# Fizika bezmasenih čestica

**Sokolić, Lucija**

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Lucija Sokolić

# FIZIKA BEZMASENIH ČESTICA

Diplomski rad

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ
FIZIKA; SMJER: NASTAVNIČKI

**Lucija Sokolić**

Diplomski rad

# Fizika bezmasenih čestica

Voditelj diplomskog rada: izv.prof.dr.sc. Davor Horvatić

Ocjena diplomskog rada: ________________________

Povjerenstvo: 1. ________________________

2. ________________________

3. ________________________

Datum polaganja: ________________________

Zagreb, 2022.

# Sažetak

Koncept mase kompleksan je pojam u fizici. Definicije mase mijenjale su se tijekom 19. i 20. stoljeća. Kako se mijenjala definicija mase, tako se popratno mijenjala i definicija relativističke mase. Mnogo fizičara se i danas zalaže za relativističku masu, iako je kao koncept odbačen početkom 20. stoljeća. Relativizam, kao novi koncept predstavljen u 20. stoljeću, bazira se na četverodimenzionalnom Minkowski prostorvremenu. Bezmasene čestice, kao što su fotoni, nemaju energiju mirovanja, stoga se gibaju brzinom svjetlosti (odatle i sam naziv brzina svjetlosti). Eddingtonov pokus mjerenja otklona zraka svjetlosti zvijezda zbog Sunca potvrdio je Einsteinovu opću teoriju relativnosti.

Ključne riječi: masa, relativistička masa, longitudinalna i transverzalna relativistička masa, Minkowski prostorvrijeme, energija, količina gibanja, fotoni, Eddingtonov pokus

# Physics of massless particles

## Abstract

The concept of mass is a complex topic in physics. Definitions of mass have been changed during 19. and 20. century. The definition of relativistic mass has also been a controversial topic. Many physicists, still use the relativistic mass even when the concept was rejected at the beginning of 20. century. Relativistic physics is a new approach introduced in 20. century, and is based on four-dimensional Minkowski spacetime. Massless particles, such as photons, don't have rest energy, so they travel at the speed of light (from there comes the name the speed of light). Eddington's experiment of measuring the deviation of the light rays because of the Sun confirmed Einstein's general theory of relativism.

Keywords: mass, relativistic mass, longitudinal and transversal relativistic mass, Minkowski spacetime, energy, momentum, photons, Eddington's experiment

# Sadržaj

# 1 Uvod

Koncept mase je kompleksan pojam u fizici. Mnogo se različitih definicija mase može pronaći u udžbenicima, od mase kao količine tvari do mase kao inercije. Promjenu u definiciji mase prati i promjena u definiciji relativističke mase.

Relativistička masa je koncept koji se, iako napušten od većine fizičara, koristi u mnogim udžbenicima danas. Einstein je, na početku 20. stoljeća, predstavio specijalnu i opću teoriju relativnosti te time dodatno „zapaprio“ raspravu o postojanju relativističke mase. Koncept relativističke mase predstavljen je krajem 19. stoljeća te ni danas znanstvenici nisu posve sigurni tko je prvi uveo relaciju i sam naziv relativistička masa. Pretpostavlja se da su to bili kemičari Lewis i Tolman. Da bismo mogli u potpunosti shvatiti koncepte obje teorije relativnosti i relativističke mase, moramo uvesti transverzalnu i longitudinalnu relativističku masu te Minkowski prostorvrijeme u relativistiku.

Prostorvrijeme je četverodimenzionalni prostor u kojem su prostor i vrijeme sljubljeni zajedno te se zbog toga uvode četverovektori. Minkowski prostorvrijeme zapravo je afini prostor $\mathscr{E}$ za kojeg vrijede određena svojstva. U Minkowski prostorvremenu nama poznati relativistički izrazi, kao što su relativistička količina gibanja i relativistička energija, izgledaju nešto drugačije od onog na što smo naviknuti. Uvodeći Minkowski prostorvrijeme, relativistika dobiva dodatnu dubinu i značenje određenih pojmova kao što su brzina svjetlosti te vektori vremenskog, prostornog i svjetlosnog tipa. Pojam bezmasena čestica (od kojih je najpoznatija čestica foton) dobiva svoje kompletno objašnjenje naziva u Minkowski prostorvremenu. Zbog prostorvremena, Einstein je unutar svoje opće teorije relativnosti predstavio ideju gravitacije kao posljedice iskrivljenja prostorvremena. Ovakva revolucionarna ideja nije bila prihvaćena među fizičarima sve do 1919. godine.

Godine 1919. Eddington provodi eksperiment mjerenja otklona zraka svjetlosti zvijezda tijekom pomrčine Sunca na otoku Principu. Crommelin i Davidson isti eksperiment provode u Sobralu. Nakon što su mjerenja obradili Eddington i Dyson, rezultati su pokazali kako Einsteinova ideja i nije tako suluda kao što se tada fizičarima i astronomima činila.

# 2 Koncept mase

Iako masu uzimamo kao standardan pojam u fizikalnom rječniku, njena defincija se i danas predstavlja kao zahtjevan problem. Newtonov koncept mase sredinom se 19. stoljeća zamijenio drugim pojmovima. Prema Brownu, krivo je govoriti o masi kao tijelu, broju ili svojstvu tijela. Do druge polovice 20. stoljeća masa se razlučila na inercijsku i gravitacijsku masu. Max Jammer, izraelski fizičar i filozof rođen 1915. godine, izjavio je u svom članku 1994. kako masa, iako su se fizičari i filozofi trudili, i dalje ostaje ezoteričan i mističan pojam. Iako se fundamentalan pojam kao masa još uvijek u potpunosti ne razumije u fizici, to nema neki veliki učinak na mehaniku, kao i na cijelu znanost budući da se masa ukomponirala u pojam inercije koji je jasno definiran. Međutim, fizičare svejedno muči što je masa slabo shvaćen pojam. John Rocke kaže kako je problem definicije mase u samoj interpretaciji te da nije potrebna nova fizika koja bi riješila taj problem [1].

## *2.1 Povijesni razvoj koncepta mase*

Isaac Newton, engleski fizičar, matematičar i astronom rođen 1642. godine, kaže kako je masa zapravo mjera količine tvari. U njegovo doba količina tvari predstavljala je tijelo u cjelini koje je sastavljeno od čestica definiranog volumena te je tako, na neki način, geometrizirao masu. Nakon što se u 17. stoljeću ponovo „nametnuo“ atomizam, mnogi fizičari i filozofi pretpostavili su kako su sva tijela izgrađena od čestica (iste primarne tvari) te da se tijela razlikuju međusobno zbog različitih sastavnica, rasporeda i oblika čestica. Roger Cotes skreće Newtonu pozornost kako nije točno reći da su sve primarne čestice jednake gustoće kao što je on rekao. Kada je Newton u svojim knjigama i člancima pisao o masi, ona je imala dva značenja. Govorio je o masi općenito kao o objektu bez specifičnog oblika ili kao skupu čestica iste prirode i gustoće. Svakako se već kod njega vidi pomak prema mikroskopskoj strukturi tvari [1]. Za Newtona, inercija je bila urođeno svojstvo tijela proporcionalno količini tvari u tijelu. Ta izjava dolazi zbog toga što misli da su sve elementarne čestice jednake po prirodi i gustoći. Zanima ga kako su povezane težina tijela i količina tvari u tijelu. Pomoću njihala eksperimentalno pokazuje da sva tijela padaju istom akceleracijom neovisno o njihovoj težini. Koristeći svoj drugi zakon opisan relacijom (1):

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{1}$$

dolazi do zaključka da je omjer težina dvaju tijela, na određenom položaju, jednak omjeru količini tvari. Gledajući danas, Newton je zaključio da je težina jednaka inerciji te da količina tvari diktira inerciju i težinu tijelo te njegovo gravitacijsko privlačenje s drugim tijelima [1].

Pojmovi „količina tvari“ i „masa“ ostaju sljubljeni u jedno do kraja 19. stoljeća, no u 18. stoljeću „količina tvari“ dobiva tri različite definicije:

1. Newtonova definicija količine tvari,
2. količina tvari kao broj identičnih čestica (atoma) u tijelu te
3. Eulerova definicija količine tvari.

Leonhard Euler, švicarski fizičar rođen 1707. godine, identificira masu pomoću količine inercije, odnosno uspoređuje inercije dvaju tijela tako što je uspoređivao sile potrebne da se ta dva tijela ubrzaju. Inerciju tijela za Eulera predstavlja dijeljenje tijela na čestice koje imaju jednake inercije.

Ernst Mach, austrijski fizičar i filozof rođen 1838. godine, opisuje masu kinematički izrazom (2):

$$\frac{m}{m'} = -(\frac{a'}{a}) \tag{2}$$

gdje su $a$ i $a'$ akceleracije koje proizvode tijela masa $m$ i $m'$ kada su stavljena jedno suprotno drugome. Mach nastoji spojiti inerciju i gravitacijsko privlačenje u jedan koncept mase te razdvojiti masu od količine tvari. Prvi se puta masa definirala posve apstraktno, kao dinamičko svojstvo tijela, a ne kao tijelo u cijelosti ili skup čestica. Ovaj pokušaj definiranja mase nije se dugo zadržao u fizici budući da je masa, prema razmišljanju fizičara, definirana previše apstraktno [1].

Početkom 20. stoljeća pojavljuju se dva nova koncepta mase:

1. masa ukomponirana u inerciji te
2. inercijska i gravitacijska masa.

Prvi se koncept pojavio u udžbenicima zato što su se fizičari, nakon što je Newtonov koncept mase postao kontroverzan, priklonili Eulerovom konceptu mase i definirali masu jednostavno kao inerciju, iako je sama inercija apstraktan pojam.

Drugi koncept predstavio je fizici Albert Einstein 1907. godine te tako otvorio novi dinamički pristup konceptu mase. Inercijska i gravitacijska masa su, iako jednake po iznosu, dva konceptualno različita pojma, dok su po Newtonovoj mehanici to dva različita načina mjerenja iste veličine, mase. Inercijska masa govori nam koliko se tijelo opire promjeni gibanja, dok nam gravitacijska masa govori kako tijelo gravitacijski međudjeluje s ostalim tijelima. Hermann Bondi, austrijsko – britanski matematičar i kozmolog rođen 1919. godine, razdvaja Einsteinovu gravitacijsku masu na aktivnu i pasivnu gravitacijsku masu za koje Einstein tvrdi da su, po principu ekvivalencije, iznosom jednake. Pitanje je interpretacije tih triju masa u fizici. Interpretiraju li se one kao tri različita mehanička svojstva tijela, odnosno kao inercija, gravitacijsko privlačenje i težina? Ako pogledamo inercijsku masu, pogodnije nam je reći da su se sudarile dvije inercijske mase, nego da su se sudarile dvije inercije budući da se sudaraju dva dijela, a ne njihova dva apstraktna svojstva. Očito se pojam inercijske mase uspoređuje s tijelom u cijelosti, što je vrlo slično Eulerovom objašnjenju te se u takvoj interpretaciji ne misli na tri različita svojstva tijela. Einstein – Bondijeva interpretacija masa koherentna je s Newtonovom pozadinom, no ima nekoliko nedostataka. Cijepa jedan koncept mase na tri manja koncepta, što unosi dodatnu nesigurnost u fiziku budući da je neprirodno reći da isto tijelo ima tri mase, koje su jednake po iznosu, no konceptualno različite. Einstein je također uveo masu kao „rezervu energije" inzistirajući na jednakosti mase i energije [1].

### *2.2 Definicije mase u knjigama i udžbenicima od 1880. do 2004. godine*

Početkom 20. stoljeća oštro se suprotstavljaju dvije definicije mase, masa kao inercija i masa kao količina tvari. Šezdesetih godina prošlog stoljeća definicija mase kao inercije nakratko je premašila definiciju mase kao količine tvari u udžbenicima za srednju školu i fakultete, no ipak, gotovo stoljeće i pola poslije, masa kao količina tvari još se uvijek spominje i uvodi u nekim priručnicima. I danas se u nekim udžbenicima u osnovnim školama, a i u nekim udžbenicima za fakultet, može pronaći ta definicija mase. Možemo se pitati zašto je tome tako budući da definicija nije u potpunosti ispravna, no učenicima i studentima intuitivnija je definicija mase kao količina tvari, nego što je definicija mase kao inercija. No, iako je intuitivnije, to nam ne daje za pravo koristiti je kao ispravnu definiciju. Je li ispravno reći da proton sadrži 1836 puta više količine tvari od elektrona [1]? Gledajući naše udžbenike i razgovarajući s nekim nastavnicima u osnovnim školama, većinom se definicija mase nigdje ne nalazi eksplicitno napisana, već se „očekuje“ od učenika da barem otprilike znaju i razumiju koncept mase na osnovnoj razini. Ako gledamo tijelo kao jednoliko, tada se definicija mase kao količina tvari može primijeniti jer je tada masa proporcionalna količini tvari [1]. Neka istraživanja [2] govore o razlozima zašto se gubi mišićna masa. U tim se istraživanjima pod gubitkom mase podrazumijeva gubitak količine neke tvari u mišićima. Ako se masa interpretira kao volumen, to traži dodatne kontrolirane uvjete gustoće i temperature, no u nekim aproksimacijama može biti vrlo korisno [1]. Kada se u građevinarstvu kaže da se traži 10 kg čelika, većinom se traži određeni volumen čelika te se masa u ovom slučaju sjedinjuje s volumenom. Alpheus Smith, američki fizičar rođen 1876. godine i veliki obožavatelj Newtona, 1938. godine napisao je da je masa, na neki način, tijelo u cijelosti kao iznos tvari koje sadrži. Definirati masu kao inerciju odmiče je od čvrsto stojeće definicije kao količine tvari i tijela u cijelosti te primiče prema svojstvu tijela [1].

Ako danas kažemo da se masa $m_1$ sudara s masom $m_2$ znamo da mislimo da se tijelo 1 sudara s tijelom 2, dakle masa se još uvijek smatra tijelom ili tvari. Kada kažemo gustoća, mislimo na gustoću tvari, a ne gustoću inercije, što nema nikakvog značenja. Ekvivalencija mase i energije ne znači ekvivalencija energije i inercije. Sve se to događa zato što se masa već toliko integrirala kao tijelo ili tvar u svakodnevni govor i obrazovanje da je nemoguće iskorijeniti to. Zbog toga je u fizici koncept mase kao količine tvari u svakodnevnom sukobu s definicijom mase kao inercije. Nemamo problema kada kažemo da se masa mjeri preko inercije ili da masa ima inerciju, problem nastaje kada se masa reducira na inerciju. Mnogo je autora koji su u svojim knjigama napisali definiciju mase kao inerciju, no kontradiktorni su i nekoherentni kada kasnije napišu da se sva masa može reducirati na jednu točku u centru, što ponovo govori da masu smatraju tijelom ili tvari. To ne znači da je definicija mase kao inercije više ili manje ispravna od definicije mase kao količine tvari, to samo govori o tome da koncept mase kao inercije još uvijek ne odgovara u potpunosti u fizici [1].

U 1960–ima, nakon pojave inercijske i gravitacijske mase, u udžbenicima se sve više počinje uvoditi i ta definicija mase. Nekada i uz definiciju mase kao inercije, što je apsurdno s obzirom da prva definicija spaja masu i tijelo, a druga masu i svojstvo tijela. Tada u raznim udžbenicima nalazimo tri potpuno različite definicije mase, masa kao količina tvari, masa kao inercija i masa kao tri različite mase. No ipak, većina fizičara sklona je ideji mase kao količine tvari ili tijela. Vidimo kako se, kroz skoro dva stoljeća, mijenjao koncept mase. Masu kao količinu tvari zamijenila je masa kao inercija koju je kasnije zamijenila masa kao tri različite mase. Možemo li naći jedinstvenu definiciju mase koja će sjediniti sve dotadašnje definicije [1]?

Subatomske čestice mogu postojati bez naboja, spina te biti bilo koje prirode (barion, mezon ili lepton), ali niti jedna materijalna čestica ne može biti bez energije. Energija je fundamentalno svojstvo tijela. Ako tijelo u mirovanju obavi rad preko određenog mehanizma, ono gubi tvar i utrošena energija smanjuje ostala mehanička svojstva tijela (inercija, gravitacijsko privlačenje i težina) koja su proporcionalna energiji tijela. To sugerira da je energija bazična kvantitativna struktura tvari te kontrolira ostala mehanička svojstva. Time se tvar kvantificirala, ne preko volumena ni broja čestica, već dinamički i to nam otvara vrata da dobru definiciju mase. Masa je kvantificirana energijom. Fizičari su pouzdani u linearnu proporcionalnost inercije i energije pa je prema tome inercija valjana indirektna metoda mjerenja mase. Također su vrlo pouzdani u proporcionalnost inercije i težine te inercije i gravitacijskog privlačenja pa i one daju zadovoljavajuća mjerenja mase. Dakle, možemo pričati o masi kao spremniku energije [1].

# 3 Koncept relativističke mase

Nakon što smo se ukratko upoznali s pojmom mase, kako bismo mogli uvesti koncept relativističke mase u fiziku, prvo se moramo ukratko upoznati sa specijalnom teorijom relativnosti koju je fizici predstavio Albert Einstein 1905. godine [3].

## *3.1 Specijalna teorija relativnosti*

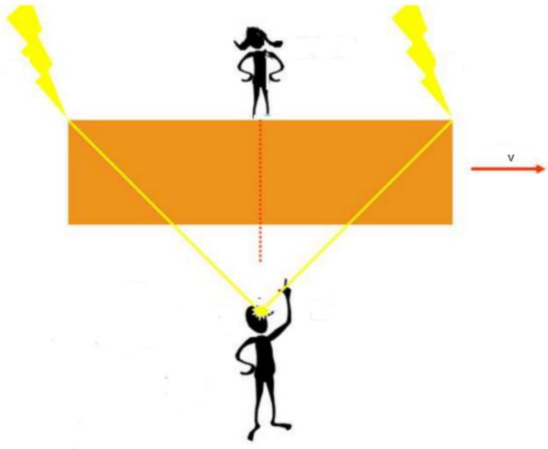
Specijalna teorija relativnosti se kao grana pojavila relativno kasno u fizici. Princip relativnosti (gibanje sustava relativno je jedno u usporedbi s drugim) prvi je uveo Galileo [4], no samim začetkom specijalne teorije relativnosti smatra se 1905. godina kada je Albert Einstein, tada dvadesetpetogodišnji novopečeni fizičar iz Züricha [3], objavio članak „O elektrodinamici tijela u gibanju“. U članku prvi puta objedinjuje dva postulata teorije relativnosti: prvi postulat, poznatiji kao princip relativnosti, koji govori da svi fizikalni zakoni vrijede jednako i imaju isti matematički zapis u svim inercijalnim sustavima (prvi ga puta spominje Poincaré 1904. godine) te drugi postulat, poznatiji kao nepromjenjivost brzine svjetlosti, koji govori da je brzina svjetlosti u vakuumu jednaka u svim inercijalnim sustavima i neovisna je o gibanju izvora. Drugi postulat smatra se svojevrsnim odgovorom Einsteina na Michaelson – Morleyev pokus, koji je opovrgnuo postojanje etera kao nevidljivog medija [5]. Epitet specijalna u imenu teorije stoji zato što ona vrijedi samo za inercijalne referentne sustave [6]. U inercijalne referentne sustave ubrajaju se sustavi koji miruju ili se gibaju konstantnom brzinom u odnosu na promatrača koji miruje. Desetak godina nakon, objavljuje i opću teoriju relativnosti koja vrijedi i za akcelerirane referentne sustave [5]. Želimo li usporediti Einsteinovu opću i specijalnu teoriju relativnosti, možemo povući paralelu sa svakodnevnim životom. Pretpostavimo da imamo stol za stolni nogomet u automobilu koji se giba jednoliko u odnosu na promatrača koji miruje. Dvojica igrača odigrala bi utakmicu stolnog nogometa potpuno jednako kao i da miruju te pri tome ne bi trebala ispravljati svoje pokrete u odnosu na gibajući automobil. Ako bi automobil ubrzao ili usporio, lopta na terenu promijenila bi svoje očekivano gibanje te bi i sami igrači osjetili trzaj. Utakmica zasigurno ne bi završila jednako kako bi završila da su mirovali. Princip relativnosti, kojeg je uveo Galileo, morao je biti korigiran kako bi vrijedio drugi postulat. Pretpostavimo da se vlak giba brzinom $v_{VZ} = 40$ km/h, gdje $v_{VZ}$ označava brzinu vlaka u odnosu na Zemlju te se osoba unutar vlaka giba brzinom $v_{OV} = 2$ km/h, gdje $v_{OV}$ označava brzinu osobe u odnosu na vlak. Prema Galilejevom principu relativnosti (3):

$$v_{OZ} = v_{OV} + v_{VZ} \tag{3}$$

brzina osobe u odnosu na Zemlju iznosi 42 km/h. Ako sada pretpostavimo da osoba koja se giba u vlaku upali svjetiljku, brzina svjetiljke iznosi $c$ u odnosu na vlak i u odnosu na Zemlju. Einstein nadopunjuje Galilejev princip relativnosti te dolazi do relacije (4) [5]:

$$v_{OZ} = \frac{v_{OV} + v_{VZ}}{1 + \frac{v_{OV} * v_{VZ}}{c^2}} \tag{4}$$

Pitanje koje sada možemo postaviti jest kako fizikalni zakoni mogu jednako vrijediti te biti isti naizgled u svim inercijalnim sustavima ako smo „ispravili“ brzine. Ono što automatski iskače su promjena vremena i prostora te relativnost istovremenosti, posljedice Einsteinovih postulata. Relativnost istovremenosti objašnjava se kroz Einsteinov misaoni pokus. Zamislimo osobu A koja miruje na Zemlji te se u trenutku udara munja (događaji 1 i 2) nalazi točno na polovici svemirskog broda i osobu B koja se giba u svemirskom brodu brzinom $v = 0{,}8\ c$ u odnosu na osobu A, kako je prikazano na slici (1). Ako osoba A vidi da dvije munje istovremeno udare u oba kraja svemirskog broda, ona zaključuje da su događaji 1 i 2 istovremeni jer prima oba signala istovremeno i jednako je udaljena od oba kraja. Osoba B giba se udesno brzinom $v$ te zbog toga prima signal s prednjeg kraja svemirskog broda ranije nego signal sa stražnjeg kraja, iako miruje na sredini svemirskog broda. Zbog toga zaključuje kako je signal s prednjeg kraja morao biti ranije emitiran te da događaji 1 i 2 nisu istovremeni [7]. Postavlja se pitanje: „Tko je u pravu?“. Obje osobe su u pravu zbog relativnosti istovremenosti.




Slika 1: Događaji 1 i 2 iz oba sustava [7].

Dilatacija vremena ponovo se provodi kroz misaoni eksperiment. Zamislimo snop svjetlosti emitiran sa stropa vlaka koji se giba u odnosu na Zemlju kao što je prikazano na slici (2). Vrijeme potrebno da snop svjetlosti dođe do poda vlaka koje mjeri promatrač u vlaku je:

$$\Delta t_0 = \frac{h}{c},$$

gdje je $h$ visina vlaka. Vrijeme potrebno da snop svjetlosti dođe do poda vlaka mjereno iz sustava promatrača koji miruje na Zemlji razlikuje se od vremena $\Delta t_0$ zbog gibanja vlaka udesno. Snop svjetlosti prođe dulji put promatrano sa Zemlje te promatrač mjeri vrijeme:

$$\Delta t = \frac{\sqrt{h^2+(v\Delta t)^2}}{c} = \frac{h}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma\Delta t_0 \ .$$

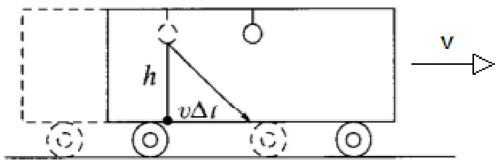
Budući da je faktor $\gamma$:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

još poznat i kao Lorentzov faktor, uvijek veći od 1, uočavamo da je vrijeme koje mjeri promatrač na Zemlji dulje od vremena koje mjeri promatrač koji se giba u odnosu na Zemlju [5]. U relaciji (5):

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \tag{5}$$

$\Delta t_0$ još se naziva i vlastito vrijeme mjereno iz sustava u kojem su događaji, između kojih se mjeri vrijeme, na istome mjestu te je to vrijeme najkraće, a $\Delta t$ laboratorijsko vrijeme mjereno iz sustava u kojemu su događaji, između kojih se mjeri vrijeme, na različitim mjestima [7].




Slika 2: Snop svjetlosti emitiran u vlaku koji se u odnosu na Zemlju giba udesno brzinom $v$ [5].

Priča koja se javlja vezano uz dilataciju vremena naziva se paradoks blizanaca. Pretpostavimo da jedan od blizanaca A ostaje na Zemlji, dok drugi blizanac B odlazi svemirskim brodom te se vraća za 5 godina. Za blizanca A, zbog dilatacije vremena, blizanac B trebao bi biti mlađi od njega. No, je li stvarno tako? Za blizanca B, gledajući iz svog sustava svemirskog broda, blizanac A giba se u odnosu na njega te bi prema tome blizanac A, u odnosu na blizanca B, trebao biti mlađi. Tko je u pravu? Oba blizanca su u pravu i tu nastaje paradoks. Ovdje se javlja važna razlika koju većina ljudi previdi, a zapravo se nameće sama od sebe kao rješenje paradoksa. Ako blizanac B sjedne u svemirski brod te želi otići sa Zemlje, on mora ubrzati svemirski brod iz mirovanja do određene brzine $v$, nakon nekog vremena usporiti kako bi se zarotirao za $180°$ te ponovo ubrzati kako bi se vratio na Zemlju. Tada više ne govorimo o inercijalnom referentnom sustavu, već akceleriranom [6].

Kontrakciju duljine prvi je otkrio George Fitzgerald 1889. godine, tri godine prije nego što je Hendrik Antoon Lorentz objavio slična rješenja [8]. Kada govorimo o kontrakciji duljine, zamišljamo pokus na sljedeći način. Vlak se giba brzinom $v$ udesno u odnosu na promatrača na Zemlji te na jedan kraj ravnala stavljen izvor svjetlosti, a na drugi kraj zrcalo kao što je prikazano na slici (3). U sustavu vlaka ravnalo miruje te promatrač u vlaku mjeri duljinu ravnala $l_0$. Vrijeme potrebno da snop svjetlosti prođe od izvora svjetlosti do zrcala i nazad koje mjeri promatrač u vlaku iznosi:

$$\Delta t_0 = \frac{2l_o}{c}.$$

Vrijeme potrebno da snop svjetlosti prođe od izvora svjetlosti do zrcala i nazad koje mjeri promatrač iz sustava vezanog uz Zemlju iznosi:

$$\Delta t = \frac{2l}{c\,(1-\frac{v^2}{c^2})},$$

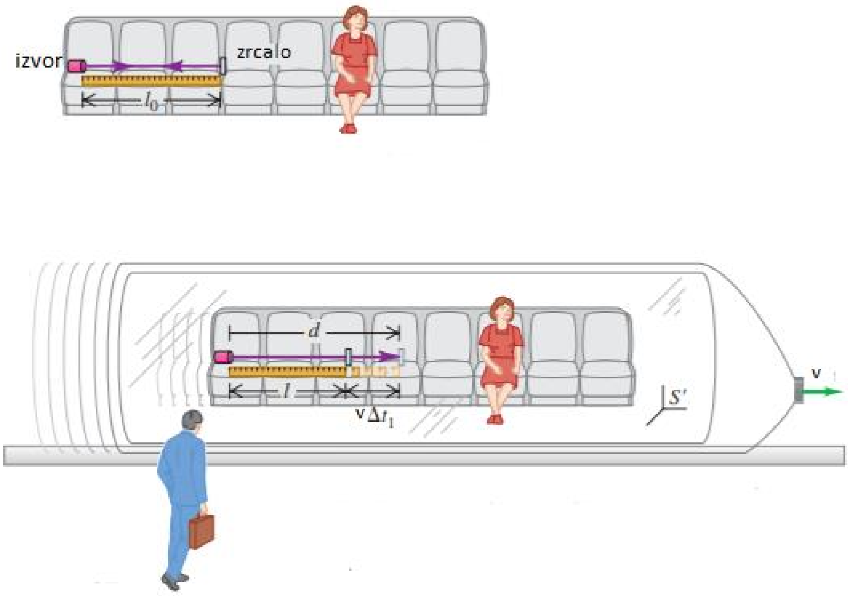
gdje je $l$ duljina ravnala koju mjeri promatrač iz sustava vezanog uz Zemlju. Primijenimo li relaciju (5) dobivamo izraz:

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Iz kojeg možemo zaključiti kako je duljina $l$, koja mjeri promatrač iz sustava vezanog uz Zemlju, kraća od duljine $l_0$, koju mjeri promatrač iz vlaka. Relacija (6):

$$l = \frac{l_0}{\gamma} \tag{6}$$

objašnjava pojavu kontrakcije duljine. Duljina $l_0$ još se naziva i vlastita duljina te je uvijek dulja od duljine $l$ [6].




Slika 3: Duljina ravnala u oba inercijalna referentna sustava [6].

Pitanje koje sada možemo postaviti: „Pojavljuje li se kontrakcija duljine samo u smjeru gibanja ili i okomito na smjer gibanja?“. Odgovor na to pitanje krije se u još jednom misaonom eksperimentu. Zamislimo da Promatrač A, koji miruje na Zemlji, drži štap dug 1m paralelno s y-osi. Promatrač B, koji se giba udesno u odnosu na Zemlju, također drži štap jednake duljine paralelno s y-osi. Ako vrijedi kontrakcija duljine u smjeru okomitom na smjer gibanja, promatrač A uočio bi da je štap promatrača B kraći nego njegov. Promatrač B također bi uočio štap promatrača A kraćeg nego što on zapravo jest. Zaključujemo da i promatrač A i promatrač B vide štapove kraćima nego što oni jesu, što dovodi do kontradikcije i nije u skladu s time da su svi inercijalni sustavi jednaki. Dakle, slijedi odgovor da se okomito na smjer gibanja ne pojavljuje kontrakcija duljine u odnosu na Zemlju jer u tome smjeru nema gibanja [6].

Relacije koje su bitan dio specijalne teorije relativnosti i koje svakako valja napomenuti ovdje su Lorentzove transformacije koordinata (7) i brzine (8):

$$
\begin{aligned}
x' &= \gamma\,(x - vt) \\
y' &= y \\
z' &= z \\
t' &= \gamma\,(t - \frac{v}{c^2}\,x')
\end{aligned}
\tag{7}
$$

gdje $x', y', z' i\, t'$ označavaju koordinate i vrijeme u sustavu koji se giba udesno brzinom $v$ u odnosu na Zemlju, a $x, y, z\ i\ t$ koordinate i vrijeme koje mjeri promatrač iz sustava vezanog uz Zemlju [6].

$$
\begin{aligned}
u'_x &= \frac{u_x - v}{1 - \frac{v * u_x}{c^2}} \\
u'_y &= \frac{u_y}{\gamma\,(1 - \frac{v * u_x}{c^2})} \\
u'_z &= \frac{u_z}{\gamma\,(1 - \frac{v * u_x}{c^2})}
\end{aligned}
\tag{8}
$$

gdje $u'_x,\ u'_y\ i\ u'_z$ označavaju brzinu objekta koji se giba unutar sustava koji se giba udesno brzinom $v$ u odnosu na Zemlju, a $u_x,\ u_y\ i\, u_z$ označavaju brzine koje mjeri promatrač u sustavu vezanom uz Zemlju [6]. Valja spomenuti neke od vrlo važnih fizikalnih veličina koje su poprimile novi oblik zbog Lorentzovih transformacija. Jedna od tih veličina je i relativistička količina gibanja. U klasičnoj mehanici količina gibanja računa se prema formuli (9):

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{9}$$

U relativistici relacija (9) poprima novi oblik zbog Lorentzovih transformacija:

$$\vec{p} = \gamma_{\vec{u}} m \vec{u} \tag{10}$$

te dobiva ime relativistička količina gibanja. Primijetimo kako je u relaciji (10) Lorentzov faktor napisan drugačije. U dilataciji vremena, kontrakciji duljine te Lorentzovim transformacijama koordinata i brzina, Lorentzov faktor $\gamma$ definiran je preko brzine $v$, koja označava brzinu gibajućeg sustava u odnosu na mirujući sustav. Faktor $\gamma_{\vec{u}}$ definira se na sljedeći način:

$$\gamma_{\vec{u}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}},$$

gdje $u$ predstavlja brzinu čestice. Želimo li izračunati relativističku količinu gibanja čestice iz mirujućeg sustava, odnosno iz sustava u odnosu na koji se sustav čestice giba brzinom $v$ u pozitivnome smjeru, moramo primijeniti Lorentzove transformacije brzine. Prema tome, giba li se sustav čestice u pozitivnom x smjeru, uvrstimo relacije (8) u gornju relaciju i dobivamo:

$$\gamma(u_x) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{u_x' + v}{1 + \frac{v * u_x'}{c^2}}\right)^2}{c^2}}}$$

Ubacimo li gornju relaciju u relaciju (10), dobivamo relativističku količinu gibanja mjereno iz mirujućeg sustava:

$$p_x = \gamma(u_x) m u_x$$

Druga važna veličina za specijalnu teoriju relativnosti je relativistička energija koja se računa prema relaciji (11) [5]:

$$E = \gamma_{\vec{u}} mc^2 \qquad (11)$$
$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$$

Želimo li izračunati relativističku energiju čestice iz mirujućeg sustava, ponovo moramo uzimati u obzir Lorentzove transformacije. Tako će relativistička energija čestice, koja se giba u pozitivnome x smjeru, gledajući iz mirujućeg sustava, biti:

$$E = \gamma(u_x)mc^2$$

Želimo li spojiti relativističku količinu gibanja i relativističku energiju čestice gledano iz mirujućeg sustava, dobivamo sljedeće relacije:

$$p_x = \gamma \left( p'_x + \frac{v}{c^2} E' \right)$$
$$E = \gamma \left( E' + vp'_x \right)$$

gdje $E'$ označava relativističku energiju, a $p'_x$ relativističku količinu gibanja čestice gledano iz njenog sustava (sustava koji se giba brzinom $v$ u pozitivnom x smjeru u odnosu na mirujući sustav). Koncept koji je napušten, a koristi se još i danas u mnogo udžbenika, je relativistička masa o kojoj će se dublje pričati u sljedećem potpoglavlju.

### *3.2 Povijesni razvoj relativističke mase*

Ni danas fizičari nisu sigurni tko je prvi spomenuo, otkrio i uveo relativističku masu u fiziku. Koncept relativističke mase ušao je u fiziku krajem 19., odnosno početkom 20. stoljeća, no vrlo brzo nakon toga napustila ga je većina fizičara. Danas neki od udžbenika za srednje škole i fakultete i dalje koriste relativističku masu kako bi na lakši način učenicima i studentima objasnili specijalnu teoriju relativnosti. Relacija koja opisuje relativističku masu objekta koji se, u odnosu na Zemlju, giba stalnom brzinom $v$ prikazana je formulom (12):

$$m_r = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 \tag{12}$$

gdje je $m_r$ oznaka za relativističku masu, a $m_0$ masu mirovanja [9].

#### *3.2.1 Od 1881. do 1905. godine*

Joseph John Thomson, engleski fizičar rođen 1856. godine, prvi puta spominje mogućnost postojanja elektromagnetske mase. Primijenimo li silu na električni naboj u mirovanju, naboj će akcelerirati. Osim što se inercija protivi promjeni gibanja, zajedno s nabojem morali bismo povući i njegovo električno polje, što će rezultirati indukcijom magnetskog polja u smjeru suprotnom od smjera gibanja naboja prema Lenzovom pravilu. Dakle, magnetsko se polje također opire promjeni gibanja. Pokazao je da elektromagnetska energija doprinosi elektromagnetskoj masi u gibanju [8]. Thomson skreće pozornost na postojanje elektromagnetske inercije [10]. Ta njegova pretpostavka bila je dobar temelj za gradnju mnogih teorija. Mnogi fizičari osvrnuli su se na ovu pretpostavku, od kojih su najistaknutiji bili George Fitzgerald, Oliver Heaviside, Jules Henri Poincaré, George Searle, Max Abraham, Hendrik Antoon Lorentz i Albert Einstein. Odgovor na pitanje kako su fizičari došli do toga, je li dio ili sva masa zapravo elektromagnetska masa, leži u tome da su primjenjivali Maxwellove jednadžbe i Newtonove zakone na specifične modele elektrona.

Tada se, budući da proton i neutron još nisu otkriveni, vjeruje razumije li se elektron u potpunosti, razumjet će se i sva materija [8].

George Fitzgerald, irski fizičar rođen 1851. godine, najpoznatiji je po tome što je otkrio kontrakciju duljine. Krivim je zaključcima došao do dobrog rješenja, a Lorentz je nekoliko godina nakon došao do vrlo sličnih rješenja pa se kontrakcija duljine još naziva i Fitzgerald – Lorentzova kontrakcija duljine. Dugo je proučavao Maxwellove jednadžbe koje su ga potakle na daljnja istraživanja. Jedan je od rijetkih fizičara koji je Maxwellove jednadžbe vidio kao dobar početak teorije, dok su ostali vidjeli jednadžbe kao već završen posao. Surađivao je s Heavisideom, Lorentzom i Hertzom [8].

Heaviside, engleski fizičar rođen 1850. godine, poznat po tome što je Maxwellove jednadžbe sveo s dvadeset jednadžbi s dvadeset nepoznanica na samo četiri jednadžbe s dvije nepoznanice, danas poznate kao Maxwellove jednadžbe, iako se neki fizičari slažu da bi se trebale zvati Heavisideove jednadžbe [8]. Također je objavio knjigu „Elektromagnetska teorija“ na temu elektromagnetskog polja nabijene sfere u gibanju gdje postulira ovisnost mase o brzini. Surađivao je sa svojim prijateljem Searlom, koji je 1987. godine unaprijedio Heavisideove analize energija gibajuće nabijene sfere te došao do izraza za energiju nekoliko distribucija naboja u gibanju [10].

Thomson 1893. godine i Searle 1897. godine izračunali su ovisnost elektromagnetske mase o brzini te da ona postaje beskonačno velika kad se čestica giba brzinom svjetlosti. Lorentz 1900. godine dolazi do sličnih rješenja. Nakon što Lorentz postulira postojanje elektrona, 1897. godine ga Thomson prvi puta otkriva. Nakon što je elektron otkriven, postavlja se pitanje koliki dio mase „otpada“ na elektromagnetsku masu. U tom trenutku kreću dvije teorije, Lorentzova i Abrahamova teorija o elektromagnetskoj masi [10].

Hendrik Antoon Lorentz, nizozemski fizičar rođen 1853. godine, uspoređuje dva sustava, jedan u odnosu na drugi, te dolazi do rezultata da će isti ion imati drugačiju masu za okomite i paralelne vibracije te će taj argument kasnije koristiti za masu. Godine 1904. objavljuje članak u kojem piše da elektron, savršena sfera s nabojem jednoliko raspoređenom po cijelom volumenu, doživljava kontrakciju duljine kad se giba vrlo velikim brzinama $v$ te uvodi transverzalnu i longitudinalnu masu koje ovise o $v$. Obje mase izrazio je preko $\gamma$ faktora, kao što je to prikazano relacijama (13) i (14) (otud i naziv Lorentzov faktor) i tako dobio mnogo jednostavnije izraze za mase nego što je to dobio Abraham [10].

$$\mu_T = m_0 \gamma \tag{13}$$

$$\mu_L = m_0 \gamma^3 \tag{14}$$

$\mu_T$ označava transverzalnu masu, $\mu_L$ longitudinalnu masu, a $m_0$ masu mirovanja. Općenito su tada svi fizičari koristili oznaku μ za elektromagnetsku masu i $m$ za „običnu“ masu kako bi striktno razdvojili te dvije mase. Iz relacija (12) i (13) možemo vrlo lako zaključiti kako je tadašnja transverzalna masa zapravo danas poznata kao relativistička masa. Izraz za transverzalnu masu bio je u skladu s rezultatima pokusa koje su tada izveli Walter Kaufmann, Walter Bucherer i Günther Neumann. Nažalost, ne postoji pokus kojim bi se izmjerila longitudinalna masa tako da se taj dio teorije nikako ne može ispitati. Iako se Kaufmann nije slagao s njegovom teorijom, već s Abrahamovom, rezultati pokusa bili su u skladu s obje teorije. Godine 1905. Poincaré usavršuje Lorentzovu teoriju te je ona nakon toga u skladu s principom relativnosti [10].

Max Abraham, njemački fizičar rođen 1875. godine, bio je Planckov asistent i dobar Kaufmannov prijatelj koji se žustro protivio relativistici i čak odbio vjerovati u oba postulata, ali je vjerovao u postojanje etera. Čvrsto je vjerovao da je sva masa elektrona zapravo elektromagnetska masa te da je elektron savršena kruta sfera s nabojem jednoliko raspoređenim po površini. Tada ovakva pretpostavka nije bilo nikome čudna budući da proton ni neutron nisu još bili otkriveni. Nažalost, krivom vjerovanju u prilog su također išli i rezultati Kaufmannova pokusa, koji su bili u skladu s njegovom teorijom. Abraham je dobio vrlo komplicirane izraze za transverzalnu i longitudinalnu masu koji su se, na malim brzinama, sveli na $\mu_T = \mu_L = \mu_0$ i već ovdje se nadzire današnji koncept mase mirovanja. Iste rezultate dobio je i Heaviside [8].

Walter Kaufmann, njemački fizičar rođen 1871. godine, 1904. godine eksperimentalno je pokazao kako masa ovisi o brzini. Njegov pokus uključivao je uređaj sličan katodnoj cijevi unutar kojeg je bio radij koji je služio kao izvor elektrona (tada se snop emitiranih elektrona nazivao Becquerelove zrake), izvor električnog i magnetskog polja te fotografsku ploču koja je bilježila upadne čestice i njihove brzine. Kaufmann je u svom pokusu namjestio paralelno električno i magnetsko polje tako da otklon elektrona, kojeg prouzrokuju polja, bude okomit na njih. Analizirajući rezultate koje je eksperimentalno dobio, uočio je pad $\frac{e}{m}$ omjera s povećanjem brzine te zaključio kako se masa povećava s povećanjem brzine [10]. Uzeo je Searleovu formulu za elektromagnetsku energiju te iz nje dobio formulu za elektromagnetsku masu koja je prikazana relacijom (15) [11]:

$$\mu_\beta = \frac{3}{4\beta^2} \left[ \frac{1}{\beta} \log \left( \frac{1-\beta}{1+\beta} + \frac{2}{1-\beta^2} \right) \right] ; \beta = \frac{v}{c} \tag{15}$$

Kada je uzimao Searleovu formulu, Kaufmann je napravio veliku pogrešku. Searleova formula vrijedi samo u longitudinalnom smjeru (u smjeru električnog i magnetskog polja), a on je mjerio transverzalnu masu (okomito na električno i magnetsko polje). Budući da je bio dobar Abrahamov prijatelj [10], Abraham je ispravio njegovu jednadžbu i uveo novu transverzalnu elektromagnetsku masu prikazanu formulom (16):

$$\mu_\beta = \frac{3}{4\beta^2} \left[ \frac{1+\beta^2}{2\beta} \log \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right) \right] \tag{16}$$

Godine 1902. i 1903. Kaufmann je ponovio svoj pokus, sada s boljom aparaturom te interpretirao svoje rezultate ponovo kao dokaz koji potvrđuje Abrahamovu teoriju [11].

### *3.2.2 1905. godina*

Godina 1905. bila je čudesna godina za fiziku. U toj je godini Albert Einstein, njemački fizičar rođen 1879. godine, objavio četiri svoja najpoznatija članka o Brownovom gibanju, fotoelektričnom efektu, odnosu mase i energije i specijalnoj teoriji relativnosti.

Većina fizičara slaže se kako je trebao dobiti Nobelove nagrade za tri od ta četiri članka, no dobio je Nobelovu nagradu samo za rad o fotoelektričnom efektu. Začetnik je specijalne i opće teorije fizike i jedan od najrevolucionarnijih fizičara. Njegovo djelo, „O elektrodinamici tijela u gibanju“, sastojalo se od dva dijela, kinematički i elektrodinamički dio. Bio je prvi koji je primjenjivao Maxwellove jednadžbe na elektrone generalno, bez pretpostavka o njihovom izgledu i strukturi kako su to radili njegovi kolege [8]. Primijenio je formulu (1) te također došao do izraza za longitudinalnu i transverzalnu masu. Svoja rješenja prezentirao je u jednom od članaka:

$$\mu_T = \gamma^2 \mu \tag{17}$$

$$\mu_L = \gamma^3 \mu \tag{18}$$

gdje, u njegovom slučaju, μ označava masu kada se elektron giba sporo što bi se danas aproksimiralo masom mirovanja $m_0$. U članku je napisao: „Koristimo li drugačije definicije sila, dobit ćemo i drugačije mase.“. Iz relacije (18) možemo uočiti kako su i Einstein i Lorentz dobili ista rješenja za longitudinalnu masu, što je ironično budući da se ona nikako ne može dokazati [8]. Također, iz relacije (17) za transverzalnu masu možemo vidjeti kako Einstein nikada nije izveo izraz za relativističku masu. Njegova transverzalna masa razlikuje se od današnje relativističke mase za faktor γ. Einstein nikada nije spomenuo relativističku masu te je i sam bio protiv tog koncepta, no svejedno mu se relativistička masa pripisuje kao otkriće. U članku je također prvi puta izveo formulu za relativističku kinetičku energiju, iako je krenuo s krivim pretpostavkama. Izračunao je rad potreban da se elektron sporo ubrza s 0 na određenu brzinu $v$ pomoću električnog polja koje je paralelno s x-osi. Slučajno je uzeo točan izraz za silu, prikazanu formulom (19):

$$F_x = \mu \gamma_{\vec{u}}{}^3 a_x \tag{19}$$

Iako je krenuo krivom formulom (1), dobio je točan izraz za energiju čestice koji je prikazan relacijom (20) [10]:

$$dW = dF_x\, dx = \mu \gamma_{\vec{u}}^{\,3}\, v\, dv \longrightarrow E_{kin} = (\gamma_{\vec{u}} - 1)\, \mu c^2 \quad (20)$$

### *3.2.3 Od 1905. godine do kraja druge polovice 20. stoljeća*

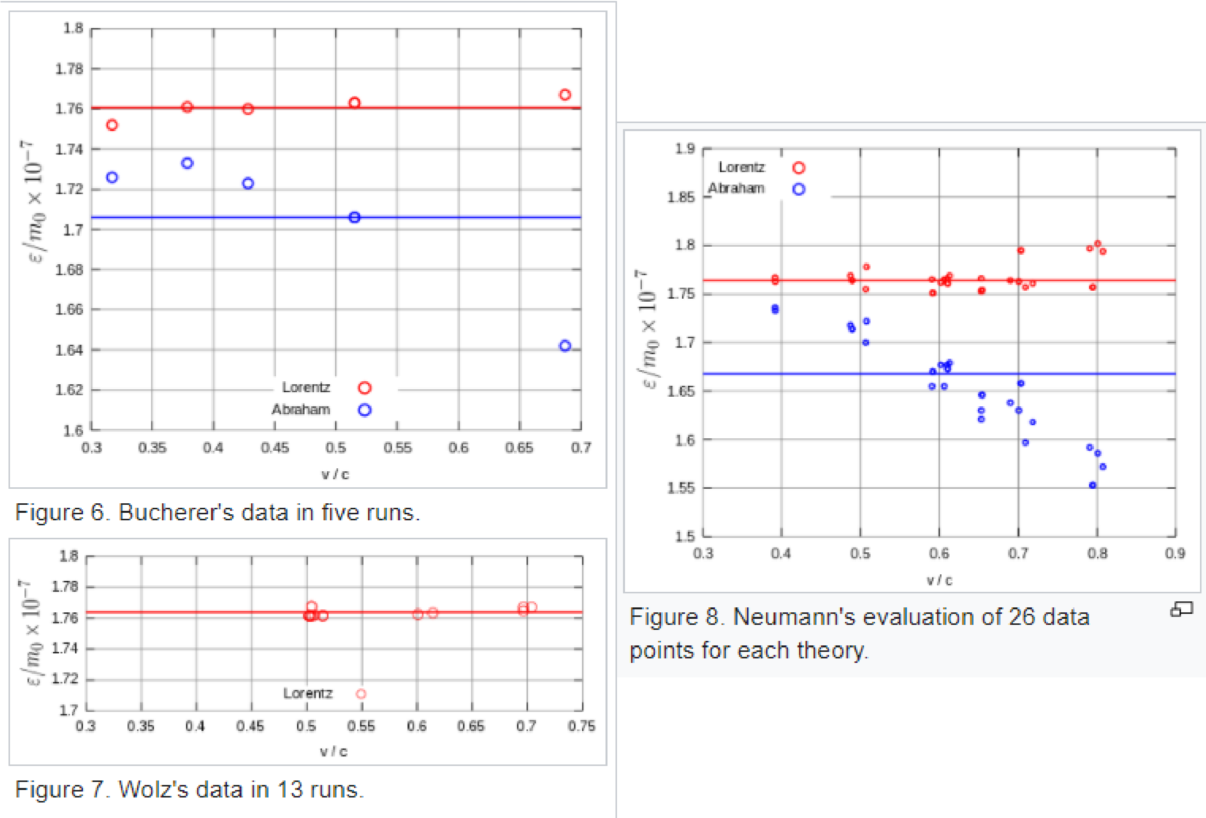
Max Planck, njemački fizičar rođen 1858. godine, začetnik je kvantne fizike kada je 1906. godine reformulirao dinamiku kao granu fizike [8]. Bio je jedan od prvih fizičara koji je prihvatio Einsteinovu specijalnu teoriju relativnosti. Naime, kada je pročitao Einsteinov rad o relativistici, odlučio je krenuti drugačijim putem te „napao“ silu s Hamilton – Lagrangeovom formulacijom. Kao rezultat toga dobio je relativističku količinu gibanja za točkastu česticu prikazanu relacijom (10). Iz relacije (10) možemo vidjeti kako količina gibanja više nije linearna funkcija brzine. Planck iz svoje relacije zaključuje kako je masa stalna i invarijantna na brzinu te odlučuje objaviti svoje rezultate, koji su utjecali na Einsteina i njegovo dotadašnje mišljenje o relativističkoj masi. Godine 1907., uz nagovor Johannesa Starka, Einstein je odlučio objaviti članak u kojem je rekonstruirao svoje kalkulacije iz 1905. godine, sada po uzoru na Plancka te u potpunosti odbacio transverzalnu i longitudinalnu masu. Od tada pa na dalje, više nikada ne spominje ovisnost mase o brzini, već ovisnost relativističke količine gibanja i energije o brzini [10]. Nisu svi fizičari prihvatili Einsteinovu relativistiku u kojoj je masa invarijantna na brzinu zato što se u to vrijeme relativistička transverzalna masa već toliko „usadila“ u fiziku i prihvatila kao centralno rješenje relativistike [8]. Budući da je Einstein dobio točnu formulu za kinetičku energiju iz početno krivih pretpostavci, nije bio siguran vrijedi li formula još uvijek te je 1907. godine ponovo izveo formulu za kinetičku energiju, sada krutog tijela, i dobio isti rezultat [10]. U članku, kojeg je 1948. godine napisao Einstein stoji: „Nije ispravno govoriti o masi tijela u gibanju $M = \gamma m$ ako se ne zna definicija mase $M$. Bolje se ograničiti na masu u mirovanju $m$ i koristiti količinu gibanja i energiju za opis gibanja na velikim brzinama $v$.“ [8]. Ono što je htio reći jest da se u relativistici mora koristiti formula (10), a ne formula (9) koja je samo aproksimacija za male brzine.

Vjeruje se da su Gilbert Lewis, američki kemičar rođen 1875. godine, i Richard Tolman, također američki kemičar rođen 1881. godine, 1909. godine prvi uveli i eksplicitno zapisali relativističku masu prikazanu relacijom (12) [10]. Radeći što zajedno što zasebno, promatrajući sudare izveli su izraz za masu koja ovisi o brzini. Iako su krenuli načinom na koji ni jedan fizičar nije, unutar koraka napravili su istu grešku kao i svi ostali. Krenuli su od izraza (21):

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{21}$$

no umjesto izraza za relativističku količinu gibanja (formula (10)), koristili su izraz za „običnu" količinu gibanja (formula (9)) te došli do postojanja relativističke mase. Identična rješenja dobio je i Lorentz pa se prema tome ideja relativističke mase ubrzo prihvatila i postaje središnji dio teorije.

Također 1909. godine, Alfred Bucherer, njemački fizičar rođen 1863. godine, provodi eksperiment sličan Kaufmannu. Koristio je sličnu aparaturu, no promijenio je ključnu stvar u pokusu. Električno i magnetsko polje sada su bili okomito jedno na drugo, a ne paralelno kao u Kaufmannovom pokusu. Kada je analizirao svoje rezultate, primijetio je da dobiva stalan $\frac{e}{m}$ omjer. Rezultati su u skladu s Lorentz – Einsteinovom formulacijom kao što je prikazano na slici (4). Unutar nekoliko sljedećih godina svi pokusi koji su izvedeni bili su u skladu sa Lorentz – Einsteinovom formulacijom (slika 4) . Kaufmann, nervozan zbog toga što svi rezultati pokusa predlažu da Abrahamova teorija odskače, ponovo provodi eksperiment da opovrgne Lorentz – Einsteinovu formulaciju. Planck reanalizira njegove rezultate koristeći relativističku količinu gibanja i dobiva stalan $\frac{e}{m}$ omjer. Pokus se morao reevaluirati zato što su rezultati visokoenergetskih elektrona odskakali od teorije [11].




Slika 4: Rezultati pokusa Alfreda Bucherera, Kurt Wolza i Güntera Neumanna [11].

Godine 1957. analizirali su se rezultati svih do tada izvedenih eksperimenata te se ni tada nije znalo koja teorija je bolja, Lorentz – Einsteinova ili Abrahamova. Prema analizi rezultata, oboje je ispravno, i da masa ovisi o brzini kako predviđa Abraham i da količina gibanja nije linearna funkcija brzine na što aludira Einstein. Problem pokusa tada bio je taj što se nije moglo doći ni približno velikim brzinama kao što je brzina svjetlosti te su se, na neki način, svi rezultati još uvijek nalazili u granicama klasične mehanike i tako potvrđivali obje teorije koje su bile u suprotnosti.  Bilo im je lakše prihvatiti relativističku masu, kako su prihvatili i dilataciju vremena i kontrakciju duljine, zato što su eksperimentalni rezultati bili u skladu s njom [8].

### *3.3 Energija mirovanja*

Kada je Albert Einstein uveo izraz (22):

$$E = mc^2 \tag{22}$$

vrlo vjerojatno je mislio na energiju $E$ kao energiju mirovanja, no nije dovoljno pazio na notaciju [12]. Tada se još nije koristio sam naziv energija mirovanja pa je jasno zašto dolazi do zbunjenosti u čitanju članaka danas. Einstein je pretpostavio tijelo u mirovanju koje emitira dva svjetlosna vala u suprotnim smjerovima kako bi tijelo mirovalo i nakon emitiranja valova. Masu je definirao kao mjeru energije koju tijelo sadrži. Ako se energija nakon emitiranja promijenila za $\Delta E$, onda se masa promijenila za $\frac{\Delta E}{c^2}$, što vodi na izraz (23):

$$\Delta E = \Delta m c^2 \tag{23}$$

kojeg su mnogi fizičari interpretirali kao izraz (22), u kojem $E$ predstavlja ukupnu energiju, a $m$ relativističku masu [13]. Budući da tijelo miruje prije i nakon emitiranja valova Einstein je aludirao na $E$ kao energiju mirovanja $E_0$ i masu mirovanja $m_0$ te bi njegov pravi izraz danas bio interpretiran kao izraz (24):

$$E_0 = m_0 c^2 \tag{24}$$

koji ponovo ima zbunjujuću notaciju. Ako $m_0$ predstavlja masu mirovanja, ponovo se nameće pitanje o postojanju druge mase kada tijelo nije u mirovanju. Ta ista zbunjujuća notacija još se uvijek može pronaći u Feynmanovim udžbenicima. Kako bi dokazali izraz (22) točnim, koriste izraz (9), koji vrijedi samo za $v \ll c$ [13]. Danas znamo kako ne postoji relativistička masa, već samo jedna masa $m = m_0$, izraz (24) svodi se na izraz (25) kakav nam je poznat danas.

$$E_0 = mc^2 \tag{25}$$

Nakon što je Einstein uveo izraz (22), iako nije mislio da će biti tako, okrunio je postojanje relativističke mase koja se povećava s povećanjem brzine [12].

Kada pričamo o dobi Einsteina, Plancka, Lorentza i ostalih, pričamo o vremenu kada se nije znalo da je efikasnije koristiti relaciju (21) umjesto relacije (1), koja je samo aproksimacija, te da treba koristiti relativističku količinu gibanja umjesto „obične“, nikada ne bismo došli do izraza za longitudinalnu i transverzalnu masu. Danas ne bismo imali problema sa relativističkom masom te je li bolje koristiti je ili ne budući da je nitko ne bi ni uveo.

### *3.4 Stajališta za i protiv relativističke mase*

Postoje dva stajališta o relativističkoj masi. Tradicionalna fizika, koja se još uvijek zalaže i koristi relativističku masu, i moderna fizika koja je odbacila koncept u potpunosti. U svim srednjim školama u Hrvatskoj iz udžbenika se izbacila relativistička masa, no na nekim se fakultetima i dalje uči zato što profesori kažu da im je lakše opisati specijalnu teoriju relativnosti preko relativističke mase [9].

U prošlosti se znalo uvoditi relativističku masu iz razloga što se nije željelo koristiti matematički zahtjevan zapis pomoću četverovektora, o kojima će više biti riječi kasnije. Navode tri razloga zašto je bolje uvesti relativističku masu:

1. Većina studenata upoznata je s izrazom (22) te je preko njega i relativističke mase mnogo lakše objasniti rješenja zadataka.
2. Relativistička masa pomaže u objašnjenju gravitacijskog crvenog pomaka (Einsteinovog pomaka) u općoj teoriji relativnosti.
3. Ako studenti razumiju masu kao mjeru inercije, relativistička masa pomaže objasniti zašto je potrebno mnogo energije kako bi se čestice ubrzale do brzine $v = 0{,}999c$, odnosno zašto je nemoguće ubrzati masene čestice do brzine svjetlosti [9].

Prvi razlog već je objašnjen u potpoglavlju „Energija mirovanja“ te ne bi trebalo doći do zbunjenosti kada kažemo da izraz (22) vrijedi samo kada pričamo o energiji mirovanja, dok je izraz (11) najopćenitiji prikaz ukupne energije. Fizičari, koji se zalažu za izraz (22) i koncept relativističke mase (stajalište za), kažu kako je to elegantan pristup relativističkoj energiji i jednakosti mase i energije. Povećanje jednog rezultira povećanjem drugog, dok je $c^2$ samo faktor koji pretvara jedinicu energije u jedinicu mase. Fizičari, koji se ne zalažu za koncept relativističke mase (stajalište protiv), kažu kako izraz (22) odnosi samo na tijelo u mirovanju, te ako se tijelo ubrza, masa ostaje ista, a energija se poveća na $E = E_0 + K$ [14]. Do problema i zbunjenosti studenata dolazi kada bismo zamislili spremnik u kojem se nalaze čestice plina u gibanju. Stajalište protiv kaže kako, iako je masa mirovanja svakog od atoma $m_{0,i}$, masa mirovanja cijelog sustava nije sam zbroj masa mirovanja svakog od atoma $\Sigma m_{0,i}$, već $\Sigma\ (\ m_{0,i} + \frac{K_i}{c^2}\ )$. Stajalište *za* kaže kako je masa sustava jednostavno zbroj relativističkih masa svakog od atoma $\Sigma m_{rel,i}$. Vidimo kako je studentima lakše objasniti ovaj slučaj preko relativističke mase te zašto neki profesori biraju uvesti relativističku masu u svoja predavanja. Kada bismo pogledali jedan numerički zadatak, dva protona nalijeću jedan na drugoga te oboje imaju kinetičku energiju 20000 GeV. Proton ima masu mirovanja 1 GeV i masu 1 GeV/$c^2$. Gledano iz perspektive stajališta *za*, svaki od protona ima ukupnu energiju 20001 GeV i masu 20001 GeV/$c^2$ relativno prema laboratoriju pa prema tome sustav od dva protona ima ukupnu energiju 40002 GeV i ukupnu masu 40002 GeV/$c^2$. Gledano sa stajališta protiv, svaki od protona ima energiju 20001 GeV i masu 1 GeV/$c^2$. Sustav od dva protona ima ukupnu energiju 40002 GeV, no masa sustava nije 2 GeV/$c^2$, već dolaze do istog broja kao i stajalište *za* od 40000 GeV/$c^2$. Koje je stajalište više zbunjujuće za učenike i studente koji se prvi puta susreću sa specijalnom teorijom relativnosti? Većina profesora navode ovakve slučajeve kao razlog uvođenja relativističke mase [14].

Kada razmatramo drugi razlog, u slučaju fotona, zaista je lakše pojasniti fenomen Einsteinovog pomaka. Za fotone se ne koristi relacija (11), već formula (22) kako bi se motiviralo korištenje $\frac{E}{c^2}$ za masu fotona. Ako ne želimo uvesti relativističku masu kao koncept, trebali bi objasniti fenomen pomoću dilatacije vremena u gravitacijskom polju.

Kada bi pogledali treći razlog, ako profesori ne idu u toliku dubinu i ne uvedu longitudinalnu masu $m_L$ i transverzalnu masu $m_T$, oni zapravo zavaravaju studente koji tada misle da razumiju koncept relativističke mase, dok se u stvarnosti njihovo razumijevanje zasniva na miskoncepciji. Bilo bi bolje uvesti izraz (11) i preko njega objasniti zašto je potrebno toliko energije da bi se čestice ubrzale do $0{,}99c$ [9].

Wolfgang Rindler, koji se zalaže za relativističku masu te kaže kako odbija ne upotrebljavati je, u svom članku govori kako je izbezumljen člankom Lev B. Okuna koji se protivi konceptu relativističke mase. Navodi kako relativistička masa nije krivi koncept, već se radi o terminologiji. Izlaže kako oko 40% fizičara vidi veliku korisnost u izrazu (22), dok oko 60% ne vidi [15]. Također, jedan je od onih koji koriste Newtonovsku količinu gibanja opisanu relacijom (9), kojoj ovdje nije mjesto, kako bi opisao relativističku masu.

John L. Synge, veliki ljubitelj Lev B. Okuna i protivnik koncepta relativističke mase, govori kako je relativistička masa zbunjujuć i nepotreban koncept. Također, govori kako se ni relativistička količina gibanja, opisana relacijom (10), ne bi trebala uvoditi zbog operatora $\frac{d}{dt}$, već bi se cijela teorija trebala objasniti preko četverovektora [15].

Gledajući s današnjeg stajališta, koncept relativističke mase ima svojih nedostataka. Koncept dozvoljava korištenje relacije (22) koju neki vide kao prednost, iako nije u potpunosti točna. To što neki smatraju da je relativistička masa prikladna za pogodnije objašnjenje specijalne teorije fizike nikako ne znači da je ona fundamentalna u relativistici.

# 4 Fizika bezmasenih čestica

## *4.1 Bezmasene čestice i njihova svojstva*

Kada pričamo o česticama u svakodnevnom životu, većina ljudi zamišlja ih kao malene kugle, što je daleko od istine [16]. Kako zamisliti česticu kao kuglicu bez mase? Kao što je rečeno u prvom poglavlju, masa se u svakodnevnom govoru često miješa s težinom tijela ili inercijom, odnosno pružanju otpora promjeni gibanja. Elementarnim česticama, kao što su elektroni, masa se očitava preko međudjelovanja s Higgsovim poljem o kojem će se nešto, u kratkim crtama, reći kasnije. Većina mase protona ili neutrona dolazi od jake nuklearne sile koja drži kvarkove, konstituente nukleona, zajedno. Čestice koje su prijenosnici sila i ne osjećaju privlačenje Higgsovog polja su bezmasene čestice. Do sada su poznate dvije bezmasene čestice, foton i gluon [16]. Čestice možemo zamišljati kao pobuđenja u kvantnom polju. Kvantno polje može se zamisliti kao modovi vibracija žica na violini. Ako je zatitramo točno određenom energijom, dobivamo ton. Isto tako ako zatitramo kvantno polje točno određenom energijom, dobivamo česticu. Bezmasene čestice imaju neka jedinstvena svojstva:

- u potpunosti su stabilne te se ne raspadaju na dvije stabilnije čestice
- elementarne su iako nemaju masu
- nemaju jasne granice
- bozoni su što znači da imaju cjelobrojni spin
- mogu međudjelovati s materijom [17]

Budući da nemaju masu, po Einsteinovoj relaciji opisanoj izrazom (25), nemaju ni energiju mirovanja. Energija koju sadrže u potpunosti je kinetička. Prema relacijama o masi, energiji i količini gibanja, bezmasene čestice se mogu gibati isključivo brzinom svjetlosti i imati količinu gibanja opisanu relacijom (26):

$$p = \frac{E}{c} \tag{26}$$

Foton je čestica koja prenosi elektromagnetsko međudjelovanje. To je kvant elektromagnetskog zračenja. Einstein je među prvima uveo na ispravan način opis svjetlosti koja se ponaša poput roja čestica i nazvao te čestice - fotoni [6]. Energija fotona iznosi:

$$E = hf \tag{27}$$

gdje je $f$ frekvencija titranja elektromagnetskog vala, a $h$ Planckova konstanta. Očito se svjetlost ponaša i kao čestica i kao val. Oni nemaju električni naboj pa ne međudjeluju s ostalim fotonima, no baždarni su bozoni, što omogućuje materijalnim česticama da interagiraju međusobno [18]. Fotoni mogu nastati prilikom vraćanja atoma u osnovno ili niže pobuđeno stanje ili anhilacijom čestice i antičestice (elektron i pozitron) te isto tako „nestati“, odnosno biti apsorbirani.

Gluon je čestica koja prenosi jaku nuklearnu silu, odnosno drži kvarkove zajedno u hadronima. Atomska jezgra sastoji se od protona i neutrona koji su hadroni. Neutroni nemaju električni naboj, dok su protoni pozitivni. Kako to da atomska jezgra ostaje stabilna ako se protoni međusobno odbijaju unutar nje? Odgovor na to pitanje leži u gluonima. Potrebna je sila koja će, na malim udaljenostima (samo unutar jezgre), nadjačati odbojnu električnu silu. Ulogu te sile preuzela je jaka nuklearna sila. Gluoni su nosioci čak 8 različitih vrsta naboja, nazvanih boja. U jakoj interakciji između dva kvarka silu prenosi gluon koji nosi dva naboja boje [19].

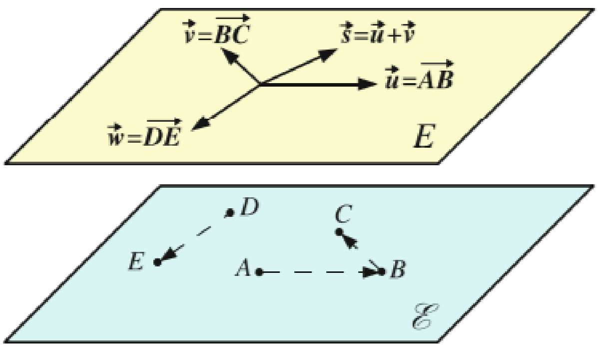
Sedamdesetih godina fizičari su primijetili da ima mnogo sličnosti između dvije od četiri fundamentalne sile, slabe nuklearne i elektromagnetske sile. Započeli su ideju o spajanju tih dviju sila u jednu, elektroslabu silu. Kako znamo da uz svaku interakciju vežemo bezmasene čestice kao nosioce interakcija, nosioci elektroslabe interakcije su fotoni te W i Z bozoni, no W i Z bozoni su vrlo masivne čestice. Kako bi se taj problem riješio, Robert Brout, François Englert i Peter Higgs predstavili su svoju teoriju koja govori da česticama masu daje interakcija između njih i nevidljivog polja koje prožima cijeli svemir nazvanim Higgovo polje. Ponovo se govori o polju i interakciji koja zahtijeva česticu nosioca. Tu česticu nazvali su Higgssov bozon. U početku, tik nakon Velikog praska, očekivana vrijednost Higgsovog polja iznosila je nula. Kako se svemir počeo hladiti, tako je Higssovo polje počelo rasti i širiti se svemirom što je zahtijevalo interakciju njega i ostalih čestica dajući im time masu. Što više Higgsovo polje privlači neku česticu, to joj je masa veća. Godine 2012. iz Large Hadron Collidera javili su kako su pronašli novu česticu čija masa iznosi oko 125 GeV/$c^2$. Pronađena čestica u skladu je s Higgsovim bozonom, no i dalje se rade istraživanja je li ta čestica u skladu s predviđanjima standardnog modela [20].

### *4.2 Bezmasene čestice u relativistici*

Kako bismo mogli opisati bezmasene čestice u relativistici, prvo moramo dublje matematički opisati svojstva prostora na kojem se bazira specijalna teorija relativnosti, nego što smo opisali u prethodnom poglavlju.

#### *4.2.1 Četverovektori*

Ono što specijalnu teoriju relativnosti odvaja od klasične mehanike jest spoj vremena i prostora u jedan koncept, što narušava Newtonovo apsolutno vrijeme i prostor. Iz tog razloga potrebne su četiri veličine kako bi se mogao dobro opisati događaj. Tri veličine opisuju prostorne koordinate događaja, dok četvrta opisuje vrijeme. Matematički konstrukt koji opisuje takav kontinuum naziva se mnogostrukost (eng. *manifold*). U specijalnoj teoriji relativnosti mnogostrukost koja je izabrana za opis je afini prostor (eng. *affine space*). Zbog jednostavnosti, uzmimo dvije dimenzije te zamislimo dvije ravnine jednu iznad druge kao što je prikazano na slici (5) [21].




Slika 5: Afini prostor u dvije dimenzije [21].

Elementi ravnine $\mathscr{E}$ su točke, dok je ravnina $E$ vektorski prostor ispod ravnine $\mathscr{E}$. Kada bismo se prebacili iz dvije dimenzije u četiri dimenzije, $\mathscr{E}$ bi označavao afini prostor nazvan prostorvrijeme, a $E$ vektorski prostor izomorfan s $\mathscr{E}$. Elementi prostorvremena $\mathscr{E}$ su događaji, a elementi vektorskog prostora $E$ su četverovektori. Naziv četverovektori označava samo da se radi o vektorima u četiri dimenzije. Ista fizikalna dimenzija dana je i prostoru i vremenu. Dogovorom je ta zajednička dimenzija prostorna, što odgovara SI jedinici duljine metar. To znači da mora postojati pretvorbeni faktor iz prostora u vrijeme. Pretvorbeni faktor jest brzina svjetlosti $c$ [21]:

$$c = 299\ 792\ 458\ \ \frac{m}{s} \tag{28}$$

Fundamentalna struktura $\mathscr{E}$ u specijalnoj teoriji razlikuje se od Newtonove te je dana metričkim tenzorom. U nerelativističkoj klasičnoj fizici u trodimenzionalnom prostoru skalarni produkt opisan je relacijom (29):

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u^1 v^1 + u^2 v^2 + u^3 v^3 \tag{29}$$

Skalarni produkt koji sadrži samo znak + između članova produkta naziva se Euklidov skalarni produkt. U specijalnoj teoriji relativnosti relacija (29) nije tako jednostavna. Razlikuje se na dva načina:

1. više nisu u pitanju tri dimenzije, već četiri pa je potreban dodatan član te
2. skalarni produkt više nije Euklidov.

Vektorski prostor $E$, koji se nalazi ispod $\mathscr{E}$, obogaćen je nedegenerativnom, simetričnom bilinearnom formom $\boldsymbol{g}$ koja karakterizira skalarni produkt:

$$\boldsymbol{g}\,(\vec{\boldsymbol{u}},\vec{\boldsymbol{v}}\,) = -u^0 v^0 + u^1 v^1 + u^2 v^2 + u^3 v^3 \tag{30}$$

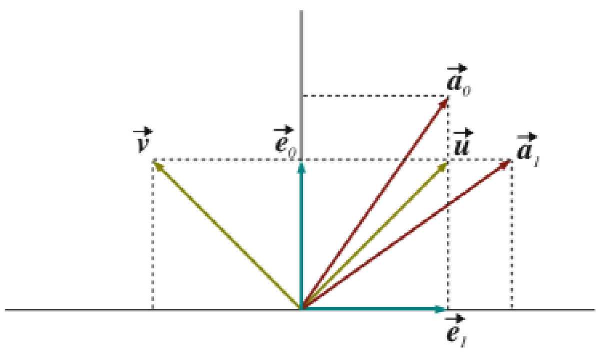
Bilinearna forma $\boldsymbol{g}$ naziva se metrički tenzor prostorvremena $\mathscr{E}$. Oznaka (-,+,+,+) naziva se Lorentzova oznaka, dok se (+,+,+,+) zavima Euklidova ili Riemannova oznaka.

Euklidov skalarni produkt vektora sa samim sobom, zbog znaka plus, poprima samo pozitivne vrijednosti ili nulu. Zbog minusa u Lorentzovoj oznaci, naš novi skalarni produkt vektora sa samim sobom može poprimiti više vrijednosti. Prema tome su vektori svrstani u 3 tipa vektora:

- ako $\boldsymbol{g}\ (\vec{\boldsymbol{v}}, \vec{\boldsymbol{v}}\ ) < 0$, onda je vektor $\vec{\boldsymbol{v}}$ vremenskog tipa
- ako $\boldsymbol{g}\ (\vec{\boldsymbol{v}}, \vec{\boldsymbol{v}}\ ) > 0$, onda je vektor $\vec{\boldsymbol{v}}$ prostornog tipa
- ako $\boldsymbol{g}\ (\vec{\boldsymbol{v}}, \vec{\boldsymbol{v}}\ ) = 0$ i $\vec{\boldsymbol{v}}\ \neq 0$, onda je vektor $\vec{\boldsymbol{v}}$ svjetlosnog tipa.

Vidimo kako skalarni produkt vektora $\vec{\boldsymbol{v}}$ može poprimiti vrijednost nula, iako sam vektor ne iznosi nula [21].

Ako bismo željeli nacrtati dijagram u prostorvremenu, moramo jednu ili više dimenzija reducirati na tri ili dvije dimenzije kako bismo si mogli lakše predočiti prostor. Zamislimo da se nalazimo u dvije dimenzije te je u okomitom smjeru vektor vremenskog tipa, u horizontalnome prostornog tipa i oboje su okomiti jedan na drugog s obzirom na $\boldsymbol{g}$ kao što je prikazano na slici (6).




Slika 6: Prikaz vektora u prostorvremenu u dvije dimenzije [21].

Proizvoljno odaberemo kao ortonormiranu bazu vektore $\overrightarrow{\boldsymbol{e}_0}$ i $\overrightarrow{\boldsymbol{e}_1}$, gdje je $\overrightarrow{\boldsymbol{e}_0}$ vremenskog tipa pa za njega vrijedi $\overrightarrow{\boldsymbol{e}_0} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{e}_0} = -1$, a $\overrightarrow{\boldsymbol{e}_1}$ prostornog te za njega vrijedi $\overrightarrow{\boldsymbol{e}_0} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{e}_0} = 1$. Budući da su $\overrightarrow{\boldsymbol{e}_0}$ i $\overrightarrow{\boldsymbol{e}_1}$ okomiti jedan na drugog, za njih vrijedi $\overrightarrow{\boldsymbol{e}_0} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{e}_1} = 0$. Uz bazične vektore, nacrtana su još četiri druga vektora čije su komponente s obzirom na bazu definirane izrazom (31):

$$a_0^\alpha = \left( \sqrt{2}, 1, 0, 0 \right), \; a_1^\alpha = \left( 1, \sqrt{2}, 0, 0 \right), \; u^\alpha = ( 1, 1, 0, 0 ), \; v^\alpha = ( 1, -1, 0, 0 ) \qquad (31)$$

Iz izraza (31) možemo vidjeti kako vektori $\boldsymbol{u}^\alpha$ i $\boldsymbol{v}^\alpha$ nisu ortogonalni s obzirom na $\boldsymbol{g}$ iako su na slici (6) tako prikazani te su oboje vektori svjetlosnog tipa:

$$\vec{\boldsymbol{u}} \cdot \vec{\boldsymbol{v}} = -1( 1 * 1 ) + 1\big( 1 * (-1)\big) + 1( 0 * 0 ) + 1( 0 * 0 ) = -2 \neq 0$$

$$\vec{\boldsymbol{u}} \cdot \vec{\boldsymbol{u}} = -1( 1 * 1) + 1( 1 * 1 ) + 1( 0 * 0 ) + 1( 0 * 0 ) = 0$$

$$\vec{\boldsymbol{v}} \cdot \vec{\boldsymbol{v}} = -1( 1 * 1) + 1( (-1) * (-1) ) + 1( 0 * 0 ) + 1( 0 * 0 ) = 0$$

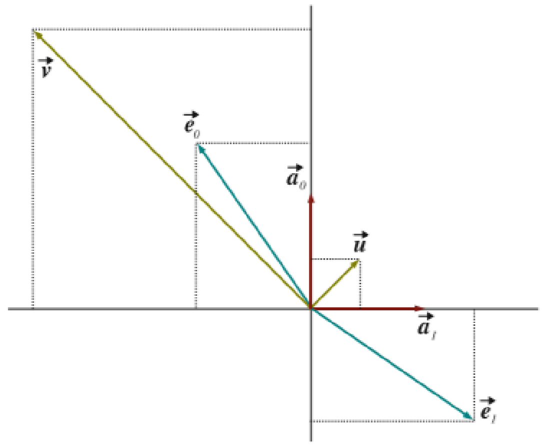
Vektori svjetlosnog tipa u vektorskom prostoru $E$ uvijek se nalaze pod kutom od ±45° s obzirom na ortonormiranu bazu. Također, možemo vidjeti kako su vektori $\overrightarrow{\boldsymbol{a}_0}$ i $\overrightarrow{\boldsymbol{a}_1}$ ortogonalni s obzirom na $\boldsymbol{g}$ što znači da bi i ta dva vektora mogla predstavljati dobru ortonormiranu bazu, iako u reprezentaciji na slici (6) nisu okomiti jedan na drugoga. To se vrlo lako može provjeriti:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{a}_0} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{a}_1} = \eta_{\alpha\beta} a_0^\alpha a_1^\beta = -1\big(\sqrt{2} * 1 \big) + 1\big( 1 * \sqrt{2} \big) + 1( 0 * 0 ) + 1( 0 * 0 ) = 0$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{a}_0} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{a}_0} = -1\big( \sqrt{2} * \sqrt{2} \big) + 1( 1 * 1 ) + 1( 0 * 0 ) + 1( 0 * 0 ) = -1$$

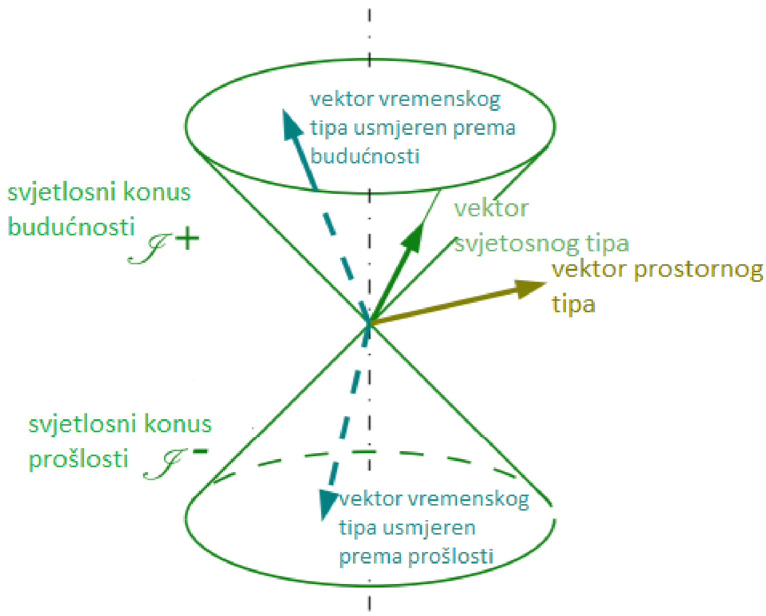
$$\overrightarrow{\boldsymbol{a}_1} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{a}_1} = -1( 1 * 1 ) + 1\big( \sqrt{2} * \sqrt{2}\big) + 1( 0 * 0 ) + 1( 0 * 0 ) = 1$$

Vidimo kako je vektor $\overrightarrow{\boldsymbol{a}_0}$ vremenskog tipa, dok je vektor $\overrightarrow{\boldsymbol{a}_1}$ prostornog tipa. Prema tome, slika (6) mogla bi se nacrtati na drugačiji način, gdje su vektori $\overrightarrow{\boldsymbol{a}_0}$ i $\overrightarrow{\boldsymbol{a}_1}$ jedinični vektori koji čine ortonormiranu bazu. Takva reprezentacija vektora prikazana je na slici (7).



Slika 7: Prikaz vektora iz druge perspektive [21].

Obje reprezentacije prikazane slikama (6) i (7) valjane su reprezentacije istog vektorskog prostora $E$ [21]. Na slici (8) prikazan je skup vektora $\mathscr{J}$ u vektorskom prostoru $E$.




Slika 8: Svjetlosni konus u vektorskom prostoru $E$ gdje je jedna prostorna dimenzija potisnuta [21].

Skup vektora $\mathscr{J}$ još se naziva svjetlosni konus budući da ga definiraju vektori svjetlosnog tipa. Svjetlosni konus odvaja vektore vremenskog tipa od vektora prostornog tipa. Vektori vremenskog tipa nalaze se unutar konusa, dok se vektori prostornog tipa nalaze izvan konusa. Donji stožac svjetlosnog konusa naziva se svjetlosni konus prošlosti i označava se $\mathscr{I}$- , a gornji stožac svjetlosni konus budućnosti i označava se $\mathscr{I}$+. Vektore vremenskog i svjetlosnog tipa svrstavaju se u dvije skupine:

- vektori koji se nalaze unutar ili na $\mathscr{I}$+ su usmjereni prema budućnosti te
- vektori koji se nalaze unutar ili na $\mathscr{I}$- su usmjereni prema prošlosti.

Set vektora vremenskog tipa koji su usmjereni prema budućnosti označavamo sa $\mathscr{H}$+, dok set vektora vremenskog tipa koji su usmjereni prema prošlosti označavamo sa $\mathscr{H}$-.

Orijentacija u vektorskom prostoru *E* razlikuje se od one u dvije ili tri dimenzije. Definira se Levi – Civita tenzor, prikazan u relaciji (33), pomoću kojeg se određuje orijentacija *E:*

$$(\vec{\boldsymbol{e}}_\alpha)_{\,ortonormirana\ baza} = \boldsymbol{\varepsilon}\,(\overrightarrow{\boldsymbol{e}_0}, \overrightarrow{\boldsymbol{e}_1}, \overrightarrow{\boldsymbol{e}_2}, \overrightarrow{\boldsymbol{e}_3}\,) = \pm 1 \tag{32}$$

Kada bi se relacija (32) generalizirala, orijentacija vektorskog prostora *E* smatra se desnom ako za bazu $(\vec{\boldsymbol{e}}_\alpha)$ vrijedi $\boldsymbol{\varepsilon}\,(\overrightarrow{\boldsymbol{e}_0}, \overrightarrow{\boldsymbol{e}_1}, \overrightarrow{\boldsymbol{e}_2}, \overrightarrow{\boldsymbol{e}_3}\,) > 0$ ili lijevom ako vrijedi $\boldsymbol{\varepsilon}\,(\overrightarrow{\boldsymbol{e}_0}, \overrightarrow{\boldsymbol{e}_1}, \overrightarrow{\boldsymbol{e}_2}, \overrightarrow{\boldsymbol{e}_3}\,) < 0$. Levi – Civita tenzor generalizira mješani produkt u Euklidovom trodimenzionalnom prostoru te iz tog razloga daje volumni element prostorvremenu. Levi – Civita tenzor ima svojstvo antisimetričnosti što znači da mijenja svoj predznak kada dva elementa zamijene svoja mjesta.

Kada bi se sumirala sva svojstva četverodimenzionalnog prostora $\mathscr{E}$, dobio bi se Minkowski prostorvrijeme ($\mathscr{E}$, $\boldsymbol{g}$, $\mathscr{I}$+, $\boldsymbol{\varepsilon}$) za koji vrijedi:

- $\mathscr{E}$ je četverodimenzionalni afini prostor sa pripadajućim vektorskim prostorom *E* te se još naziva prostorvrijeme unutar kojeg su elementi nazvani događaji
- $\boldsymbol{g}$ je bilinearna forma u *E* koja je simetrična, nedegenerativna, ima oznaku (-,+,+,+) i još se naziva metrički tenzor
- $\mathscr{I}$+ je jedan od dvaju stožaca svjetlosnog konusa koji se naziva svjetlosni konus budućnosti

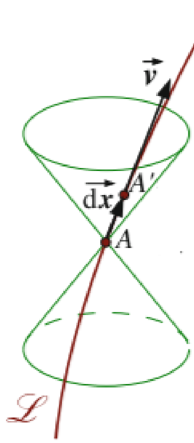
- $\boldsymbol{\varepsilon}$, poznatiji kao Levi – Civita tenzor, je tenzor u $E$ koji je antisimetričan te daje $\pm 1$ kada se primijeni na bilo koju ortonormiranu bazu s obzirom na $\boldsymbol{g}$.

Kada se odaberu $\mathscr{E}$ i $\boldsymbol{g}$, postoje samo dvije mogućnosti za $\mathscr{J}$ i $\boldsymbol{\varepsilon}$. Odabirom $\mathscr{J}$ definira se vrijeme, dok se odabirom $\boldsymbol{\varepsilon}$ definira orijentacija vektorskog prostora. Minkowski prostorvrijeme je afini prostor definiranog skalarnog produkta oznake (-,+,+,+), vremena i orijentacije [21].

Kako bismo pojednostavili opis takvog prostora, zamislimo vektorski prostor u kojem nemamo pravog, iskonskog ishodišta. U specijalnoj teoriji relativnosti to je bitno zato što svaki promatrač gleda događaj sa svoje točke gledišta, odnosno svog ishodišta te se zbog različitih perspektiva događaji ne dogode na istome mjestu.

### *4.2.2 Svojstveno vrijeme*

Kao i u klasičnoj mehanici, tako i u specijalnoj teoriji relativnosti, čestice su opisane kao točke. Budući da se afini prostor $\mathscr{E}$ definira kao prostorvrijeme, događaj u $\mathscr{E}$ ne može se razdijeliti na prostorni dio i na vremenski dio. Iz tog razloga u prostorvremenu $\mathscr{E}$ definira se krivulja koja se naziva svjetska linija objekta (eng. *worldline*) te opisuje put čestice u $\mathscr{E}$. Masivne čestice prate krivulju $\mathscr{L}$ takvu da je svaki vektor koji je tangencijalan na $\mathscr{L}$ vremenskog tipa. Norma vektora s obzirom na metrički tenzor $\boldsymbol{g}$ je pozitivan ili nul realan broj. Ovdje, u prostorvremenu $\mathscr{E}$, norma vektora nema isto značenje kao i u tri dimenzije, gdje je predstavljala duljinu vektora. Zamislimo točke A i A' koje su infinitezimalno udaljene i predstavljaju dva događaja na svjetskoj liniji čestice kao što je prikazano na slici (9).




Slika 9: Svjetska linija $\mathscr{L}$ masivne čestice [21].

Vektor $d\vec{\boldsymbol{x}}$ predstavlja vektor koji spaja događaje A i A'. Iz slike (9) vidljivo je kako je vektor $d\vec{\boldsymbol{x}}$ tangencijalan na $\mathscr{L}$, što po definiciji znači da je vremenskog tipa. Tada vrijedi:

- $c\ d\tau = \|d\vec{\boldsymbol{x}}\|_{\boldsymbol{g}} = \sqrt{-\boldsymbol{g}\ (d\vec{\boldsymbol{x}}, d\vec{\boldsymbol{x}}\ )}$ ako je $d\vec{\boldsymbol{x}}$ usmjeren prema budućnosti (33) te
- $c\ d\tau = -\|d\vec{\boldsymbol{x}}\|_{\boldsymbol{g}} = -\sqrt{-\boldsymbol{g}\ (d\vec{\boldsymbol{x}}, d\vec{\boldsymbol{x}}\ )}$ ako je $d\vec{\boldsymbol{x}}$ usmjeren prema prošlosti (34).

Minus unutar korijena dolazi zato što za vektore vremenskog tipa vrijedi $\boldsymbol{g}\ (d\vec{\boldsymbol{x}}, d\vec{\boldsymbol{x}}\ ) \leq 0$. Zbog faktora $c$, dimenzija veličine $d\tau$ je vrijeme, $\boldsymbol{g}$ nema dimenzije, a dimenzija $d\vec{\boldsymbol{x}}$ je duljina. Veličina $d\tau$ naziva se svojstveno vrijeme i označava vrijeme potrebno od događaja A do događaja A' gibajući se po krivulji $\mathscr{L}$. Ako bismo vektor $d\vec{\boldsymbol{x}}$ izrazili pomoću komponenata $(dx^{\alpha})$ u ortonormiranoj bazi u $(E, \boldsymbol{g})$, skalarni produkt $\boldsymbol{g}\ (d\vec{\boldsymbol{x}}, d\vec{\boldsymbol{x}})$ može se iskazati preko relacije (30), gornje relacije prelaze u relaciju (35) [21]:

$$c\ d\tau = \pm\sqrt{(dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2} \qquad (35)$$

Razlog zašto je svojstveno vrijeme τ korisnije od „običnog“ laboratorijskog vremena $t$ jest da je svojstveno vrijeme invarijantno na referentni sustav, dok $t$ ovisi o odabiru referentnog sustava [5].

### *4.2.3 Četverobrzina*

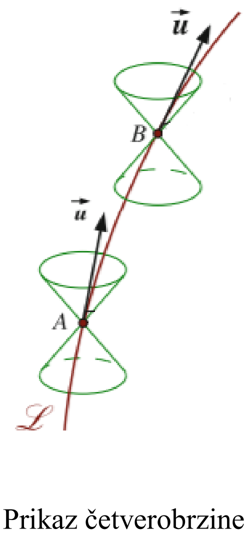
Sada kada smo uveli vlastito vrijeme, možemo uvesti veličinu invarijantnu na odabir referentnog sustava, četverobrzinu. Četverobrzina je vektor u vektorskom prostoru $E$ definiran kao:

$$\vec{\boldsymbol{u}} = \frac{1}{c}\frac{d\vec{\boldsymbol{x}}}{d\tau}\ ;\ u^{\alpha} = \frac{1}{c}\frac{dx^{\alpha}}{d\tau}$$

gdje je $d\vec{\boldsymbol{x}}$ infinitezimalni vektor tangencijalan na $\mathscr{L}$ i usmjeren prema budućnosti, a $d\tau$ vlastiti vremenski interval koji odgovara vektoru $d\vec{\boldsymbol{x}}$ kao što je opisano u relacijama (33) i (34). Ono što je ovdje novost, za razliku od tri dimenzije, zahvaljujući faktoru $\frac{1}{c}$, vektor $\vec{\boldsymbol{u}}$ je bezdimenzionalan i kao takav predstavlja se kao jedinstveni jedinični vektor usmjeren prema budućnosti i tangencijalan na $\mathscr{L}$. Za njega vrijedi relacija (36):

$$\vec{\boldsymbol{u}} \cdot \vec{\boldsymbol{u}} = -1 \tag{36}$$

iz koje možemo vidjeti da je vektor $\vec{\boldsymbol{u}}$ vremenskog tipa usmjeren prema budućnosti, odnosno pripada setu $\mathscr{H}$+ kao što je prikazano na slici (10) (nalazi se unutar stošca $\mathscr{I}$+).




Slika 10: Prikaz četverobrzine u $\mathscr{E}$ [21].

Prema tome, set vektora vremenskog tipa u $\mathscr{H}+$ je zapravo set mogućih četverobrzina [21]. Zamislimo to na ovaj način, putujemo avionom iz Zagreba prema New Yorku te pilot kaže kako avion putuje brzinom od $0{,}8c$. Kada je rečeno ovako misli se na „običnu brzinu“ mjereći je s referentnog sustava vezanog uz Zemlju:

$$\vec{u} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

Želimo li znati vrijeme potrebno da sletimo na Zemlju, zanima nas svojstvena brzina. Svojstvena brzina je hibridna veličina izražena kao omjer udaljenosti (mjerene iz mirujućeg sustava vezanog uz Zemlju) i svojstvenog vremena (mjerenog iz našeg, gibajućeg sustava):

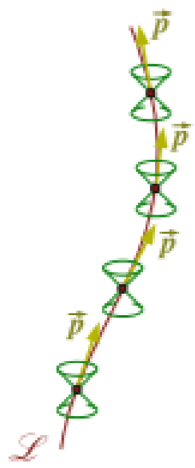
$$\vec{\eta} = \frac{d\vec{l}}{d\tau}$$

Veza između svojstvene brzine i „obične“ brzine izražena je relacijom (37) [5]:

$$\vec{\eta} = \gamma\vec{u} \tag{37}$$

#### 4.2.4 *Količina gibanja u prostorvremenu $\mathscr{E}$, masa i energija*

Zamislimo da imamo masivnu česticu $\boldsymbol{P}$ koja se giba po krivulji $\mathscr{L}$ u Minkowski prostorvremenu $\mathscr{E}$ kao što je prikazano na slici (11).




Slika 11: Prikaz četverovektora količine gibanja duž krivulje $\mathscr{L}$ [21].

Ako čestica nema nikakvu unutarnju strukturu, četverovektor količine gibanja čestice $\boldsymbol{P}$, $\vec{\boldsymbol{p}}\ (M)$, u točki M $\epsilon$ $\mathscr{E}$ tangencijalan je na $\mathscr{L}$ i vremenskog je tipa usmjeren prema budućnosti. $\boldsymbol{g}$ je bezdimenzionalan što rezultira time da vektor $\vec{\boldsymbol{p}}$, zbog metričke dualnosti (preslikavanje četverovektora $\vec{\boldsymbol{p}}$ u njegovu linearnu formu $\underline{\boldsymbol{p}}$), ima istu dimenziju, odnosno umnožak mase i brzine. Norma vektora $\vec{\boldsymbol{p}}$, opisana relacijom (38), podijeljena sa faktorom $c$ naziva se masa čestice $\boldsymbol{P}$ [21]:

$$m = \frac{1}{c}\|\vec{\boldsymbol{p}}\|_g = \frac{1}{c}\sqrt{-\boldsymbol{g}\,(\vec{\boldsymbol{p}},\vec{\boldsymbol{p}}\,)} \tag{38}$$

Ekvivalentan zapis relacije (38):

$$\vec{\boldsymbol{p}} \cdot \vec{\boldsymbol{p}} = -\,m^2c^2 \tag{39}$$

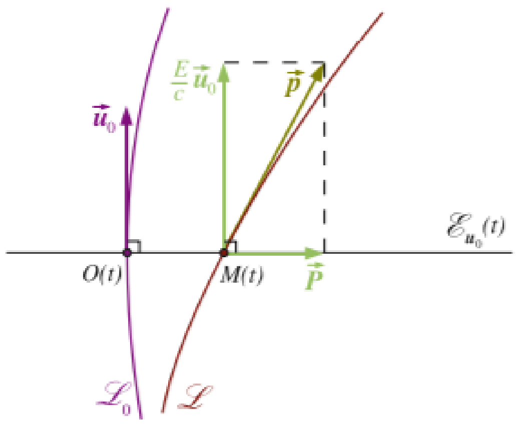
Budući da su za masivne čestice oba vektora, $\vec{\boldsymbol{p}}$ i $\vec{\boldsymbol{u}}$, vremenskog tipa, oni su kolinearni. Dakle, jedan vektor može se zapisati kao linearna kombinacija drugog:

$$\vec{\boldsymbol{p}} = \alpha \, \vec{\boldsymbol{u}}$$

Oba su usmjerena prema budućnosti pa za $\alpha \in \mathbb{R}$ mora vrijediti $\alpha \geq 0$. Čak štoviše, četverobrzina je jedinični vektor te, po relaciji (36), norma vektora $\vec{\boldsymbol{p}}$ iznosi $mc$, stoga mora vrijediti $\alpha = mc$ što rezultira relacijom (40) [21]:

$$\vec{\boldsymbol{p}} = mc \, \vec{\boldsymbol{u}} \tag{40}$$

Kako bismo pobliže objasnili energiju čestice $\boldsymbol{P}$, zamislimo da se giba po krivulji $\mathscr{L}$ s četverovektorom količine gibanja $\vec{\boldsymbol{p}}$ kada se nalazi u točki M, gledajući sa stajališta promatrača **O**, koji se giba po svojoj krivulji $\mathscr{L}$(**O**) četverobrzinom $\overrightarrow{\boldsymbol{u_O}}$ u vlastitom vremenu $t$ kao što je prikazano na slici (12).




Slika 12: Prikaz gibanja promatrača **O** i čestice **P** po krivuljama $\mathscr{L}$ i $\mathscr{L}$(**O**) [21].

Energija čestice, koju mjeri promatrač **O** točno kada točka M presječe njegov prostor u vremenu t $\mathscr{E}$(**O**, t), iznosi:

$$E = -c\,(\vec{\boldsymbol{p}} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{u_O}}) \tag{41}$$

Na slici (12) vidljivo je kako je energija, za promatrača **O**, jedna komponenta četverovektor količine gibanja $\vec{\boldsymbol{p}}$ čestice ***P***. Druga komponenta, s obzirom na **O**, zapravo je linearna količina gibanja $\vec{\boldsymbol{P}}$ opisana izrazom (42):

$$\vec{\boldsymbol{P}} = \perp_{\boldsymbol{u_O}} \vec{\boldsymbol{p}} \tag{42}$$

Prema izrazu (42), vektor linearne količine gibanja $\vec{\boldsymbol{P}}$ nije ništa drugo nego ortogonalna projekcija četverovektora količine gibanja $\vec{\boldsymbol{p}}$ na promatračev prostor $\mathscr{E}$(**O**, t). Zbog ortogonalnosti, izraz (42) može se napisati i na sljedeći način:

$$\vec{\boldsymbol{P}} = \vec{\boldsymbol{p}} + (\vec{\boldsymbol{p}} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{u_O}})\,\overrightarrow{\boldsymbol{u_O}}$$

Primijeni li se relacija (41) na gornji izraz, dobiva se novi izraz za četverovektor količine gibanja i energiju čestice ***P***:

$$\vec{\boldsymbol{p}} = \frac{E}{c}\,\overrightarrow{\boldsymbol{u_O}} + \vec{\boldsymbol{P}}\ ;\quad \overrightarrow{\boldsymbol{u_O}} \cdot \vec{\boldsymbol{P}} = 0 \tag{43}$$

Dakle, energija E i linearna količina gibanja $\vec{\boldsymbol{P}}$, s obzirom na promatrača **O**, su komponente vektora $\vec{\boldsymbol{p}}$. Skalarni produkt vektora $\vec{\boldsymbol{p}}$ , uz izraz (39), vodi na relaciju (44):

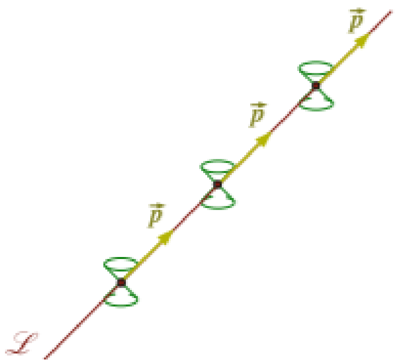
$$E^2 = m^2c^4 + (\vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{P}})c^2 \tag{44}$$

poznatu kao Einsteinova relacija.

Kada sumiramo sve zajedno, vidimo kako su četverovektor količine gibanja $\vec{\boldsymbol{p}}$ i masa $m$ čestice $\boldsymbol{P}$ zapravo apsolutne veličine (ovise samo o stanju čestice), dok su energija E i linearna količina gibanja $\vec{\boldsymbol{P}}$ definirani relativno s obzirom na promatrača **O** [21].

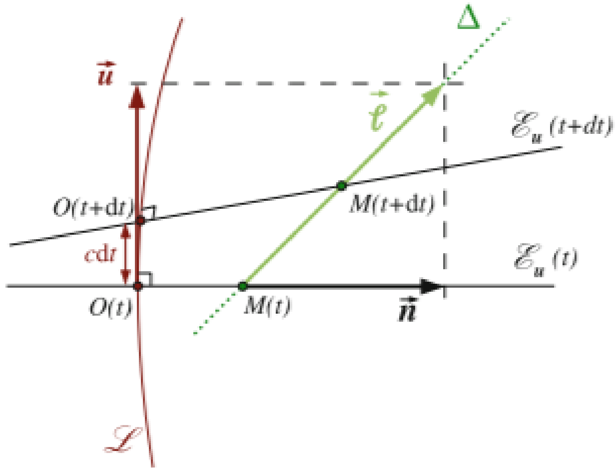
### *4.2.5 Fotoni*

Masivne čestice prate krivulju $\mathscr{L}$ čiji su tangencijalni vektori vremenskog tipa. Za bezmasene čestice to ne vrijedi. Bezmasene čestice, pa tako i fotoni, prate svjetsku liniju u $\mathscr{E}$, prikazanu na slici (13), koja je pravac čiji su vektori svjetlosnog tipa (nalaze se na plaštu stošca), za koje vrijedi $\boldsymbol{g}\,(\vec{\boldsymbol{v}}, \vec{\boldsymbol{v}}) = 0$. Sada je vidljivo odakle sam naziv vektori svjetlosnog tipa. Takva ravna linija naziva se nulgeodezik (eng. *null geodesic*) prostorvremena $\mathscr{E}$. Za fotone nulgeodezik još se naziva i zraka svjetlosti [21].




Slika 13: Gibanje bezmasene čestice po nulgeodeziku sa pripadajućim četverovektorom količine gibanja $\vec{\boldsymbol{p}}$ [21].

Za masivnu česticu vrijedi da je vektor $\vec{\boldsymbol{p}}$ vremenskog tipa i usmjeren prema budućnosti, dok je kod bezmasenih čestica vektor $\vec{\boldsymbol{p}}$ svjetlosnog tipa kao što je prikazano na slici (13). Za vektore svjetlosnog tipa vrijedi $\boldsymbol{g}\,(\vec{\boldsymbol{p}}, \vec{\boldsymbol{p}}) = 0$ što, pomoću relacije (38), rezultira u $m = 0$. Odatle i sam naziv bezmasena čestica. Kada bismo pogledali sliku (14), vidjeli bismo da je ona vrlo slična slici (12) te iz toga možemo zaključiti slične karakteristike.




Slika 14: Gibanje fotona s obzirom na promatrača **O** [21].

Pomoću relacije (43), definira se vektor svjetlosnog tipa $\vec{\boldsymbol{\ell}}$:

$$\vec{\boldsymbol{\ell}} = \vec{\boldsymbol{u}} + \vec{\boldsymbol{n}}\ ;\ \vec{\boldsymbol{u}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} = 0 \tag{45}$$

gdje je $\vec{\boldsymbol{u}}$ četverobrzina promatrača O, koji se giba po krivulji $\mathscr{L}$, a $\vec{\boldsymbol{n}}$ jedinični vektor koji označava smjer propagacije fotona s obzirom na promatrača **O**. Prema tome, vektori $\vec{\boldsymbol{\ell}}$ i $\vec{\boldsymbol{p}}$ su oboje tangencijalni vektori svjetlosnog tipa te su kolinearni. Za njih vrijedi:

$$\vec{\boldsymbol{p}} = \alpha\,\vec{\boldsymbol{\ell}} = \alpha\,(\vec{\boldsymbol{u}} + \vec{\boldsymbol{n}}) \tag{46}$$

Primjenjujući gornji izraz i izraz (43), dobiva se četverovektor količine gibanja fotona opisana relacijom (47):

$$\vec{\boldsymbol{p}} = \frac{E}{c}\,(\vec{\boldsymbol{u}} + \vec{\boldsymbol{n}})\,;\;\; \vec{\boldsymbol{P}} = \frac{E}{c}\,\vec{\boldsymbol{n}} \quad \& \;\; \alpha = \frac{E}{c} \tag{47}$$

Ubacimo li Planck – Einsteinovu relaciju opisanu izrazom (27) u izraz (47), dobivamo novi izraz za linearnu količinu gibanja (48):

$$\vec{\boldsymbol{P}} = \frac{h}{\lambda}\,\vec{\boldsymbol{n}}\;;\;\; \lambda = \frac{f}{c} \tag{48}$$

Veličina λ naziva se valna duljina fotona, dok je veličina $f$ frekvencija fotona. Ponovo vidimo kako su obje veličine mjerene relativno s obzirom na promatrača **O**.

U slučaju fotona, relacija (47) pojednostavljuje se na izraz (49) [21]:

$$E = \left\|\vec{\boldsymbol{P}}\right\|_{\boldsymbol{g}} c\;;\;\; m = 0 \tag{49}$$

# 5 Eddingtonov i Dysonov pokus

Einstein 1916. godine objavljuje svoju opću teoriju relativnosti koja je predstavljala revolucionaran preokret u fizici do tada. Uvodi gravitaciju kao geometrijsko svojstvo gdje gravitacija iskrivljuje četverodimenzionalno prostorvrijeme, što zahtijeva zamjenu Newtonovog zakona gravitacije koji se bazira na gravitaciji kao sili. U početku fizičari nisu bili nakloni novoj teoriji budući da se ne oslanja na nikakve eksperimentalne podatke, sve do 1919. godine [22]. Arthur Eddington, engleski fizičar i astronom rođen 1882. godine, zajedno s Frankom Dysonom, engleskim astronomom rođenim 1868. godine i Edwinom Cottinghamom, provodi eksperiment u kojem promatra i mjeri otklon zraka svjetlosti tijekom pomrčine Sunca zbog iskrivljenja prostorvremena te 1919. godine dolazi do zadivljujućih rezultata [23].

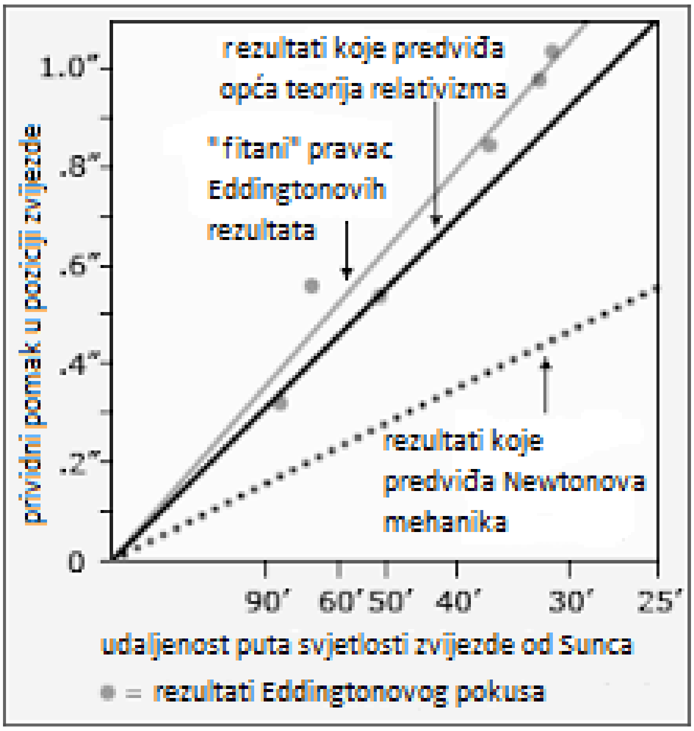
Slika 15: Zrake svjetlosti tijekom pomrčine Sunca [24].

## *5.1 Dvije ekspedicije*

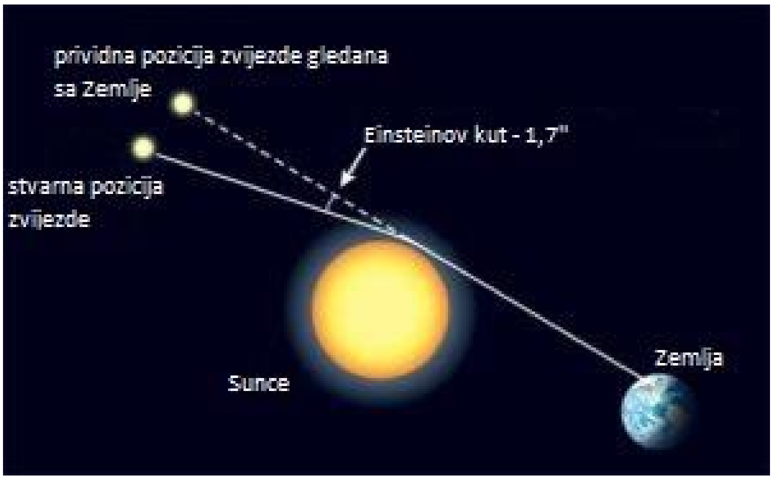
Te 1919. godine provode se, istovremeno, dvije ekspedicije koje su eksplicitno služile kako bi se testirao otklon sunčevih zraka. Dyson je bio glavni organizator obaju ekspedicija te je tijekom obje bio u Engleskoj [25]. Jedna ekspedicija provodi se na otoku Principu te je vode Eddington i Cottingham, dok se druga provodi u Sobralu te je vode Crommelin i Davidson. Zajedno su promatrali pozicije skupine zvijezda najbližih Zemlji tijekom totalne pomrčine Sunca i tijekom noći, no razlika je bila u lećama instrumenata pomoću kojih su vršili mjerenja. Oba tima koristila su astrografsku leću zbog njenog šireg vidnog polja, no tim u Sobralu uzeo je dodatnu leću kao rezervu. Eddington je zahtijevao da se rezultati obrade odmah na licu mjesta, dok su Crommelin i Davidson svoje rezultate obradili kada su se vratili u Englesku. Kao dodatan problem koji se ukazao Eddingtonu bilo je loše vrijeme koje je utjecalo na rezultate, no to ga nije spriječilo da izmjeri i obradi sam svoje rezultate [22]. Eddington je i sam bio protiv provođenja pokusa budući da se, prema njegovom mišljenju, rezultati sami nameću. Bila su moguća tri ishoda pokusa:

- zrake svjetlosti ne otklanjaju se uopće,
- zrake svjetlosti otklanjaju se za 0,78 lučnih sekundi (polovicu Einsteinove predviđene vrijednosti što bi dokazalo Newtonovu teoriju) ili
- zrake svjetlosti otklanjaju se za 1,75 lučnih sekundi (kao što je Einstein predvidio).

Vrativši se nazad u Englesku, želio je saznati rezultate druge ekspedicije te jesu li u skladu s njegovima budući da je zasigurno njima vrijeme bilo ljepše [23]. Rezultati koje je Eddington dobio i sam obradio prikazani su na slikama (16) i (17).




Slika 16: Rezultati Eddingtonovog pokusa [26].



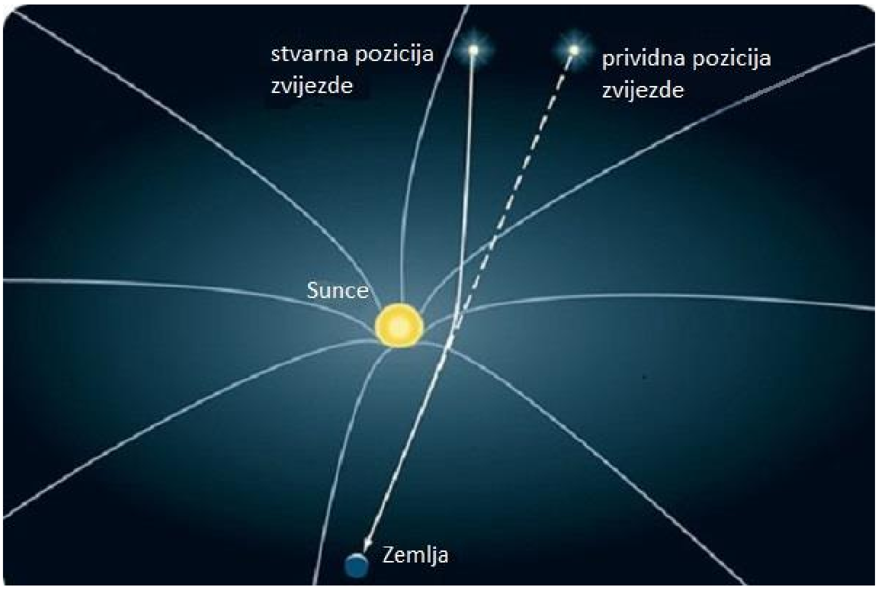

Slika 17: Prikaz otklona zraka svjetlosti zbog Sunca [27].

Prema Eddingtonovim rezultatima, koji su kasnije objavljeni, treći ishod pokusa (Einsteinov prividni pomak zvijezde za 1,75 lučnih sekundi) bio je točan kao što je i Eddington predvidio rekavši da pokus, koji je sam proveo, nije bilo ni potrebno provesti jer su se rezultati već unaprijed mogli znati. Čini se kako je Eddington bio veliki ljubitelj Einsteina, no bio je spreman odbaciti Einsteinovu opću teoriju relativnosti ako se pojavi nova teorija koja je u potpunosti u skladu s njegovim rezultatima. U to vrijeme mislilo se da će Einsteinova opća teorija „pasti“ na solarnom crvenom pomaku [23]. Nekoliko mjeseci kasnije, Eddington dobiva pismo od Dysona u kojem Dyson predstavlja rezultate iz Sobrala koje je Eddington željno iščekivao. U pismu Dyson kaže kako su rezultati iz Sobrala, mjereni pomoću astrografske leće, pokazali „poluotklon“ i time išli u korist Newtonovoj teoriji. Sam Eddington počeo je preispitivati svoje rezultate shvaćajući koliko su oni zapravo limitirani te, čini se, nekonzistentni s drugom ekspedicijom. Čak je i ponovo analizirao svoje rezultate. Čitajući pismo dalje, Dyson kaže kako su rezultati, dobiveni pomoću dodatne leće, pokazali „totalni otklon“ i time pokazali valjanost Einsteinove opće teorije relativnosti. Eddington tada shvaća kako njegovi rezultati nisu uzaludni te da ga nitko ne može optužiti da je namjestio svoje rezultate budući da nije imao nikakve veze s obradom rezultata iz Sobrala. Očigledno nije Eddington taj koji je odbacio rezultate iz Sobrala mjerene astrografskom lećom, već Dyson. Ponovo se nameće pitanje je li ili nije i Dyson bio ljubitelj Einsteina. Njegov odgovor na opću teoriju relativnosti jest da je predobro da bi bilo istinito, što nam govori da je bio skeptičan prema novoj teoriji. Nije vjerojatno da bi Dyson narušio svoj kredibilitet, kao jedan od vodećih astronoma, kako bi udovoljio Eddingtonu ili se priklonio jednoj od teorija. I Dyson i Eddington dali su svoja objašnjenja zašto dio rezultata iz Sobrala ne smatraju validnim te ih iz tog razloga odbacuju [23].

### *5.2 Obrada rezultata*

Metoda mjerenja i usporedbe u obje ekspedicije bila je slična. Ploče koje su mjerile pozicije zvijezda tijekom pomrčine stavile su se zajedno s pločama koje su mjerile pozicije zvijezda tijekom noći kako bi pozicija zvijezda na obje ploče bila što bliže moguće, što je omogućavalo dobru usporedbu. Pomoću mikrometra izmjerila se udaljenost između istih zvijezda na pločama. Eddington je, za razliku od Crommelina i Davidsona, okrenuo sliku jedne ploče kako bi mogao uspoređivati slike s ploča okrenute licem u lice. Crommelin i Davidson imali su obje ploče okrenute te zbog toga nisu mogli uspoređivati slike okrenute licem u lice, već su morali koristiti još jednu ploču, pri čemu su se mjerenja dodatno zakomplicirala. Pomrčina Sunca dogodila u Sobralu ujutro, što je timu omogućilo da uzmu i slike zvijezda kada su one na istoj poziciji kao što su bile tijekom pomrčine, daleko od Sunca, dva mjeseca nakon. Tim na otoku Principu nije imao tu mogućnost, jer se pomrčina dogodila poslijepodne, što bi značilo da bi trebali čekati preko šest mjeseci kako bi se zvijezde ponovo našle na istoj poziciji pa je Eddington poziciju istih zvijezda tijekom noći mjerio s Oxforda drugim mjernim instrumentom [23]. Kako bi vidio razlike u slikama i primijenio ih na slike s ekspedicije, Eddington je izmjerio skupinu zvijezda s oba mjerna instrumenta, korištena na otoku Principu i Oxfordu, na istom mjestu. Mjerenje u Sobralu se nije svodilo samo na mjerenje razlike u poziciji zvijezda na pločama te da je ta razlika jednaka Einsteinovom pomaku ili ne, već su u obzir morali uzeti i tri glavna problema koja su se javila. Prvi problem jest poklapaju li se ishodišta svih triju ploča kada ih stave zajedno, drugi je orijentacija jedne ploče s obzirom na drugu zbog rotacije i treći promjena skale na jednoj od ploča zbog promjene fokusa ili nekog drugog svojstva mjernog instrumenta. Još jedan od problema na koji je naišao tim u Sobralu bio je taj da je slika, nastala pomoću astrografske leće, bila nejesna (prevelika) zbog promjene u temperaturi tijekom pomrčine kojeg Eddington nije imao. Iz tog razloga, rezultati dobiveni pomoću astrografske leće proturječni su ostalim rezultatima. Eddington je rekao da je njemu loše vrijeme barem donekle pomoglo zato što je dobio jasniju sliku, iako su, nakon pomrčine, samo dvije ploče sa slikama pet zvijezda bile upotrebljive. Tim u Sobralu dobio je više ploča sa više slika zvijezda. Može se zaključiti kako niti jedna ekspedicija nije imala savršene uvjete. Tim u Sobralu imao je skoro savršene vremenske uvjete, ali loše mjerne instrumente, a tim na otoku Principu imao je loše vremenske uvjete [23].

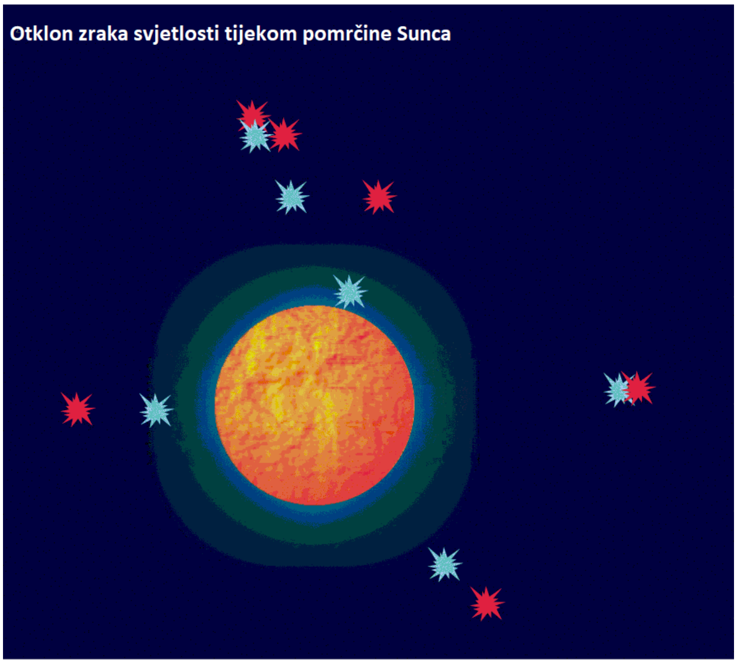
Zadnjih nekoliko desetljeća pojavila se sumnja jesu li rezultati pokusa validni zato što je Eddington bio ljubitelj Einsteina te navodno odbacio rezultate s jedne ekspedicije koji su odstupali, kako bi potvrdio Einsteinovu teoriju. Osim što je bio ljubitelj Einsteina, bio je i protivnik rata te mu je to dalo dodatnu političku motivaciju. Bio je u manjini astronoma i fizičara koji su podržavali Einsteinovu opću teoriju relativnosti. Astronomi su bili podosta rezervirani prema općoj relativnosti iako su ju u potpunosti shvaćali. Mnogi ga, i dan danas, optužuju kako je namjestio rezultate kako bi odgovarali teoriji kojoj je sklon [23]. Bilo kako bilo, njegov eksperiment smatra se revolucionarnom potvrdom opće teorije relativnosti.




Slika 18: Potvrda opće teorije relativizma i iskrivljenja prostorvremena [28].

### *5.3 Fakultativni sat u srednjoj školi*

Eddingtonov pokus u srednjoj školi zamišljen je kao fakultativni sat. U uvodnome djelu sata nastavnik bi ukratko, uz slike kao što je slika (18), objasnio pojmove iskrivljenja prostorvremena opće teorije relativnosti i moguće ishode Eddingtonovog pokusa (otklon kakvog predviđa Newtonova klasična mehanika i kakvog predviđa Einsteinova opća teorija relativnosti). U središnjem djelu sata podijelio bi učenike u dvije grupe, grupa Sobral i grupa otok Principe te im na papiru napisao priču i uvjete u kojima se nalaze (doba dana kada se pojavi pomrčina Sunca, vremenski uvjeti te kada se zvijezde ponovo pojavljuju na istim pozicijama tijekom noći). Na papiru bi im dao slike kao što je prikazano na slici (19).




Slika 19: Pozicije zvijezda tijekom pomrčine Sunca [29].

Učenici i nastavnik zajedno bi ucrtali zrake svjetlosti kao na slici (17). Učenici bi mjerili udaljenost stvarne pozicije zvijezde i Zemlje te prividne pozicije zvijezde i Zemlje te izračunali kut između tih dviju veličina kao što je, također, prikazano na slici (17). Na kraju središnjeg djela sata nastavnik bi, zajedno s učenicima, nacrtao graf, prema učeničkim rezultatima, sličan grafu na slici (16). Pomoću grafa, učenici bi zaključili je li otklon u skladu s Einsteinovim predviđanjima ili s Newtonovim predviđanjima. U završnome djelu sata učenici bi, kroz usmjerenu raspravu, mogli razmotriti i raspraviti ostale, naknadno provedene eksperimente koji idu u prilog općoj teoriji relativnosti.

# 6 Zaključak

Masa se kvantificirala pomoću energije. Energija je kvantitativna struktura tvari i pomoću nje tvar se kvantificirala dinamički. Možemo pričati o masi kao spremniku energije. Relativistička masa, kao koncept, ima svojih nedostataka. Koncept dozvoljava korištenje relacije (22) koju neki vide kao prednost, iako nije u potpunosti točna. Fizičari, kada koriste relativističku masu jer im je prikladna za pogodnije objašnjenje specijalne teorije fizike, zapravo zavaravaju studente. Uvođenje relativističke mase bez uvođenja longitudinalne i transverzalne mase ili četverovektora nema smisla. Ako pogledamo malo dublje, izrazi za longitudinalnu i transverzalnu masu dolaze zbog toga što se koristila formula (1) u relativistici na neispravan način (budući da je formula (1) aproksimacija za male brzine). Da znanstvenici nisu koristili formulu (1), već formulu (21) te da su koristili relativističku količinu gibanja, do razvoja koncepta relativističke mase nikada ne bi ni došlo. Naravno, fizičari tada nisu znali koje formule koristiti pa je neispravno govoriti o tome što bi se dogodilo kada bi se nešto u povijesti promijenilo. Relativizam se bazira na četverodimenzionalnom afinom $\mathscr{E}$ prostoru koje se naziva Minkowski prostorvrijeme. Za Minkowski prostorvrijeme vrijede neka određena svojstva ($\boldsymbol{g}$ je bilinearna forma u $E$, $\mathscr{I}+$ je jedan od dvaju stožaca svjetlosnog konusa, Levi – Civita tenzor je antisimetričan te daje ±1 kada se primijeni na bilo koju ortonormiranu bazu s obzirom na $\boldsymbol{g}$). Budući da se govori o četverodimenzionalnom prostoru, koriste se četverovektori. U relativistici susrećemo se s nekim novim pojmovima kao što su svojstveno vrijeme $\tau$ (vrijeme potrebno od događaja A do događaja A' gibajući se po krivulji $\mathscr{L}$) i svojstvena brzina (hibridna veličina koja označava omjer udaljenosti, mjerene iz mirujućeg sustava vezanog uz Zemlju, i svojstvenog vremena, mjerenog iz našeg, gibajućeg sustava). No, isto tako susrećemo se ponovo s dobro poznatim veličinama kao što su količina gibanja i energija. Bezmasene čestice, kao što su fotoni, prate svjetsku liniju $\mathscr{L}$, koja je zapravo pravac čiji su vektori svjetlosnog tipa. Sada je jasnije odakle sam naziv vektori svjetlosnog tipa. Ta svjetska linija $\mathscr{L}$ još se naziva i nulgeodezik ili, u slučaju fotona, zraka svjetlosti. Izrazi za energiju, masu i količinu gibanja govore nam odakle dolazi riječ bezmasena te zašto se ta čestica giba isključivo brzinom svjetlosti. Kao što vidimo, krajem 19. stoljeća, odnosno početkom 20. stoljeća, prvo kroz eksperimente, a ond kroz teroijsku razradu u fiziku su uvedeni novi pojmovi. Svaki fizičar sam je za sebe odlučio koja mu teorija više odgovara, budući da nove teorije nisu imale nikakav pokus na koje se mogu osloniti da bi bile valjane. Jedna takva teorija bila je i Einsteinova opća teorija relativnosti. Einsteinova opća teorija relativnosti govori kako je gravitacija posljedica iskrivljenja prostorvremena. To je bila revolucionarna ideja koja se kosila s, do tada, vrlo jakom i općeprihvaćenom Newtonovom klasičnom mehanikom. Iz tog razloga jasno je zašto joj fizičari nisu bili nakloni sve do 1919. godine, kada Eddington provodi eksperiment mjerenja otklona zraka svjetlosti zvijezda tijekom pomrčine Sunca na otoku Principu. Opća teorija relativnosti predviđala je otklon zraka svjetlosti od 1,75 lučnih sekundi, dok je Newtonova klasična mehanika predviđala otklon zraka svjetlosti od 0,78 lučnih sekundi. Eddington i Dyson pokazuju da otklon zraka zaista iznosi 1,75 lučnih sekundi što je, pored orbite Merkura, bio jedan od prvih eksperimentalnih dokaza Opće teorije relativnosti. Eddingtonu nije išlo u prilog to što je bio ljubitelj Einsteina pa su fizičari odmah rekli da je namjestio rezultate. Ipak, nakon 1919. godine još se nekoliko puta taj eksperiment ponovio, s boljom tehnologijom, te su se dobili jednaki rezultati.

# 7 Bibliografija


[1] Roche, J. What is mass? // European Journal of Physics, Vol. 26, 1.18.2005., str. 1 - 18

[2] Medical conditions that cause muscle wasting, (11.6.2019.), Berry, J., *Medical News Today*,

https://www.medicalnewstoday.com/articles/325439, 20.10.2021.

[3] Relativistička teorija, Rajlić, D., *Fizički odsjek sveučilišta u Rijeci* http://www.phy.uniri.hr/~jurdana/relat.pdf, 20.10.2021.

[4] Galilean Relativity and Galileo's Ship, Jacobsmeyer, B., *Physics Central*, https://www.physicscentral.com/explore/plus/galilean-relativity.cfm, 3.10.2021.

[5] Griffiths, D. C. Introduction to Electrodynamics : Prentice - Hall, 1999.

[6] Young, H.; Freedman, R.; Sears, F.; Zemansky, M. University Physics - 13th edition : Pearson Education, 2012.

[7] Planinić, M. Specijalna teorija relativnosti, Fizički odsjek Sveučilišta u Zagrebu, 2021.

[8] Hecht, E. Einstein Never Approved of Relativistic Mass // The Physics Teacher, Vol. 47, 9.2009., str. 336 - 341

[9] Adler, C. G. Does mass really depend on velocity, dad? // American Journal of Physics, Vol. 55, 8.8.1987., str. 739 - 743

[10] Hecht, E. Einstein on mass and energy // American Journal of Physics, Vol. 77, 9.9.2009., str. 799 - 806

[11] Kaufmann - Bucherer - Neumann experiments, *Wikipedia*, https://en.wikipedia.org/wiki/Kaufmann–Bucherer–Neumann_experiments, 3.10.2021.

[12] Okun, L. B. Mass versus relativistic and rest masses // American Journal of Physics, Vol. 77, 5.5.2009., str. 430 - 431

[13] Okun, L. B. The concept of mass // Physics Today, 6.1989., str. 31 - 36

[14] Sandin, T. R. In defense of relativistic mass // American Journal of Physics, Vol. 59, 11.1991., str. 1032- 1036

[15] Rindler, W.; Vandyck, M. A.; Murugesan, P.; Siegfried, R.; Catherine S.; Okun, L. B. Putting to rest mass misconceptions // Physics Today*,* 5.1990.

[16] Massless particles can't be stopped, (23.7.2019), O'Keefe, M., *Symmetry*, https://www.symmetrymagazine.org/article/massless-particles-cant-be-stopped,15.10.2021.

[17] What is a photon, (28.1.2021.), Puiu, T., *ZME Science,*

https://www.zmescience.com/science/what-is-photon-definition-04322/, 15.10.2021.

[18] Williams, W. S. C. Nuclear and Particle Physics : Oxford University Press, 1991.

[19] Povh, B.; Rith, K.; Scholz, C.; Zetche, F. Particles and Nuclei : Springer, 2008.

[20] Higgs Boson, *CERN*

https://home.cern/science/physics/higgs-boson, 21.10.2021.

[21] Gourgoulhon, É. Special Relativity in General Frames : Springer, 2013.

[22] Einstein, Eddington and the 1919 eclipse, (15.4.2019.), Coles, P., *Nature,*

https://www.nature.com/articles/d41586-019-01172-z, 20.10.2021.

[23] Kennefick, D. Not Only Because of Theory: Dyson, Eddington and the Competing Myths of the 1919 Eclipse Expedition // University of Arkansas, 9.2007., str. 1 - 31

[24] 100 years on: the pictures that changed our view of the universe, (5. 12. 2019.), McKie, R., *The Guardian*,

https://www.theguardian.com/science/2019/may/12/100-years-on-eclipse-1919-picture-that-changed-universe-arthur-eddington-einstein-theory-gravity, 10.11.2021.

[25] A Total Solar Eclipse 100 Years Ago Proved Einstein's General Relativity, (24.5.2019.), Landau, E., *Smithsonian Magazine,* https://www.smithsonianmag.com/science-nature/total-solar-eclipse-100-years-ago-proved-einsteins-general-relativity-180972278/, 23.10.2021.

[26] Potvrda opće teorije relativnosti: pomrčina Sunca 29. svibnja 1919., Milinković, http://www.phy.pmf.unizg.hr/~dandroic/nastava/fem/zadace_08-09/eklipsa1919.pdf, 10.11.2021.

[27] Relativity - Deflection, (27.4.2018.), Bruns, D., *Berkshire the Edge*, https://theberkshireedge.com/eyes-to-the-sky-stars-of-astronomy-and-space-shine-at-neaf/relativity-deflection_600px-300x184/, 10.11.2021.

[28] Solar Eclipse That Made Einstein a Superstar Overnight, *Scienceve,*

http://www.scienceve.com/solar-eclipse-made-einstein-superstar-overnight, 10.11.2021.

[29] Kennefick, D. Testing relativity from the 1919 eclipse—a question of bias // Physics Today, Vol. 62, 5.2009., str. 37 - 42