

# Određivanje adijabatskog koeficijenta ekspanzije plinova

---

**Belas, Kristijan**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:528465>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-03**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Kristijan Belas

ODREĐIVANJE ADIJABATSKOG KOEFICIJENTA  
EKSPANZIJE PLINOVA

Diplomski rad

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ  
FIZIKA; SMJER NASTVANIČKI

**Kristijan Belas**

Diplomski rad

**Određivanje adijabatskog koeficijenta  
ekspanzije plinova**

Voditelj diplomskog rada: izv. prof. dr. sc. Mario Novak

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2022.



## Sažetak

U ovom radu mjeri se adijabatski koeficijent ekspanzije plinova Argona, Helija, Dušika i Ugljikovog dioksida. Adijabatski koeficijent se dobije tako da se izmjeri period titranja klipa koji zatvara cilindar u kojem je plin i uvrsti se u relaciju za adijabatski koeficijent koja je dobivena iz diferencijalne jednačbe. Dobiveni rezultat za Argon je  $\gamma_{Ar} = 1,61 \pm 0,07$ , za Helij  $\gamma_{He} = 1,65 \pm 0,02$ , za Dušik  $\gamma_{N_2} = 1,3 \pm 0,03$  i za Ugljikov dioksid  $\gamma_{CO_2} = 1,29 \pm 0,05$ . Dobiveni rezultati pokazuju da Argon i Helij imaju poklapanje u rezultatu što je i očekivano pošto se radi o jedno atomnom plinu, isto tako je za očekivati podudaranje kod Dušika i Ugljikovog dioksida pošto imaju jednak broj pobuđenih stupnjeva slobode, što se i dobilo.

Ključne riječi: termodinamika, adijabatski proces, adijabatski koeficijent, Argon, Helij, Dušik, Ugljikov dioksid, idealni plin

# Measurement of adiabatic expansion coefficient for gases

## Abstract

In this paper it is shown measurement of adiabatic coefficient for Argon, Helium, Nitrogen and Carbon dioxide. Measurement is done by measuring period of oscillation of piston in cylinder that contains the gas. The adiabatic coefficient is calculated by using the equation that is derived from a differential equation. Measurement for Argon is  $\gamma_{Ar} = 1,61 \pm 0,07$ , for Helium  $\gamma_{He} = 1,65 \pm 0,02$ , for Nitrogen  $\gamma_{N_2} = 1,3 \pm 0,03$  and for Carbon dioxide  $\gamma_{CO_2} = 1,29 \pm 0,05$ . The measurements shows that Argon and Helium has overlap in result, which is expected, because they both has molecules with one atom. For Nitrogen and Carbon dioxide is expected to have overlap in measurements, because they have the same number of exited degrees of freedom, which results also shows.

Keywords: thermodynamics , adiabatic process, adiabatic coefficient, Argon, Helium, Nitrogen, Carbon dioxide, ideal gas

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Jednadžba stanja idealnog plina</b>	<b>2</b>
2.1	Model idealnog plina . . . . .	2
2.1.1	Boyle i Mariotteov zakon . . . . .	3
2.1.2	Gay Lussacov zakon . . . . .	3
2.2	Unutarnja energija . . . . .	4
2.2.1	Računanje unutarnje energije . . . . .	4
2.2.2	Ekviparticija energije . . . . .	5
2.3	Termodinamički potencijal . . . . .	7
2.3.1	Entalpija . . . . .	7
2.3.2	Helmholtzova slobodna energija . . . . .	8
2.3.3	Gibbsova slobodna energija . . . . .	8
2.4	Promjene stanja idealnog plina . . . . .	9
2.4.1	Izohorna promjena stanja . . . . .	9
2.4.2	Izobarna promjena stanja . . . . .	10
2.4.3	Izotermna promjena stanja . . . . .	10
2.4.4	Adijabatska promjena stanja . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Van der Waalsova jednadžba stanja plina</b>	<b>14</b>
3.1	Van der Waalsov model . . . . .	14
3.2	Potencijalna energija plina . . . . .	15
3.3	Formalna analiza . . . . .	15
3.4	Fizikalna analiza . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Metoda mjerenja i eksperimentalni postav</b>	<b>17</b>
4.0.1	Mjerenje adijabatskog koeficijenta . . . . .	17
4.1	Eksperimentalni postava za mjerenje adijabatskog koeficijenta ekspanzije . . . . .	18
<b>5</b>	<b>Rezultati i diskusija</b>	<b>19</b>
5.1	Argon . . . . .	19
5.2	Helij . . . . .	24

5.2.1	Iz prve boce . . . . .	24
5.2.2	Iz druge boce . . . . .	30
5.3	Dušik . . . . .	37
5.4	Ugljikov dioksid . . . . .	42
5.5	Diskusija . . . . .	49
<b>6</b>	<b>Zaključak</b>	<b>51</b>
<b>7</b>	<b>Metodički dio</b>	<b>52</b>
7.1	Uvod . . . . .	52
7.2	Nastavna priprema: Izobarni proces . . . . .	54
	<b>Literatura</b>	<b>64</b>



# 1 Uvod

Da bi predvidjeli ponašanje plinova potrebno je postaviti model. Najjednostavniji model kojim se može opisati taj sustav je model idealnog plina. U tom modelu je plin predstavljen kao nakupina čestica koje nemaju volumen i nemaju interakciju jedna s drugom. Naravno realni plin ima interakciju između čestica i one imaju volumen. U uvjetima u kojem je udaljenost između čestica velika i volumen malen model idealnog plina može dati zadovoljavajuće rezultate. Kada se radi o slučajevima u kojima ti uvjeti nisu zadovoljeni potrebno je iskoristiti neki drugi, kompleksiji model. Promjene stanja plina se opisuju procesima, a mi ćemo se u ovom radu baviti adijabatskim procesom. Da bi se opisao matematički adijabatski proces potrebno je poznavanje adijabatskog koeficijenta ekspanzije plina. Važan je za termodinamičke procese koje uključuju plinove koji se mogu aproksimirati idealnim plinom. Vrijednost koeficijenta je moguće dobiti teorijski i eksperimentalno. Adijabatski koeficijent nije moguće direktno mjeriti pa ga se mjeri indirektno uglavnom tako da se dobiju specifični toplinski koeficijenti pri stalnom tlaku i volumenu, pošto je adijabatski koeficijent njihov omjer. U ovom radu će se koristiti nešto drukčija metoda koja je opisana u četvrtom poglavlju. Pošto je adijabatski koeficijent dobro poznat i izmjeren cilj ovog rada je pokazati kako se jednostavnim postavom za mjerenje može dobiti razlika između adijabatskog koeficijenta za jedno atomne i dvoatomne molekule.

## 2 Jednadžba stanja idealnog plina

U ovom radu ćemo se baviti plinovima, za to nam je potreban model koji će opisati taj sustav. Jedan od modela je model idealnog plina [1]. Taj model je pojednostavljen i ne može nam dati pravi uvid u ponašanje plinova, ali može koristiti pri razumijevanju tog sustava.

### 2.1 Model idealnog plina

Idealni plin ima veliki broj atoma koji se nalaze unutar volumena  $V$ . Nema interakcije između atoma, veličina atoma je zanemarivo malena, svi sudari između atoma i zida su savršeno elastični, plin je u termalnoj ravnoteži i svi atomi se gibaju nasumično. Ovi uvjeti su donekle ispunjeni kada se radi o plinu koji je na nižem tlaku i višoj temperaturi i ako plin ima manju molekularnu masu. Za razliku od idealnog plina realni plin, razmak između molekula je manji i ne zanemariv utjecaj privlačnih i odbojnih sila između molekula i za takve plinove nam je potreban drugačiji model. Kako bi opisali sustav potrebni su nam parametri tog sustava koje ćemo nazvati veličinama stanja. Kako je ovo termodinamički sustav i u termodinamičkom sustavu veličine stanja su međusobno ovisne. Što znači da poznavanjem bilo koje dvije veličine stanja, poznaje se i treća. Takvu vezu možemo matematički opisati:

$$\begin{aligned} p &= f_1(v, T) \\ v &= f_2(p, T) \\ T &= f_3(p, v) \end{aligned} \tag{2.1}$$

Gdje je  $p$  tlak,  $v$  specifični volumen,  $T$  temperature. Ove jednadžbe su u eksplicitnom obliku i mogu, u implicitnom obliku jednadžba izgleda:

$$f(p, v, T) = 0 \tag{2.2}$$

Funkciju  $f$  možemo dobiti mjerenjima ili teoretskim razmartanjima.

### 2.1.1 Boyle i Mariotteov zakon

Boyle i Mariotte su radili eksperimente u kojem su držali temperaturu  $T$  konstantnom. Svoje dobivene rezultate su prikazali na  $p, v$  grafu. To su napravili za više različitih temperatura i kada su spojili međusobno točke na istim temperaturama dobili su krivulje hiperbole. Matematički možemo opisati tu krivulji:

$$pv = C \quad (2.3)$$

Gdje je  $C$  konstanta. Kako  $pv$  ovisi o temperaturi  $T$  ovaj zapis možemo zapisati kao:

$$pv = f(T) \quad (2.4)$$

Što i je matematički zapis Boyle i Mariotteovog zakona.

### 2.1.2 Gay Lussacov zakon

Gay Lussacov je u svojim eksperimentima držao konstantan tlak  $p$ . Svoje dobivene rezultate je prikazao na  $V, T$  grafu. Kada je napravio mjerenja za različite tlakove i povezo točke na istom tlaku dobio pravce koji sijeku  $T$ -os na istom mjestu. Matematički opis tih pravaca je:

$$v = f(p)T \quad (2.5)$$

Ova jednadžba je matematički opis Gay Lussacova zakona. Da bi dobili oblik funkcije  $f(p)$  mi možemo iskoristiti jednadžbu (2.5) i jednadžbu (2.4). Kada jednadžbu (2.5) pomnožimo s  $p$

$$pv = pf(p)T = f_2(p)T \quad (2.6)$$

Kada izjednačimo jednadžbu (2.6) i (2.4) dobijemo

$$f_2(p)T = f(T) = C \quad (2.7)$$

Pošto funkcija  $f_2(p)$  ne opvisi o toplinskom stanju, ona mora biti konstanta. Tu konstantu ćemo nazvati  $R$  i dobije se

$$pv = RT \quad (2.8)$$

Ta konstanta  $R$  se još naziva i plinska konstanta. Jednadžbu (2.8) možemo zapisati kao

$$pV = mRT \quad (2.9)$$

Ona je jednadžba stanja za masu  $m$  idealnog plina, a  $V$  je ukupan volumen.

## 2.2 Unutarnja energija

Molekule unutar sustava imaju svoju kinetičku i potencijalnu energiju. Kinetička energija može biti u obliku linearne translacije, vibracije i rotacije molekula, potencijalna energija dolazi zbog međudjelovanja između molekula. Suma svih tih energija se zove unutarnja energija i označava se sa  $U$ .

### 2.2.1 Računanje unutarnje energije

Unutarnja energija je veličina stanja. Ona je svojstvo tvari i nju ne možemo izravno mjeriti već neposredno preko mjerenja ostalih lako mjerljivih veličina stanja. Matematička veza u implicitnom obliku između unutarnje energije i nezavisnih veličina stanja je

$$u(p, v, T) = 0 \quad (2.10)$$

Gdje je  $u$  specifična unutarnja energija. Unutarnja energija ima svojstvo potpunog diferencijala i možemo je zapisati

$$du = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv \quad (2.11)$$

Gdje je parcijalna integracija u prvom članu jednadžbe specifični toplinski kapacitet pri konstantnom volumenu.

$$c_V = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad (2.12)$$

Sada ta jednadžba izgleda

$$du = c_V dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv \quad (2.13)$$

Integriranjem ove jednadžbe od nekog referentnog stanja koje je zadano s  $T_0, v_0$  do nekog konačnog stanja koje je zadano s  $T$  i  $v$  dobijemo

$$u(T, v) = \int_{T_0}^T c_V dT + \int_{v_0, T_0}^{v, T} \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv + u(T_0, v_0) \quad (2.14)$$

Ova jednadžba nam daje apsolutni iznos specifične unutarnje energije bilo koje homogene tvari. Za idealni plin iščezava parcijalna derivacija  $(\partial u / \partial v)_T$ , pa jednadžba ima oblik

$$u(T, v) = \int_{T_0}^T c_V dT + u(T_0, v_0) \quad (2.15)$$

Uzmemo li pretpostavku da specifični toplinski kapacitet ne ovisi o temperaturi rješenje ove jednadžbe je

$$u(T) = c_V(T - T_0) + u(T_0) \quad (2.16)$$

Ako uzmemo dva stanja  $u_1$  i  $u_2$  i tražimo razliku dobijemo

$$u_2 - u_1 = c_V(T_2 - T_1) \quad (2.17)$$

### 2.2.2 Ekviparticija energije

Ako imamo kvadratni doprinos neke varijable energiji možemo odrediti doprinos stupnja slobode toj energiji [2]. Kod idealnog plina je ovo izrazito korisno zato što idealni plin ima doprinos od  $q$  i on je kvadratičan

$$E = bq^2 + (\text{ne ovisi o } p) \quad (2.18)$$

Ako iskoristimo definiciju očekivane vrijednosti dobijemo:

$$\epsilon(q) = \frac{\int bq^2 e^{-\frac{bq^2}{kT}} dq}{\int e^{-\frac{bq^2}{kT}} dq} = -\frac{\partial}{\partial(kT)} \ln \left( \int e^{-\frac{bq^2}{kT}} dq \right) \quad (2.19)$$

konačno rješenje je

$$\epsilon(q) = \frac{1}{2}kT \quad (2.20)$$

Dobiveni rezultat se zove ekviparticijski teorem, koji nam govori da za svaki stupanj slobode gibanja imamo doprinos od  $kT/2$ . Jedno atomni plin ima tri stupnja slobode

i njegova unutarnja energija je

$$U = \frac{3}{2}NkT \quad (2.21)$$

i toplinski kapacitet je

$$c_V = \frac{3}{2}R \quad (2.22)$$

Dvo atomni plin ima pet stupnjeva. Ima tri doprinosa od translacije, dva od rotacije i jedan od vibracije, pa je unutarnja energija

$$U = \frac{5}{2}NkT \quad (2.23)$$

i toplinski kapacitet je

$$c_V = \frac{5}{2}R \quad (2.24)$$

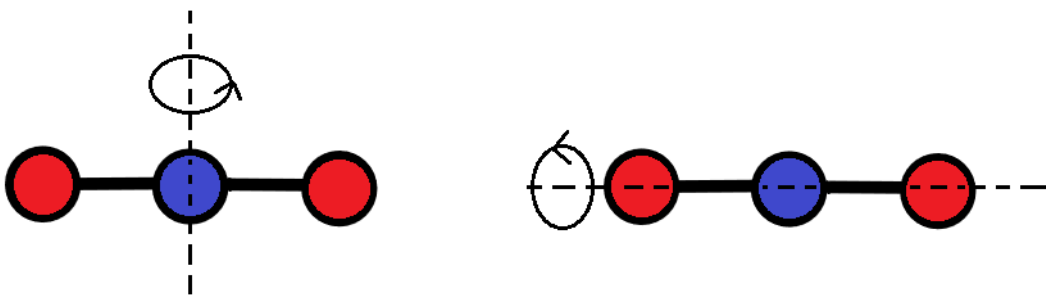
Troatmoni plin ima devet stupnjeva slobode. Ima tri translacijska, dva rotacijska i četiri vibracijska doprinosa, pa je unutarnja energija

$$U = \frac{9}{2}NkT \quad (2.25)$$

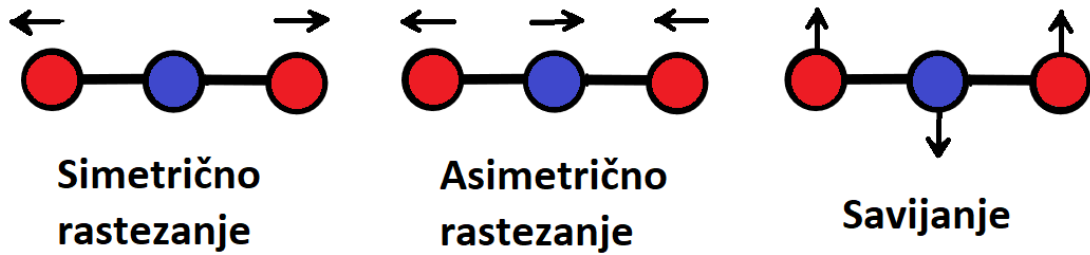
i toplinski kapacitet je

$$c_V = \frac{9}{2}R \quad (2.26)$$

Na slici 2.1 su prikazana dva moda rotacije za molekulu od tri atoma, a na slici 2.2.



Slika 2.1: Na slici su prikazana dva moda rotacije, za molekulu od tri atoma.



Slika 2.2: Na slici su prikazana tri moda rotacije. S lijeve strane je simetrično rastezanje, u sredini asimetrično rastezanje i desno savijanje. Dva doprinosa dolaze od savijanja, pošto molekula može tako titrati u dvije dimenzije.

## 2.3 Termodinamički potencijal

Potencijal se koristi za nešto čiji gradijent daje silu ili u svom ravnotežnom stanju ekstremalna [5]. U termodinamici svaka varijabla može imati ulogu sile pa sukladno tome možemo napisati i jednadžbe koje bi dale ravnotežna stanja.

### 2.3.1 Entalpija

Uzmimo cilindar u kojem se nalazi plin, cilindar je zatvoren klipom na kojem se nalazu uteg. Možemo zapisati ukupnu energiju tog sustava

$$H = U + mgh \quad (2.27)$$

Sada ako iskoristimo definiciju za entropiju

$$dS = \frac{\partial Q}{T} \quad (2.28)$$

i jednadžbu očuvanja energije za zatvoreni sustav u diferencijalnom obliku

$$\partial Q = dU + \partial W \quad (2.29)$$

dobijemo

$$dU = TdS - pdV \quad (2.30)$$

što daje

$$dH = TdS - pdV + mgdh \quad (2.31)$$

Možemo doprinos utega prikazati pomoću termodinamički varijabli tako da

$$mgh = mAh = pV \quad (2.32)$$

sad jednačba za ukupnu energiju izgleda

$$H = U + pV \quad (2.33)$$

a u diferencijalnom obliku

$$dH = TdS + Vdp \quad (2.34)$$

Vidimo iz jednačbe da je entalpija ekstremalna kada je sustav termički izoliran.

### 2.3.2 Helmholtzova slobodna energija

U ovom slučaju tražimo koji bi potencijal bio povoljan kod termostatiranog sustava, kao što smo kod entalpije imali uteg koji je pritiskao klip sada imamo termostat koji uzima toplinu kako bi temperatura bila konstantna.

$$F = U - TS \quad (2.35)$$

u diferencijalnom obliku

$$dF = -dT - pdV \quad (2.36)$$

Gdje je  $F$  veličina koja se naziva Helmholtzova slobodna energija i ona je ekstremalna kada sustav ima konstantni volumen i temperaturu.

### 2.3.3 Gibbsova slobodna energija

Za Helmholtzovu slobodnu energiju smo kontrolirali temperaturu, a u Gibbsovoj ćemo još dodati kontrolu tlaka

$$G = U - TS + pV \quad (2.37)$$



u diferencijalnom obliku jednadžba izgleda

$$dG = -SdT + Vdp \quad (2.38)$$

## 2.4 Promjene stanja idealnog plina

Način na koji smo došli do jednadžbe stanja idealnog plina je da smo jednu varijablu držali konstantnom dok smo druge mijenjali. U nastavku ćemo se osvrnuti na neke moguće promjene stanja [1].

### 2.4.1 Izohorna promjena stanja

Izohorna promjena stanja je promjena u kojoj se volumen  $V$  sustava drži konstantnim. Isto tako količina tvari, masa je isto konstantna.

Uzmimo u obzir promjenu koja ima u početnom stanju  $p_1$  i  $T_1$  i u krajnjem stanju  $p_2$  i  $T_2$  dok je volumen konstantan. Jednadžbe za ta stanja su

$$\begin{aligned} p_1 V &= mRT_1 \\ p_2 V &= mRT_2 \end{aligned} \quad (2.39)$$

Kada izjednačimo te dvije jednadžbe dobijemo

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (2.40)$$

Pošto se radi o zatvorenom sustavu možemo zapisati jednadžbu za toplinu

$$Q_{12} = (U_2 - U_1) + \int_1^2 p dV \quad (2.41)$$

pošto nema promjene u volumenu drugi član jednadžbe je jednak nuli, pa ostaje

$$Q_{12} = (U_2 - U_1) = mc_v(T_2 - T_1) \quad (2.42)$$

kada iskoristimo jednadžbu (2.40) dobijemo

$$Q_{12} = mc_v T_1 \frac{p_2 - p_1}{p_1} \quad (2.43)$$

Ova relacija nam govori kako pri dovođenju topline raste tlak, dok pri odvođenju topline tlak pada.

### 2.4.2 Izobarna promjena stanja

Izobarna promjena je promjena u kojoj je konstantan tlak  $p$ . Kao i do sada sustavu se ne mijenja količina tvari i masa.

Uzmimo u obzir promjenu koja ima u početnom stanju  $V_1$  i  $T_1$  i u krajnjem stanju  $V_2$  i  $T_2$  dok je tlak konstantan. Jednadžbe za ta dva stanja su

$$\begin{aligned} pV_1 &= mRT_1 \\ pV_2 &= mRT_2 \end{aligned} \tag{2.44}$$

Kada izjednačimo te dvije jednadžbe dobijemo

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \tag{2.45}$$

Pošto se radi o zatvorenom sustavu možemo zapisati jednadžbu za toplinu

$$Q_{12} = (U_2 - U_1) + \int_1^2 p dV \tag{2.46}$$

kada iskoristimo jednadžbu (2.45) dobijemo

$$Q_{12} = mc_v T_1 \frac{p_2 - p_1}{p_1} + p(V_2 - V_1) \tag{2.47}$$

Ova jednadžba nam govori da dovođenjem topline raste volumen i temperatura. Kako se plin širi dobiva se mehanički rad. Analogno tome pri odvođenju topline smanjuje se volumen i temperatura, mehanički se rad troši.

### 2.4.3 Izotermna promjena stanja

Izotermna promjena je promjena u kojoj je konstantna temperatura  $T$ . Kao i do sada sustavu se ne mijenja količina tvari i masa.

Uzmimo u obzir promjenu koja ima u početnom stanju  $p_1$  i  $V_1$  i u krajnjem stanju

$p_2$  i  $V_2$  dok je  $T$  konstantan. Jednadžbe za ta dva stanja su

$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= mRT \\ p_2 V_2 &= mRT \end{aligned} \quad (2.48)$$

Kada izjednačimo te dvije jednadžbe dobijemo

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1} \quad (2.49)$$

Isto tako vidimo da vrijedi

$$p = \frac{C}{V_1} \quad (2.50)$$

Gdje je  $C$  konstanta. Promjena unutarnje energije je nula zato što nema promjene temperature. Jednadžba očuvanja energije za ovaj slučaj izgleda

$$Q_{12} = \int_1^2 p dV \quad (2.51)$$

Kada uvrstimo jednadžbu (2.50) i granice integracije  $V_1$  i  $V_2$  dobijemo

$$Q_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{C dV}{V} = C \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2.52)$$

Konstanta  $C$  je u ovom slučaju  $mRT$  tako da ova jednadžba izgleda

$$Q_{12} = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2.53)$$

Ako ubacimo jednadžbu (2.49) dobijemo

$$Q_{12} = mRT \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (2.54)$$

#### 2.4.4 Adijabatska promjena stanja

Adijabatska promjena stanja je svaka promjena koja nema izmjene topline kroz granice sustava. Takve promjene stanja se dešavaju brzo tako da se ne stigne dogoditi izmjena topline s okolinom.

Da bi dobili jednadžbu adijabate krenut ćemo od diferencijalnog oblika očuvanja

energije za zatvoreni sustav

$$\partial Q = dU + \partial W \quad (2.55)$$

Kako nema izmjene temperature ova jednadžba izgleda

$$mc_V dT + pdV = 0 \quad (2.56)$$

da bi dobili  $dT$  možemo iskoristiti jednadžbu (2.9) koja u diferencijalnom obliku izgleda

$$dT = \frac{1}{mR} (pdV + Vdp) \quad (2.57)$$

Kada uvrstimo prethodnu jednadžbu u jednadžbu (4.5) i iskoristimo da je  $R = c_p - c_V$  dobijemo

$$\frac{c_p}{c_V} \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0 \quad (2.58)$$

Nakon integracije dobije se

$$pV^{\frac{c_p}{c_V}} = C \quad (2.59)$$

Gdje je  $C$  konstanta. Ovu jednadžbu možemo zapisati kao

$$pV^\gamma = C \quad (2.60)$$

Koeficijent  $\gamma$  se naziva adijabatskim koeficijentom. I definiran je

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} \quad (2.61)$$

Ako iskoristimo da je  $R = c_p - c_V$  i iskoristimo relacije (2.22) i (2.26) i kako  $c_V$  ovisi o broju stupnjeva slobode  $f$  može se prikazati adijabatski koeficijent u odnosu na stupnjeve slobode:

$$\gamma = \frac{f + 2}{f} \quad (2.62)$$

Za jedno atomni plin gdje je  $f = 3$ , se dobije

$$\gamma = 1,667 \quad (2.63)$$

a za dvoatomni plin gdje je  $f = 5$ , se dobije

$$\gamma = 1,4 \quad (2.64)$$

za troatomni plin gdje je  $f = 6$ , se dobije

$$\gamma = 1,333 \quad (2.65)$$

za plin gdje atomi imaju  $f = 9$ , se dobije

$$\gamma = 1,222 \quad (2.66)$$

### 3 Van der Waalsova jednadžba stanja plina

U predhodnom poglavlju se obrađen model idealnog plina. Taj model nam daje uvid u ponašanje plina, ali je limitiran u predviđanjima pogotovo za plinove koji imaju udaljenosti između molekula male i ne možemo zanemariti sile međudjelovanja između njih. Kako bi model plina bio realniji potrebne su popravke u modelu idealnog plina. Jedna od najpoznatijih popravki je Van der Waalsova, u kojoj je dodaju članovi jednadžbe kako bi se kompenziralo to što molekule međudjeluju i imaju volumen [6]. Naravno Van der Waalsov model nije jedini postoje još neki modeli kao što su Redlich–Kwong model, Berthelot model, Dieterici model, Clausius model, Virial model, Peng–Robinson model, Beattie–Bridgeman model i Benedict–Webb–Rubin model.

#### 3.1 Van der Waalsov model

Kao što je već rečeno Van der Waalsov model uzima u obzir veličinu molekula i njihovo međudjelovanje. Iz jednadžbe idealnog plina

$$pv = RT \quad (3.1)$$

vidimo kako možemo kompresirati plin koliko hoćemo ako imamo dovoljno velik pritisak. Pošto molekule imaju volumen u jednom trenutku to neće biti moguće jer da bi nastavili kompresirati molekule bi trebale ići jedna u drugu. Iz tog razloga se u jednadžbi  $v$  zamjenjuje sa

$$v \rightarrow v - b$$

gdje je  $b$  minimalni molarni volumen.

Druga popravka dolazi zbog dugodosežnih sila između molekula. Ovo privlačenje pomaže da molekule ostanu zajedno isto kao i rub prostora u kojem se nalaze. Iz tog razloga se u jednadžbi idealnog plina umjesto  $p$  uvodi.

$$p \rightarrow p + \frac{a}{v^2}$$

To privlačenje je dipol-dipol privlačenje i njegova energija ovisi  $-1/r^3$  što možemo zapisati kao  $-1/v$  kako je

$$w = \int p dv \quad (3.2)$$

Dobije se da je popravka u tlaku proporcionalna  $1/v^2$ . S tim opravkama dobije se jednačba

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \quad (3.3)$$

### 3.2 Potencijalna energija plina

Koristeći Van der Waalsovju jednačbu mi možemo odrediti potencijalnu energiju jame po molu, tako da integriramo silu po putu

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{x} = -p_{vdw}dv \quad (3.4)$$

gdje je pritisak  $p_{vdw}$  zbog Van der Waalsovog privlačenja.

$$U = - \int_{\infty}^v \left(-\frac{a}{v'^2}\right) dv' = -\frac{a}{v} \quad (3.5)$$

### 3.3 Formalna analiza

U sljedećem djelu ćemo analizirati Van der Waalsovju jednačbu [5]. Ako uzmemo da je zadan tlak i temperatura mi možemo iz Van der Waalsove jednačbe naći volumen

$$v^3 - \left(b + \frac{RT}{p}\right)v^2 + \frac{a}{p}v - \frac{ab}{p} = 0 \quad (3.6)$$

Dobijemo kubnu jednačbu koja daje tri rješenja. Nas zanima kada su sva tri rješenja jednaka. To stanje će imati  $p = p_c$ ,  $T = T_c$ . Tada imamo

$$v^3 - \left(b + \frac{RT_c}{p_c}\right)v^2 + \frac{a}{p_c}v - \frac{ab}{p_c} = (v - v_c)^3 \quad (3.7)$$

ako u jednačbu ubacimo da je  $\bar{p} = p/p_c$ ,  $\bar{T} = T/T_c$  i  $\bar{v} = v/v_c$  dobije se

$$\left(\bar{p} + \frac{3}{\bar{v}^2}\right)\left(\bar{v} - \frac{1}{3}\right) = \frac{8\bar{T}}{3} \quad (3.8)$$

Pošto u ovoj jednačbi nema niti jedne konstante koja je specifična za svaki materijal, može se zaključiti da Van der Waalsov model ima prikladne jedinice u kojima je ona univerzalna i to se još zove zakon odgovarajućih jedinica.

### 3.4 Fizikalna analiza

Ako u Van der Waalsovu jednadžbu stavio da je volumen velik, vidimo kako pritisak ovisi kao  $1/V$ , zato što kvadratni član iščezava. Isto tako najmanji specifični volumen je  $b$  pa tako pri tom volumenu tlak divergira. Ponaša se ne stlačivo, a to je svojstvo idealnih tekućina. Između kada kvadratni član ima utjecaja imamo istovremeno tekućinu i paru. Tada smanjenjem volumena pritisak se ne povećava, već više pare se pretvori u tekućinu. Tako da u tom dijelu u  $p$ - $v$  dijagramu imamo horizontalnu liniju.

Da bi opisali ovaj sistem možemo definirati susceptibilnost

$$\kappa = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \quad (3.9)$$

koja se naziva izotermalna susceptibilnost i ona uvijek mora biti pozitivna. Sukladno tome možemo zapisati i recipročnu jednadžbu

$$\bar{\kappa}^{-1} = -\bar{v} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{v}} \quad (3.10)$$

Kada bi prikazali  $\bar{\kappa}^{-1}$  na  $\bar{p}$ - $\bar{v}$  grafu vidjeli bi kako se za neke volumene sustav nije u homogenoj fazi, što je kontradiktorno početnom uvjetu. Iako je ovaj model ima širu uporabu od modela idealnog plina i dalje ima svoja ograničenja.



## 4 Metoda mjerenja i eksperimentalni postav

### 4.0.1 Mjerenje adijabatskog koeficijenta

Pošto nije moguće direktno mjeriti adijabatski koeficijent ekspanzije plina mi ga moramo prikazati pomoću mjerljivih varijabli. U ovom radu ćemo koristiti cilindar sa pomičnim klipom, koji može slobodno titrati. Možemo zapisati jednadžbu titranja tog klipa

$$m\ddot{x} + \frac{\Gamma}{m}\dot{x} - r^2\pi\Delta p = 0 \quad (4.1)$$

Kada iskoristimo jednadžbu (2.60) dobijemo

$$\ddot{x} + \frac{\Gamma}{m}\dot{x} - \gamma\frac{p}{mV}r^4\pi^2x = 0 \quad (4.2)$$

Ovo je homogena diferencijalna jednadžba iz koje se lako dobije kutna frekvencija

$$\omega = \frac{\sqrt{\gamma\frac{p}{mV}r^4\pi^2 - \frac{\Gamma^2}{4m^2}}}{2} \quad (4.3)$$

ako uvrstimo da je  $\omega = 2\pi/T$  dobijemo ovisnost adijabatskog koeficijent o periodu i konstanti prigušenja

$$\gamma = \frac{4mV}{T^2pr^4} + \frac{\Gamma^2V}{4pr^4\pi^2} \quad (4.4)$$

Da bi dobili adijabatski koeficijent mi moramo izmjeriti period i koeficijent prigušenja titranja. Kako drugi član ima jako malen utjecaj u odnosu na pogrešku mjerenja, pa ga možemo zanemariti.

U ovom radu će se mjeriti adijabatski koeficijent ekspanzije plinova za Helij<sub>1</sub>-99%, Helij<sub>2</sub>-99,999%, Argon-99,999%, Dušik-99,999% i Ugljikov dioksid-99,9%. Mjerit ćemo period titranja klipa za različite volumene svakog plina. Stavimo dobivene podatke na  $V-T^2$  graf i metodom najmanjih kvadrata dobijemo nagib i iz jednadžbe 4.4 dobijemo da je nagib jednak

$$a = \gamma\frac{pr^4}{4m} \quad (4.5)$$

## ***4.1 Eksperimentalni postava za mjerenje adijabatskog koeficijenta ekspanzije***

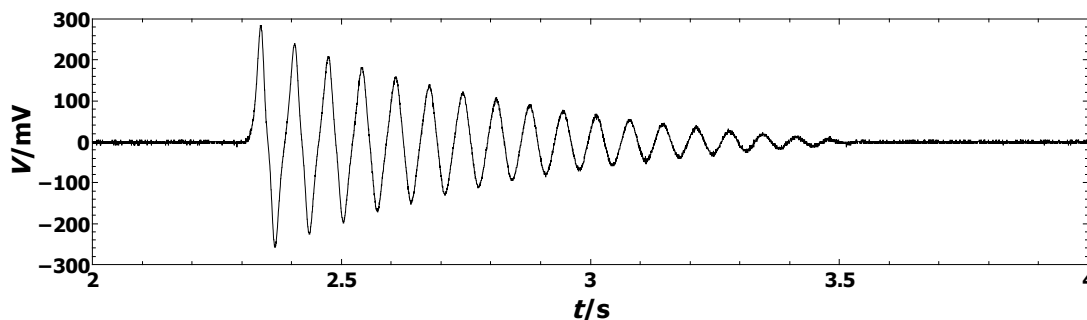
Potreban je stakleni cilindar s klipom koji se može slobodno pomicati. Na vrhu klipa se nalazi trajni magnet, a oko cilindra se postavi zavojnica koja je povezana na digitalni osciloskop ("PicoScope 2000") koji je spojen na računalo. Sustav radi tako da se klip makne iz ravnotežnog položaja i pusti da titra, na zavojnici se inducira napon zbog promjenjivog magnetskog polja koje se stvara zbog titranja magneta na vrhu klipa. Digitalni osciloskop taj signal obrađuje i taj se rezultat dobije na zaslonu ekrana. Program na računalu za rad s ovim digitalnim osciloskopom je "PicoScope 6". Da bi dobili što ljepše titranje i smanjili trenje između klipa i cilindra cijeli sustav je okrenut vertikalno. Isto tako se zavojnica prilagođava da bude na visini magneta u svrhu dobivanja boljeg signala.

Prije nego što se započne mjerenje potrebno je u programu "PicoScope 6" prilagoditi mjerne skale amplitude i frekvenciju očitavanja signala, kako bi dobivena slika bila što bolja za uporabu. Dobiveni rezultati se provedu kroz FFT analizu iz koje se dobije frekvencija titranja, pa time i period. Masa klipa iznosi  $m = 0,111$  kg, a radijus  $r = 15,5$  mm.

## 5 Rezultati i diskusija

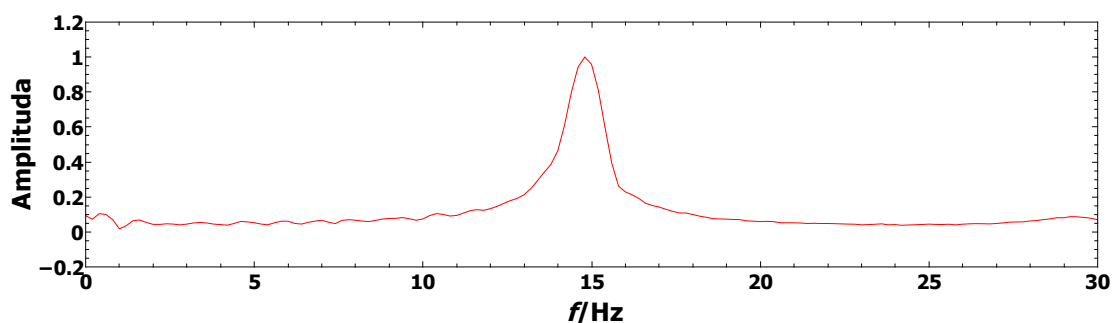
### 5.1 Argon

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Argon volumena 95 ml prikazan je slikom 5.1. Atmosferski tlak u trenutku mjerenja je iznosio  $1006.3 \cdot 10^2$  Pa.



Slika 5.1: Prikaz ovsnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Argon volumena 95 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.2



Slika 5.2: Prikaz frekvenciske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Argon volumena 95 ml. Vrh je na frekvenciji od  $14,81 \pm 0,03$  Hz.

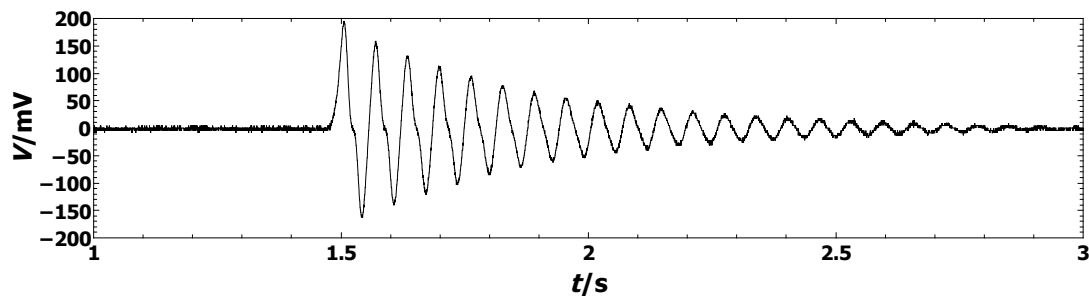
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (14,81 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

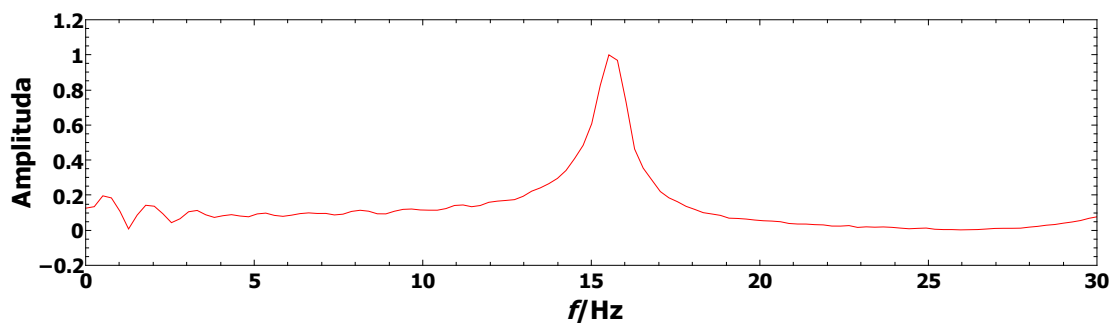
$$T = (0,0675 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Argon volumena 85 ml prikazan je slikom 5.3



Slika 5.3: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Argon volumena 85 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.4



Slika 5.4: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Argon volumena 85 ml. Vrh je na frekvenciji od  $15,54 \pm 0,03$  Hz.

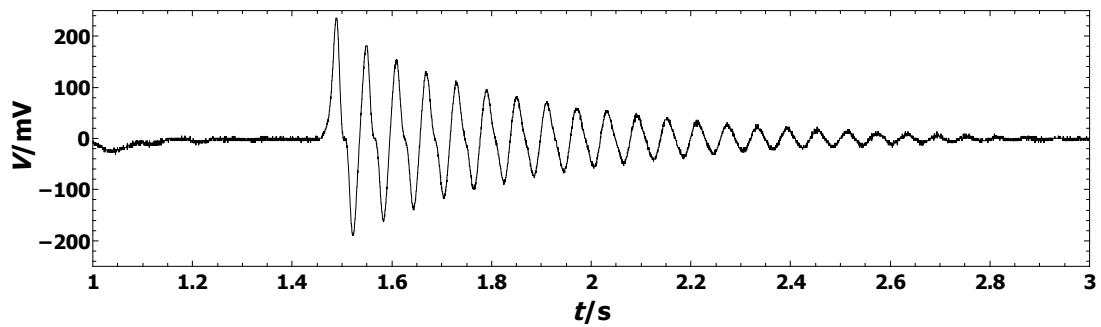
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (15,54 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

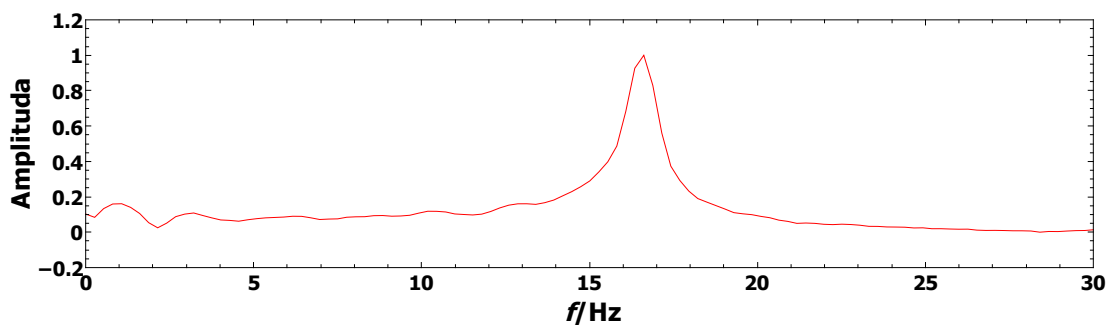
$$T = (0,0643 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Argon volumena 75 ml prikazan je slikom 5.5



Slika 5.5: Prikaz ovsnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Argon volumena 75 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.6



Slika 5.6: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Argon volumena 75 ml. Vrh je na frekvenciji od  $16,61 \pm 0,03$  Hz.

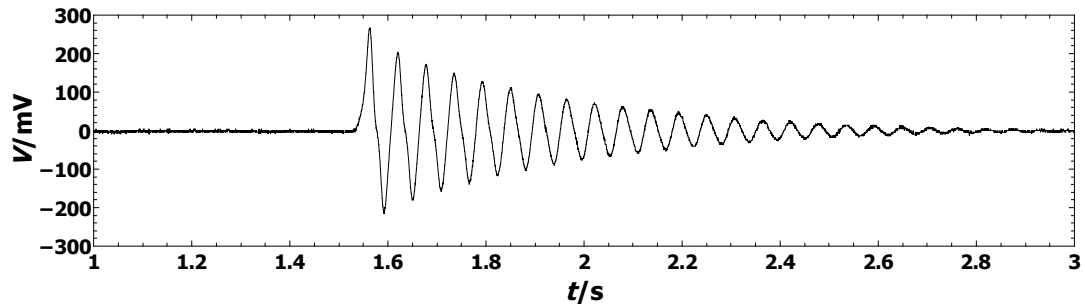
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (16,61 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

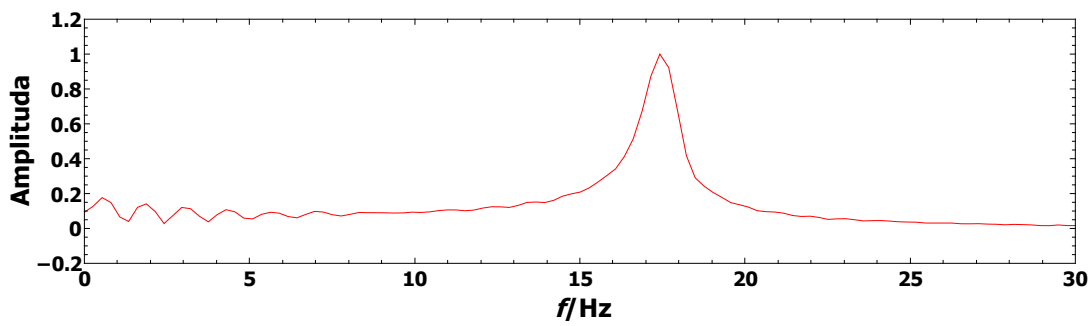
$$T = (0,0602 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Argon volumena 65 ml prikazan je slikom 5.7



Slika 5.7: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Argon volumena 65 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.8



Slika 5.8: Prikaz frekventijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Argon volumena 65 ml. Vrh je na frekvenciji od  $17,42 \pm 0,03$  Hz.

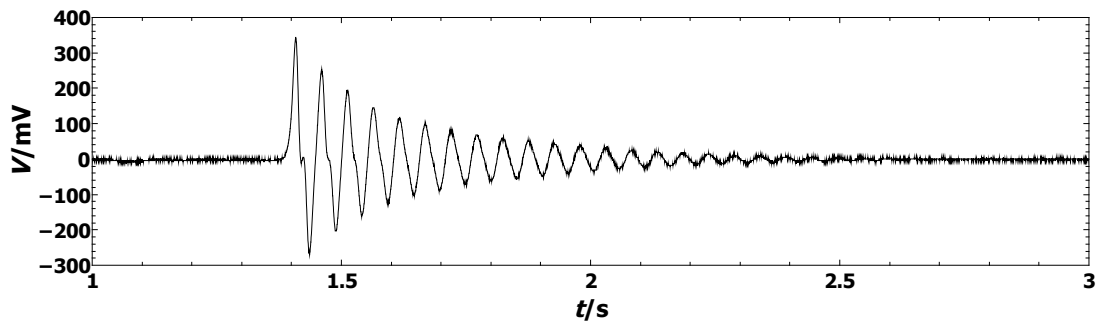
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (17,42 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

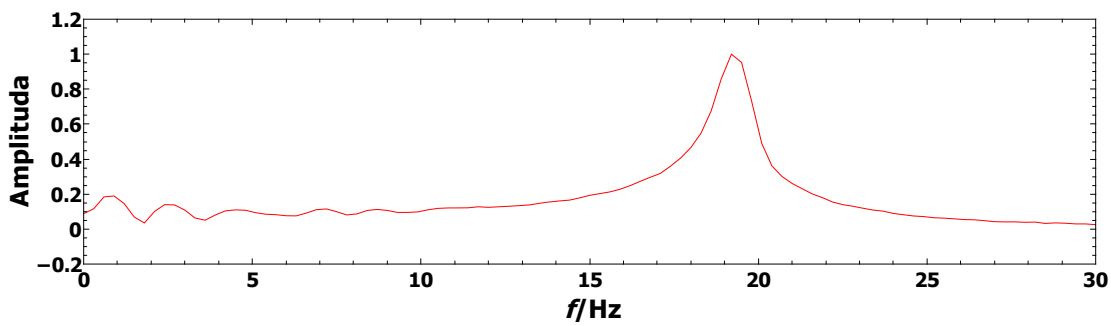
$$T = (0,0574 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Argon volumena 55 ml prikazan je slikom 5.9



Slika 5.9: Prikaz ovsnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Argon volumena 55 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.10



Slika 5.10: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Argon volumena 55 ml. Vrh je na frekvenciji od  $19,38 \pm 0,03$  Hz.

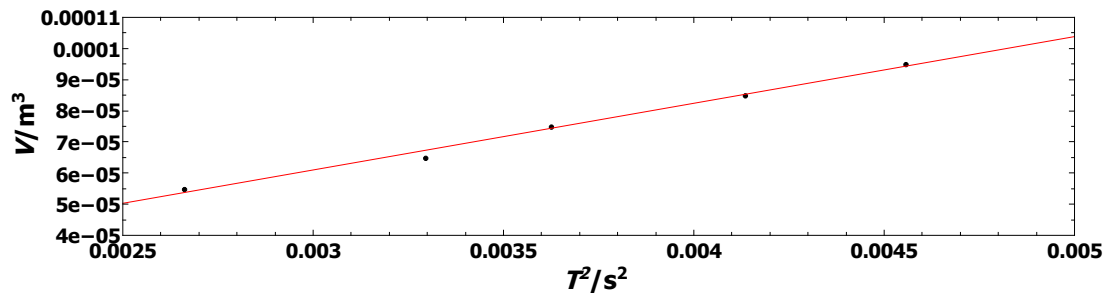
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (19,38 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

$$T = (0,0515 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Kako bi dobili adijabatski koeficijent dobivene podatke ćemo staviti na  $V-T^2$  graf koji je prikazan na slici (5.11), a metodom najmanjih kvadrata se dobije pravac.



Slika 5.11: Prikaz ovisnosti kvadrata perioda i volumena. Pravac je dobiven metodom najmanjih kvadrata. Nagib pravca je  $(21 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}^2$ , a odsečak na  $y$  osi je  $(-3 \pm) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ .

Metodom najmanjih kvadrata smo dobili nagib i odsječak na  $y$ -osi

$$a = (21 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

$$b = (-3 \pm 4) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Uvrstimo li dobivenu vrijednost nagiba pravca u jednadžbu (4.5) dobijemo adijabatski koeficijent ekspanzije Argona, a koeficijent  $b$  nam govori da postoji sustavna greška.

$$\gamma_{Ar} = 1,61 \pm 0,07$$

Adijabatski koeficijent Argona dobiven ovim mjerenjem iznosi  $\gamma = 1,61 \pm 0,07$ , što je u skladu sa teorijom. Radi se o jedno atomnom plinu pa je njegova teorijska vrijednost  $\gamma_1 = 1,667$ , vidimo kako je teorijska vrijednost unutar intervala rješenja ovog mjerenja.

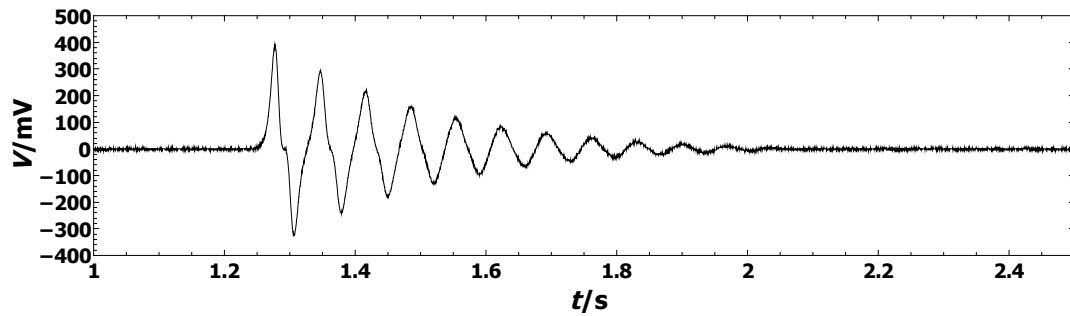
## 5.2 Helij

Mjerenje adijabatskog koeficijenta za Helij smo radili na dva helija iz različitih boca.

### 5.2.1 Iz prve boce

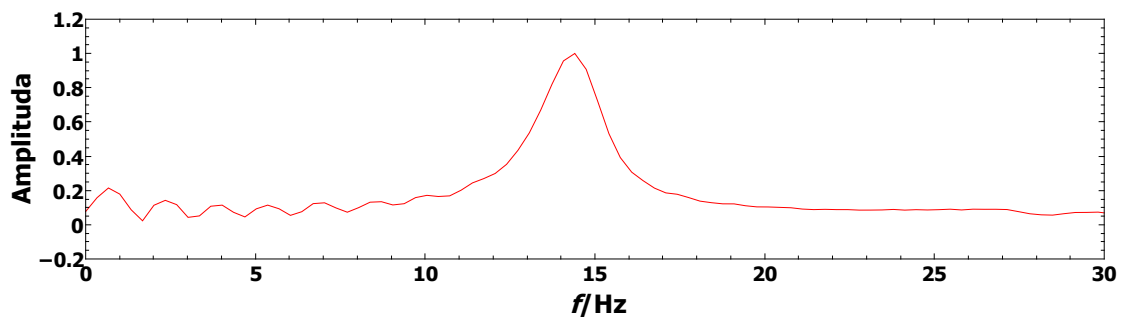
Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Helij volumena 95 ml prikazan je slikom 5.12. Atmosferski tlak u trenutku mjerenja je iznosio  $1006,3 \cdot 10^2 \text{ Pa}$ .





Slika 5.12: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 95 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.24



Slika 5.13: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 95 ml. Vrh je na frekvenciji od  $14,41 \pm 0,03$  Hz.

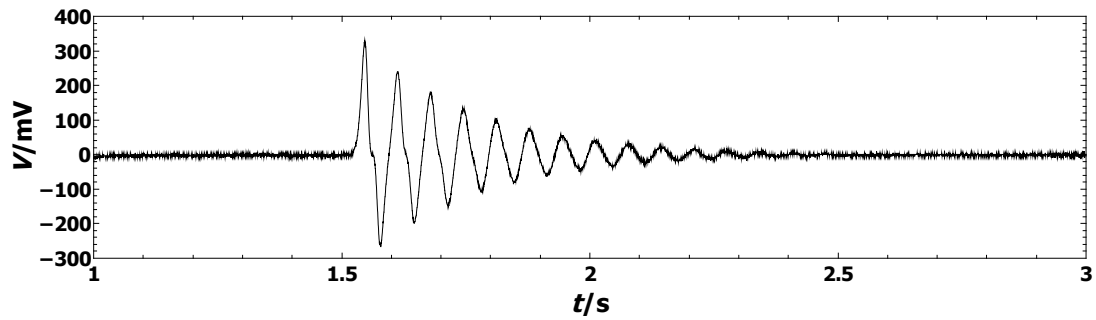
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (14,41 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

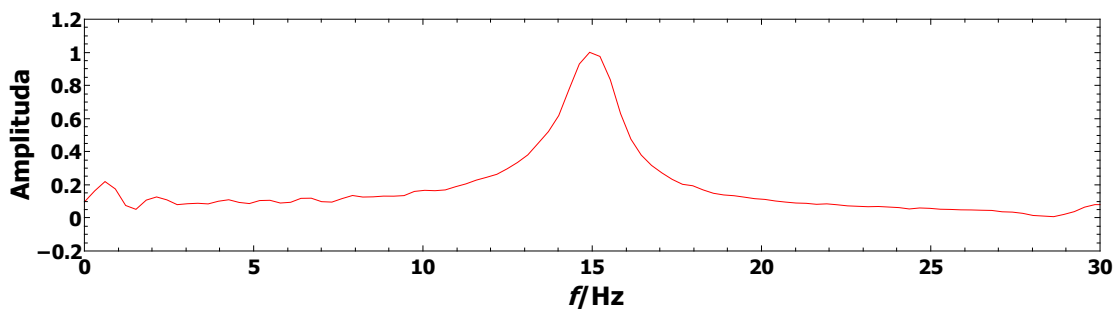
$$T = (0,0694 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Helij volumena 85 ml prikazan je slikom 5.14



Slika 5.14: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 85 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.15



Slika 5.15: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 95 ml. Vrh je na frekvenciji od  $14,91 \pm 0,03$  Hz.

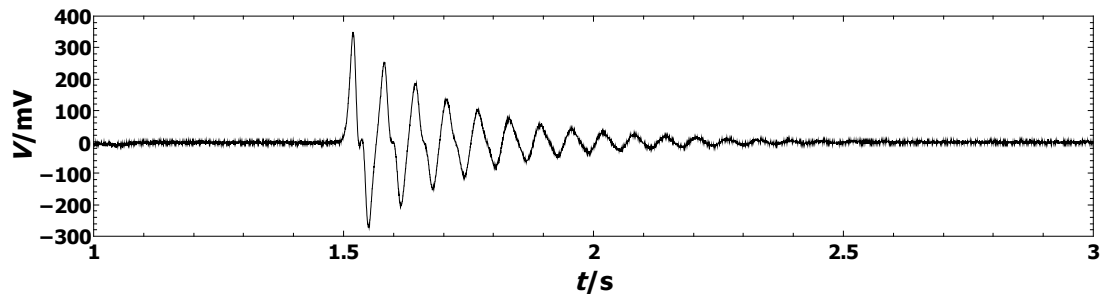
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (14,91 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

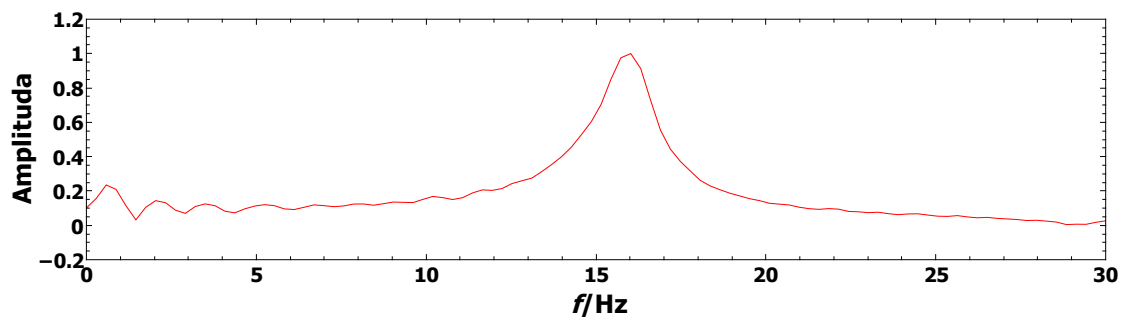
$$T = (0,0671 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Helij volumena 75 ml prikazan je slikom 5.16



Slika 5.16: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 75 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.17



Slika 5.17: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 75 ml. Vrh je na frekvenciji od  $16,02 \pm 0,03$  Hz.

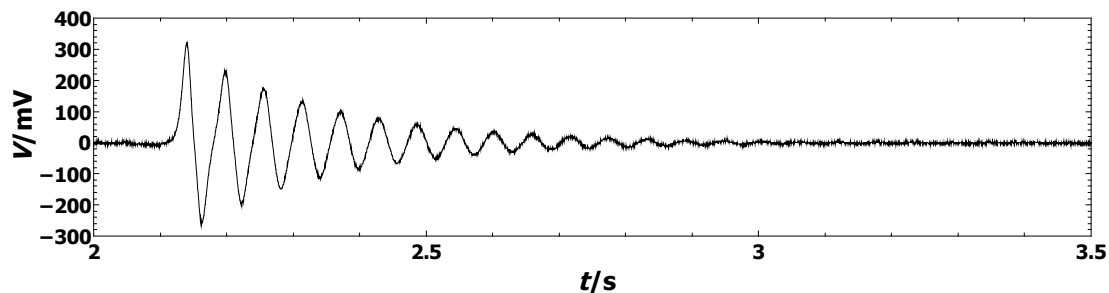
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (16,02 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

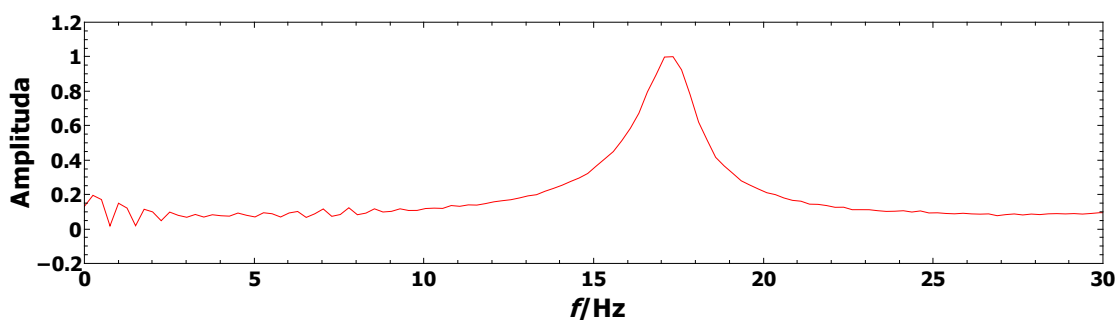
$$T = (0,0624 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Helij volumena 65 ml prikazan je slikom 5.18



Slika 5.18: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 65 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.19



Slika 5.19: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 65 ml. Vrh je na frekvenciji od  $17,29 \pm 0,03$  Hz.

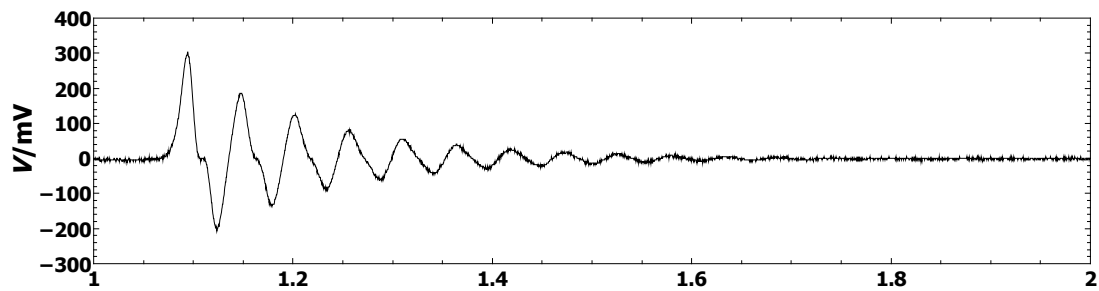
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (17,29 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

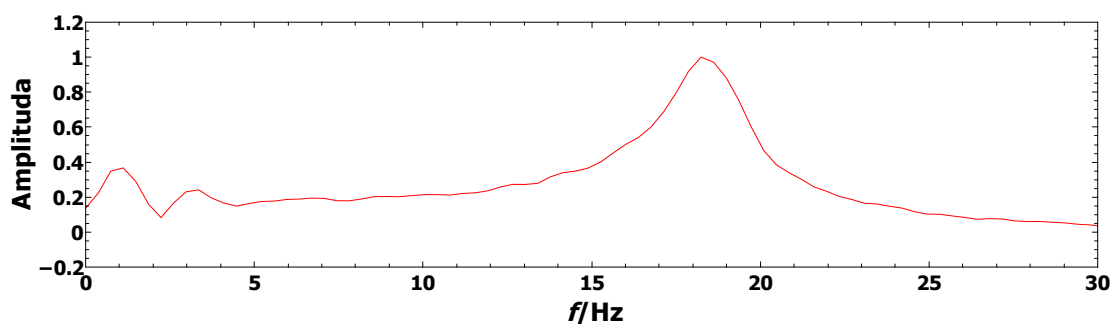
$$T = (0,0578 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Helij volumena 55 ml prikazan je slikom 5.20



Slika 5.20: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 55 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.21



Slika 5.21: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 55 ml. Vrh je na frekvenciji od  $18,26 \pm 0,03$  Hz.

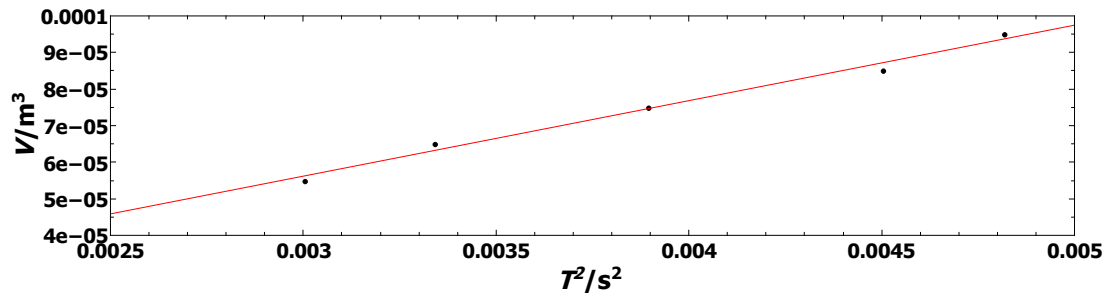
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (18,26 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

$$T = (0,0548 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Kako bi dobili adijabatski koeficijent dobivene podatke ćemo staviti na  $V-T^2$  graf koji je prikazan na slici (5.22), a metodom najmanjih kvadrata se dobije pravac.



Slika 5.22: Prikaz ovisnosti kvadrata perioda i volumena za sustav u kojem se nalazi helij. Pravac je dobiven metodom najmanjih kvadrata. Nagib pravca je  $(21 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}^2$ , a odsječak na  $y$  osi je  $(-6 \pm 5) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ .

Metodom najmanjih kvadrata smo dobili nagib i odsječak na  $y$ -osi

$$a = (21 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

$$b = (-6 \pm 5) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

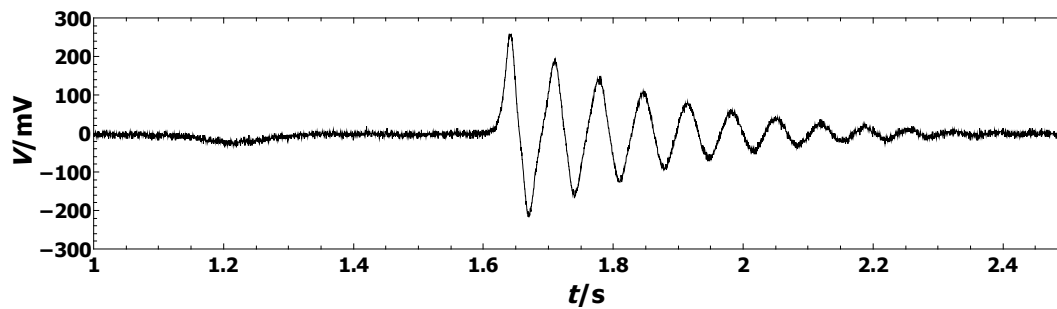
Uvrstimo li dobivenu vrijednost nagiba pravca u jednadžbu (4.5) dobijemo adijabatski koeficijent ekspanzije Helij, a koeficijent  $b$  nam govori da postoji sustavna greška.

$$\gamma_{He} = 1,61 \pm 0,07$$

Adijabatski koeficijent Helija dobiven ovim mjerenjem iznosi  $\gamma_{He} = 1,61 \pm 0,07$ , što je u skladu sa teorijom. Radi se o jedno atomnom plinu pa je njegova teorijska vrijednost  $\gamma_1 = 1,667$ , vidimo kako je teorijska vrijednost unutar intervala rješenja ovog mjerenja.

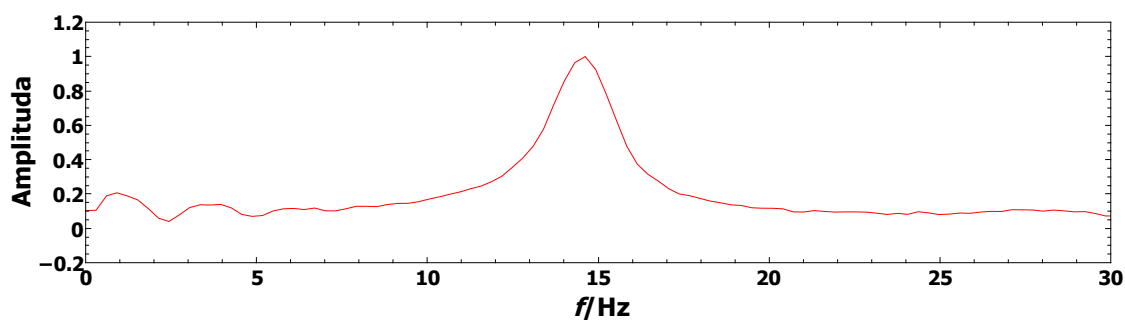
### 5.2.2 Iz druge boce

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Helij volumena 95 ml prikazan je slikom 5.23. Atmosferski tlak u trenutku mjerenja je iznosio  $1006.3 \cdot 10^2 \text{ Pa}$ .



Slika 5.23: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 95 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.24



Slika 5.24: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 95 ml. Vrh je na frekvenciji od  $14,63 \pm 0,03$  Hz.

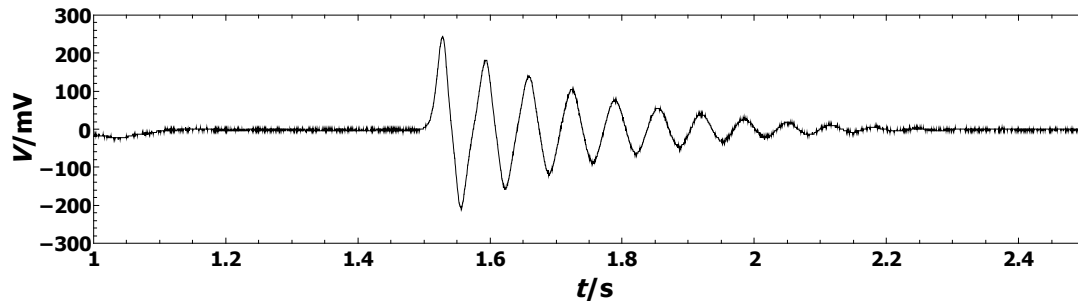
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (14,63 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

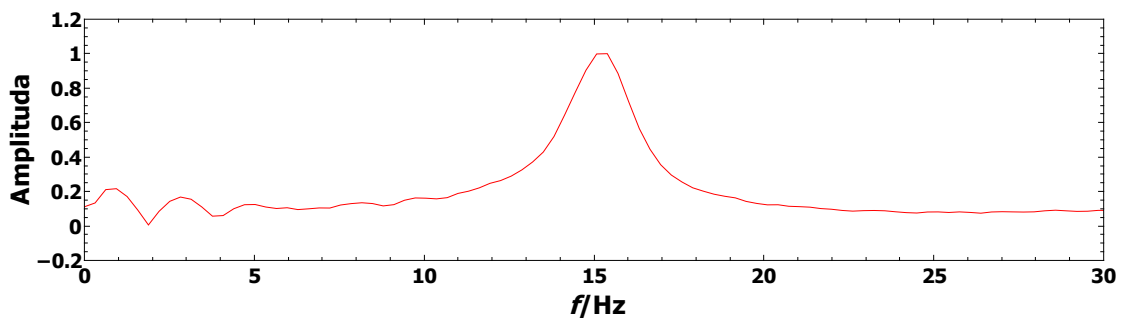
$$T = (0,0684 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Helij volumena 95 ml prikazan je slikom 5.25



Slika 5.25: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 85 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.26



Slika 5.26: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 95 ml. Vrh je na frekvenciji od  $15,37 \pm 0,03$  Hz.

Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

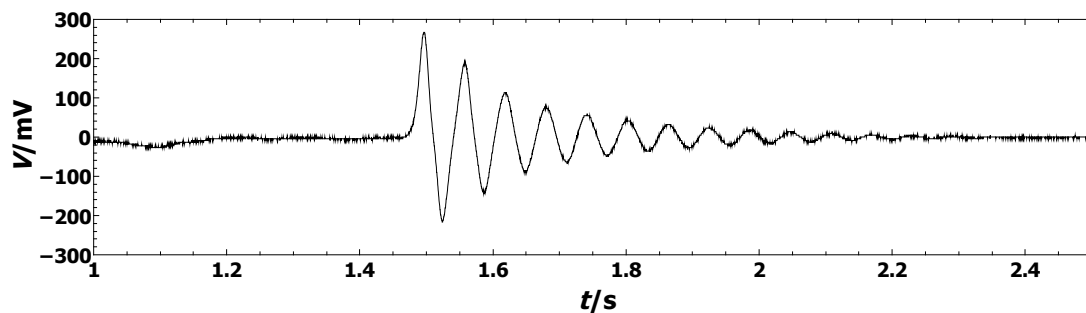
$$f = (15,37 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

$$T = (0,0651 \pm 0,0001) \text{ s}$$

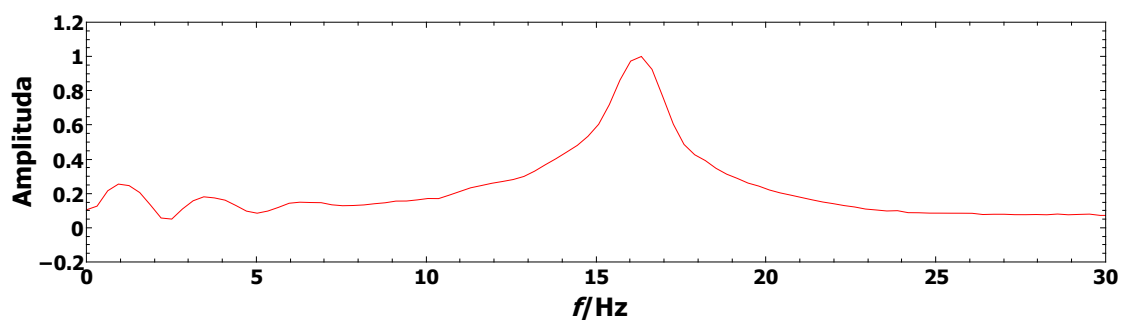
Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Helij volumena 75 ml prikazan je slikom 5.27





Slika 5.27: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 75 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.28



Slika 5.28: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 75 ml. Vrh je na frekvenciji od  $16,33 \pm 0,03$  Hz.

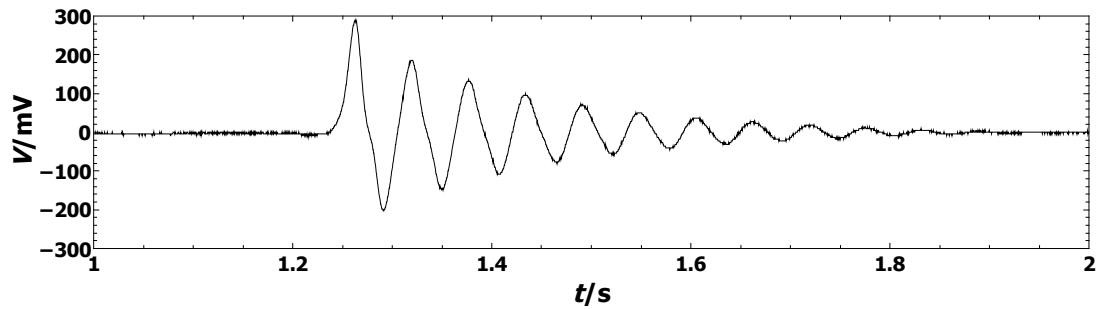
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (16,33 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

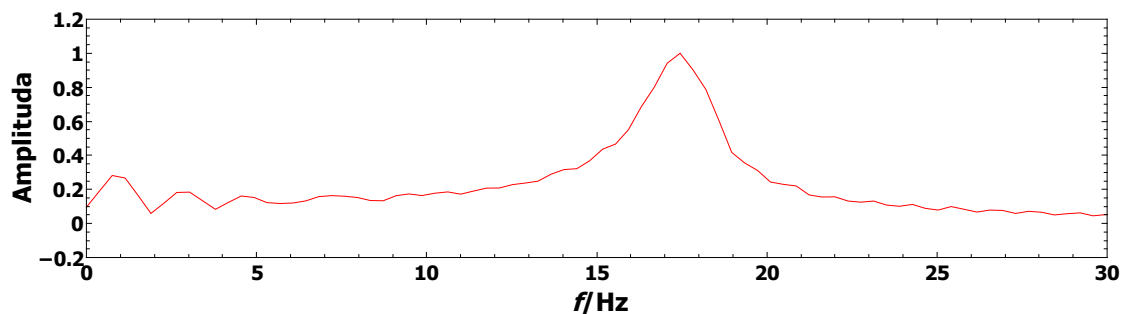
$$T = (0,0612 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Helij volumena 65 ml prikazan je slikom 5.29



Slika 5.29: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 65 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.30



Slika 5.30: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 65 ml. Vrh je na frekvenciji od  $17,43 \pm 0,03$  Hz.

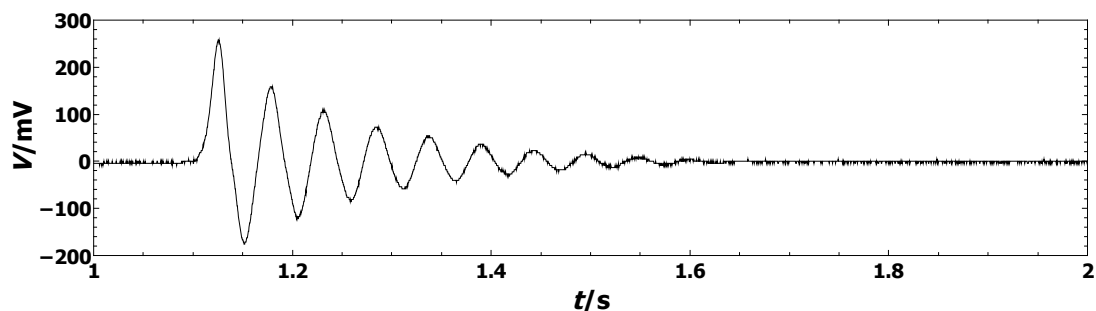
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (17,43 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

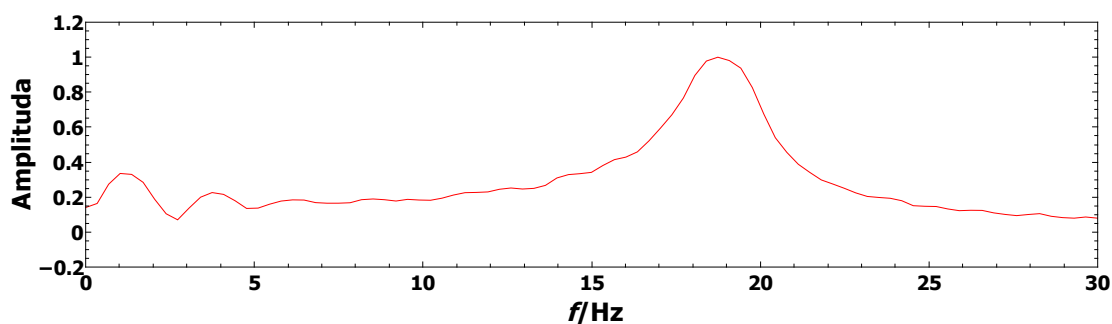
$$T = (0,0574 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Helij volumena 55 ml prikazan je slikom 5.31



Slika 5.31: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 55 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.32



Slika 5.32: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Helij volumena 55 ml. Vrh je na frekvenciji od  $18,74 \pm 0,03$  Hz.

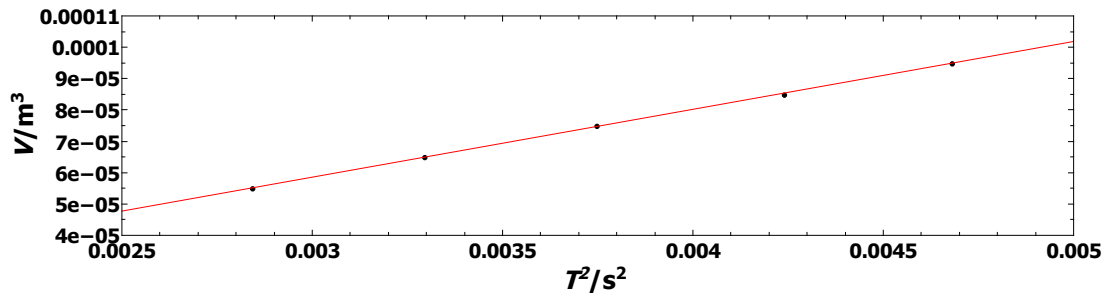
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (18,74 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

$$T = (0,0533 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Kako bi dobili adijabatski koeficijent dobivene podatke ćemo staviti na  $V-T^2$  graf koji je prikazan na slici (5.33), a metodom najmanjih kvadrata se dobije pravac.



Slika 5.33: Prikaz ovisnosti kvadrata perioda i volumena za sustav u kojem se nalazi helij. Pravac je dobiven metodom najmanjih kvadrata.

Metodom najmanjih kvadrata smo dobili nagib i odsječak na y-osi

$$a = (216 \pm 2) \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

$$b = (-6,4 \pm 0,8) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

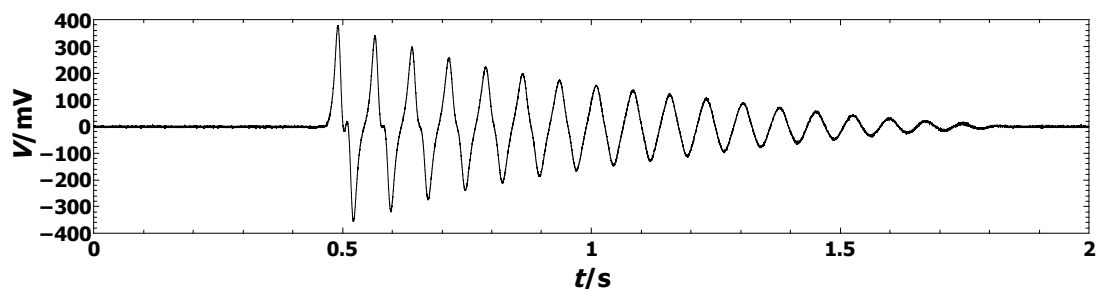
Uvrstimo li dobivenu vrijednost nagiba pravca u jednadžbu (4.5) dobijemo adijabatski koeficijent ekspanzije Helija, a koeficijent  $b$  nam govori da postoji sustavna greška.

$$\gamma_{He} = 1,65 \pm 0,02$$

Adijabatski koeficijent Helija dobiven ovim mjerenjem iznosi  $\gamma_{He} = 1,65 \pm 0,02$ , što je u skladu sa teorijom. Radi se o jedno atomnom plinu pa je njegova teorijska vrijednost  $\gamma_1 = 1,667$ , vidimo kako je teorijska vrijednost unutar intervala rješenja ovog mjerenja. Kako za prvu i drugu bocu se rezultati poklapaju što je i očekivano pošto se radi o istom plinu, pošto je mjerenje za drugu bocu preciznije uzet će se to kao relativno. Razlika u relativnoj pogrešci i to da je za drugu bocu srednja vrijednost bliža očekivanoj, iako je postupak mjerenja bio u potpunosti identičan, možemo zaključiti da je ovo mjerenje jako osjetljivo i najmanja pogreška pri mjerenju može dovesti do lošeg rezultata. U drugoj boci je bio čišći helij 99.999% i možda je do boljeg rezultata došlo jer je helij čišći, te se može reći da ova metoda može načelno odrediti čistoću plina ako se naravno mjeri dovoljno pažljivo.

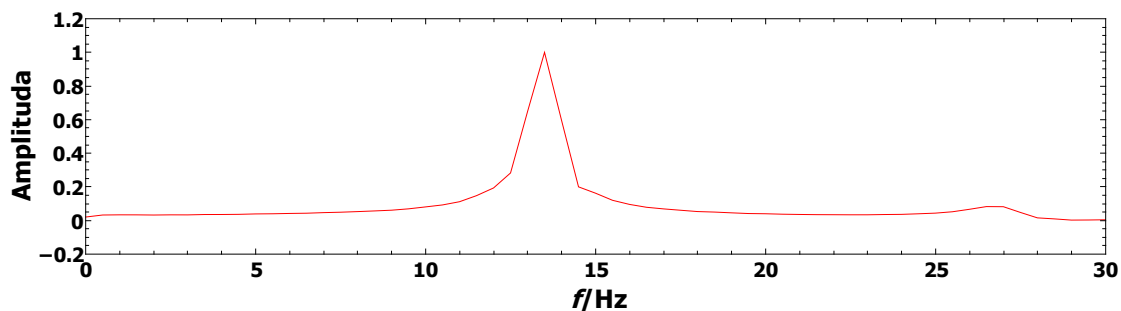
### 5.3 Dušik

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Dušik volumena 95 ml prikazan je slikom 5.34. Atmosferski tlak u trenutku mjerenja je iznosio  $1006.3 \cdot 10^2$  Pa.



Slika 5.34: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Dušik volumena 95 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.35



Slika 5.35: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Dušik volumena 95 ml. Vrh je na frekvenciji od  $13,49 \pm 0,03$  Hz.

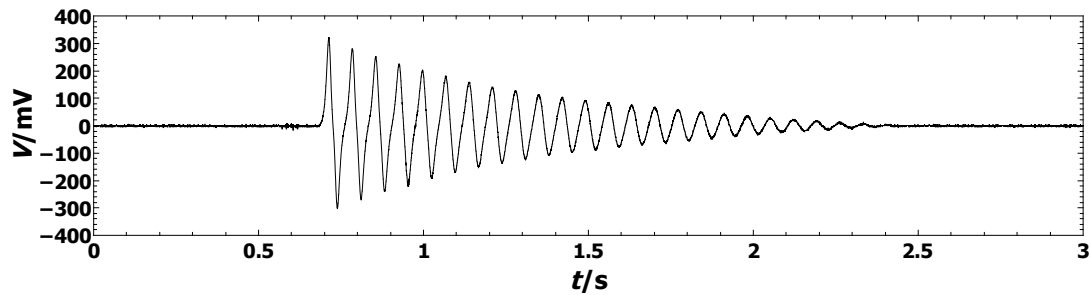
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (13,49 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

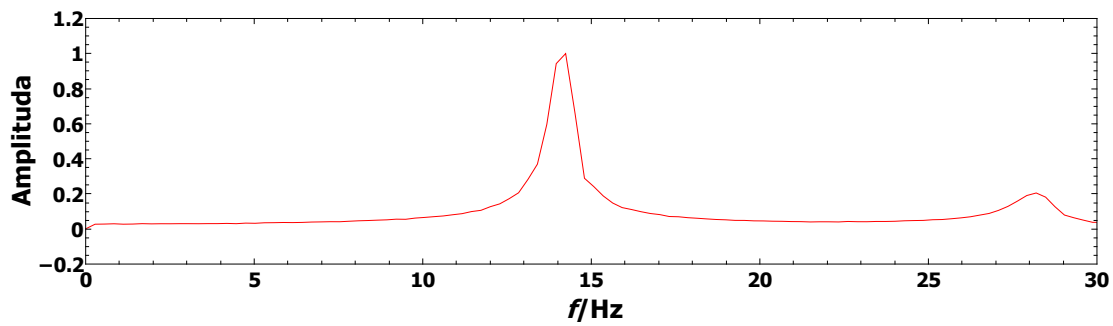
$$T = (0,0741 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Dušik volumena 85 ml prikazan je slikom 5.36



Slika 5.36: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Dušik volumena 85 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.37



Slika 5.37: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Dušik volumena 85 ml. Vrh je na frekvenciji od  $14,23 \pm 0,03$  Hz.

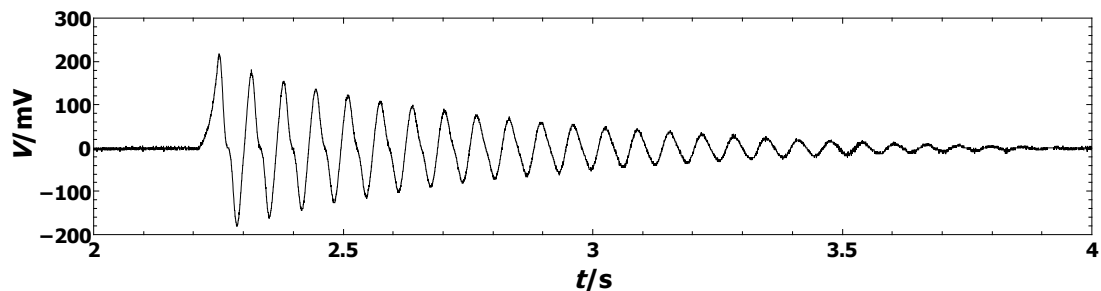
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (14,23 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

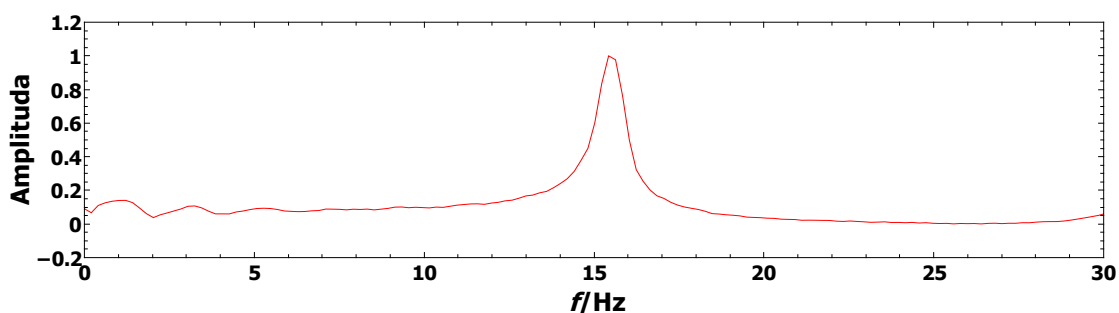
$$T = (0,0702 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Dušik volumena 75 ml prikazan je slikom 5.38



Slika 5.38: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Dušik volumena 75 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.39



Slika 5.39: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Dušik volumena 75 ml. Vrh je na frekvenciji od  $15,44 \pm 0,03$  Hz.

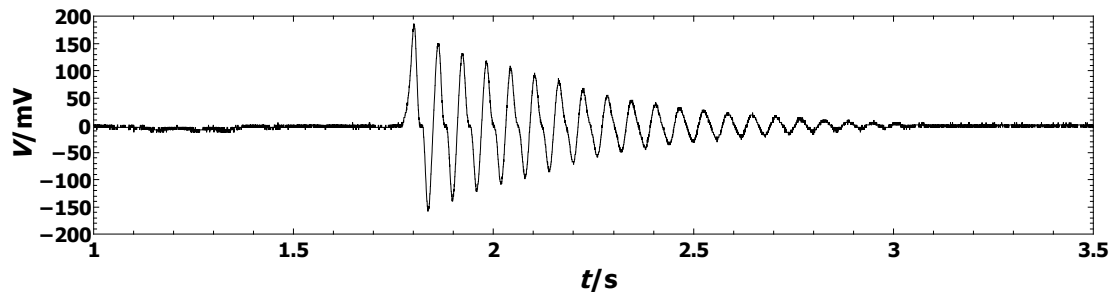
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (15,44 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

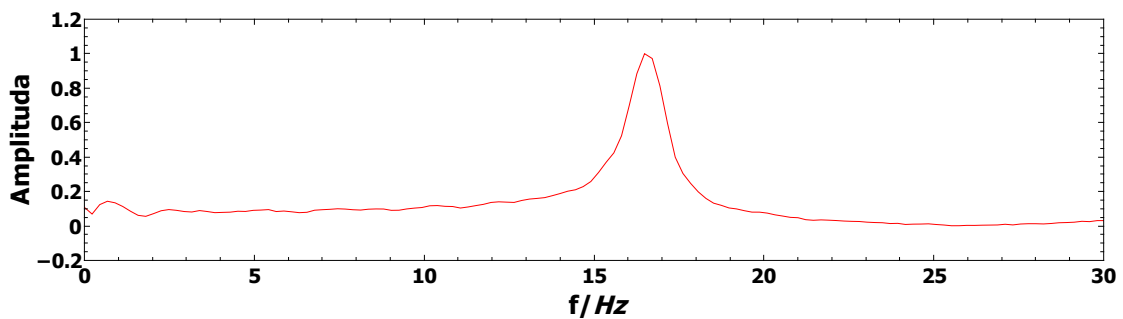
$$T = (0,0648 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Dušik volumena 65 ml prikazan je slikom 5.40



Slika 5.40: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Dušik volumena 65 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.41



Slika 5.41: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Dušik volumena 65 ml. Vrh je na frekvenciji od  $16,48 \pm 0,03$  Hz.

Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

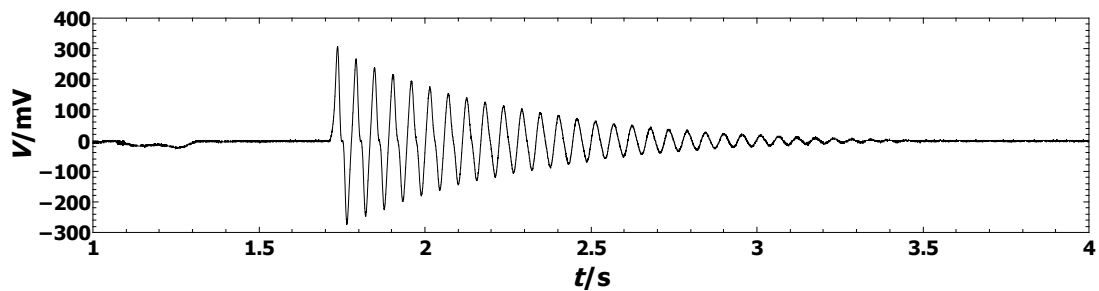
$$f = (16,48 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

$$T = (0,0607 \pm 0,0001) \text{ s}$$

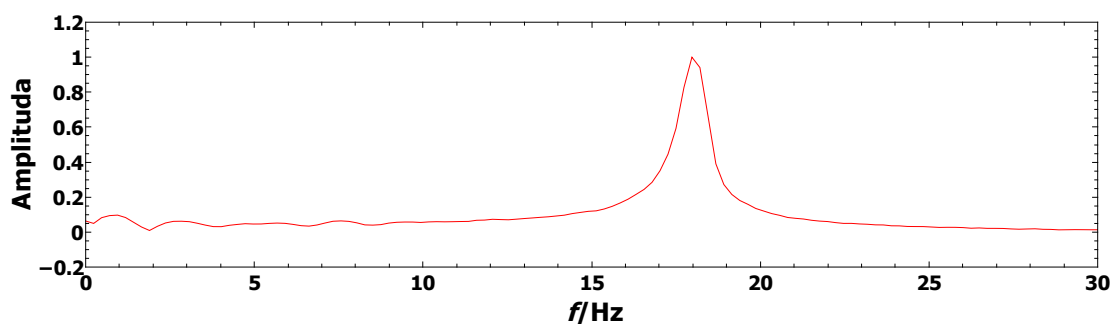
Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Dušik volumena 55 ml prikazan je slikom 5.42





Slika 5.42: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Dušik volumena 55 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.43



Slika 5.43: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Dušik volumena 55 ml. Vrh je na frekvenciji od  $17,98 \pm 0,03$  Hz.

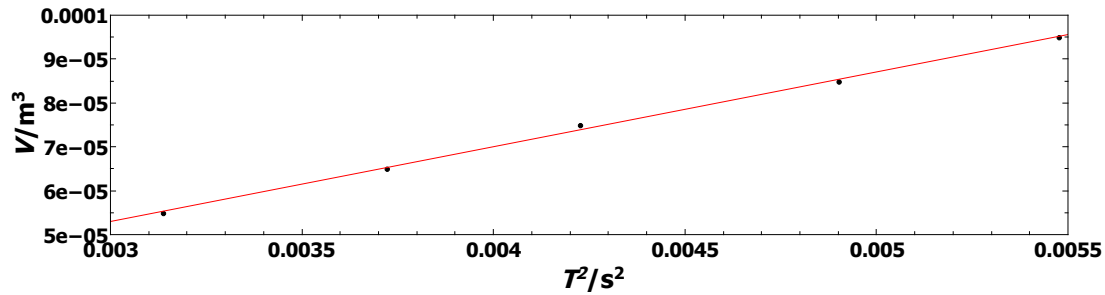
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (17,98 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

$$T = (0,0556 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Kako bi dobili adijabatski koeficijent dobivene podatke ćemo staviti na  $V-T^2$  graf koji je prikazan na slici (5.44), a metodom najmanjih kvadrata se dobije pravac.



Slika 5.44: Prikaz ovisnosti kvadrata perioda i volumena za sustav u kojem se nalazi Dušik. Pravac je dobiven metodom najmanjih kvadrata. Nagib pravca je  $(170 \pm 4) \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}^2$ , a odsječak na  $y$  osi je  $(-1 \pm 2) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ .

Metodom najmanjih kvadrata smo dobili nagib i odsječak na  $y$ -osi

$$a = (170 \pm 4) \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

$$b = (-1 \pm 2) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

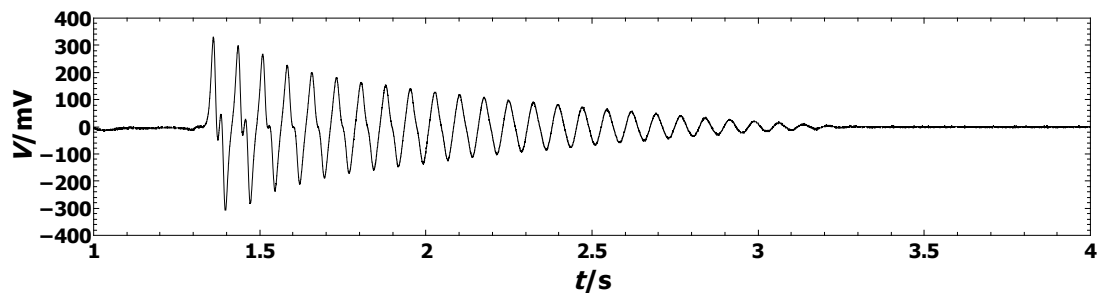
Uvrstimo li dobivenu vrijednost nagiba pravca u jednadžbu (4.5) dobijemo adijabatski koeficijent ekspanzije Dušik, a koeficijent  $b$  nam govori da postoji sustavna greška.

$$\gamma_{N_2} = 1,3 \pm 0,04$$

Adijabatski koeficijent ekspanzije plina za Dušik dobiven ovim eksperimentom iznosi  $\gamma_{N_2} = 1,3 \pm 0,04$ . Terijaka vrijednost  $\gamma_2 = 1,4$  očito ne ulatizi u interval ovog rezultata što nam govori kako postoji neka sustavna pogreška. Do te pogreške je moglo doći zbog ne savršenosti samog postava, plin unutar cilindra nije u potpunosti izoliran, lagano curi van tako da očitani volumen možda nije ispravan, isto tako tijekom titranja klipa nemoguće je smiriti i titranje cijelog postava.

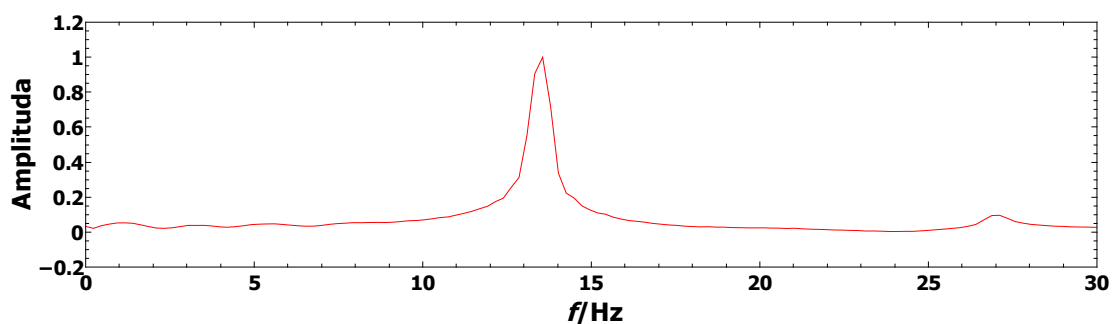
## 5.4 Ugljikov dioksid

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Ugljikov dioksid volumena 95 ml prikazan je slikom 5.45. Atmosferski tlak u trenutku mjerenja je iznosio  $1006.3 \cdot 10^2 \text{ Pa}$ .



Slika 5.45: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Ugljikov dioksid volumena 95 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.46



Slika 5.46: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Ugljikov dioksid volumena 95 ml. Vrh je na frekvenciji od  $13,55 \pm 0,03$  Hz.

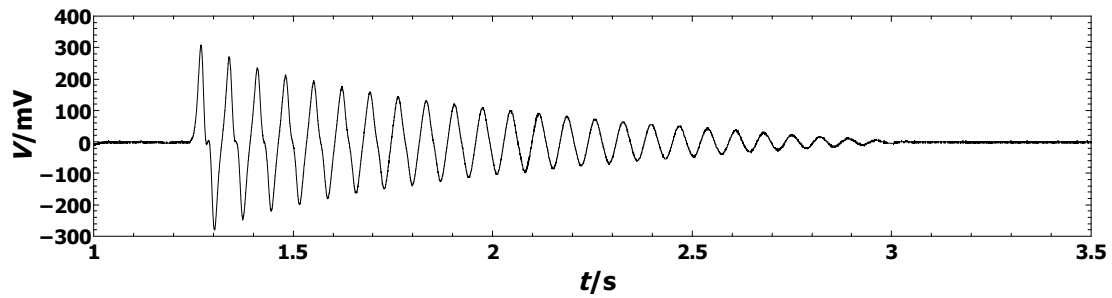
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (13,55 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

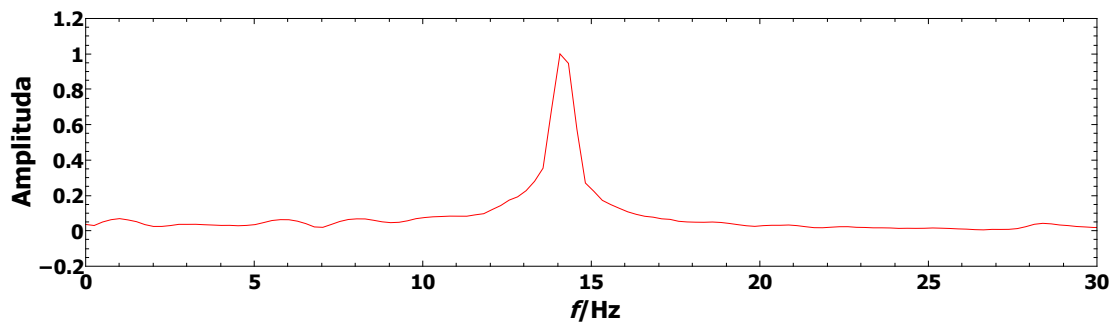
$$T = (0,0738 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Ugljikov dioksid volumena 85 ml prikazan je slikom 5.47



Slika 5.47: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Ugljikov dioksid volumena 85 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.48



Slika 5.48: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Ugljikov dioksid volumena 85 ml. Vrh je na frekvenciji od  $14,06 \pm 0,03$  Hz.

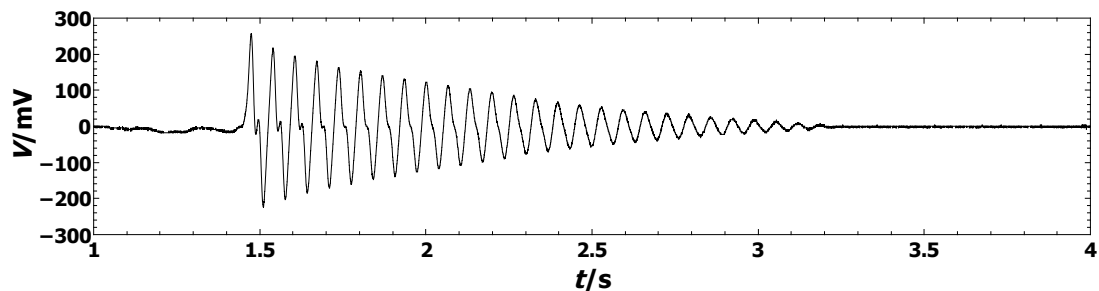
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (14,06 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

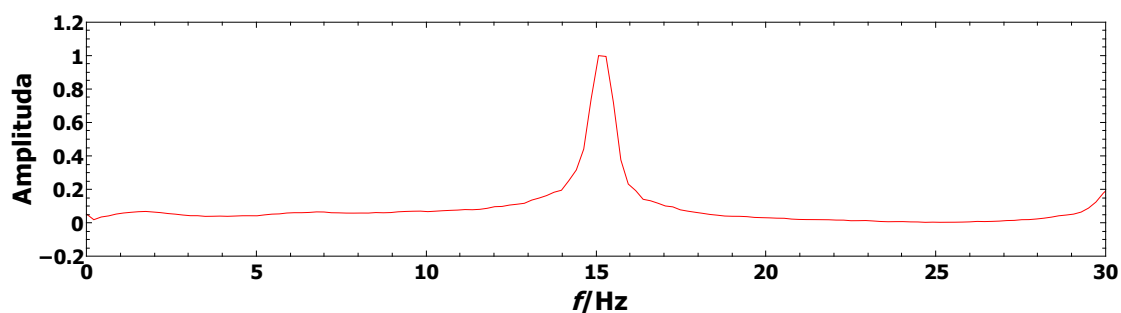
$$T = (0,0702 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Ugljikov dioksid volumena 75 ml prikazan je slikom 5.49



Slika 5.49: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Ugljikov dioksid volumena 75 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.50



Slika 5.50: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Ugljikov dioksid volumena 75 ml. Vrh je na frekvenciji od  $15,07 \pm 0,03$  Hz.

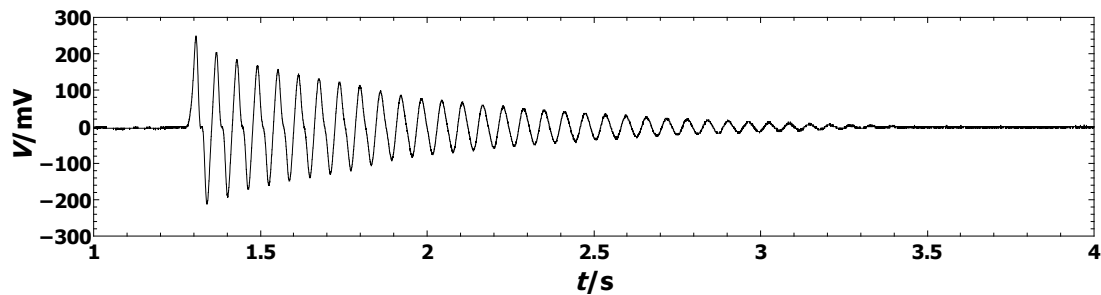
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (15,07 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

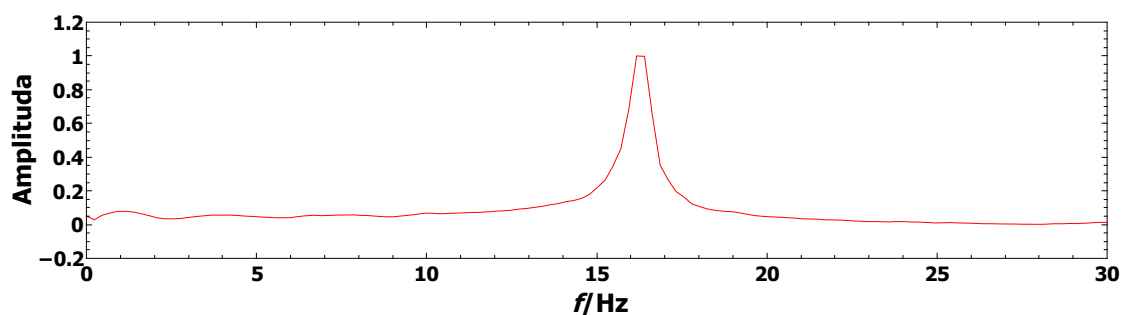
$$T = (0,0664 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Ugljikov dioksid volumena 65 ml prikazan je slikom 5.51



Slika 5.51: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Ugljikov dioksid volumena 65 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.52



Slika 5.52: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Ugljikov dioksid volumena 65 ml. Vrh je na frekvenciji od  $16,17 \pm 0,03$  Hz.

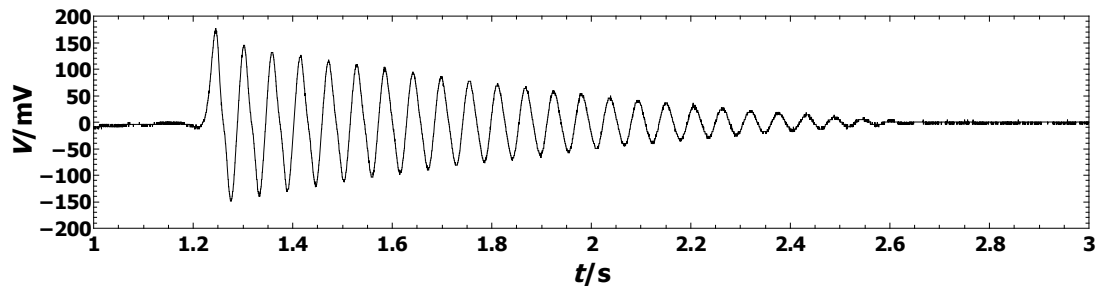
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (16,17 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

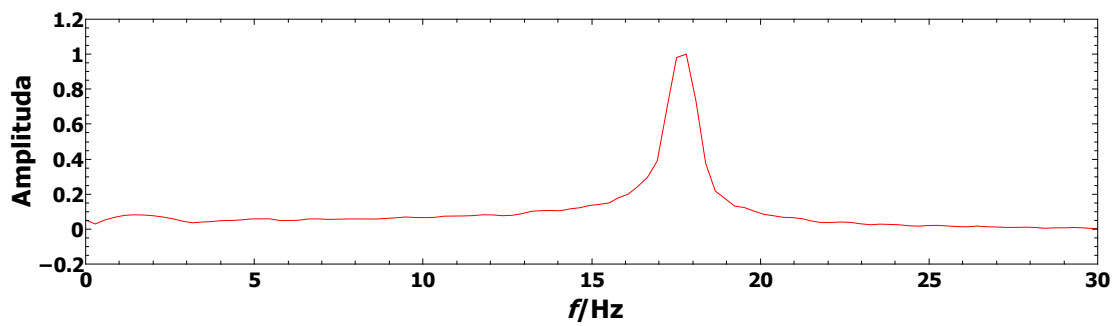
$$T = (0,0618 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Rezultati dobiveni mjerenjem titranja klipa u postavu u kojem se nalazi Ugljikov dioksid volumena 55 ml prikazan je slikom 5.53



Slika 5.53: Prikaz ovisnosti napona o vremenu za titranje cilindra u postavu u kojem je Ugljikov dioksid volumena 55 ml.

Korištenjem FFT analize se dobije graf prikazan na slici 5.54



Slika 5.54: Prikaz frekvencijske karakteristike za titranje cilindra u postavu u kojem je Ugljikov dioksid volumena 55 ml. Vrh je na frekvenciji od  $17,81 \pm 0,03$  Hz.

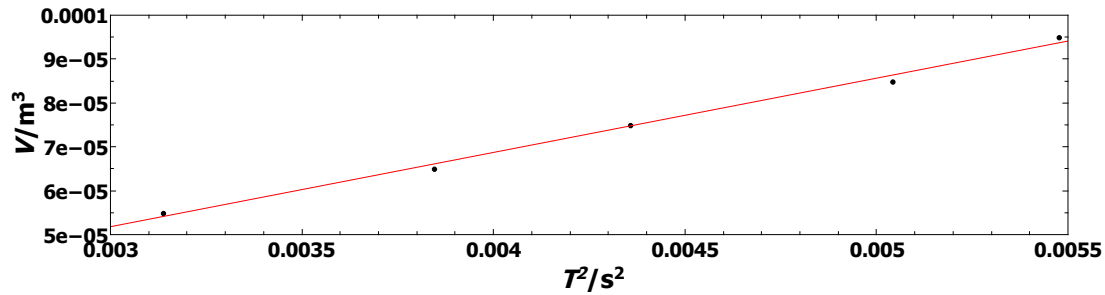
Očitavanjem iz grafa se očitava frekvencija titranja

$$f = (17,81 \pm 0,03) \text{ Hz}$$

Što daje period

$$T = (0,0561 \pm 0,0001) \text{ s}$$

Kako bi dobili adijabatski koeficijent dobivene podatke ćemo staviti na  $V-T^2$  graf koji je prikazan na slici (5.55), a metodom najmanjih kvadrata se dobije pravac.



Slika 5.55: Prikaz ovisnosti kvadrata perioda i volumena za sustav u kojem se nalazi helij. Pravac je dobiven metodom najmanjih kvadrata. Nagib pravca je  $(169 \pm 7) \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}^2$ , a odsječak na  $y$  osi je  $(-1 \pm 2) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ .

Metodom najmanjih kvadrata smo dobili nagib i odsječak na  $y$ -osi

$$a = (169 \pm 7) \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

$$b = (-1 \pm 2) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

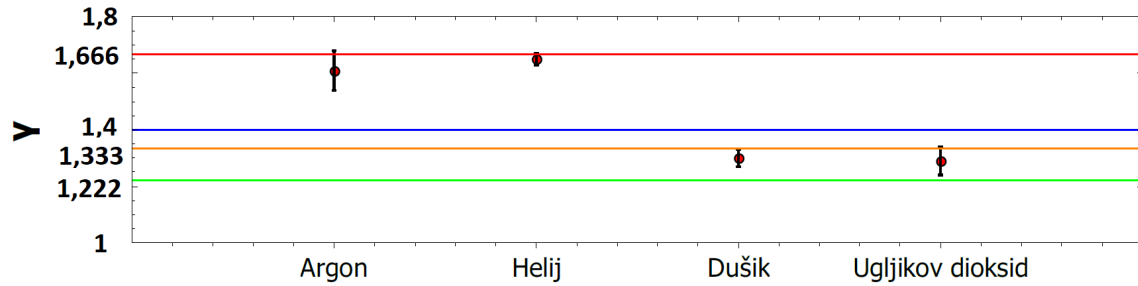
Uvrstimo li dobivenu vrijednost nagiba pravca u jednadžbu (4.5) dobijemo adijabatski koeficijent ekspanzije Ugljikovom dioksida, a koeficijent  $b$  nam govori da postoji sustavna greška.

$$\gamma_{CO_2} = 1,29 \pm 0,05$$

Dobiveni adijabatski koeficijent Ugljikovom dioksida ovim mjerenim je  $\gamma_{CO_2} = 1,29 \pm 0,05$ . Očito je da teorijska vrijednost  $\gamma_2 = 1,4$  nije unutar izmjerene vrijednosti, navedeni razlozi za mogu biti isti kao i za Dušik. Isto tako vidimo da se mjerenja za Ugljikov dioksid i Dušik se preklapaju, iz toga se jasno vidi kako je riječ o sustavnoj pogrešci pošto je očekivano da imaju istu vrijednost.

Na slici 5.56 su prikazani rezultati za Argon, Helij, Dušik, Ugljikov dioksid.





Slika 5.56: Prikaz vrijednosti izmjerenih adijabatskih koeficijenata ekstenzije plina za Argon, Helij, Dušik, Ugljikov dioksid. Crvena linija predstavlja teorijsku vrijednost za jednoatomne plinove  $\gamma_1 = 1,667$ , plava linija predstavlja teorijsku vrijednost za dvoatomne plinove  $\gamma_2 = 1,4$ , narančasta linija predstavlja teorijsku vrijednost za dvoatomne plinove sa jednim modom titranja aktivnim ili ne linearne troatomne molekule  $\gamma_3 = 1,333$  i zelena linija predstavlja teorijsku vrijednost kada je aktivno devet modova  $\gamma = 1,222$ .

## 5.5 Diskusija

Iz grafa na slici 5.56 se jasno vidi kako jedno atomni plinovi imaju preklapanje u vrijednostima mjerenja, što je slučaj i za više atomne plinove. Ovime se pokazalo kako je moguće izmjeriti vrijednosti adijabatskog koeficijenta s jednostavnim postavom kao što je ovaj. Iako sama preciznost mjerenja nije velika i dalje se može koristiti u edukacijske svrhe. Isto tako potvrđuje teorijsko razmatranje koje tvrdi da adijabatski koeficijent ovisi o broju pobuđenih sloboda gibanja. Vidimo kako rezultat za ugljikov dioksid i dušik daju vrijednost koja ukazuje da ima šest aktivnih modova. Taj rezultat je u skladu sa očekivanjem za ugljikov dioksid pošto iz tablice [3] vidimo da je vrijednost za ugljikov dioksid  $\gamma_{CO_2} = 1,297$ , ali za dušik dobivena vrijednost se ne poklapa sa tabličnom  $\gamma_{N_2} = 1,398$ . Taj rezultat se mogao dogoditi ako je bio pobuđen još jedan vibracijski mod, to je malo vjerojatno pošto se eksperiment radio na sobnoj temperaturi, a na sobnoj temperaturi se to nebi trebalo dogoditi, pošto se vibracijski modovi aktiviraju tek oko 600 K [4]. Ono što je moguće da dušik nije bio čist pa samim time ni rezultat nije u skladu sa očekivanjima, ali i da je zrak ušao nebi trebalo promijeniti značajno rezultat pošto iz tablica [3] vidimo kako ima sličnu vrijednost  $\gamma_{zrak} = 1,4$ . Najvjerojatni je došlo do pogreške pri mjerenju, kako je već navedeno u radu mjerenje je osjetljivo i moguće je da se radi o nekoj sustavnoj ili slučajnoj pogrešci. Tome zaključku ide u prilog da sva mjerenja imaju dobivene rezultate u prosjeku niže od očekivanih. Tome bi išlo u prilog da Ugljikovom dioksidu nije jedan

mod pobuđen na sobnoj temperaturi već da je njegova vrijednost teoriski ista kao i za dušik, pa bi sustavna pogreška bila najvjerojatniji razlog pošto imamo veliko preklapanje rezultata za ta dva plina. Isto tako jedan od razloga može biti da plin koji se mjerio nije dušik.

Kako bi se ovaj eksperiment postao precizniji bilo bi potrebno postav učvrstiti tako da pri titranju klipa ne dođe do značajnog titranja cijelog postava. Pošto plin u cilindru nije potpuno izoliran i može ulaziti i izlaziti iz njega dovodi do mogućnosti pogreške, kako bise izbjegla veća pogreška potrebno je eksperiment napraviti u što kraćem roku, na taj način plin nema vremena značajno izaći.

## 6 Zaključak

Mjerenjem smo dobili da je adijabatski koeficijent Argona  $\gamma_{Ar} = 1,61 \pm 0,07$ , helija  $\gamma_{He} = 1,65 \pm 0,02$ , dušika  $\gamma_{N_2} = 1,3 \pm 0,003$  i ugljikovog dioksida  $\gamma_{CO_2} = 1,29 \pm 0,05$ . Argon i Helij su jedno atomni plinovi i oni bi trebali imati jednake vrijednosti adijabatskog koeficijenta, što i vidimo pošto se njihova mjerenja poklapaju. Isto tako njihova teoriska vrijednost je  $\gamma_1 = 1,667$ , što i je unutar njihovih mjerenja, može se zaključiti da se teorijska predviđanja poklapaju s dobivenim rezultatom mjerenja. Dušik je dvoatomna molekula i njegova teorijska vrijednost adijabatskog koeficijenta je  $\gamma_2 = 1,4$ . Dobiveni rezultat odstupa od teoriske vrijednosti i bliži je vrijednosti za troatomne molekule  $\gamma_3 = 1,333$ , koje imaju jedan mod titranja više. Do ovog odstupanja je najvjerojatnije došlo zbog pogreške pri mjerenju. Ugljikov dioksid ima tri atoma i njegova teorijska vrijednost iznosi  $\gamma_3 = 1,333$ , vidi se kako očekivana vrijednost unutar rezultat mjerenja. U eksperimentu se jasno vidi razlika u adijabatskom koeficijentu između plina sa jedno atomnom molekulom i više atomnom, što je upravo ono što se hitjelo i pokazati ovim eksperimentom.

## 7 Metodički dio

### 7.1 Uvod

Mnogi učenici smatraju fiziku najtežim predmetom u školi, što i nije čudno pošto je za svladavanje gradiva u fizici potrebna visoka razina intelektualnog angažmana. S obzirom da fizika bavi proučavanjem i objašnjavanjem fenomena u našem okruženju, tako učenici dolaze sa svojim intuitivnim idejama. Te ideje su često netočne i nepotpune, pa ih se treba ispraviti.

Za razliku od predavačkog tipa nastave, interaktivan tip nastave se pokazao puno učinkovitijim. Način na koji se određivala učinkovitost je pomoću faktora prirasta [7]:

$$g = \frac{\%< \text{poslije} > - \%< \text{prije} >}{100\% - \%< \text{prije} >} \quad (7.1)$$

Rezultat istraživanja [9] je pokazao kako tradicionalni tipovi nastave imaju srednji faktor prirasta  $g_t = 0,23 \pm 0,04$ , a tipovi nastave koji koriste interaktivne metode imaju srednji faktor prirasta  $g_i = 0,5 \pm 0,1$ , što ukazuje kako za uspješnije predavanje je potrebna visok stupanj uključenosti učenika u nastavi.

Svrha nastave fizike po mnogim stručnjacima iz ovog područja je razvoj prirodoslovne pismenosti učenika [8]. Novim kurikulumom je propisana istraživački usmjerena nastava [10]. U istraživački usmjerenoj nastavi učenik uz pomoć nastavnika osmišlja hipoteze i testira ih. Ideja je uključiti učenika u nastavu, a nastavne metode koje se koriste su:

1. vođenje razredne rasprave
2. korištenje kartica za odgovaranje na konceptualna pitanja s ponuđenim odgovorima
3. kooperativno rješavanje zadataka u malim skupinama
4. interaktivno frontalno izvođenje demonstracijskih pokusa (učenici predviđaju, opisuju, opažaju, zaključuju) ili učeničko izvođenje pokusa u malim skupinama
5. korištenje interaktivnih nastavnih softvera uz diskusiju.

Nastavni sat se razdvaja na tri djela uvodni, središnji i završni [8]. U uvodnom

djelu se uvodi problem oko kojeg se diskutira i poželjno je napraviti opservacijski pokus. U središnjem djelu se postavlja istraživačko pitanje i konstrukcija matematičkog modela. Završni dio je evaluacija i primjena modela i konceptualna pitanja.

## 7.2 *Nastavna priprema: Izobarni proces*

Student: Kristijan Belas

Nastavni predmet: Fizika

Razred: 2. Razred

Predviđeni broj sati: 1 školski sat

### **PREDMETNI ISHOD:**

**FIZ SŠ D.2.4.** Analizira i primjenjuje zakone idealnog plina i molekulsko- kinetički model idealnog plina.

Razrada ishoda:

-Analizira izobarnu promjenu stanja idealnog plina.

**FIZ SŠ D.2.9.** Rješava fizičke probleme.

Razrada ishoda:

-Vizualizira problemsku situaciju.

-Identificira ciljeve rješavanja problema.

-Izabire potrebne informacije i primjenjuje fizička načela.

-Konstruira plan rješavanja problema.

-Interpretira i primjenjuje različite prikaze fizičkih veličina.

-Vrednuje postupak i rezultat

**FIZ SŠ D.2.10.** Istražuje fizičke pojave.

Razrada ishoda:

-Istražuje prirodne pojave.

-Istražuje pojavu izvodeći učenički pokus.

### **MEĐUPREDMETNI ISHODI:**

**uku A.4/5.1.** Učenik samostalno traži nove informacije iz različitih izvora, transformira ih u novo znanje i uspješno primjenjuje pri rješavanju problema.

**pod B.4.2.** Planira i upravlja aktivnostima.

**osr B 4.2.** Suradnički uči i radi u timu.

**VRSTA NASTAVE:** Istraživački usmjerena nastava

### **NASTAVNE METODE:**

1. Demonstracijski pokus
2. Frontalni pokus
3. Metoda razgovora - razredna rasprava
4. Kooperativno rješavanje zadataka u skupinama
5. Metoda pisanja /crtanja

### **OBLICI RADA:**

1. Frontalni
2. Individualni

### **NASTAVNA POMAGALA I SREDSTVA**

Ploča, kreda, računalo, posuda s vodom, tikvica, gumeni čep sa staklenom cjevčicom, termometar, plamenik, stalak

### **LITERATURA**

-Horvat, D., Hrupec, D., Fizika 2, Element

-Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). Kurikulum nastavnog predmeta Fizika za osnovne škole i gimnazije.

-Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). Kurikulum međupredmetne teme Učiti kako učiti za osnovne i srednje škole.

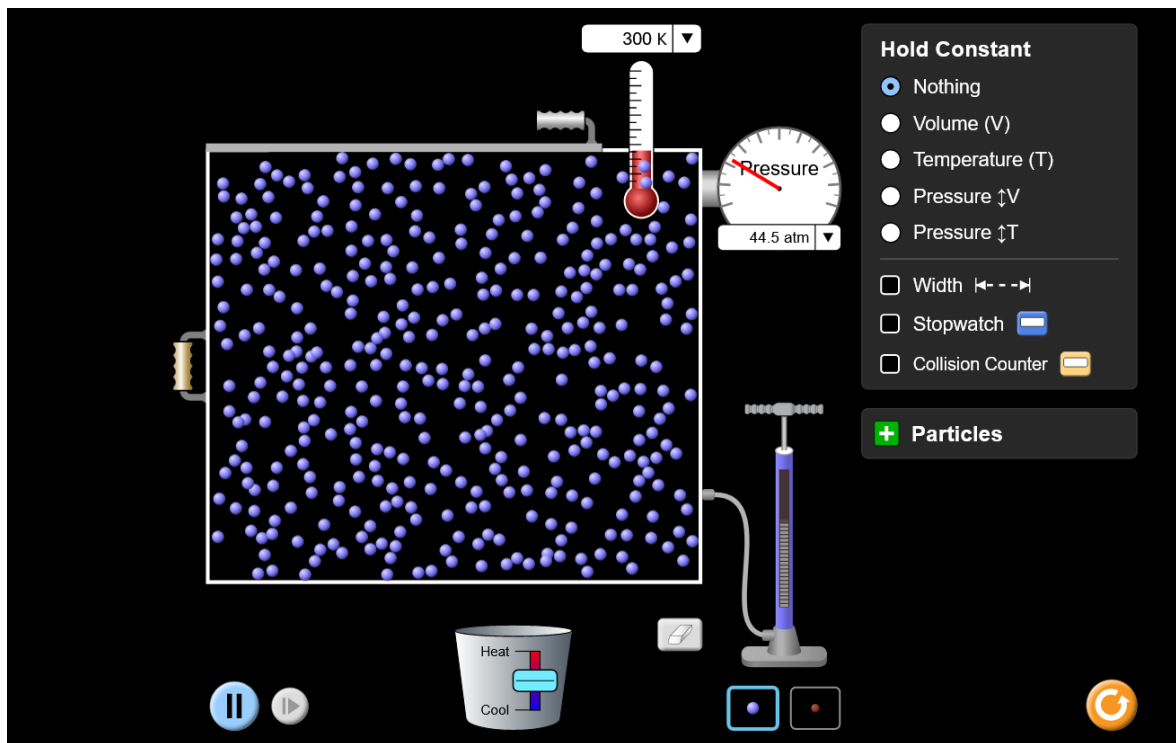
-Paar, V., Hrlec, A., Sambolek, M., Vadjla Reštar, K., Fizika oko nas 2, Školska knjiga

- <https://phet.colorado.edu/sims/html/gas-properties/latest/gas-properties.en.html>

## TIJEK NASTAVNOG SATA

UVODNI DIO:

Za početak nastavnog sata se napravi demonstracijski pokus, preko računalne simulacije phet: [https://phet.colorado.edu/sims/html/gas-properties/latest/gas-properties\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/gas-properties/latest/gas-properties_en.html).



Demonstracijski se pokus izvodi tako da se mijenjaju varijable, volumen, temperatura i broj čestica. Prvo se napravi pokus s promjenom volumena. Od učenika se zahtijeva da svoja opažanja zapišu u bilježnicu.

*Što ste opazili? Što se dogodilo kada se volumen povećao i što se dogodilo kada se smanjio?*

Opazanje: Učenici bi trebali opaziti da se pri povećanju volumena smanjio tlak, a pri smanjenju povećao.

Sada se napravi pokus pri čemu mijenjamo temperaturu. Od učenika se zahtijeva da svoja opažanja zapišu u bilježnicu.

*Što ste opazili? Što se dogodilo kada se temperatura povećala i što se dogodilo kada se smanjila?*

Opazanje: Učenici bi trebali opaziti da se pri povećanju temperature povećao tlak, a pri smanjenju smanjio.



Sada se napravi pokus pri čemu mijenjamo broj čestica. Od učenika se zahtijeva da svoja opažanja zapišu u bilježnicu.

*Što ste opazili? Što se dogodilo kada se broj čestica povećalo i što se dogodilo kada se smanjio?*

Opažanje: Učenici bi trebali opaziti da se pri povećanju broja čestica povećao tlak, a pri smanjenju smanjio.

Sada su učenici stekli nekakvu predodžbu i raspravu se može potaknuti tako da učenici napušu nekoliko balona. Potaknemo raspravu kroz pitanja: *Što se događa sa zrakom u balonu ako ga stisnemo?, Što bi se dogodilo ako bi balon zagrijali ili ohladili?* Cilj je navesti učenike na to da postoji povezanost između tlaka, volumena i temperature.

Sada napomenemo kako ćemo se na ovom satu baviti izobarnom promjenom, promjenom u kojoj je tlak stalan.

## SREDIŠNJI DIO:

ISTRAŽIVAČKO PITANJE: Kako se mijenja volumen pri promjeni temperature uz konstantan tlak?

Tražimo od učenika da probaju osmisliti eksperiment kojim bi ovo ispitali pomoću simulacije koju smo koristili u uvodnom dijelu.

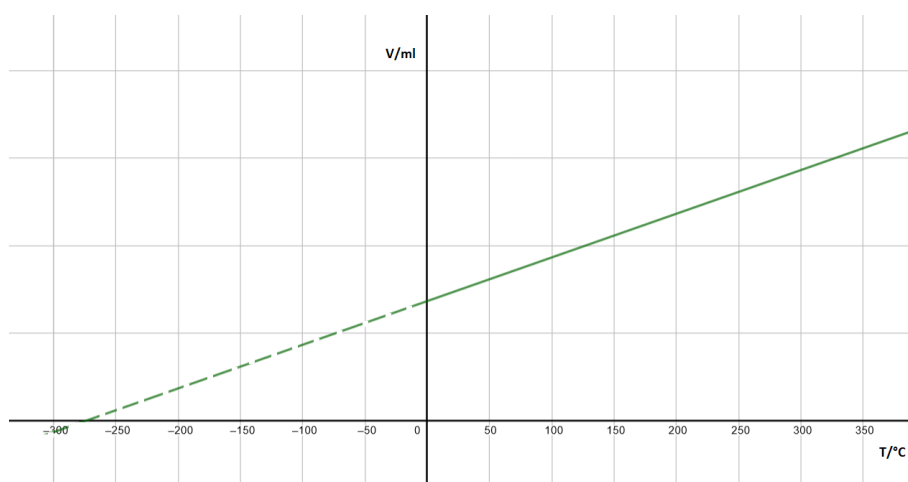
### ISTRAŽIVAČKI POKUS:

Koristi se fet simulacija: [https://phet.colorado.edu/sims/html/gas-properties/latest/gas-properties\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/gas-properties/latest/gas-properties_en.html)

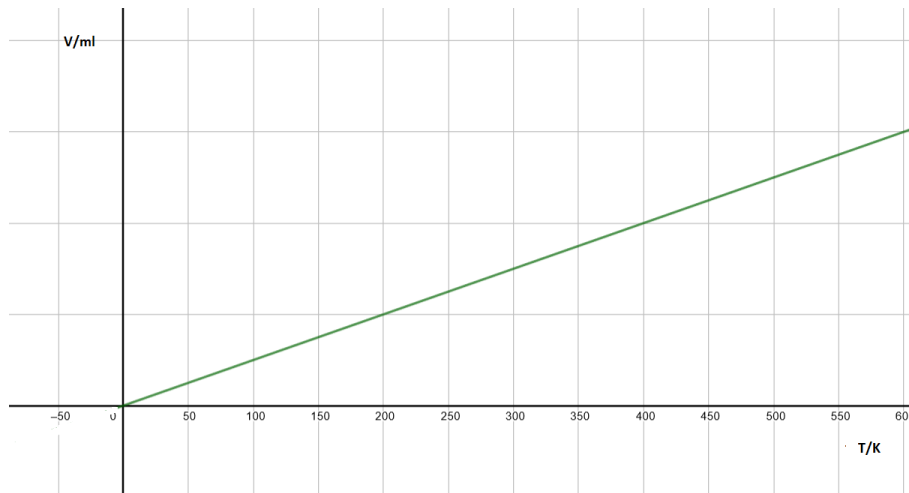
Na simulaciji postoje dvije opcije u kojima se može tlak držati konstantnim. Izabere se ona opcija u kojoj je tlak konstantan a temperatura se može mijenjati. Naprave se mjerenja za pet različitih temperatura i rezultati se zapišu u tablicu.

$t/^{\circ}\text{C}$	$T/\text{K}$	$V/\text{mL}$

Od učenika zatražimo da nacrtaju  $V - T$  dijagram za temperaturu prikazanu u Celzijevim stupnjevima i za temperaturu prikazanu u Kelvinima.



Slika 7.1: Prikazan je  $V - t$  dijagram koji bi trebali dobiti ako se ubace temperature u Celzijevim stupnjevima.

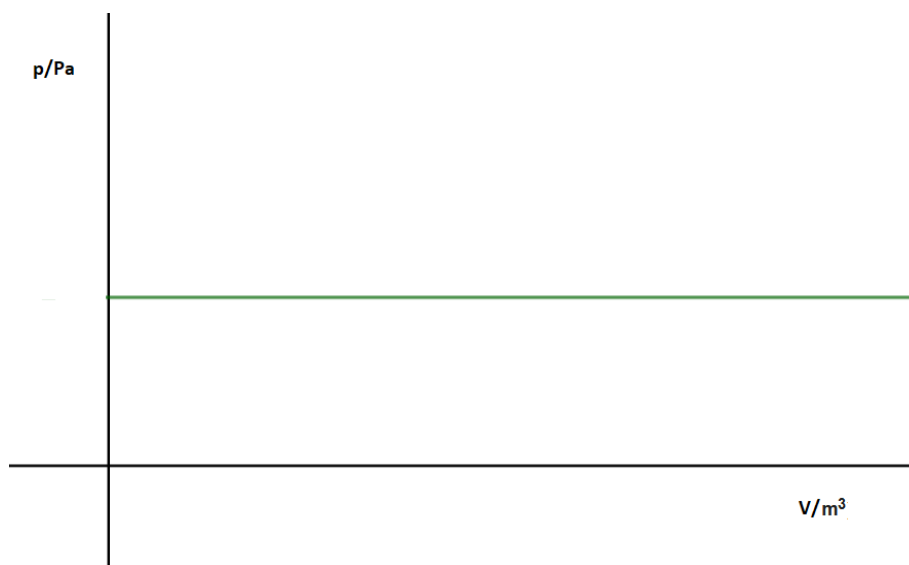


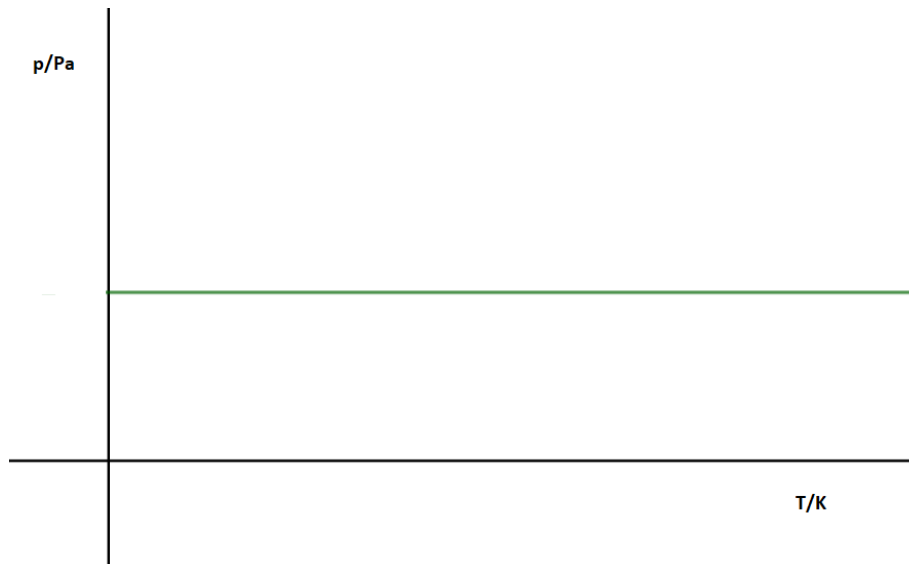
Slika 7.2: Prikazan je  $V - T$  dijagram koji bi trebali dobiti ako se ubace temperature u Kelvinima.

S učenicima se prokomentiraju dobiveni rezultati i koja je razlika između korištenja Cezijeve i Kelvinove skale. Učenike se navodi da primijete kako korištenjem Kelvinove skale se dobije proporcionalnost između volumena i temperature uz stalan tlak.

$$\frac{V}{T} = konst. \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Učenicima se zatim da zadatak da nacrtaju  $p - V$  i  $p - T$  dijagram.

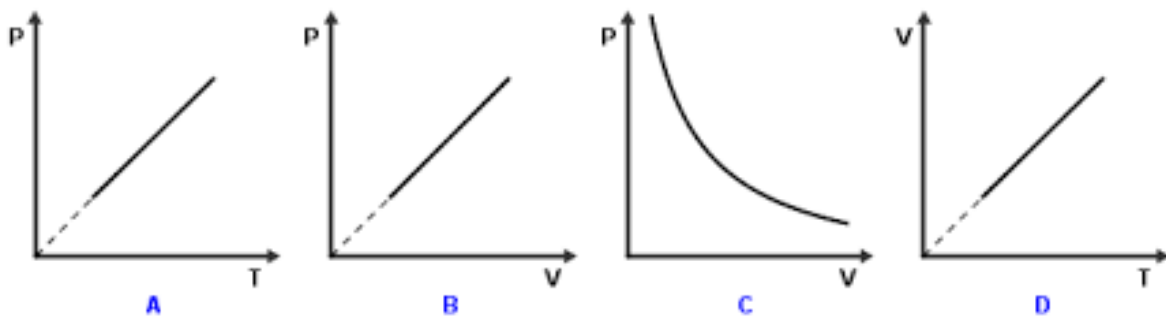




ZAVRŠNI DIO:

Konceptualna pitanja sa karticama. Konceptualna pitanja imaju ponuđene odgovore, a učenici odgovaraju na njih podizanjem kartica. Potom se učenici konzultiraju međusobno i nakon toga se ponovno odgovara na pitanje dizanjem kartica. Prozove se učenike da obrazlože svoj odgovor.

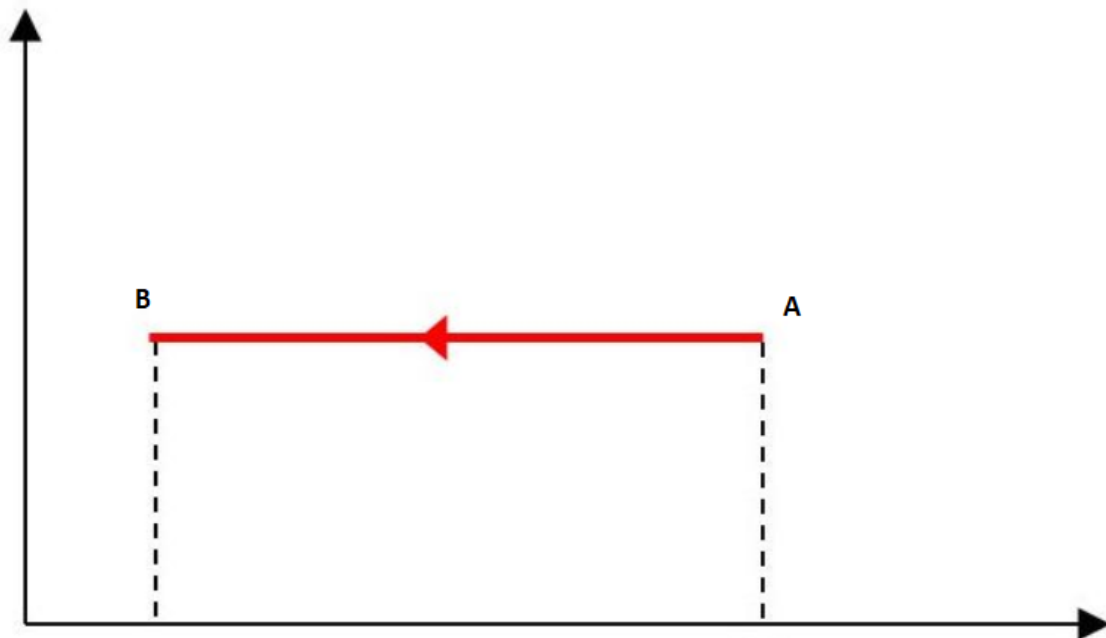
1) Koji od grafova prikazuje izobarni proces:



2) Koliko će se puta povećati volumen ako se temperatura poveća za dva puta pri stalnom tlaku?

- A) 0,5 puta
- B) 1 put
- C) 2 puta
- D) 3 puta

3) Na grafu je prikazan proces iz stanja A u stanje B. Što se može nalaziti na osima grafa ako je riječ o izobarnom procesu?



- A) na x-osi T, na y-osi p
- B) na x-osi p, na y-osi T
- C) na x-osi T, na y-osi p
- D) na x-osi V, na y-osi T

## PLAN PLOČE:

ISTRAŽIVAČKO PITANJE: Kako se mjenja volumen pri promjeni temperature uz konstantan tlak?

$t/^{\circ}\text{C}$	$T/\text{K}$	$V/\text{mL}$

$$\frac{V}{T} = \text{konst.}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

## POWERPOINT PREZENTACIJA:

1) Koji od grafova prikazuje izobarni proces:

**A**

**B**

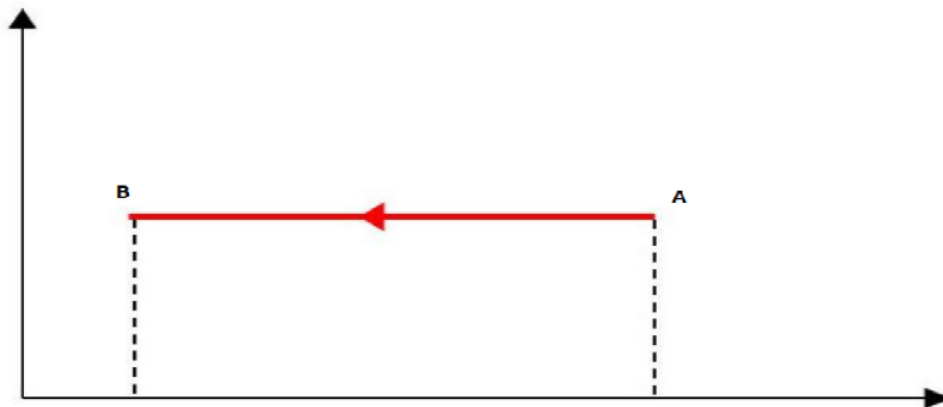
**C**

**D**

2) Koliko će se puta povećati volumen ako se temperatura poveća za dva puta pri stalnom tlaku?

- A) 0,5 puta
- B) 1 put
- C) 2 puta
- D) 3 puta

3) Na grafu je prikazan proces iz stanja A u stanje B. Što se može nalaziti na osima grafa ako je riječ o izobarnom procesu?



- A) na x-osi T, na y-osi p
- B) na x-osi p, na y-osi T
- C) na x-osi T, na y-osi p
- D) na x-osi V, na y-osi T

## Bibliography

- [1] Galović, A. Termodinamika 1. Zagreb : Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2013.
- [2] Young, H.D. , University Physics, New York : Wiley, 1958.
- [3] Galović, A., Halasz B., Boras I. Toplinske tablice Zagreb : Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2015.
- [4] Kittel, C. Elementary Statistical Physics, San Francisco :Addison-Wesley, 2012.
- [5] Sunko, D.K. Statistička fizika i termodinamika, Zagreb : Prirodoslovno-matematički fakultet, 2016.
- [6] Stowe, K. An intraduction to thermodynamics and statistical mechanics second edition , Cambrige : Cambrige University Press , 2007.
- [7] Planinić, M. , Poglavlja 1 i 2 rv20.pdf, <http://metodika.phy.hr/claroline/claroline/document/document.php?cidReset=true&cidReq=MET1N>, 9.8.2021.
- [8] Planinić, M. , Poglavlja 3 i 4 rv20.pdf, <http://metodika.phy.hr/claroline/claroline/document/document.php?cidReset=true&cidReq=MET1N>, 9.8.2021.
- [9] Hake, Richard R. Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses.//American Journal of Physics, Vol. 66,1(1998), 64–74. doi:10.1119/1.18809
- [10] MZOS (2019): Kurikulum nastavnog predmeta Fizika za osnovne škole i gimnazije. <https://pisa.ncvvo.hr>,9.8.2021.