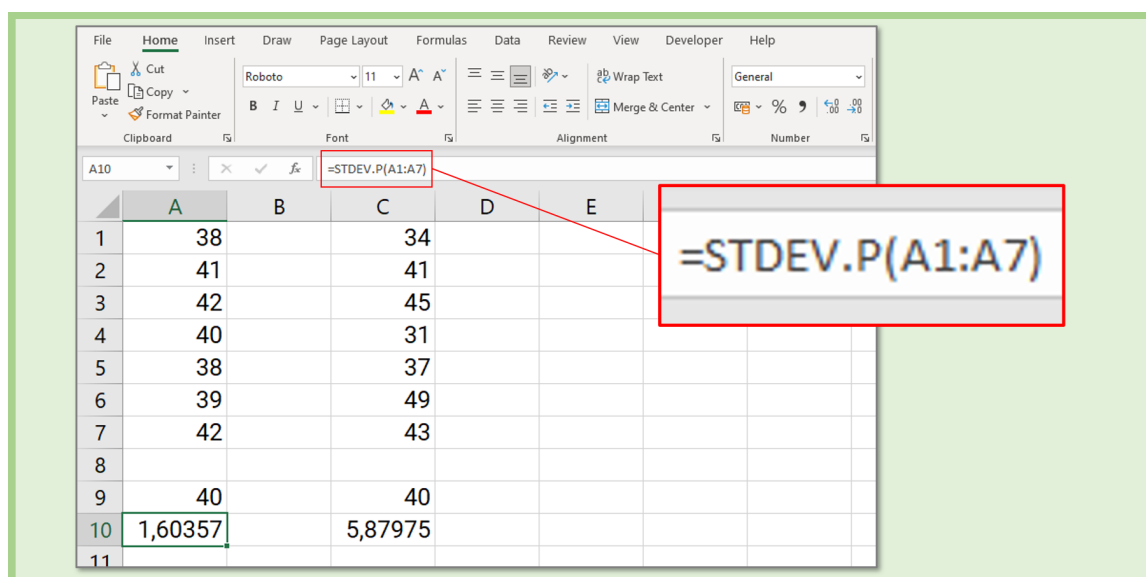
Nastavna tema:	Podatci - Standardna devijacija
Razred:	1. razred gimnazije
Cilj:	Učenici će uvježbavati korištenje kalkulatora i računati aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju pomoću kalkulatora.
Nastavni oblik:	Frontalna nastava.
Potrebni materijal:	Ploča, računalo, projektor i znanstveni kalkulator.

### Tijek aktivnosti:

Kao uvod u aktivnost nastavnik ispituje učenike znaju li neke računalne programe koji nam mogu pomoći lakše računati aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju. Nastavnik u dijalogu s učenicima dolazi do računalnog programa *Microsoft Excel* te ispituje učenike znaju li oni izračunati u njemu aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju. Nastavnik pomoću *PowerPoint* prezentacije govori učenicima kako aritmetičku sredinu možemo izračunati s funkcijom = *AVERAGE()*, dok standardnu devijaciju možemo izračunati s funkcijom = *STDEV.P()*.

Nastavnik dalje tumači učenicima važnost korištenja kalkulatora te uz pomoć prezentacije (Slika 3.4) učenicima objašnjava korak po korak kako možemo koristiti kalkulator za računanje aritmetičke sredine i standardne devijacije. Nastavnik istovremeno demonstrira i prati učenike kako napreduju s računanjem. Ako neki učenik ima poteškoće, nastavnik mu pomaže.

1. Pritisnemo tipku *MODE* ili *MENU*.
2. U izborniku odaberemo *STAT* ili *Statistics*.
3. U izborniku odaberemo *1-VAR* ili *1-Variable*.
4. Upisujemo podatke. Nakon svakog podatka pritisnemo tipku „jednako“ [=]. Kada smo upisali sve podatke pritisnemo tipku *ON*.



Slika 3.3: Slajd prezentacije za pomoć pri nastavnoj aktivnosti *Upotreba kalkulatora* (1. dio)

Nastavnik učenike, kako bi bolje razumjeli pojam standardne devijacije i kako bi uvježbali korištenje kalkulatora, dijeli u četiri grupe. Svaki učenik iz pojedine grupe mora samostalno izračunati aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju zadano skupa elemenata. Prva grupa učenika dobiva niz brojeva {8, 9, 10, 11, 12}, druga grupa učenika dobiva niz brojeva {6, 8, 10, 12, 14}, treća niz brojeva {4, 7, 10, 13, 16} i četvrta grupa učenika niz brojeva {2, 6, 10, 14, 18}.

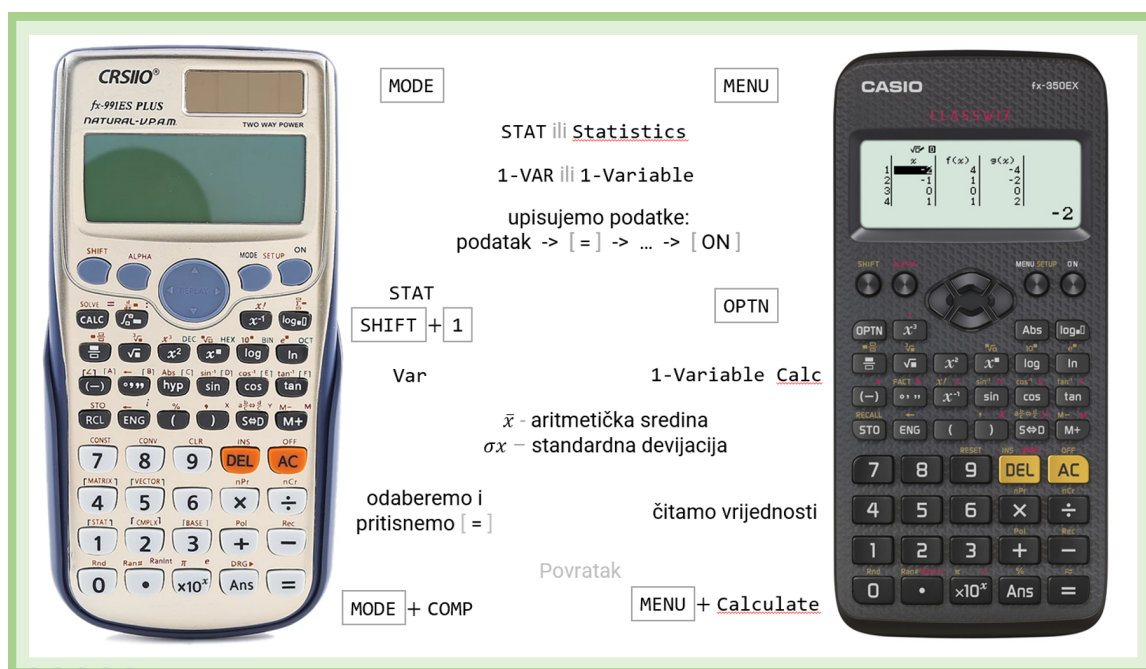
- Ovisno o kalkulatoru moramo pritisnuti tipku *STAT* ili *OPTN*.
- U izborniku odaberemo *Var* ili *1-Variable Calc*.
- Ovisno o kalkulatoru, ili čitamo vrijednosti aritmetičke sredine i standardne devijacije ili ih odaberemo u izborniku i pritisnemo tipku „jednako“ [=].

Nastavnik proziva po jednog učenika iz svake grupe i zapisuje njihova rješenja na ploču. Aritmetička sredina svakog skupa je 10, dok je standardna devijacija redom:

$$\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2} \text{ i } 4\sqrt{2}.$$

Učenici u dijalogu s nastavnikom dodatno zaključuju i bolje razumiju što znači da je standardna devijacija prosječno odstupanje od prosjeka i da što podatci više odstupaju od aritmetičke sredine to će standardna devijacija biti veća.

Za kraj nastavnik objašnjava kako se vratiti u početne postavke kalkulatora.



Slika 3.4: Slajd prezentacije za pomoć pri nastavnoj aktivnosti *Upotreba kalkulatora* (2. dio)

8. Kako bi se vratili na početne postavke pritisnemo *MODE* ili *MENU* i u izborniku odaberemo *COMP* ili *Calculate*.

## Pojam funkcije: ponavljanje pomoću kviza

Tijekom protekle školske godine nastava se često odvijala online te je odlična ideja za ponavljanje bila izrada kviza. Na internetu postoji puno besplatnih i dovoljno dobrih stranica za izradu kviza. Kviz iz sljedeće aktivnosti koju sam izvodio tijekom online sata na Metodličkoj praksi iz matematike napravljen je na stranici *Classtime*, no mogu poslužiti mnoge druge slične stranice. Izabrao sam stranicu *Classtime* jer na njoj mogu uživo pratiti kako učenici napreduju te kasnije vidjeti na koja pitanja su učenici odgovarali točno, a s kojim pitanjima su imali nejasnoća. Primjeri su preuzeti sa web stranica Edutorija.

Kviz ne mora isključivo biti samo za online nastavu. Aktivnost ponavljanja uz pomoć kviza može se napraviti i u razredu na tabletima u osnovnoj školi ili na mobilnim u srednjoj školi. Također može biti i zadana da se riješi za domaću zadaću ili dana učenicima kao vježba prije pismene provjere. Kviz je brz i efikasan način pomoću kojeg možemo sve učenike ispitati sva pitanja, a zatim komentirati odgo-



vore. To se bitno razlikuje od klasičnog ponavljanja u razredu gdje prozovemo samo jednog učenika da odgovori na postavljeno pitanje.

Nastavna tema:	Linearna funkcija - Pojam funkcije
Razred:	1. razred gimnazije
Cilj:	Učenici će ponoviti definiciju pojma funkcije razlikujući pojam funkcije od pridruživanja i međusobne ovisnosti varijabli te koristiti matematički jezik povezan s funkcijom i njezinim svojstvima.
Nastavni oblik:	Frontalna nastava ili online nastava.
Potrebni materijal:	Računalo te mobiteli ili tableti za učenike.

### Tijek aktivnosti:

Nakon što se uveo pojam funkcije nastavnik s učenicima dijeli poveznicu na kviz. Učenici otvaraju kviz na svojem računalu, tabletu ili mobitelu. Učenici imaju 10 minuta za riješiti kviz. Nakon što su učenici gotovi, nastavnik s učenicima komentira točne odgovore na pitanja.

*U ovom slučaju kviz se sastojao od 10 „da-ne” pitanja. Cilj je bio da učenici na svakom pitanju odrede je li određeno pridruživanje funkcija ili ne. Pitanja nisu zahtjevala računanje. Naglasak je bio stavljen na komentiranje odgovora nakon što su svi gotovi, gdje će učenici koji su krivo odgovorili na pitanje, u razgovoru s nastavnikom, doći do točnog odgovora te usmeno objasniti zašto određeno pridruživanje je, odnosno nije bila funkcija. Ako neko pridruživanje nije bilo funkcija, nastavnik postavlja dodatna potpitanja kada bi to pridruživanje bilo funkcija.*

Primjeri nekih od pitanja slijede u nastavku.

### Primjer 1

Zadana su dva skupa i pravilo pridruživanja. Određuju li oni funkciju?

$$D = \{\text{siječanj, veljača, ožujak, \dots, prosinac}\}$$

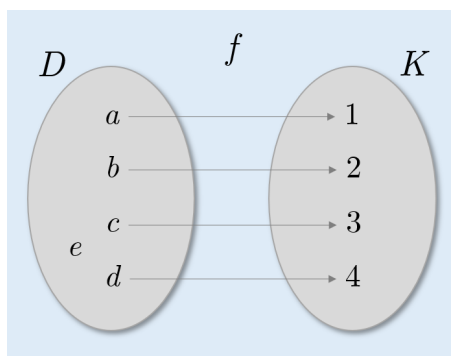
$$K = \{28, 29, 30, 31\}$$

$f$  je pravilo koje svakom mjesecu pridružuje broj dana u mjesecu

**Odgovor:** Ne, zato što *veljači* iz domene možemo pridružiti vrijednosti 28 i 29 iz kodomene. Ako bi se ograničili da gledamo samo broj dana u mjesecu u određenoj godini, onda bi *veljači* pridružili samo jednu vrijednost iz kodomene i ovo pridruživanje bi bila funkcija.

**Primjer 2**

Prikazuje li sljedeći dijagram funkciju?



**Odgovor:** Ne, zato što nismo svakom elementu iz domene pridružili točno jednu vrijednost iz kodomene. Kada element  $e$  ne bi bio u domeni, dijagram bi prikazivao funkciju. Kada bi elementu  $e$  bila pridružena samo jedna vrijednost iz kodomene, dijagram bi prikazivao funkciju.

**Primjer 3**

Neka je domena  $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  i kodomena  $K = \{a, b, c, d, e\}$ . Je li pridruživanje  $f: D \rightarrow K$  funkcija?

$x$	1	2	3	4	5
$f(x)$	$a$	$a$	$b$	$c$	$d$

**Odgovor:** Da, jer se svakom elementu iz domene pridružuje samo jedan element iz kodomene.

**Oplošje kvadra: dinamična geometrija**

Softver dinamične geometrije može uvelike poslužiti kod uvođenja mreže tijela, Pitagorinog poučka, za vizualizaciju prizmi, obradu rotacijskih tijela, obradu linearnih, kvadratnih i ostalih funkcija. Kod nekih aktivnosti srednje škole, kao Cavalijerijev princip ili izvođenje formule za volumen kugle primjenom Cavalierijeva principa *GeoGebra* je skoro neizbježan alat koji će pomoći približiti i vizualizirati učenicima nastavni sadržaj.

Treća konkretna aktivnost pokazuje samo jedan od primjera kako softver dinamične geometrije, u ovom slučaju *GeoGebra*, može biti koristan na nastavi matematike.

Nastavna tema:	Kvadar - Prizme
Razred:	8. razred
Cilj:	Učenici prema modelu uspravnoga kvadra opisuju plohe koje ga omeđuju i na osnovi toga izrađuju mrežu tijela koja će im biti potrebna za određivanje njegova oplošja.
Nastavni oblik:	Frontalna nastava.
Potrebni materijal:	Računalo i projektor.

### Tijek aktivnosti:

GeoGebra Classic

dužina = 3.8      širina = 4.2      visina = 3.5

Pokaži/sakrij mrežu  
 Pokaži/sakrij oplošje kvadra

3.8 cm      4.2 cm      3.5 cm

3.8 cm      4.2 cm      3.5 cm

Oplošje kvadra =  $(2 \times \text{dužina} \times \text{širina}) + (2 \times \text{dužina} \times \text{visina}) + (2 \times \text{širina} \times \text{visina})$   
 Oplošje kvadra =  $(2 \times 3.8 \times 4.2) + (2 \times 3.8 \times 3.5) + (2 \times 4.2 \times 3.5)$   
 Oplošje kvadra = 31.92 + 26.6 + 29.4  
 Oplošje kvadra = **87.92 cm<sup>2</sup>**

Slika 3.5: Primjer korištenja *GeoGebre* za nastavnu aktivnost računanja oplošja kvadra (prilagođen dokument autora s korisničkim imenima *lienad5* i *Duane Habecker*)

Nakon što su učenici upoznali kvadar, diskutirali o odnosima bridova i strana kvadra te definirali mrežu kvadra slijedi računanje oplošja kvadra. Učenici već od prije znaju kako je oplošje geometrijskog tijela zbroj površina svih ploha (strana) kojima je to tijelo omeđeno. Učenici kroz razgovor s nastavnikom dolaze do zaključka da je oplošje kvadra zapravo jednako površini mreže kvadra, odnosno zbroju površina svih strana kvadra.

Nastavnik izvodi izraz za izračunavanje oplošja kvadra. Dalje, koristeći softver dinamične geometrije, nastavnik rješava nekoliko primjera. Nakon što učenici pročitaju primjer, nastavnik im ostavlja malo vremena prije nego pokaže mrežu kvadra na projekciji svojeg računala. Isto tako, nastavnik ostavlja još malo vremena učenicima da izračunaju oplošje kvadra prije nego pokaže konačno rješenje. Nastavnik pomoću softvera dinamične geometrije može pokazati više primjera u kratkom vremenu te demonstrirati kako se mreža kvadra mijenja kada mijenjamo stranice zadanoga kvadra.

Nastavnik kasnije dijeli poveznicu na *GeoGebra* dokument kako bi učenici na svojim tabletima i računalima mogli dodatno vježbati i proučavati mrežu kvadra.

## Graf i svojstva funkcije sinus: dinamična geometrija

Softver dinamične geometrije ne mora biti alat kojeg samo nastavnici koriste kako bi učenicima približili i vizualizirali nastavni sadržaj. Uz pretpostavku da su učenicima dostupna računala na nastavi, oni sami mogu otkrivati različita svojstva matematičkih elemenata kroz softver dinamične geometrije. Nastavnik će ih samo voditi kroz otkrivanje postavljanjem pitanja i pomaganjem kada je to potrebno.

U sljedećoj aktivnosti ćemo pokazati kako računala u rukama učenika mogu biti odličan alat za otkrivanje i učenje. Pokazat ćemo primjer gdje učenici upoznaju graf i svojstva funkcije sinus. Slična nastavna aktivnost može se odraditi i s drugim grafovima funkcija, kao npr. logaritma ili eksponencijalne funkcije.

Čak i u slučaju da učenicima nisu dostupna računala na nastavi, nastavnik im može zadati ovakvu aktivnost otkrivanja za domaću zadaću.

Nastavna tema:	Graf i svojstva funkcije sinus
Razred:	3. razred gimnazije
Cilj:	Učenici prepoznaju, opisuju i analiziraju graf trigonometrijske funkcije sinus.
Nastavni oblik:	Diferencirana nastava.
Potrebni materijal:	Računalo i softver dinamične geometrije.

**Tijek aktivnosti:**

Nakon kratkog ponavljanja definicije funkcije sinus i njezinih svojstava nastavnik dolazi do definicije funkcije sinusoida.

**Definicija.** Graf funkcije  $f(x) = A \sin(bx + c) + d$  nazivamo sinusoida.

Nastavnik dalje učenicima zadaje četiri zadatka u kojima učenici prvo moraju u softveru dinamične geometrije nacrtati graf te zatim mijenjajući koeficijent u formuli odgovoriti na pitanja u tome zadatku.

Dok učenici crtaju zadane funkcije u softveru dinamičke geometrije i pokušavaju odgovoriti na pitanja, nastavnik obilazi učenike te pomaže učenicima koji imaju poteškoća s rješavanjem ili kojima je potrebna pomoć. Ako nastavnik vidi da više učenika ima poteškoće na nekom pitanju, može ga dodatno objasniti pred cijelim razredom.

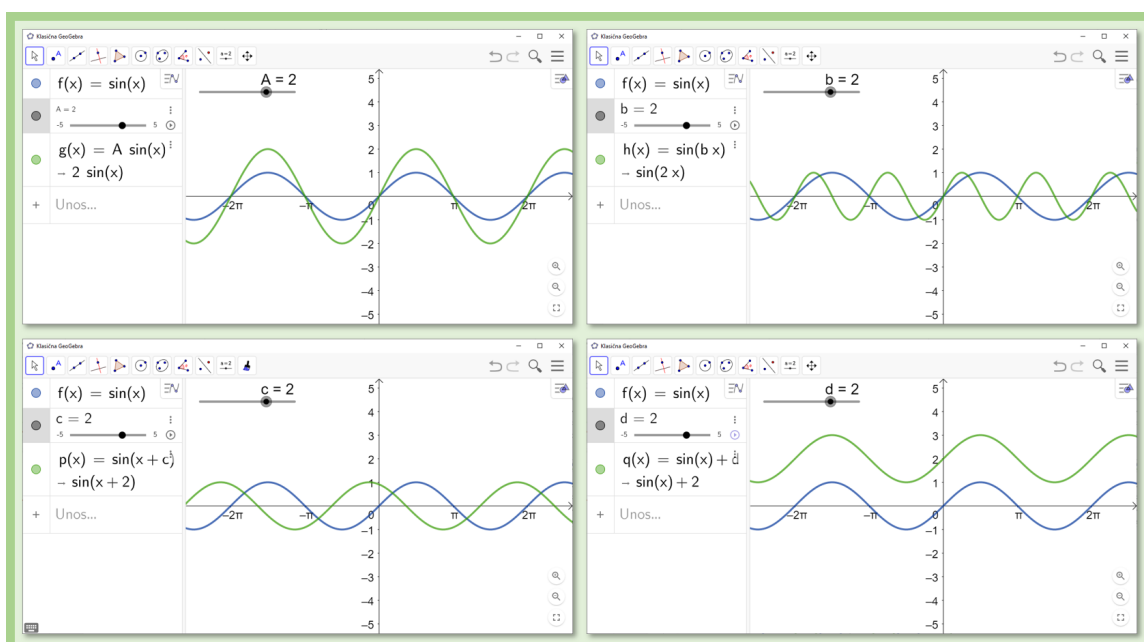
Jedna varijanta mogućih istraživanja učenika dok traže odgovore na pitanja je prikazana na slici 3.7. Nastavnik zadatke može podijeliti na nastavnom listiću, putem prezentacije (kao na slici 3.6) i projektora ili usmeno i pomoću ploče u razredu.

**GRAF I SVOJSTVA FUNKCIJE SINUS**

U softveru dinamične geometrije prvo nacrtajte graf funkcije  $f(x) = \sin x$ . Potom nacrtajte graf zadan u zadacima ispod te mijenjajući koeficijente pokušajte pronaći odgovore na pitanja.

<p>1.</p> <p style="text-align: center;"><math>g(x) = A \sin x</math></p> <p>Pozitivnu konstantu <math>A</math> zovemo <b>amplituda</b>.</p> <p>Koliko iznosi vrijednost amplitude početne funkcije <math>f(x) = \sin x</math>?</p> <p>Kako se mijenja amplituda funkcije <math>g(x)</math> kada mijenjamo koeficijent <math>A</math> u odnosu na funkciju <math>f(x)</math>?</p> <p>Koliko iznosi vrijednost amplitude funkcije <math>g(x) = A \sin x</math>?</p>	<p>2.</p> <p style="text-align: center;"><math>h(x) = \sin bx</math></p> <p>Koeficijent <math>b</math> zovemo <b>kružna frekvencija</b>.</p> <p>Promjena koeficijenta <math>b</math> utječe na promjenu čega u grafu funkcije <math>h(x)</math>?</p> <p>Kako se mijenja period funkcije <math>h(x)</math> kada mijenjamo koeficijent <math>b</math> u odnosu na funkciju <math>f(x)</math>?</p>	<p>3.</p> <p style="text-align: center;"><math>p(x) = \sin(x + c)</math></p> <p>Koeficijent <math>c</math> zovemo <b>fazni pomak</b>.</p> <p>Kako promjena koeficijenta <math>c</math> utječe na graf funkcije <math>p(x)</math>?</p> <p>Ako je koeficijent <math>c = 1</math>, u kojem smjeru će biti pomaknut graf <math>p(x)</math> u odnosu na graf funkcije <math>f(x)</math> i za koliko?</p>	<p>4.</p> <p style="text-align: center;"><math>q(x) = \sin x + d</math></p> <p>Kako promjena parametra <math>d</math> utječe na graf funkcije <math>q(x)</math>?</p>
--	---	---	--

Slika 3.6: Primjer prezentacije za provođenje aktivnosti Graf i svojstva funkcije sinus



Slika 3.7: Primjer mogućeg istraživanja učenika pri traženju odgovora na pitanja

Nakon provođenja ove aktivnosti, lakše će biti uvesti i pojmove amplitude, perioda i pomaka. Učenici će također biti spremniji sami skicirati grafove funkcija oblika  $f(x) = A \sin(bx + c) + d$ .

### Pitagorin poučak: dinamična geometrija

Slično kao i u prethodnoj aktivnosti i u ovoj ćemo pretpostaviti da su učenicima dostupna računala na nastavi, ali ovoga puta osnovnoškolicima. U aktivnosti će učenici sami, pomoću računala i softvera dinamičke geometrije otkriti jedan od osnovnih teorema geometrije - Pitagorin poučak. Na taj način, svaki učenik će sam istraživati i pokušati doći do zaključka te zahvaljujući tome lakše naučiti i znati ponoviti tvrdnju.

Kao i u aktivnosti prije ove, nastavnik upute za rad može podijeliti na nastavnom listiću, putem prezentacije, na projektoru ili usmeno i pomoću ploče. U našem primjeru aktivnosti, koristit ćemo nastavni listić.

Nastavna tema:	Pitagorin poučak
Razred:	8. razred
Cilj:	Učenici izriču i objašnjavaju Pitagorin poučak.
Nastavni oblik:	Diferencirana nastava.
Potrebni materijal:	Nastavni listić, računalo i softver dinamične geometrije.

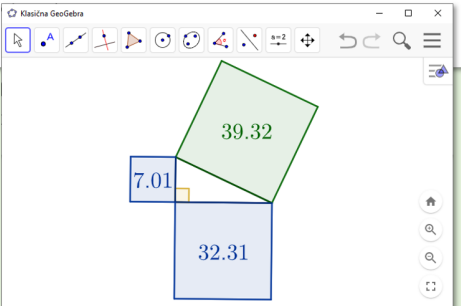
### Tijek aktivnosti:

Nakon što je nastavnik s učenicima ponovio što je pravokutni trokut i kako zovemo njegove stranice, nastavnik učenicima na nastavnom listiću dijeli upute za otkrivanje Pitagorinog poučka.

1. U softveru dinamičke geometrije nacrtajte pravokutni trokut.
2. Nad svakom stranicom pravokutnog trokuta nacrtajte kvadrat.
3. Kao *Natpis* svakog kvadrata stavite *Vrijednost*, odnosno površinu trokuta.
4. Mijenjajući duljine stranica pravokutnog trokuta, uočite što se događa s površinama kvadrata.
5. Nadopunite sljedeću rečenicu.

**Pitagorin poučak**

Površina kvadrata nad hipotenuzom pravokutnog trokuta jednaka je zbroju površina kvadrata nad njegovim katetama.



Slika 3.8: Primjer riješenog nastavnog listića i primjera riješenih uputa u *GeoGebri*

Dok učenici crtaju što im je zadano u softveru dinamičke geometrije i pokušavaju odgovoriti na pitanja, nastavnik obilazi učenike te pomaže učenicima koji su zapeli ili kojima je potrebna pomoć. Ako je potrebno, nastavnik neke korake može provesti sam na svojem računalu i podijeliti s učenicima na projektoru.

Učenici za kraj moraju nadopuniti rečenicu na nastavnom listiću, odnosno nadopunjavaju tvrdnju Pitagorinog poučka. Nastavnik zatim u dijalogu s učenicima dolazi do algebarskog zapisa Pitagorinog poučka, odnosno  $c^2 = a^2 + b^2$ .

Učenici su sami, ili uz malu pomoć nastavnika, otkrili pojam Pitagorinog poučka. Nastavnik im može pokazati još nekoliko zanimljivih grafičkih dokaza nakon kojih su učenici spremni primjenjivati Pitagorin poučak.



## Poglavlje 4

# Problemi i budućnost

Koliko god je tehnologija potrebna obrazovanju, moramo biti svjesni da s njom dolaze i određeni problemi. Sama računala mogu biti distrakcija od škole i obaveza. Učenici također u ekstremnim slučajevima mogu biti udaljeni od stvarnog svijeta i prijatelja zbog računala. To nije problem s tehnologijom u nastavi matematike, ali i tamo imamo određene probleme ili nedostatke.

### 4.1 Problemi tehnologije

Kao što smo već spomenuli u jednom od prethodnih poglavlja, Republika Hrvatska je potrošila velike novce na opremanje škola, ugradnju projektora te kupnju tableta i računala za učenike i nastavnike. Koliko god tableti za učenike bili dobri ili loši, jedno je sigurno, neće biti vječni. Slično je i s ostalom tehnologijom. U nju stalno treba ulagati. No, gdje ćemo ulagati kao država ako nećemo u školstvo (i zdravstvo)?

Ali, trošak će biti sve veći i veći. Prije desetak godina trošak za opremanje škola s tehnologijom je bio puno manji nego što je sada. Trenutno je stanje takvo da stalno imamo neki trošak. A trošak će biti sve veći i veći kako će tehnologija napredovati i kako će biti sve veća podrška tehnologije u obrazovanju. No, kao što smo već rekli, na obrazovanju država ne smije štedjeti.

Država i Ministarstvo znanosti i obrazovanja se ne smiju štedjeti ni na usklađivanju tehnologije s kurikulumom. Pričali smo o tome kako se kroz kurikulum nastavnog predmeta Matematika govori da je primjena i upotreba tehnologije vrlo bitna za ostvarivanje učeničkih potencijala te da učenici moraju znati učinkovito upotrijebiti odgovarajuće alate i tehnologiju za rješavanje problema. No, unatoč novom prilagođenom kurikulumu, među odgojno-obrazovnim ciljevima ne vidimo toliku prisutnost i potrebu za savladavanjem i korištenjem tehnologije kod učenika.

Iako je većina tehnologije tu kao pomoć nastavnicima u nastavnim aktivnostima ili pripremi nastavnih aktivnosti, odnosno pomoć učenicima u shvaćanju i vježbi određenog nastavnog sadržaja. Kurikulum bi mogao imati konkretnije odgojno-obrazovne ishode koji bi bili od veće pomoći nastavnicima pri pripremi nastavnih aktivnosti.

Od veće pomoći nastavnicima bi također bile i edukacije nastavnika. Zahvaljujući tehnologiji stručni skupovi nastavnika su se nastavili održavati u online formatu i tijekom razdoblja dok su sva okupljanja u državi bila zabranjena. Iako su stručni skupovi nastavnika relativno česti i u zadnje vrijeme online, zbog čega im je lako pristupiti, postoji određeni broj nastavnika koji nisu zainteresirani za edukacije na stručnim skupovima.

No, u stavove određenih nastavnika ne bih želio ulaziti. Smatram da je odlično što se pruža prilika svim nastavnicima da puno lakše i puno češće pristupe stručnim skupovima. Nadam se kako će u budućnosti biti sve više prilika za edukaciju nastavnika, osobito na temu primjene tehnologije u nastavi matematike.

## 4.2 Korist tehnologije

Unatoč tome što smo kroz cijeli rad spominjali korisnost tehnologije te kako ona može unaprijediti nastavu i ostale aspekte učenja ili pripremanja za izvođenje nastave, nikada nismo konkretno na jednom mjestu rekli kako i zašto bi učenici, nastavnici ili škola imali potrebu za digitalizacijom i uvođenjem tehnologije u nastavu.

### Koristi za učenike

Koristi tehnologije za učenike smo najviše i spominjali do sada. Glavna korist je definitivno to što pomoću tehnologije lakše možemo privući pozornost više učenika i motivirati ih za rad ili potaknuti njihovu znatiželju. Tehnologija ih također može motivirati da samostalno istražuju, a samim time će razvijati svoje strategije za rješavanje problema. Nešto što smo htjeli napraviti kroz sve primjere i aktivnosti u ovom radu je približiti učenicima razne koncepte pomoću tehnologije, bili to razni modeli, geometrija i prostorna geometrija ili jednostavno neka slika ili video koji će učenicima biti koristan. Sve to, zajedno sa svim ostalim digitalnim materijalima za vježbu i učenje, će povećati razumijevanje kod učenika i popraviti rezultate na ispitima od čega neće samo učenici imati korist, nego i cijeli obrazovni sustav Republike Hrvatske.

### **Korist za nastavnike**

Iako se možda na prvu nastavnicima ne čini kao da je to slučaj, ali tehnologija je trebala smanjiti njihovo administrativno opterećenje i u budućnosti bi trebalo biti sve manje i manje administracije na nastavnicima. Osim administracije, digitalizacija i tehnologija bi trebale poboljšati učinkovitost i uštediti nastavniku vrijeme koje je potrebno za pripremu nastavnih materijala. Samim time, nastavnik će imati više vremena za individualiziraniji pristup svakom učeniku neovisno o njegovim potrebama. Nastavnici će također, zahvaljujući uštedenom vremenu, moći više vremena posvetiti personaliziranim bilješkama o učenicima i njihovom napretku, odnosno poteškoćama na kojima bi morali još raditi.

Osim bolje učinkovitosti i bolje iskorištenog vremena, tehnologija može pružiti razne resurse za unaprijeđenje nastavnika. Osim edukacija i brojnih materijala na internetu, tehnologija pruža platformu za komunikaciju s drugim nastavnicima koji dijele iste ili slične probleme. Razgovor s nekim tko je tako nešto već prošao zasigurno će biti od velike pomoći svakom nastavniku.

### **Korist za škole**

Kada pričamo o koristi digitalizacije i tehnologije za škole možemo pričati u dva smisla, za školu pojedinačno ili kao korist za sve škole u Republici Hrvatskoj. No sama korist za škole proizlazi iz koristi za učenike i nastavnike.

Međunarodne usporedbe obrazovnih rezultata iz predmeta poput Matematike obično dobivaju veliku medijsku pozornost. Nažalost, Hrvatska je i 2018. godine na PISA testiranju i 2019. godine na TIMSS testiranju imala ispodprosječne ili prosječne rezultate [6, 7, 10].

Hrvatska mora težiti boljem obrazovanju i boljim rezultatima. Svaka škola pojedinačno mora težiti boljim rezultatima svojih učenika na natjecanjima i maturama, ali i boljem znanju svojih učenika. Upravo to je nešto u čemu digitalizacija i tehnologija mogu pomoći.

Osim toga, digitalizacija i tehnologija mogu poboljšati učinkovitost i smanjiti troškove nastave, smanjiti društvene probleme učenika, pružati bolje obrazovanje učenicima koji ne uče na svojem materinjem jeziku i unaprijediti obrazovanje općenito.

## **4.3 Pogled u budućnost**

Već smo jednom nogom zakoračili u budućnost i spominjali kako bi kurikulum trebao biti bolje prilagođen i kako bi se edukacije trebale nastavljati održavati online i imati više tema o primjeni tehnologije u nastavi matematike. No, što još možemo očekivati u budućnosti?

## Online udžbenici

Online udžbenici su kroz godine sve bolji i pristupačniji za učenike i nastavnike. Nastavnici mogu otvoriti udžbenik preko projektora i projicirati koji god dio iz udžbenika žele svojim učenicima. Učenici također mogu pristupiti udžbeniku sa svojih mobitela, tableta ili računala. No, još uvijek donekle imamo potrebu za fizičkim papirnatim udžbenicima. Kroz godine digitalni online udžbenici će biti sve bolji i bolji te uskoro možda više nećemo imati potrebu za fizičkim udžbenicima. Osim što bi to s jedne strane moglo uštediti novac državi i roditeljima, s druge strane je puno lakše staviti dodatni sadržaj i poveznice na vanjski dodatni sadržaj unutar samog udžbenika. Dodatne aktivnost, video snimke i rješenja zadataka mogle bi biti udaljene samo jedan „klik”.

## Sastavljanje provjera znanja

Ranije smo već spominjali kako neki nakladnici nude aplikacije za sastavljanje provjera znanja. To je još uvijek nova tehnologija koju ne nude svi i koja možda nema sve mogućnosti koje bi nastavnici htjeli. Kroz buduće godine i napredak tehnologije to će se sigurno promijeniti. Sastavljanje provjera znanja, na stranicama nakladnika ili negdje drugdje, bit će sve lakše te će nastavnicima oduzimati manje vremena.

## Ispravljanje provjera znanja

Kao što već znamo, prvi dio državne mature iz Matematike, odnosno zadaci višestrukog izbora ispravljaju se pomoću računala. Iako nam je trenutno nepojmljivo da bi jednog dana računalo moglo ispravljati i konkretne matematičke zadatke, to nam je bliže nego što mislimo. Već sada imamo aplikacije (*Photomath* i ostale) koje mogu pročitati rukopis. Samo je pitanje vremena kada će takva tehnologija biti pristupačna i kada će ona dodatno uštediti vremena nastavnicima koji će moći posvetiti više vremena unaprijedjenju nastave i pripremanju nastavnih aktivnosti.

## Dodatna digitalizacija

Od godina kada su nastavnici čuvali mnoštvo prozirnih folija za grafoskope u debelim fasciklima došli smo u doba kada nastavnik može imati sve materijale na malom memorijskom štapiću ili čak u takozvanom oblaku. Materijal koji nastavnik pripremi sve je lakše pospremiti i čuvati. Sve je lakše podijeliti materijale s ostalim nastavnicima te tako pomoći i drugima. No, i ovdje ima mjesta za napredak. Hoćemo li u skorijoj budućnosti biti u mogućnosti jednostavno skenirati sve ispite znanja naših učenika te ih priložiti u e-Dnevnik zajedno s ocjenom? Vrijeme će nam pokazati.

---

Ali jedno je sigurno, u obrazovanje dolazi sve više mladih nastavnika, sve više osoba koje imaju iskustva s tehnologijom. Bitno je da na vrijeme prihvatimo tehnologiju i njenu primjenu u nastavi matematike te što prije i što više unaprijedimo školstvo u Republici Hrvatskoj.

# Bibliografija

- [1] Grandgenett, N., Harris J. i Hofer M.: *An Activity-Based Approach to Technology Integration in the Mathematics Classroom*. NCSM Journal of Mathematics Education Leadership, 13(1), 19-28, 2010.-2011.
- [2] Milin Šipuš, Ž.: *Nastavni materijal iz kolegija Metodika nastave matematike 4*. Matematički odsjek, Prirodoslovno-matematički fakultet, Sveučilište u Zagrebu, ak. god. 2020./2021.
- [3] Ministarstvo znanosti i obrazovanja: *Edutorij*. <https://edutorij.e-skole.hr/>, posjećena 27. kolovoza 2021.
- [4] Ministarstvo znanosti i obrazovanja: *Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj*, 2019. [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_7\\_146.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html), posjećena 24. kolovoza 2021.
- [5] Ministarstvo znanosti i obrazovanja: *Škola za život - najčešća pitanja i odgovori*. 2020. <https://mzo.gov.hr/UserDocsImages/dokumenti/SkolaZaZivot/Naj%C4%8De%C5%A1%C4%87a%20pitanja%20i%20odgovori.pdf>.
- [6] Oldknow, A., Taylor R. i Tetlow L: *Teaching Mathematics Using ICT*. Continuum International Publishing Group, 2010.
- [7] PISA: *PISA 2018 results*. <https://www.oecd.org/pisa/publications/pisa-2018-results.htm>, posjećena 3. listopada 2021.
- [8] Soucie, T.: *Geoploča - Aha, to je matematika!* Alfa d.d., 2018.
- [9] Srednja.hr: *Popis kalkulatora za državnu maturu*. <https://www.srednja.hr/matura/>, posjećena 29. rujna 2021.
- [10] TIMSS: *TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science*. <https://timss2019.org/reports/>, posjećena 3. listopada 2021.

- [11] Van de Walle, J.A., Karp K. i Bay-Williams J.M.: *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Allyn & Bacon, 2010.

# Sažetak

Tehnologija je sve više uključena u nastavu u Republici Hrvatskoj. Kurikulum nastavnog predmeta Matematike ističe primjenu tehnologije kao jedan od pet matematičkih procesa koji su važni na svim razinama obrazovanja. Gdje se sve spominje tehnologija u kurikulumu? Koje su to tehnološko i digitalno podržane aktivnosti? Što je sve zapravo matematička tehnologija? Samo su od neka pitanja na koja će ovaj diplomski rad pokušati odgovoriti. Pokušat ću čitatelju idejama i primjerima približiti primjenu tehnologije u nastavi matematike te opisati sve tehnologije i kako one mogu unaprijediti nastavne aktivnosti. Konačno, komentirat ću probleme tehnologije, pokušati ponuditi rješenja i pogledati u budućnost primjene tehnologije u nastavi matematike.



# Summary

Technology is increasingly involved in education in Croatia. The curriculum of the subject Mathematics emphasizes the application of technology as one of the five mathematical processes that are important at all levels of education. Where is technology mentioned in the curriculum? What are technologically and digitally supported activities? What exactly is mathematical technology? These are just some of the questions that this thesis will try to answer. I will try to bring the reader closer to the application of technology in teaching mathematics with ideas and examples. Also, I will describe all mathematical technologies and how they can improve teaching activities. Finally, I will comment on the problems of technology, try to offer solutions, and look to the future of the application of technology in mathematics teaching.

# Životopis

Petar Šimeta rođen je 15. 6. 1993. godine u Zagrebu. Školovanje započinje 2000. godine u Osnovnoj školi Josipa Račića u Zagrebu. Po završetku osnovnoškolskog obrazovanja, 2008. godine upisuje XI. gimnaziju u Zagrebu. Godine 2012. upisuje preddiplomski sveučilišni studij Matematika na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu. Godine 2015. upisuje preddiplomski sveučilišni studij Matematika; smjer: nastavnički na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu. Godine 2019. upisuje diplomski sveučilišni studij Matematika i Informatika; smjer: nastavnički na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu. Tijekom studija radi.