

# Starkovo širenje linije iona prijelaznih metala u spektrima vrućih zvijezda i bijelih patuljaka

---

Majlinger, Zlatko

Doctoral thesis / Doktorski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:012961>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-17**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)





Sveučilište u Zagrebu

Prirodoslovno-matematički fakultet

Zlatko Majlinger

**STARKOVO ŠIRENJE LINIJA IONA  
PRIJELAZNIH METALA U SPEKTRIMA  
VRUĆIH ZVIJEZDA I BIJELIH  
PATULJAKA**

DOKTORSKI RAD

Zagreb, 2023.



Sveučilište u Zagrebu

Prirodoslovno-matematički fakultet

Zlatko Majlinger

**STARKOVO ŠIRENJE LINIJA IONA  
PRIJELAZNIH METALA U SPEKTRIMA  
VRUĆIH ZVIJEZDA I BIJELIH  
PATULJAKA**

DOKTORSKI RAD

Mentori:

dr. sc. Vladimir Srećković, Institut  
za fiziku, Beograd

dr. sc. Robert Beuc, Institut za  
fiziku, Zagreb

Zagreb, 2023.



University of Zagreb

Faculty of Science

Zlatko Majlinger

# **STARK BROADENING OF TRANSITION METAL ION LINES IN SPECTRA OF HOT STARS AND WHITE DWARFS**

DOCTORAL DISSERTATION

Supervisors:

D. Sc. Vladimir Srećković, Institute  
of Physics, Belgrade

D. Sc. Robert Beuc, Institute of  
Physics, Zagreb

Zagreb, 2023.



**dr. sc. Vladimir A. Srećković** je znanstveni savjetnik na Institutu za fiziku u Beogradu, gdje ujedno radi i kao voditelj laboratorija za astrofiziku i fiziku ionosfere. Glavna područja njegovih istraživanja su numeričke simulacije i modeliranja različitih plazmenih sustava, proučavanje utjecaja atomskih i ionskih sudara na astrofizičku plazmu, te primjena informatičke tehnologije u astronomiji i astrofizici.

**dr. sc. Robert Beuc** je znanstveni savjetnik Instituta za fiziku u Zagrebu, u mirovini od 2020. godine. Objavio je mnogobrojne znanstvene radove iz područja atomske i molekulske fizike. Specijalizirao se posebno u primjeni računalnog modeliranja u atomskoj i molekularnoj spektroskopiji.

## **Zahvale**

Zahvaljujem dr. sc. Vladimiru Srećkoviću što je pristao biti mojim mentorom, kao i na njegovoj pomoći oko teze i članaka. Zahvaljujem i svom bivšem mentoru dr. sc. Zoranu Simiću što mi je ljubazno prepustio svoj programski kod, koji je u međuvremenu pretrpio nekoliko izmjena. Također sam zahvalan svom drugom mentoru dr. sc. Robertu Beucu na korisnim savjetima oko teze.

Najviše se zahvaljujem svom prvom mentoru dr. sc. Milanu Dimitrijeviću, bez kojega ovaj doktorski rad ne bi bio moguć, na njegovom neizmjernom trudu i strpljenju prilikom pisanja zajedničkih članaka i ove teze. Naše mnogobrojne rasprave koje smo vodili preko elektronske pošte bile su od neprocjenjive vrijednosti za moja saznanja o teoriji Starkovog širenja. Bila mi je izuzetna čast surađivati sa znanstvenikom sa gotovo tisuću objavljenih znanstvenih radova u svojoj karijeri, čije se metode izračunavanja Starkovih parametara koriste na svjetskoj razini već gotovo pola stoljeća.

## Sažetak

Starkovo širenje predstavlja dominantan mehanizam širenja spektralnih linija u visokotemperaturnoj plazmi. Sudari emitera i apsorbera sa električno nabijenim česticama utječu na profile spektralnih linija plazme, pošto usred cijepanja i pomicanja energijskih nivoa atoma u električnom polju (Starkov efekt) dolazi do širenja i pomicanja linija u spektrima. U ovom radu težište je stavljeno na istraživanje zvjezdane plazme, iako se rezultati mogu upotrijebiti i u proučavanju laboratorijske plazme. Razmotrena je važnost Starkovog širenja spektralnih linija za analizu, interpretaciju i sintezu zvjezdanih spektara, dijagnostiku, analizu i modeliranje zvjezdane plazme kao i značenje ovakvih rezultata za istraživanja laboratorijske, fuzijske i tehnoloških plazmi ili u laserskoj fizici. Cilj rada je određivanje do sada nepoznatih parametara Starkovog širenja za spektralne linije prijelaznih metala i lantanida koji ne postoje u literaturi, odnosno koji do sada nisu niti izmjereni laboratorijskim metodama niti teorijski određeni, i to za ione sa jednostrukim električnim nabojem (Co II), dvostrukim električnim nabojem (Lu III) i trostrukim električnim nabojem (Zr IV), u svrhu proučavanja utjecaja širenja linija na spektre vrućih zvijezda i bijelih patuljaka. Proračun je vršen modificiranom semiempirijskom metodom (MSE), koja kao ulazne podatke koristi uglavnom dostupne atomske parametre o elektronskim prijelazima na temelju kojih nastaju spektralne linije. Dobiveni rezultati također su korišteni da bi se provjerilo svojstvo regularnosti i sustavnog trenda koje je još ranije uočeno na prethodnim vrijednostima Starkovih širina, u svrhu otkrivanja novih aproksimacijskih metoda određivanja parametara Starkovog širenja za slučaj kada nisu zadovoljeni uvjeti za korištenje bilo kojih od poznatih teorijskih pristupa.

Ključne riječi: Starkovo širenje, spektralne linije, linijski profili, ionski spektri, prijelazni metali, elementi rijetkih zemalja, određivanje zastupljenosti, A zvijezde, bijeli patuljci, Zr IV, Lu III, Co II



## Abstract

Stark broadening is dominant mechanism of broadening for spectral lines in high-density plasma. Collisions of emitters and absorbers with electrically charged particles influence on spectral line profiles in plasma. Lines in spectra become broadened and shifted because of splitting and shifting the energy levels of atoms in electric field (Stark effect). This work focuses on research of stellar plasma, although the results can be used in a study of laboratory plasma as well. Importance of Stark broadening of spectral lines for analysis, interpretation and synthesis of the star spectra, diagnostics, analysis and modeling of stellar plasma is considered in astrophysics as well, as the significance of these results for laboratory research, e.g. fusion and technological plasma or laser physics. The aim is to determine the previously unknown Stark broadening parameters of the spectral lines of transition metals and lanthanides that do not exist in the literature yet, neither measured by laboratory methods nor theoretically determined, for single electrically charged ions (Co II), double electrically charged ions (Lu III), and triple electrically charged ions (Zr IV), in order to study the impact of line broadening on spectra of hot stars and white dwarfs. The calculations are done by using of modified semiempirical method (MSE, Dimitrijević and Konjević, 1980), where mostly available atomic parameters of the electronic transitions causing spectral lines formation are used as input. The results were also used to check the property of regularity and systematic trend that had earlier observed in the previous Stark width values, in order to detect new approximation methods of determining the Stark broadening parameters in the case when conditions for use of any of known theoretical approaches are not satisfied.

A key area in plasma research, whether laboratory or astrophysical plasma, is its spectroscopy. By studying the properties of plasma radiation in detail, we can obtain data on its composition, density and temperature, on the conditions that prevail there, as well as on the processes that take place in it. One of the parameters used for many years for plasma diagnostics is the Stark spectral line width. The interactions of emitters and absorbers with electrically charged particles cause fissures and shifts in the energy levels of atoms in the electric field (Stark effect) leading to the broadening and displacement of lines in the resulting spectra. Although the theory contains methods for calculating Stark shifts, this paper will only discuss Stark widths, primarily because Stark shifts are difficult to distinguish in the measured spectra. In addition, the theory of Stark shifts, which is attached to the method of determining the Stark broadening mentioned here, allows only the calculation of the absolute value of the

displacement, i. e. it is impossible to determine whether it is a shift towards the blue or red part of the spectrum. Previous research shows that the influence of Stark broadening is greatest in white dwarfs, due to the pronounced pressure mechanism caused by increased gravity, and among the main series stars in spectral A-type (Popović et al., 2001b). Neglecting this effect in A-type stars can lead to significant errors in determining the abundance, as shown in Popović et al. (2001a). The task of this research is to determine the spectrum of a certain element and its presence in the stellar atmosphere, primarily to determine Stark widths that have not been known so far using the most appropriate theoretical approach given the emitter structure and available atomic data. Then, it is necessary to compare the obtained theoretical results with the experimental ones if they exist, and if they don't, then to compare them with the results of some other theoretical models, more or less precise. The aim of the research is to test the obtained Stark widths on the existing spectra of stellar atmospheres that are the result of observations, as well as on laboratory experimental data, by implementing them on line profiles for which the influence of Stark broadening is not taken into account. In this way, the final verification of the theoretical methods performed in the research would be carried out. Stark widths prove to be essential parameters for the analysis, interpretation and synthesis of stellar spectra, analysis, diagnosis and modeling of stellar plasma, research and development of laboratory, fusion and technological plasma as well as in application to laser physics. Accurate determination of the Stark spectral line width is an exceptional problem, both on a theoretical and experimental level. The measurements so far have mostly achieved a resolution in determining the widths of tenths or at most hundreds of angstroms, which in most cases is not accurate enough. On the other hand, calculating Stark widths by a rigorous quantum mechanical approach is very complicated, and the semiclassical approach sometimes requires a large amount of atomic and molecular data that is not usually available. Therefore, various approximate methods are used, among which the most practical modified semiempirical theory is the most practical in terms of the use of spectroscopic data (Dimitrijević and Konjević, 1980). The modified semiempirical method is the most commonly used in the case of such complex spectra as found in transition metals, since the accuracy of other methods decreases with the lack of atomic parameters. In this thesis, using a modified semiempirical method, Stark spectral line widths of single ionized cobalt, double ionized lutetium, and triple ionized zirconium were calculated for the first time, due to their possible application for astrophysical purposes. The thesis is divided into two parts. In the first part, the necessary theoretical assumptions on which the theory of Stark broadening is developed are explained. First of all, the structure and profile of the spectral line and the most significant mechanisms of line broadening are elaborated. The modified semiempirical theoretical approach used in this work to calculate Stark widths is also explained here. The parameters used to

calculate the Stark widths of emitter lines and the conditions for using the modified semiempirical theory are then explained. Since the application of these widths is extremely important in stars with different abundance of heavy metals in the spectra, which may be greater or less than the abundance in stars that do not belong to the main series of HR-diagrams, shortly the specificities of such so-called chemically peculiar stars is elaborated, as well as the specificities of spectral type A stars and white dwarfs, viewing from the perspective of stellar atmosphere physics.

The second part is a practical part of the thesis where the results of calculating Stark line widths for three emitters are presented, with the chronological order chosen from simpler emitters to more complex ones, when it comes to their spectrum. Stark width calculations for 18 spectral lines of triple ionized zirconium, for 27 lines of double ionized lutetium and 46 lines of single ionized cobalt, for different temperature values and standard electron density of plasma are presented. Special attention is placed on the temperature function and its determination, since the electron density and temperature that are important for plasma diagnostics are also parameters for calculating Stark widths. The results of this work were used to verify the property of systematic trend and regularity, which was observed on a large set of previous values of Stark widths, obtained by various experimental or theoretical methods, in order to find the best possible method for estimating Stark broadening parameters of the complex spectra for other ions of elements in the same homology or an isoelectronic array, in circumstances where the conditions for applying the modified semiempirical theory are not met. In conclusion, the effect of Stark broadening on the spectra of zirconium, cobalt, and lutetium was tested on stellar atmosphere simulations of A stars and white dwarfs and compared with the effect of Doppler broadening on lines at different optical depths. In each chapter, the influences of Stark broadening on type A stars and white dwarfs were examined, for the purpose of classifying celestial objects in which this broadening is more significant than thermal. Finally, some new results in the field of regularity and systematic trend are mentioned as one of the characteristics of Stark line widths, which are essential for estimating Stark widths in situations where the conditions for applying modified semiempirical theory are not met. The thesis concludes with the application of previously obtained results in the spectroscopy of individual celestial objects, such as determining the representation of elements in the stellar atmosphere, and assumptions are made for other possible applications, if it is stated in advance that the conditions are satisfied.

**Keywords:** Stark broadening, spectral lines, line profiles, ionic spectra, transition metals, rare earth elements, abundance determination, A stars, white dwarfs, Zr IV, Lu III, Co II

## Sadržaj

<b>1. UVOD</b>	1
<b>2. VAŽNOST ISTRAŽIVANJA STARKOVOG ŠIRENJA</b>	5
<b>3. TEORIJA STARKOVOG ŠIRENJA I MODIFICIRANA SEMIEMPIRIJSKA FORMULA</b>	10
<b>3.1 Osnove fizike plazme</b>	10
<b>3.2 Profil spektralne linije</b>	14
3.2.1 Prirodno širenje spektralnih linija	14
3.2.2 Termalno (Dopplerovo) širenje spektralnih linija	15
3.2.3 Širenje spektralnih linija uzrokovano tlakom	16
3.2.4 Voigtov profil	17
<b>3.3 Teorija Starkovog širenja</b>	18
<b>3.4 Griemova semiempirijska teorija</b>	22
<b>3.3 Modificirana semiempirijska teorija</b>	24
<b>3.5 Bates-Damgaardov faktor</b>	28
<b>3.6 Pojednostavljena modificirana semiempirijska formula</b>	30
<b>3.7 Uvjeti primjenjivosti modificirane semiempirijske teorije</b>	30
<b>4. APROKSIMATIVNA PROCJENA STARKOVIH ŠIRINA – SVOJSTVO REGULARNOSTI I SUSTAVNOG TREND A</b>	32
<b>5. ATMOSFERE VRUĆIH ZVIJEZDA I BIJELIH PATULJAKA</b>	38
<b>5.1. Vruće zvijezde spektralnog tipa A i kemijski neobične zvijezde</b>	38
5.1.1 Spektralne karakteristike	38
5.1.2 Starkovo širenje linija u spektrima A zvijezda	43
5.1.3 Specifičnosti modeliranja atmosfere kod A tipova zvijezda	45
<b>5.2 Bijeli patuljci</b>	48
5.2.1 Spektralne karakteristike i Starkovo širenje	49
5.2.2 Specifičnosti modeliranja atmosfere bijelih patuljaka	50
<b>5.3 Starkovo širenje linija u spektrima ostalih objekata</b>	52
<b>6. SMISAO ODABIRA PRIJELAZNIH METALA</b>	54
<b>7. REZULTATI</b>	57
<b>7.1 Trostruko ionizirani emiter – Zr IV</b>	57
7.1.1 Spektar	57
7.1.2 Starkove širine	59
7.1.3 Zvijezde tipa A i bijeli patuljci	62
7.1.4 Regularnost i sustavni trend	73
<b>7.2 Dvostruko ionizirani emiter – Lu III</b>	81
7.1.1 Spektar	81
7.1.2 Starkove širine	85
7.1.3 Regularnost i sustavni trend	92
7.1.4 Vruće zvijezde i bijeli patuljci	97
<b>7.3 Jednostruko ionizirani emiter – Co II</b>	106
7.1.1 Spektar	106
7.1.2 Starkove širine	109
7.1.3 A zvijezde i bijeli patuljci	113
7.1.4 Regularnost i sustavni trend	122
<b>8. PRIMJENE TEORIJE STARKOVOG ŠIRENJA U ASTROFIZICI I ATOMSKOJ FIZICI</b>	127
<b>8.1 Starkovo širenje H I linije u spektru bijelog patuljka G191-B2B</b>	127

<b>8.2 Starkove širine Zr IV linija i zastupljenost cirkonija u spektru Feige 87</b>	131
<b>8.3 Starkove širine Lu III linija i određivanje atomskih parametara</b>	140
<b>8.4 Starkove širine Co II linija, spektar <math>\chi</math> Lupi i profiliranje linija</b>	143
<b>9. ZAKLJUČAK</b>	161
<b>LITERATURA</b>	166
<b>PRILOG A: FIZIKALNE VELIČINE, MJERNE JEDINICE I KONSTANTE</b>	180
<b>PRILOG B: MODELIRANJE ZVJEZDANE ATMOSFERE I STARKOVO ŠIRENJE</b>	182
<b>B1. Osnove modeliranja zvjezdane atmosfere</b>	182
<b>B2. Određivanje utjecaja Starkovih širina koristeći modele zvjezdane atmosfere</b>	184
<b>B3. Profil spektralne linije</b>	185
<b>PRILOG C: RAČUNALNE APLIKACIJE I PROGRAMSKI KODOVI KORIŠTENI U TEZI</b>	188
<b>C1. Uvodne napomene</b>	188
<b>C2. Program WMSE0A1.FOR</b>	189
<b>C3. Lista programskih kodova korištenih u tezi</b>	190
<b>ŽIVOTOPIS I POPIS RADOVA</b>	231

# 1. UVOD

Plazma se kao četvrto agregatno stanje materije u fizici počela istraživati relativno kasno. Stoga ne čudi da su neka područja fizike plazme još neistražena. Unatoč tome, plazma predstavlja dominantno stanje materije u svemiru, gde je većim dijelom skoncentrirana u zvijezdama kao zvjezdana plazma, a manjim dijelom prisutna u obliku ioniziranog međuzvjezdanog plina. Na primjer, jednostavnom računicom dobivamo da uži Sunčev sustav (do Neptuna) sadrži oko 99.87% njegove ukupne mase u obliku sunčeve plazme (Vujnović, 1989). Plazmu čine pozitivno i negativno nabijene čestice (ioni i elektroni) stvarane u uvjetima visokih temperatura koje se postižu u laboratoriji ili u zvjezdanim objektima.

Ključno područje u istraživanju plazme, bilo da se radi o laboratorijskoj ili astrofizičkoj plazmi, predstavlja njezina spektroskopija. Detaljnim proučavanjem osobina zračenja plazme možemo doći do podataka o njenom sastavu, gustoći i temperaturi, o uvjetima koji tu vladaju, kao i procesima koji se u njoj odigravaju.

Jedan od parametara koji se već dugi niz godina koriste za dijagnostiku plazme su Starkove širine spektralnih linija. Interakcije emitera i apsorbera sa električki nabijenim česticama izazivaju cijepanja i pomake energijskih nivoa atoma u električnom polju (Starkov efekt) koja dovode do širenja i pomicanja linija u rezultirajućim spektrima.

Iako teorija sadrži metode za izračunavanje Starkovih pomaka, u ovom radu bit će govora samo o Starkovim širinama, prvenstveno iz razloga što su Starkovi pomaci teško razlučivi u mjerenim spektrima. Osim toga, teorija Starkovih pomaka koja se nadovezuje na ovdje spomenutu metodu određivanja Starkovog širenja, omogućuje samo izračunavanje apsolutne vrijednosti pomaka, tj. nemoguće je uz iznos odrediti i da li se radi o pomaku ka plavom ili crvenom dijelu spektra.

Dosadašnja istraživanja pokazuju da je utjecaj Starkovog širenja najveći kod bijelih patuljaka, zbog izraženog mehanizma tlaka izazvanog povećanom gravitacijom, a među zvijezdama glavnog niza kod spektralnog A-tipa (Popović i dr., 2001b). Zanimarivanje ovog učinka kod A-tipa zvijezda može dovesti do znatnijih grešaka u određivanju zastupljenosti, kao što je pokazano u radu Popović i dr. (2001a).

Zadatak ovog istraživanja je da upoznavajući se sa spektrom određenog elementa i njegovom zastupljenošću u zvjezdanoj atmosferi odredimo prvenstveno Starkove

širine koje do sada nisu bile poznate koristeći najprikladniji teorijski pristup s obzirom na strukturu emitera i raspoložive atomske podatke. Zatim, potrebno je usporediti dobivene teorijske rezultate sa eksperimentalnim ako postoje, a ako ne onda ih usporediti sa rezultatima nekih drugih teorijskih modela, više ili manje preciznih.

Cilj istraživanja je da se ovako dobivene Starkove širine testiraju na postojećim spektrima zvezdanih atmosfera koji su rezultat promatranja, kao i na laboratorijskim eksperimentalnim podacima, njihovim implementiranjem na linijske profile za koje uticaj Starkovog širenja nije uzet u obzir. Na taj način provela bi se konačna provjera teorijskih metoda vršenih u istraživanju.

Starkove širine pokazuju se kao bitni parametri za analizu, interpretaciju i sintezu zvjezdanih spektara, analizu, dijagnostiku i modeliranje zvjezdane plazme, istraživanje i razvoj laboratorijske, fuzijske i tehnološke plazme kao i u primjeni na fiziku lasera.

Precizno određivanje Starkove širine spektralne linije predstavlja izuzetan problem, kako na teorijskoj tako i na eksperimentalnoj razini. Dosadašnja mjerenja uglavnom su postigla rezoluciju u određivanju širina od desetinke ili najviše stotinke angstroma, što je u većini slučajeva nedovoljno precizno. Sa druge strane, izračunavanje Starkovih širina strogim kvantnomehaničkim pristupom vrlo je komplicirano, a semiklasični pristup ponekad zahtijeva veliki broj atomskih i molekularnih podataka koji najčešće nisu dostupni. Stoga se pribjegava različitim aproksimativnim metodama, među kojima je što se tiče korištenja spektroskopskih podataka najpraktičnija modificirana semiempirijska teorija (Dimitrijević i Konjević, 1980). Modificirana semiempirijska metoda je u slučaju tako kompleksnih spektara kakve nalazimo kod prijelaznih metala i za sada najčešće primjenjivana, s obzirom da s pomanjkanjem atomskih parametara opada točnost ostalih metoda.

U ovom radu pomoću modificirane semiempirijske metode izračunate su po prvi put Starkove širine spektralnih linija jednostruko ioniziranog kobalta, dvostruko ioniziranog lutecija i trostruko ioniziranog cirkonija, zbog njihove moguće primjene u astrofizičke svrhe.

Teza je podijeljena u dva dijela. U prvom dijelu, objašnjene su neophodne teorijske pretpostavke na kojima se razvija teorija Starkovog širenja. Prije svega, objašnjeni su struktura i profil spektralne linije i najznačajniji mehanizmi širenja linije. Ovdje je objašnjen i modificirani semiempirijski teorijski pristup koji se u radu

koristio za izračunavanje Starkovih širina. Zatim su objašnjeni parametri koji se koriste za proračun Starkovog širenja linija emitera i uvjeti korištenja modificirane semiempirijske teorije. S obzirom da je primjena ovih širina izuzetno značajna i kod zvijezda koje imaju različitu zastupljenost teških metala u spektrima, koja može biti veća ili manja od zastupljenosti kod zvijezda koje ne pripadaju glavnom nizu HR-dijagrama, ukratko su istaknute posebnosti takvih tzv. kemijski neobičnih zvijezda, kao i posebnosti A spektralnog tipa zvijezde i bijelih patuljaka, gledano iz perspektive fizike zvjezdanih atmosfera.

Drugi dio predstavlja praktični dio radnje gdje se iznose rezultati izračunavanja Starkovih širina linija za tri emitera, s time da je izabran kronološki redosljed od jednostavnijih emitera ka složenijima, kad je riječ o njihovom spektru. Prikazani su proračuni Starkovih širina za 18 spektralnih linija trostruko ioniziranog cirkonija, za 27 linija dvostruko ioniziranog lutecija i 46 linija jednostruko ioniziranog kobalta, za različite temperaturne vrijednosti i standardnu elektronsku gustoću plazme.

Posebno težište je stavljeno na temperaturnu funkciju i njezino određivanje, s obzirom na to da su gustoća elektrona i temperatura koji su značajni za dijagnostiku plazme ujedno i parametri za izračunavanje Starkovih širina. Rezultati ovog rada upotrebljeni su da bi se provjerilo svojstvo sustavnog trenda i regularnosti, koje je uočeno na velikom skupu dosadašnjih vrijednosti Starkovih širina, dobivenih raznim eksperimentalnim ili teorijskim metodama, u cilju nalaženja što bolje metode procjene Starkovih širina linija kompleksnih spektara ostalih iona elemenata istog homolognog ili izoelektronskog niza, u okolnostima kad nisu zadovoljeni uvjeti za primjenu modificirane semiempirijske teorije.

Zaključno, utjecaj Starkovog širenja na spektre cirkonija, kobalta i lutecija testiran je na sintetiziranim zvjezdanim atmosferama A zvijezda i bijelih patuljaka i uspoređen sa utjecajem Dopplerovog širenja na linije na različitim optičkim dubinama. U svakom poglavlju provjereni su utjecaji Starkovih širina na modele A tipa i bijelih patuljaka, u svrhu klasifikacije nebeskih objekata u kojima je to širenje značajnije od termalnog.

Na kraju, spomenuti su neki novi rezultati u području regularnosti i sustavnog trenda kao jedne od karakteristika Starkovih širenja linija, koji su bitni za procjenu Starkovih širina u situacijama gdje uvjeti za primjenu modificirane semiempirijske teorije nisu zadovoljeni. Rad je zaključen primjenama prethodno dobivenih rezultata u



spektroskopiji pojedinih nebeskih objekata, poput određivanja zastupljenosti elemenata u zvjezdanoj atmosferi, te su zadane pretpostavke za ostale moguće primjene, ako je unaprijed konstatirano da su za to zadovoljeni uvjeti.

Starkove širine dobivene u ovom radu bit će unesene u STARK-B računalnu bazu podataka (<http://stark-b.obspm.fr/>, Sahal-Brechot i dr. 2014, 2015a,b), koja je dio veće virtualne baze (<http://www.vamdc.org/>, Dubernet i dr. 2010, Rixon i dr. 2011, Dubernet i dr, 2016) a nadovezuje se na projekt Srpske virtualne opservatorije koji je odobren i financiran sa strane Ministarstva za prosvetu, nauku i tehnološki razvoj Srbije.

## 2. VAŽNOST ISTRAŽIVANJA STARKOVOG ŠIRENJA

Važnost određivanja Starkovih širina ogleđa se prvenstveno u njihovoj raznovrsnoj primjeni, kako u teorijskoj, tako i u eksperimentalnoj fizici.

Primjene Starkovog širenja u laboratorijskoj fizici su brojne:

- Dijagnostika laboratorijski dobivene plazme
- Istraživanje i modeliranje laserima proizvedene plazme
- Dizajniranje laserskih uređaja
- Ispitivanje i proizvodnja industrijskih lasera
- Lasersko rezanje i bušenje metala
- Istraživanje termonuklearne fuzije
- Proučavanje inercijskih fuzijskih plazmi te plazmi u svjetlosnim izvorima, i dr.

Iako se rezultati istraživanja navedeni u ovoj tezi mogu koristiti i za proučavanje visokotemperaturne laboratorijske plazme, ovdje će uglavnom biti govora o primjeni rezultata u istraživanju nebeskih objekata koji se većinom sastoje od plazme.

Stoga, primjene Starkovog širenja u astrofizici, još su brojnije:

- Analiza, sinteza i interpretacija zvjezdanih spektara i pojedinih spektralnih linija
- Određivanje kemijske zastupljenosti elemenata iz apsorpcijskih linija
- Proučavanje prijenosa zračenja kroz zvjezdanu atmosferu i subfotosferske slojeve
- Proračunavanje zvjezdanog opaciteta
- Istraživanje procesa nukleosinteze u zvjezdanoj unutrašnjosti
- Poboľšanje postojećih modela zvjezdane atmosfere, itd.

Dakle, teorija Starkovog širenja predstavlja interdisciplinarno područje fizike u kojem se između ostalih isprepliću primjene u fizici plazme, laserskoj fizici, atomskoj fizici, spektroskopiji i astrofizici. Sama teorija počinje se razvijati sredinom dvadesetog stoljeća, zahvaljujući radovima Barangera, Kolba i Griema (Griem, 1974), te se do kraja stoljeća uglavnom radi, mjerenjem ili računski, na određivanjima Starkovih širina spektroskopskih linija lakših elemenata.

U novije vrijeme, međutim, usporedo sa razvojem satelitskih metoda promatranja spektara raste važnost istraživanja utjecaja Starkovog širenja na spektralne linije teških elemenata koji se u zvjezdanim atmosferama objekata smještenim na glavnom

nizu HR dijagrama nalaze u tragovima i koji su stoga u prošlosti bili često nezanimljivi.

Spektralna linija nikada nije monokromatska, već je proširena iz nekoliko razloga. Prvi je Heisenbergova relacija neodređenosti, zbog koje ne možemo istovremeno apsolutno točno odrediti koordinatu i brzinu čestice. Ova relacija može se tako transformirati da povezuje vrijeme života elektrona u nekom energijskom stanju sa širinom energijskog nivoa tog stanja. Drugim riječima, što je vrijeme života kraće to je energijski nivo širi. Sve spektralne linije stoga imaju neku širinu zbog širine energijskih nivoa prijelaza u kojem su nastale. Osim ovog uzroka, linije mogu biti proširene i usled Dopplerovog efekta. Pošto se emiteri kreću kaotično, svaki emitirani foton će imati neki crveni ili plavi pomak u frekvenciji zavisno od komponente brzine u pravcu promatranja. Kada se ovi pomaci zbroje dobije se proširena spektralna linija. I najzad, širenje linija u spektru može biti i posljedica različitih interakcija između perturbatora i emitera/apsorbera i tada govorimo o širenju uslijed sudara ili tlaka. Starkovo širenje je uz Van der Valsovo i rezonantno širenje jedan od mehanizama širenja izazvanog sudarima, u ovom slučaju sa naelektriziranim česticama i često predstavlja dominantni uzrok širenja spektralnih linija u visokotemperaturnoj plazmi. Henry Russel je 1926. godine u Astrofizičkom časopisu objavio članak sa analizom spektra Fe II u kome je pronašao 61 energetsku razinu na temelju 214 spektralnih linija jednostruko ioniziranog željeza. U njemu je napisao da su sada «sve linije od astrofizičkog značaja klasificirane» (Russel, 1926). Ipak, 1988. Johansson u svom članku navodi 675 poznatih energijskih razina Fe II, ali napominje da je 50% pojedinačnih spektralnih oblika u astrofizičkim spektrima visoke rezolucije još neklasificirano (Johansson, 1988). To je posljedica činjenice da su uvjeti u astrofizičkim plazmama nevjerovatno raznovrsni u usporedbi sa izvorima laboratorijske plazme. Shodno tome, Starkovo širenje spektralnih linija u astrofizici je od interesa u plazmama kakve se ne mogu dobiti u laboratorijima, a mogu se naći u međuzvjezdanim oblacima molekularnog vodika ili u atmosferama neutronske zvijezde.

Prisutnost elemenata rijetkih zemalja (*rare earth element* – REE) poput lutecija uočena je kod spektralne analize atmosfera kemijski neobičnih zvijezda (*Chemically Peculiar* – CP) koje karakterizira anomalija u zastupljenosti elemenata s obzirom na sunčev spektar (Ryabchikova i dr. 1999). Istraživanje kompleksnih spektara višestruko ioniziranog cirkonija i kobalta posebno je značajno za analizu

zvezdanih atmosfera nemagnetične podgrupe CP zvezda, tzv. HgMn zvijezda, gdje je uočena povećana ili smanjena zastupljenost prijelaznih metala u usporedbi sa normalnim zvijezdama (Leckrone i dr, 1993, Smith i Dworetzky, 1993). Mjerenja zastupljenosti elemenata težih od željeza u zvezdanim spektrima značajna su jer mogu pobliže razjasniti detalje oko s- i r- procesa nukleosinteze koji su neophodni za njihovo nastajanje u zvezdanoj unutrašnjosti, čime bi se stekao i dublji uvid o zvezdanoj evoluciji.

Stanje plazme može biti vrlo različito. Usporedimo li pojedine plazmene sustave, veličine kao što su gustoća, temperatura, magnetsko polje ili stupanj ionizacije pokazuju širok raspon vrijednosti (Tablica 1). Na primjer, gustoća neutronske zvijezde za pedesetak je redova veća od gustoće međuzvezdane plazme. Temperatura u međuzvezdanim oblacima plazme u granicama je od vrlo niskih vrijednosti reda veličine stotinjak kelvina do vrlo visokih vrijednosti od stotinjak milijuna kelvina u laboratorijskim procesima fuzije ili jezgrama masivnih zvijezda. Magnetska polja u međuzvezdanom prostoru su reda veličine  $10^{-10}$  T, u pjegama na Suncu reda veličine 0.1 T, a u neutronske zvijezde reda veličine  $10^8$  T.

Sa druge strane, ponašanje različitih plazmenih sustava, od laboratorijskih do svemirskih, može biti slično, bez obzira na vrlo velike razlike u vrijednostima parametara kojima su opisani. Značajke ponašanja nekog plazmenog sustava najčešće su bitno određene različitim bezdimenzijskim parametrima, kao što su npr. plazmeni parametar ili Alfvénov broj. Pregled vrijednosti najznačajnijih bezdimenzijskih parametara u različitim fizikalnim stanjima dan je u Tablici 2 (Vršnak, 1996).

Tablica 1. Vrijednosti nekih plazmenih parametara u pojedinim plazmenim sustavima:  $n_e$  – elektronska gustoća,  $n_n$  – gustoća iona i neutralnih atoma,  $T_e$  – elektronska temperatura,  $B$  – magnetsko polje (Vršnak, 1996)

Sustav	$n_e$	$n_n$	$T_e$	$B$
	m <sup>-3</sup>	m <sup>-3</sup>	K	T
<i>Daleki svemir</i>				
međugalaktički prostor	≤ 10	≈ 0	10 <sup>5</sup> - 10 <sup>6</sup>	≤ 10 <sup>-12</sup>
međuzvezdani prostor	10 <sup>3</sup> - 10 <sup>7</sup>	10 <sup>4</sup> - 10 <sup>11</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>-10</sup>
međuplanetarni prostor	10 <sup>6</sup> - 10 <sup>10</sup>	≈ 0	10 <sup>3</sup> - 10 <sup>6</sup>	10 <sup>-10</sup> - 10 <sup>-9</sup>
planetarne maglice	10 <sup>8</sup> - 10 <sup>11</sup>	≈ 0	10 <sup>3</sup> - 10 <sup>4</sup>	10 <sup>-8</sup> - 10 <sup>-7</sup>
<i>Sunce</i>				
Sunčev vjetar (1 a.j.)	10 <sup>5</sup> - 10 <sup>8</sup>	≈ 0	10 <sup>3</sup> - 10 <sup>6</sup>	10 <sup>-10</sup> - 10 <sup>-8</sup>
Sunčeve koronine šupljine	10 <sup>10</sup> - 10 <sup>11</sup>	≈ 0	10 <sup>6</sup>	10 <sup>-6</sup> - 10 <sup>-4</sup>
Sunčeve koronine petlje	10 <sup>15</sup>	≈ 0	10 <sup>6</sup> - 10 <sup>7</sup>	10 <sup>-4</sup> - 10 <sup>-2</sup>
Sunčeve prominencije	10 <sup>16</sup> - 10 <sup>17</sup>	10 <sup>15</sup> - 10 <sup>17</sup>	10 <sup>4</sup>	10 <sup>-3</sup> - 10 <sup>-2</sup>
Sunčeva kromosfera	10 <sup>16</sup> - 10 <sup>18</sup>	10 <sup>16</sup> - 10 <sup>18</sup>	10 <sup>4</sup>	10 <sup>-1</sup>
Sunčeva fotosfera	10 <sup>19</sup>	10 <sup>23</sup>	6·10 <sup>3</sup>	≤ 0,4
Sunčeva jezgra	10 <sup>32</sup>	≈ 0	1,5·10 <sup>7</sup>	
<i>Zemlja</i>				
vanjska magnetosfera	10 <sup>7</sup> - 10 <sup>9</sup>	10 <sup>7</sup> - 10 <sup>9</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>-8</sup> - 10 <sup>-7</sup>
ionosfera	10 <sup>9</sup> - 10 <sup>12</sup>	10 <sup>10</sup> - 10 <sup>12</sup>	2·10 <sup>2</sup> - 1,5·10 <sup>3</sup>	10 <sup>-5</sup>
Van Allenovi pojasi	10 <sup>9</sup>		10 <sup>7</sup>	10 <sup>-6</sup>
munja	–	10 <sup>25</sup>	3·10 <sup>4</sup>	–
vatra	10 <sup>14</sup>	10 <sup>25</sup>	10 <sup>3</sup>	–
<i>Laboratorij</i>				
tinjavi izboj	10 <sup>16</sup>	10 <sup>16</sup> - 10 <sup>20</sup>	2·10 <sup>4</sup>	10 <sup>-2</sup>
fuzijski reaktor	10 <sup>19</sup> - 10 <sup>23</sup>	10 <sup>19</sup> - 10 <sup>23</sup>	10 <sup>8</sup>	10

Tablica 2. Tipične vrijednosti nekih bezdimenzijskih parametara u raznim plazemnim sustavima gdje važnu ulogu ima magnetsko polje:  $\beta$  – omjer tlaka plina i magnetskog polja,  $\omega_{pe}/\Omega_{Be}$  – omjer elektronske plazmene frekvencije i elektronske ciklotronske frekvencije,  $A$  – Alfvénov broj (Vršnak, 1996)

Sustav	$\beta$	$\omega_{pe}/\Omega_{Be}$	$A$
<i>Daleki svemir</i>			
međuzvjezdani prostor	$10^{-4} - 1$	$10^2 - 10^4$	$1 - 10^4$
međuplanetarni prostor	$10^{-2} - 10^2$	$10^2 - 10^4$	$\gg 10^3$
planetarne maglice	$10^{-2} - 10^2$	$10^2 - 10^4$	$1 - 10^4$
<i>Sunce</i>			
Sunčev vjetar (1 a.j.)*	$\approx 1$	$\approx 10^2$	$\approx 1$
Sunčeve koronine šupljine	$10^{-3} - 1$	$1 - 10^2$	$10^{-3} - 1$
Sunčeve koronine petlje	$10^{-3} - 1$	$1 - 10^2$	$10^{-5} - 10^{-3}$
Sunčeve prominencije	$10^{-4} - 10^{-1}$	$1 - 10^2$	$10^{-5} - 1$
Sunčeva kromosfera	$10^{-5} - 10^{-2}$	$10^{-1} - 10^2$	$10^{-5} - 10^{-3}$
Sunčeve pjege	$> 10^{-4}$	10	$10^{-6}$
<i>Zemlja</i>			
vanjska magnetosfera	$10^{-4} - 1$	$10 - 10^3$	$10^{-5} - 1$
ionosfera	$10^{-3} - 10^{-2}$	$10^2$	$10^{-6}$
Van Allenovi pojasi	$10^{-1} - 1$	10	$10^{-6}$
fuzijski reaktor	$10^{-1}$	1	–
* 1.a.j. = udaljenost Sunce – Zemlja			

### 3. TEORIJA STARKOVOG ŠIRENJA I MODIFICIRANA SEMIEMPIRIJSKA FORMULA

#### 3.1 Osnove fizike plazme

Plazma nije bilo koji ionizirani plin. Obično se kaže da je plazma kvazineutralan plin koji se sastoji od neutralnih i ioniziranih čestica i pokazuje svojstvo skupnog međudjelovanja čestica zasnovanog na Coulombovoj sili (Vršnak, 1996). Kvazineutralni plin je makroskopski neutralan, što znači da uzet u cjelini ne posjeduje električni naboj, ali se u njegovim dijelovima pojavljuju lokalna električna mikropolja. U svakom trenutku čestice tvore zajedničko elektromagnetsko polje i svaka čestica međudjeluje istodobno sa svim ostalim česticama. Tako će pozitivno nabijeni ion privući veliki broj elektrona u svoju blizinu, a odbiti od sebe ostale pozitivne ione. Kažemo stoga da je pozitivni ion elektrostatski zasjenjen i izvan stvorene sfere negativnog naboja njegovo polje isčezava. Takav zasjenjeni naboj ne stvara oko sebe klasično polje Coulombovog potencijala, već potencijal oko njega ima oblik:

$$\Phi_D = \frac{Q}{r} e^{-\frac{r\sqrt{2}}{r_D}} \quad (1)$$

i nazivamo ga Debyjev potencijal. Parametar  $r_D$  predstavlja Debyjev polumjer i ima značenje granice dosegat elektrostatskog polja razmatranog pozitivno nabijenog iona:

$$r_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T}{n_e e^2}} \quad (2)$$

Ovdje su  $\varepsilon_0$  permitivnost vakuuma,  $k_B$  Boltzmannova konstanta,  $T$  temperatura,  $n_e$  elektronska gustoća i  $e$  elementarni naboj.

Pojam elektrostatskog zasjenjenja ima fizikalni smisao samo ako se u sferi oko nekog naboja nalazi veliki broj suprotno nabijenih čestica, odnosno ako je broj tih čestica  $N_D$  unutar Debyjeve sfere puno veći od jedan:

$$N_D = \frac{4}{3} r_D^3 \pi n_e \gg 1 \quad (3)$$

Od ostalih parametara koji se koriste u analizi plazme tu su plazmeni parametar  $\beta$  koji predstavlja omjer tlaka plazme i magnetskog tlaka:

$$\beta = \frac{2\mu_0 p}{B^2} \quad (4)$$

pri čemu je  $p$  plazmeni tlak,  $\mu_0$  permeabilnost vakuuma i  $B$  gustoća magnetskog toka, zatim Alfvénov broj kao omjer gustoće kinetičke energije i gustoće magnetske energije:

$$A = \frac{\mu_0 \rho u^2}{B^2} \quad (5)$$

gdje je  $\rho$  gustoća plazme a  $u$  njena brzina. Pokazuje se korisnim i Reynoldsov magnetni broj

$$R_M = lu\mu_0 \sigma \quad (6)$$

koji predstavlja umnožak dimenzije sustava  $l$ , brzine plazme  $u$ , permeabilnosti vakuuma  $\mu_0$  i električne vodljivosti  $\sigma$ , kao i omjer elektronske plazmene frekvencije

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}} \quad (7)$$

i elektronske ciklotronske frekvencije

$$\Omega_{Be} = \frac{eB}{m_e} \quad (8)$$

pri čemu je u oba izraza  $m_e$  masa elektrona. Kad je plazmeni parametar manji od jedinice, gradijent tlaka plina u jednadžbi gibanja možemo uzeti samo u obzir uzduž magnetskih silnica. Takvo stanje nalazimo u većem dijelu Sunčeve atmosfere i atmosferama magnetskih zvijezda. Obrnut je slučaj u plazmama izvan magnetskih polja (npr. munja, vatra, izboj) ili pak u plazmi veće gustoće i temperature (npr. jezgre zvijezda). Pri velikom Alfvénovom broju, gibanje plazme vuče magnetske silnice za sobom. U suprotnom magnetsko polje



kontrolira gibanje plazme pa ona može strujati samo uzduž silnica. Pri vrlo velikom Reynoldsovom magnetnom broju konvektivna gibanja dominiraju, pa se plazma ne može gibati okomito na magnetsko polje nego samo uzduž silnica. Takvo stanje nalazimo u većini astrofizičkih situacija prvenstveno zbog vrlo velikih dimenzija plazmenih sustava a djelomično i zbog velike električne vodljivosti plazme. Omjer plazmene i ciklotronske frekvencije bitan je u procesima širenja raznih vrsta valova, nastanku i prijenosu elektromagnetskog zračenja u radiovalnom području te plazmenim nestabilnostima. Tablica 2 prikazuje vrijednosti nekih plazmenih parametara u raznim plazmenim sustavima (Vršnak, 1996).

Za neki sustav kažemo da se nalazi u termodinamičkoj ravnoteži ako je količina emitiranog zračenja jednaka količini apsorbiranog zračenja. U sustavima poput zvjezdanih atmosfera ova pretpostavka je uglavnom zadovoljena samo lokalno, pa govorimo o tzv. lokalnoj termodinamičkoj ravnoteži (LTE). Plazma je u lokalnoj termodinamičkoj ravnoteži ako se čestice u plazmi ravnaju po Maxwell-Boltzmannovoj statistici, a elektromagnetsko zračenje može opisati Planckovom statistikom. Broj pobuđenih atoma u atmosferi zvijezde u termodinamičkoj ravnoteži u odnosu na ukupni broj čestica dan je Boltzmannovom relacijom:

$$\frac{N_n}{N} = \frac{g_n}{U} e^{-E_n/kT} \quad (9)$$

gdje je  $N_n$  broj čestica u pobuđenom stanju  $n$ ,  $N$  ukupan broj čestica,  $g_n$  statistička težina (mjera za stupanj degeneracije  $n$ -tog stanja),  $E_n$  energija  $n$ -tog nivoa,  $k$  Boltzmannova konstanta,  $T$  temperatura pobuđenja ili ekscitacijska temperatura u kelvinima a  $U$  particijska funkcija definirana kao:

$$U = \sum_i g_i \cdot e^{-E_i/kT} \quad (10)$$

Prema Planckovoj statistici, elektromagnetsko zračenje u uvjetima LTE opisano je zakonom zračenja crnog tijela:

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (11)$$

Odnos broja jednostruko ioniziranih atoma  $N_+$  u odnosu na ukupni broj atoma  $N$  u ravnoteži primjenom Boltzmannove statistike vodi na jednadžbu Sahe:

$$\frac{N_+ P_e}{N} = \frac{(2\pi m_e)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} \frac{2U_1(T)}{U(T)} e^{-\frac{\chi_e}{kT}} \quad (12)$$

$U(T)$  i  $U_1(T)$  predstavljaju particijske funkcije,  $\chi_e$  energiju ionizacije,  $m_e$  masu elektrona a  $P_e = n_e kT$  elektronski tlak, gdje je  $n_e$  koncentracija elektrona (Aller, 1963, Böhm-Vitense, 1997). Ako je plazma u termodinamičkoj ravnoteži, a u Debyevoj sferi se nalazi vrlo velik broj čestica, plazma se ponaša gotovo kao idealni plin (tzv. termodinamički slabo neidealna plazma), pa je korištenje Sahine relacije u obliku (12) opravdano (Vršnak, 1996).

## 3.2 Profil spektralne linije

Oblik profila i širine snimljene spektralne linije ovise o vrsti atoma koji emitira ili apsorbira zračenje (emitera/apsorbera), fizičkih uvjeta prisutnih u plazmi i mjernih uvjeta spektralnog uređaja.

Mehanizmi koji dovode do širenja spektralnih linija koje nastaju uslijed emisije ili apsorpcije svjetlosti kod neutralnih atoma ili iona iz plazme, mogu se podijeliti u tri grupe:

- prirodno širenje kao posljedicu konačnosti srednjeg vremena života elektrona na energijskim nivoima u atomu ili ionu,
- termalno ili Dopplerovo širenje, koje proizlazi iz gibanja atoma ili iona s obzirom na sustav promatrača, i
- širenje uzrokovano tlakom, odnosno interakcijom atoma ili iona sa okolnim neutralnim ili naelektriziranim česticama (perturberima).

Osim navedenih, u zvijezdanoj plazmi još na izgradnju linijskog profila mogu utjecati i turbulencija, rotacija i magnetsko polje. Navedeni mehanizmi djeluju istovremeno na širenje linija, ali njihov pojedinačni doprinos je različit i uzrokovan uvjetima koji vladaju u plazmi.

### 3.2.1 Prirodno širenje spektralnih linija

U klasičnom pristupu, emiteri/apsorberi iz plazme mogu se pojedinačno opisati kao klasični linearni prigušeni harmonijski oscilatori. Na profil linije utječe skup oscilatora različitih frekvencija koji kao raspodjelu intenziteta zračenja daju Lorentzov tip raspodjele (vidjeti npr. Thorne, 1974):

$$I_L(\nu) = I_0 \frac{(\gamma/2)^2}{4\pi^2(\nu_0 - \nu)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (13)$$

gde je  $I_0$  maksimum intenziteta linije,  $\nu$  frekvencija oscilatora,  $\nu_0$  frekvencija u maksimumu ( $I_0 = I(\nu_0)$ ), a  $\gamma$  konstanta gušenja:

$$\gamma = \frac{2\pi e^2 \nu_0^2}{3\varepsilon_0 c^3 m_e} \quad (14)$$

pri čemu je  $\epsilon_0$  dielektrična konstanta,  $c$  brzina svjetlosti a  $e$  i  $m_e$  naboj i masa elektrona. Poluširina  $W_P$ , odnosno širina linije na polovini maksimalnog intenziteta (FWHM) prilikom prirodnog širenja ima oblik u jedinicama valne duljine:

$$W_P = \frac{e^2}{3\epsilon_0 c^2 m_e} \quad (15)$$

što nakon uvrštavanja konstanti daje

$$W_P = 1.18 \times 10^{-4} \text{ \AA} \quad (16)$$

Prirodna poluširina linije dobijena klasičnim pristupom je dakle nezavisna o parametrima plazme kao što su koncentracija, tlak ili temperatura, i za svaku spektralnu liniju ima isti iznos.

### 3.2.2 Termalno (Dopplerovo) širenje spektralnih linija

Brzine čestica u plazmi možemo predstaviti Maxwellovom raspodjelom, pa će intenzitet zračenja emitiranog u intervalu frekvencija oko maksimuma imati Gaussov tip raspodjele (Thorne, 1974):

$$I_G(\nu) = I_0 \exp\left(-\frac{mc^2(\nu - \nu_0)}{2\nu_0^2 kT}\right) \quad (17)$$

gde je  $m$  masa čestice,  $k$  Boltzmannova konstanta a  $T$  temperatura, što nam daje vrijednost Dopplerove FWHM poluširine  $W_D$  kao funkciju maksimalne frekvencije :

$$W_D = \frac{2\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m} \ln 2} \quad (18)$$

Nakon prelaženja na skalu valne duljine i obračunavanja konstanti, Dopplerova poluširina u angstromima iznosi:

$$W_D = 7.16 \times 10^{-7} \lambda_0 (T/\mu)^{1/2} \quad (19)$$

pri čemu su  $\mu$  maseni broj emitera/apsorbera izražen u atomskim jedinicama mase i  $\lambda_0$  valna duljina linije u angstromima. Dakle, Dopplerova poluširina za svaku je liniju različita i ovisi o valnoj duljini linije, masi emitera ili apsorbera i o temperaturi plazme.

### 3.2.3 Širenje spektralnih linija uzrokovano tlakom

Širenje spektralnih linija uzrokovano tlakom je posljedica međudjelovanja emitera/apsorbera sa okolnim česticama, tzv. perturbirima i ovisi o koncentraciji prisutnih perturbirera, tj. o tlaku. Ako perturbir zamislimo kao klasičnu česticu koja se giba po određenoj putanji i interagira sa emiterom/apsorberom (klasičan pristup), vrijeme sudara bit će vrlo kratko, tako da između dva sudara nema ometanja emitera/apsorbera. Tada potencijal interakcije ima slijedeći oblik (Weisskopf, 1932):

$$V_n = \frac{C_n}{r^n} \quad (20)$$

gdje je  $C_n$  konstanta interakcije a  $r$  udaljenost između perturbirera i emitera. Vrijednost koeficijenta  $n$  određuje potencijale za različite mehanizme širenja:

- a) Linearno Starkovo širenje ( $n = 2$ ). Ovo širenje spektralne linije javlja se kod vodika i vodikovim sličnim iona kao i kod jako pobuđenih razina atoma koji nisu vodikovog tipa (Rydbergovi atomi). Dolazi do cijepanja razina na niz komponenti čiji broj i međusobna udaljenost rastu sa rednim brojem linije u spektralnom nizu. Širina linije linearno ovisi o jakosti električnog polja koje stvaraju perturbireri.
- b) Rezonantno širenje ( $n = 3$ ). Nastaje uglavnom zbog interakcije emitera/apsorbera sa perturbirima iste vrste. Moguće je i da perturbireri budu i atomi ili ioni druge vrste, ali pod uvjetom da su im odgovarajući energijski nivoi vrlo bliski nivoima emitera. Rezonantno širenje je u većini slučajeva zanemarivo za plazmu.
- c) Kvadratno Starkovo širenje ( $n = 4$ ). Odlikuje ga ovisnost širine o kvadratu jakosti električnog polja koje izaziva cijepanje i pomak energijskih razina. Do širenja linija dolazi zbog fluktuacije u vrijednosti električnog polja koje stvaraju perturbireri. Ovaj

mehanizam širenja karakterističan je za atmosfere toplijih zvezda, subfotosferske slojeve i bijele patuljke.

- d) Van der Waalsovo širenje ( $n = 6$ ). Primjećuje se prilikom interakcije atoma, iona ili molekula kao emitera sa neutralnim perturbatorom. Razlika energija između dva nivoa emitera mijenja se sa udaljenošću, pa su prema tome valne duljine emitiranih fotona različite. Van der Waalsove širine izračunavaju se usrednjavanjem po vjerojatnostima svih mogućih udaljenosti emiter-perturber. Van der Waalsove sile su maloga dometa, pa ih u plazmi uglavnom nadmašuju Coulombove. Ovo širenje može biti značajno kod hladnijih zvijezda, gdje očekujemo veće koncentracije neutrala u plazmi, a inače je zanemarivo.

### 3.2.4 Voigtov profil

U mnogim slučajevima, intenzitet spektralne linije nije određen ni samo Lorentzovom raspodjelom (Lorentzov profil) niti samo Gaussovom raspodjelom (Gaussov profil), već predstavlja konvoluciju ovih funkcija raspodjele u tzv. Voigtov profil (npr. Demtröder, 1982, Thorne 1974):

$$I_V(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_G(x) I_L(\nu - x) dx = \frac{W_L}{W_D \pi^{3/2}} \int \frac{\exp(-x^2 / W_G^2)}{W_L^2 + 4\pi^2 (\nu - \nu_0 - x)^2} dx \quad (21)$$

pri čemu su  $W_L$  i  $W_G$  Lorentzova odnosno Gaussova poluširina linije (FWHM).

Ako je termalni utjecaj na širenje veći od utjecaja tlaka, doprinos linijskom profilu će se primjećivati u centru linije. Ako tlak više utječe na širenje od termalnog gibanja, veći doprinos ukupnom linijskom profilu će se primjećivati na krilima linije, gdje je utjecaj Lorentzove raspodjele izražajni.

### 3.3 Teorija Starkovog širenja

Starkovo širenje linija predstavlja najistaknutiji mehanizam širenja spektralnih linija u plazmi, gdje su elektroni i ioni prisutni u dovoljnoj koncentraciji i gdje prevladavaju Coulombove sile dugog doseg. Starkovo širenje je posljedica Starkovog efekta, koji predstavlja promjenu energijskih razina atoma pod djelovanjem električnog polja, u ovom slučaju električnog mikropolja kojeg stvaraju električki nabijene čestice plazme (ioni i elektroni). Za razliku od statičkog električnog polja, električno mikropolje u plazmi mijenja se u prostoru i vremenu, tako da su ove promjene energijskih razina različite za različite atome, pa kao ukupni učinak dobivamo proširene i pomaknute linije u spektru.

Za linije atoma vodika i iona vodikovog tipa, karakterističan je linearni Starkov efekt, gdje je, kako mu ime kaže, iznos dodatne energije za koju se pomiče određena energijska razina, kada se atom nađe u vanjskom električnom polju, linearno ovisan o jakosti tog polja. U slučaju “nevodikovih” atoma, do izražaja dolazi kvadratna ovisnost dodatne energije o intenzitetu vanjskog električnog polja, što predstavlja kvadratni Starkov efekt. Kod kvadratnog Starkovog efekta izraženo je i širenje i pomak spektralnih linija, dok je kod linearnog Starkovog efekta pomak zanemariv. Ipak, Starkov pomak linija kod težih je atoma u spektrima slabo razlučiv i izuzetno ga je teško izmjeriti, pa se u ovom radu Starkovim pomakom nećemo posebno baviti.

Proučavanje ovih fenomena počinje radovima Barangera (Baranger, 1958a,b,c) te Kolba i Griema (Kolb i Griem, 1958), nakon čega je Starkovo širenje postalo tema brojnih eksperimentalnih i teorijskih radova. U tim radovima, osim širenja i pomaka linija, prouzrokovanih statističkom raspodjelom pomaka energijskih razina, razmatrani su i drugi utjecaji na oblik linija. Spektralna linija može biti asimetrična, na primer uslijed kvadrupolne interakcije ili zbog povratnog djelovanja emitera/apsorbera na perturbirer, a može imati i zabranjene komponente uslijed narušavanja pravila izbora u električnom mikropolju.

Interakcija elektrona i iona, kao perturbirer, sa atomima emiterima/apsorberima mogu se razmatrati odvojeno s obzirom na velike razlike u njihovim masama, a time i brzinama. Na temelju toga, u teoriji Starkovog širenja usvojene su dve aproksimacije: sudarna (elektronska) i kvazistatična (ionska).

Teorijska ispitivanja Starkovog širenja razvijaju se u dva pravca (Dimitrijević, 1978). Prvi pravac razmatra posebno središte linije, a posebno njezina krila. Prema nekim ranijim pretpostavkama (Michelson, 1895, Lorentz, 1906) širenje u područjima bliskim centru linije nastaje uslijed prekida procesa zračenja emitera/apsorbera zbog sudara sa perturbirerom. Tu

prevladavaju uvjeti tzv. sudarne teorije – vrijeme trajanja sudara perturbirana i emitera/apsorbera je mnogo manje od srednjeg vremena sudara, a sudari se moraju završiti tijekom emisije fotona. Iz tog razloga emiter/apsorber tijekom emisije (apsorpcije) biva više puta ometan sudarima sa brzim elektronima. Na području sudarne aproksimacije ističu se radovi Sahal i van Regemorter(1964), Sahal-Brechot (1969a,b), Cooper i Oertel (1967,1969) kao i poseban rad Griema, Barangera, Kolba i Oertela popularno nazvanog GBKO prema inicijalima prezimena autora (Griem i dr.,1962).

Kod sudara emitera/apsorbera sa ionima, fizikalna slika je drugačija. Ioni kao perturbirani kreću se dovoljno sporo da se mogu smatrati nepokretnim, i tada je vreme sudara između emitera/apsorbera i perturbirana veliko u odnosu na vreme bitno za proces širenja linije. Ta svojstva odlikuju tzv. kvazistatičnu aproksimaciju koja je presudna za oblikovanje krila linije (Holtsmark, 1919, 1924, Kuhn, 1934, Margenau, 1935, Griem, 1965a,b).

Drugi pravac istraživanja Starkovih širina usmjeren je ka ispitivanju profila linije kao cjeline (Voslamber, 1969, 1972, Dufty, 1969, Vidal, Cooper i Smith, 1973, Barnard, Cooper i Smith, 1974). Ova tzv. unificirana metoda daje vrlo dobre rezultate za linije koje se ne mogu aproksimirati jednostavnim Lorentzovim profilom.

Pristupe teorijskom proučavanju Starkovih širina s obzirom na to kako tretiramo emitere/apsorbere i perturbirane možemo podijeliti na:

- a) kvantnomehanički – emiter/apsorber i perturbirani promatraju se kao jedan kvantnomehanički sustav
- b) semiklasični – emiter/apsorber se promatra kao kvantni sustav dok se perturbirani promatra klasično
- c) klasični – i emiter/apsorber i perturbirani se promatraju klasično, tj. emiter/apsorber se promatra kao oscilator koji mijenja fazu pri sudaru sa perturbiranim.

Prema klasičnoj teoriji (Weisskopf, 1932, Thorne, 1974), Starkova širina se može dobiti kao funkcija sudarnog parametra  $\rho$  i faznog pomaka  $\eta$  koji su u međusobnom odnosu:

$$d\eta(\rho) = 2\pi\rho \cdot N \cdot \bar{v} \cdot d\rho \quad (22)$$

gde je  $N$  koncentracija a  $\bar{v}$  srednja brzina perturbirana. Izraz za Starkovu poluširinu linije tada glasi:



$$W = 4\pi \cdot N \cdot \bar{v} \int_0^{\infty} \rho(1 - \cos \eta(\rho)) d\rho \quad (23)$$

Klasični pristup u sudarnoj aproksimaciji daje rezultate za širinu sa greškom do na red veličine i smatra se najmanje preciznim. Osim toga, potrebno je poznavati vrijednost  $C_4$  iz izraza za potencijal interakcije (20).

Prema kvantnomehničkom pristupu, u uvjetima kada postoji Starkovo širenje, različiti atomi zrače nekoherentno, što daje ukupan intenzitet zračenja kao sumu pojedinačnih. Ako se promatra sustav koji se sastoji od jednog emitera/apsorbera i više perturbera, normirani profil spektralne linije se može izraziti kao:

$$I(\omega) = \sum_{if\alpha} \delta(\omega - \omega_{if}^s) |\langle f | x_\alpha | i \rangle|^2 P_i \quad (24)$$

gde vrijedi uvjet normiranja:

$$\sum_{if\alpha} |\langle f | x_\alpha | i \rangle|^2 P_i = 1 \quad (25)$$

Tu je  $P_j$  vjerojatnost nalaženja sustava u stanju  $j$ ,  $j = i, f$ ,  $i$  početno a  $f$  završno stanje,  $|\langle f | x_\alpha | i \rangle|$  matrični element komponenta radijus vektora koji spaja jezgro sa elektronom čiji prijelaz uzrokuje zračenje, dok delta funkcija osigurava održanje zračenja u skladu sa Bohrovom relacijom:

$$\hbar\omega_{if}^s = E_i^s - E_f^s \quad (26)$$

gde su sa  $E_i^s$  i  $E_f^s$  energije početnog i krajnjeg stacionarnog stanja cijelog kvantnomehničkog sustava. Znak prim kod sumacije znači da se sumiranje vrši samo po stanjima koja odgovaraju promatranoj spektralnoj liniji (Griem, 1974).

Kvantnomehnički pristup zahtijeva opsežne i komplicirane proračune koje je moguće provesti samo za pojedine lakše atome i ione i to samo za određene spektralne linije. Tako je to barem bilo donedavno. U posljednje vrijeme pojavljuju se dva paralelna pristupa, jedan baziran na Hatree-Fockovom formalizmu za proračun atomske strukture uz relativističke

korekcije u obliku smetnje u slučaju odmaka od LS spreznja (Elabidi i dr, 2008) dok se u drugom ona računa u okviru Dirac-Fockovog relativističkog formalizma (Duan i dr., 2012). Oba pristupa do sada su uspješno provjerena na nekima od prijelaza iona iz berilijevog izoelektronskog niza. Pri tome nerelativistička metoda pokazuje odstupanje od najviše 21% u odnosu na mjerenja, za razliku od relativističke gdje greška usporedbe kvantnomehantičkog proračuna i eksperimentalnog mjerenja ne prelazi 32% (Elabidi i dr, 2008, Duan i dr, 2012).

Semiklasična metoda predstavlja kompromis između kvantnomehantičkog i klasičnog pristupa i najčešće se upotrebljava. U okviru semiklasične metode, perturber se tretira kao klasična čestica sa dobro definiranom brzinom i klasičnim sudarnim parametrom. Između sustava klasičnih perturbera i kvantnomehantičkog atoma veza je vremenski ovisan potencijal interakcije.

U okviru sudarne aproksimacije, polazeći od kvantnomehantičkog formalizma se dolazi do slijedećeg semiklasičnog izraza za Starkovu poluširinu linije:

$$W = \text{Re} \left[ N \int_0^{+\infty} v f(v) dv \int_{\rho_{\min}}^{\infty} 2\pi\rho d\rho (1 - S_i S_f^{-1})_{av} \right] \quad (27)$$

gdje  $v$  predstavlja brzinu perturbera,  $f(v)$  Maxwellovu funkciju raspodjele te brzine,  $\rho$  sudarni parametar, a  $S_i$  i  $S_f$  matrice raspršenja za početno i završno stanje.  $N$  je koncentracija elektrona. Oznaka  $(av)$  stoji za kutno usrednjavanje.

Usrednjavanje po kutevima u izrazu (27) može se izvesti na dva načina: ili preko putanja perturbera, pri čemu je orijentacija dipolnog momenta atoma fiksirana, kao u Griem i dr. (1962), ili da je putanja perturbera fiksirana, a usrednjavanje se vrši preko orijentacije atoma, kao npr. u semiklasičnoj metodi smetnje (Sahal-Bréchet, 1969a,b). Pogreška semiklasične metode smetnje u usporedbi sa eksperimentalnim rezultatima kreće se između 20%-30% za jednostavnije spektre, dok za kompleksne spektre može biti i veća (Sahal-Bréchet i dr, 2014).

Kada nemamo na raspolaganju dovoljno podataka za točniji semiklasičan proračun, ili u slučaju nepoznavanja ili nemogućnosti korištenja semiklasičnih i kvantnomehantičkih metoda, pribjegava se jednostavnijim aproksimacijama, kao što su:

- semiempirijska metoda (Griem, 1968)
- modificirana semiempirijska metoda (Dimitrijević i Konjević, 1980)

### 3.4 Griemova semiempirijska teorija

U okviru sudarne aproksimacije (pod pretpostavkom da različiti perturbatori interagiraju odvojeno sa perturbiranim atomima ili ionima i da su samo ukupne promjene perturbirajućih sustava značajne), Baranger (1962) izvodi kvantnomehanički izraz za Starkovu širinu izoliranih linija u ionskom spektru:

$$W = N \left( v \left[ \sum_{i' \neq i} \sigma_{ii'} + \sum_{f' \neq f} \sigma_{ff'} \right] \right)_{av} + W_{el} \quad (28)$$

gdje je  $W$  puna poluširina (FWHM) u jedinicama kutne brzine,  $N$  koncentracija elektrona,  $\sigma_{ii'}$  i  $\sigma_{ff'}$  kao i u 1.1.2 neelastične udarne presjeke za sudarne prijelaze u  $i'$  i  $f'$  stanje sa početne ( $i$ ) i krajnje razine ( $f$ ), dok  $W_{el}$  predstavlja doprinos elastičnih sudara širini. Usrednjavanje ( $av$ ) u izrazu (28) vrši se po raspodjeli brzine elektrona  $v$ .

Za izračunavanje neelastičnih udarnih presjeka može se koristiti Betheova relacija (Bethe, 1930):

$$\sigma_{j'j} = \frac{8\pi^2}{3\sqrt{3}} \tilde{\lambda}^2 R_{j'j}^2 g \quad (29)$$

gdje je  $\tilde{\lambda} = \frac{\hbar}{mv}$  reducirana de Broglieva valna duljina ( $m$  i  $v$  su masa i brzina elektrona,  $\hbar$  reducirana Planckova konstanta),  $g$  Gauntov faktor a  $R_{j'j}^2$  kvadrat matričnog elementa koordinatnog operatora (izražen u jedinicama Bohrovog radijusa) zbrojenog po svim komponentama magnetnog podstanja ukupnog angularnog momenta  $J'$  i usrednjenog po magnetnim podstanjima od  $J$ .

Hans Griem (1968) za izračunavanje Starkove širine prema Barangerovoj originalnoj formulaciji (Baranger, 1962) predlaže jednostavnu poluempirijsku sudarnu aproksimaciju, koju izvodi iz relacija (28) i (29), s time da koristi efektivni Gauntov faktor iz radova Seaton (1962) i Van Regemortera (1962). Za veće temperature Griem pretpostavlja da doprinos elastičnih sudara na širinu linije može biti zanemaren. Autor uzima u obzir elastične sudare

samo na niskim temperaturama uvođenjem vrijednosti praga donje temperature granice. Formula za izračunavanje širine linije uzrokovane elektronskim sudarima glasi:

$$W = N \frac{8\pi^2 \hbar^2}{3m^2 \sqrt{3}} \sqrt{\frac{2m}{\pi k T}} \left[ \sum_i R_{ii}^2 \cdot g\left(\frac{E}{\Delta E_{ii}}\right) + \sum_{i'} R_{f'f}^2 \cdot g\left(\frac{E}{\Delta E_{f'f}}\right) \right] \quad (30)$$

pri čemu je  $E = 3kT/2$  energija perturbirajućeg elektrona a  $\Delta E_{jj} = E_{j'} - E_j$  razlika energija između razina  $j'$  i  $j$ . Gauntovi faktori  $g(x)$  iznose  $g(x) = 0.2$  za  $x = 2$  dok za vrijednosti  $x = 3, 5, 10, 30$  i  $100$  iznose redom  $g(x) = 0.24, 0.33, 0.56, 0.98$  i  $1.33$ .  $N$  označava gustoću perturbirajućeg elektrona, odnosno u ovom slučaju koncentraciju elektrona.

Ako su perturbirajuće razine dovoljno udaljene od  $E_i$  i  $E_f$  da vrijedi  $x = E / \Delta E_{jj} \leq 2$ , Gauntov faktor postaje konstantan (Griem, 1968) što znatno pojednostavljuje relaciju (30) koja postaje:

$$W[\text{Å}] = 0.433 \cdot 10^{-8} \frac{\lambda^2 [\text{cm}] N [\text{cm}^{-3}]}{\sqrt{T} [\text{K}]} (R_{ii}^2 + R_{ff}^2) \quad (31)$$

dok se za kvadrate koordinatnog operatora uzima

$$R_{jj}^2 = \sum_{j'} R_{j'j}^2 = \frac{n_j^{*2}}{2Z^2} [5n_j^{*2} + 1 - 3l_j(l_j + 1)] \quad (32)$$

gdje su  $n_j^*$  efektivni glavni kvantni broj,  $l_j$  orbitalni kvantni broj a  $Z$  tzv. rezidualni naboj ( $Z-1$  je ionski naboj, tj. za neutrane  $Z = 1$ , jednostruko ionizirane atome  $Z = 2$ , itd.).

### 3.5 Modificirana semiempirijska teorija

Griemova semiempirijska relacija se u prosjeku slaže oko  $\pm 50\%$  sa eksperimentalnim rezultatima kada je riječ o jednostruko nabijenim ionima kao emiterima/apsorberima, dok je za višestruke naboje iona slaganje gore, u okviru  $\pm 100\%$ . Osim toga, za dvostruko i trostruko nabijene emitere/apsorbere teorijski rezultati pokazuju sustavno niže vrijednosti u usporedbi sa mjerenim rezultatima (vidjeti npr. Dimitrijević i Konjević, 1978), što sugerira da su vrijednosti Gauntovog faktora na temperaturnom pragu niže za veće stupnjeve ionizacije. Stoga Kobzev (1971) predlaže promjenjivu vrijednost Gauntovog faktora na pragu u ovisnosti o naboju,  $g = 0.9 - 1/Z$  (Dimitrijević i Konjević, 1981). Još jedan bitan nedostatak Griemove teorije je što je potrebno znati isti broj atomskih podataka kao i za semiklasičan proračun, dok je točnost manja. Radi se o velikom broju podataka koji ponekad, recimo u slučaju višestruko nabijenih iona, često nedostaju u literaturi ili elektronskim bazama podataka.

Uzimajući u obzir navedene činjenice, Dimitrijević i Konjević (1980) predlažu modifikaciju Griemove semiempirijske formule tako da u relaciji odvajaju članove sa prijelazima za koje je  $\Delta n = 0$  računajući za njih matrične elemente, dok se matrični elementi za prijelaze za koje je  $\Delta n \neq 0$  združuju zajedno i usrednjuju aproksimativnom relacijom. U tom slučaju, kako za početnu tako i za završnu razinu potrebno je računati samo dva matrična elementa, jedan za prijelaz  $l \rightarrow l + 1$  a drugi za prijelaz  $l \rightarrow l - 1$ . Pri tome se podrazumijeva da vrijedi aproksimacija LS sprezanja (Russel i Saunders, 1925). Isti je princip koristio i Griem (1974) za izvođenje svoje aproksimativne semiklasične formule za izračunavanje širina kod nabijenih emitera/apsorbera.

Modificirana semiempirijska (MSE) formula za punu poluširinu (FWHM) tada ima slijedeći oblik:

$$W_{MSE} = C \frac{\lambda^2 N}{\sqrt{T}} \sum_{j=i,f} \left[ R_{l_j, l_{j+1}}^2 \tilde{g} \left( \frac{E}{\Delta E_{l_j, l_{j+1}}} \right) + R_{l_j, l_{j+1}}^2 \tilde{g} \left( \frac{E}{\Delta E_{l_j, l_{j-1}}} \right) + \sum_{j'} (R_{jj'}^2)_{\Delta n \neq 0} g \left( \frac{E}{\Delta E_{n_j, n_{j+1}}} \right) \right] \quad (33)$$

gdje je  $C$  numerička konstanta ( $C = 2.2155 \cdot 10^{-30} \text{ m}^3 \text{ \AA}^{-1} \text{ K}^{1/2}$ ),  $W_{MSE}$  Starkova širina u  $\text{\AA}$ ,  $\lambda$  valna duljina u  $\text{\AA}$ ,  $N$  – gustoća perturbirana u  $\text{m}^{-3}$ ,  $E$  – srednja energija perturbirana,  $T$  – temperatura u K,  $g$  – semiempirijski Gaunt factor,  $\tilde{g}$  – modificirani Gaunt factor,  $R_{ll'}$ ,  $R_{jj'}$  –

matrični elementi koordinatnog operatora,  $l, l' \in \{l_j, l_{j\pm 1}\}$ ,  $j, j' \in \{i, f\}$ ,  $\Delta E_{jj'}$  – razlika u energijama između razina  $j$  i  $j'$ ,  $n$  – glavni kvantni broj a  $l$  – orbitalni kvantni broj. Slova  $i$  i  $f$  stoje redom za početnu (inicijalnu) i završnu (finalnu) razinu.

Kvadrati matričnih elemenata računaju se na način:

$$R_{ll'}^2 \approx \left( \frac{3n^*}{2Z} \right)^2 \frac{l_{\max}}{2l+1} (n^{*2} - l_{\max}^2) \Phi^2 \quad (34)$$

$$\sum_{j'} (R_{jj'}^2)_{\Delta n \neq 0} \approx \left( \frac{n_j^*}{2Z} \right)^2 (n_j^{*2} + 3l_j^2 + 3l_j + 11), \quad j = i, f \quad (35)$$

Ovdje su ostale vrijednosti definirane kao:

$$\Delta E_{l_{jk} > l_{j\pm 1}} = |E_{l_j} - E_{l_{j\pm 1}}|, \quad E = \frac{3kT}{2}, \quad \Delta E_{n_j, n_{j+1}} \approx \frac{2Z^2 E_H}{n_j^{*2}}, \quad n_j^{*2} = \frac{Z^2 E_H}{E_{ion} - E_j}, \quad j = i, f \quad (36)$$

gdje je  $Z$  - naboj iona,  $n^*$  - efektivni glavni kvantni broj,  $l_{\max} = \max(l, l')$ ,  $E_H$  – energija vodikovog atoma,  $E_{ion}$  – energija ionizacije,  $E_j$  – energija gornje (donje) razine,  $\Phi$  - Bates-Damgaardov faktor (Bates and Damgaard, 1949) i  $k$  Boltzmannova konstanta.

Kod kompleksnijih atoma i iona (npr. kod Co II) gdje postoje nizovi energijskih stanja kod kojih je ionizacijska energija različita, odnosno prilikom ionizacije atom ili ion u slijedećem ionizacijskom stanju dolazi u pobuđeno stanje, energiju ionizacije  $E_{ion}$  moramo korigirati:

$$E_{ion}' = E_{ion} + E_{i_{\max}} \quad (37)$$

gdje je  $E_{ion}'$  korigirana energija ionizacije a  $E_{i_{\max}}$  energija koja odgovara pojedinom roditeljskom termu.

Van Regemorter (1962) je izveo ovisnost Gauntovih faktora o temperaturi čisto empirijski. Budući da u teoriju ulaze ove empirijske vrijednosti, teorija je nazvana semiempirijska.

Semiempirijski Gaunt faktori prema kojima su izvršeni naši proračuni (Van Regemorter, 1962, Griem, 1968) prikazan je u tablici 3.

Tablica 3. Ovisnost Gauntovog faktora o temperaturi

<b>x</b>	<b>g(x)</b>
0	0.20
2	0.20
3	0.24
4	0.30
5	0.33
6	0.39
7	0.44
8	0.48
9	0.52
10	0.56
20	0.83
30	0.98
40	1.10
50	1.20
60	1.28
70	1.32
80	1.38
90	1.40
100	1.43

Osim toga, predložen je modificirani Gauntov faktor koji se koristi u slučaju  $\Delta n = 0$ , po uzoru na prijašnji prijedlog Kobzeva (1971):

$$\tilde{g}(x) = 0.7 - \frac{1.1}{Z} + g(x) \quad (38)$$

Za visoke temperature, npr.  $x \geq 50$  (u našem slučaju uzimali smo  $x \geq 100$ ) Gauntovi faktori računaju se sukladno GBKO teoriji za visokotemperaturni prag (Griem i dr, 1962, Griem, 1968):

$$\tilde{g}_{j'j} = g_{j'j} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \left[ \frac{1}{2} + \ln\left(\frac{2ZkT}{n_j * \Delta E_{j'j}}\right) \right] \quad (39)$$

Jednakost (22) za izračunavanje kvadrata matričnih elemenata vrijedi za jednostavne spektre, kada nema razlike u Starkovom širenju u prijelazima tipa  $nls - n'l's'$ . Pomoću pravila zbrajanja jakosti linija (Shore i Menzel, 1965) može se generalizirati u općenitijem smislu (Dimitrijević, 1982), pa će tako vrijediti:

$$R_{JJ'}^2 = \left( \frac{3n^*}{2Z} \right)^2 \frac{l_{\max}}{2J+1} (n^{*2} - l_{\max}^2) R_{mult}^2 R_{line}^2 \Phi^2 \quad (40a)$$

u slučaju linija, ili

$$R_{LL'}^2 = \left( \frac{3n^*}{2Z} \right)^2 \frac{l_{\max}}{2L+1} (n^{*2} - l_{\max}^2) R_{mult}^2 \Phi^2 \quad (40b)$$

u slučaju multiplleta. Sa  $R_{line}$  i  $R_{mult}$  označeni su jakost linije odnosno multiplleta (Shore i Menzel, 1965, Racah, 1943, Sobel'man, 1996).

Ako je za pojedini prijelaz koji se računa poznata i jakost oscilatora, ista se može iskoristiti za dobivanje matičnih elemenata (npr. Demtröder, 1982, Thorne, 1974, Allen, 1973, Aller, 1963).

Ukoliko je elektrostatska interakcija usporediva sa relativističkim efektima, LS sprezanje je narušeno pa se orbitalni moment i spin slažu pojedinačno u ukupni moment elektrona  $j$ , koji se slaže u ukupni moment atoma  $J$ , tj.  $J = \sum_i (j_i + s_i) = \sum_i j_i$  čime je opisano tzv. jj sprezanje. Uobičajeno se kod težih elemenata pojavljuju različite kombinacije LS i jj veze. Osim ovih tipova sprezanja, obično se javljaju i mnogi drugi, kao npr. jK ili LK. (Martin i Wiese, 1996). Iako je pokazano da je modificiranu semiempirijsku formulu moguće uspješno primjenjivati i kod složenih tipova sprezanja i njihovim različitim kombinacijama (npr. jK sprezanja kod Xe II, Popović i Dimitrijević, 1996a, ili linearna kombinacija K stanja kod Bi II, Dimitrijević i Popović, 1993), u ovoj tezi smo radi pojednostavljenja koristili LS vezu, pri čemu smo pretpostavili da se ion kao emiter/apsorber i elektron kao perturber gibaju kroz Coulombov potencijal stvarajući električni dipol, drugim riječima koristimo dipolnu i Coulombovu aproksimaciju (Dimitrijević, 1978). Sve jednačbe su nerelativističke.

Točnost za primjenu MSE formule na višestruko nabijene ione prema predviđanjima teorije (Dimitrijević i Konjević, 1980) iznosi oko  $\pm 50\%$ , iako su usporedbe sa mjerenim vrijednostima dale slijanje i do  $\pm 30\%$ . S time da se pokazalo da primjena MSE teorije na neke emitere/apsorbere sa složenim spektrima daje čak i bolje slijanje s mjerenjima, npr. kod Xe II, točnost je u okviru  $\pm 20\%$  (Popović i Dimitrijević, 1996a, Popović i Dimitrijević, 1998, Kochukhov i dr, 2006).



### 3.6 Bates-Damgaardov faktor

U svrhu izračunavanja kvadrata matričnih elemenata, potrebno je odrediti tzv. Bates-Damgaardov faktor. U slučaju LS-veze i dipolne aproksimacije, Bates-Damgaardov faktor ima oblik (Bates i Damgaard, 1949, Oertel i Shomo, 1968)

$$\Phi_{ll'} = \frac{2Z}{3n^*} \left| n^{*2} - l_{\max}^2 \right|^{-1/2} I_s \quad (41)$$

gdje je  $l_{\max} = \max(l, l')$ ,  $n^*$  efektivni glavni kvantni broj koji odgovara orbitalnom broju  $l_{\max}$ , a  $I_s$  Bates-Damgaardov radijalni integral:

$$I_s = \int_0^{+\infty} R_i(r) R_f(r) r^s dr \quad (42)$$

Podintegralne funkcije  $R_i(r)$  i  $R_f(r)$  predstavljaju rješenja radijalnog dijela Schrödingerove jednadžbe u Coulombovoj aproksimaciji za inicijalno ( $i$ ) i finalno ( $f$ ) stanje:

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \left( \frac{2Z}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} - \varepsilon \right) R = 0 \quad (43)$$

pri čemu je  $Z$  rezidualni naboj,  $l$  orbitalni kvantni broj i  $\varepsilon$  energijski parametar. Za dipole je  $s = 1$  a za kvadrupole (ako se uzimaju u obzir)  $s = 2$ . Rješenje jednadžbe (43) predložili su Eddington (1927) i Suguira (1927) u obliku konfluentne hipergeometrijske funkcije

$$R = W_{n^*, l+1/2}(2Zr/n^*) \quad (44)$$

susptitucijom  $n^* = Z/\sqrt{\varepsilon}$  (otuda definicija efektivnog glavnog kvantnog broja), čime jednadžba (43) prelazi u

$$\frac{d^2 W_{n^*, l+1/2}}{dr^2} + \left( \frac{2Z}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{Z^2}{n^{*2}} \right) W_{n^*, l+1/2} = 0 \quad (45)$$

Rješenje jednadžbe (45) moguće je napisati u obliku asimptotskog reda:

$$W_{n^*, l+1/2}(2Zr/n^*) = Ce^{-rZ/n^{*2}} (2rZ/n^*)^{n^*} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{a_t}{r^t} \quad (46)$$

gdje je  $a_0 = 1$  dok se ostali članovi reda dobivaju prema rekurzivnoj relaciji

$$a_t = a_{t-1} \left\{ \frac{n^* + l}{2tZ} [l(l+1) - (n^* - t)(n^* - t + 1)] \right\} \quad (47)$$

Hartree (1927) sugerira bez dokazivanja, ali provjerava numeričkim metodama da je vrijednost faktora normiranja  $C$  u (46) moguće izraziti pomoću gama funkcije:

$$C = 1 / [n^{*2} \Gamma(n^* + l - 1) \Gamma(n^* - l) / Z]^{1/2} \quad (48)$$

što je korektan faktor normiranja u slučaju cjelobrojnog  $n^*$  (Waller, 1926), ali prema Hartreeju daje dosta dobru aproksimaciju i za racionalne vrijednosti  $n^*$  (Bates i Damgaard, 1949).

Nakon rješavanja jednadžbe i uvrštavanja podintegralnih funkcija, integral (42) dobivamo u obliku:

$$I_s = \frac{2^{n^*+n^*'} Z^{n^*+n^*'+1}}{(n^*)^{n^*+1} (n^*')^{n^*'+1}} [\Gamma(n^* + l + 1) \Gamma(n^*'+l'+1) \Gamma(n^*'-l')]^{1/2} \cdot \sum_{k=0} \sum_{k'=0} \left[ \frac{n^* n^*'}{Z(n^* + n^*')} \right]^{n^*+n^*'+s+1-k-k'} \Gamma(n^* + n^*'+s - k - k' + 1) \quad (49)$$

pri čemu se sumiranje vrši do

$$k + k' < n^* + n^*'+s - 2 \quad (50)$$

Uobičajeno je za određivanje Bates-Damgaardovog faktora koristiti i tablične vrijednosti. (Bates i Damgaard, 1949, Oertel i Shomo, 1968)

### 3.7 Pojednostavljena modificirana semiempirijska formula

Ukoliko su najbliže perturbacijske razine emitera/apsorbera dovoljno daleko od promatrane razine tako da vrijedi  $x = E / \Delta E_{jj} \leq 2$ , vrijednost Gauntovog faktora  $g(x)$  postaje konstantna, i kao u slučaju Griemove semiempirijske teorije, modificiranu semiempirijsku formulu (21) možemo pojednostaviti stavljajući  $g(x) = g = 0.2$ . Budući da u tom slučaju kod ukupnog Starkovog širenja možemo zanemariti doprinose prijelaza za koje je  $\Delta n \neq 0$ , koji nisu veći od 25%, i s obzirom da se kvadrat Bates-Damgaardovog faktora tada kreće između 0.8 i 1 za prijelaze sa  $\Delta n = 0$ , navedeno zanemarivanje možemo kompenzirati uvođenjem aproksimacije  $\Phi \approx 1$ . Pojednostavljena (eng. *simplified*) modificirana semiempirijska formula (SMSE) tada glasi (Dimitrijević i Konjević, 1987):

$$W_{SMSE} = 2.2155 \cdot 10^{-30} \cdot \frac{\lambda^2 N}{\sqrt{T}} \left(0.9 - \frac{1.1}{Z}\right) \sum_{j=i,f} \left(\frac{3n_j^*}{2Z}\right)^2 (n_j^{*2} - l_j^2 - l_j - 1) \quad (51)$$

pri čemu su veličine označene kao  $i$  u izrazu (33). Pojednostavljenu MSE relaciju je opravdano koristiti samo blizu donjeg temperaturnog praga, odnosno uz uvjet  $x \leq 2$ . Korisno ju je upotrebljavati i u uvjetima kad je potrebno vrlo brzo procijeniti veliki broj Starkovih širina  $i$  za koje možda i nemamo podatke o perturbiranim razinama, s time da onda sukladno navedenim uvjetima aproksimacije očekujemo i manju točnost rezultata u odnosu na MSE.

### 3.8 Uvjeti primjenjivosti modificirane semiempirijske teorije

Modificirana semiempirijska formula ne može se koristiti u svim uvjetima. Da bismo mogli primijeniti MSE formulu za izračunavanje Starkovih širina, moraju biti zadovoljeni slijedeći kriteriji:

a) Spektralna linija treba biti izolirana i u centru čak i uz pojavu slabih zabranjenih komponenti na krilima, odnosno širina linije mora biti mala u usporedbi sa razlikom između perturbiranih i odgovarajućih perturbirajućih razina. Drugim riječima, mora vrijediti slijedeća nejednakost (Dimitrijević i Sahal-Brechot, 1984):

$$W \leq 10^{-9} \lambda^2 \cdot \min |E_j - E_{j'}| \quad (52)$$

gdje su  $W$  širina linije u nm,  $\lambda$  valna duljina u nm,  $E_j$  i  $E_{j'}$  u  $\text{cm}^{-1}$ , pri čemu je  $j \in \{i, f\}$ , odnosno  $j' \in \{i', f'\}$  oznaka za najbližu perturbirajuću razinu s energijom  $E_j$  odnosno  $E_{j'}$ .

b) Minimalna udaljenost dva perturbirajuća elektrona  $r_{\min}^{1,2}$  do emitera/apsorbera je mala u usporedbi sa njihovom međusobnom udaljenošću  $\Delta r_{1,2}$ , odnosno mala je vjerojatnost pojavljivanja višestrukih sudara, pa kažemo da vrijedi aproksimacija binarnih sudara (Griem, 1974):

$$r_{\min}^{1,2} \ll \Delta r_{1,2} \quad (53)$$

c) Mora vrijediti sudarna aproksimacija, koja se može opisati relacijom:

$$r_i^3 N \ll 1 \quad (54)$$

gdje je  $r_i$  tipična udaljenost emitera/apsorbera od perturbera, a  $N$  koncentracija perturbera. (Sahal-Brechot, 1969a)

d) Plazma mora biti idealna, što znači da broj perturbera u Debyevoj sferi mora biti mnogo veći od jedinice, odnosno mora biti ispunjena nejednakost:

$$N < 1.9 \cdot 10^{12} T \quad (55)$$

gdje je  $N$  gustoća perturbera u  $\text{m}^{-3}$ , a  $T$  temperatura u kelvinima. (Dimitrijević i dr., 1991)

#### 4. APROKSIMATIVNA PROCJENA STARKOVIH ŠIRINA – SVOJSTVO REGULARNOSTI I SUSTAVNOG TRENTA

Aproksimativne procjene u fizici su vrlo korisne prilikom određivanja velikog broja fizikalnih veličina u vrlo kratkom vremenu. Budući da je u nekim slučajevima zbog nepoznavanja dovoljnog broja parametara ili nezadovoljavanja uvjeta za primjenu teorije nemoguće izračunati Starkove širine primjenom semiempirijskih ili semiklasičnih metoda, grube procjene su jedini način da se ove veličine odrede. Približne procjene Starkovih širina pokazale su se kao sasvim zadovoljavajuće rješenje u slučajevima kad se od nas ne traži velika preciznost u rezultatima, npr. u astrofizici.

Procjene Starkovih širina aproksimativnim metodama mogu se podijeliti u dvije glavne skupine:

- a) aproksimacije izvedene iz teorije – npr. Cowleyeva formula (Cowley, 1971) ili SMSE formula (Dimitrijević i Konjević, 1987)
- b) aproksimativne formule koje se temelje na statističkoj analizi većeg broja postojećih Starkovih širina, poput metoda Purića ili Lakićevića (vidjeti npr. Purić i Šćepanović, 1999, Lakićević, 1983), odnosno koje se temelje na svojstvu regularnosti i sustavnog trenda specifičnog uzorka Starkovih širina (Wiese i Konjević, 1982)

Bilo da se radi o jednom ili drugom tipu, formule procjene (eng. *estimate*) Starkovih širina za linije višetruko ioniziranih atoma možemo naći u dva osnovna oblika:

- u ovisnosti o efektivnom ionizacijskom potencijalu

$$W_{E1} = a_1 \cdot Z^{c1} \cdot \lambda^2 \cdot N \cdot f(T) \cdot (\chi_j)^{-b1} \quad j = upper, lower \quad (56)$$

- u ovisnosti o efektivnim glavnim kvantnim brojevima

$$W_{E2} = a_2 \cdot Z^{c2} \cdot \lambda^2 \cdot N \cdot f(T) \cdot (n_j^*)^{b2} \quad j = upper, lower. \quad (57)$$

Ovdje su  $\chi_j$  efektivni ionizacijski potencijal za razinu  $j$

$$\chi_j = E_{ion} - E_j, \quad j = upper, lower \quad (58)$$

a  $n_j^*$  - efektivni glavni kvantni broj gornje ( $j = upper$ ) ili donje ( $j = lower$ ) razine

$$n_j^{*2} = \frac{Z^2 E_H}{\chi_j}, \quad j = upper, lower \quad (59)$$

dok su  $Z-1$  naboj iona,  $W_E$  procjenjena Starkova širina u Å,  $\lambda$  valna duljina u Å,  $N$  – gustoća perturbera u  $m^{-3}$ ,  $E_H$  – energija vodikovog atoma,  $E_{ion}$  – energija ionizacije,  $E_j$  – energija gornje ( $j = upper$ ) ili donje ( $j = lower$ ) razine. Koeficijenti  $a$ ,  $b$  i  $c$  su neovisni o temperaturi, ionizacijskom potencijalu i elektronskoj gustoći zadanog prijelaza. (Majlinger i dr., 2020)

Neposredno nakon prvog članka o Starkovom širenju (Holtsmark, 1919) počinju se pojavljivati i aproksimativne formule izvedene iz teorije kojima je prioritet jednostavnost (npr. Unsöld, 1936). Cowleyeva formula (Cowley, 1971) je vjerojatno najpoznatija među njima i najčešće se upotrebljava. Cowley (1971) u svom radu navodi tri različite formule, jednu za neutralne emitere/apsorbere, jednu za električki nabijene emitere/apsorbere i jednu za procjenu širina za temperature blizu 10000 K. Autori koriste različite varijante Cowleyeve formule uz originalne iz članka (Cowley, 1971), a razlika je u zanemarivanju ili uzimanju u obzir člana za niži razina i u vrijednostima numeričkog parametra (vidjeti npr. Killian i dr., Przybilla i dr., 2016). Mi smo u našim radovima (npr. Majlinger i dr., 2017) za usporedbu sa izračunatim MSE vrijednostima širina koristili originalnu Cowleyevu formulu za električki nabijene emitere/apsorbere, koja nakon konverzije iz  $rad\ s^{-1}$  u angstremske (Hamdi i dr., 2013) glasi:

$$W_{COW}^{OLD} = \frac{h^2}{2\pi c \sqrt{2m^3 \pi k}} \frac{\lambda^2 N}{Z^2 \sqrt{T}} (n_{upper}^{*4}) \quad (60)$$

kao i skaliranu formulu sa uzimanjem u obzir parametara višeg i nižeg prijelaza:

$$W_{COW} = \frac{h^2}{6\pi c} \sqrt{\frac{2}{3m^3 \pi k}} \cdot \frac{\lambda^2 N}{Z^2 \sqrt{T}} (n_{upper}^{*4} + n_{lower}^{*4}) \quad (61)$$

gdje su  $n_{upper}^*$  i  $n_{lower}^*$  efektivni glavni kvantni brojevi gornjeg i donjeg razinaa,  $\lambda$  valna duljina spektralne linije u Å,  $T$  temperature u K,  $Z$  rezidualni naboj (odnosno,  $Z-1$  naboj iona)

and  $N$  elektronska gustoća u  $\text{m}^{-3}$ .  $k$  je Boltzmannova konstanta,  $h$  je Planckova konstanta,  $c$  brzina svjetlosti a  $m$  masa perturbera.

Pravilo regularnosti i sustavnog trenda uočeno je kod mnogih fizikalnih veličina koje opisuju stanja atoma i iona sa više elektrona. Npr. jakosti linija, jakosti oscilatora i energije atoma za izoelektronski niz mogu se u nerelativističkom slučaju razviti u red po  $Z^{-1}$ :

$$Z^2 E = E_0 + E_1 Z^{-1} + E_2 Z^{-2} + \dots, \quad (62)$$

$$Z^2 S = S_0 + S_1 Z^{-1} + S_2 Z^{-2} + \dots, \quad (63)$$

$$f = f_0 + f_1 Z^{-1} + f_2 Z^{-2} + \dots \quad (64)$$

gdje su sa  $S_0$ ,  $f_0$  i  $E_0$  označene odgovarajuće vrijednosti za vodik (Martin i Wiese, 1996). Možemo pretpostaviti da su regularnost i sustavni trend prirodna posljedica periodičnosti elemenata u periodnom sustavu. Npr. atomski radijusi rastu odozgo prema dolje i slijeva nadesno u periodnom sustavu elemenata. Još je Mayer 1869. godine objavio krivulju atomskih volumena u funkciji atomskih težina koja pokazuje svojstvo periodičnosti, a Mendjeljejev 1870. na temelju svojstva regularnosti u izoelektronskim nizovima predviđa nove elemente: eka-bor, eka-aluminij i eka-silicij, odnosno današnji skandij, galij i germanij, te im vrlo precizno predviđa fizikalna i kemijska svojstva (npr. Mladenović, 1989).

S obzirom na to da Starkove širine ovise o atomskim parametrima (energija ionizacije, jakost oscilatora, jakost linija), prirodno je za očekivati da ćemo kod Starkovih širina također uočiti regularnost, naročito ako se radi o istim izoelektronskim nizovima, gdje atomski parametri imaju podjednaku vrijednost zbog slične elektronske strukture u atomskoj ljusci (Konjević i Dimitrijević, 1981).

Svojstva regularnosti i sustavnog trenda Starkovih širina detaljno su iznijeli Wiese i Konjević (1982), kao svojstva opažena kod većeg broja isključivo eksperimentalnih vrijednosti Starkovih širina izraženih u radijanima po sekundi:

- Starkove širine unutar istih multiplleta, supermultiplleta, ili istih tipova prijelaza ostaju iste u okviru raspona od najviše  $\pm 20\%$
- kompleksni spektri pokazuju ovisnost širina o glavnom i orbitalnom kvantnom broju gornjeg stanja prijelaza (jednostavniji spektri samo o glavnom)
- za ione unutar istog homolognog ili izoelektronskog niza uočeno je svojstvo postojanja sustavnog trenda

Prve radove o regularnostima objavljuju Purić i Ćirković (1973), te Purić, Dimtrijević i Lakićević (1978). Purić nalazi korelacije između gornjeg efektivnog ionizacijskog potencijala (kako je nazvao razliku energije ionizacije i energije gornjeg razinaa) i većeg broja eksperimentalnih i teorijskih vrijednosti Starkovih širina. U narednim desetljećima objavljen je niz radova na ovu temu gdje se za različite prijelaze, različite naboje te različite homologne i izoelektronske nizove navode različiti korelacijski parametri (npr, Purić i dr., 1979, Miller i dr., 1980, Purić i dr., 1991, 1993, 1997, 2007, 2008). Ovo statističko istraživanje je također podržano i od nekih drugih autora (npr., Djeniže, 1999, Djeniže i dr., 2001), sa povremenim pokušajima da se taj pristup generalizira za sve različite prijelaze, različite elemente i različite vrijednosti naboja (Purić i Šćepanović, 1999, Šćepanović i Purić, 2013). Ti znanstveni članci evoluiraju u vremenu, pa tako Purić i suradnici kasnije odustaju od traženja univerzalne formule za sve linije i fokusiraju svoju statističku analizu samo na pojedine homologne ili izoelektronske nizove. Također, za razliku od ranijih radova gdje pretpostavljaju istu ovisnost Starkovih parametara o rezidualnom naboju uz “univerzalnu” konstantu  $c_I = -5.2$  u formuli oblika procjene (56), u svojim novijim radovima od te hipoteze odustaju, i konstantu  $c_I$  procjenjuju bliže vrijednosti  $c_I = -2.6$ , odnosno  $c_I = -2.8$ . (Dojčinović i dr., 2011, Talapaga i dr., 2011, 2012, Jevtić i dr., 2012, Dojčinović i dr., 2012, 2013a, 2013b, Talapaga i dr., 2018, Trklja i dr., 2018, 2019). Međutim, ono što je zajedničko za sve njihove objavljene radove je što umjesto uobičajeno korištene temperaturne ovisnosti za ione u plazmi gdje dominiraju elastični sudari, pri čemu širine ovise obrnuto proporcionalno od korijena temperature (relacija 96 u nastavku teksta), Purić i suradnici predlažu slijedeću temperaturnu ovisnost:

$$f(T) = A + BT^C \quad (65)$$

gdje su parametri  $A$ ,  $B$  i  $C$  neovisni o temperaturi i potrebno ih je odrediti posebno iz svakog statističkog uzorka. Isto tako, u svim radovima koriste formule procjene u obliku (56) gdje su parametri  $a_I$ ,  $b_I$  i  $c_I$  neovisni o gustoći perturbatora, rezidualnom naboju i gornjem ionizacijskom potencijalu i različiti su za svaki razmatrani statistički uzorak kao i parametri  $A$ ,  $B$  i  $C$ . Pri tome se pretpostavlja linearna ovisnost Starkove širine o gustoći perturbatora  $N$ .

Kurucz (1979) objavljuje svoju poznatu aproksimativnu procjenu ovisnu o efektivnom glavnom kvantnom broju, na temelju rada Peytremanna (1972) i objavljenih detaljnih



proračuna većeg broja Starkovih širina (Sahal-Bréchet i Segre, 1971), koja Starkovo širenje korelira sa petom potencijom efektivnog glavnog kvantnog broja:

$$\Gamma_{KP} = 10^{-8} n_{eff}^5 N_e \quad (66)$$

Ovdje je  $\Gamma_{KP}$  Kurucz-Peytremannova procjena Starkove širine u rad/s, koja je sada dio programa za modeliranje atmosfere ATLAS (Kurucz, 1979),  $n_{eff}$  je efektivni glavni kvantni broj gornjeg stanja a  $N_e$  elektronska gustoća. Kod nekih autora i kasnije nailazimo na ovakav pristup, pri čemu se eksponent nad efektivnim glavnim kvantnim brojem razlikuje od Kuruczovog za neke ispitivane prijelaze (npr. Sarandaev i dr., 1997). Za razliku od Purića, Lakićević (1983) nalazi korelaciju Starkove širine linija neutralnog i jednostruko nabijenog atoma sa donjim efektivnim ionizacijskim potencijalom:

$$W_L = 2050 \cdot (E_{ion} - E_{lower})^4 \quad (67)$$

gdje je  $W_L$  širina data u angstromima a donji efektivni ionizacijski potencijal (razlika između energije ionizacije  $E_{ion}$  i energije donjeg razinaa prijelaza  $E_{lower}$ ) u eV.

Ovdje ipak treba napomenuti da parametri Starkovog širenja nisu atomske konstante, pa je prema tome pouzdanost primjene formula dobivenih na temelju sustavnih trendova i regularnosti, u smislu njihove točnosti u odnosu na egzaktnije metode, ograničena sa eksperimentalnim uvjetima u okviru kojih su one izvedene (Konjević i Dimitrijević, 1981). Tako, na primjer, bez obzira što se u nekim slučajevima naišlo na relativno dobro slaganje ovako procijenjenih vrijednosti sa ostalim teorijskim ili eksperimentalnim rezultatima (kao npr. u slučaju Ba I i II, Dimitrijević i Sahal-Bréchet, 1997), valjanost Lakićevićeve formule (67) ipak ostaje upitna. Jedna od najstrožih kritika ove formule procjene svakako je neuzimanje u obzir ovisnosti Starkove širine o kvadratu valne duljine razmatrane linije, što je, kada se  $W$  izražava u angstromima, suprotno kako semiempirijskoj teoriji (Dimitrijević i Konjević, 1984), tako i semiklasičnoj i kvantnomehaničkoj. Očigledno, ni teorija ni eksperiment o primjenjivosti ovih aproksimativnih formula procjene nisu još rekle završne riječi.

U našem radu provjeravali smo formule Purića, koje vrijede za više prijelaza, više elemenata i više ioniziranih stanja (Purić i Šćepanović, 1999), ili koje vrijede samo za specifične prijelaze ili višestruko nabijene ione (npr. Purić i dr., 1991, 1993). Također smo

nalazili nove sustavne trendove karakteristične samo za niz prijelaza kod pojedinog iona za koje smo nalazili MSE Starkove širine. Formule i trendovi ispitivani su uglavnom u blizini temperature od 10000 K gdje se pretpostavlja da za Starkove širine u izrazima oblika (56) i (57) vrijedi temperaturna ovisnost:

$$f(T) = T^{-1/2} \quad (68)$$

Lakićevićeva formula (67) izvedena je za temperaturu 20000 K. U formulama u kojima nije navedena ovisnost o elektronskoj gustoći, korištena je standardna gustoća elektrona od  $10^{23} \text{ m}^{-3}$ .

## 5. ATMOSFERE VRUĆIH ZVIJEZDA I BIJELIH PATULJAKA

### 5.1 Vruće zvijezde spektralnog tipa A i kemijski neobične zvijezde

#### 5.1.1 Spektralne karakteristike

Starkovo širenje u spektrima nebeskih objekata sa visokom površinskom temperaturom, visokim tlakom i postojanjem ioniziranog plina, predstavlja dominantni mehanizam širenja spektralnih linija koji se ne može zanemariti u proračunima zvjezdanog opaciteta. Starkovo širenje može biti jedan od glavnih uzroka širenja linija u vrućim zvijezdama, iako se pokazalo da je ono najdominantnije kod spektralnog tipa A. Starkovo širenje spektralnih linija uzrokovano elektronima kao perturbacijama prevladava zbog povećane količine ioniziranog vodika koji rezultira povećanjem količine slobodnih elektrona (Johnas, 2007).

Kada proučavamo zvijezde tipa A, moramo biti svjesni da one mogu pokazati nekoliko spektroskopskih specifičnosti u odnosu na ostale spektralne tipove. U Harvardskoj spektralnoj klasifikaciji, zvijezdu tipa A karakteriziraju snažne Balmerove linije. Lako se mogu razlikovati od toplijih zvijezda B-tipa odsutnošću He I linija a od hladnijih zvijezda tipa F po njihovim mnogo plićim vodikovim linijama i mnoštvu metalnih linija. Među spektralnim klasama, zvijezde tipa A sadrže najveći udio kemijski neobičnih (CP – *Chemically peculiar*) zvijezda (Heuser, 2018, Gray i Corbally, 2009).

#### Normalne A zvijezde

U glavnom nizu, A zvijezde sa Sunčevom zastupljenošću općenito se mogu podijeliti u dvije skupine: jedne brzo rotiraju (brzinom  $i$  do  $300 \text{ km s}^{-1}$ ), dok druge pokazuju različite spektralne osobitosti. Brza rotacija pokušavala se objasniti pojavom meridijanske cirkulacije. Lemke (1993) je istraživao ovu teoriju, ali nije pronašao značajan trend odstupanja zastupljenosti u odnosu na  $v \sin i$ . U toj analizi promatrano je 20 zvijezda sa  $100 \text{ km s}^{-1} < v \sin i < 180 \text{ km s}^{-1}$ . U širem istraživanju, Takeda i dr. (2008) spektroskopski su analizirali zastupljenost nekih elemenata u 46 zvijezda tipa A i otkrili da anomalije u zastupljenosti, kao što je suficit Ba i deficit C, O i Ca, opadaju s povećanjem rotacije zvijezde tako da zastupljenost postaje gotovo "normalna" (što je nekih 0,1 dex niže od solarne vrijednosti) na  $v \sin i = 100 \text{ km s}^{-1}$ . Kao grubo razgraničenje, raspon mase, vijeka trajanja i sjaja za zvijezde

tipa A na glavnom nizu je redom između  $M = 1,6-3,0 M_{\odot}$ ,  $t = 0,6-2$  milijardi godina i  $L = 10-40 L_{\odot}$  (Landstreet, 2004). Neke od specifičnosti vezane su za magnetizam (pjegave zvijezde), dok su druge vezane za zvjezdanu dob (ljskaste zvijezde, Herbigove Ae zvijezde).

### Am zvijezde

U smislu MK klasifikacijske sheme, zvijezda tipa A označava se kao zvijezda Am tipa, ako je Ca II K-linija najmanje pet podklasa ranija od metalnog tipa linije. Tipična značajka u optičkim spektrima ovih zvijezda je neslaganje u određivanju sjaja pomoću karakterističnih metalnih linija. Prekrivanje Fe II i Ti II na 4172 - 4179 Å nagovještava veći luminozitet i time klasificira zvijezdu kao diva tipa A, dok su Fe II, Ti II i Sc II između 4395 - 4400 Å i Ti II na 4417 Å tipični za patuljke tipa A. Ovaj neusklađenost u Am zvijezdama naziva se "efekt sjaja". Zastupljenosti Ca i Sc su u deficitu, dok su Fe, Ni i teži elementi u suficitu, što samo djelomično može objasniti učinak sjaja. Zbog gušće šume linija u plavom području, prekrivanje linija čini da se Am zvijezde pojavljuju crvenije od normalnih zvijezda A tipa. Fizičko objašnjenje, koje vrijedi za većinu uočenih karakteristika, je gravitacijsko taloženje za elemente s manje apsorpcijskih linija (npr. helij) i radijacijska levitacija elemenata s puno linija u UV području. Potonji osjećaju veći fotonski impuls od unutarnjeg povlačenja gravitacije, te se tako potiskuju prema van, što dovodi do njihove pojačane zastupljenosti u fotosferi. Za uglavnom brzo rotirajuće "normalne" A-zvijezde, pretpostavka hidrodinamičke i radijacijske ravnoteže više ne vrijedi, jer se pojednostavljene sferno simetrične plazme ne izražava planparalelnom geometrijom. Ova neravnoteža dovodi do cirkulirajućih tokova u zvijezdi. Takozvana "meridijanska cirkulacija" miješa unutrašnjost zvijezde u velikim razmjerima, pa se ne očekuju nikakve posebne karakteristike. Za razliku od "normalnih" zvijezda A-tipa, Am zvijezde imaju tendenciju da rotiraju sporije ( $v \sin i < 100 \text{ km s}^{-1}$ ). Razlog ove usporenosti mogla bi biti inducirana sinkronizacija s plimnim silama zvijezde pratitelja, s obzirom da je većina poznatih Am zvijezde u relativno bliskim dvojnim sustavima (npr. Abt i Levy, 1985., procijenili su da oko 75% od Am zvijezda imaju pratioca u orbiti s razdobljem manjim od 3 godine). Dodatno, gravitacijsko taloženje helija potiskuje konvekcijsku zonu helija, koja onemogućava kemijsko odvajanje u zonu konvekcije vodika. Odatle, kemijski elementi se mogu prenijeti u fotosferu mehanizmom premašivanja.

### Ap zvijezde

Većina zvijezda Ap tipa toplije je od zvijezda A tipa, tako da su zapravo spektralni tip B. Ali raspon ovih neobičnih zvijezda proteže se do ranih F-tipova, zbog čega se ta klasa često naziva Cp. U odnosu s vrućim Ap zvijezdama su He-jake i He-slabe zvijezde, kao i HgMn zvijezde. Za razliku od Am zvijezde, ovdje samo neki određeni kemijski elementi pokazuju abnormalne zastupljenosti. Drugačije skupine među Ap zvijezdama su klasificirane, ovisno o tome koji element prikazuje posebne zastupljenosti. Među njima se najviše ističu Sr II, Si II, Eu II i Cr II. Neki elementi rijetkih zemalja također mogu imati posebne zastupljenosti, ali to obično nije eksplicitno navedeno u nazivu tipa spektralne klasifikacije. Osim u slučaju kasnije spomenutih roAp zvijezda, profili Balmerovih linija su još uvijek dobar pokazatelj temperature. Polovica Ap zvijezda pokazuje spektralnu varijabilnost uzrokovanu mrljama na površini. Zato suficitarni elementi nisu ravnomjerno raspoređeni u atmosferi, ali pokazuju jedno ili više točaka povećane zastupljenosti elemenata, što se može objasniti prilično jakim magnetskim poljima u ovim zvijezdama. Dodatna Lorentzova sila na nabijene ione može utjecati na kemijske anomalije, osobito na magnetskim polovima.

### Brzo oscilirajuće Ap zvijezde (roAp zvijezde)

Ekstremni slučaj kemijski neobičnih zvijezda su roAp zvijezde, koje brzo osciliraju i iskrivljuju atmosferu na takav način da krila Balmerovih linija odgovaraju modelima zvijezda sa 7000 - 8000 K, dok bi jezgre odgovarala efektivnoj temperaturi od 6000 K (Cowley i dr., 2001.). Najneobičnija pronađena roAp zvijezda je zvijezda Przybylskog (Przybylski, 1961), zvijezda G0 tipa koja pokazuje značajan suficit rijetkih zemalja, pa čak i kratkoživućih radioaktivnih iona, kao što su Tc ili Pm.

### $\lambda$ Bootis zvijezde

Prilično rijedak podtip (oko 2%) zvijezda A tipa su  $\lambda$  Bootis zvijezde. Njihova glavna karakteristika je slab metalni spektar, posebno slaba linija Mg II, odnosno karakteristično mali omjer Mg II  $\lambda$  4481 / Fe I  $\lambda$  4383. Inače bi se svrstali u rane zvijezde prema Balmerovim linijama, ali pokrivaju spektralne tipove od A0 do F3 i čini se da su u glavnom nizu. Većina njih pokazuje nisku zastupljenost metala, osim C, N, O i S, koje su blizu solarnih vrijednosti. Ove zvijezde pripadaju Populaciji I i stoga su zagonetne, jer bi prema tome trebale biti bogate metalom. Jedno od mogućih objašnjenja moglo bi biti nakupljanje međuzvjezdane plina, gdje su teži elementi vezani u zrnca prašine, dok su lakši još uvijek u plinovitoj fazi. Za

mnoge zvijezde postoje znakovi postojanja plinskih ovojnica koje bi bile apsorbirane iz atmosfere zvijezde, što bi moglo objasniti prividno niski metalicitet.

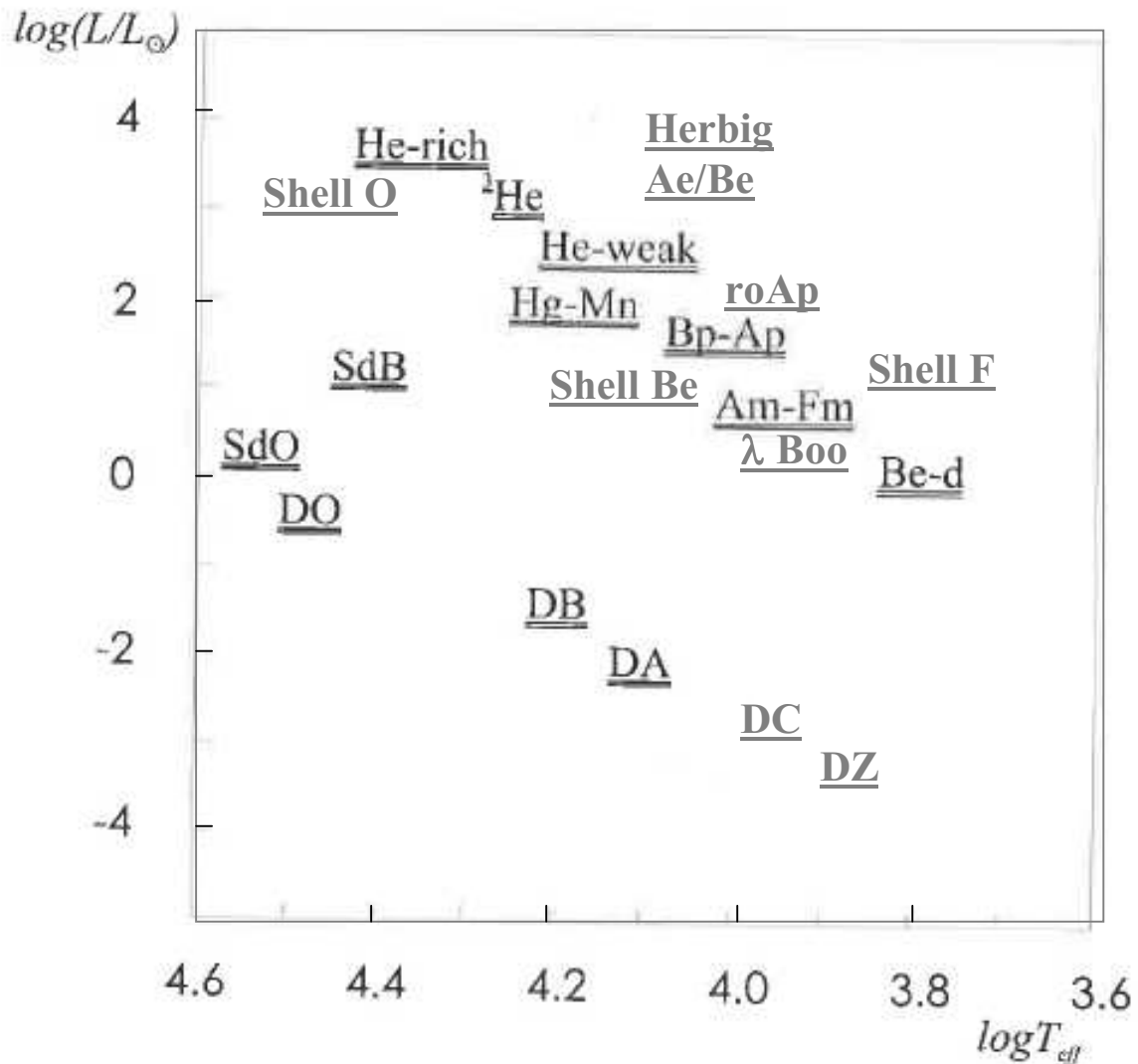
### Herbig Ae/Be zvijezde

Herbig Ae/Be zvijezde su u kratkom vremenskom razmaku protozvijezde u kolapsu koje se razvijaju u zvijezde glavnog niza. To su zvijezde tipa B ili A koje pokazuju višak emisijskih linija u infracrvenom zračenju, zbog toplinske emisije od strane međuzvjezdanog materijala. Takve je zvijezde ponekad teško istražiti, jer se njihov kemijski sastav može mijenjati materijalom iz zvjezdanog diska ili ljuske oko zvijezde i materijalom u odgovarajućem području stvaranja zvijezde. Okolni materijal ne utječe na snagu Balmerovih linija koja ovisi o temperaturi i stoga spektralne linije kao Ca I na 4426 Å i 4226 Å mogu biti korištene za određivanje spektralnog tipa. Nasuprot tome, Ca II K-linija ili He I linije mogu biti djelomično nefotosferski i često pokazuju varijacije u vremenskim nizovima spektra. Za određivanje sjaja se mogu koristiti ili krila Balmerovih linija u zvijezdama ranog tipa, ili ionizacijske ravnoteže. Ali potonje su sumnjive, posebno linije koje se stvaraju iz metastabilne razine. Mora i dr. (2001) identificirali su nekoliko pretežno fotosferskih linija, kao npr linije Na D I na 5890 Å, Ca I na 6102, 6122 i 6162 Å, Fe I na 6495 Å i Li I na 6708 Å. Emisijske linije koje su se mogle formirati u okolnim ili međuzvjezdanim područjima su opet linije Na D I, H $\alpha$ , He I na 5875 i 6678 Å, neki difuzni međuzvjezdani pojasevi i neke zabranjene linije O I na 6300 i 6363 Å, S II na 6716 i 6731 Å i N II na 6527, 6548 i 6583 Å koje nastaju iz plazme niske gustoće.

### Ljuskaste zvijezde

Ljuskaste zvijezde tipa A imaju krila Balmerove linije, koja se odnose na patuljke sve do divova, ali pokazuju neke spektralne karakteristike superdivova, kao što su Fe II i Ti II linije, tzv. "linije ljuske", uglavnom se radi o linijama 42 Fe II između 4900 – 5200 Å i pojačanoj liniji na 4233 Å. Većina njih su kasne zvijezde B tipa, ali mogu biti i rane F-tip. Formiranje ljuski još nije jasno, ali je vjerojatno da su ljuskaste zvijezde zapravo hladne ljuskaste zvijezde Be/B tipa. Dok mnoge ljuskaste zvijezde tipa A ne pokazuju spektralnu varijabilnost, Jaschek i Andrillat (1998.) promatrali su 14 ljuskastih zvijezda Ae i A tipa i pronađene spektralne varijacije u najmanje 8 od njih i veliki dio njih pronađen je u više sustava. Jaschek i dr. (1991) pokazali su mogućnost razlikovanja ljuskaste zvijezde od normalnih A zvijezda po njihovom većem intenzitetu tripleta O I na 7773 Å. Prototip  $\beta$  Pic (također i HD 39060) je A6V zvijezda okružena protoplanetarnim diskom plina i prašine, koji

pokazuje uske apsorpcijske linije u Ca II K i druge linije, koje mogu biti varijabilne radijalne brzine i snage. Sami spektri izgledaju "normalno", osim blago pojačane linije Fe II na 4233 Å. Mogu se pronaći i drugi primjeri, a mnogi od njih pokazuju  $\lambda$  Bootisov fenomen.



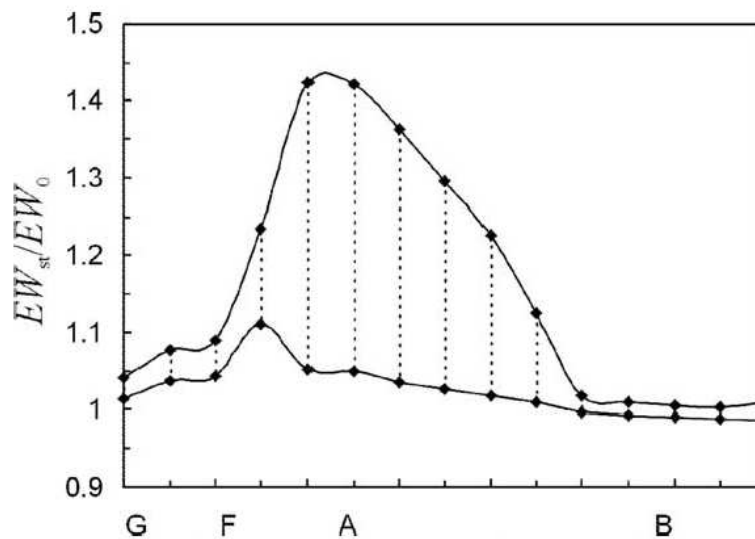
Sl. 1. Razmještaj CP zvijezda, potpatuljaka i bijelih patuljaka u H-R dijagramu (različiti izvori: Adelman, 2004, Boesgaard, 1976, Chandrasekhar, 1931, 1934, 1958, 1960, Dufour i dr., 2005, 2007, 2008a, 2008b, Gautschy, 2015, Herwig i dr., 1999, Hollands i dr., 2017, 2018, Hayashi i dr., 1962, Hertzsprung, 1909, Fontaine i Wesemael, 1987, Koester i Chanmugam, 1990, Liebert i dr., 1986, 1987, MacDonald, 1989, Preston, 1974, Russel, 1914, Schwarzschild, 1965, Simić, 2010, Smith, 1996, Strömngren, 1956, Tutukov, 1991, Vauclair i Vauclair, 1982, Walborn, 1970, 1971, 1976)

### 5.1.2 Starkovo širenje linija u spektrima A zvijezda

Na primjeru Nd II pokazano je da je mehanizam Starkovog širenja najznačajniji upravo kod zvijezda spektralnog tipa A (Popović i dr., 2001b). Na slici 2 vidimo odnos ekvivalentnih širina sa i bez utjecaja Starkovog širenja u ovisnosti o spektralnog tipu. Za proračun ekvivalentnih širina korišteni su Kuruczovi modeli atmosfere (Kurucz, 1993). Razlika između najvećeg i najmanjeg odnosa ekvivalentnih širina sa i bez uzimanja u obzir Starkovog širenja doseže svoj maksimum kod A tipa zvijezde. Objašnjenje za to možemo naći u spektralnim karakteristikama A tipova zvijezda. Uvjeti u zvjezdanoj plazmi između ostalog ovise o količini pozitivno nabijenih iona i elektrona koji je sačinjavaju. Općenito u nekoj zvijezdi površinske temperature od 3000 K pa sve do 30000 K, metali poput Li, Na, Mg, Al, K ili Ca koji imaju energiju prve ionizacije oko 5 eV, potpuno su ionizirani, za razliku od nemetala poput H, C, N, O, F, P, S, Cl ili Ar čija je energija ionizacije u rasponu od 10 do 20 eV te uspijevaju biti samo djelomično ionizirani, dok su He i Ne s ostalim plemenitim plinovima, kojima je energija ionizacije veća od 20 eV, djelomično ionizirani čak i u najtoplijim zvijezdama. Prema tome, u zvijezdama do efektivne temperature od oko 6000 K za stvaranje slobodnih elektrona o kojima ovisi Starkovo širenje zaslužni su metali poput natrija čija je ionizacija, tj. odnos između broja jednostruko ioniziranog atoma prema broju neutralnih atoma, na toj temperaturi oko  $10^7$  puta veća od ionizacije vodika, kojega međutim npr. u atmosferi Sunca ima oko  $10^6$  puta više nego natrija. Pretpostavimo da povećavamo temperaturu dok gustoća elektrona ostaje oko  $10^{19} \text{ m}^{-3}$ . Od 6000 K do oko 9000 K ionizirat će se oko 50% vodika, dok će se na temperaturi od oko 12000 K ionizirati uglavnom sav vodik. Nakon toga počinje ionizacija helija u prvo ionizacijsko stanje. Daljnjim povećavanjem temperature do 15000 K ionizirat će se oko 50% helija, sve dok na temperaturi od oko 18000 K uglavnom sav helij ne bude jednostruko ioniziran (Phillips, 1996). Dakle, ionizirani vodik je u temperaturnom intervalu od 7000 K do 11000 K koji otprilike odgovara zvijezdama A spektralnog tipa, uz metale 4. periode koji u tom rasponu dostižu drugi stupanj ionizacije (vidjeti npr. Bowers i Deeming, 1984), glavni izvor slobodnih elektrona o čijoj gustoći ovisi Starkovo širenje. Balmerove linije su najintenzivnije kod A tipova jer se u tom temperaturnom rasponu ionizacije vodika najviše vodikovih atoma nalazi u prvom povišenom energijskom stanju. To možemo potvrditi i pomoću kriterija luminoznosti upotrebljenom u Morgan-Keenan klasifikaciji zvjezdanih spektara, koji je nekonzistentan sa Starkovim širenjem vodikovih linija. Starkova krila vodikovih linija gube svoju osjetljivost na tlak vrlo brzo kako se udaljavamo od Balmerovog maksimuma od kasnijih tipova prema ranijima. Kod



podtipa A3 senzitivnost na gravitaciju samo je neznatno manja od onih kod ranijih A tipova. (Gray i Garrison, 1987, 1989a, 1989b) Nakon potpune ionizacije vodika praktički nema više povećavanja elektronske gustoće jer je doprinos prve helijeve ionizacije vrlo mali, oko  $10^{-10}$  puta manji od vodikovog (Phillips, 1996). Prema tome, uvjeti u plazmi od oko 11000-12000 K pa na više ne mijenjaju se mnogo, kao ni Starkovo širenje, dokle god se u svojoj evolucijskoj fazi zvijezda nalazi na glavnom nizu H-R dijagrama. U pojednostavljenoj slici, odlaskom sa glavnog niza zvijezda uglavnom pod utjecajem dodatnih procesa nukleosinteze nakon paljenja vodika u ovojnici povećava svoje dimenzije, zbog čega se koncentracija elektrona-perturbera može samo smanjivati, pa se time smanjuje i utjecaj Starkovog širenja na spektralne linije. U tim završnim fazama života zvijezde u spektralnim linijama dominira Dopplerovo širenje, sve dok ne dođe do degeneracije elektronskog plina prilikom nastajanja bijelih patuljaka u slučaju manje masivnih zvijezda, prilikom čega dolazi do bitnijih promjena fizikalnih uvjeta u plazmi.



Sl. 2. Maksimalni (gornja linija) i minimalni (donja linija) odnos ekvivalentnih širina sa ( $EW_{st}$ ) i bez uzimanja u obzir Starkovog širenja ( $EW_0$ ), za različite spektralne tipove za 38 Nd II spektralnih linija (Popović i dr., 2001b). Ekvivalentne širine izračunate su korištenjem Kuruczovih modela atmosfere (Kurucz, 1993).

### 5.1.3 Specifičnosti modeliranja atmosfere kod A tipova zvijezda

Prve modele atmosfere A tipova zvijezda nalazimo npr. kod Osawe (1956), dok je jedan od najnovijih radova na tu temu npr. Heuserov (2018). Atmosfera A zvijezde je relativno mirna i opravdano je korištenje LTE pristupa (Heuser, 2018). Za normalne A zvijezde uzima se  $\log A = 3.8$  kao i kod Sunca. Radijativna i hidrostatska ravnoteža se podrazumijeva (Osawa, 1956), pri čemu vrijede relacije (B1) i (B12) iz priloga B. Koristi se planparalelna aproksimacija atmosfere prema kojoj jednačba prijenosa (B4) prelazi u:

$$\mu \frac{dI_\lambda}{d\tau_\lambda} = -I_\lambda + S_\lambda \quad (69)$$

pri čemu se u funkcija izvora doprinos raspršenja zanemaruje ( $S_\lambda = B_\lambda$ , LTE). Zbog zanemarivanja doprinosa raspršenja također vrijedi:

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{g}{\bar{\kappa}} \quad (70)$$

što je rezultat dijeljenja relacije (B1) sa (B2) uz uvjet  $\sigma_\lambda \rightarrow 0$ . Prijelaz sa monokromatskih vrijednosti  $\tau$  i  $\bar{\kappa}$  koje se koriste za modeliranje sive atmosfere (jednačbe B1 – B12) na odgovarajuće vrijednosti  $\tau_\lambda$  i  $\kappa_\lambda$  za pojedine valne duljine vrši se na način:

$$\tau_\lambda = \int_0^\tau \frac{\kappa_\lambda}{\bar{\kappa}} d\tau \quad (71)$$

s time da je uvijek moguće u praksi, radi pojednostavljenja, odabrati  $\tau_\lambda$  i  $\kappa_\lambda$  tako da vrijedi  $\kappa_\lambda / \bar{\kappa} \sim 1$ , što vodi do zadržavanja Rosselandovog opaciteta i u korigiranom modelu (Strom i Avrett, 1964)

Izračunavanje svjetlosnog toka ovisnog o valnoj duljini vrši se korištenjem integralno-eksponecijalne funkcije drugog reda  $E_2$ :

$$F_\lambda = 2 \int_{\tau_\lambda}^{\infty} B_\lambda(t_\lambda) E_2(t_\lambda - \tau_\lambda) dt_\lambda - 2 \int_{\tau_\lambda}^{\infty} B_\lambda(t_\lambda) E_2(\tau_\lambda - t_\lambda) dt_\lambda \quad (72)$$

gdje je  $B_\lambda$  Planckova funkcija a eksponencijalni integral  $E_n$  definiran na način:

$$E_n(x) = \int_1^\infty t^{-n} e^{-xt} dt = x^{n-1} \int_x^\infty t^{-n} e^{-t} dt \quad (73)$$

Osawa (1956) za nalaženje svjetlosnog toka koristi Chandrasekharovu metodu reprezentativnih točaka (Chandrasekhar, 1960) i to za  $\tau = 0$  aproksimaciju triju točaka:

$$F_\lambda = 0.767B_\lambda(0.287) + 0.2265B_\lambda(1.814) + 0.0065B_\lambda(5.385) \quad (74)$$

dok se za ostale vrijednosti optičkih dubina koristi aproksimacija dviju točaka

$$F_\lambda = 0.883B_\lambda(\tau_\lambda + 0.397) + 0.1161B_\lambda(\tau_\lambda + 2.723) - d_1B_\lambda(t_1) - d_2B_\lambda(t_2) \quad (75)$$

pri čemu su težinski koeficijenti  $d_1$  i  $d_2$  za reprezentativne točke  $t_1$  i  $t_2$  uzeti iz tablica (Chandrasekhar, 1960, također i Aller, 1963). Temperaturnu korekciju slojeva iz sive atmosfere moguće je izvršiti metodom koju predlaže Swihart (1956). Prema toj metodi, četvrtu potenciju temperature moguće je razviti u ovisnosti o optičkoj dubini:

$$T^4 = \frac{3}{4} T_{eff}^4 [a + b\tau + c E_2(\tau) + d E_3(\tau)] \quad (76)$$

gdje su  $E_2$  i  $E_3$  eksponencijalni integrali drugog i trećeg reda. Koeficijente  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  moguće je odrediti iterativno. Postoje i ostali načini za korekciju temperature, od kojih je najčešće u upotrebi Avrett-Krookova metoda (npr. Collins, 2003). Korekcija se vrši primjenom računa smetnje prikazivanjem vrijednosti  $\tau_0$ ,  $T(\tau_0)$  i  $I_\lambda(\mu, \tau_0)$  u obliku

$$\begin{aligned} \tau_0 &= t + \eta \tau^{(1)}(t) \\ T(\tau_0) &= T^{(0)}(t) + \eta T^{(1)}(t) \\ I_\lambda(\mu, \tau_0) &= I_\lambda^{(0)}(t, \mu) + \eta I_\lambda^{(1)}(t, \mu) \end{aligned} \quad (77)$$

gdje je  $0 < \eta \leq 1$  parametar smetnje, dok se funkcije  $\kappa_\lambda(\tau_0)$  i  $B_\lambda[T(\tau_0)]$  razvijaju u Taylorov red i zadržavaju prvi članovi u razvoju. Vrijednost za korigiranu temperaturu dobiva se uvrštavanjem u jednadžbu prijenosa za planparalelni model atmosfere s čistom apsorpcijom ( $S_\lambda(\tau_0) = \kappa_\lambda(\tau_0) B_\lambda[T(\tau_0)]$ ).

Boltzmann-Sahine jednadžbe za najniža ionizacijska stanja vodika u logaritamskom obliku glasit će

$$\log \frac{N(H^-)}{N(H)} = -0.12 + 0.7\theta - 2.5 \log T + \log P_e \quad (78a)$$

$$\log \frac{N(H^+)}{N(H)} = -0.48 - 13.53\theta + 2.5 \log T - \log P_e \quad (78b)$$

$$\log \frac{N_n(H)}{N(H)} = 2 \log n - 13.53(1 - n^{-2})\theta \quad (78c)$$

gdje su  $T$  temperatura,  $P_e$  elektronski tlak,  $n$  glavni kvantni broj stacionarnog stanja, a  $\theta$  temperaturna funkcija koja iznosi

$$\theta = \frac{5040}{T} \quad (79)$$

dok gustoću plina možemo izračunati prema relaciji

$$\rho = \frac{P}{7.916(1 + x_H)T} \quad (80)$$

gdje je  $x_H$  stupanj ionizacije vodika, s obzirom da će vodik praktički dominirati u doprinosu ukupnom tlaku  $P$ . Želimo li izračunati geometrijsku visinu pojedinog atmosferskog sloja, možemo koristiti integral:

$$h_0 - h = \frac{9.57 \cdot 10^{11}}{g} \int_{p_0}^p \frac{1 + x_H}{\theta} d \log P \quad (81)$$

Integriranje se najčešće vrši numerički, npr. pomoću Cotesovih formula (Stromgren, 1944).

## 5.2 Bijeli patuljci

Svaka zvijezda, uz uvjet da se potpuno ne raspadne, može skončati na jedan od tri načina. Prvi način je da završi kao crna rupa, a drugi kao neutronska zvijezda. Velika većina svih zvijezda (oko 90% njih), uključujući i naše Sunce, završit će na treći način, kao bijeli patuljak (Koester i Weidemann, 1980). Da bi neka zvijezda završila kao bijeli patuljak, njena masa mora biti ispod kritične vrijednosti, procijenjene u rasponu od 6 do 8 Sunčevih masa. Nakon što postane bijeli patuljak, masa do tada postojeće zvijezde past će na ispod 1.4 Sunčeve mase, dok će njen radijus biti reda veličine Zemljinog. Na tako ekstremnoj gustoći, reda veličine  $10^6 \text{ g/cm}^3$ , koju još uvijek nije moguće postići u zemaljskim laboratorijima, elektroni postaju degenerirani, i njihova kvantna priroda, izražena Paulijevim principom isključivosti, određuje jednadžbe stanja, strukturu bijelog patuljka i postojanje njegove granične mase (Chandrasekhar, 1931). Do 1920. godine bila su poznata samo tri kandidata za bijelog patuljka: 40 Eridani B, Van Maanen 2 i Sirius B, dok nisu mjerenja Dopplerovog pomaka na dvojnem sustavu Sirius potvrdila da se u sva tri slučaja zaista radi o bijelim patuljcima. Do kraja dvadesetog stoljeća je identificirano više od tisuću opaženih bijelih patuljaka (Koester i Chanmugam, 1990).

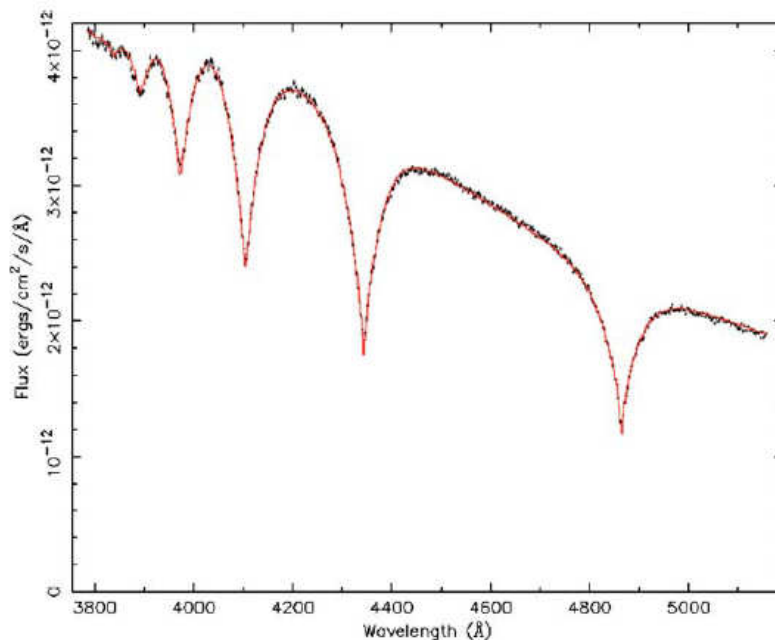
U pojednostavljenom scenariju, zvijezda evoluiru u bijelog patuljka nakon faze paljenja vodika a zatim i helija, prilikom čega se formira jezgra zvijezde od ugljika i kisika okružena ovojnicom od helija i vodika. Temperatura jezgre se povećava zbog njene kontrakcije pod utjecajem gravitacije, što uzrokuje paljenje helija u ovojnici, pri čemu se ovojnica odvaja od zvijezde formirajući planetnu maglicu. Jezgra, čija kontrakcija nije bila dovoljna za paljenje ugljika, i dalje se smanjuje kao jedini kompaktni dio i zvijezda skončava kao vrući bijeli patuljak. Kako se bijeli patuljak hladi, tlak generiran termičkim gibanjem iona postaje manje bitan i počinje prevladavati tlak degeneriranih elektrona koji nastoji održati bijelog patuljka u kompaktnom stanju (Phillips, 1994). Gustoća degeneriranog elektronskog plina ne ovisi više o temperaturi, nego o brzini elektrona koja ne prelazi određenu gornju granicu i koja se u konačnici, ovisno o početnim parametrima za vrijeme formiranja bijelog patuljka, može približiti i brzini svjetlosti. Pri tome tlak degeneriranog plina ovisi samo o gustoći elektrona (Kippenhahn i Weigert, 1994). U ovakvim okolnostima, stvaraju se vrlo pogodni uvjeti da na spektralne linije utječe Starkovo širenje kao dominantni mehanizam širenja linija. Dosadašnje analize postojećih modela atmosfere bijelog patuljka pokazuju da Starkovo širenje linija postaje značajnije od Dopplerovog širenja već u njegovim površinskim

slojevima, i ostaje dominantno na većim atmosferskim dubinama (od novijih istraživanja vidjeti npr. Majlinger i dr., 2017, 2020).

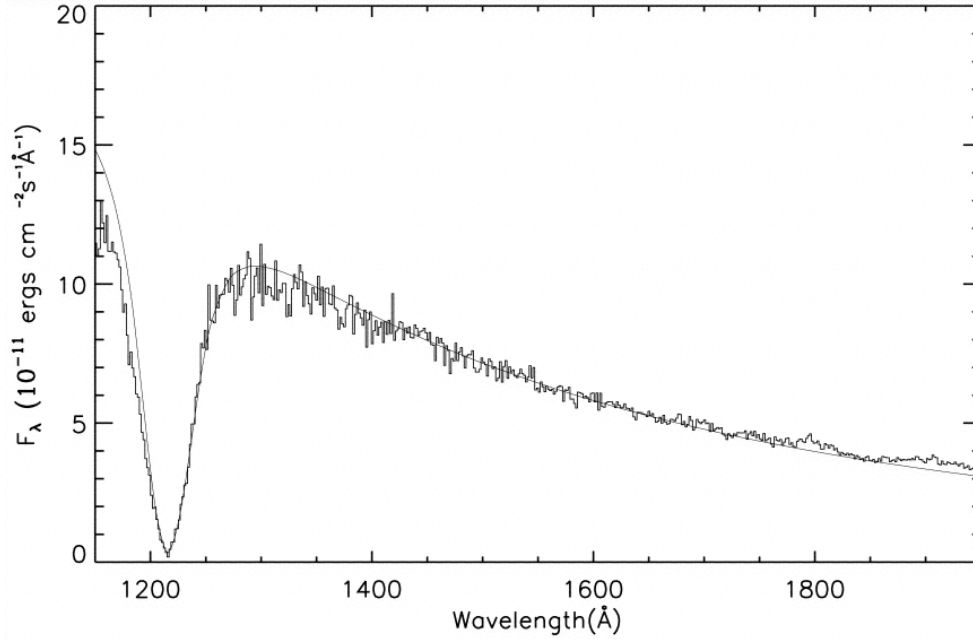
### 5.2.1 Spektralne karakteristike i Starkovo širenje

Nakon što je Johannes Stark (1913) otkrio utjecaj električnog polja na širenje vodika, koji je objasnio širenje spektralnih linija u plinovima pod visokim tlakom, pojavljuju se prvi znanstveni radovi o primjeni ovog učinka na astrofiziku. Na primjer, Verweij (1936) je koristeći najranije modele atmosfere ukazao na značaj Starkovog širenja u spektrima zvijezda tipa A, gdje su Balmerove linije najintenzivnije, a u spektrima bijelih patuljaka s površinskom gravitacijskom  $\log g > 5$ , gdje ovaj učinak postaje vidljiv čak i u središnjim dijelovima vodikovih spektralnih linija.

Na slikama (3) i (4) vidimo dijelove spektra Siriusa B (Holberg i dr., 1998, Barstow i dr., 2005). Primjećujemo da su vodikove linije vrlo proširene. Spektar bijelih patuljaka općenito je siromašan linijama u usporedbi sa spektrom zvijezda, a među prisutnim spektralnim linijama prevladava šum kao rezultat dominantnog doprinosa elektronskog raspršenja ukupnom opacitetu.



Sl. 3. Balmerove linije u spektru Siriusa B (crno – mjereni spektar, crveno – sintetski spektar, Barstow i dr., 2005)



Sl. 4 Ly $\alpha$  linija u spektru Siriusa B (EUVE, Holberg i dr., 1998). Tamnija linija – mjereni spektar, siva linija – sintetski spektar

### 5.2.2 Specifičnosti modeliranja atmosfere bijelih patuljaka

Računalna izrada modela atmosfere bijelih patuljaka ne razlikuje se previše od modeliranja atmosfera zvijezda (Koester, 2008). Ipak, s obzirom na specifičnosti samog objekta poželjno je unijeti potrebne modifikacije:

- a) modeli atmosfere su jednostavniji jer se uzima u obzir zastupljenost samo dva elementa, vodika i/ili helija
- b) koriste se aproksimativne metode u rješavanju jednadžbi prijenosa
- c) modeliranje se najčešće vrši pod pretpostavkom NLTE uvjeta
- d) kontinuirani koeficijent apsorpcije ovisi pretežno o elektronskom raspršenju

Koriste se jednadžbe Sahe za vodik i helij (Ström i Avrett, 1965):

$$\log A_H = -\frac{0.68247 \cdot 10^5}{T} - \log P_e + 2.5 \log T + \log 2 \left( \frac{B_1}{B_0} \right)_H \quad (82a)$$

$$\log A_{He} = -\frac{102388 \cdot 10^5}{T} - \log P_e + 2.5 \log T + \log 2 \left( \frac{B_1}{B_0} \right)_{He} \quad (82b)$$

$$\log B_{He} = -\frac{2.7419 \cdot 10^5}{T} - \log P_e + 2.5 \log T + \log 2 \left( \frac{B_2}{B_1} \right)_{He} \quad (82c)$$

gdje su  $A_H = N_1^H/N_0^H$ ,  $A_{He} = N_1^{He}/N_0^{He}$  i  $B_{He} = N_2^{He}/N_1^{He}$  pri čemu su  $N_j^X$  j-ta ionizacijska stanja atoma elementa  $X$  ( $j = 0$  za neutralne atome).  $T$  predstavlja temperaturu u K,  $P_e$  elektronski tlak u dyn cm<sup>-2</sup> a  $(B_i)_X$  su particijske funkcije za pojedini element  $X$  za i-to ionizacijsk stanje.

Najpopularnije aproksimativne metode za rješavanje jednadžbi prijenosa, koje se također uspješno upotrebljavaju i za modeliranje zvjezdanih atmosfera, su ubrzana ili aproksimativna  $\Lambda$ - iteracija (npr. Hubeny, 2003) i Feautrierova metoda (npr. Koester, 2008). Zbog prirode rubnih uvjeta, jednadžba prijenosa kao diferencijalna jednadžba prvog reda numerički se teško rješava. Feautrierova metoda (Feautrier, 1964) funkciju intenziteta dijeli na simetrični ( $u$ ) i antisimetrični dio ( $v$ ):

$$u(\tau, \mu) = \frac{I(\tau, \mu) + I(\tau, -\mu)}{2} \quad (83)$$

$$v(\tau, \mu) = \frac{I(\tau, \mu) - I(\tau, -\mu)}{2} \quad (84)$$

pri čemu je  $\mu > 0$  a oznaka  $-\mu$  uvodi se za negativne kuteve. Koristeći definicije  $u(\tau, -\mu) = u(\tau, \mu)$  i  $v(\tau, -\mu) = -v(\tau, \mu)$  jednadžbe radijativnog prijenosa pretvaramo u Feautrierove diferencijalne jednadžbe drugog reda

$$\mu^2 \frac{d^2 u}{d\tau^2} = u - S \quad (85)$$

$$v = \mu \frac{du}{d\tau} \quad (86)$$

za koje je jednostavnije naći rješenje numeričkim metodama.

Akcelerirana ili aproksimativna  $\Lambda$  - iteracija (ALI) je proširenje  $\Lambda$  - iterativne metode čije je formalno rješenje jednadžbe prijenosa

$$J_\lambda = \frac{\int_{-l}^l I_\lambda(\mu) d\mu}{2} = \frac{\int S_\lambda(t_\lambda) E_1(t_\lambda - \tau_\lambda) dt_\lambda}{2} = \Lambda_\tau(S_\lambda(t_\lambda)) \quad (87)$$



što predstavlja i definiciju  $\Lambda$  integralnog operatora. Rješenje se nalazi iterativno između odabira funkcije izvora i momenta intenziteta:

$$S_\lambda(\tau) = (1 - \varepsilon) J_\lambda(\tau) + \varepsilon B_\lambda(\tau) \quad (88)$$

gdje je  $\varepsilon$  vjerojatnost sudarnog uništenja. Da bi se  $\Lambda$ - iteracija ubrzala,  $\Lambda$  operator se korigira razbijanjem na dva člana:

$$\Lambda_\tau = \Lambda_\tau^* + (\Lambda_\tau - \Lambda_\tau^*) \quad (89)$$

gdje je  $\Lambda_\tau^*$  adekvatno odabrani aproksimativni  $\Lambda$  operator. Jedan od prigodnih odabira za  $\Lambda_\tau^*$  predlažu Olson i Kunasz (1978):

$$\Lambda_\tau^* = 1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \left( \frac{1 - \exp(-\Delta\tau_{d-1/2})}{\Delta\tau_{d-1/2}} + \frac{1 - \exp(-\Delta\tau_{d+1/2})}{\Delta\tau_{d+1/2}} \right) d\mu \quad (90)$$

gdje su  $\Delta\tau_{d-1/2} = \tau_d - \tau_{d-1}$  i  $\Delta\tau_{d+1/2} = \tau_{d+1} - \tau_d$  razlike optičkih dubina uzastopnih slojeva atmosfere oko d-tog sloja.

### 5.3 Starkovo širenje linija u spektrima ostalih objekata

Sa aspekta teorije Starkovog širenja, osim općenito kod bijelih patuljaka posebno je zanimljivo istražiti i spektre kod objekata koje u svom evolutivnom razvoju prethode formiranju bijelog patuljka, tzv. predpatuljke, te objekte kao što su vrlo vrući patuljci i podpatuljci sa deficitom vodika, koji pokrivaju raspon efektivnih temperatura od 75000 – 180000 K i log g od 5.5 do 8. Prema tome, za analizu i sintezu spektara i modeliranje atmosfere vrućih bijelih patuljaka, PG1159 zvijezda, vrućih B podpatuljaka, post-AGB objekata kao što su centralne zvijezde planetnih maglica, neophodno je poznavanje što preciznijih Starkovih širina većeg broja spektralnih linija različitih atoma i iona (Dimitrijević i dr., 2011). Tu možemo svrstati i H-deficitarne tzv. O(He) zvijezde sa vrlo intenzivnim He II linijama, čiji evolucijski status još uvijek ostaje nepoznat – iako postoji nekoliko scenarija o razvoju ovih objekata, oni se još uvijek ne mogu objasniti postojećim evolucijskim modelima (Rauch i dr., 2008, Werner i dr., 2014). Kao još jednu nepoznanicu možemo istaći i H-

suficitarnu O(H) post-AGB centralnu zvijezdu planetarne maglice GD 605 čija se zastupljenost argona teško može objasniti postojećim teorijskim okvirima o nukleosintezi elemenata u AGB zvijezdama (Fontaine i dr, 2008). Kao što ističu Rauch i dr. (2007), podaci o Starkovom širenju za linije mnogih iona koje bi mogle biti od astrofizičkog interesa još uvijek nedostaju u literaturi, što bi svakako trebalo predstavljati izazov, kako za sadašnje, tako i za buduće znanstvenike. Potreba za određivanjem zastupljenosti mnogih elemenata koji se u zvjezdanim spektrima mogu naći u tragovima potaknuto je i razvojem spektrometrijske tehnologije, a kao primjer možemo spomenuti FUSE satelitski uređaj (*Far Ultraviolet Spectroscopic Explorer satellite*), koji je astronomima omogućio uvid u velik broj visokorazlučivih spektara vrućih zvijezda unutar raspona valnih duljina od 907-1187 Å (Dimitrijević i dr., 2011, Fontaine i dr., 2008).

## 6. SMISAO ODABIRA PRIJELAZNIH METALA

Prijelazni metali sastoje se od atoma sa djelomično popunjenim  $(n-1)d$  orbitalama, čiji su energijske razine bliske razinama u  $ns$  i  $np$  orbitalama. S obzirom na to da im na raspolaganju stoji veći broj slobodnih orbitala sposobnih za stvaranje kemijske veze, atomi i ioni prijelaznih elemenata skloni su oko sebe vezati veći broj atoma ili grupa atoma (liganada) oko centralnog atoma ili iona, stvarajući tako kompleksne spojeve čija je geometrijska skruktura ponekad složenija od običnih planarnih, tetraedarskih ili heksaedarskih struktura. Većina minerala koji se mogu naći na zemljinoj površini ili ispod nje zapravo se sastoji od kristala kompleksnih spojeva, pa je proučavanje prijelaznih metala mineralozima od izuzetnog značaja. Osnove kemije teorije kompleksnih spojeva, tzv. teoriju koordinacije postavio je švicarski kemičar Werner 1893. uglavnom i na temelju proučavanja većeg broja različitih kobaltnih spojeva. (Grdenić, 1987)

Zbog velike bliskosti energijskih razina unutar same  $d$  podljuske, apsorpcija svjetlosti atoma ili iona prijelaznih elemenata zbivat će se uglavnom u vidljivom području, pa su kako prijelazni metali tako i njihovi spojevi važni i za tehnologiju izrade umjetnih boja. Također su i kod iona unutarprijelaznih elemenata mogući prijelazi između različitih  $4f$  odnosno  $5f$  nepopunjenih orbitala, što će isto rezultirati apsorpcijom u vidljivom dijelu spektra, s time što će kod lantanida i aktinida boje proizlaziti iz elektronske konfiguracije, dok će u slučaju prijelaznih metala boja biti rezultat tzv. koordinacijskog broja (broja liganada oko centralnog iona). Tako će npr. ion kobalta  $\text{Co}^{2+}$  sa klorom tvoriti kobalt klorid koji je plave boje zbog tetraedarske strukture (struktura spinela), dok će sa fluorom tvoriti oktaedarski kobalt fluorid crvene boje (struktura rutila).

Osim toga, zbog prisustva nesparenih elektrona u orbitalama, prijelazni a posebno unutarprijelazni metali posjedovat će magnetna svojstva, što je korisno u tehnologiji izrade novih materijala sa specifičnim fizikalnim svojstvima (Jelačić, 1982).

Za potrebe astrofizike, važnost spektroskopije prijelaznih i unutarprijelaznih elemenata očituje se prvenstveno u određivanju zastupljenosti tih elemenata u tzv. kemijski neobičnim zvijezdama, kod kojih možemo očekivati značajno odstupanje prijelaznih i unutarprijelaznih metala u odnosu na njihovu zastupljenost kod Sunca. Sama zastupljenost elemenata težih od željeza bitna je i za određivanje evolucijske faze zvijezde u smislu proučavanja  $s$ - i  $r$ - procesa nukleosinteze (Burbidge i dr, 1957), koji još u zvijezdama nije dovoljno razjašnjen (npr. cirkonij u trijadi Sr-Y-Zr).

Zadnjih nekoliko desetljeća, sa razvojem spektroskopske i fotometrijske tehnologije i povećanjem spektrometrijske razlučivosti, postaje moguća, da li direktnim ili indirektnim metodama, spektroskopija zvjezdanih i nezvjezdanih objekata koje nemaju dovoljnu površinsku temperaturu da bi razvijali dovoljnu energiju za zračenje vidljive svjetlosti. To su prije svega protozvijezde u ranom stadiju nastajanja, u potpuno konvektivnom stanju, prije razvoja nuklearne fuzije, koje karakterizira efektivna temperatura između 1000 K i 5000 K i odnos  $R < 20 (M/M_{\odot}) R_{\odot}$  gdje su  $R$  i  $M$  redom radijus i masa protozvijezde a  $R_{\odot}$  i  $M_{\odot}$  redom polumjer i masa Sunca. Ovi objekti nalaze se na lijevom dijelu H-R dijagrama i smatra se da su prva faza evolucije zvijezde (Hayashi i dr., 1962). Nalaženje teških metala u spektrima ovih protozvezdanih objekata bilo bi također značajno za izučavanje zvjezdane evolucije. Osim protozvezda koje će jednom u svojoj razvojnoj fazi stići na glavni niz na H-R dijagramu, postoje i one koje će u svom razvoju stati i kod kojih se neće gravitacijskom kontrakcijom uspjeti inicirati termonuklearni proces paljenja vodika, te tako neće postati zvijezde na glavnom nizu, nego će ostati tzv. smeđi patuljci. To su protozvezde mase reda veličine ispod 0.08 masa Sunca (Kippenhahn i Weigert, 1994) ili cca 75 masa Jupitera, što odgovara otprilike masi potrebnoj za fuziju vodika u helij. Masa smeđih patuljaka iznosi u prosjeku između 13 i 75 masa Jupitera i klasificiraju se kao L i T tip smeđeg patuljka, sa efektivnim temperaturama za L tip od otprilike 1300 do 2500 K, odnosno za T tip od cca 750 K do 1500 K. U njihovim spektrima nalaze se jake linije kalcijevog i željeznog hidrida, kao i alkalnih metala (Johnas, 2007) čime se nameće pitanje odakle teški metali u objektima kod kojih nisu mogli nastati u nuklearnom procesu. Što nas dovodi do pitanja, ako je Hoyleova teorija o nastanku elemenata korektna (Hoyle, 1946, 1954, Patrignani i dr, 2016, Wallerstein i dr., 1997), odakle teški metali na Zemlji i do pitanja o evoluciji Sunčevog sustava.

Razvojem spektroskopije posljednjih nekoliko desetljeća postaje popularna i potraga za ekstrasolarnim planetima, ili egzoplanetima, odnosno planetima koje orbitiraju oko drugih zvijezda izvan našeg Sunčevog sustava a koje do nedavno nismo mogli ni detektirati a kamoli spektroskopski analizirati. Spektar atmosfere planeta može se za sada dobiti jedino metodom tranzita, tj. uspoređujući spektar matične zvijezde i planeta za vrijeme njegovog tranzita, sa spektrom same zvijezde kojeg se može dobiti za vrijeme sekundarnog tranzita, uz uvjet da znamo orbitalne parametre dotičnog planeta (Johnas, 2007). Ukoliko planet ne tranzitira matičnu zvijezdu, odnosno ako se njegova putanja ne poklapa sa ravninom promatranja, nemoguće je razdvojiti spektar planeta od matičnog objekta. U potrazi za planetima uglavnom se traže one koje su što sličnije Zemlji, zbog mogućeg razvoja života na planetu koji bi bio sukladan našem. Tu bi identifikacija prijelaznih i unutarprijelaznih elemenata mogla biti

značajna, jer su ti elementi nađeni kao sastojci naših stijena. Iako se uglavnom stjenovitost planeta određuje odnosom zastupljenosti željeza i vodika ( $\log \text{Fe}/\text{H}$ ), odnosno zastupljenošću željeza naspram silicija,  $\log \text{Fe}/\text{Si}$ , ili magnezija,  $\log \text{Fe}/\text{Mg}$  (npr. vidjeti Dumusque i dr., 2014), zastupljenost kobalta, lutecija ili cirkonija čak i u tragovima u planetarnom spektru dobivenom metodom tranzita mogla bi ukazivati da se radi o stjenovitom terestričkom planetu, a ako u spektralnim linijama ne nalazimo dominaciju Van der Waalsovog udarnog širenja, planet je hladan. Ako njegovi orbitalni parametri pokazuju da se nalazi vrlo blizu matičnoj zvijezdi, spektralne linije bi trebale ukazivati na dominaciju Van der Waalsovog a možda i Starkovog širenja, što bi rezultiralo zaključkom da je njegova površinska temperatura najmanje nekoliko tisuća kelvina. Isto tako, ako postoji mogućnost da je matični objekt ekstrasolarnog sustava smeđi patuljak a ne zvijezda, to bi se u njegovom spektru moglo detektirati ako je u spektralnoj liniji dominantno Van der Waalsovo širenje, koje je karakteristično za niže temperature, ali ne i Starkovo (Johnas, 2007).

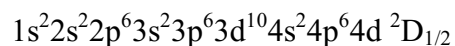
## 8. REZULTATI

Iz metodoloških razloga, prilikom iznošenja rezultata i njihovih primjena odabran je kronološki redoslijed u navođenju razmatranih emitera/apsorbera, koji ujedno slijedi i redoslijed obavljanja samog istraživanja i objavljivanja radova, umjesto uobičajenog, npr. prema prioritetu naboja iona ili redoslijeda elemenata u periodnom sustavu, da bi se naglasilo da je proučavanje spektara išlo od najjednostavnijeg (Zr IV) prema najsloženijem (Co II), s time da se istim redoslijedom povećavao i broj potrebnih linija za izračunavanje širina.

### 8.1 Trostruko ionizirani emiter/apsorber – Zr IV

#### 8.1.1 Spektar

Cirkonij sa rednim brojem 24 spada u skupinu prijelaznih metala. Trostruko ionizirani cirkonij spada u rubidijevu (Rb) izoelektronsku skupinu sa elektronskom konfiguracijom osnovnog stanja (Kramida i dr., 2015)



sa ionizacijskom energijom  $277602.8 \text{ cm}^{-1}$  ( $34.41837 \text{ eV}$ ).

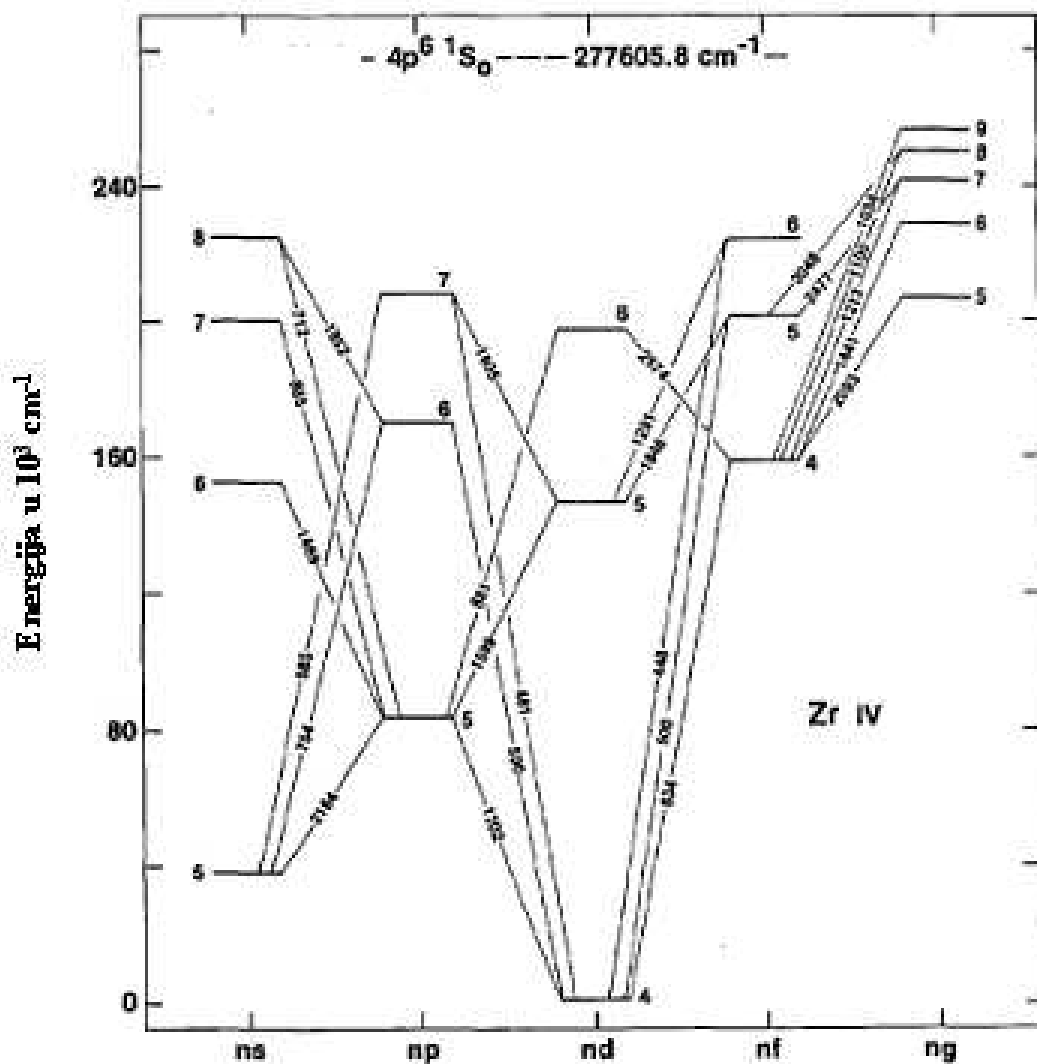
Cirkonij je vrlo važan metal u rudarskoj industriji. Na primjer, kubična struktura  $\text{ZrO}_2$  vrlo je konkurentna industrijska zamjena za dijamant. Neka nedavna istraživanja o spektru cirkonijevih iona u laboratorijskim uvjetima plazme već su učinjena, ali utjecaj Starkove širine na linije spektra u tim istraživanjima nije uziman u obzir (Gaft i dr., 2013). Cirkonij se često nalazi prekomjerno zastupljen u spektru HgMn zvijezda. Kao član trijade Sr-Y-Zr, cirkonij je pokazao vrlo važnu ulogu u proučavanju s- i r-procesa nukleosinteze u HgMn tipu zvijezda, pružajući nam korisne informacije o njihovoj evoluciji. Uzorak zastupljenosti Sr-Y-Zr u kemijski neobičnim (CP) zvijezdama uglavnom je rezultat jednoga od dva scenarija. U prvom scenariju Sr je prezastupljen nad ostalim dvama elementima, što je rezultat s-proces nukleosinteze u dubokoj unutrašnjosti zvijezde. U drugom, Zr ili oba Zr i Sr, su prezastupljeni, što je moguća posljedica r-procesa. Međutim, još uvijek nema snažnih dokaza da zastupljenost Sr, Y i Zr ima neki ne-nuklearni uzorak (Allen, 1977).

Tipični reprezentativni član ne-magnetskog podrazreda HgMn CP zvijezda je spektroskopski dvojni sustav  $\chi$  Lupi, gdje je Zr također prezastupljen. Međutim, njegov spektar (Lecrone i dr., 1993, Sikström i dr., 1999) pokazuje vrlo čudno ponašanje - određivanje cirkonijeve zastupljenosti iz slabih Zr II optičkih i jakih Zr III UV spektralnih linija daje značajno različite rezultate koje se razlikuju za red veličine. Ovaj, takozvani "cirkonijski sukob" (eng. *zirconium conflict*) vjerojatno se može opravdati izuzimajući u obzir ne-LTE učinke ili difuziju. No, može postojati više rješenja - unatoč dvojnjoj prirodi  $\chi$  Lupi, cirkonijski sukob također se može objasniti procesom interakcije između dvije zvjezdane komponente. Druga komponenta, koja je klasificirana kao Ap zvijezda, ima uzdužno magnetsko polje od -274 G i stoga može predstavljati mogući odgovor na ovo pitanje (Mathis i Hubrig, 1995). Mala radijalna brzina prve zvjezdane komponente također može biti mogući razlog neobičnog ponašanja ove dvojne zvijezde. Usporena rotacija koja je vidljiva za mnoge HgMn zvijezde mogla bi također pogodovati difuzijskom odvajanju elemenata i suzbijanju meridijanske cirkulacije (Allen, 1977). Novija objašnjenja uključuju takozvanu teoriju indukcije svjetlom koja opisuje dodatni učinak na radijalno ubrzanje zbog selektivnog prijenosa fotonskog momenta na atomsku česticu u postupku apsorpcije linije (vidjeti na primjer Aret i Sagar, 1999). Ova teorija nudi dobro objašnjenje za asimetriju linije koja se javlja u gotovo svakom spektru HgMn zvijezda, a Michaud (1978) je već raspravljao o klasičnom teoriji zračenja difuzijom. U svakom slučaju, važnost preciznosti procjene zastupljenosti vidljiva je iz ovog primjera.

Starkovo širenje spektralnih linija u zvjezdanoj plazmi već je teoretski proučeno u slučaju jednostruko (Zr II) i dvostruko (Zr III) nabijenih cirkonijevih iona (Popović i Dimitrijević, 1996b, Popović i dr., 2001). Osim podataka Starkovog širenja za Zr II i Zr III, zanimljivo je pružiti Starkovo širenje podataka za trostruko nabijen cirkonijev ion (Zr IV), što daje mogućnost različite procjene zastupljenosti cirkonija kako bi se doprinijelo pojašnjenju cirkonijskog sukoba.

Trostruko ionizirani cirkonij ima jednostavan jednoelektronski spektar. Na slici 3 prikazan je njegov Grotrian dijagram (Aquista i Reader, 1980). Ovaj spektar su prvi analizirali Bowen i Millikan (1926) koji ustanovljavaju kao osnovni term  $4p^6 4d^2 D_{1/2}$  i daju vrijednosti za 4f, 5s, 5p i 6s konfiguraciju. Dublet 5s – 5p nezavisno su identificirali Gibbs i White (1926), odnosno Exner i Haschek (1912). Kiess i Lang (1930) su dodali 5d i 7s konfiguracije, a Lang (1956) dopunjuje spektar 7p, 7g, 8s i 8g konfiguracijama te revidira postojeću poziciju 7s konfiguracije. (Aquista i Reader, 1980)

Spektar Zr IV koji je poslužio za izračunavanje Starkovih širina dobiven je niskonaponskim iskričavim pražnjenjem i djelomično niskovodljivim iskričavim izbojem u vakuumskoj cijevi, a izmjeren NBS 10.7-m rešetkastim spektrografom uz parametar rešetke 120 linija/mm (Aquista i Reader, 1980). Preciznije vrijednosti ionizacijske energije i vrijednosti razina ng ( $n = 5 - 9$ ) i 6h dobiveni su naknadnim proračunima (Reader i Aquista, 1994).



Slika 3. Grotrian dijagram za Zr IV. Valne duljine u angstromima upućuju na najintenzivnije prijelaze u svakom multipletu. (Aquista i Reader, 1980)



### 8.1.2 Starkove širine

Korištenjem modificirane semiempirijske teorije (Dimitrijević i Konjević, 1980) izračunate su Starkove širine za 18 Zr IV spektralnih linija (Majlinger i dr., 2017). Energijske razine su uzete iz rada Readera i Aquiste (1994), dok su matrični elementi izračunati prema Bates-Damgaardovoj metodi (Bates i Damgaard, 1949). Faktori linije i multipleta, ukoliko su bili potrebni u proračunima, uzeti su iz tablica Shorea i Menzela (1968).

Uobičajeno je da se parametri Starkovog širenja kod nabijenih emitera računaju za elektronsku gustoću  $10^{17} \text{ cm}^{-3}$  ( $10^{23} \text{ m}^{-3}$ ), koja odgovara standardnoj gustoći plazme. Starkove širine izračunate su za raspon temperatura od 10 000 K do 500 000 K u nejednakim intervalima i prikazane u tablici 4. Na temelju Starkovih širina izračunatih MSE metodom za vrijednosti temperatura od 10 000 K, 20 000 K, 50 000 K, 100 000 K, 200 000 K, 300 000 K i 500 000 K, upotrebom uobičajene interpolacijske formule za ovisnost Starkovih širina o temperaturi (vidjeti prilog B) moguće je dobiti vrijednosti za bilo koju temperaturu u intervalu od 10 000 K do 500 000 K. Parametri interpolacijske formule različiti su za svaku liniju, a prikazani su u tablici 5.

Izračunate Starkove širine bit će unesene u bazu podataka STARK-B koja je dostupna preko interneta (<http://stark-b.obspm.fr/>, Sahal-Brechot i dr., 2014b, Sahal-Brechot i dr. 2015a,b), a koja je dio virtualnog centra za podatke o atomima i molekulama (Virtual Atomic and Molecular Data Center – VAMDC (<http://www.vamdc.org/>, Dubernet i dr., 2010, Dubernet i dr., 2016, Rixon i dr., 2011), kao i Srpskog virtualnog opservatorija (Serbian Virtual Observatory - SerVO, <http://servo.aob.rs>, Jevremović i dr., 2009, Jevremović i dr., 2012).

Tablica 4. Starkove pune širine u angstromima ( $W_{MSE}$ ) na polovici maksimalnog intenziteta (FWHM) za 18 spektralnih linija Zr IV u funkciji od temperature za elektronsku gustoću  $10^{23} \text{ m}^{-3}$ . (Majlinger i dr., 2017)

Zr IV prijelazi	$\lambda$ [Å]	$W_{MSE}$ [Å]						
		T[K]	10000	20000	50000	100000	200000	300000
$5s^2S_{1/2} - 5p^2P_{1/2}^0$	2287.38	0.0844	0.0596	0.0377	0.0270	0.0215	0.0844	0.0105
$5s^2S_{1/2} - 5p^2P_{3/2}^0$	2164.36	0.0768	0.0543	0.0344	0.0246	0.0196	0.0181	0.0170
$5s^2S_{1/2} - 6p^2P_{1/2}^0$	760.16	0.0099	0.0070	0.0044	0.0034	0.0030	0.0030	0.0030
$5s^2S_{1/2} - 6p^2P_{3/2}^0$	754.39	0.0102	0.0073	0.0046	0.0036	0.0032	0.0031	0.0030
$5p^2P_{1/2}^0 - 5d^2D_{3/2}$	1546.17	0.0422	0.0298	0.0189	0.0134	0.0106	0.0101	0.0101
$5p^2P_{3/2}^0 - 5d^2D_{3/2}$	1607.95	0.0469	0.0332	0.0201	0.0149	0.0118	0.0112	0.0112
$5p^2P_{3/2}^0 - 5d^2D_{5/2}$	1598.95	0.0463	0.0327	0.0207	0.0147	0.0117	0.0112	0.0110
$5d^2D_{3/2} - 5f^2F_{5/2}^0$	1836.15	0.0816	0.0577	0.0365	0.0291	0.0287	0.0296	0.0302
$5d^2D_{5/2} - 5f^2F_{5/2}^0$	1848.03	0.0827	0.0585	0.0370	0.0295	0.0291	0.0300	0.0306
$5d^2D_{5/2} - 5f^2F_{7/2}^0$	1846.37	0.0825	0.0583	0.0369	0.0294	0.0290	0.0300	0.0305
$6s^2S_{1/2} - 6p^2P_{1/2}^0$	5781.45	1.97	1.39	0.917	0.765	0.693	0.66	0.616
$6s^2S_{1/2} - 6p^2P_{3/2}^0$	5463.85	1.78	1.26	0.828	0.69	0.626	0.596	0.557
$6p^2P_{1/2}^0 - 6d^2D_{3/2}$	3577.13	0.702	0.497	0.319	0.262	0.245	0.239	0.229
$6p^2P_{3/2}^0 - 6d^2D_{3/2}$	3795.07	0.811	0.573	0.367	0.302	0.283	0.275	0.264
$6p^2P_{3/2}^0 - 6d^2D_{5/2}$	3687.95	0.756	0.535	0.342	0.281	0.264	0.256	0.246
$6d^2D_{3/2} - 6f^2F_{5/2}^0$	3751.67	0.747	0.528	0.353	0.330	0.342	0.343	0.335
$6d^2D_{5/2} - 6f^2F_{5/2}^0$	3775.08	0.757	0.535	0.358	0.335	0.346	0.347	0.339
$6d^2D_{5/2} - 6f^2F_{7/2}^0$	3765.39	0.750	0.530	0.355	0.332	0.344	0.345	0.337

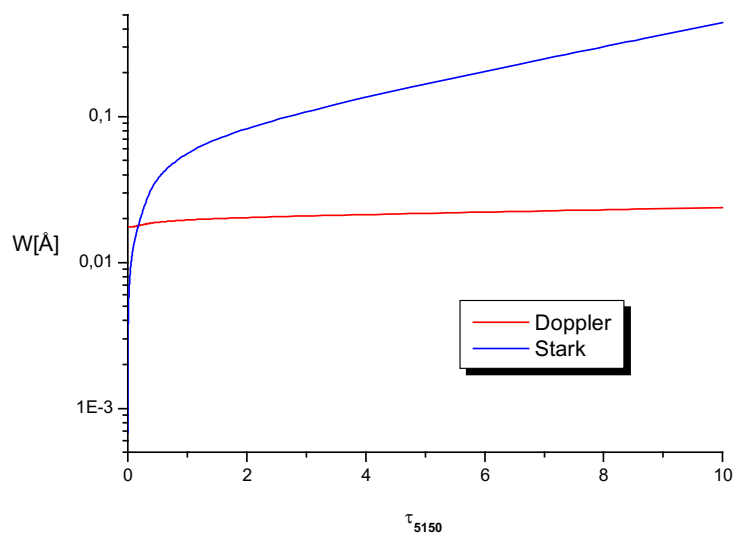
Tablica 5. Temperaturni parametri za interpolacijsku funkciju ovisnosti Starkove širine o temperaturi. Koeficijenti korelacije kreću se od 98.62% do 99.88%. (Majlinger i dr., 2017)

Wavelength[Å]	a	b	c
2287.38	-0.2464	-0.0206	-0.0476
2164.36	3.6247	-1.7303	0.1372
760.16	4.1439	-2.3884	0.2137
754.39	3.5942	-2.1480	0.1885
1546.17	4.0089	-2.0106	0.1673
1607.95	4.2920	-2.1123	0.1779
1598.95	3.9991	-1.9900	0.1652
1836.15	5.8267	-2.7557	0.2575
1848.03	5.8267	-2.7531	0.2572
1846.37	5.8323	-2.7561	0.2575
5781.45	5.2387	-1.8993	0.1658
5463.85	5.2397	-1.9173	0.1676
3577.13	5.5021	-2.2054	0.1982
3795.07	5.5862	-2.2139	0.1989
3687.95	5.5711	-2.2203	0.1996
3751.67	5.8091	-2.3952	0.2275
3775.08	5.8136	-2.3948	0.2275
3765.39	5.8062	-2.3938	0.2275

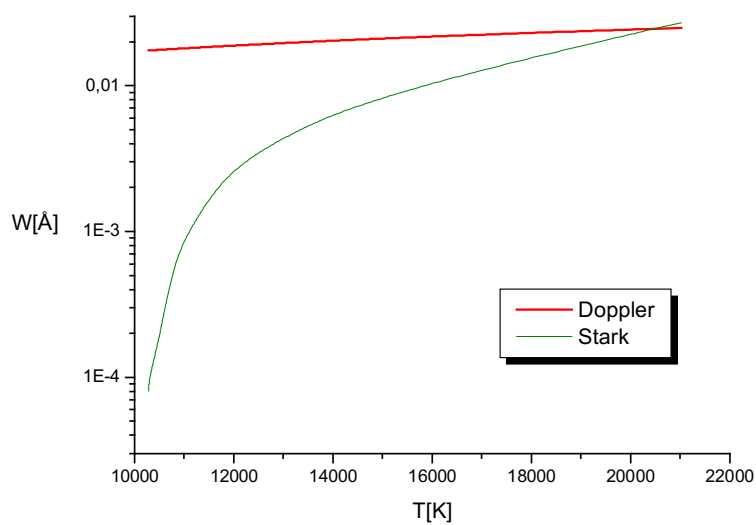
### 8.1.3 Zvijezde tipa A i bijeli patuljci

Utjecaj Starkovog širenja na pojedine spektralne linije u zvjezdanim atmosferama vrlo je detaljno istražen npr. za Nd II (Popović i dr., 2001) gdje je pokazano da je ovaj mehanizam širenja posebno značajan u atmosferama zvijezda spektralnog tipa A. Također, dominaciju sudarnog mehanizma širenja spektralnih linija nad termalnim možemo očekivati i u atmosferama bijelih patuljaka, zbog velike elektronske gustoće. Prema modificiranoj semiempirijskoj formuli, Starkova širina je proporcionalna sa gustoćom elektrona, dok je Dopplerova širina neovisna o njoj. Stoga, gdje god odnos gustoće elektrona i temperature nadvlada nad porastom temperature, možemo očekivati da će Dopplerov mehanizam širenja linija biti nadvladan Starkovim.

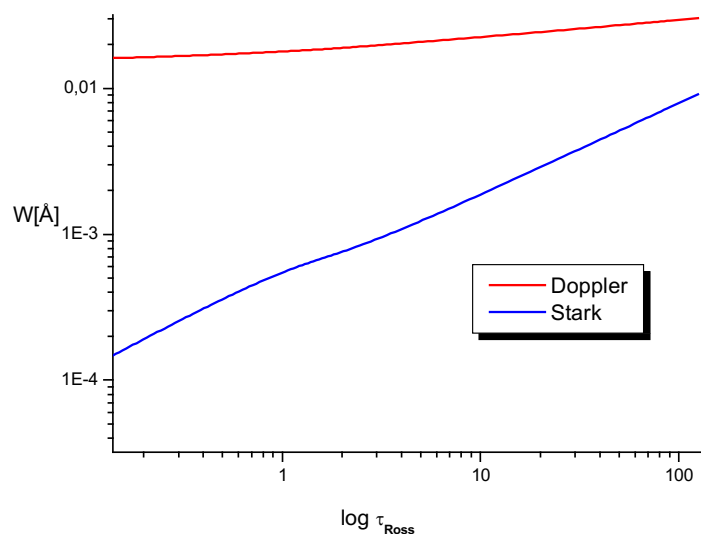
Da bismo ispitali odnos utjecaja termalnog i sudarnog mehanizma na širenje spektralne linije u zvjezdanim spektrima, u slučaju A tipa zvijezde koristili smo Kuruczov model atmosfere određen sa  $T_{eff} = 10\ 000\ \text{K}$  i  $\log g = 4.5$  (Kurucz, 1979). Prilikom proučavanja istog fenomena na linije spektara bijelog patuljka, uzeli smo u obzir grubu podjelu na bijele patuljke bogate helijem i bijele patuljke bogate vodikom i koristili modele DB i DA bijelih patuljaka kao njihovih glavnih predstavnika. Uobičajeni modeli koji se pritom koriste imaju parametre  $T_{eff} = 15\ 000\ \text{K}$  i  $\log g = 8$  (Wickramasinghe, 1972). Dopplerove i Starkove širine prikazivali smo kao funkciju optičke dubine ili temperature atmosferskog sloja za razmatrane modele atmosfere. Kod Kuruczovih modela širine su dane u ovisnosti o Rosselandovoj optičkoj dubini, dok su u slučajevima Wickramasingheovih DA i DB modela širine prikazane u ovisnosti o optičkoj dubini računatoj za linijski apsorpcijski koeficijent na valnoj duljini  $\lambda = 5150\ \text{Å}$ . Teorijski detalji konkretnog korištenja modela atmosfere opisani su u prilogu B, poglavlje B2, dok su programski kodovi koji su upotrebljeni u postupku navedeni u prilogu C.



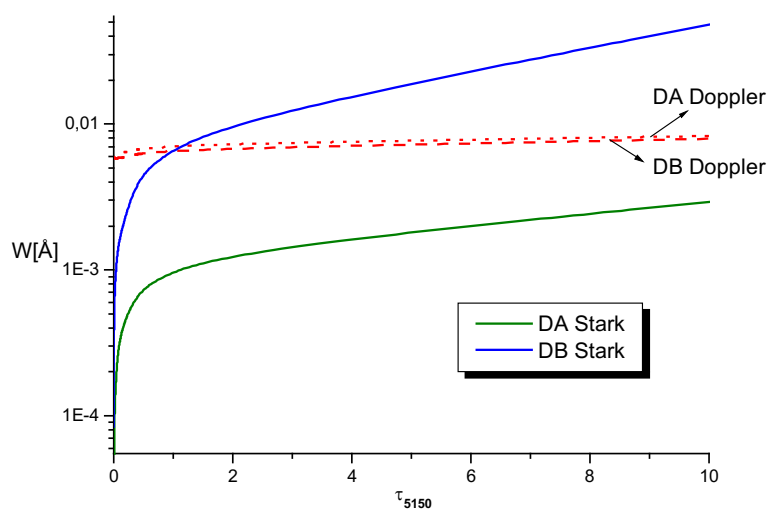
Sl. 4 Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Zr IV liniju  $\lambda_{2287.38}$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DB bijelog patuljka prema modelu atmosfere  $\log g = 8$  i  $T_{eff} = 15\,000$  K (Wickramasinghe, 1972).



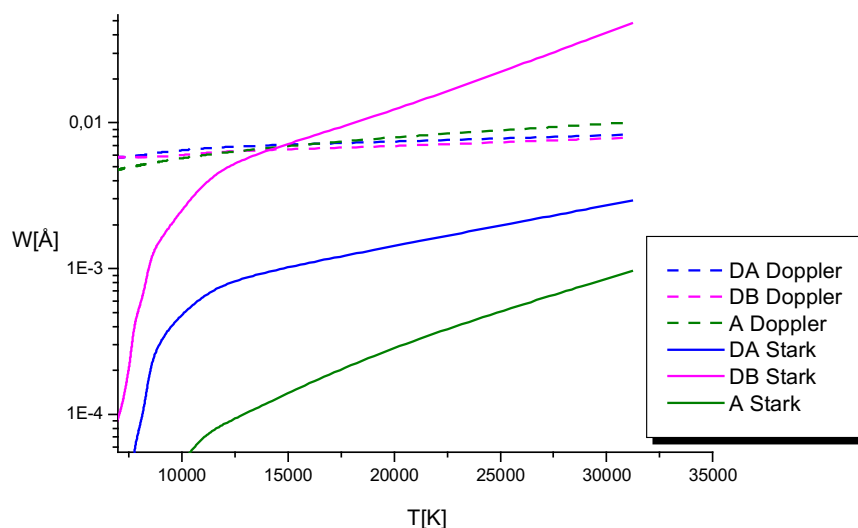
Sl. 5 Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Zr IV liniju  $\lambda_{2287.38}$  u ovisnosti o temperaturi sloja atmosfere DA bijelog patuljka prema modelu atmosfere  $\log g = 8$  i  $T_{eff} = 15\,000$  K (Wickramasinghe, 1972).



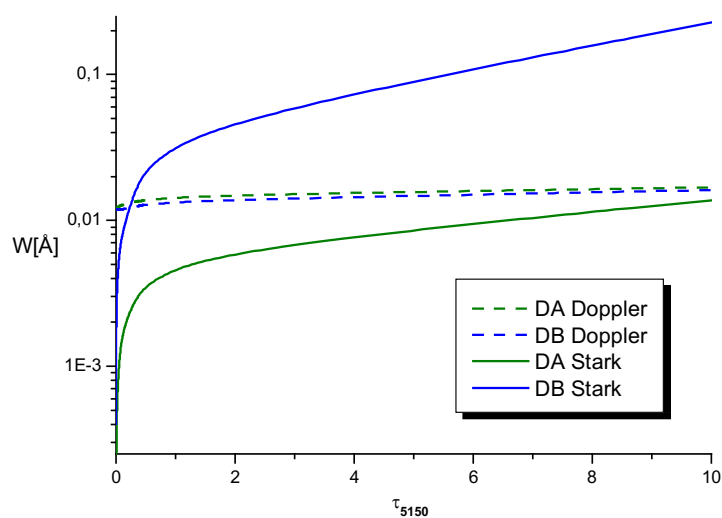
Sl. 6 Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Zr IV liniju  $\lambda 2287.38$  u ovisnosti o logaritmu Rosselandove optičke dubine atmosfere A-tipa zvijezde prema modelu atmosfere  $\log g = 4.5$  i  $T_{eff} = 10\ 000$  K (Kurucz, 1979)



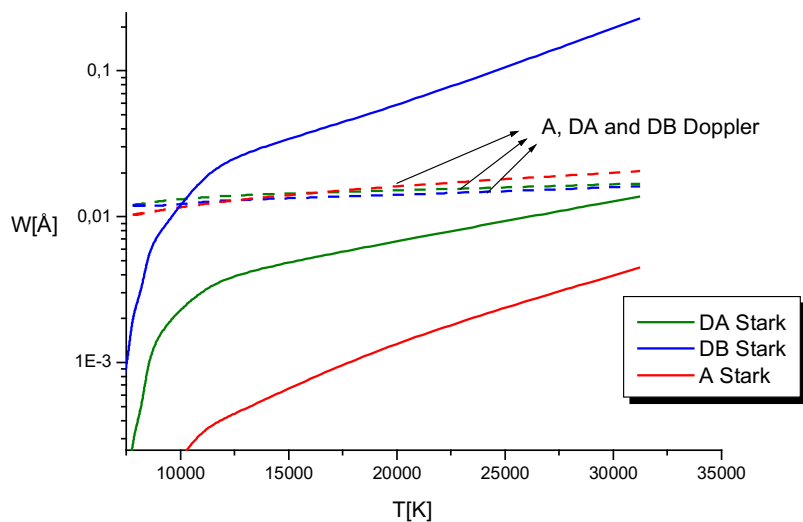
Sl. 7 Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Zr IV liniju  $\lambda 760.16$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DA i DB bijelog patuljka prema modelu atmosfere  $\log g = 8$  i  $T_{eff} = 15\ 000$  K (Wickramasinghe, 1972)



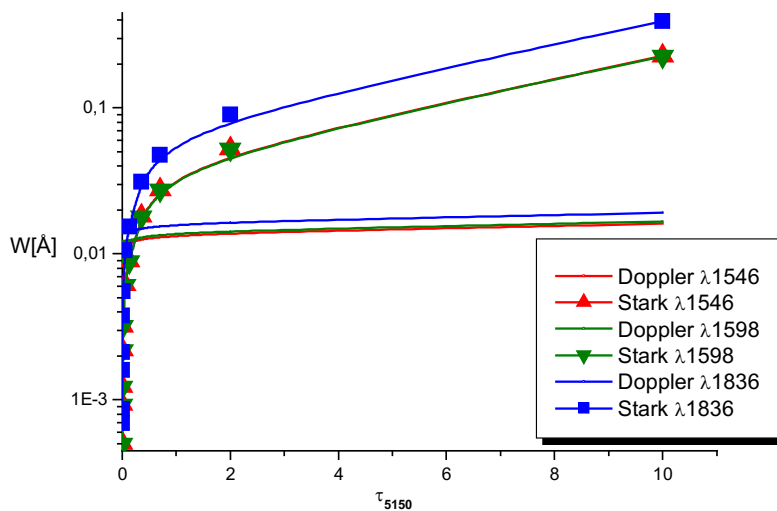
Sl. 8 Starkove i Dopplerove širine za Zr IV liniju  $\lambda 760.16$  u ovisnosti o temperaturi sloja atmosfere DA i DB bijelog patuljka i A tipa zvijezde. Korišteni su isti parametri modela atmosfere kao na slikama 6 i 7 (Wickramasinghe, 1972, Kurucz, 1979).



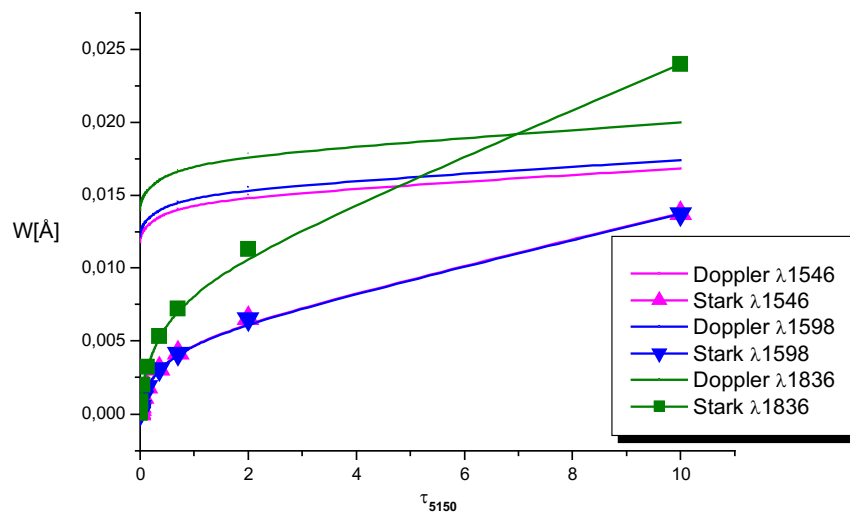
Sl. 9 Starkove i Dopplerove širine za Zr IV liniju  $\lambda 1546.17$  kao funkcije optičke dubine atmosfere DA i DB bijelog patuljka prema modelu atmosfere  $\log g = 8$  i  $T_{eff} = 15\,000$  K (Wickramasinghe, 1972 )



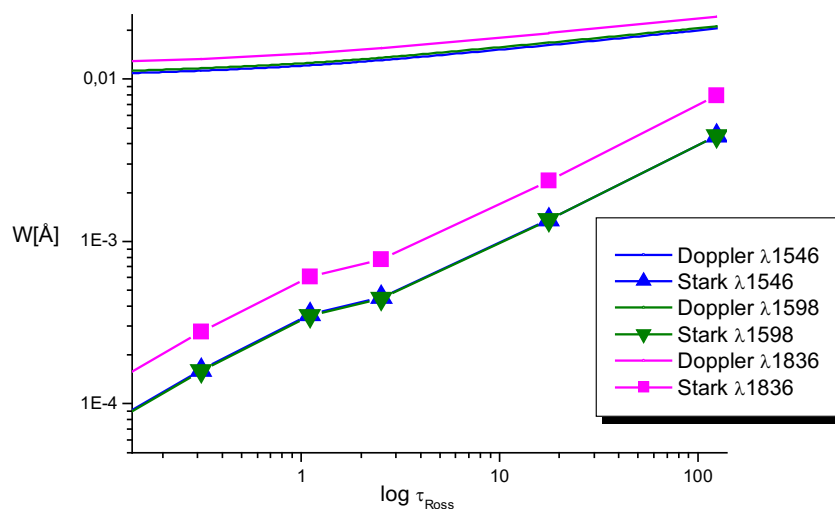
Sl. 10 Starkove i Dopplerove širine za Zr IV liniju  $\lambda 1546.17$  u ovisnosti o temperaturi sloja atmosfere DA i DB bijelog patuljka i A tipa zvijezde. Korišteni su isti parametri modela atmosfere kao na prethodnim slikama (Wickramasinghe, 1972, Kurucz, 1979).



Sl. 11. Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Zr IV linije  $\lambda 1546.17$ ,  $\lambda 1598.95$  i  $\lambda 1836.15$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DB bijelog patuljka prema modelu atmosfere  $\log g = 8$  i  $T_{eff} = 15\,000$  K (Wickramasinghe, 1972)

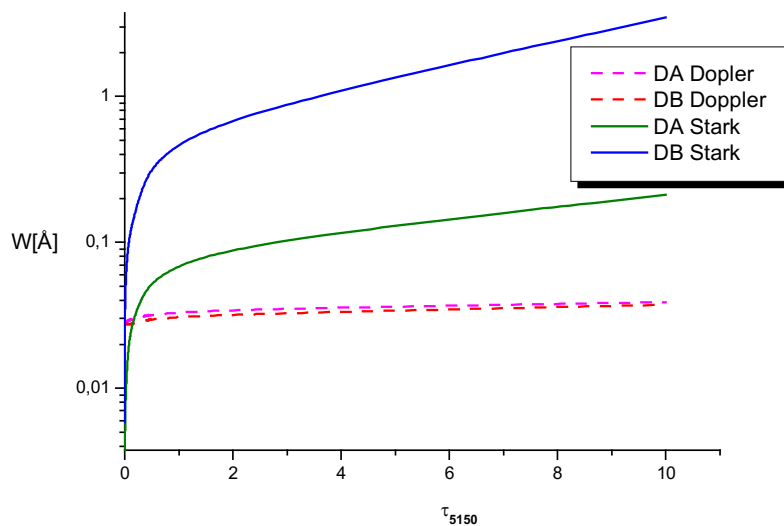


Sl. 12 Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Zr IV linije  $\lambda 1546.17$ ,  $\lambda 1598.95$  i  $\lambda 1836.15$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DA bijelog patuljka prema modelu atmosfere  $\log g = 8$  i  $T_{eff} = 15\,000$  K (Wickramasinghe, 1972)

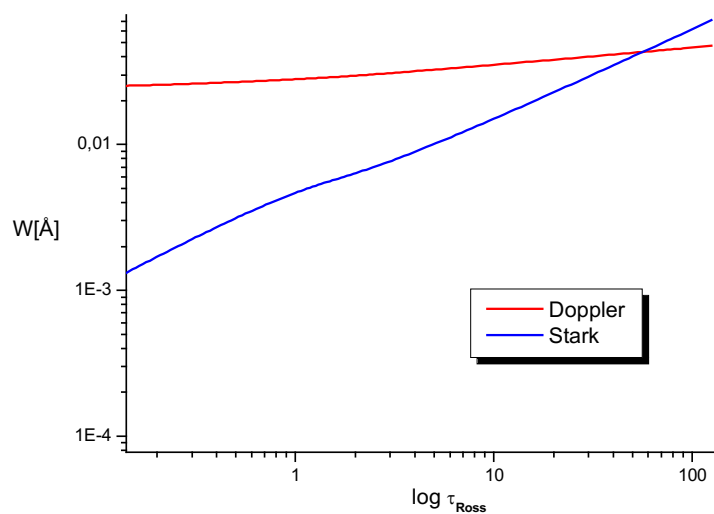


Sl. 13. Starkove i Dopplerove širine Zr IV za linije  $\lambda 1546.17$ ,  $\lambda 1598.95$  i  $\lambda 1836.15$  kao funkcije optičke dubine A-tipa zvijezde prema modelu atmosfere  $\log g = 4.5$  i  $T_{eff} = 10\,000$  K (Kurucz, 1979)

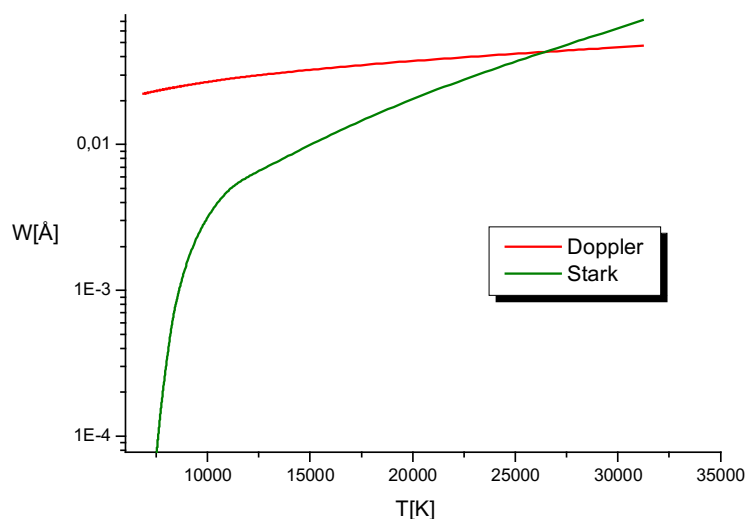




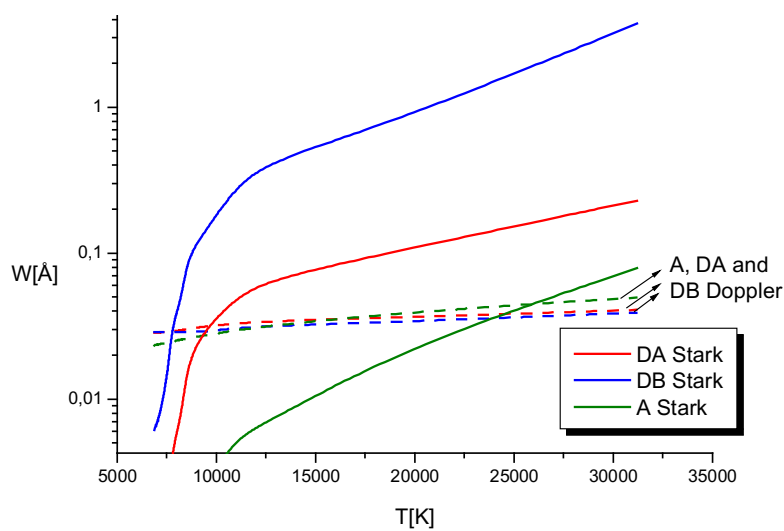
Sl. 14. Starkove i Dopplerove širine za Zr IV liniju  $\lambda_{3577.13}$  kao funkcije optičke dubine atmosfere DA i DB bijelog patuljka prema modelu atmosfere  $\log g = 8$  i  $T_{eff} = 15\ 000$  K (Wickramasinghe, 1972 )



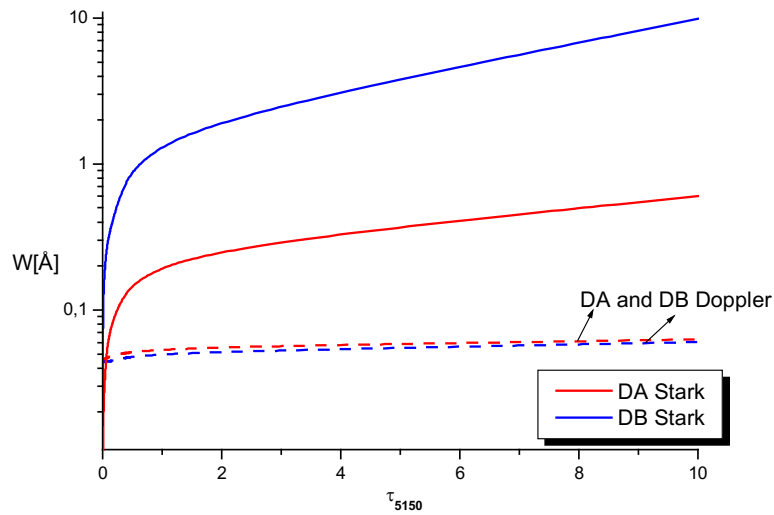
Sl. 15. Ovisnost Starkovih i Dopplerovih širina za Zr IV liniju  $\lambda_{3577.13}$  o optičkoj dubini atmosfere A-tipa zvijezde prema modelu atmosfere  $\log g = 4.5$  i  $T_{eff} = 10\ 000$  K (Kurucz, 1979)



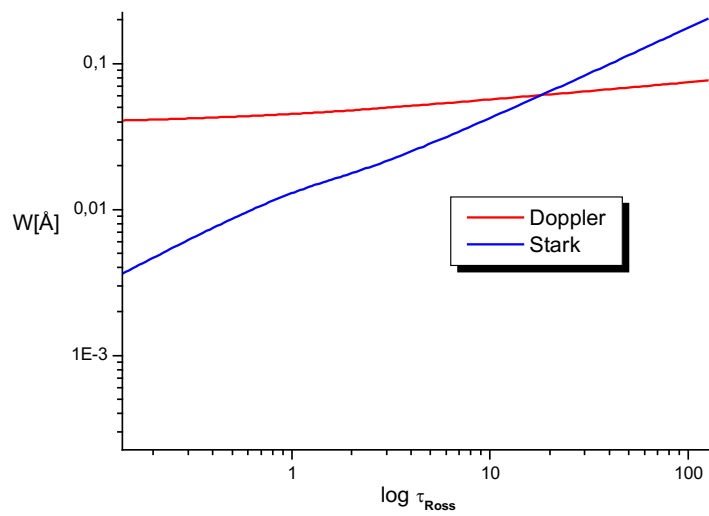
Sl. 16. Ovisnost Starkovih i Dopplerovih širina za Zr IV liniju  $\lambda 3577.13$  o temperaturi atmosferskog sloja dubine atmosfere A-tipa zvijezde prema modelu atmosfere  $\log g = 4.5$  i  $T_{eff} = 10\ 000$  K (Kurucz, 1979)



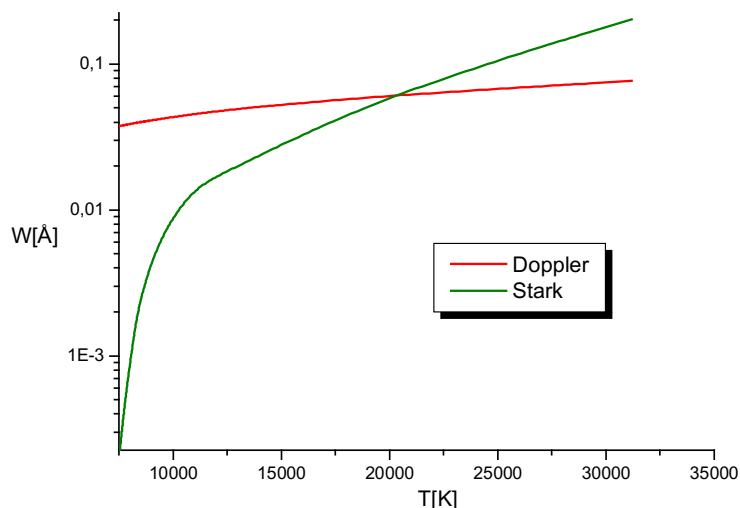
Sl. 17. Starkove i Dopplerove širine za Zr IV liniju  $\lambda 3751.67$  u ovisnosti o temperaturi sloja atmosfere DA i DB bijelog patuljka i A tipa zvijezde. Korišteni su isti parametri modela atmosfere kao na prethodnim slikama (Wickramasinghe, 1972, Kurucz, 1979).



Sl. 18. Starkove i Dopplerove širine za Zr IV liniju  $\lambda 5781.45$  kao funkcije optičke dubine atmosfere DA i DB bijelog patuljka prema modelu atmosfere  $\log g = 8$  i  $T_{eff} = 15\ 000$  K (Wickramasinghe, 1972 )



Sl. 19. Ovisnost Starkovih i Dopplerovih širina za Zr IV liniju  $\lambda 5781.45$  o optičkoj dubini atmosfere A-tipa zvijezde prema modelu atmosfere  $\log g = 4.5$  i  $T_{eff} = 10\ 000$  K (Kurucz, 1979)



Sl. 20. Ovisnost Starkovih i Dopplerovih širina za Zr IV liniju  $\lambda 5781.45$  o temperaturi atmosferskog sloja dubine atmosfere A-tipa zvijezde prema modelu atmosfere  $\log g = 4.5$  i  $T_{eff} = 10\ 000$  K (Kurucz, 1979).

U slučaju Zr IV razmatrali smo utjecaj različitih elektronskih prijelaza na odnos Starkove i Dopplerove širine za pojedinu liniju. Na slici 4 prikazan je odnos Starkovog i Dopplerovog širenja za liniju  $\lambda 2287.38$  u ovisnosti o optičkoj dubini za atmosferu DB patuljka. Vidimo da već u površinskim dijelovima atmosfere Starkovo širenje postaje dominantno nad Dopplerovim. Slika 5 prikazuje taj isti odnos u ovisnosti o temperaturi atmosferskog sloja za atmosferu DA patuljka. Dopplerovo širenje je dominantno u površinskim dijelovima atmosfere, dok u slojevima  $T > 21\ 000$  K Starkovo širenje prevladava. Na slici 6 vidimo odnos Starkovih i Dopplerovih širina u ovisnosti o optičkoj dubini atmosferskog sloja A tipa zvijezde. Starkovo širenje ne postaje značajnije ni u dubljim slojevima atmosfere.

Na slici 7 uspoređene su Starkove i Dopplerove širine za DA i DB tip bijelog patuljka kao funkcije optičke dubine za liniju  $\lambda 760.16$ , dok je taj odnos za sve ove razmatrane modele prikazan na slici 8. Vidimo da i na većim dubinama Dopplerovo širenje ostaje dominantno kod atmosfere A zvijezda, kao i kod DA patuljaka. Kod DB modela atmosfere sudarno širenje postaje značajno na optičkoj dubini  $\tau = 1$  odnosno, u atmosferskom sloju temperature 15000 K.

Kod linije  $\lambda 1546.17$  Starkove širine postaju dominantne u višim dijelovima atmosfere DB patuljka, u slojevima sa temperaturom većom od 10 000 K, dok u atmosferi DA patuljka,

kao i u atmosferi A tipa zvijezde, termalno širenje ostaje dominantno i na većim dubinama (Sl. 9 i 10)

Na slici 11-13 pokazali smo kako male varijacije u vrijednostima valnih duljina utječu na Starkovo širenje. Slika 9 i 10 prikazuju odnos širina za linije  $\lambda_{1546}$ ,  $\lambda_{1598}$  i  $\lambda_{1836}$  u ovisnosti o optičkim dubinama DA i DB tipova bijelih patuljaka, odnosno u ovisnosti o temperaturi sloja zvjezdane atmosfere. Slika 11 prikazuje isto za A tip zvjezdane atmosfere.

Vidimo da neznatne promjene valnih duljina linija ne utječu bitno na odnos Starkovih i Dopplerovih širina. Pri većim promjenama valnih duljina točka sjecišta Dopplerove i Starkove krivulje pomiče se prema površini atmosfere.

Za linije  $\lambda_{3577.13}$ ,  $\lambda_{3751.67}$  i  $\lambda_{5781.45}$  Starkovo širenje postaje dominantno već na površinskim slojevima atmosfere DA i DB patuljka, ali i kod A tipa zvijezde Starkovo širenje za ove linije postaje značajno, samo na većim optičkim dubinama (Slike 14-20) Pomak točke izjednačavanja Starkovih i Dopplerovih širina prema površinskim dijelovima atmosfera A zvijezda i bijelih patuljaka sa porastom valnih duljina opravdano je činjenicom da Dopplerove širine rastu linearno sa porastom valnih duljina, dok Starkove širine rastu sa kvadratom valnih duljina. Starkovo širenje prevladava za sve linije nad Dopplerovim u površinskim dijelovima atmosfere DB bijelih patuljaka.

Zaključujemo da Starkovo širenje dominira nad Dopplerovim već na površini atmosfere A zvijezda za prijelaze tipa  $nl - nl'$  gdje je  $n = 6$ , dok za prijelaze istog tipa za  $n = 5$  Dopplerovo širenje ostaje dominantno i na većim optičkim dubinama. Sa porastom glavnog i orbitalnog kvantnog broja razlike među energijskim razinama se smanjuju, što prema relaciji (33) vodi do povećanja vrijednosti Starkovih širina, jer su sukladno semiempirijskoj teoriji Starkove širine obrnuto proporcionalne sa razlikom perturbirajućih i perturbiranih razina. Međutim, u slučaju prijelaza tipa  $nl - (n+1)(l+1)$  za  $n = 5$  i  $l = 0$ , termalno širenje je dominantno nad sudarnim i na većim dubinama DA tipa bijelih patuljaka, kao i na većim dubinama u atmosferi A tipa zvijezde, dok u atmosferi DB bijelog patuljka već na manjim dubinama atmosfere sudarno širenje dominira nad termalnim.

#### 8.1.4 Regularnost i sustavni trend

U nedostatku eksperimentalnih podataka za usporedbu sa našim teorijskim rezultatima, provjerili smo da li se Starkove širine za 18 Zr IV linija izračunate MSE metodom mogu aproksimirati približnim formulama (Majlinger i dr., 2017). Rezultate dobivene približnim procjenama usporedili smo sa MSE rezultatima u svrhu provjere primjenjivosti aproksimativnih formula. Također smo istražili postoje li novi sustavni trendovi kojima se pokoravaju naši rezultati. U tu svrhu ispitali smo mogućnost korištenja statističkih procjena Purića i Šćepanovića (1999, u ostatku ovog teksta PŠ99) za brzo predviđanje nepoznatih Starkovih širina. Uspoređujući veliku količinu podataka o Starkovoj širini iz baze podataka STARK-B (Sahal-Brechot i dr. 2014), Purić i Šćepanović pronašli su korelaciju između Starkove širine i razlike između energije ionizacije i energije gornjeg stanja. U našu svrhu usvojena je jednadžba za Starkovu širinu dobivena iz regresijske analize postojećeg skupa Starkovih podataka u PŠ99 nakon konverzije širine iz rad/s u angstreme (vidi na primjer Hamdi i dr. 2013, str. 1045, jednadžba 7) u obliku aproksimativne formule (56):

$$W_{P\check{S}} = a \cdot Z^c \cdot \lambda^2 \cdot N \cdot f(T) \cdot (E_{ion} - E_{upper})^{-b} \quad (91)$$

gdje je  $W_{P\check{S}}$  procijenjena širina u Å,  $\lambda$  valna duljina spektralne linije u Å,  $E_{ion}$  i  $E_{upper}$  redom označavaju energiju ionizacije i energiju gornje razine prijelaza u eV,  $T$  je temperatura u K,  $Z$  naboj ostatka jezgre (npr.  $Z-1$  je ionski naboj) i  $N$  elektronska gustoća u  $m^{-3}$ . Ovdje  $f(T)$  predstavlja funkciju temperature:

$$f(T) = A + B T^C \quad (92)$$

gdje su  $A$ ,  $B$  i  $C$  u jednadžbi (92) koeficijenti neovisni o temperaturi. Parametri  $A = 0$ ,  $B = 1$  i  $C = -0,5$  u ovom slučaju su odabrani u skladu s rezultatima o temperaturnoj ovisnosti Starkove širine blizu praga unutar postojećih regularnosti i sustavnih trendova (Elabidi i dr. 2009, Sahal-Brechot i dr. 2011). Koeficijenti  $a$ ,  $b$  i  $c$  u jednadžbi (91) neovisni su o temperaturi, potencijalu ionizacije i gustoći elektrona za zadani prijelaz. Vrijednosti koeficijenta su  $a = 3,27 \cdot 10^{-28}$ ,  $b = 3,1$  i  $c = 5,2$  (preračunato iz PŠ99 gdje su ovi koeficijenti dati za Starkove širine izmjerene u rad/s). Također smo izračunali neke Starkove širine jednostavnom formulom Cowleyja (1971), koja je bila vrlo popularna aproksimacija u

prošlom stoljeću i koja se još uvijek koristi za brze izračune Starkovih širina (Killian i dr, 1991, Suleimanov i dr., 2014, Przybilla i dr., 2016., Rauch, Gamrath i dr., 2016., Rauch, Quinet i dr. 2016a, 2016b) i usporedili dobivene rezultate s našim MSE vrijednostima. Cowleyjeva procjena za Starkovu širinu ( $W_C$ ) dobivena u Å ima oblik (61), što nakon uvrštavanja konstanti prelazi u:

$$W_C = 1.1075 \cdot 10^{-30} \frac{\lambda^2 N}{Z^2 \sqrt{T}} (n_i^{*4} + n_f^{*4}) \quad (93)$$

gdje su  $n_i^*$  i  $n_f^*$  efektivni glavni kvantni brojevi početne, odnosno konačne prijelazne razine. Vrijednosti  $T$ ,  $\lambda$ ,  $Z$  i  $N$  imaju isto značenje i iste jedinice kao u jednadžbi (91). U tablici 4 uspoređuju se naši izračuni Starkove FWHM širine dobiveni MSE metodom (Dimitrijević i Konjević, 1980) i naši rezultati dobiveni pomoću jednadžbi (91) i (93) prema PŠ99 odnosno Cowley (1971). Iz te usporedbe je vidljivo da su širine dobivene Purićevom metodom veće od MSE vrijednosti. Svi rezultati izračunati su za temperaturu od 10 000 K i elektronsku gustoću od  $10^{23} \text{ m}^{-3}$  i predstavljeni u tablici 4. Štoviše, Purić i dr. (1997) istraživali su različite statističke modele na temelju sustavnih trendova i pravilnosti u trostruko i četverostruko nabijenim ionima stavljajući  $A = 0$ ,  $B = 1$  i  $C = -0,25$  u jednadžbu (92), i na takav način predvidjeli Starkove širine za nekoliko teških elemenata za različite temperature. Izračunate vrijednosti za Starkove širine spektralne linije  $\lambda = 2287,38 \text{ Å}$  prema Puriću i dr. (1997) također su precijenjeni u usporedbi s našim MSE rezultatima. Na primjer, na temperaturi od  $T = 50000 \text{ K}$  predviđena širina dobivena prema metodi Purića i dr. (1997) je  $0,0685 \text{ Å}$ , dok je naš MSE rezultat  $0,0378 \text{ Å}$ . Što se tiče ove razlike, možemo ponuditi nekoliko mogućih razloga od interesa za raspravu i daljnja istraživanja:

- a) Postojeći parametri u (91) još uvijek nisu ispravno prilagođeni. Usporedba kvantno-mehaničkih proračuna Starkovih širina za višestruko ionizirane atome za 3s-3p prijelazni niz s Purićevim predviđanjima prema sličnoj metodi (Purić i dr., 2008.) pokazuje veliku razliku koja se povećava s porastom  $Z$  (Elabidi i Sahal-Bréchet, 2011). To bi moglo biti uzrokovano nepravilnim podešavanjem konstante  $c$  u (91). Nakon usporedbe Purićeve i Cowleyeve formule za procjenu, vidimo da  $W_C \sim n^{*4} / Z^2$ , dok iz PŠ99 slijedi  $W_{PŠ} \sim Z^{5.2} (E_{ion} - E_{upper})^{-3} \sim n^{*6} / Z^{0.8}$  ili prema Puriću i dr., 2008,  $W_P \sim Z^{5.2} (E_{ion} - E_{upper})^{-3.32} \sim n^{*7} / Z^{1.8}$ . Ako pretpostavimo da Purićeve procjene vrijede, a Starkove širine ovise o efektivnom potencijalu ionizacije, Purićeve i Cowleyeve formule trebaju se skalirati na približno isti način. S druge strane,  $c$  treba

biti blizu 2, a  $b$  blizu 2 također u (97), ili u slučaju  $b = 3$  ili 3.3,  $c$  treba biti 3 ili 3,5, umjesto 5,2, odnosno trebalo bi vrijediti  $b \approx c$ , kao što je navedeno u Purić i dr., 1993, gdje je  $b = c = 2$ .

- b) Ima važnih parametara koji su zanemareni u (91), ali značajno doprinose rezultatu. Ako pogledamo sliku 21, iako autori kažu da je odgovarajući faktor korelacije gotovo jednak 1, a manje od 17% podataka odgovara vrijednostima dvostruko većim od predviđenih, možemo uočiti veliku disperziju točaka povezanih na liniju korelacije. Prevelika standardna devijacija može značiti da neki parametri, koji mogu utjecati na rezultate, nedostaju u procjeni formule. To bi mogao biti razlog zašto bi se koeficijent  $a$  u (91) trebao ponovno prilagoditi nakon promjene uzorka za analizu. Osim toga, sa slike 21 vidljivo je da velika odstupanja podataka dolaze iz sredine krivulje, dok za vrlo visoke i za vrlo niske efektivne potencijale podaci bolje odgovaraju. Kada je efektivni ionizacijski potencijal vrlo visok, vrijedi  $E_{ion} \gg E_{upper}$ , dok je za vrlo niske vrijednosti  $E_{ion} \approx E_{upper}$ . U prvom slučaju energije više  $E_{upper}$  i energija niže razine  $E_{lower}$  postaju međusobno usporedivi, a u drugom slučaju oba su usporediva s energijom ionizacije, pa zamjena gornje energijske razine sa donjom u (91) ne bi značajno utjecala na rezultat procjene. Efektivni potencijali ionizacije za spektralne razine Zr IV za koje se izračunavaju Starkove širine stoje u intervalu 10 - 25 eV što odgovara rasponu između 0,04 i 0,1 njihovih inverznih vrijednosti u apscisi sa slike 21, koje pripadaju točkama usred linije korelacije, gdje je na grafikonu zabilježena još uvijek velika disperzija, pa loše slaganje između procjena PŠ99 i naših rezultata MSE nije toliko iznenađujuće. U ovom slučaju, zamjena energije višeg sa energijom niže razine u (91) mogla bi se značajnije odraziti na slaganje procjena s našim rezultatima, čak i u smjeru poboljšanja, ako uopće postoji sustavni trend ove vrste. Štoviše, pronašli smo bolju suglasnost između naših rezultata i rezultata procjene (91) s parametrima iz PŠ99 gdje je energija gornje razine zamijenjena energijom donje razine za 7 Zr IV spektralnih linija (Majlinger i dr., 2016), ali ovo slaganje nije potvrđeno za ostatak naših rezultata.
- c) Temperaturna funkcija (92) može biti netočna ili ispravna, ali s nepravilnim odabirom koeficijenata A, B i C. Već je pokazano da temperaturna funkcija (68), iako možda prikladna za intervale niskih temperatura, nije najtočnija (Al-Towyan i dr., 2016). Prema Puriću i dr., 2008., konstanta C u (98) trebala bi biti između -1,3 i -0,7, umjesto -0,5, kako je zaključeno na primjer u Elabidi i dr., 2009. i Elabidi i Sahal-Bréchet, 2011. Međutim, ako je izraz (92) primjeren za srednju temperaturu, dok je za nisku



temperaturu  $W \sim T^{-1/2}$  i za visoku temperaturu  $W \sim \ln T / T$  ili  $W \sim \ln T / \sqrt{T}$  (Elabidi i Sahal-Bréchet, 2011), vrlo glatka interpolacija između spomenutih funkcija postiže se u (91) ako su  $A \approx 0$ ,  $B \approx 100$  i  $C \approx -1$  u temperaturnom intervalu od 5 000 do 15 000 K. Ali, na primjer, za  $T = 10\,000$  K ovaj izbor koeficijenata daje isti rezultati kao i izbor  $A = 0$ ,  $B = 1$  i  $C = -0,5$ . Međutim, vrlo je upitno može li se bilo koja od formula za procjenu (91) i (93) koristiti iznad ove granice temperaturnog intervala.

Bez obzira što se pokazalo da su Purićevi radovi korisni u nekim analizama i usporedbama te u istraživanjima sustavnih trendova i zakonitosti, na primjer u slučajevima pretraživanja zakonitosti i trendova pomoću određenih homoloških nizova (Pelaez i dr., 2010.), nismo pronašli primjenjivost njegove opće formule iz PŠ99 na naše Zr IV Starkove širine. Suprotno tome, nalazimo puno bolje poklapanje između svih naših rezultata i rezultata procjene za višestruko nabijene teške ione dobivene jednadžbom (8) iz Purić i dr., 1993, ali samo ako se zanemari ovisnost procjene o rezidualnom naboju  $Z$  (odnosno, parametri trebaju biti prihvaćeni tako da budu  $c = 0$  ili  $Z = 1$ ). U tom su slučaju relativne pogreške ove usporedbe između 0,4 i 2,2. Uz to, slijedeći Purićev pristup, pokušali smo pronaći pravilnost i sustavni trend među izračunatim MSE širinama za Zr IV linije, ali bilo kakvu polinomsku ili log-log ovisnost između širina i gornjeg efektivnog glavnog kvantnog broja (a time i između naših širina i efektivnog gornjeg ionizacijskog potencijala) s koeficijentom korelacije iznad 90% nije dokazan, iako je koeficijent korelacije za log-log regresiju s nižim efektivnim glavnim kvantnim brojem oko 88%:

$$W_{MSE}(n_L^*) = 1.37 \cdot 10^{-9} \lambda^2 n_L^{*2.47} \quad (94)$$

$$n_L^{*2} = \frac{Z^2 E_H}{E_{ion} - E_{lower}}$$

nasuprot, na primjer, cca 60% u slučaju gornjeg efektivnog glavnog kvantnog broja. Ali smo umjesto toga pronašli polinomsku ovisnost između Starkovih širina i dotičnih valnih duljina spektralne linije u obliku:

$$W_{MSE}(\lambda) = C_4 \lambda^4 + C_3 \lambda^3 + C_2 \lambda^2 + C_1 \lambda + C_0 \quad (95)$$

sa vrijednostima koeficijenata  $C_4 = -0,6 \cdot 10^{-14}$ ,  $C_3 = 0,63 \cdot 10^{-10}$ ,  $C_2 = -0,12 \cdot 10^{-6}$ ,  $C_1 = 0,7 \cdot 10^{-4}$  i  $C_0 = 0,44 \cdot 10^{-2}$ . Koeficijent korelacije za ovu polinomsku regresiju 4. stupnja iznosi 99,9%. U svim tim procjenama dobiveni su parametri za stanje  $T = 10\ 000\ \text{K}$  i  $N = 10^{23}\ \text{m}^{-3}$  (Sl. 22-23). To implicira da postoji složeniji odnos između širine i efektivnog potencijala ionizacije (ili efektivnog glavnog kvantnog broja) za slučaj Zr IV spektralnih linija, te da bi i gornja i donja razina prijelaza trebale biti nekako uključene u formulu procjene (91) kako bi se postiglo bolje slaganje s izračunatim MSE vrijednostima. Da bismo to testirali, istražili smo ovisnost izračunatih širina Zr IV o prosjeku gornjeg i donjeg efektivnog potencijala ionizacije, ali je utvrđen koeficijent korelacije blizu 80% s također značajnijim odstupanjem podataka kao u prethodnim slučajevima (npr. omjeri između procijenjenih širina i izračunatih širina u rasponu su od 0,5 - 1,5).

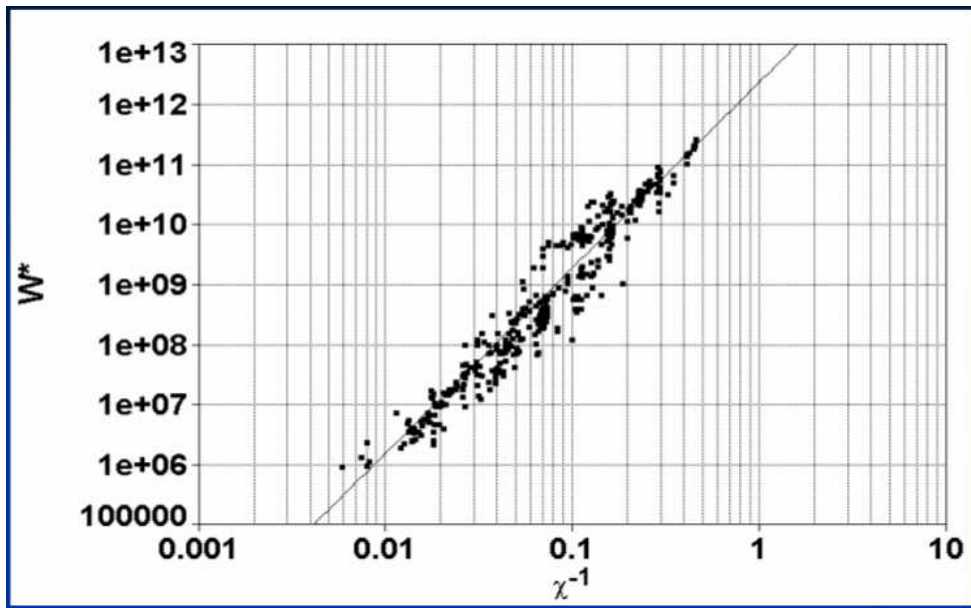
Iako je univerzalnost primjene formula procjene Starkovih širina upitna, formule procjene Cowleyevog ili Purićevog tipa mogu biti korisne u pojedinačnim slučajevima, ako se skaliraju za određeni faktor. Tako se npr. u slučaju Starkovih širina za linije N V pokazalo da je originalna Cowleyeva formula dobra aproksimacija ukoliko se skalira faktorom 3 (Ziegler i dr., 2012). Iz tablica 6 i 7 vidimo da je naša verzija (relacija 93), koja je skalirana verzija originalne formule uz uvjet dodavanja ovisnosti o parametrima donje razine prijelaza, bolja aproksimacija od originalne Cowleyeve formule (60) za Starkove širine kod spektralnih linija nabijenih iona. Također, Purićeve formule daju dobre aproksimacije Starkovih širina, ali uz neujednačene parametre. Drugim riječima, iako nismo dobili potvrdu o postojanju univerzalne formule za procjenu Starkovih širina, Cowleyeva formula trebala bi važiti uz određeni faktor skaliranja, dok bi kod Purićevog pristupa trebalo podešavati sve parametre za svaki pojedinačni slučaj.

Tab. 6. Starkove širine za 18 spektralnih linija Zr IV procijenjene prema Cowleyu (1971) upotrebom relacije 60 ( $W_{\text{COW}}$ ) i 61 ( $W_{\text{COW}}^{\text{OLD}}$ ) za temperature  $T = 10000$  K i elektronske gustoće od  $N = 10^{23} \text{ m}^{-3}$ . Procijenjene Starkove širine uspoređene su sa MSE izračunatim Starkovim širinama  $W_{\text{MSE}}$  (Majlinger i dr., 2017).

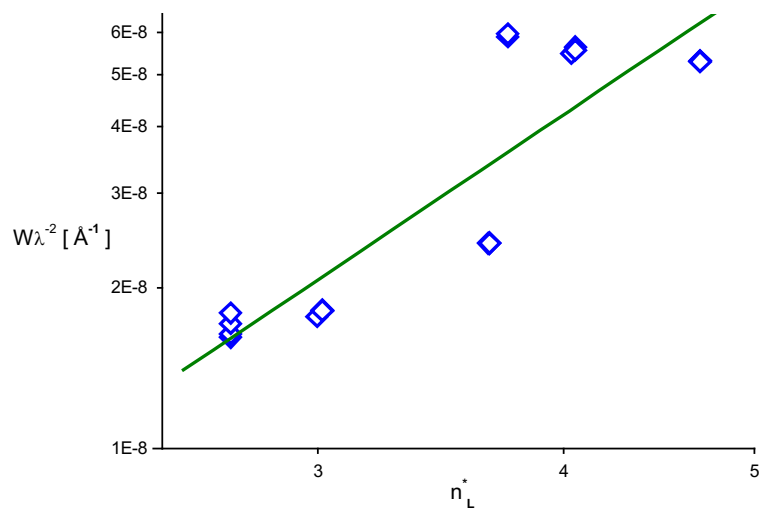
Prijelaz	Valna duljina[Å]	$W_{\text{COW}}$ [Å]	$W_{\text{COW}}^{\text{OLD}}$ [Å]	$W_{\text{COW}}/W_{\text{MSE}}$	$W_{\text{COW}}^{\text{OLD}}/W_{\text{MSE}}$
$5s^2S_{1/2} - 5p^2P_{1/2}^{\circ}$	2287.38	0.0486	0.0768	0.58	0.91
$5s^2S_{1/2} - 5p^2P_{3/2}^{\circ}$	2164.36	0.0442	0.0706	0.58	0.92
$5s^2S_{1/2} - 6p^2P_{1/2}^{\circ}$	760.16	0.0128	0.0279	1.29	2.82
$5s^2S_{1/2} - 6p^2P_{3/2}^{\circ}$	754.39	0.0128	0.0280	1.25	2.75
$5p^2P_{1/2}^{\circ} - 5d^2D_{3/2}$	1546.17	0.0430	0.0784	1.02	1.86
$5p^2P_{3/2}^{\circ} - 5d^2D_{3/2}$	1607.95	0.0469	0.0847	1.00	1.81
$5p^2P_{3/2}^{\circ} - 5d^2D_{5/2}$	1598.95	0.0466	0.0842	1.01	1.82
$5d^2D_{3/2} - 5f^2F_{5/2}^{\circ}$	1836.15	0.165	0.324	2.02	3.97
$5d^2D_{5/2} - 5f^2F_{5/2}^{\circ}$	1848.03	0.167	0.328	2.02	3.97
$5d^2D_{5/2} - 5f^2F_{7/2}^{\circ}$	1846.37	0.167	0.328	2.02	3.97
$6s^2S_{1/2} - 6p^2P_{1/2}^{\circ}$	5781.45	1.07	1.62	0.54	0.82
$6s^2S_{1/2} - 6p^2P_{3/2}^{\circ}$	5463.85	0.965	1.47	0.54	0.83
$6p^2P_{1/2}^{\circ} - 6d^2D_{3/2}$	3577.13	0.663	1.13	0.94	1.61
$6p^2P_{3/2}^{\circ} - 6d^2D_{3/2}$	3795.07	0.751	1.27	0.93	1.57
$6p^2P_{3/2}^{\circ} - 6d^2D_{5/2}$	3687.95	0.711	1.20	0.94	1.59
$6d^2D_{3/2} - 6f^2F_{5/2}^{\circ}$	3751.67	1.53	2.80	2.05	3.74
$6d^2D_{5/2} - 6f^2F_{5/2}^{\circ}$	3775.08	1.55	2.83	2.05	3.74
$6d^2D_{5/2} - 6f^2F_{7/2}^{\circ}$	3765.39	1.55	2.82	2.06	3.77

Tab. 7. Starkove širine za 18 spektralnih linija Zr IV procijenjene prema radovima Purića i Šćepanovića, 1999 ( $W_{\text{PUR99}}$ ) te Purića i dr, 1991 ( $W_{\text{PUR91}}$ ) za temperature  $T = 10\ 000$  K i elektronske gustoće od  $N = 10^{23} \text{ m}^{-3}$ . Procijenjene Starkove širine uspoređene su sa MSE izračunatim Starkovim širinama  $W_{\text{MSE}}$  (Majlinger i dr., 2017).

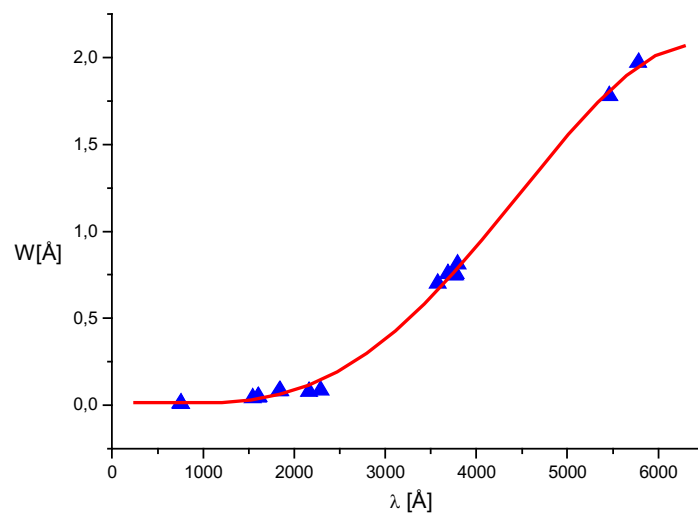
Prijelaz	Valna duljina[Å]	$W_{\text{PUR99}}$ [Å]	$W_{\text{PUR91}}$ [Å]	$W_{\text{PUR99}}/W_{\text{MSE}}$	$W_{\text{PUR91}}/W_{\text{MSE}}$
$5s^2S_{1/2} - 5p^2P_{1/2}^{\circ}$	2287.38	0.118	0.0530	1.40	0.63
$5s^2S_{1/2} - 5p^2P_{3/2}^{\circ}$	2164.36	0.11	0.0485	1.48	0.63
$5s^2S_{1/2} - 6p^2P_{1/2}^{\circ}$	760.16	0.0826	0.0164	8.34	1.66
$5s^2S_{1/2} - 6p^2P_{3/2}^{\circ}$	754.39	0.0837	0.0164	8.21	1.61
$5p^2P_{1/2}^{\circ} - 5d^2D_{3/2}$	1546.17	0.187	0.0485	4.43	1.15
$5p^2P_{3/2}^{\circ} - 5d^2D_{3/2}$	1607.95	0.202	0.0525	4.31	1.12
$5p^2P_{3/2}^{\circ} - 5d^2D_{5/2}$	1598.95	0.201	0.0521	4.34	1.13
$5d^2D_{3/2} - 5f^2F_{5/2}^{\circ}$	1836.15	1.39	0.173	17.03	2.13
$5d^2D_{5/2} - 5f^2F_{5/2}^{\circ}$	1848.03	1.41	0.176	17.05	2.12
$5d^2D_{5/2} - 5f^2F_{7/2}^{\circ}$	1846.37	1.41	0.176	17.09	2.13
$6s^2S_{1/2} - 6p^2P_{1/2}^{\circ}$	5781.45	4.77	0.950	2.42	0.48
$6s^2S_{1/2} - 6p^2P_{3/2}^{\circ}$	5463.85	4.39	0.862	2.47	0.48
$6p^2P_{1/2}^{\circ} - 6d^2D_{3/2}$	3577.13	4.64	0.611	6.61	0.87
$6p^2P_{3/2}^{\circ} - 6d^2D_{3/2}$	3795.07	5.22	0.688	6.44	0.85
$6p^2P_{3/2}^{\circ} - 6d^2D_{5/2}$	3687.95	4.96	0.652	6.56	0.86
$6d^2D_{3/2} - 6f^2F_{5/2}^{\circ}$	3751.67	18	1.36	24.10	1.82
$6d^2D_{5/2} - 6f^2F_{5/2}^{\circ}$	3775.08	18.2	1.37	24.04	1.82
$6d^2D_{5/2} - 6f^2F_{7/2}^{\circ}$	3765.39	18.2	1.37	24.27	1.83



Sl. 21. Prikaz svih prikupljenih eksperimentalnih i teorijskih Starkovih širina poznatih do 1999. godine izraženih u  $\text{rad s}^{-1}$  u log-log ovisnosti o inverznom efektivnom ionizacijskom potencijalu gornje razine  $\chi$ . Parametri su  $W^* = W / Z^{5.2}$ ,  $\chi = E_{ion} - E_{upper}$ ,  $T = 100\,000\text{ K}$ ,  $N = 10^{23}\text{ m}^{-3}$ . (Purić i Šćepanović, 1999)



Sl. 22. Odnos između Starkovih širina i donjih efektivnih kvantnih brojeva (plavi rombovi) s odgovarajućim regresijskim pravcem (zeleno).



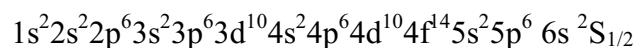
Sl. 23 Odnos između Starkovih širina i valnih duljina linija (plavi trokutići) s odgovarajućom krivuljom regresije (crveno).

## 8.2 Dvostruko ionizirani emiter – Lu III

### 8.2.1 Spektar

Lutecij (Lu) je srebrnkasto-bijeli metal, koji se odupire koroziji u suhom, ali ne i u vlažnom zraku. Kao prijelazni metal i posljednji element lantanida, tradicionalno se ubraja među elemente rijetkih zemalja (*Rare Earth Elements*, REE). Njegovo ime potječe od latinske riječi za grad Pariz (*Lutetia*), a također je u njemačkom govornom području poznat kao kasiopij (koristili su se još i nazivi neoiterbij i aldebaranij). Lutecij su 1907. godine nezavisno otkrili francuski znanstvenik Georges Urbain, austrijski mineralogist Baron Carl Auer von Welsbach i američki kemičar Charles James. Zbog rijetkosti i visoke cijene, on ima vrlo malo komercijalnih primjena. Međutim, stabilni lutecij se može upotrijebiti kao katalizator u krekiranju nafte u rafinerijama i također se može koristiti u alkilaciji, hidrogenaciji i polimerizacijskim aplikacijama. Lutecij ima najveću Brinellovu tvrdoću od bilo kojeg lantanida, na 893 MPa (Samsonov, 1968).

Dvostruko ionizirani lutecij (Lu III), dio je izoelektronskog niza Tm I sa 69 elektrona u ovojnici, sa konfiguracijom osnovnog stanja

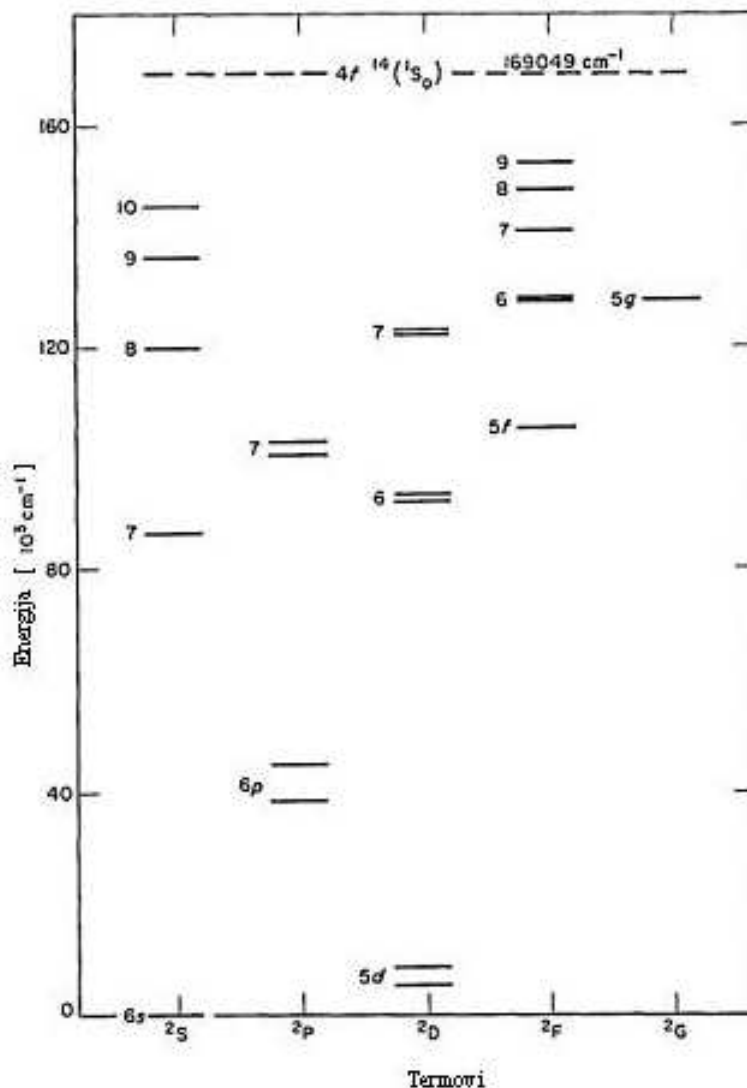


i ionizacijske energije 20.96 eV ( $169049 \text{ cm}^{-1}$ ). Atomski broj lutecija iznosi 71 (Martin i dr., 1978). Istraživanja Lu III imaju svoju važnost i u tehnologiji jer se dvostruko nabijeni ioni smatraju značajnom vezom u procesu dobivanja inverzne populacije u rekombinacijskim laserima.

Jednostavni jednoelektronski spektar Lu III je superponiran na kompleksni troelektronski spektar koji se pojavljuje pobuđivanjem elektrona izvan 4f podljuske. Meggers i Scribner (1930) u lučnom i iskričavom spektru lutecija prvi put otkrivaju linije i energijske razine Lu III. Primjećuju pet linija koje se pojavljuju samo na negativnoj elektrodi i pridružuju ih spektru Lu III, slažući ih u kvadratne nizove razina kojima odgovaraju termovi  $6s^2 S$ ,  $5d^2 D$  i  $6p^2 P$ . Nakon utvrđivanja prisustva hiperfine strukture u jednom od dvije linije iz tog niza, Steudel (1958) predlaže izmjenu u toj klasifikaciji. Steudel je pokazao da je cijepanje linije konzistentno sa očekivanom hiperfinom strukturom prijelaza  $6s^2 S_{1/2} - 6p^2 P_{1/2}$  pretpostavljajući veličinu nuklearnog momenta kojeg je našao iz mjerenja Lu I i Lu II spektra. Kaufman i Sugar (1971) fotografirali su niskonaponski iskričavi izboj spektra Lu III koristeći

se 10.7-m spektrografom sa konkavnom mrežicom uz 1200 rupica/mm u rasponu od 400 do 9000 Å. Iako su našli i spomenute razine kompleksnog troelektronskog spektra, njihov publicirani rad ograničava se samo na jednostavni jednoelektronski spektar, u kojem su klasificirali oko 70 linija iz spektralnog intervala od 677 do 8009 Å. Najintenzivnije od tih linija pripadaju 6s – 6p i 5d – 6p multipletima (2236 – 3058 Å) koje su klasificirali još 1930. Meggers i Scribner, a među njima se nalaze i spomenute dvije linije koje je kasnije ispravno klasificirao Steudel. (Martin i dr., 1978)

Kaufman i Sugar prezentirali su sve razine hiperfine strukture spektra  $^{175}\text{Lu}^{2+}$  u odnosu na razinu osnovnog stanja  $4f^{14}(^1S)6s\ ^2S_{1/2}$  koji zapravo u našem izvoru za izračunavanje Starkovih širina (Martin i dr., 1978) predstavlja baricentar hiperfina razina za  $F = 3$  i  $F = 4$  koji se razlikuju za cca  $1.75\text{ cm}^{-1}$ . Martin i dr. (1978) objavljuju razine u svom radu kao baricentre odgovarajućih hiperfina razina iz prethodno spomenutog rada (Kaufman i Sugar, 1971). Na slici 24 vidimo energijski term dijagram za Lu III.



Sl. 24. Energijski term dijagram za Lu III (Kaufman i Sugar, 1971)

Visoka zastupljenost elemenata rijetkih zemalja u zvjezdanim atmosferama karakteristika su za zvijezde iz gornjeg dijela glavnog niza HR dijagrama, magnetskih, kemijski neobičnih (Ap) zvijezda, tako da su za analizu i sintezu njihovih podataka o spektru na Starkovom širenju od velikog značaja. Stoga je devedesetih godina prošloga stoljeća predloženo pokretanje projekta nalaženja Starkovih širina za linije ovih elemenata (Popović i Dimitrijević, 1998b). U tablici 8 navedeni su elementi za koje još nisu bili određeni Starkovi parametri, sa prijedlozima o metodi njihovog određivanja. Spektri lantanida i aktinida znaju biti vrlo kompleksni, što sugerira upotrebu MSE ili SMSE metode gdje god bi za to postojali uvjeti. Tamo gdje ti uvjeti ne bi bili zadovoljeni, koristile bi se metode regularnosti i sustavnog trenda. U međuvremenu su podaci iz ove tablice postali zastarjeli, jer su se za neke



linije sa ovog spiska Starkove širine izračunale uglavnom MSE ili SMSE metodama (npr. za Nd II, Popović i dr., 2001), a broj linija u spektru Lu III za koje se Starkove širine mogu izračunati MSE formalizmom porastao je sa pet na 27. Međutim, ostao je problem kako odrediti Starkove širine koristeći svojstvo regularnosti i sustavnog trenda, jer ta metoda procjene nije jedinstvena, nego svaka vrijedi uglavnom samo za određeni homologni ili izolelektronski niz (vidjeti npr. radove Purića i dr., 1991, 1993, ili Miller i dr., 1980). Osim toga, ima i više formulacija (Cowley, 1971, Lakićević, 1981). Prema ovoj tablici vidimo da još uvijek postoji vrlo veliki broj linija koje bi se mogle odrediti jedino pomoću različitih metoda regularnosti i sustavnog trenda, što predstavlja dovoljnu motivaciju za razvoj i unapređivanje ovakvih postupaka.

Tablica 8. Lista iona od astrofizičkog interesa za čije spektre bi se računali Starkovi parametri širenja. U kolonama I i IV navedeni su ioni, u kolonama III i V broj linija za koje je moguće izračunati Starkove širine metodama navedenim u kolonama III i V. MSE stoji za modificiranu semiempirijsku metodu, SMSE za pojednostavljenu modificiranu semiempirijsku metodu, RST za metodu na bazi sustavnog trenda i regularnosti. Npr.  $3+x$  i SMSE + RST znači da se za 3 linije navedenog iona mogu izračunati Starkove širine SMSE metodom, i ostale linije, čiji broj raste kako dolaze nova mjerenja i proračuni energijskih razina, metodom RST (Popović i Dimitrijević, 1998b).

I	II	III	IV	V	VI
La II	3+x	SMSE+RST	La III	6+x	MSE+RST
La IV	x	RST	Ce II	x	RST
Ce III	5+x	SMSE+RST	Ce IV	4+x	MSE+RST
Pr II,III	x	RST	Nd II	5+x	SMSE+RST
Nd III	x	RST	Sm II	x	RST
Eu III	2+x	SMSE+RST	Gd II	2+x	SMSE+RST
Tb III	3+x	SMSE+RST	Ho II	2+x	SMSE+RST
Ho III	x	RST	Er II	1+x	SMSE+RST
Er III	x	RST	Tm II,III	x	RST
Yb II	5+x	MSE(SMSE)+RST	Yb III	3+x	MSE+RST
Yb IV	x	RST	Lu II	2+x	SMSE+RST
Lu III	5+x	MSE+RST	Lu IV	3+x	MSE+RST

Linije Lu III još uvijek nisu identificirane u spektrima nebeskih objekata zbog relativno visoke energije ionizacije, koja implicira nalaženje tih iona na većim dubinama zvjezdane atmosfere, do kojih se korištenjem sadašnjih spektrometrijskih instrumenata ne može doprijeti. Ali Starkovo širenje dvostruko ioniziranog lutecija moglo bi biti značajno za proučavanje tzv. trećih spektara lantanida u CP zvijezdama koje dolaze iz dominantnih dvostruko ioniziranih područja, što bi bilo bitno za njihovo bolje razumijevanje. Dosadašnje određivanje zastupljenosti elemenata u zvjezdanoj atmosferi temeljilo se uglavnom na tzv.

drugim spektrima jednostruko ioniziranih atoma čije su koncentracije vrlo osjetljive na izbor pojedinih LTE modela (Cowley i Greenberg, 1988). Otkako su otkrivene rapidno oscilirajuće CP zvijezde (roAp) u čijim spektrima dominiraju linije rijetkih zemalja (Przybylski, 1961, Przybylski i Kennedy, 1963), primijećeno je da se zastupljenost nekoliko lantanida, određena iz linija jednostruko i dvostruko ioniziranih atoma, za neke od njih razlikuje međusobno čak više desetaka puta (Smirnov, 2015) što se ne može objasniti greškama u određivanju jakosti oscilatora, jer bi praktički te zastupljenosti trebale biti jednake (Ryabchikova i dr., 2000). U svrhu pobližeg upoznavanja sa trećim spektrima lantanida, Leckrone (1976) je identificirao linije dvostruko ioniziranog europija u spektru  $\alpha^2\text{CVn}$ , a Cowley i Greenberg (1988) metodom statističke analize koincidencije valnih duljina (Hartoog, Cowley i Cowley, 1973) predviđaju mogućnost nalaženja linija Ce III u istom spektru, te linija većeg broja rijetkih zemalja u spektrima  $\beta$  CrB, HR465 i HD51418, dok u spektru zvijezde Przybylskog, HD101065, uz Nd III i Ho III predviđaju postojanje linija i Lu III. Deset godina kasnije, identificirano je 12 linija Lu II u spektru HD101065, što bi mogla biti potvrda tog predviđanja (Cowley i Mathys, 1998). Linije jednostruko ioniziranog lutecija nađene su i u spektru objekta HD144897 (Ryabchikova i dr., 2006) kao i HD122970, HD203932 te  $\gamma$  Aql (Ryabchikova i dr., 2000) što bi također moglo implicirati nalaženje Lu III u većim dubinama njihove atmosfere.

### 8.2.2 Starkovo širenje

Koristeći MSE pristup, izračunali smo Starkove širine za 27 linija spektra dvostruko ioniziranog lutecija koje do sada nisu objavljene u znanstvenoj literaturi. Energijske razine preuzeti su iz Martin i dr. (1978) a potrebni matrični elementi dobiveni su primjenom pristupa Bates i Damgaard (1949) dok su faktori linija i multiplata uzeti iz tablica Shorea i Menzela (1965) ukoliko je to bilo potrebno. S obzirom na nedostatak ostalih teorijskih Starkovih širina, kao i eksperimentalnih mjerenja, rezultati su provjereni sa metodom dobivanja matričnih elemenata za prijelaze za koje je  $\Delta n = 0$  iz postojećih jakosti oscilatora. Jakosti oscilatora dobivene su pomoću relativističkog Hatree-Fockovog pristupa (Biémont i dr., 1999), a matrični elementi izračunavali su se primjenom relacije (Majlinger i dr., 2015):

$$R_{ij}^2 = \frac{gf_{ij}}{2l+1} \frac{3E_H}{|E_i - E_j|} \frac{1}{R_{mult}^2 R_{line}^2} \quad (96)$$

Rezultate smo dodatno usporedili sa procjenama prema Cowleyu koristeći formulu u obliku objavljenom kod Zieglera i dr. (2012). Sve Starkove širine izračunate su za četiri vrijednosti temperatura u intervalu od 10000 K do 100000 K, dok izračunavanje širina za ostale temperaturne vrijednosti iz tog intervala osigurava interpolacijska formula (vidjeti prilog B). Starkove širine prilažemo u tablicama 9 i 10 zajedno sa interpolacijskim parametrima.

Tablica 9 Vrijednosti Starkovih poluširina na polovici maksimuma intenziteta Lu III spektralnih linija, dobivene na tri načina:  $W_{MSE}$ , primjenom modificirane semiempirijske teorije (MSE) prema Dimitrijeviću i Konjeviću (1980),  $W_B$ , primjenom MSE ali uz korištenje relativističkih Hatree-Fockovih jakosti oscilatora (Biémont i dr., 1999) za prijelaze sa  $\Delta n = 0$ , i  $W_C$ , procjenom prema Cowleyu (1971). Elektronska gustoća iznosi  $10^{23} \text{ m}^{-3}$ . (Majlinger i dr., 2015)

Lu III $\lambda=1001.2 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 5d \ ^2D_{3/2} - 4f^{14}(^1S) 5f \ ^2F^o_{5/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.0157	0.0787	0.0131
	20000	0.0111	0.0556	0.0100
	50000	0.0070	0.0352	0.0076
	100000	0.0060	0.0249	0.0068
Lu III $\lambda=1031.5 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 5d \ ^2D_{5/2} - 4f^{14}(^1S) 5f \ ^2F^o_{5/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.0167	0.0835	0.0140
	20000	0.0118	0.0591	0.0106
	50000	0.0075	0.0374	0.0081
	100000	0.0064	0.0264	0.0072
Lu III $\lambda=1030.3 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 5d \ ^2D_{5/2} - 4f^{14}(^1S) 5f \ ^2F^o_{7/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.0167	0.0836	0.0140
	20000	0.0118	0.0591	0.0106
	50000	0.0075	0.0374	0.0081
	100000	0.0064	0.0264	0.0072
Lu III $\lambda=3058.8 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 5d \ ^2D_{3/2} - 4f^{14}(^1S) 6p \ ^2P^o_{1/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.1571	0.1733	0.0707
	20000	0.1111	0.1225	0.0513
	50000	0.0703	0.0775	0.0348
	100000	0.0514	0.0548	0.0274
Lu III $\lambda=2564.3 \text{ \AA}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.1144	0.1344	0.0506
	20000	0.0809	0.0951	0.0367

$4f^{14}(^1S) 5d^2D_{3/2} - 4f^{14}(^1S) 6p^2P^o_{32}$	50000	0.0511	0.0601	0.0249
	100000	0.0368	0.0425	0.0195
Lu III $\lambda=2773.4 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 5d^2D_{5/2} - 4f^{14}(^1S) 6p^2P^o_{3/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.1342	0.1572	0.0596
	20000	0.0950	0.1112	0.0432
	50000	0.0600	0.0703	0.0293
	100000	0.0431	0.0497	0.0230
Lu III $\lambda=1056.5 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 5d^2D_{3/2} - 4f^{14}(^1S) 7p^2P^o_{1/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.0644	0.0748	0.0229
	20000	0.0456	0.0529	0.0172
	50000	0.0324	0.0334	0.0128
	100000	0.0287	0.0236	0.0111
Lu III $\lambda=1029.8 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 5d^2D_{3/2} - 4f^{14}(^1S) 7p^2P^o_{32}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.0626	0.0764	0.0219
	20000	0.0443	0.0540	0.0164
	50000	0.0302	0.0342	0.0121
	100000	0.0266	0.0242	0.0104
Lu III $\lambda=1062.0 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 5d^2D_{5/2} - 4f^{14}(^1S) 7p^2P^o_{3/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.0666	0.0813	0.0233
	20000	0.0471	0.0575	0.0175
	50000	0.0321	0.0363	0.0128
	100000	0.0283	0.0257	0.0110
Lu III $\lambda=5871.3 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 5f^2F^o_{5/2} - 4f^{14}(^1S) 7d^2D_{3/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	1.4180	5.0561	1.4178
	20000	1.0020	3.5752	1.0868
	50000	0.6690	2.2611	0.8417
	100000	0.6298	1.5989	0.7645
Lu III $\lambda=5750.3 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 5f^2F^o_{5/2} - 4f^{14}(^1S) 7d^2D_{5/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	1.3470	4.9255	1.3642
	20000	0.9526	3.4829	1.0461
	50000	0.6365	2.2028	0.8109
	100000	0.6009	1.5576	0.7371
	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	1.3660	4.9905	1.3828

Lu III $\lambda=5788.1 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 5f^2F^{\circ}_{7/2} - 4f^{14}(^1S) 7d^2D_{5/2}$	20000	0.9656	3.5288	1.0604
	50000	0.6451	2.2318	0.8221
	100000	0.6094	1.5781	0.7474
Lu III $\lambda = 2604.1 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S)6s^2S_{1/2} - 4f^{14}(^1S)6p^2P^{\circ}_{1/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.1437	0.1256	0.0563
	20000	0.1016	0.0888	0.0409
	50000	0.0643	0.0562	0.0280
	100000	0.0471	0.0397	0.0222
Lu III $\lambda = 2236.9 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S)6s^2S_{1/2} - 4f^{14}(^1S)6p^2P^{\circ}_{3/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.1091	0.1023	0.0423
	20000	0.0771	0.0723	0.0307
	50000	0.0488	0.0458	0.0210
	100000	0.0353	0.0324	0.0166
Lu III $\lambda = 996.4 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S)6s^2S_{1/2} - 4f^{14}(^1S)7p^2P^{\circ}_{1/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.0620	0.0665	0.0178
	20000	0.0438	0.0470	0.0134
	50000	0.0310	0.0297	0.0099
	100000	0.0271	0.0210	0.0086
Lu III $\lambda = 972.7 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S)6s^2S_{1/2} - 4f^{14}(^1S)7p^2P^{\circ}_{3/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.0600	0.0682	0.0172
	20000	0.0424	0.0482	0.0130
	50000	0.0288	0.0305	0.0095
	100000	0.0251	0.0216	0.0083
Lu III $\lambda=1854.6 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 6p^2P^{\circ}_{1/2} - 4f^{14}(^1S) 6d^2D_{3/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.0987	0.1847	0.0644
	20000	0.0698	0.1306	0.0475
	50000	0.0441	0.0826	0.0337
	100000	0.0325	0.0584	0.0280
Lu III $\lambda=2100.1 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 6p^2P^{\circ}_{3/2} - 4f^{14}(^1S) 6d^2D_{3/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.1290	0.2368	0.0932
	20000	0.0913	0.1674	0.0683
	50000	0.0577	0.1059	0.0476
	100000	0.0421	0.0749	0.0387
	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$

Lu III $\lambda=2066.0 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 6p \ ^2P^o_{3/2} - 4f^{14}(^1S) 6d \ ^2D_{5/2}$	10000	0.1268	0.2340	0.0897
	20000	0.0897	0.1654	0.0658
	50000	0.0567	0.1046	0.0459
	100000	0.0415	0.0740	0.0373
Lu III $\lambda = 2071.2 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 6p \ ^2P^o_{1/2} - 4f^{14}(^1S) 7s \ ^2S_{1/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.1117	0.1999	0.0506
	20000	0.0790	0.1413	0.0373
	50000	0.0554	0.0894	0.0264
Lu III $\lambda=2382.3 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 6p \ ^2P^o_{1/2} - 4f^{14}(^1S) 7s \ ^2S_{3/2}$	100000	0.0472	0.0632	0.0219
	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	0.1516	0.2645	0.0679
	20000	0.1072	0.1870	0.0501
Lu III $\lambda=7536.4 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 6d \ ^2D_{3/2} - 4f^{14}(^1S) 5f \ ^2F^o_{5/2}$	50000	0.0750	0.1183	0.0356
	100000	0.0635	0.0836	0.0296
	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	1.3980	4.4588	0.9812
Lu III $\lambda=8010.9 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 6d \ ^2D_{5/2} - 4f^{14}(^1S) 5f \ ^2F^o_{5/2}$	20000	0.9882	3.1528	0.7478
	50000	0.6250	1.9940	0.5731
	100000	0.5124	1.4100	0.5180
	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
Lu III $\lambda=7938.7 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 6d \ ^2D_{5/2} - 4f^{14}(^1S) 5f \ ^2F^o_{7/2}$	10000	1.5760	5.0380	1.2672
	20000	1.1114	3.5624	0.9630
	50000	0.7047	2.2530	0.7331
	100000	0.5789	1.5931	0.6577
Lu III $\lambda=4491.3 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 7p \ ^2P^o_{1/2} - 4f^{14}(^1S) 7d \ ^2D_{3/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	1.5490	4.9653	1.3427
	20000	1.0950	3.5110	1.0173
	50000	0.6926	2.2206	0.7692
Lu III $\lambda=4491.3 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 7p \ ^2P^o_{1/2} - 4f^{14}(^1S) 7d \ ^2D_{3/2}$	100000	0.5696	1.5701	0.6851
	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	1.0530	2.9585	1.2663
	20000	0.7443	2.0920	0.9539
Lu III $\lambda=4491.3 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 7p \ ^2P^o_{1/2} - 4f^{14}(^1S) 7d \ ^2D_{3/2}$	50000	0.5106	1.3231	0.7102
	100000	0.4711	0.9356	0.6192

Lu III $\lambda=5047.5 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 7p \ ^2P^o_{3/2} - 4f^{14}(^1S) 7d \ ^2D_{3/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	1.4840	3.7368	1.6104
	20000	1.0500	2.6423	1.2165
	50000	0.7111	1.6711	0.9115
	100000	0.6543	1.1817	0.7995
Lu III $\lambda=4957.8 \text{ \AA}$ $4f^{14}(^1S) 7p \ ^2P^o_{3/2} - 4f^{14}(^1S) 7d \ ^2_{5/2}$	T[K]	$W_{MSE}[\text{\AA}]$	$W_C[\text{\AA}]$	$W_B[\text{\AA}]$
	10000	1.4060	3.6614	1.5571
	20000	0.9943	2.5890	1.1765
	50000	0.6740	1.6374	0.8818
	100000	0.6214	1.1578	0.7737

Tablica 10. Koeficijenti  $a$ ,  $b$  i  $c$  potrebni za izračunavanje Starkovih širina za proizvoljne temperature iz raspona od 10000 K do 300000 K korištenjem interpolacijske formule. U prvoj koloni su valne duljine razmatranih linija a u petoj koloni korelacijski koeficijenti u postocima.

Valne duljine [ $\text{\AA}$ ]	$a$	$b$	$c$	Korelacijski koeficijenti [%]
972.7	4.502	-2.269	0.210	99.929
996.4	4.073	-2.087	0.192	99.950
1001.2	6.258	-3.293	0.320	99.453
1029.8	4.506	-2.267	0.210	99.907
1030.3	6.350	-3.320	0.323	99.514
1031.5	6.350	-3.320	0.323	99.514
1056.5	4.074	-2.086	0.192	99.927
1062.0	4.559	-2.278	0.211	99.917
1854.6	5.006	-2.320	0.205	99.675
2066.0	5.061	-2.294	0.202	99.657
2071.2	4.501	-2.090	0.190	99.996
2100.1	5.051	-2.286	0.201	99.650
2236.9	3.945	-1.816	0.148	99.818
2382.3	4.384	-2.100	0.192	99.995
2564.3	3.754	-1.718	0.137	99.831
2604.1	4.160	-1.864	0.154	99.838
2773.4	3.828	-1.721	0.137	99.824
3058.8	4.005	-1.775	0.144	99.854
4491.3	6.689	-2.716	0.263	99.692
4957.8	6.918	-2.758	0.266	99.665
5047.5	6.917	-2.746	0.265	99.671
5750.3	7.834	-3.181	0.314	99.424
5788.1	7.848	-3.184	0.314	99.423
5871.3	7.849	-3.176	0.313	99.438
7536.4	8.324	-3.331	0.323	99.402
7938.7	8.395	-3.343	0.324	99.402
8010.9	8.404	-3.344	0.324	99.420

Primjećujemo da se rezultati dobiveni MSE metodom uz upotrebu Bates-Damgaardovog formalizma i MSE rezultati dobiveni preko jakosti oscilatora uglavnom dobro slažu za sve d-f prijelaze, kao i za prijelaze 6p-6d i 7p-7d, ali u slučaju s-p, 5d-6p i 5d-7p prijelaza, ti rezultati se razlikuju međusobno za faktor jedan ili dva. Budući da smo kombinirali izvore iz kojih dobijamo matricne elemente za prijelaze sa  $\Delta n = 0$  i one za  $\Delta n \neq 0$ , to je moglo narušiti pravila sumacije za jakosti oscilatora, što može biti razlogom ovakvih odstupanja.

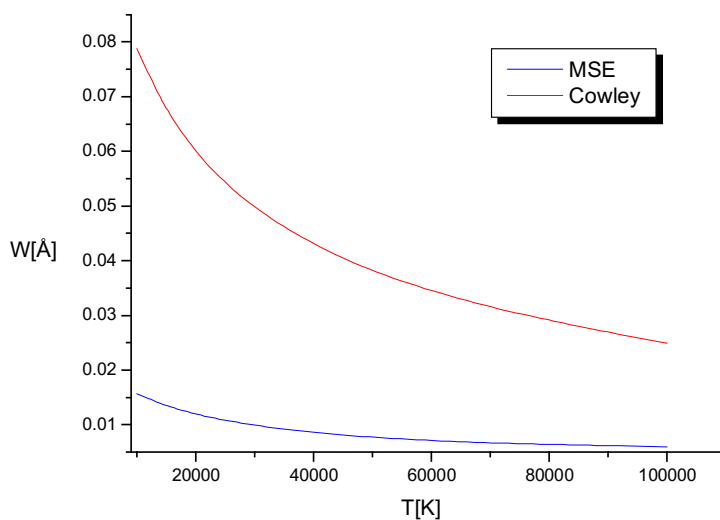
Starkove širine za 27 spektralnih linija i interpolacijski parametri iz priloženih tablica bit će uneseni u bazu podataka o Starkovim širinama i pomacima STARK-B (<http://stark->



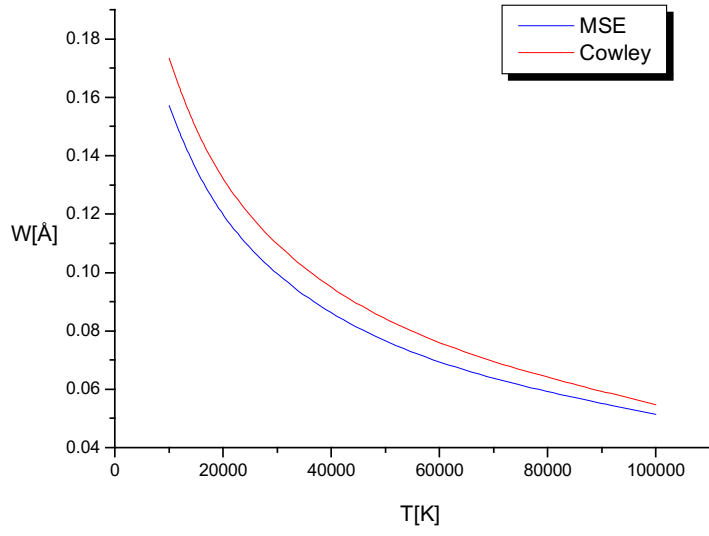
*b.obspm.fr/*), koja je dio Virtualnog centa za atomska i molekulske podatke (*Virtual Atomic and Molecular Data Center, VAMDC - <http://vamdc.org/>*) koja također ima link na stranici Srpskog virtualog opservatorija (*Serbian Virtual Observatory, SerVO - <http://servo.aob.rs/>*, Sahal-Brechot i dr., 2014b, Sahal-Brechot i dr. 2015a, 2015b, Dubernet i dr., 2010, Dubernet i dr., 2016, Rixon i dr., 2011, Jevremović i dr., 2009, Jevremović i dr., 2012).

### 8.2.3 Regularnost i sustavni trend

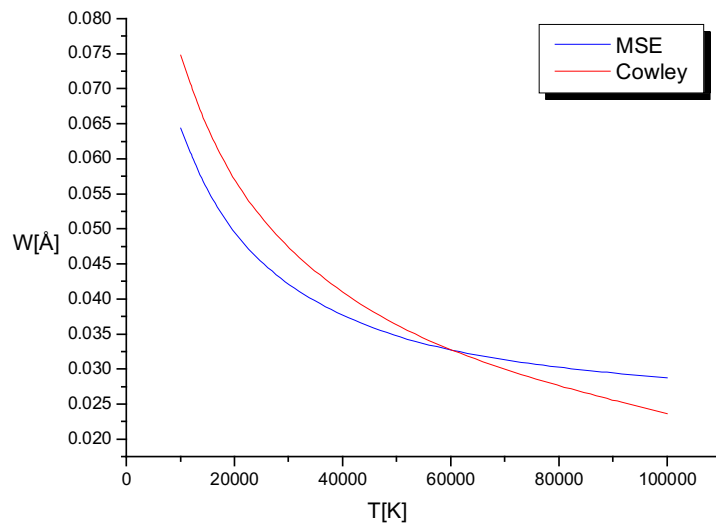
Ispitujući odnose Starkovih širina dobivenih Bates-Damgaardovom aproksimacijom i Cowleyevom procjenom, primjećujemo relativno dobro slaganje u slučaju prijelaza 5d-6p, 5d-7p, 6s-6p i 6s-7p dok je u slučaju ostalih prijelaza Cowleyeva procjena za dva ili čak više puta veća. Drugim riječima, za samo 10 od 27 razmatranih linija, što čini njih oko 37%, Cowleyeva procjena uglavnom dobro aproksimira Starkovo širenje. Iako se ova procjena u našem slučaju pokazala relativno nepouzdana, ona se u raznim oblicima još uvijek često koristi u astrofizičke svrhe, pa nam je bilo zanimljivo izračunati Starkove širine po Cowleyevoj procjeni za različite vrijednosti temperature i usporediti ove vrijednosti sa MSE rezultatima, da bismo provjerili da li je temperaturna funkcija korištena u Cowleyevoj aproksimaciji opravdana za više temperature.



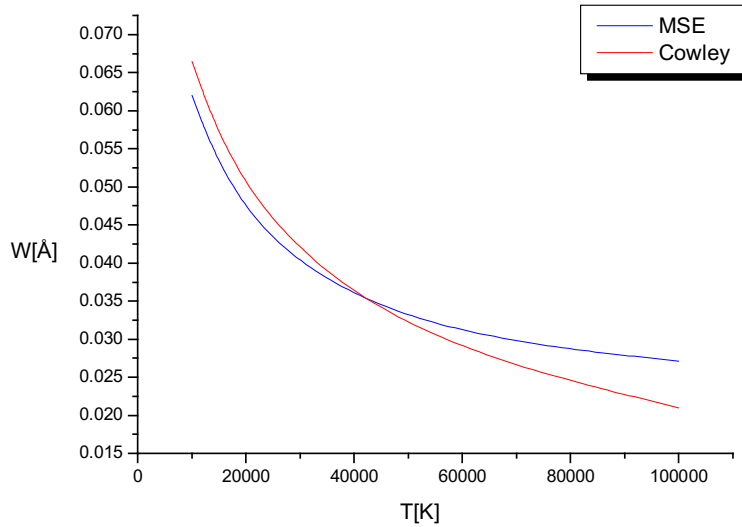
a)



b)



c)



d)

Sl. 25. Usporedba Starkovih širina dobivenih MSE metodom i Cowleyevom procjenom u funkciji temperature za prijelaze a) 5d-5f b) 5d-7p c) 6s-6p, i d) 6s-7p. Krivulje predstavljaju interpolacijske vrijednosti rezultata iz tablice 7.

Na slikama 25a-d vidimo da u većini slučajeva Cowleyeve vrijednosti ne prate dobro temperaturnu funkciju MSE rezultata, osim u slučaju 5d-7p prijelaza. Odstupanja su izgleda veća kod većih razlika MSE i Cowleyevih rezultata za najnižu vrijednost temperature. S obzirom na to da formula u obliku preuzetog od Zieglera i dr. predstavlja originalnu Cowleyevu formulu za širenje linija u ionskom spektru (Cowley, 1971) skaliranu prema temperaturnoj funkciji  $f(T) = T^{0.5}$  koja ovisi samo o doprinosima gornjih razina, pokazuje se da je ova procjena točnija kod prijelaza sa manjim orbitalnim brojevima gornjih razina (prijelazi sa višim s i p razinama), gdje utjecaj orbitalnog kvantnog broja na Starkovo širenje možemo zanemariti. To dokazuje da se Cowleyeva aproksimacija ne može uspješno primjeniti na više temperature i na sve prijelaze, jer je ovisnost Starkovog širenja o temperaturi složenija i s obzirom na MSE teoriju ovisi o Gauntovom faktoru (Dimitrijević i Konjević, 1980).

Usporedba MSE rezultata sa procjenama dobivenim tzv. generaliziranom formulom Purića i Šćepanovića (1999) nije dala dobro slaganje. Međutim, relativno dobro slaganje dobili smo sa Purićevim procjenama iz rada Purić i dr., 2008, gdje su prezentirane formule procjene za 3s-3p prijelaze za različite ione. S obzirom da su se ti rezultati relativno bolje slagali i za ostale prijelaze za koje procjene nisu bile predviđene, dalo se naslutiti da možemo koristeći Purićevu strategiju dobiti korelaciju između izračunatih širina za Lu III linije i

njihovih gornjih ionizacijskih potencijala. Međutim, regresijskom analizom ustanovili smo da između 27 Starkovih širina Lu III linija i gornjeg, odnosno donjeg ionizacijskog potencijala ne postoji zadovoljavajuća korelacija.

Budući da nismo imali mogućnosti da za iste prijelaze provjerimo ovisnost Starkove širine o rezidualnom naboju, ostaje nepoznanica da li je ovisnost za prijelaze 3s-3p zadana relacijom iz Purić i dr. (2008), ili je ovisnost drugačije matematičke prirode (vidjeti analizu istog postupka za Zr IV). Purić u svojim ranijim radovima (npr. Purić i dr., 1997, 2008, PŠ99) ističe uvijek istu relaciju ovisnosti Starkovih širina o rezidualnom naboju ( $W_{Stark} \sim Z^{5.2}$ ) dok u svojim kasnijim radovima tu ovisnost varira s obzirom na izbor razmatranog izoelektronskog niza (npr. Talapaga i dr., 2018). Iz navedenog ovdje i u poglavlju o Zr IV, možemo zaključiti da su potrebna daljnja istraživanja na temu regularnosti i sustavnog trenda.

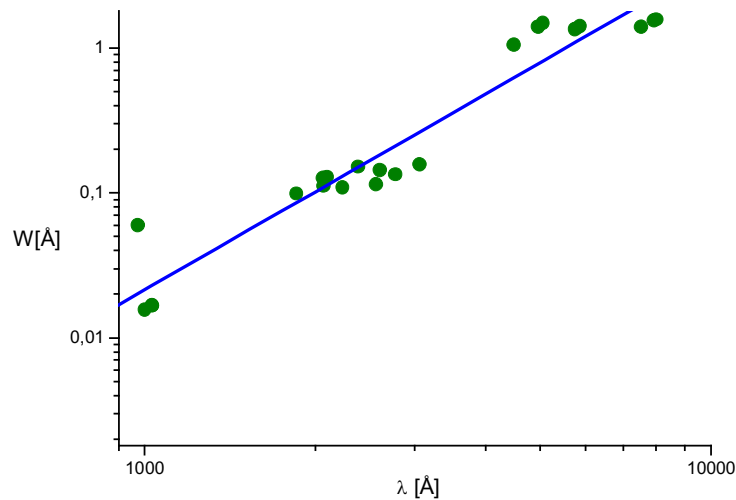
Na kraju, ustanovili smo da sudarne širine za Lu III linije zadovoljavaju i slijedeću log-log relaciju ovisnosti o valnim duljinama (Sl. 26):

$$\log W_{MSE} = 2.245 \log \lambda - 8.403 \quad (97)$$

sa korelacijskim koeficijentom od oko 96.5%. Usporedbe naših MSE vrijednosti sa vrijednostima dobivenih Purićevim formulama dane su u tablici 11.

Tablica 11. Usporedba Starkovih širina na polovini najvećeg intenziteta za 27 spektralnih linija dobivenih novijim metodama procjene prema Puriću,  $W_{PN}$  (Purić i dr, 2007, 2008) i starijim Purićevim metodama procjene,  $W_{PO}$  (Purić and Šćepanović, 1999), sa Starkovim širinama određenih MSE metodom ( $W_{MSE}$ ) i sa širinama procijenjenima prema Cowleyu ( $W_C$ ) prema radu Majlinger i dr (2015). Dane su vrijednosti Starkovih širina pri temperaturi  $T = 10000$  K i gustoći perturbatora  $N = 10^{23}$  m<sup>-3</sup>.

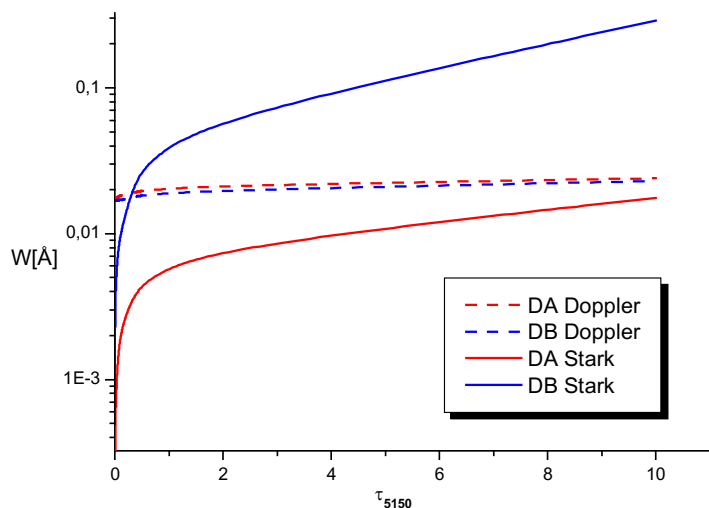
<i>Transition</i>	<i>Wavelength</i> [Å]	$W_{PN}$ [Å]	$W_{PO}$ [Å]	$W_{PN}/W_{MSE}$	$W_{PO}/W_{MSE}$	$W_{PN}/W_C$
4f14(1S) 5d 2D3/2 – 4f14(1S) 5f 2F <sup>o</sup> 5/2	1001.2	0.0154	.166	.98	10.6	0.2
4f14(1S) 5d 2D5/2 – 4f14(1S) 5f 2F <sup>o</sup> 5/2	1031.5	0.0173	.176	1.04	10.5	0.21
4f14(1S) 5d 2D5/2 – 4f14(1S) 5f 2F <sup>o</sup> 7/2	1030.3	0.0173	.177	1.04	10.6	9.21
4f14(1S) 5d 2D3/2 – 4f14(1S) 6p 2P <sup>o</sup> 1/2	3058.8	0.143	.165	.91	1.05	0.83
4f14(1S) 5d 2D3/2 – 4f14(1S) 6p 2P <sup>o</sup> 3/2	2564.3	0.101	.135	.89	1.18	0.75
4f14(1S) 5d 2D5/2 – 4f14(1S) 6p 2P <sup>o</sup> 1/2	2773.4	0.125	.158	.94	1.18	0.8
4f14(1S) 5d 2D3/2 – 4f14(1S) 7p 2P <sup>o</sup> 1/2	1056.5	0.0171	.144	.27	2.24	0.23
4f14(1S) 5d 2D3/2 – 4f14(1S) 7p 2P <sup>o</sup> 3/2	1029.8	0.0162	.153	.26	2.4	0.21
4f14(1S) 5d 2D5/2 – 4f14(1S) 7p 2P <sup>o</sup> 3/2	1062.0	0.0184	.163	.28	2.45	0.23
4f14(1S) 5f 2F <sup>o</sup> 5/2 – 4f14(1S) 7d 2D3/2	5871.3	12.3	15	8.7	10.6	2.4
4f14(1S) 5f 2F <sup>o</sup> 5/2 – 4f14(1S) 7d 2D5/2	5750.3	11.8	14.8	8.71	11	2.4
4f14(1S) 5f 2F <sup>o</sup> 7/2 – 4f14(1S) 7d 2D5/2	5788.1	12	15	8.8	10.9	2.4
4f14(1S) 6s 2S1/2 – 4f14(1S) 6p 2P <sup>o</sup> 1/2	2604.1	0.0926	0.12	.64	0.83	0.73
4f14(1S) 6s 2S1/2 – 4f14(1S) 6p 2P <sup>o</sup> 3/2	2236.9	0.0684	0.103	.63	0.94	0.67
4f14(1S) 6s 2S1/2 – 4f14(1S) 7p 2P <sup>o</sup> 1/2	996.4	0.0136	0.128	.22	2.1	0.20
4f14(1S) 6s 2S1/2 – 4f14(1S) 7p 2P <sup>o</sup> 3/2	972.7	0.0129	0.137	.26	2.3	0.19
4f14(1S) 6p 2P <sup>o</sup> 1/2 – 4f14(1S) 6d 2D3/2	1854.6	0.111	0.316	1.13	3.2	0.6
4f14(1S) 6p 2P <sup>o</sup> 3/2 – 4f14(1S) 6d 2D3/2	2100.1	0.168	0.405	1.3	3.2	0.71
4f14(1S) 6p 2P <sup>o</sup> 3/2 – 4f14(1S) 6d 2D5/2	2066.0	0.162	0.404	1.28	3.2	0.7
4f14(1S) 6p 2P <sup>o</sup> 1/2 – 4f14(1S) 7s 2S1/2	2071.2	0.138	0.316	1.23	2.82	0.69
4f14(1S) 6p 2P <sup>o</sup> 3/2 – 4f14(1S) 7s 2S1/2	2382.3	0.216	0.418	1.42	2.75	0.82
4f14(1S) 6d 2D3/2 – 4f14(1S) 5f 2F <sup>o</sup> 5/2	7536.4	10.8	9.4	7.7	6.7	2.4
4f14(1S) 6d 2D5/2 – 4f14(1S) 5f 2F <sup>o</sup> 5/2	8010.9	12.6	10.6	8	6.7	2.5
4f14(1S) 6d 2D5/2 – 4f14(1S) 5f 2F <sup>o</sup> 7/2	7938.7	12.4	10.5	8	6.8	2.5
4f14(1S) 7p 2P <sup>o</sup> 1/2 – 4f14(1S) 7d 2D3/2	4491.3	5.53	8.79	5.3	8.4	1.9
4f14(1S) 7p 2P <sup>o</sup> 3/2 – 4f14(1S) 7d 2D3/2	5047.5	7.88	11.1	5.3	7.5	2.1
4f14(1S) 7p 2P <sup>o</sup> 3/2 – 4f14(1S) 7d 2D5/2	4957.8	7.6	11	5.4	7.8	2.1



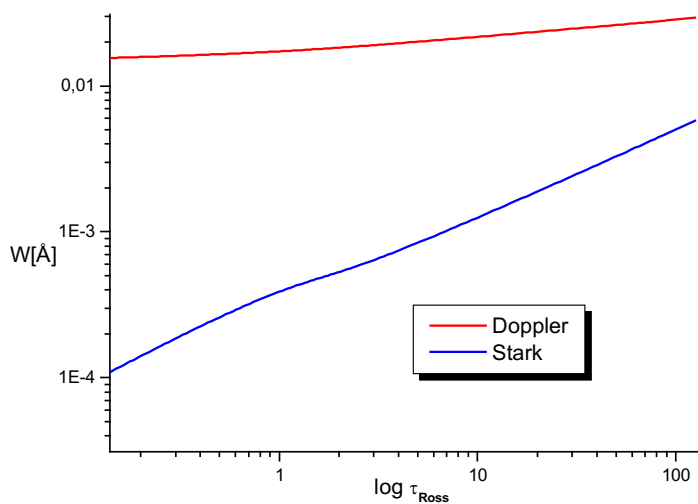
Sl. 26. Odnos Starkovih širina prema odgovarajućim valnim duljinama (zeleni kružići) s pripadnim regresijskim pravcem (plavo)

#### 8.2.4 Vruće zvijezde i bijeli patuljci

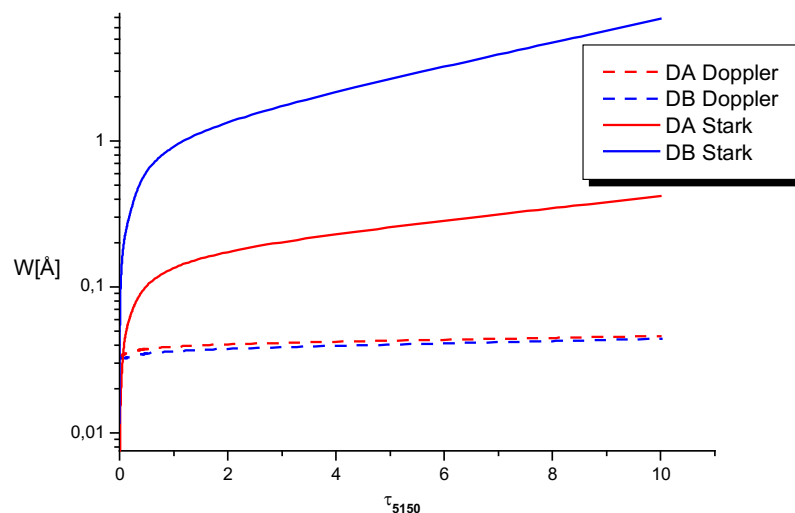
Utjecaj Starkovog širenja na pojedine spektralne linije Lu III ispitali smo na primjerima zvjezdanih atmosfera vrućih zvijezda i atmosfera bijelih patuljaka DA i DB tipa (Wickramasinghe, 1972, Kurucz, 1979). Pretpostavlja se da bi dovoljno dvostruko ioniziranog lutecija u ovim atmosferama bilo na temperaturama koje odgovaraju energiji koja iznosi 10% energije ionizacije Lu II (Dimitrijević, privatna korespondencija), što znači da bi utjecaj Starkovog širenja trebalo razmatrati na optičkim dubinama sa temperaturom od 16000 K na više.



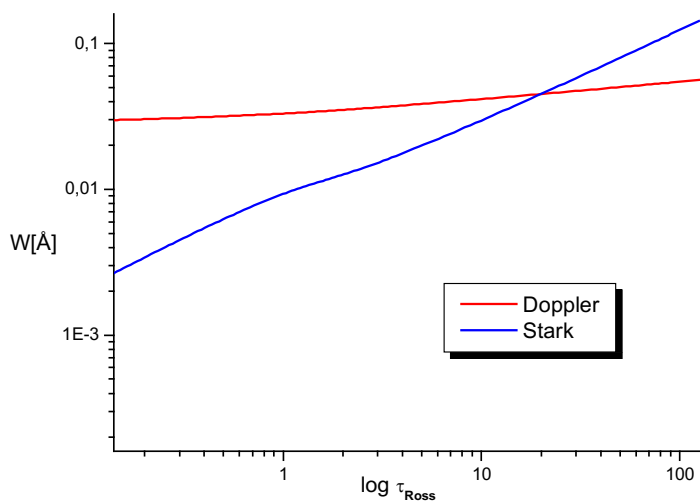
Sl. 27. Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Lu III liniju  $\lambda 3058.8$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DA i DB bijelog patuljka prema modelu atmosfere  $\log g = 8$  i  $T_{eff} = 15\,000$  K (Wickramasinghe, 1972)



Sl. 28. Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Lu III liniju  $\lambda 3058.8$  u ovisnosti o logaritmu Rosselandove optičke dubine atmosfere vruće zvijezde prema modelu atmosfere  $\log g = 4.5$  i  $T_{eff} = 10\,000$  K (Kurucz, 1979)

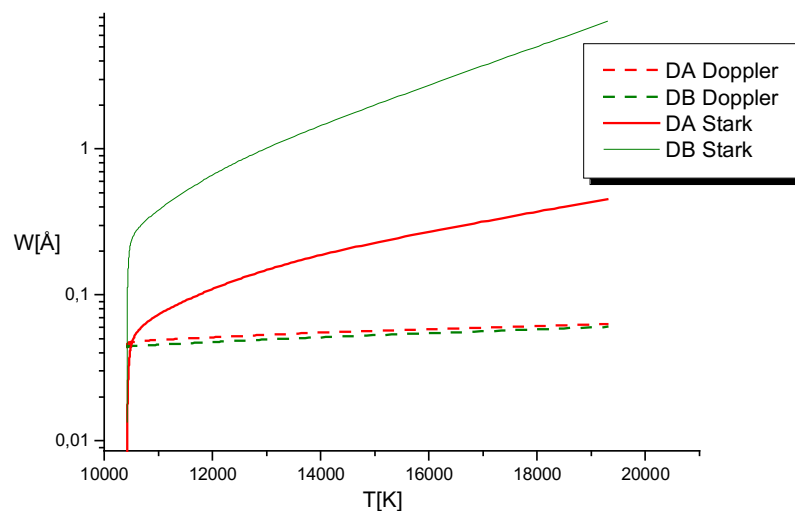


Sl. 29. Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Lu III liniju  $\lambda 5871.3$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DA i DB bijelog patuljka prema modelu atmosfere  $\log g = 8$  i  $T_{eff} = 15\ 000$  K (Wickramasinghe, 1972)

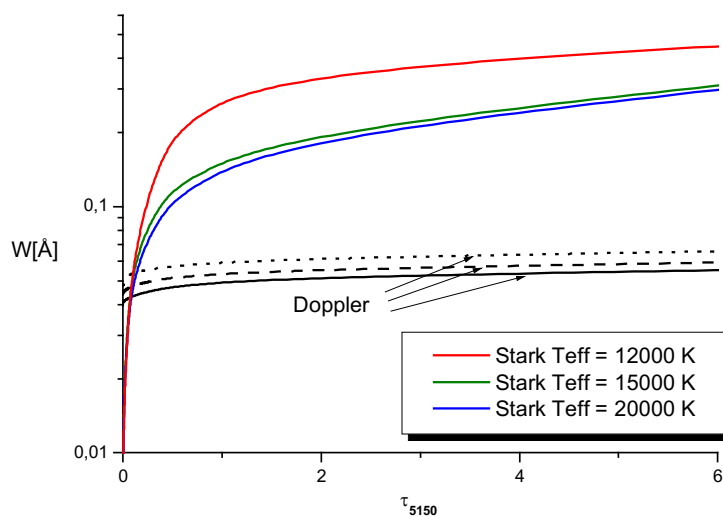


Sl. 30. Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Lu III liniju  $\lambda 5871.3$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere vruće zvijezde prema modelu atmosfere  $\log g = 4.5$  i  $T_{eff} = 10\ 000$  K (Kurucz, 1979)

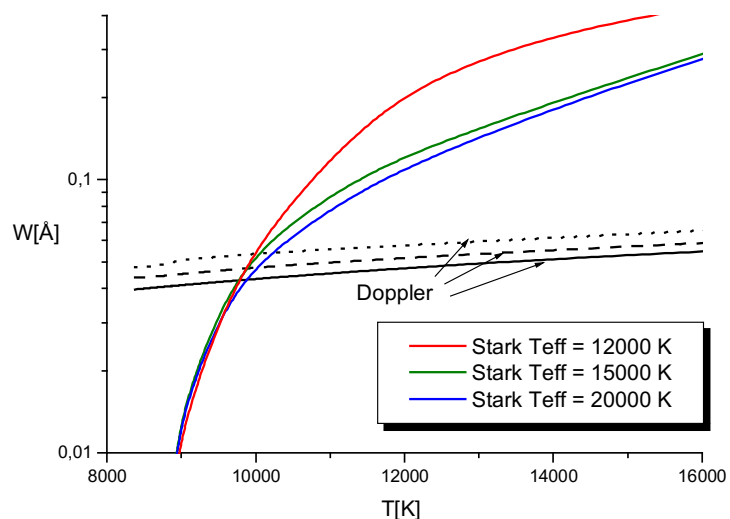




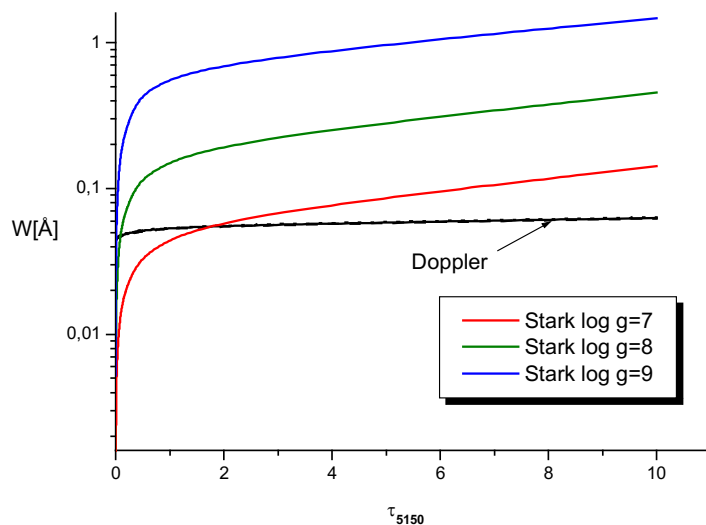
Sl. 31. Starkove i Dopplerove širine za Lu III liniju  $\lambda 8010.9$  kao funkcije temperature sloja atmosfere DA i DB bijelog patuljka prema modelu atmosfere  $\log g = 8$  i  $T_{eff} = 15\ 000$  K (Wickramasinghe, 1972)



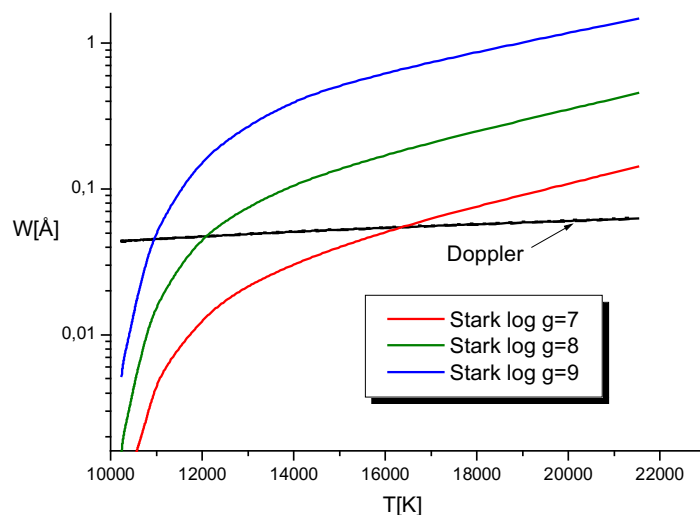
Sl. 32. Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Lu III liniju  $\lambda 8010.9$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DA bijelog patuljka za tri različita modelu atmosfere:  $\log g = 8$ ,  $T_{eff} = 12000$  K,  $T_{eff} = 15\ 000$  K i  $T_{eff} = 20000$  K (Wickramasinghe, 1972)



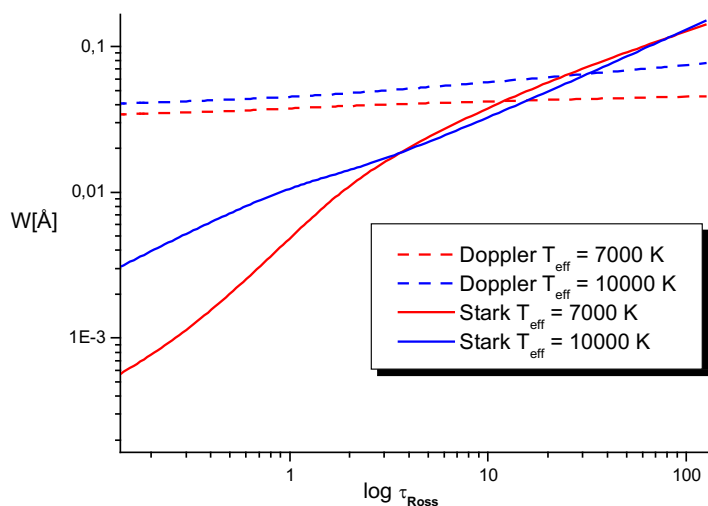
Sl. 33. Starkove i Dopplerove širine za Lu III liniju  $\lambda 8010.9$  u ovisnosti o temperaturi sloja atmosfere DA bijelog patuljka za tri različita modelu atmosfere:  $\log g = 8$ ,  $T_{eff} = 12000$  K,  $T_{eff} = 15\ 000$  K i  $T_{eff} = 20000$  K (Wickramasinghe, 1972)



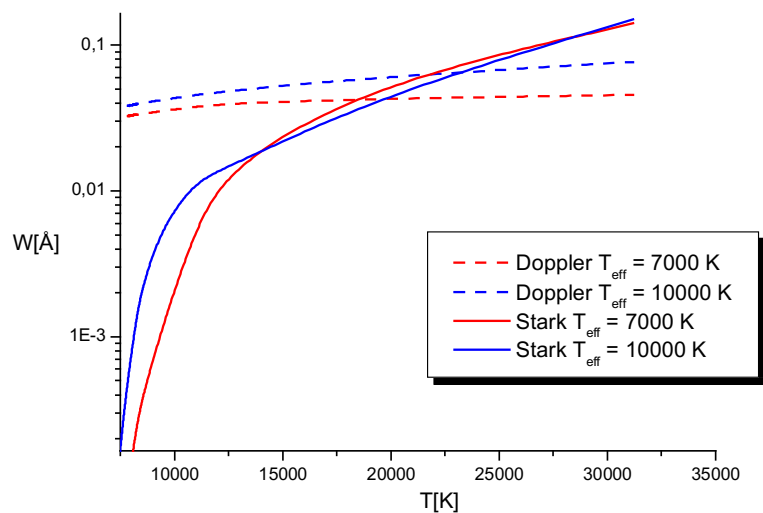
Sl. 34. Starkove i Dopplerove širine za Lu III liniju  $\lambda 8010.9$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DA bijelog patuljka za tri različita modelu atmosfere:  $T_{eff} = 15\ 000$  K,  $\log g = 7$ ,  $\log g = 8$  i  $\log g = 9$  (Wickramasinghe, 1972)



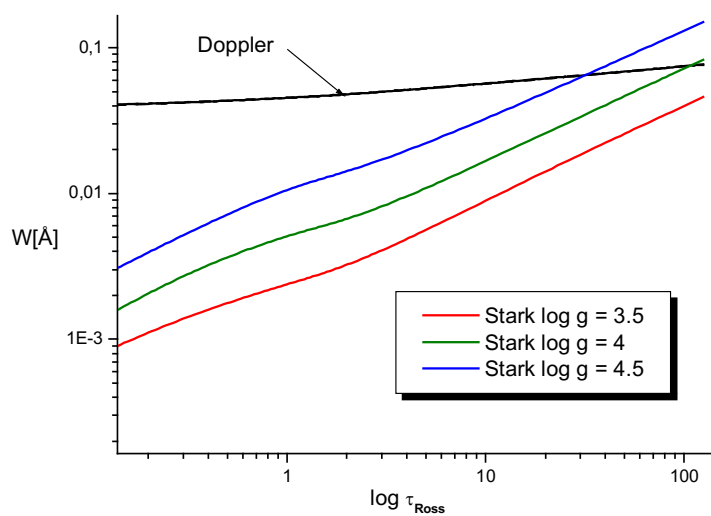
Sl. 35. Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Lu III liniju  $\lambda 8010.9$  u ovisnosti o temperaturi sloja atmosfere DA bijelog patuljka za tri različita modelu atmosfere:  $T_{eff} = 15\ 000$  K,  $\log g = 7$ ,  $\log g = 8$  i  $\log g = 9$  (Wickramasinghe, 1972)



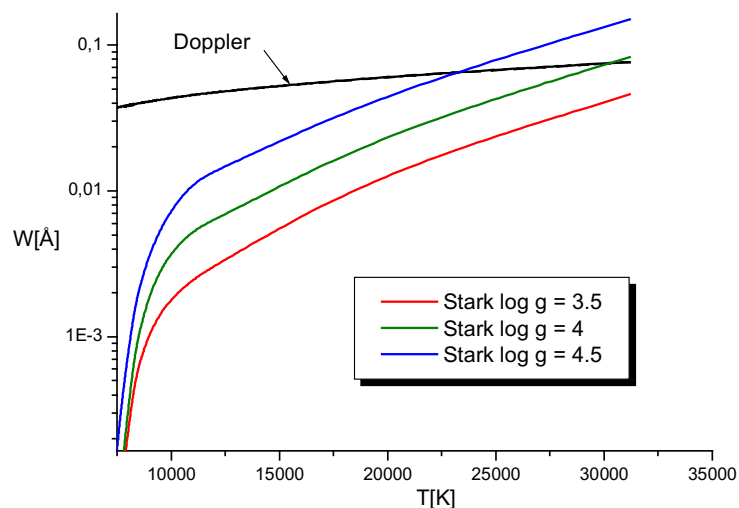
Sl. 36. Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Lu III liniju  $\lambda 8010.9$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere vruće zvijezde za dva različita modela atmosfere  $\log g = 4.5$ ,  $T_{eff} = 7000$  K i  $T_{eff} = 10\ 000$  K (Kurucz, 1979)



Sl. 37. Usporedba Starkovih i Dopplerovih širina za Lu III liniju  $\lambda 8010.9$  u ovisnosti o temperaturi atmosferskog sloja vruće zvijezde za dva različita modela atmosfere  $\log g = 4.5$ ,  $T_{eff} = 7000$  K i  $T_{eff} = 10\ 000$  K (Kurucz, 1979)



Sl. 38. Starkove i Dopplerove širine za Lu III liniju  $\lambda 8010.9$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere vruće zvijezde za tri različita modela atmosfere:  $T_{eff} = 10\ 000$  K,  $\log g = 3$ ,  $\log g = 4$  i  $\log g = 4.5$  (Kurucz, 1979)



Sl. 39. Starkove i Dopplerove širine za Lu III liniju  $\lambda 8010.9$  u ovisnosti o temperaturi atmosferskog sloja vruće zvijezde za tri različita modela atmosfere:  $T_{eff} = 10\ 000$  K,  $\log g = 3$ ,  $\log g = 4$  i  $\log g = 4.5$  (Kurucz, 1979)

Kao i u slučaju Zr IV linija, Starkovo širenje linija pokazalo se značajnije od Dopplerovog u spektrima DB patuljaka nego u spektrima DA patuljaka, s time da se isto tako pokazalo značajnije kod bijelih patuljaka nego kod vrućih zvijezda. Dominacija Starkovog širenja raste sa porastom valne duljine, jer je Starkova širina proporcionalna sa kvadratom valne duljine linije, dok Dopplerova širina raste linearno sa porastom valne duljine. Stoga za linije sa nižim valnim duljinama ne nailazimo na utjecaj sudranog mehanizma na širenje u spektrima A tipova zvijezda. Na primjer, za liniju  $\lambda 3058.8$  ne samo da je Dopplerovo širenje dominantno do većih atmosferskih dubina zvijezde tipa A, nego i kod DA bijelog patuljka, dok kod linije  $\lambda 5871.3$  Starkovo širenje postaje dominantno i kod DA bijelih patuljaka i kod A tipova zvijezda (Sl. 27-30).

Na primjeru Lu III spektralne linije  $\lambda 8010.9$  sa najvećom valnom duljinom istraživali smo utjecaj izbora modela atmosfere na odnos Starkovog i Dopplerovog širenja spektralnih linija u atmosferama DA patuljaka i vrućih zvijezda. Uz uobičajene modele (za DA tip patuljka,  $\log g = 8$ ,  $T_{eff} = 15000$  K, za vruće zvijezde  $\log g = 4.5$ ,  $T_{eff} = 10000$  K), varirali smo efektivne temperature zadržavajući gravitacijske akceleracije konstantnima i obratno (za vruće zvijezde koristili smo atmosferske modele u rasponu efektivnih temperatura 7000 K do 10000 K, odnosno u rasponu  $3.5 \leq \log g \leq 4.5$ , dok smo DA tip varirali od 12000 K do 20000 K s obzirom na efektivne temperature, odnosno u rasponu  $7 \leq \log g \leq 9$  s obzirom

na gravitacijsku akceleraciju). Na slikama 31-39 prikazane su Starkove i Dopplerove širine u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere ili temperaturi atmosferskog sloja.

Primjećujemo da se u slučaju DA bijelih patuljaka kritična točka gdje se Starkovo širenje izjednačava sa Dopplerovim pomiče neznatno prema većim optičkim dubinama sa porastom efektivne temperature. Krivulje ovisnosti Starkovog širenja sa optičkom dubinom pomiču se sve sporije sa nelinearnim povećanjem efektivne temperature. Sa povećanjem  $\log g$  povećava se i elektronska gustoća na istim optičkim dubinama, što uzrokuje da Starkovo širenje postaje značajnije na manjim dubinama atmosfere u DA patuljcima sa većom gravitacijom, a istom efektivnom temperaturom.

U modelima atmosfere vrućih zvijezda, variranjem efektivnih temperatura od 7000 K do 10000 K, također možemo primijetiti neznatno pomicanje te kritične točke prema većim optičkim dubinama uz porast njihove vrijednosti. Također opažamo i promjenu nagiba krivulja Dopplerovog i Starkovog širenja kao funkcija optičke dubine ili temperature pojedinog sloja. Međutim, promjena efektivne temperature očigledno ne utječe toliko drastično na vrijednost Starkovih širina u pojedinim slojevima kao promjena gravitacijske akceleracije. Kao i kod DA patuljaka, povećanjem površinske gravitacije, kritično sjecište krivulja Starkovih i Dopplerovih širina u odnosu na atmosferski sloj pomiče se prema površinskim dijelovima zvjezdane atmosfere.

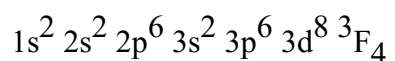
### 8.3. Jednostruko ionizirani emiter – Co II

#### 8.3.1 Spektar

Kobalt je uz željezo i nikal jedini feromagnetični element na sobnoj temperaturi, sa najvišom Curievom točkom od navedenih metala (Wang, 2006). U prirodi se ne nalazi u elementarnom stanju, nego u obliku minerala u stijinama, pretežno duboko ispod zemljine površine (Young, 1957). Ime mu dolazi od njem. *kobold* što je naziv za podzemnog gnoma, bestjelesno mitološko biće, uglavnom nezgodne naravi (Weeks, 1932). Tako su njemački rudari nazivali kobaltne stijene na koje su nailazili, zbog njihovog čudnog svojstva da prilikom zagrijavanja ispuštaju plavilo i otrovni plin arsen (vjerojatno kobaltni arsenid, kobaltit ili kritrit, Young, 1957).

Kobaltni spojevi su se tisućljećima upotrebljavali za ukrašavanje skupocjenih ukrasa, nakita i stakala karakterističnom plavom bojom, koja se greškom pripisivala bizmutu. Tek nakon što je George Brandt 1735. godine izdvojio u elementarnom stanju, kobalt postaje prvi metal čije je otkriće povijesno zabilježeno. U elementarnom stanju, kobalt je tvrd metal srebrnkastosive boje. Kobaltovi spojevi značajnu su ulogu odigrali i u radu Alfreda Wernera o koordinacijskim spojevima, za koji je dobio Nobelovu nagradu 1913. godine (Grdenić, 1987).

Jednostruko ionizirani kobalt (Co II) dio je Fe I izoelektronskog niza, elektronska konfiguracija osnovnog stanja glasi:



Atomski mu je broj 27, a energija ionizacije  $137795 \text{ cm}^{-1}$ . Najintenzivnija spektralna linija pojavljuje se na valnoj duljini  $2286 \text{ \AA}$  u ultraljubičastom dijelu spektra.

Prvu analizu Co II spektra obavio je Meggers (1928) koji mjeri raspon između  $2150$  i  $5000 \text{ \AA}$ , nalazi osam multipleta i identificira 14 Co II linija u sunčevom spektru. Findlay (1930) proširuje Meggersova mjerenja na raspon do  $1940 \text{ \AA}$  te nalazi osnovno stanje  $3d^8 3F$  korigirajući neke njegove oznake razina koristeći podatke o Zeemanovom efektu. Hagar (1951), a kasnije i Velasco i Adames (1966) proširuju analizu uključujući termove iz konfiguracije  $3d^6 4s^2$ ,  $3d^6 4s 4p$  i  $3d^7 5s$ . Velasco i Adames (1966) prilažu tablicu od 1500 opaženih linija i 450 klasificiranih linija.

Iglesias (1972, 1979) komentira da od svih spektara željezne grupe elemenata jedino Co II spektar nije potpuno poznat, te u analizu uključuje članove iz konfiguracija  $3d^7 6s$ ,  $7s$ ,  $5p$ ,  $4d$ ,  $5d$ ,  $6d$  i  $7d$ . U svojoj analizi Iglesias je koristila i istosmjernu i pulsnu šuplju katodu kao izvor i rešetkasti spektrograf klasificirajući 1200 linija između 1020 i 9492 Å. Novije kompilacije energijskih razina daju Sugar i Corlis (1985, nadalje SC85) navodeći preciznije vrijednosti za razinu  $3d^7 4p$  (Roth, 1969), kao i za razine  $3d^8$ ,  $3d^7 4s$  i  $3d^6 4s^2$  (Shadmi, Oreg i Stein, 1968).

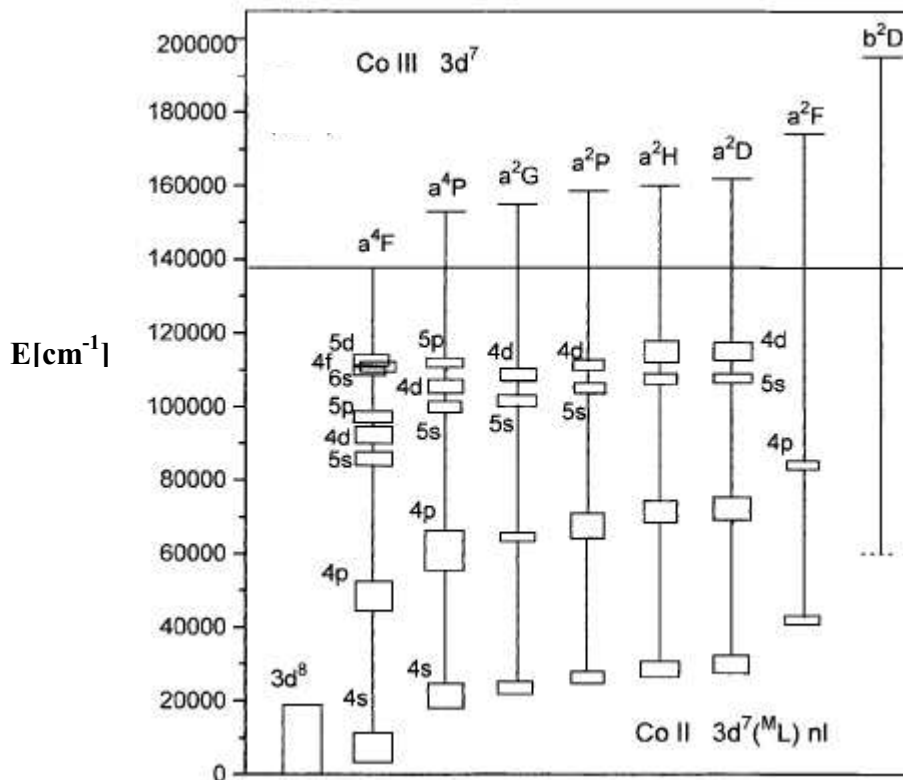
Za dobivanje Starkovih širina koristili smo listu razina iz SC85 kao i rezultate Pickering i dr. (1998). Pickering je snimila visokorazlučiv spektar Co II koristeći spektrometar sa Furierovom transformacijom i kobaltno-neonsku i kobaltno-argonsku šuplju katodnu lampu kao izvor u rasponu od 1420 do 33333 Å. Od prethodno izlistanih energijskih razina iz SC85, 215 je revidirala a šest izbacila, te dodala 171 od kojih je 125 prvi put registrirano, čime se broj klasificiranih linija popeo na 1242. Revidirane energijske razine točnije su određeni nego kod SC85. Dodano je 46 novih  $3d^7(^4F)4f$  razina, a 35 postojećih iz SC85 nije opaženo, bilo zbog toga jer su netočni, ili zbog toga jer razine nisu bile popunjene katodnim izvorom.

Konvencija bilježenja termova kod Pickering ostaje ista kao kod SC85, najniži parni LS term multipliciteta  $M$  i ukupnog orbitalnog momenta  $L$  označava se sa  $a^M L$ , slijedeći najniži sa  $b^M L$ , itd. Slično tome, najniži neparni term označava se sa  $z^M L$ , slijedeći najniži sa  $y^M L$ , itd. Za nove nađene razine abecedni prefiks je izbačen, jer nije bio naročito koristan u području viših razina gdje se grupe multiplata prekrivaju.

Struktura termova prijelaznih elemenata detaljno je obrađena u literaturi (Johansson i Cowley, 1988). Opažene razine Co II sadržane su u dva konfiguracijska sustava. Prvi "normalni" sustav sastoji se od  $3d^7(^M L)nl$  podkonfiguracija, koja su građena od roditeljskih termova ( $^M L$ ) u Co III, i prijelazi koji uključuju ove razine dominiraju u emisijskom spektru Co II. Podkonfiguracija  $3d^6(^M L)4s nl$  u dvostruko pobuđenom sustavu građena je od ( $^M L$ ) roditeljskih termova iz Co IV, međutim te dvostruko pobuđene razine nisu opažene u ovom mjerenju, vjerojatno zato jer nisu bile popunjene izvorom koji je radio u kontinuiranom modu.

Shematki dijagram normalnog sustava termova prikazan je na slici 40. Normalni konfiguracijski sustav  $3d^7(^M L)nl$  je dobro poznat za  $nl = 4s$  i  $4p$  i samo djelomično poznat za  $nl = 4d$  i  $5s$ . U podkonfiguracijama  $3d^7(^M L)nl$  također su nađene i razine  $4f$ ,  $5p$ ,  $5d$  i  $6s$ . Vrh dijagrama prikazuje sve termove roditeljskog terma  $3d^7$  u Co III kao funkcije energije. Vertikalne linije sa svakog terma vode na pravokutnike koji predstavljaju termove-djecu. Širina pravokutnika ocrta energijski raspon te podkonfiguracije (Pickering i dr., 1998).





Slika 40. Struktura “normalnog” sustava konfiguracije  $3d^7(^M)Lnl$  relativno na strukturu termova roditeljske konfiguracije  $3d^7$  u Co III (Pickering i dr., 1998)

Važnost kobalta podjednako je prisutna u tehnologiji kao i u astrofizičkim istraživanjima. Kobalt se prvenstveno koristi u pripremi magnetskih, otpornih na habanje i čvrstih legura. Kobalt-60 je komercijalno važan radioizotop, korišten kao radioaktivni marker a upotrebljava se i za proizvodnju visokoenergetskih gama zraka. Litij-kobaltni oksid kao kobaltni spoj široko se koristi u katodama litij-ionskih baterija (Wang, 2006). Rezultati istraživanja kobalta također su značajni u astrofizici. Željezo, nikal i kobalt proizvodi su nuklearnog goriva u supernovama. Snažne apsorpcijske linije mogu se naći u supernovi tipa Ia i II (Jaschek i Jaschek, 1995) kao rezultat eksplozivne nukleosinteze. Stabilni oblik kobalta nastaje u supernovama kroz tzv. r-proces koji se javlja u supernovim jezgrama i odgovoran je za stvaranje otprilike polovice atomskih jezgri elemenata težih od željeza. Postupak podrazumijeva niz brzih sudara neutrona (stoga naziv r-proces) sa teškim jezgrama, tipično  $^{56}\text{Fe}$  ili drugih više teških izotopa bogatih neutronima.

Jednostruko ionizirana faza dominira spektrom prijelaznih elemenata u atmosferi zvijezda spektralnih klasa B-G, a posebno se smatra da vrijedi za željeznu skupinu elemenata koji mjere ultraljubičastu regiju spektra (Johansson, 1995).

Kobalt je također važan u spektralnoj analizi kemijski neobičnih zvijezda. Na primjer, u Hg-Mn zvijezdama promatrane su spektralne linije jednostruko nabijenog kobaltnog iona Co II (vidi npr. Bolcal i Didelon, 1987). Istraživanja pokazuju postojanost velikog nedostatka kobalta u atmosferi tih zvijezda, s metalicitetom reda od -2 dexa (Smith i Dworetzky, 1993). Još jedna podskupina CP zvijezda vrlo zanimljiva za istraživanje su kobaltne zvijezde (Co-zvijezde), u čijim je spektrima zabilježena vrlo visoka zastupljenost kobalta. Uglavnom su Ap-tipa, ponekad Bp-tipa, često imaju jaka magnetska polja (5 kG ili više). Primjeri Co-zvijezda su Bp zvijezda HR 1094 (Sadakane 1992), Ap stars HD 200311 (Adelman 1974) i HD 203932 (Gelbmann i dr., 1997) i eventualno HD 208217 (Adelman i dr., 1993) i HR4059.

### 8.3.2 Starkove širine

Starkove širine za 46 multiplata Co II izračunate su korištenjem MSE pristupa. S obzirom na nisku energiju ionizacije Co I, raspon temperatura za koje su se Starkove širine određivale morali smo promijeniti. Pretpostavka je da se dovoljno Co II iona razvija već na temperaturi od 8000 K, zbog čega je usvojen novi raspon od 5000 K do 100000 K. Energijske razine upotrebljene za izračunavanje parametara sudarnog širenja, prvobitno objavljene kod Pickering (1998) i Pickering i dr. (1998), uzete su iz SC85 i NIST baze atomskih spektara (<http://physics.nist.gov/asd>, Kramida i dr., 2015). Dipolni matricni elementi računali su se korištenjem Coulombove aproksimacije (Bates i Damgaard, 1949) uz eventualnu upotrebu tablica Shorea i Menzela (1968) za određivanje faktora linija i multiplata. Starkove širine računane su za multiplete koji nastaju prijelazima razina koje pripadaju «normalnoj» konfiguraciji, tipa  $3d^7(^M L)4s - 3d^7(^M L)4p$ , za koje se pretpostavlja da zadovoljavaju uvjete LS sprege. Također se pretpostavlja da su uvjeti važenja idealnosti plazme, sudarne aproksimacije, aproksimacije binarnih sudara, izoliranosti spektralnih linija i ostalih kriterija za primjenu MSE postupka zadovoljeni. Budući da je za elektronske sudare opravdano zanemariti hiperfinu strukturu spektra bez gubitka na preciznosti u određivanju Starkovih širina, energijske razine su usrednjene prema kvantnom broju  $J$  relacijom (npr. Dimitrijević, 2020)

$$E = \frac{\sum_J (2J+1)E_J}{\sum_J (2J+1)} \quad (98)$$

gdje  $E$  predstavlja usrednjenu energiju,  $E_J$  energije razina koje se usrednjavaju i koje ovise o kvantnom broju  $J$ .

U tablici 12 priložene su vrijednosti izračunatih Starkovih širina upotrebom MSE formalizma za temperature od 5000, 10000, 20000, 50000 i 100000 K dok je za međuvrijednosti tih temperatura moguće odrediti Starkove širine preko interpolacijske formule (prilog B). U tablici 13 prikazani su koeficijenti interpolacije za pojedini multiplet. Koeficijenti a, b i c iz tablice 11 računati su za temperaturni raspon od 5000 K do 200000 K, iako su u tablici 10 prikazane samo vrijednosti za 5000, 10000, 20000, 50000 i 100000 K.

Parametri sudarnog širenja priloženi u tablicama 12 i 13 bit će ubačeni u bazu STARK-B (<http://stark-b.obspm.fr/> - Sahal-Brechot i dr., 2014b, 2015a,b), do koje se može doći preko linka na stranici Srpske virtualne zvjezdarnice (*Serbian Virtual Observatory*, SerVO - <http://servo.aob.rs/> - Jevremović i dr., 2009, Dimitrijević i dr., 2011), a koja je ujedno i dio Virtualnog centra za atomske i molekulske podatke (*Virtual Atomic and Molecular Data Center*, VAMDC - <http://vamdc.org/> - Dubernet i dr., 2010, 2016).

Tablica 12. Starkove poluširine (FWHM) u angstromima ( $W_{MSE}$ ) za spektar Co II izračunate pomoću MSE metode za pet različitih vrijednosti temperatura. Gustoća elektrona iznosi  $10^{23} \text{ m}^{-3}$ .

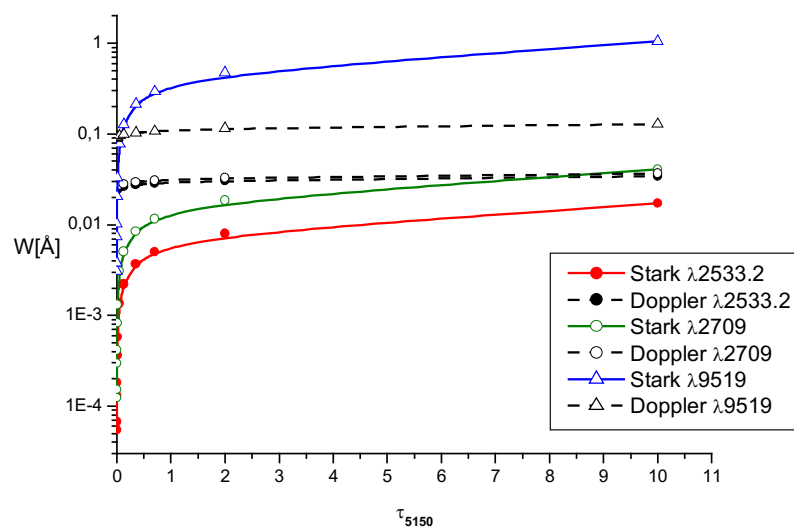
Prijelazi	$\lambda$ (Å)	$W_{MSE}$ (Å)				
		T(K)	5000	10000	20000	50000
$(^2G)4s a^3G - (^2G)4p y^3F^o$	2370.0	0.5026E-01	0.3554E-01	0.2513E-01	0.1589E-01	0.1144E-01
$(^2G)4s a^3G - (^2G)4p y^3G^o$	2326.8	0.5299E-01	0.3747E-01	0.2650E-01	0.1676E-01	0.1207E-01
$(^2G)4s a^3G - (^2G)4p y^3H^o$	2404.1	0.6027E-01	0.4262E-01	0.3013E-01	0.1906E-01	0.1381E-01
$(^2G)4s b^1G - (^2G)4p y^3F^o$	2446.8	0.5557E-01	0.3929E-01	0.2778E-01	0.1757E-01	0.1269E-01
$(^2G)4s b^1G - (^2G)4p y^3G^o$	2547.5	0.6506E-01	0.4600E-01	0.3253E-01	0.2057E-01	0.1497E-01
$(^2G)4s b^1G - (^2G)4p y^3H^o$	2511.9	0.6818E-01	0.4821E-01	0.3409E-01	0.2156E-01	0.1571E-01
$(^2D)4s b^1D - (^2D)4p y^1P^o$	2308.2	0.4696E-01	0.3321E-01	0.2348E-01	0.1485E-01	0.1065E-01
$(^2D)4s b^1D - (^2D)4p y^1D^o$	2412.3	0.5872E-01	0.4152E-01	0.2936E-01	0.1857E-01	0.1343E-01
$(^2D)4s b^1D - (^2D)4p y^1F^o$	2419.2	0.6714E-01	0.4747E-01	0.3357E-01	0.2123E-01	0.1543E-01
$(^2D)4s a^3D - (^2D)4p x^1P^o$	2251.8	0.4312E-01	0.3049E-01	0.2156E-01	0.1364E-01	0.9756E-02
$(^2D)4s a^3D - (^2D)4p w^1D^o$	2424.0	0.5676E-01	0.4014E-01	0.2838E-01	0.1795E-01	0.1298E-01
$(^2D)4s a^3D - (^2D)4p x^1F^o$	2360.4	0.6158E-01	0.4354E-01	0.3079E-01	0.1947E-01	0.1410E-01
$(^4P)4s b^3P - (^4P)4p z^3S^o$	2613.4	0.5369E-01	0.3797E-01	0.2685E-01	0.1698E-01	0.1220E-01
$(^4P)4s b^3P - (^4P)4p y^3D^o$	2533.2	0.8066E-01	0.5704E-01	0.4033E-01	0.2551E-01	0.1871E-01
$(^4P)4s b^3P - (^4P)4p y^3P^o$	2435.9	0.6031E-01	0.4265E-01	0.3016E-01	0.1907E-01	0.1381E-01
$(^2P)4s c^3P - (^2P)4p z^3P$	2496.6	0.5972E-01	0.4223E-01	0.2986E-01	0.1889E-01	0.1371E-01
$(^2P)4s c^3P - (^2P)4p x^3D$	2348.3	0.6622E-01	0.4682E-01	0.3311E-01	0.2094E-01	0.1519E-01
$(^2P)4s c^3P - (^2P)4p y^3S$	2215.9	0.3987E-01	0.2819E-01	0.1993E-01	0.1261E-01	0.9018E-02
$(^2P)4s a^1P - (^2P)4p z^1D^o$	2523.7	0.7837E-01	0.5542E-01	0.3919E-01	0.2478E-01	0.1817E-01
$(^2P)4s a^1P - (^2P)4p 1S^o$	2479.8	0.7578E-01	0.5359E-01	0.3789E-01	0.2396E-01	0.1752E-01
$(^2P)4s a^1P - (^2P)4p z^1P^o$	2311.0	0.5362E-01	0.3792E-01	0.2681E-01	0.1696E-01	0.1221E-01
$(^2H)4s a^3H - (^2H)4p z^3G^o$	2423.0	0.5287E-01	0.3739E-01	0.2644E-01	0.1672E-01	0.1206E-01
$(^2H)4s a^3H - (^2H)4p z^3I^o$	2431.3	0.6054E-01	0.4281E-01	0.3027E-01	0.1914E-01	0.1388E-01
$(^2H)4s a^3H - (^2H)4p y^3H^o$	2261.2	0.5030E-01	0.3556E-01	0.2515E-01	0.1591E-01	0.1143E-01
$(^2H)4s a^1H - (^2H)4p y^1G^o$	2348.5	0.5224E-01	0.3694E-01	0.2612E-01	0.1652E-01	0.1189E-01
$(^2H)4s a^1H - (^2H)4p y^1H^o$	2282.6	0.5330E-01	0.3769E-01	0.2665E-01	0.1686E-01	0.1213E-01
$(^4F)4s a^5F - (^4F)4p z^5F^o$	2406.2	0.5523E-01	0.3905E-01	0.2762E-01	0.1747E-01	0.1262E-01
$(^4F)4s a^5F - (^4F)4p z^5D^o$	2333.1	0.5083E-01	0.3594E-01	0.2541E-01	0.1607E-01	0.1157E-01
$(^4F)4s a^5F - (^4F)4p z^5G^o$	2301.6	0.5212E-01	0.3685E-01	0.2606E-01	0.1648E-01	0.1186E-01
$(^4F)5s e^3F - (^4F)5p^3G^o$	8223.5	3.185	2.252	1.593	1.201	1.196
$(^4F)4s a^5F - (^4F)5p^3G^o$	1079.4	0.3461E-01	0.2448E-01	0.1731E-01	0.1266E-01	0.11418E-1
$(^4F)4p z^5F^o - (^4F)5s^5F$	2569.4	0.1395	0.9865E-01	0.6975E-01	0.4989E-01	0.4414E-01
$(^4F)4p z^5D^o - (^4F)5s^5F$	2658.2	0.1451	0.1026	0.7257E-01	0.5208E-01	0.4622E-01
$(^4F)4p z^5G^o - (^4F)5s^5F$	2700.3	0.1597	0.1129	0.7984E-01	0.5688E-01	0.5000E-01
$(^4F)4s b^3F^o - (^4F)4p z^5D^o$	2581.8	0.5177E-01	0.3661E-01	0.2589E-01	0.1637E-01	0.1176E-01
$(^4F)4s b^3F^o - (^4F)4p z^5F^o$	2516.1	0.6499E-01	0.4596E-01	0.3250E-01	0.2055E-01	0.1493E-01
$(^4F)4s b^3F^o - (^4F)4p z^5G^o$	2408.8	0.5399E-01	0.3817E-01	0.2699E-01	0.1707E-01	0.1230E-01
$(^4F)5s e^3F^o - (^4F)5p^3D^o$	10624	4.292	3.035	2.170	1.670	1.660
$(^4F)5s e^3F^o - (^4F)5p^3F^o$	9969	4.479	3.167	2.251	1.780	1.768
$(^4F)5s e^3F^o - (^4F)5p^3G^o$	9519	4.586	3.243	2.293	1.864	1.789
$(^4F)4s b^3F^o - (^4F)5p^3G^o$	1148.5	0.4662E-01	0.3297E-01	0.2331E-01	0.1776E-01	0.1759E-01
$(^4F)4s b^3F^o - (^4F)5p^3F^o$	1145.8	0.4291E-01	0.3034E-01	0.2146E-01	0.1636E-01	0.1602E-01
$(^4F)4s b^3F^o - (^4F)5p^3D^o$	1144.7	0.3782E-01	0.2675E-01	0.1891E-01	0.1422E-01	0.1388E-01
$(^4F)4p z^3G^o - (^4F)5s e^3F$	2709.0	0.1852	0.1310	0.9262E-01	0.6718E-01	0.6061E-01
$(^4F)4p z^3F^o - (^4F)5s e^3F$	2785.4	0.1709	0.1209	0.8545E-01	0.6087E-01	0.5391E-01
$(^4F)4p z^3D^o - (^4F)5s e^3F$	2929.8	0.1627	0.1151	0.8136E-01	0.5676E-01	0.4920E-01

Tablica 13. Koeficijenti  $a$ ,  $b$  i  $c$  za interpolacijsku formulu ovisnosti Starkovih širina o temperaturi (Sahal-Brechot i dr., 2011) za izračunate širine iz tablice 10.

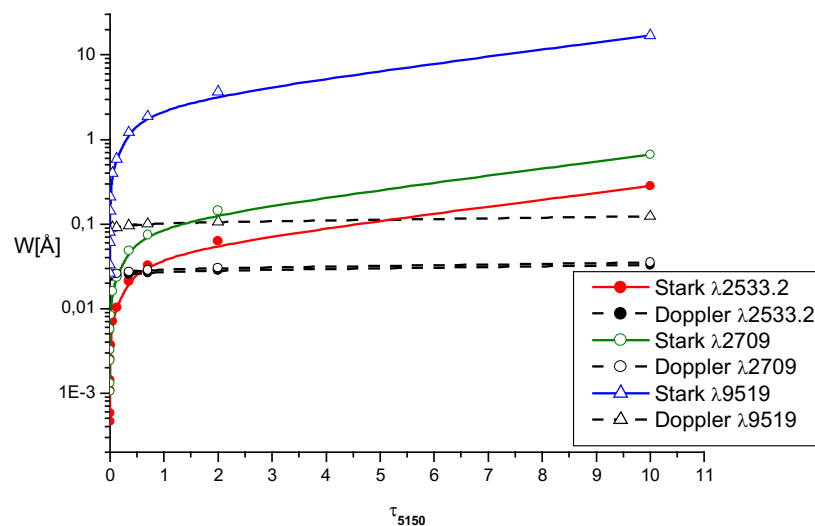
Prijelazi	$\lambda$ (Å)	$a$	$b$	$c$
$(^2G)4s\ a^3G - (^2G)4p\ y^3F^0$	2370.0	1.59957	-0.99996	0.05902
$(^2G)4s\ a^3G - (^2G)4p\ y^3G^0$	2326.8	1.71162	-1.04240	0.06403
$(^2G)4s\ a^3G - (^2G)4p\ y^3H^0$	2404.1	1.84208	-1.07850	0.06837
$(^2G)4s\ b^1G - (^2G)4p\ y^1F^0$	2446.8	1.73637	-1.04462	0.06433
$(^2G)4s\ b^1G - (^2G)4p\ y^1G^0$	2547.5	1.93042	-1.10520	0.07158
$(^2G)4s\ b^1G - (^2G)4p\ y^1H^0$	2511.9	2.01712	-1.13688	0.07533
$(^2D2)4s\ b^1D - (^2D2)4p\ y^1P^0$	2308.2	1.60236	-1.01483	0.06071
$(^2D2)4s\ b^1D - (^2D2)4p\ y^1D^0$	2412.3	1.82946	-1.07766	0.06824
$(^2D2)4s\ b^1D - (^2D2)4p\ y^1F^0$	2419.2	2.00560	-1.13425	0.07497
$(^2D2)4s\ a^3D - (^2D2)4p\ x^1P^0$	2251.8	1.48404	-0.97603	0.05612
$(^2D2)4s\ a^3D - (^2D2)4p\ w^1D^0$	2424.0	1.74483	-1.04446	0.06434
$(^2D2)4s\ a^3D - (^2D2)4p\ x^1F^0$	2360.4	1.89552	-1.09933	0.07080
$(^4P)4s\ b^3P - (^4P)4p\ z^1S^0$	2613.4	1.52274	-0.94973	0.05310
$(^4P)4s\ b^3P - (^4P)4p\ y^3D^0$	2533.2	2.25081	-1.21401	0.08450
$(^4P)4s\ b^3P - (^4P)4p\ y^3P^0$	2435.9	1.86806	-1.09060	0.06978
$(^2P)4s\ c^3P - (^2P)4p\ z^3P$	2496.6	1.79819	-1.05986	0.06622
$(^2P)4s\ c^3P - (^2P)4p\ x^3D$	2348.3	1.99068	-1.12977	0.07441
$(^2P)4s\ c^3P - (^2P)4p\ y^3S$	2215.9	1.43500	-0.96884	0.05526
$(^2P)4s\ a^1P - (^2P)4p\ z^1D^0$	2523.7	2.20154	-1.19647	0.08243
$(^2P)4s\ a^1P - (^2P)4p\ z^1S^0$	2479.8	2.15636	-1.18157	0.08063
$(^2P)4s\ a^1P - (^2P)4p\ z^1P^0$	2311.0	1.76736	-1.06636	0.06684
$(^2H)4s\ a^3H - (^2H)4p\ z^3G^0$	2423.0	1.63534	-1.00682	0.05988
$(^2H)4s\ a^3H - (^2H)4p\ z^3I^0$	2431.3	1.84304	-1.07808	0.06832
$(^2H)4s\ a^3H - (^2H)4p\ y^3H^0$	2261.2	1.69006	-1.04262	0.06402
$(^2H)4s\ a^1H - (^2H)4p\ y^1G^0$	2348.5	1.70875	-1.04383	0.06418
$(^2H)4s\ a^1H - (^2H)4p\ y^1H^0$	2282.6	1.79317	-1.07979	0.06841
$(^4F)4s\ a^5F - (^4F)4p\ z^5F^0$	2406.2	1.70341	-1.03041	0.06268
$(^4F)4s\ a^5F - (^4F)4p\ z^5D^0$	2333.1	1.63779	-1.01577	0.06088
$(^4F)4s\ a^5F - (^4F)4p\ z^5G^0$	2301.6	1.69809	-1.03922	0.06363
$(^4F)5s\ e^5F - (^4F)5p\ ^5G^0$	8223.5	6.17653	-2.41088	0.23770
$(^4F)4s\ a^5F - (^4F)5p\ ^5G^0$	1079.4	2.01187	-1.34472	0.10949
$(^4F)4p\ z^5F^0 - (^4F)5s\ ^5F$	2569.4	4.17608	-2.07526	0.19401
$(^4F)4p\ z^5D^0 - (^4F)5s\ ^5F$	2658.2	4.21517	-2.08719	0.19562
$(^4F)4p\ z^5G^0 - (^4F)5s\ ^5F$	2700.3	4.20460	-2.05891	0.19181
$(^4F)4s\ b^3F^0 - (^4F)4p\ ^3D^0$	2581.8	1.51781	-0.95483	0.05369
$(^4F)4s\ b^3F^0 - (^4F)4p\ ^3F^0$	2516.1	1.95524	-1.11699	0.07293
$(^4F)4s\ b^3F^0 - (^4F)4p\ ^3G^0$	2408.8	1.73277	-1.04855	0.06475
$(^4F)5s\ e^3F^0 - (^4F)5p\ ^3D^0$	10624	6.22399	-2.38153	0.23564
$(^4F)5s\ e^3F^0 - (^4F)5p\ ^3F^0$	9969	6.09300	-2.31637	0.22877
$(^4F)5s\ e^3F^0 - (^4F)5p\ ^3G^0$	9519	6.00299	-2.27062	0.22365
$(^4F)4s\ b^3F^0 - (^4F)5p\ ^3G^0$	1148.5	4.22723	-2.35867	0.23189
$(^4F)4s\ b^3F^0 - (^4F)5p\ ^3F^0$	1145.8	4.16586	-2.34544	0.23017
$(^4F)4s\ b^3F^0 - (^4F)5p\ ^3D^0$	1144.7	4.18926	-2.37799	0.23336
$(^4F)4p\ z^3G^0 - (^4F)5s\ e^3F$	2709.0	4.43387	-2.14589	0.20324
$(^4F)4p\ z^3F^0 - (^4F)5s\ e^3F$	2785.4	4.34314	-2.11157	0.19813
$(^4F)4p\ z^3D^0 - (^4F)5s\ e^3F$	2929.8	4.26085	-2.07376	0.19245

### 8.3.3 A zvijezde i bijeli patuljci

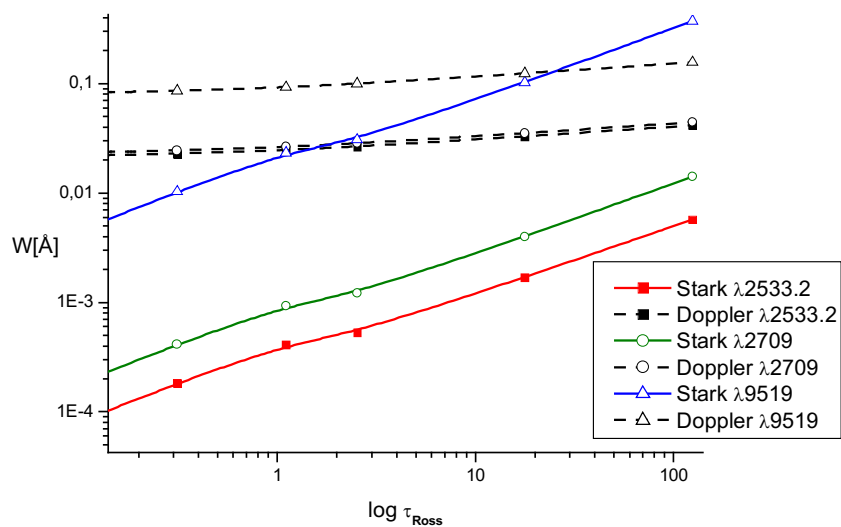
Koristeći model atmosfere za A zvijezdu, te modele atmosfere bijelih patuljaka tipa DA i DB, analizirali smo učinak Starkovog širenja na pojedine spektralne linije Co II. Za analizu A tipa atmosfere korišteni su Kuruczovi modeli (Kurucz, 1979), dok je za DA tip bijelog patuljka korišten model atmosfere od Wickramasinghea (1972). Za analizu odnosa Starkovih i Dopplerovih širina u atmosferama DB tipa bijelog patuljka paralelno su se upotrebljavali modeli Wickramasinghea (1972) i Koestera (1980). Koesterovi modeli, koji su nešto novijeg datuma, razrađeniji su za pojedine efektivne temperature, pa su bili korisni u ispitivanju utjecaja promjene efektivnih temperatura i gravitacije na sudarno širenje kod DB bijelih patuljaka.



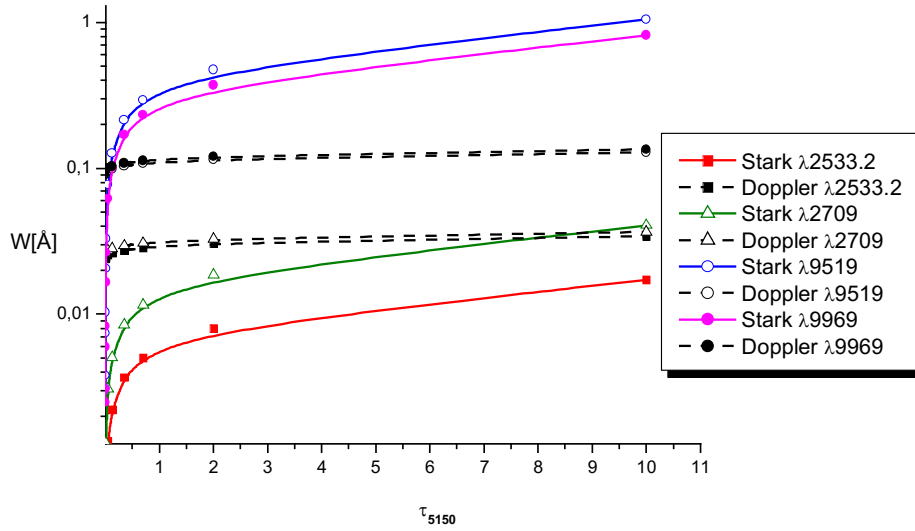
Sl. 41. Starkovo i Dopplerovo širenje spektralnih linija  $\lambda 2533.2$ ,  $\lambda 2709$  i  $\lambda 9519$  kao funkcije optičke dubine atmosfere DA bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2020). Simulacija je urađena za parametre modela  $T_{eff} = 15\,000$  K and  $\log g = 8$  (Wickramasinghe, 1972)



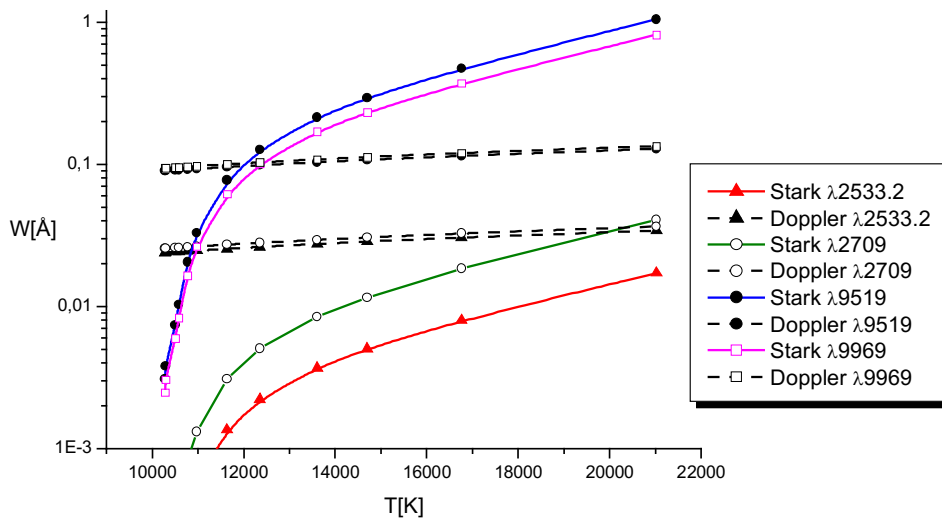
Sl. 42. Starkovo i Dopplerovo širenje spektralnih linija  $\lambda 2533.2$ ,  $\lambda 2709$  i  $\lambda 9519$  kao funkcije optičke dubine atmosfere DB bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2020). Korišteni su parametri modela  $T_{eff} = 15\,000\text{ K}$  i  $\log g = 8$  (Wickramasinghe, 1972)



Sl. 43.. Starkovo i Dopplerovo širenje spektralnih linija  $\lambda 2533.2$ ,  $\lambda 2709$  i  $\lambda 9519$  kao funkcije optičke dubine atmosfere A zvijezde (Majlinger i dr., 2020). Korišteni su parametri modela  $\log g = 4.5$  i  $T_{eff} = 10\,000\text{ K}$  (Kurucz, 1979)

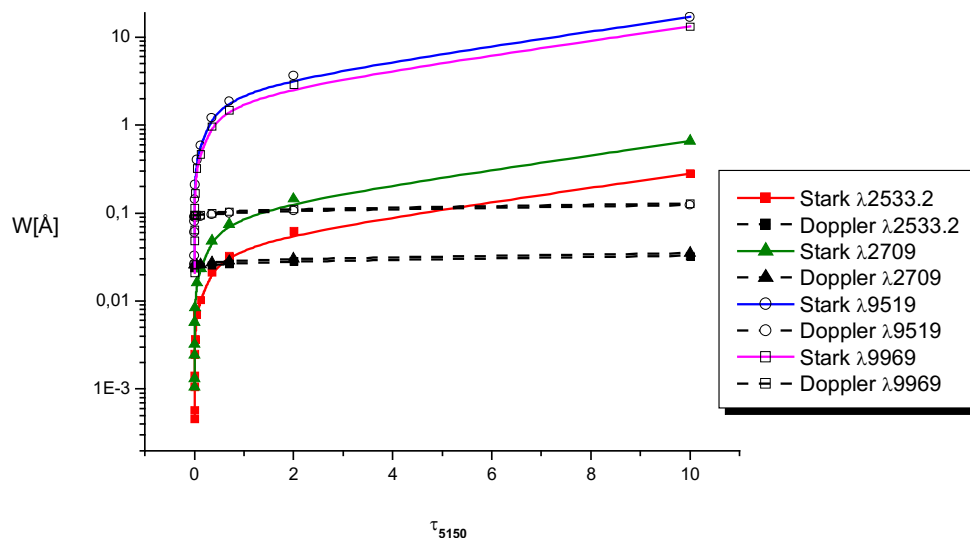


Sl. 44. Starkovo i Dopplerovo širenje spektralnih linija  $\lambda 2533.2$ ,  $\lambda 2709$ ,  $\lambda 9519$  i  $\lambda 9969$  kao funkcije optičke dubine atmosfere DA bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2021). Korišteni su parametri modela  $T_{eff} = 15\,000$  K and  $\log g = 8$  (Wickramasinghe, 1972).

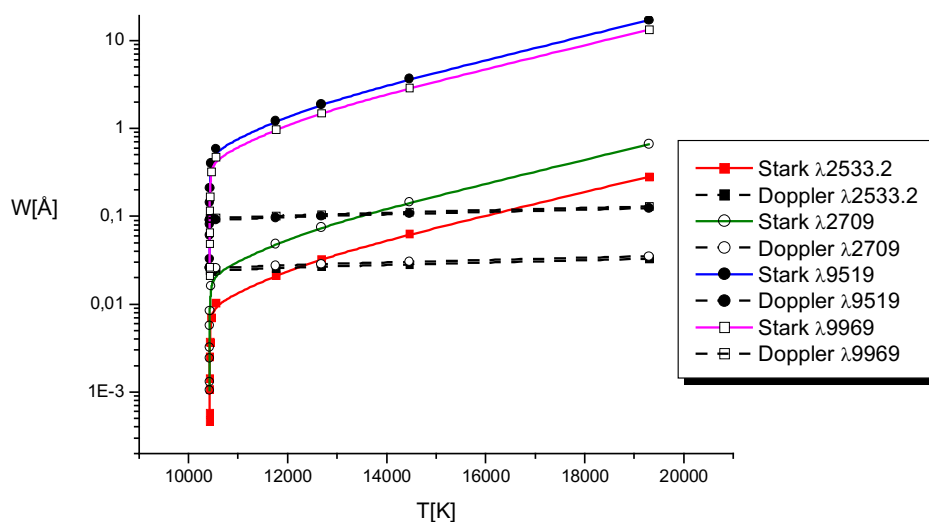


Sl. 45. Starkovo i Dopplerovo širenje spektralnih linija  $\lambda 2533.2$ ,  $\lambda 2709$ ,  $\lambda 9519$  i  $\lambda 9969$  kao funkcije temperature sloja atmosfere DA bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2021). Korišteni su parametri modela  $T_{eff} = 15\,000$  K and  $\log g = 8$  (Wickramasinghe, 1972)

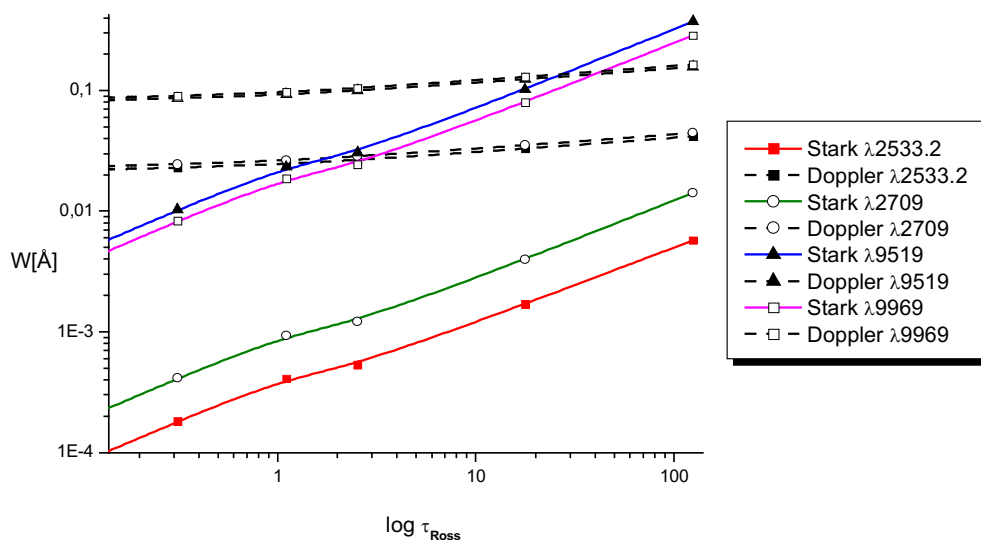




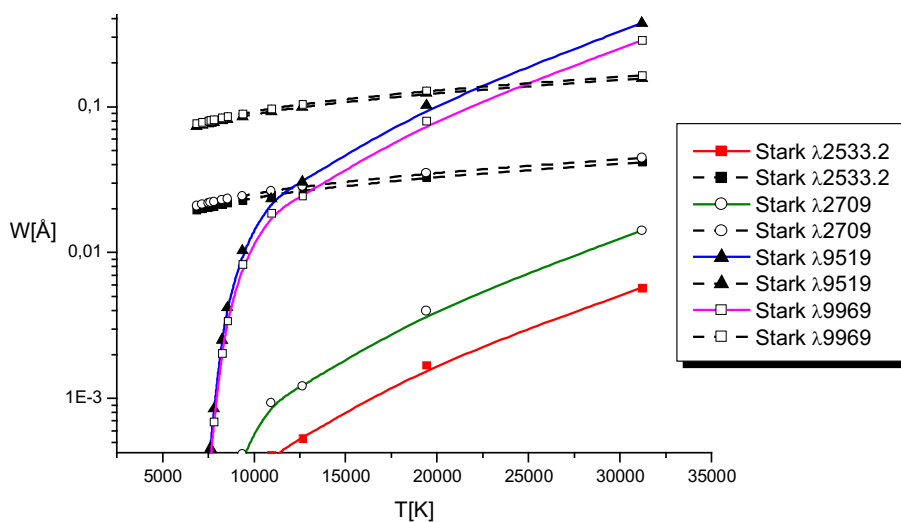
Sl. 46. Starkovo i Dopplerovo širenje spektralnih linija  $\lambda 2533.2$ ,  $\lambda 2709$ ,  $\lambda 9519$  i  $\lambda 9969$  kao funkcije optičke dubine atmosfere DB bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2021). Korišteni su parametri modela  $T_{eff} = 15\,000$  K and  $\log g = 8$  (Wickramasinghe, 1972)



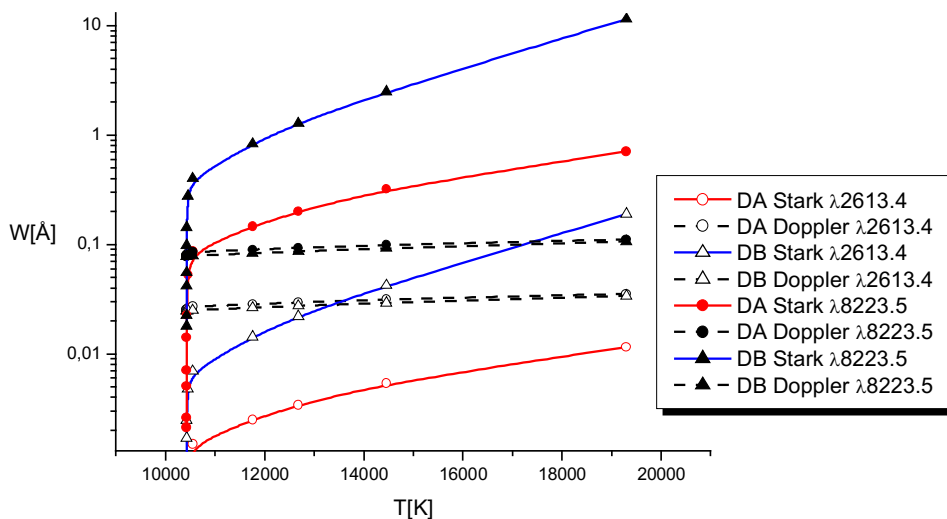
Sl. 47. Starkovo i Dopplerovo širenje spektralnih linija  $\lambda 2533.2$ ,  $\lambda 2709$ ,  $\lambda 9519$  i  $\lambda 9969$  kao funkcije temperature sloja atmosfere DB bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2021). Korišteni su parametri modela  $T_{eff} = 15000$  K and  $\log g = 8$  (Wickramasinghe, 1972)



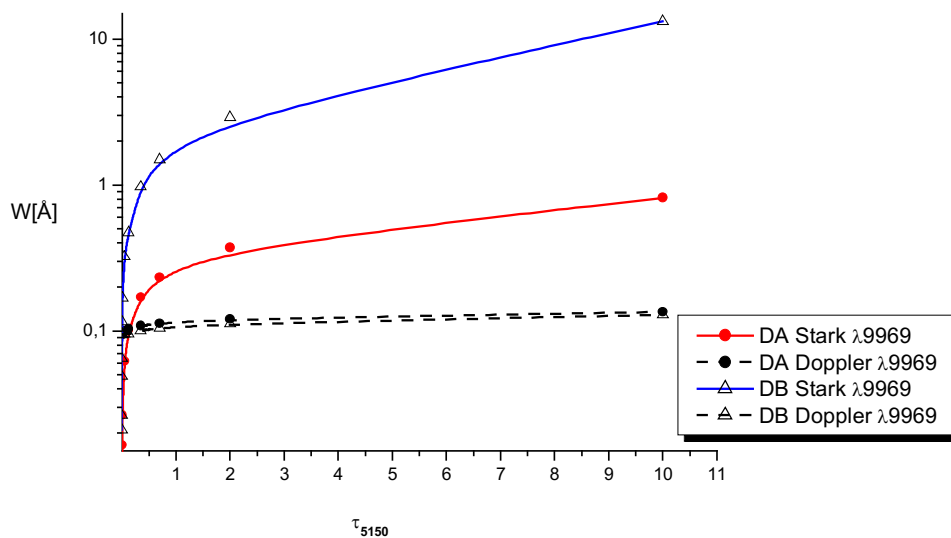
Sl. 48.. Starkovo i Dopplerovo širenje spektralnih linija  $\lambda 2533.2$ ,  $\lambda 2709$ ,  $\lambda 9519$  i  $\lambda 9969$  kao funkcije optičke dubine atmosfere A zvijezde (Majlinger i dr., 2020a). Korišteni su parametri modela  $\log g = 4.5$  i  $T_{eff} = 10000$  K (Kurucz,1979)



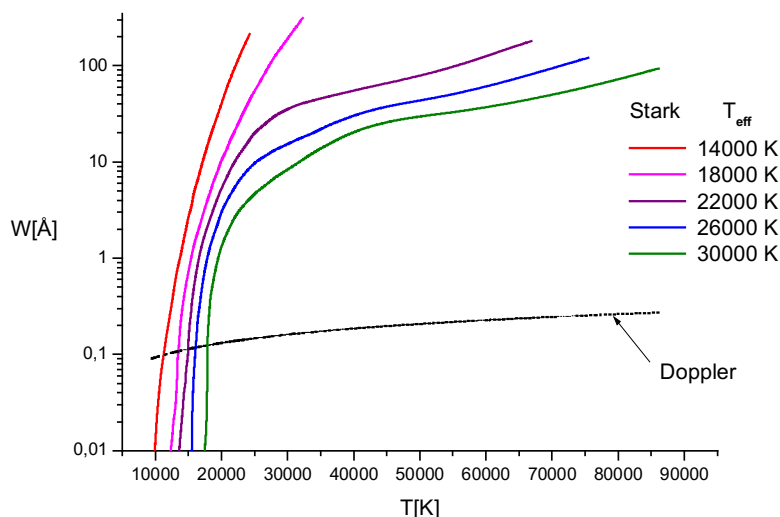
Sl. 49. Starkovo i Dopplerovo širenje spektralnih linija  $\lambda 2533.2$ ,  $\lambda 2709$ ,  $\lambda 9519$  i  $\lambda 9969$  kao funkcije temperature sloja atmosfere A zvijezde (Majlinger i dr., 2020a). Korišteni su parametri modela  $\log g = 4.5$  i  $T_{eff} = 10\ 000$  K (Kurucz,1979).



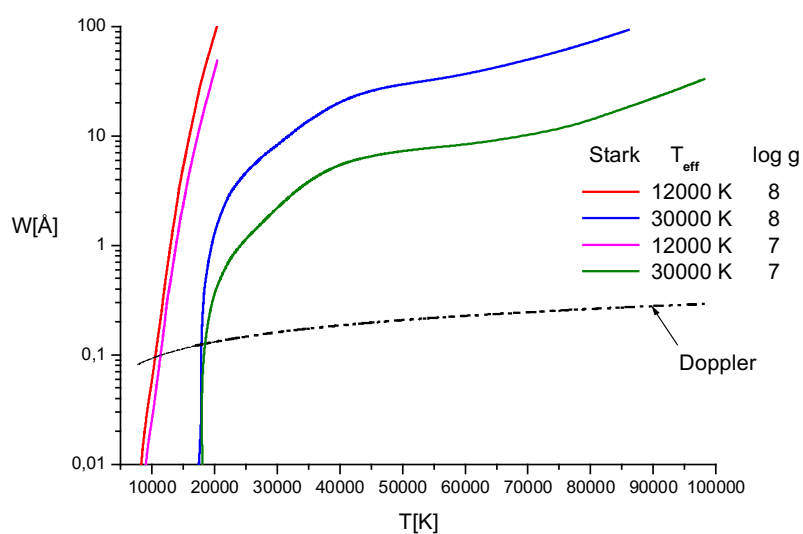
Sl. 50. Starkovo i Dopplerovo širenje spektralnih linija  $\lambda 2613.4$  i  $\lambda 8223.5$  kao funkcije temperature sloja atmosfere DA i DB bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2021). Korišteni su parametri modela  $T_{eff} = 15\,000$  K and  $\log g = 8$  (Wickramasinghe, 1972).



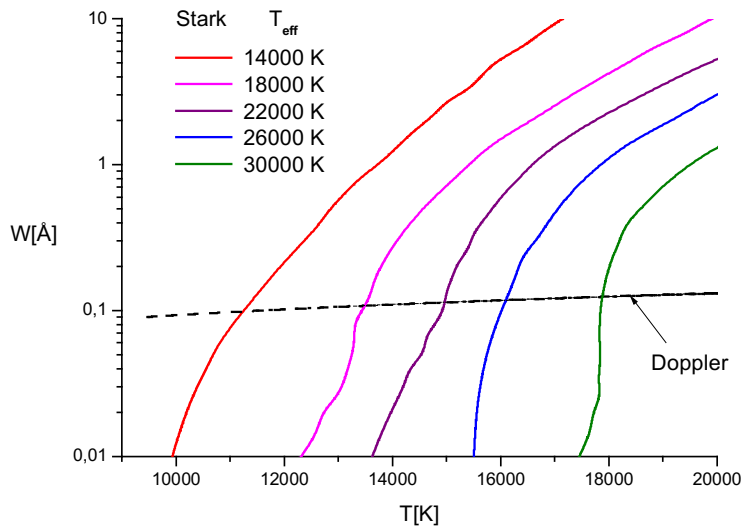
Sl. 51. Starkovo i Dopplerovo širenje spektralne linij  $\lambda 9969$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DA i DB bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2020b). Korišteni su parametri modela  $T_{eff} = 15\,000$  K and  $\log g = 8$  (Wickramasinghe, 1972)



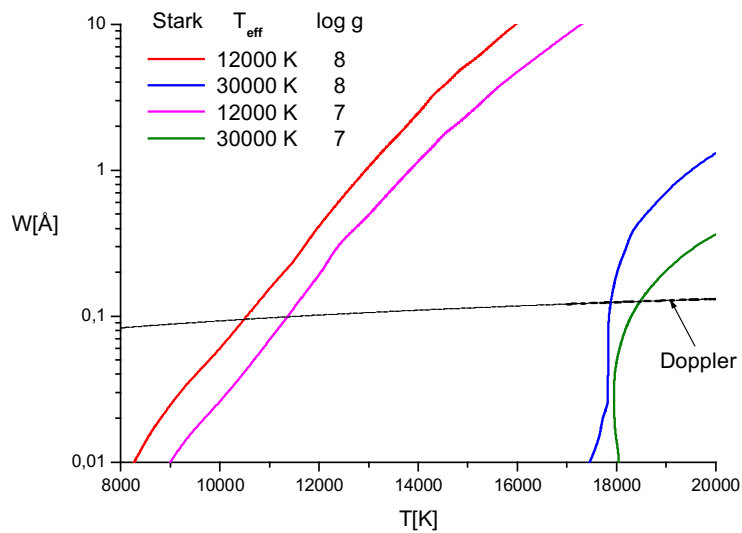
Sl. 52. Starkove i Dopplerove širine spektralne linije  $\lambda 9969$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DB bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2020b) za pet različitih modela,  $\log g = 8$ ,  $T_{eff} = 14\ 000\ K$ ,  $T_{eff} = 18\ 000\ K$ ,  $T_{eff} = 22\ 000\ K$ ,  $T_{eff} = 26\ 000\ K$  i  $T_{eff} = 30\ 000\ K$  (Koester, 1980)



Sl. 53. Starkove i Dopplerove širine spektralne linije  $\lambda 9969$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DB bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2020b). Korišteni su modeli sa dvije različite vrijednosti površinske gravitacije,  $\log g = 7$  i  $\log g = 8$ , i dvije različite vrijednosti efektivnih temperatura  $T_{eff} = 12\ 000\ K$  i  $T_{eff} = 30\ 000\ K$  (Koester, 1980)



Sl. 54. Starkove i Dopplerove širine spektralne linije  $\lambda 9969$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DB bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2020b) za pet različitih modela,  $\log g = 8$ ,  $T_{eff} = 14\ 000\ K$ ,  $T_{eff} = 18\ 000\ K$ ,  $T_{eff} = 22\ 000\ K$ ,  $T_{eff} = 26\ 000\ K$  i  $T_{eff} = 30\ 000\ K$ , detaljniji prikaz. (Koester, 1980)



Sl. 55. Starkove i Dopplerove širine spektralne linije  $\lambda 9969$  u ovisnosti o optičkoj dubini atmosfere DB bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2020b). Korišteni su modeli sa dvije različite vrijednosti površinske gravitacije,  $\log g = 7$  i  $\log g = 8$ , i dvije različite vrijednosti efektivnih temperatura  $T_{eff} = 12\ 000\ K$  i  $T_{eff} = 30\ 000\ K$ , detaljniji prikaz. (Koester, 1980)

Na slikama 41-53 prikazani su rezultati naše analize. Primjećujemo da za linije Co II  $\lambda 2533.2$ ,  $\lambda 2709$  i  $\lambda 9519$  Starkovo širenje također postaje značajnije sa porastom valnih duljina

linije i u slučaju atmosferskog modela bijelih patuljaka i modela A zvijezde i također je značajnije za DB nego za DA bijele patuljke (Sl. 41-43, 51). Npr. u atmosferi DA patuljka termalno širenje linije  $\lambda 2533.2$  ostaje dominantno i na većim optičkim dubinama, dok u slučaju linije  $\lambda 2709$  sudarno širenje postaje dominantno u odnosu na termalno širenje tek na dubini  $\tau > 8$  (Sl. 41), odnosno u sloju atmosfere temperature 20000 K (Sl. 45).

U atmosferi DB patuljka Starkovo širenje linije  $\lambda 2533.2$  postaje značajnije na optičkoj dubini  $\tau > 5$ , odnosno na temperaturi 16000 K a linije  $\lambda 2709$  na dubini  $\tau \approx 2$  i temperaturi 14000 K (Sl. 42 i 47). U slučaju linije  $\lambda 9519$  sudarno širenje postaje značajnije već u optički tankim dijelovima atmosfere iznad površine (za koju je  $\tau \sim 1$ ) i kod DA i kod DB tipa bijelog patuljka. U vrućim zvijezdama A tipa Starkovo širenje spektralne linije  $\lambda 9519$  postaje značajnije od Dopplerovog na optičkoj dubini atmosfere od otprilike  $\tau > 100$ , dok za druge linije prikazane na slici, Dopplerovo širenje linija ostaje dominantno i na većim dubinama zvjezdane atmosfere (Sl. 43). Utjecaj povećanja valnih duljina linija na značajnost sudarnog širenja u atmosferama bijelih patuljaka ogleđa se i na slici 50 za linije  $\lambda 2613.4$  i  $\lambda 8223.5$ . Stoga bismo mogli zaključiti da se optička dubina atmosfere gdje sudarno širenje postaje dominantnije od termalnog smanjuje sa povećanjem valne duljine linije. Sa povećanjem valnih duljina, razmatrane energijske razine su manje razmaknute, pa je Starkovo širenje veće (Starkova širina prema MSE formuli obrnuto je proporcionalna razlici energijskih razina perturbiranih i perturbirajućih razina). Međutim, dodamo li u analizu i liniju  $\lambda 9969$  (Sl. 44-49), njena Starkova širina je manja nego za liniju  $\lambda 9519$ , pa je točka sjecišta Dopplerovih i Starkovih širina pomaknuta prema dubljim dijelovima atmosfere (Majlinger i dr., 2021). Na Sl. 44 vidimo da se ta točka za liniju  $\lambda 9969$  malo pomaknula prema dubljim dijelovima atmosfere DA patuljka, odnosno sa dubine s temperaturom od cca 11800 K na 12000 K (Sl. 45), dok je u slučaju DB patuljka Starkovo širenje postalo značajnije već na površini atmosfere isto kao i za liniju  $\lambda 9519$  (Sl. 46 i 47) Isto vrijedi i za atmosferu A zvijezde (Sl. 48), gdje se to sjecište nalazi na temperaturi 22000 K u slučaju linije  $\lambda 9519$ , odnosno 25000 K u slučaju linije  $\lambda 9969$  (Sl. 49). Te dvije linije pripadaju istom supermultipletu, tako da ove male razlike nastaju jer je skup perturbiranih razina različit zbog različitih pravila izbora. To nam pokazuje da kod bliskih valnih duljina do izražaja dolaze i drugi efekti tako da linija sa većom valnom duljinom ne mora uvijek imati i veću Starkovu širinu. Ovaj primjer nam govori da u bilo kakvoj uočenoj regularnosti može postojati izuzetak kao posljedica kompleksnosti strukture pojedinog spektra.

Za liniju  $\lambda 9969$  ispitali smo utjecaj promjene gravitacije i efektivne temperature na Starkovo širenje u atmosferi DB tipa bijelog patuljka, koristeći modele Koestera (1980).

Efektivne temperature povećavali smo od 14000 K do 30000 K u koracima od po 4000 K (Sl. 52). Primjećujemo da Starkovo širenje postaje značajnije od Dopplerovog na sve većim dubinama atmosfere povećanjem efektivnih temperatura (uočavamo gotovo linearan odnos između pomaka sjecišta Dopplerovih i Starkovih širina i promjene efektivne temperature), dok promjene površinske gravitacije gotovo neznatno utječu na tu promjenu – kritična točka sjecišta Dopplerovih i Starkovih širina neznatno se pomiče prema površinskim dijelovima atmosfere kako povećavamo gravitacijsku akceleraciju (Sl. 53). Slike 54 i 55 pokazuju detaljnije kako se odnos Dopplerove i Starkove širine mijenja s obzirom na promjenu efektivnih temperatura i površinske gravitacije.

### 8.3.4 Regularnost i sustavni trend

Prema Wieseu i Konjeviću (1982), Starkove širine unutar supermultipleta odnosno unutar skupa prijelaza ne bi se trebali razlikovati za više od 30% odnosno 40%, ako su izražene u radijanima po sekundi. Provjerili smo ove pretpostavke na rezultatima Starkovog širenja dobivenih MSE postupkom kod Co II multipleta (Majlinger i dr., 2020). Usporedba rezultata dana je u tablicama 14a-e, gdje su prikazane srednje vrijednosti Starkovih širina za pojedine supermultiplete i prijelazne skupove sa njihovim odstupanjima. U tablicama 14a i 14b prosjeci su određeni kao aritmetičke sredine, dok su se odstupanja od srednje vrijednosti računala prema relaciji:

$$r_W = \frac{W_{MSE} - \overline{W}_{MSE}}{\overline{W}_{MSE}} \quad (98)$$

gdje  $W_{MSE}$  označava Starkovu širinu za pojedini multipllet (prijelazni skup), dok  $\overline{W}_{MSE}$  označava srednju vrijednost Starkovih širina za pojedini multipllet, odnosno prijelazni skup.

Iz tablice 14c možemo zaključiti da, i za slučaj supermultipleta kao i prijelaznih skupova, maksimalno odstupanje od srednje vrijednosti ne prelazi 30%, što je bolje od naših očekivanja (maksimalna odstupanja u slučaju supermultipleta odnosno prijelaznog skupa iznose 24% odnosno 26%). Dakle, u slučaju Co II, Starkove širine za naše razmatrane linije u suglasju su sa zaključcima Wiesea i Konjevića (1982) o Starkovim širenjima unutar supermultipleta i skupa prijelaza.

Tab 14. Provjera regularnosti izračunatih Starkovih širina za svih 46 Co II multipleta (Majlinger i dr., 2018, 2020, 2021). Konverzija iz angstrema u radijane po sekundi izvršena je množenjem sa faktorom  $18.85 \cdot 10^{18} / \lambda^2$ , gdje je  $\lambda$  u angstromima. a) Prosječne vrijednosti Starkovih širina za multiplete unutar pojedinog supermultipleta, b) Prosječne vrijednosti Starkovih širina za multiplete unutar pojedinog skupa prijelaza c) Starkove širine i njihova relativna odstupanja  $r_W$  od prosjeka unutar supermultipleta ( $r_{SM}$ ) i skupa prijelaza ( $r_{TA}$ ) u postocima d) prosjeci apsolutnih vrijednosti odstupanja za svaki supermultiplet u postocima e) prosjeci apsolutnih vrijednosti odstupanja za svaki skup prijelaza u postocima.

a)

Supermultipleti	Prosjeci Starkovih širina [ $10^{11} \text{ rad s}^{-1}$ ]
$(^2G)4s a^3L - (^2G)4p y^3L'$	1.29
$(^2G)4s b^1L - (^2G)4p y^3L'$	1.33
$(^2D2)4s b^1L - (^2D2)4p y^1L'$	1.35
$(^2D2)4s a^3L - (^2D2)4p x^1L'$	1.30
$(^4P)4s b^3L - (^4P)4p z^3L'$	1.36
$(^2P)4s c^3L - (^2P)4p z^3L'$	1.32
$(^2P)4s a^1L - (^2P)4p z^1L'$	1.54
$(^2H)4s a^3L - (^2H)4p z^3L'$	1.29
$(^2H)4s a^1L - (^2H)4p y^1L'$	1.31
$(^4F)4s a^3L - (^4F)4p z^5L'$	1.30
$(^4F)4p z^5L - (^4F)5s^3L'$	2.40
$(^4F)4s b^3L - (^4F)4p^3L'$	1.22
$(^4F)5s e^3L - (^4F)5p^3L'$	5.94
$(^4F)4s b^3L - (^4F)5p^3L'$	4.30
$(^4F)4p z^3L - (^4F)5s e^3L'$	2.94

b)

Skupovi prijelaza	Prosjeci Starkovih širina [ $10^{11} \text{ rad s}^{-1}$ ]
4s-4p	1.33
4s-5p	4.22
4p-5s	2.67
5s-5p	6.03



c)

Prijelazi	$\lambda$ [Å]	$W_{MSE}$ [Å]	$W_{MSE}$ [10 <sup>11</sup> rad s <sup>-1</sup> ]	$r_{SM}$ [%]	$r_{TA}$ [%]
( <sup>2</sup> G)4s a <sup>3</sup> G – ( <sup>2</sup> G)4p y <sup>3</sup> F <sup>o</sup>	2370.0	0.3554E-01	1.19	19	-11
( <sup>2</sup> G)4s a <sup>3</sup> G – ( <sup>2</sup> G)4p y <sup>3</sup> G <sup>o</sup>	2326.8	0.3747E-01	1.30	1	-2
( <sup>2</sup> G)4s a <sup>3</sup> G – ( <sup>2</sup> G)4p y <sup>3</sup> H <sup>o</sup>	2404.1	0.4262E-01	1.38	7	4
( <sup>2</sup> G)4s b <sup>1</sup> G – ( <sup>2</sup> G)4p y <sup>3</sup> F <sup>o</sup>	2446.8	0.3929E-01	1.23	8	8
( <sup>2</sup> G)4s b <sup>1</sup> G – ( <sup>2</sup> G)4p y <sup>3</sup> G <sup>o</sup>	2547.5	0.4600E-01	1.33	0	0
( <sup>2</sup> G)4s b <sup>1</sup> G – ( <sup>2</sup> G)4p y <sup>3</sup> H <sup>o</sup>	2511.9	0.4821E-01	1.44	8	8
( <sup>2</sup> D)4s b <sup>1</sup> D – ( <sup>2</sup> D)4p y <sup>1</sup> P <sup>o</sup>	2308.2	0.3321E-01	1.17	-13	12
( <sup>2</sup> D)4s b <sup>1</sup> D – ( <sup>2</sup> D)4p y <sup>1</sup> D <sup>o</sup>	2412.3	0.4152E-01	1.34	-1	1
( <sup>2</sup> D)4s b <sup>1</sup> D – ( <sup>2</sup> D)4p y <sup>1</sup> F <sup>o</sup>	2419.2	0.4747E-01	1.53	13	15
( <sup>2</sup> D)4s a <sup>3</sup> D – ( <sup>2</sup> D)4p x <sup>1</sup> P <sup>o</sup>	2251.8	0.3049E-01	1.13	-13	-15
( <sup>2</sup> D)4s a <sup>3</sup> D – ( <sup>2</sup> D)4p w <sup>1</sup> D <sup>o</sup>	2424.0	0.4014E-01	1.29	-1	-3
( <sup>2</sup> D)4s a <sup>3</sup> D – ( <sup>2</sup> D)4p x <sup>1</sup> F <sup>o</sup>	2360.4	0.4354E-01	1.47	13	11
( <sup>4</sup> P)4s b <sup>3</sup> P – ( <sup>4</sup> P)4p z <sup>3</sup> S <sup>o</sup>	2613.4	0.3797E-01	1.05	-23	-21
( <sup>4</sup> P)4s b <sup>3</sup> P – ( <sup>4</sup> P)4p y <sup>3</sup> D <sup>o</sup>	2533.2	0.5704E-01	1.68	24	26
( <sup>4</sup> P)4s b <sup>3</sup> P – ( <sup>4</sup> P)4p y <sup>3</sup> P <sup>o</sup>	2435.9	0.4265E-01	1.36	0	2
( <sup>4</sup> P)4s c <sup>3</sup> P – ( <sup>4</sup> P)4p z <sup>3</sup> P	2496.6	0.4223E-01	1.28	-3	-4
( <sup>4</sup> P)4s c <sup>3</sup> P – ( <sup>4</sup> P)4p x <sup>3</sup> D	2348.3	0.4682E-01	1.60	21	20
( <sup>4</sup> P)4s c <sup>3</sup> P – ( <sup>4</sup> P)4p y <sup>3</sup> S	2215.9	0.2819E-01	1.08	-18	-19
( <sup>4</sup> P)4s a <sup>3</sup> P – ( <sup>4</sup> P)4p z <sup>3</sup> D <sup>o</sup>	2523.7	0.5542E-01	1.64	7	23
( <sup>4</sup> P)4s a <sup>3</sup> P – ( <sup>4</sup> P)4p S <sup>o</sup>	2479.8	0.5359E-01	1.64	7	23
( <sup>4</sup> P)4s a <sup>3</sup> P – ( <sup>4</sup> P)4p z <sup>3</sup> P <sup>o</sup>	2311.0	0.3792E-01	1.34	-13	1
( <sup>4</sup> H)4s a <sup>3</sup> H – ( <sup>4</sup> H)4p z <sup>3</sup> G <sup>o</sup>	2423.0	0.3739E-01	1.20	8	10
( <sup>4</sup> H)4s a <sup>3</sup> H – ( <sup>4</sup> H)4p z <sup>3</sup> I <sup>o</sup>	2431.3	0.4281E-01	1.37	6	3
( <sup>4</sup> H)4s a <sup>3</sup> H – ( <sup>4</sup> H)4p y <sup>3</sup> H <sup>o</sup>	2261.2	0.3556E-01	1.31	0	-2
( <sup>4</sup> H)4s a <sup>3</sup> H – ( <sup>4</sup> H)4p y <sup>3</sup> G <sup>o</sup>	2348.5	0.3694E-01	1.26	-4	-5
( <sup>4</sup> H)4s a <sup>3</sup> H – ( <sup>4</sup> H)4p y <sup>3</sup> H <sup>o</sup>	2282.6	0.3769E-01	1.36	4	2
( <sup>4</sup> F)4s a <sup>3</sup> F – ( <sup>4</sup> F)4p z <sup>3</sup> F <sup>o</sup>	2406.2	0.3905E-01	1.27	-2	-5
( <sup>4</sup> F)4s a <sup>3</sup> F – ( <sup>4</sup> F)4p z <sup>3</sup> D <sup>o</sup>	2333.1	0.3594E-01	1.24	-5	-7
( <sup>4</sup> F)4s a <sup>3</sup> F – ( <sup>4</sup> F)4p z <sup>3</sup> G <sup>o</sup>	2301.6	0.3685E-01	1.31	1	-2
( <sup>4</sup> F)5s e <sup>3</sup> F – ( <sup>4</sup> F)5p <sup>3</sup> G <sup>o</sup>	8223.5	2.252	6.28	-	4
( <sup>4</sup> F)4s a <sup>3</sup> F – ( <sup>4</sup> F)5p <sup>3</sup> G <sup>o</sup>	1079.4	0.2448E-01	3.96	-	-6
( <sup>4</sup> F)4p z <sup>3</sup> F <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)5s <sup>3</sup> F	2569.4	0.9865E-01	2.82	17.5	6
( <sup>4</sup> F)4p z <sup>3</sup> D <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)5s <sup>3</sup> F	2658.2	0.1026	2.73	14	2
( <sup>4</sup> F)4p z <sup>3</sup> G <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)5s <sup>3</sup> F	2700.3	0.1129	2.92	22	9
( <sup>4</sup> F)4s b <sup>3</sup> F <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)4p <sup>3</sup> D <sup>o</sup>	2581.8	0.3661E-01	1.04	-15	-22
( <sup>4</sup> F)4s b <sup>3</sup> F <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)4p <sup>3</sup> F <sup>o</sup>	2516.1	0.4596E-01	1.37	12	3
( <sup>4</sup> F)4s b <sup>3</sup> F <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)4p <sup>3</sup> G <sup>o</sup>	2408.8	0.3817E-01	1.24	1	-7
( <sup>4</sup> F)5s e <sup>3</sup> F <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)5p <sup>3</sup> D <sup>o</sup>	10624	3.035	5.07	-15	-16
( <sup>4</sup> F)5s e <sup>3</sup> F <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)5p <sup>3</sup> F <sup>o</sup>	9969	3.167	6.00	1	1
( <sup>4</sup> F)5s e <sup>3</sup> F <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)5p <sup>3</sup> G <sup>o</sup>	9519	3.243	6.75	14	12
( <sup>4</sup> F)4s b <sup>3</sup> F <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)5p <sup>3</sup> G <sup>o</sup>	1148.5	0.3297E-01	4.71	10	12
( <sup>4</sup> F)4s b <sup>3</sup> F <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)5p <sup>3</sup> F <sup>o</sup>	1145.8	0.3034E-01	4.36	1	3
( <sup>4</sup> F)4s b <sup>3</sup> F <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)5p <sup>3</sup> D <sup>o</sup>	1144.7	0.2675E-01	3.85	-10	-9
( <sup>4</sup> F)4p z <sup>3</sup> G <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)5s e <sup>3</sup> F	2709.0	0.131	3.36	14	26
( <sup>4</sup> F)4p z <sup>3</sup> F <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)5s e <sup>3</sup> F	2785.4	0.1209	2.94	0	10
( <sup>4</sup> F)4p z <sup>3</sup> D <sup>o</sup> – ( <sup>4</sup> F)5s e <sup>3</sup> F	2929.8	0.1151	2.53	-14	-5

d)

Supermultipleti	Prosjeci apsolutnih odstupanja [%]
$(^2G)4s a^3L - (^2G)4p y^3L'$	9.00
$(^2G)4s b^1L - (^2G)4p y^3L'$	5.33
$(^2D2)4s b^1L - (^2D2)4p y^1L'$	9.00
$(^2D2)4s a^3L - (^2D2)4p x^1L'$	9.00
$(^4P)4s b^3L - (^4P)4p z^3L'$	15.67
$(^2P)4s c^3L - (^2P)4p z^3L'$	14.00
$(^2P)4s a^1L - (^2P)4p z^1L'$	9.00
$(^2H)4s a^3L - (^2H)4p z^3L'$	7.00
$(^2H)4s a^1L - (^2H)4p y^1L'$	2.67
$(^4F)4s a^5L - (^4F)4p z^5L'$	2.67
$(^4F)4p z^5L - (^4F)5s^5L'$	17.83
$(^4F)4s b^3L - (^4F)4p^3L'$	9.33
$(^4F)5s e^3L - (^4F)5p^5L'$	10.00
$(^4F)4s b^3L - (^4F)5p^3L'$	7.00
$(^4F)4p z^3L - (^4F)5s e^3L'$	9.33

e)

Skupovi prijelaza	Prosjeci apsolutnih odstupanja [%]
4s-4p	9.28
4s-5p	7.50
4p-5s	9.67
5s-5p	8.25

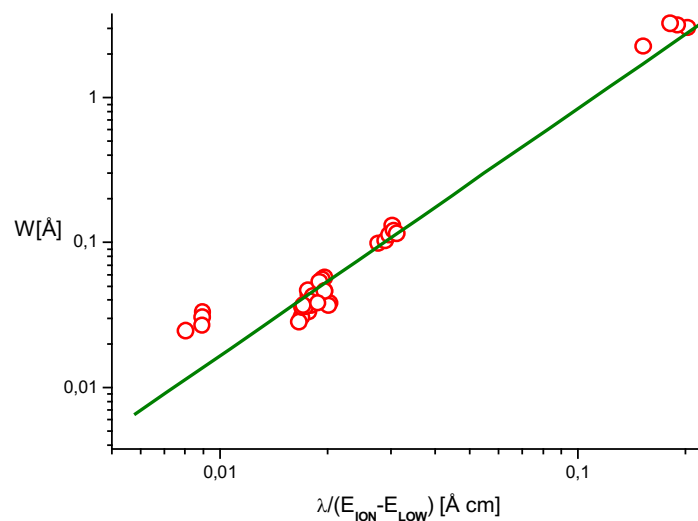
Lakićevićeva formula (67) trebala bi vrijediti za neutralne i jednostruko ionizirane emitere. Umjesto originalne formule, provjerili smo općenitu korelaciju Co II Starkovih širina sa donjim ionizacijskim potencijalom. Dobili smo dvije formule:

$$W_{LAK1} = 42.42 \left( \frac{\lambda}{E_{ion} - E_{lower}} \right)^{1.7} \quad (99)$$

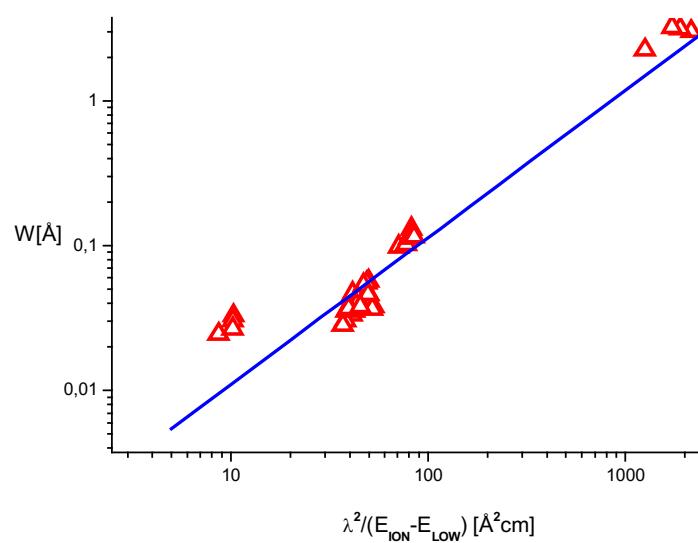
sa korelacijskim faktorom  $R_{CORR} = 97.25\%$  (Sl. 56), i nešto manje točnu

$$W_{LAK2} \approx 10^{-3} \cdot \frac{\lambda^2}{E_{ion} - E_{lower}} \quad (100)$$

sa korelacijskim faktorom  $R_{CORR} \approx 95.4\%$  (Sl. 57). Aproksimativne procjene Starkovih širina  $W_{LAK1}$  i  $W_{LAK2}$ , kao i vrijednosti valnih duljina izražene su u Å, dok su energija ionizacije  $E_{ion}$  i energija donje razine  $E_{lower}$  izražene u  $\text{cm}^{-1}$ . Starkove širine procijenjene su za vrijednosti elektronske gustoće  $N = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  i temperaturu  $T = 10000 \text{ K}$ .



Sl. 56. Ovisnost Starkovih širina (crveni kružići) o donjem ionizacijskom potencijalu prema relaciji (99) s odgovarajućim log-log regresijskim pravcem (zeleno).



Sl. 57. Ovisnost Starkovih širina (crveni trokutići) o donjem ionizacijskom potencijalu prema relaciji (100) s odgovarajućim log-log regresijskim pravcem (plavo).

## 9. PRIMJENE TEORIJE STARKOVOG ŠIRENJA U ASTROFIZICI I ATOMSKOJ FIZICI

Prilikom izračunavanja Starkovih širina u ovom istraživanju nije bio prioritet odabrati promatrane linije koje su već identificirane u spektrima pojedinih nebeskih objekata, nego izračunati Starkove širine čak i za linije koje nisu još identificirane, a koje bi se u doglednoj budućnosti mogle pronaći u spektrima bijelih patuljaka i vrućih zvijezda, što ovisi o trenutnim tehničkim mogućnostima i stupnju razvijenosti spektralnih instrumenata. Kad bismo željeli naći primjenu ovdje izračunatih Starkovih širina na spektralnu analizu pojedinih zvijezda A spektralnog tipa ili točno određenog bijelog patuljka, nalaženje tih primjena moglo bi zbog toga potrajati godinama. Stoga smo se zadovoljili s time da nađemo astrofizičku primjenu za barem jednu liniju iz grupe linija koje smo proučavali, pa čak i uz uvjet da Starkova širina nije za nju prethodno izračunata, a našu potragu proširili smo sa A zvijezda i bijelih patuljaka na bilo koje nebeske objekte za koje smo pretpostavili da bi Starkovo širenje spektralnih linija moglo biti značajno u izučavanju njihovih spektara.

### 9.1 Starkovo širenje H I linije u spektru bijelog patuljka G191-B2B

Metoda prilagodbe sintetskog i mjenog spektra se u primjeni teorije Starkovog širenja u astrofizičkoj spektroskopiji uobičajeno koristi da bi se provjerila točnost izračunatih vrijednosti Starkovih širina. Prema varijanti ove metode koju ovdje predlažemo, moguće je odrediti nepoznatu vrijednost Starkove širine. Naravno, metoda je samo približna i ovisi uglavnom o razlučivosti spektra.

Pretpostavku da se Starkova širina može procijeniti prilagodbom sintetskog i mjenog profila spektralne linije, provjerili smo na primjeru vodikove Ly $\beta$  linije mjerene u spektru bijelog patuljka G191-B2B. Mjereni spektar preuzet je sa MAST internetskog servisa <http://archive.stsci.edu>.

Bijeli patuljci su idealni objekti za kalibraciju astronomskih promatranja (Rauch 2012). Oni su relativno jednostavni objekti i njihovo zračenje određuje temeljna fizika, na pr. njihov je polumjer definiran degeneracijom elektrona (Rauch et al, 2013). G191-B2B (BD+52,913) je vrući bijeli patuljak bogat vodikom s parametrima procijenjenim na  $\log g = 7,5$  i  $T_{eff} = 60000$  K i, zajedno s GD71 i GD153, jedan je od primarnih fluksa referentnih standarda za sve apsolutne kalibracije od 1000 do 25 000 Å (Bohlin, 2007). Različite prijašnje

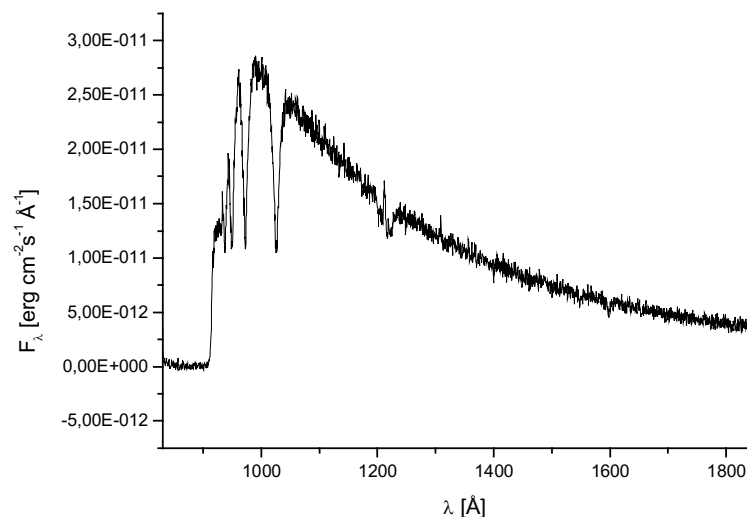
spektralne analize G191-B2B pokazale su da je teško precizno odrediti njegovu efektivnu temperaturu. Barstow i dr. (1998) otkrili su da sadržaj metala u fotosferi ima snažan utjecaj na utvrđenu efektivnu temperaturu.  $T_{eff} = 60\,920$  K pronađena je najnovijom analizom Gianninas i dr. (2011) koja je u svojim modelima uzela u obzir samo C, N i O sa vrijednošću zastupljenosti na Suncu (Rauch et al, 2013). Na slici 58. možemo vidjeti UV spektar G191-B2B.

Sintetizirali smo profil Ly $\beta$  koristeći jednostavnu aproksimaciju Voigtovog profila Whitinga (1968) i usporedili s Ly $\beta$  iz promatranog spektra G191-B2B. Linija je sintetizirana iz jednog Gaussovog profila i jednog Lorentzovog, zanemarujući ostale utjecaje osim temperature i tlaka na oblik linije (program VOGTPROF.BAS). Konačna usporedba za najbolje slaganje sintetske sa mjerenom linijom prikazana je na slici 59. Naš približni profil uspoređen je s onima dobivenim korištenjem atmosfere modela za DA bijelog patuljka G191-B2B koju je izračunao P. Bergeron. Ovo je model atmosfere čistog vodika s parametrima  $T_{eff} = 59\,250$  K i  $\log g = 7,5$ . Programski kod modela atmosfere opisan je u Bergeron, Wesemael i Beauchamp (1995, i reference u tom članku). Ovaj model koristi Starkove profile koje su izračunali Schoning & Butler (1989) koristeći metodu koju su predstavili Vidal, Cooper i Smith (1970) za Balmerovu seriju i za Ly $\alpha$ , ali se približnija metoda koristi za više Lymanovih linija (Bergeron, Wesemael i Fontaine, 1991). Za daljnju potvrdu naših rezultata, sintetska linija dobivena iz atmosferskog modela Bergerona dodatno je uspoređena sa sintetskom linijom dobivenom korištenjem novijeg modela atmosfere koda TMAP (Bohlin i dr., 2020).

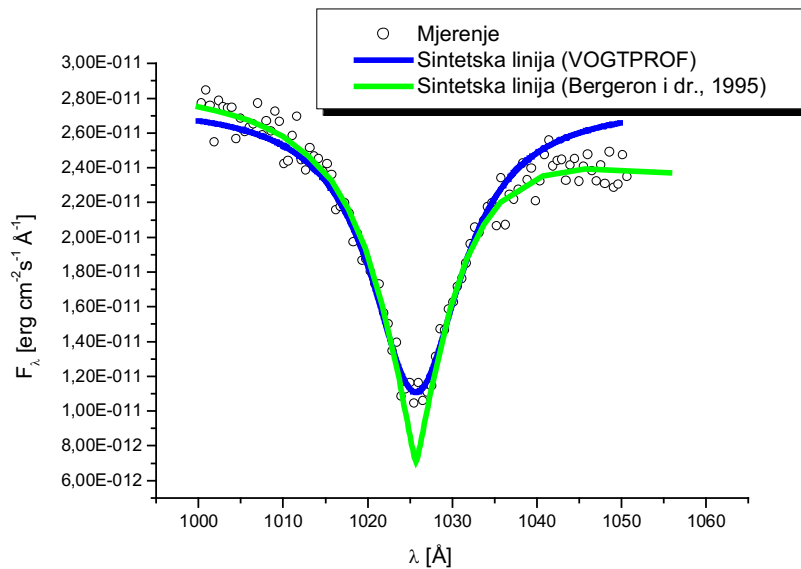
Izračunali smo Dopplerovu širinu dobivajući  $0,18 \text{ \AA}$  za  $T = 60000$  K, pod pretpostavkom da se spektralna linija formira u slojevima atmosfere bijelog patuljka gdje je  $T = T_{eff}$ . Starkova širina je procijenjena na cca  $6,5 \text{ \AA}$  prema najboljem preklapanju krivulja intenziteta linije. Ekstrapolirajući Griema (1974), pronašli smo za iste fizičke uvjete ( $T = 60000$  K,  $N_e = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ) Starkovu širinu za Lyman beta  $W_{Stark} = 7,6 \text{ \AA}$ , što je vrlo blizu našoj procijenjenoj vrijednosti. Naš procijenjeni rezultat također je usporediv sa vrijednošću od oko  $6 \text{ \AA}$  iz eksperimentalnih mjerenja Eltona i Griema (1964). Usporedili smo naš sintetički profil s profilom dobivenim korištenjem modela atmosfere Bergeron i dr. (1995.), gdje je Starkovo širenje već uključeno u proračune sintetskih linija. Ova usporedba dodatno je potvrdila naš rezultat, jer se ove krivulje ne razlikuju previše jedna od druge (slika 59). Nakon usporedbe sintetske linije Bergerona i dr. (1995.) s drugim sintetskim spektrom dobivenim s 25 godina novijim modelom atmosfere koda TMAP, možemo ponovno vidjeti da su razlike između ova dva profila gotovo zanemarive (Sl. 60). Možemo zaključiti da starost modela atmosfere koju

smo uzeli kao osnovu za izračun sintetskog spektra ne utječe na naše rezultate. Iz slika 59 i 60 vidljivo je da naš program VOGTPROF neznatno bolje aproksimira liniju nego model Bergerona, dok sintetska linija prema modelu Bergerona neznatno bolje aproksimira liniju od programa TMAP, pogotovo u središnjem dijelu linije. Nadalje, analiziramo li stratifikaciju termalnog i tlačnog širenja linija po cijelom sloju atmosfere koristeći model atmosfere (na primjer, Wesemael, 1980), možemo pretpostaviti da je spektralna linija iz promatranog spektra formirana u  $\tau = 0,88$ , pri čemu je temperatura sloja 60000 K, a gustoća elektrona oko  $2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ . Ova metoda je već korištena za procjenu Starkove širine za Co II spektralnu liniju u spektru  $\chi$  Lupi (Almodlej i dr., 2020.), ali tada nismo mogli koristiti ni poluklasični ni semiempirijski pristup za dovoljno precizno određivanje Starkove širine, jer prijelaz nije zadovoljavao uvjete za korištenje ovih teorijskih alata. Naprotiv, vodikove linije poznate su od prije i njihove sudarne širine vrlo precizno je odredio Griem (1974).

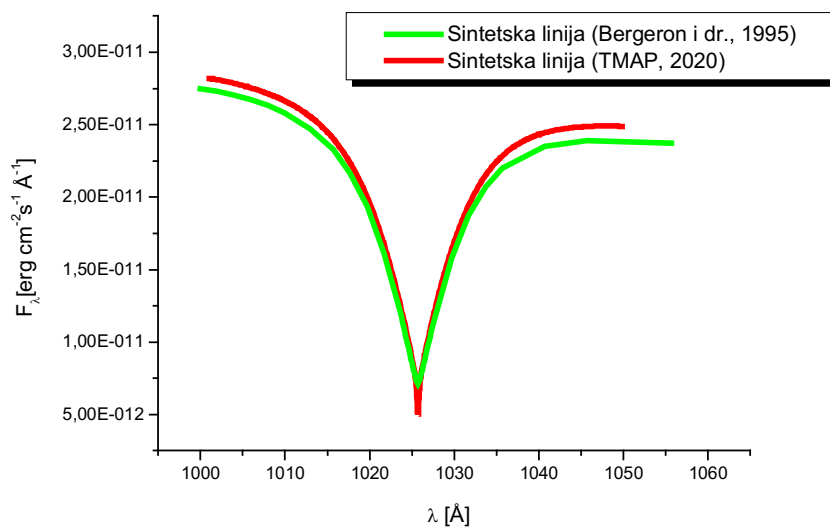
Ova metoda određivanja Starkove širine možda nije dovoljno precizna, ali se može koristiti za brzu grubu procjenu izravno iz promatranog spektra. Neizravno, metoda nudi mogućnost određivanja fizičkih uvjeta u atmosferskom sloju iz kojeg potječe analizirana spektralna linija, odnosno pruža mogućnost dijagnostike astrofizičke plazme od koje je sastavljena atmosfera bijelog patuljka (Majlinger i dr., 2022a).



Sl. 58 Ultraljubičasti spektar DA bijelog patuljka G191-B2B izrađen pomoću 0.9 metarskog Hopkins UV teleskopa (HUT) i srednje- razlučivog ( $\Delta\lambda = 3 \text{ \AA}$ ) blisko-ultraljubičastog (820–1850  $\text{\AA}$ ) spektrografa (Dixon i dr., 2013)



Sl. 60 Usporedba mjerene linije Ly $\beta$  sa sintetskom linijom dobivenom Whitingovom aproksimacijom Voightovog profila (Whiting, 1968) i sintetskom linijom modela atmosfere Bergerona (Bergeron i dr., 1995)



Sl. 61 Usporedba sintetske linije Ly $\beta$  dobivenom pomoću modela atmosfere Bergerona (Bergeron i dr., 1995) sa sintetskom linijom dobivenom pomoću programa za modeliranje atmosfere TMAP (Bohlin i dr., 2020)

## 9.2 Starkovo širenje Zr IV linija i zastupljenost cirkonija u spektru Feige 87

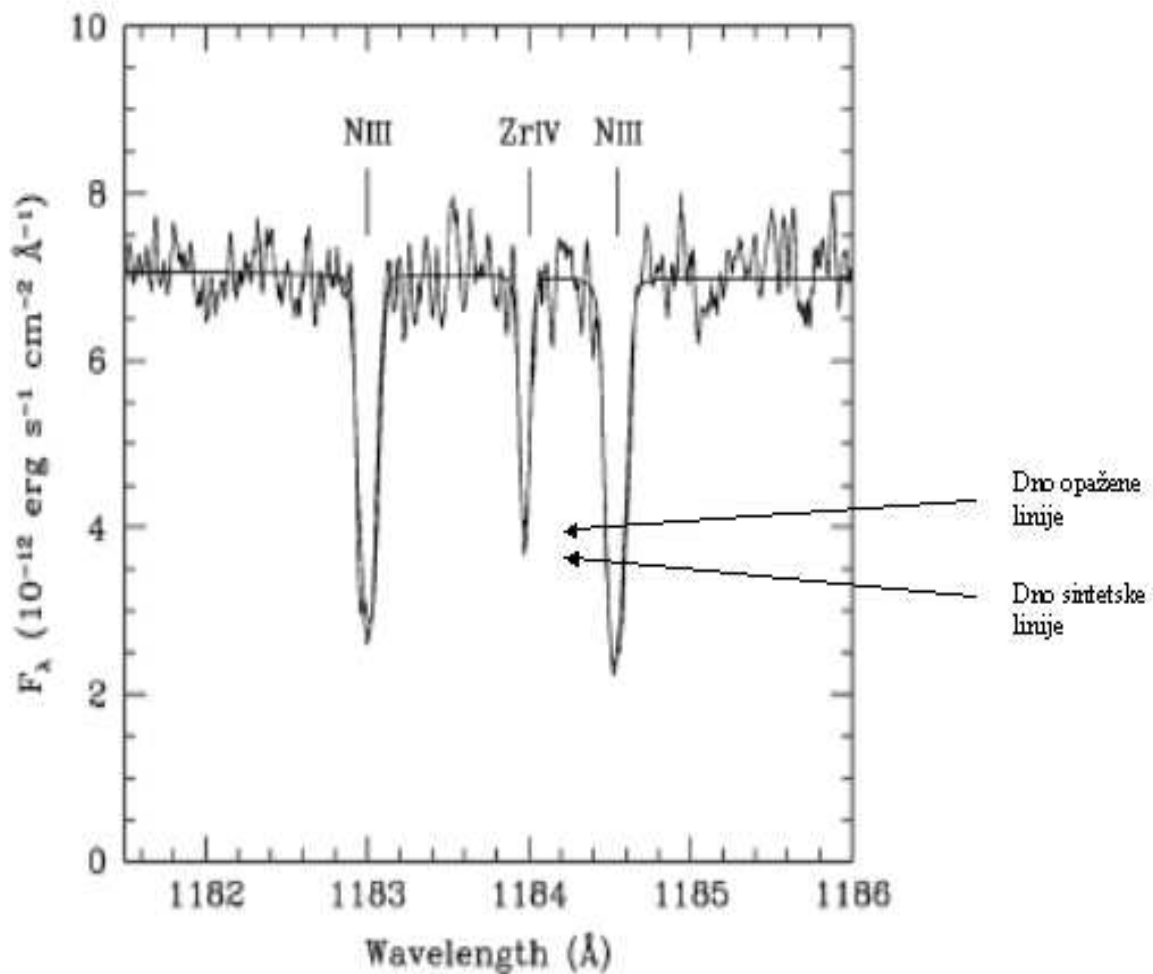
Ovaj dio istraživanja inspiriran je člankom Chayera i dr. (2006) u kojem su autori procijenili pomoću jedne Zr IV linije zastupljenost cirkonija u spektru vrućeg podpatuljka. Ovdje vršimo dopunu i reviziju njihovog istraživanja a to je ujedno i reprezentativni primjer kako Starkovo širenje može biti od pomoći prilikom određivanja zastupljenosti elemenata u nekom astrofizičkom spektralnom izvoru.

Feige 87 (PG 1338+061) predstavlja dvojni sustav s vrućim podpatuljkom tipa He-sdB (sukladno najnovijoj klasifikaciji, vidjeti npr. Naslim i dr., 2010) i varijabilne zvijezde glavnog niza tipa G2-G7. Normalna varijabilna komponenta ima masu blisku Sunčevoj masi ( $0.97 \pm 0.1 M_{\odot}$ ) dok vrući podpatuljak ima upola manju masu ( $0.56 \pm 0.09 M_{\odot}$ ). Ekscentricitet putanje je predviđen u iznosu  $e = 0.15 \pm 0.02$  dok bi period iznosio  $P = 937 \pm 10$  dana. Odnos između relativnih brzina sdB i G komponente procijenjen je na  $0.58 \pm 0.07$  (Barlow, 2012).

Subluminalne B (sdB) zvijezde leže u H-R dijagramu između zvijezda glavnog niza i bijelih patuljaka. Vrući podpatuljci He-sdB sastoje se gotovo u potpunosti od helija u unutrašnjosti i tanke vanjske ovojnice vodika. Opažanja potvrđuju da se radi o zvijezdama gdje je došlo do paljenja helija u jezgri, mase su upola manje od Sunca, efektivnih temperatura između 25000 i 35000 K i  $\log g$  između 5 i 6 (Jeffery, 2005).

Chayer i dr. (2006) odredili su zastupljenost cirkonija iz linije Zr IV  $\lambda 1184$  na  $\log N = -8.4$ . Naša je pretpostavka da u svom radu nisu uzeli u obzir Starkovo širenje linije, jer za ovu liniju Starkova širina ne postoji u literaturi niti laboratorijski izmjerena niti računski dobivena. Iz slike 58 vidimo da je intenzitet apsorpcijske linije dobivene programom SYNSPEC u odnosu na opaženu liniju precijenjen za oko 10%. Autori su za model atmosfere koristili program TLUSTY (Hubeny i Lanz, 1995), s obzirom da model zvjezdane atmosfere koji bi bio adekvatan za ovaj tip podpatuljaka nije dostupan u literaturi.





Slika 62. Usporedba sintetske s opaženom apsorpcijskom linijom (prema Chayer i dr., 2006).

Do grešaka u procjeni zastupljenosti elemenata u zvjezdanoj atmosferi može doći iz nekoliko razloga:

- zbog pogrešne procjene intenziteta apsorpcijskih linija
- zbog pogrešne procjene kontinuuma apsorpcijskih linija
- zbog zanemarivanja Starkovog širenja
- zbog netočno procijenjenih vrijednosti atomskih parametara

Iz slike 62 vidimo da je intenzitet sintetske linije za 10% veći od opažene linije, što već može doprinijeti greškama u određivanju zastupljenosti. Da bismo otkrili kolika je greška u procjeni zastupljenosti načinjena zbog zanemarivanja Starkovog širenja, bilo je potrebno sintetizirati liniju uz korištenje odgovarajućeg modela atmosfere. U tu svrhu, s obzirom na nedostatak adekvatnog modela atmosfere i nedostupnosti programa TLUSTY, izvršili smo linearnu

ekstrapolaciju Koesterovog modela bijelog patuljka bogatog helijem na parametre bliske podpatuljku Feige 87 (Koester, 1980). Na taj način dobili smo model sa  $\log g = 5$  i  $T_{\text{eff}} = 30000$  K koji smo upotrijebili u našoj analizi pretpostavljajući da time radimo zanemarivu grešku. Taj izbor modela je opravdan pretpostavkom da su vrući subpatuljci koji nisu članovi dvojnog sustava mogli nastati spajanjem dviju bijelih patuljaka bogatih helijem (npr. Iben i Tutukov, 1985, Iben, 1990)

Da bismo doznali je li naša pretpostavka točna, programski kod za aproksimaciju Voigtovog linijskog profila VOGTPROF.BAS proširen je u kod za sintezu spektra SYNTLINE.BAS, uz implementaciju mogućnosti korištenja numeričkih podataka iz modela atmosfere. Pri tome je upotrebljena jedna od uobičajenih formulacija rješenja jednadžbi radijativnog prijenosa zračenja (npr. Edmonds, 1969).

Ako je rezidualni tok  $R(\lambda)$  određen relacijom:

$$R(\lambda) = \frac{2\pi}{F_C(0)} \int_0^{\infty} S_{\lambda}(\tau_C + \tau_{\lambda}) E_2(\tau_C + \tau_{\lambda}) d(\tau_C + \tau_{\lambda}) \quad (101)$$

gdje je  $F_C(0)$  svjetlosni tok kontinuuma

$$F_C(0) = 2\pi \int_0^{\infty} S_C(\tau_C) E_2(\tau_C) d(\tau_C) \quad (102)$$

onda dubinu linije  $D(\lambda)$  i ekvivalentnu širinu  $EW(\lambda)$  možemo izračunati na način:

$$D(\lambda) = 1 - R(\lambda) \quad (103)$$

$$EW(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} D(\lambda) d\lambda \quad (104)$$

pri čemu za čistu aporpciju (LTE) vrijedi:

$$S_{\lambda}(t) = S_C(t) = B_{\lambda}[T(t)] \quad (105)$$

Donji indeksi  $C$  i  $\lambda$  odnose se redom na veličine pripisane kontinuumu odnosno spektralnoj liniji, sa  $\tau$  je označena optička dubina ( $\tau_{\lambda}$  za liniju i  $\tau_C$  za kontinuum),  $E_2$  je eksponencijalni

integral drugog reda,  $S_C$  i  $S_\lambda$  su funkcije izvora za kontinuum odnosno za liniju, dok  $B_\lambda(T)$  predstavlja Planckovu funkciju.

Optičku dubinu linije dobijamo kao

$$\tau_\lambda = \int_0^\infty \frac{\kappa_\lambda}{\kappa_C} d\tau_C \quad (106)$$

a linijski koeficijent apsorpcije

$$\kappa_\lambda(\tau_\lambda) = \frac{N(\tau_\lambda) \pi e^2 f}{mc \Delta v_D(\tau_\lambda)} \phi_V(\lambda) \quad (107)$$

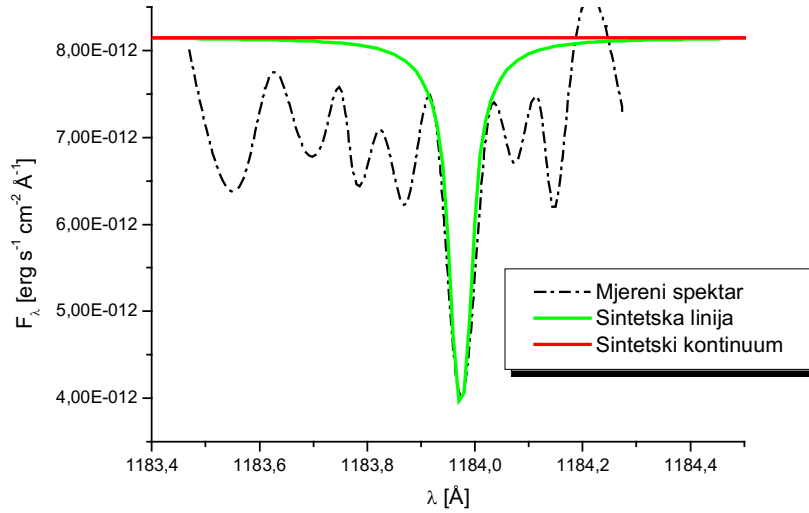
pri čemu je

$$\Delta v_D = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{2kT(\tau_\lambda)}{M} + \xi^2} \quad (108)$$

a  $\phi_V(\lambda)$  Voigtov profil. Ostale veličine definirane su kao u (B52). S obzirom da program čita diskretne vrijednosti iz modela atmosfere, jednadžbe su diskretizirane a integrali prevedeni u sumu. Korištena je Zilitisova vrijednost jakosti oscilatora (Zilitis, 2007). Za unaprijed definirane ulazne parametre izračunati su sintetski profili i uspoređeni sa profilom linije iz mjerenog spektra. Metodom multivarijabilne regresije (dostupne npr. preko programskog paketa ORIGIN) dobivene su slijedeće vrijednosti za sintetsku liniju koja se najbolje preklapa sa mjerenom:

- Starkova širina za nenormirani spektar:  $W_S = 0.015 \text{ \AA}$  koja odgovara vrijednosti  $0.105 \text{ \AA}$  za normirani spektar
- vrijednost svjetlosnog toka kontinuumu  $8.15 \cdot 10^{-12} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ \AA}^{-1}$
- **logaritam zastupljenosti cirkonija  $\log N = -5.97$**

Pri tome je vrijednost Dopplerove širine održavana u fiksnoj vrijednosti od  $0.026 \text{ \AA}$  za nenormirani spektar što odgovara vrijednosti za normirani spektar od  $0.18 \text{ \AA}$  koja je dobivena računski. Na slici 63 vidimo mjerenu liniju, sintetsku liniju dobivenu programom SYNTLINE i procijenjenu liniju kontinuumu. Primjećuje se vrlo dobro preklapanje sintetske sa mjerenom linijom uz ovako procijenjeni kontinuum.



Slika 63. Mjereni spektar u rasponu oko linije Zr IV  $\lambda 1184$  u usporedbi sa sintetskom linijom i sintetskim kontinuumom dobivenim programom SYNTLINE. Korišten je model atmosfere dobiven ekstrapolacijom Koesterovih modela bijelih patuljaka uz parametre  $\log g = 5$  i  $T_{\text{eff}} = 30\,000$  K.

Intenzitet linije ovisi o intenzitetu svjetlosti izvora i karakteristikama medija kroz koji svjetlost prolazi. Prema tome, ako sa  $I_0$  i  $I_{STARK}$  označimo intenzitete linija bez i sa Starkovim širenjem, a sa  $N_0$  i  $N_{STARK}$  odgovarajuće zastupljenosti elemenata, dobivamo da vrijedi:

$$\frac{I_0}{I_{STARK}} = \frac{N_0}{N_{STARK}} \frac{\phi_G(\lambda)}{\phi_V(\lambda)} \quad (109)$$

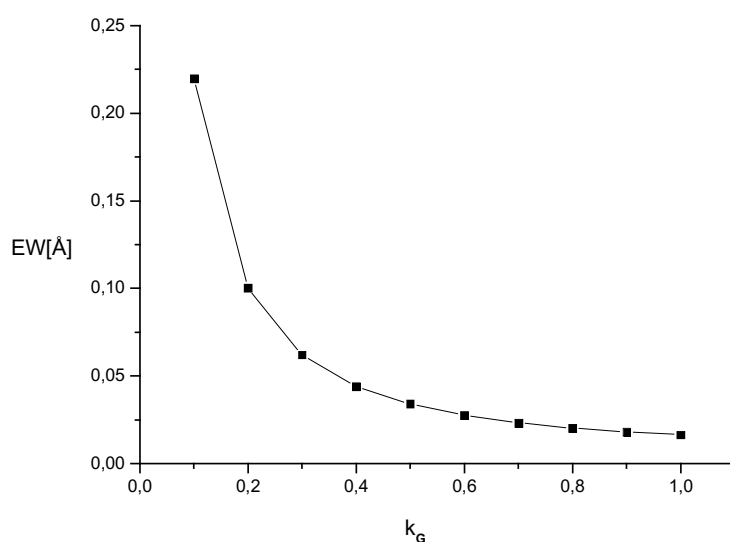
što znači da intenziteti opažene i sintetske linije mogu imati različite vrijednosti a da zastupljenosti budu iste, ukoliko su odgovarajući profili linija bez i sa uzimanjem u obzir Starkovih širina različiti. Stoga smo umjesto intenziteta uspoređivali ekvivalentne širine linija sa i bez uzimanja u obzir utjecaja Starkovog širenja. Slika 64 pokazuje kako ekvivalentna širina linije Zr IV  $\lambda 1184$  ovisi o doprinosu širine Gaussovog profila ukupnoj širini linije. Primjećujemo da je ekvivalentna širina veća što je doprinos Gaussovog profila širenju manji, odnosno doprinos Lorentzovog profila ukupnoj širini linije veći.

Iz spektra vidimo da se radi o tankoj liniji. Prema detaljnoj analizi odnosa ekvivalentnih širina i zastupljenosti elemenata koju daje Menzel (1936), a koja se intenzivno koristila kod danas već zastarjele teorije krivulje rasta, kod takvih linija ekvivalentna širina je proporcionalna sa zastuplenošću. To znači da možemo usporediti ekvivalentnu širinu sa i

bez uzimanja u obzir Starkovog širenja koristeći izračunate vrijednosti i model atmosfere, pri čemu greška zanemarivanja Starkovog širenja ispada oko 60%:

$$\frac{EW_{\lambda}(VP)}{EW_{\lambda}(GP)} = \frac{N_{VP}}{N_{GP}} \approx 1.6 \quad (110)$$

Ovdje smo sa *VP* označili odgovarajuće veličine koje se odnose na Voigtov profil kao konvoluciju Gaussovog i Lorentzovog profila, a sa *GP* odgovarajuće veličine koje se odnose na Gaussov profil.  $EW_{\lambda}$  predstavlja ekvivalentnu širinu a  $N$  broj čestica u jedinici volumena, odnosno zastupljenost, u ovom slučaju cirkonija. Naš rezultat potvrđuje mogućnost da je u radu Chayer i dr. (2006) zanemarena vrijednost Starkove širine, i da bi to mogao biti razlog zbog čega sintetska linija ima za 10% manji intenzitet.



Slika 64. Ekvivalentna širina  $EW$  u angstromima za liniju  $Zr\ IV\ \lambda 1184$  u ovisnosti o odnosu doprinosa Gaussovog profila širini prema zbroju Gaussovog i Lorentzovog doprinosa širini,  $k_G = W_G / (W_G + W_L)$ .

Uz zanemarivanje Starkovog širenja, na procjenu zastupljenosti elemenata mogao je utjecati i izbor statističkih težina za +4 ionizacijsko stanje cirkonija, kojih također nema u literaturi, a koje su autori prilagodili iz statističkih težina za osnovno stanje, što je u konačnici moglo proizvesti greške prilikom određivanja profila spektralne linije. Nadalje, Chayer i

suradnici (2006) procijenili su za liniju  $\lambda 1184$  jakost oscilatora empirijski na  $\log gf = 0$  jer u to vrijeme nisu imali dostupne podatke o jakosti oscilatora. S obzirom da su u međuvremenu u znanstvenoj literaturi objavljene preciznije vrijednosti snaga oscilatora za Zr IV linije (npr. Zilitis, 2007, Rauch i dr., 2017), odlučili smo to uzeti u obzir prilikom naše procjene zastupljenosti cirkonija. Osim toga, Chayer i dr. (2006) naglašavaju da se njihov procijenjeni kontinuum najvjerojatnije nalazi niže od realnog kontinuuma, što je također moglo utjecati na njihove rezultate u smjeru potcjenjivanja zastupljenosti, što se npr. slaže sa rezultatima koje su dobili Pereira i dr. (2006). To bi sve mogli biti razlozi zašto je naša vrijednost zastupljenosti cirkonija ispala znatno veća od vrijednosti procijenjene u radu Chayer i dr. (2006) koja iznosi  $\log N = -8.4$ .

Naše empirijske rezultate trebala bi potvrditi i teorija. Međutim, za izračunavanje Starkove širine Zr IV linije  $\lambda 1184$  nisu ispunjeni uvjeti za korištenje MSE metode, a u literaturi ne postoje niti eksperimentalne niti teorijske vrijednosti Starkovih širina određenih za ovu liniju sa kojom bismo naše rezultate usporedili. Vrijednosti Starkovog širenja računali smo stoga na dva načina, koristeći procjene (94) i (95), koje su nam jedino bile na raspolaganju. Obje procijenjene vrijednosti su za otprilike jedan red veličine manje nego vrijednost dobivena metodom usporedbe sintetskog i mjenog spektra, što dovodi u pitanje preciznost naše metode (Tab 15). Prema tome, ako pretpostavimo da je vrijednost Starkove širine koju smo dobili preklapanjem sintetske i mjerene linije Zr IV dovoljno pouzdana, formule procjene koje smo koristili za određivanje Starkovih širina u ovom slučaju nisu pouzdane. Naravno, na točnost naših rezultata moglo je utjecati i pitanje adekvatnosti izbora modela atmosfere. Do upotrijebljenog modela atmosfere došli smo uz pretpostavku da je elektronska gustoća u pojedinim slojevima proporcionalna sa logaritmom površinske gravitacije, što ne mora biti sasvim točno. Do grešaka je moglo doći zbog razlike korištenja ovakvog odnosa i proporcionalnog odnosa između negativnog logaritma elektronske gustoće i gravitacijske akceleracije na površini zvijezde koji je uobičajen iako isto tako približan (npr. Emerson, 1997). Nadalje, linija Zr IV  $\lambda 1184$  je rezonantna linija i za nju bi mogao vrijediti sasvim drugačiji trend nego za nerezonantne linije Zr IV za koje smo imali izračunate vrijednosti Starkovih širina. Time dolazimo do zaključka da je na temelju dosadašnjih saznanja nemoguće teorijski potvrditi rezultate naše eksperimentalne metode.

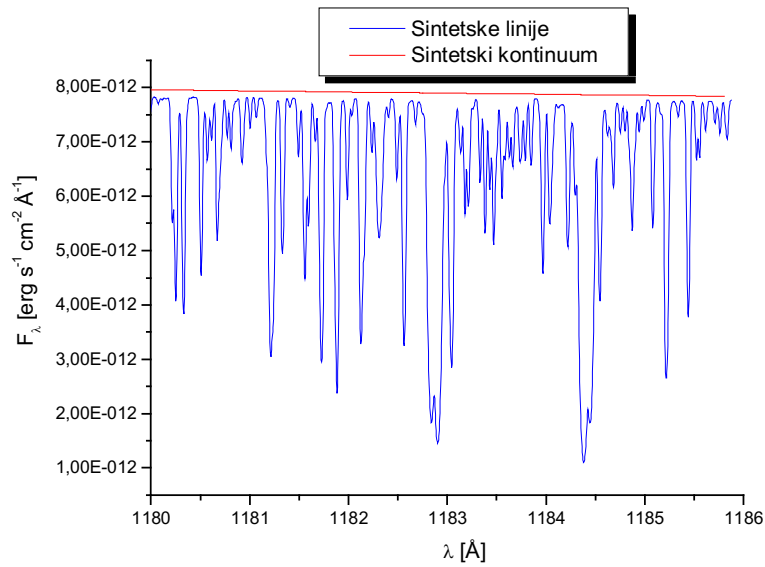
Stoga smo mjerenu liniju usporedili sa sintetskom linijom dobivenom na temelju programskog koda TMAP za modeliranje atmosfere (Bohlin i dr., 2020), a koja je bila dostupna na internetu također na stranici teleskopskog arhiva MAST, <http://archive.stsci.edu>. TMAP modeli su novijeg datuma, a korišteni su i u prethodno opisanoj analizi

spektroskopske metode za određivanje Starkove širine za Lyman  $\beta$  liniju kod bijelog patuljka. Usporedba spektralnih linija na sl. 66, kao i usporedba šireg raspona spektra sa sl. 65 i mjerenog i sintetskog spektra na sl. 62 iz članka Chayer i dr. (2006) nameće zaključak da je intenzitet linije Zr IV  $\lambda 1184$  teoretski potcijenjen u odnosu na naš rezultat i u odnosu na vizualnu procjenu odnosa intenziteta mjerene linije sa intenzitetima mjerenih i sintetskih N III linija. Osim toga, slaganje preklapljenih mjerene i sintetske linije u ovom slučaju nije tako dobro kao u slučaju korištenja programa SYNTLINE. Ovaj primjer pokazuje da oslanjanje na najrecentnije radove kada je riječ o sintetskim spektrima i modelima atmosfere ponekad ne daje dobre rezultate (Majlinger i dr., 2022b).

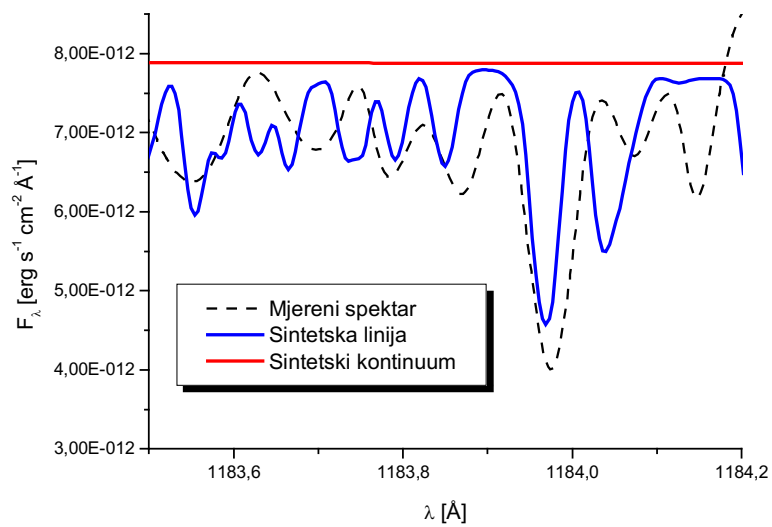
Prokomentirajmo samo ukratko kako se ovo otkriće o zastupljenosti Zr IV odražava na problem već prije spomenutog cirkonskog sukoba uočnog u spektru zvijezde  $\chi$  Lupi. S obzirom da se najveća pogreška u određivanju zastupljenosti cirkonija u spektru zvijezde Feige 87 mogla desiti uslijed pretpostavljene krive vrijednosti jakosti oscilatora, a točnije određivanje vrijednosti jakosti oscilatora u slučaju linija Zr II i Zr III u spektru  $\chi$  Lupi nije znatno utjecalo na procjenu zastupljenosti (Wahlgren i dr., 1994), možemo zaključiti da je eventualna pogreška u određivanju kontinuuma nedovoljan mehanizam da bi proizveo razliku u zastupljenosti Zr II i Zr III od jednog reda veličine. Osim toga, Chayer i dr. (2006) nisu uspoređivali zastupljenost dobivenu iz linije Zr IV sa zastupljenostima iz linija za prethodna ionizacijska stanja, nego su zastupljenost određivali samo iz jedne jedine linije, tako da je na temelju njihovog rada nemoguće utvrditi da li bi se isti fenomen sukoba cirkonija mogao zabilježiti i u spektru Feige 87. Očigledno, problem cirkonskog sukoba u spektru  $\chi$  Lupi i dalje ostaje nerazjašnjen.

Tablica 15. Vrijednosti FWHM širina za normiranu i nenormiranu liniju Zr IV  $\lambda 1184$ .  $W_D$  – Dopplerova širina,  $W_S$  – Starkova širina dobivena iz preklapanja sintetske i mjerene linije,  $W_{SE1}$  procijenjena Starkova širina prema relaciji (94),  $W_{SE2}$  – procijenjena Starkova širina prema relaciji (95).

Linija Zr IV $\lambda 1184$	$W_D[\text{Å}]$	$W_S[\text{Å}]$	$W_{SE1}[\text{Å}]$	$W_{SE2}[\text{Å}]$
-prije normiranja	2.6E-2	1.43E-3	9.3E-5	1.56E-3
-poslije normiranja	1.8E-1	1.05E-1	6.83E-3	1.08E-2



Sl. 65. Sintetski spektar Feige 87 dobiven na temelju TMAP modela atmosfere za parametre  $\log g = 5$  i  $T_{\text{eff}} = 30\,000$  K.



Sl. 66. Usporedba sintetskog spektra sa slike 65 sa mjerenim spektrom Feige 87 u rasponu oko linije Zr IV  $\lambda 1184$ .



## 9. 2. Starkove širine Lu III linija i određivanje atomskih parametara

Atomski parametri poput Einsteinovih koeficijenata, jakosti oscilatora ili dipolnih matričnih elemenata prijelaza nisu nam uvijek unaprijed poznati za bilo koju liniju spektra bilo kojeg atoma ili iona. Do njihove vrijednosti se dolazi različitim teorijskim ili eksperimentalnim metodama, čija detaljnija analiza bi mogla biti tema nekog zasebnog znanstvenog rada.

Za izračunavanje Starkovih širina metodom modificirane semiempirijske teorije potrebno je izračunati dipolne matrične elemente i Gauntove faktore. Gauntovi faktori funkcije su parametara prijelaza i temperature, dok matrični dipolni elementi ovise samo o parametrima prijelaza i predstavljaju atomsku konstantu za svaki prijelaz. Na primjeru Lu III vidjeli smo da se matrični dipolni elementi mogu izračunati i ako su poznate jakosti oscilatora za pojedini prijelaz. Vrijedi i obrat – ako znamo matrične elemente, možemo pomoću njih izračunati nepoznate jakosti oscilatora. Prema tome, izračunavanje Starkovih širina može se iskoristiti za određivanje dipolnih matričnih elemenata ili jakosti oscilatora, ako nam isti nisu poznati. U okviru MSE teorije za dobivanje matričnih elemenata koristi se Bates-Damgaardov formalizam temeljen na Coulombovoj aproksimaciji (Bates i Damgaard, 1949).

Dipolne matrične elemente za prijelaze pri kojima je  $\Delta n = 0$ , možemo dobiti i direktno iz vrijednosti Starkovih širina izračunatih MSE postupkom bez detaljnog ulaženja u Bates-Damgaardovu teoriju. Potrebno je preko interpolacijskih formula izračunati vrijednosti Starkovih širina iste linije za recimo šest različitih vrijednosti temperatura, izračunati za njih Gauntove faktore koristeći tablicu 3, čime dobijamo u poopćenom slučaju šest jednadžbi iz kojih možemo dobiti četiri nepoznata dipolna matrična elementa za  $\Delta n = 0$ , i dvije korekcije za prijelaze gdje je  $\Delta n \neq 0$  (ili jednu korekciju kao njihov zbroj, pri čemu nam je onda dovoljno i pet jednadžbi) za svaku izračunatu vrijednost Starkove širine za pojedinu temperaturu. Olakšavajuća je okolnost da neke od nepoznanica mogu biti jednake, čime se broj jednadžbi potrebnih za njihovo izračunavanje smanjuje.

Ovdje prikazujemo moguću primjenu MSE teorije u određivanju nepoznatih matričnih dipolnih elemenata za pojedine prijelaze za koje vrijedi  $\Delta n = 0$ , kao i u određivanju gf faktora za te iste prijelaze, na primjeru Lu III spektra. Coulombovu aproksimaciju možemo koristiti za izračunavanje matričnih elemenata i za proizvoljne tipove prijelaza, ali prijelazi koje ovdje razmatramo već su korišteni za dobivanje Starkovih parametara. Za odabrane prijelaze izračunali smo matrične elemente Bates-Damgaardovom metodom, iz njih dobili jakosti

oscilatora, i naše rezultate usporedili sa rezultatima drugih autora (Safronova i dr., 2018, Biémont i dr., 1999). Pri tome smo koristili izraz ekvivalentan izrazu (96) koji se koristio za obrnuti postupak prilikom određivanja matričnih elemenata iz poznatih gf vrijednosti:

$$gf_{jj'} = (2l + 1)R_{jj'}^2 R_{line}^2 R_{mult}^2 \frac{|E_j - E_{j'}|}{3E_H} \quad (111)$$

gdje je  $R_{mult}^2 = 1$ , dok smo  $R_{line}^2$  očitavali iz tablica (Shore i Menzel, 1965).

U tablici 16 naše rezultate dipolnih matričnih elemenata za prijelaze tipa s-p, p-d i d-f kod Lu III usporedili smo sa drugim rezultatima (Safronova i dr., 2018) dobivenim pomoću računa smetnje najnižeg reda Dirac-Hatree-Fockove valne funkcije i rezultata sa aproksimacijom jednostrukog i dvostrukog pobuđenja Dirac-Fockove valne funkcije (tzv. «single-double» aproksimacije, SD) gdje se uzimaju u obzir i smetnje višeg reda. Detaljnije o SD aproksimaciji može se naći npr. kod Johnsona i dr. (1998). U tablici 17 prilažemo za iste prijelaze izračunate gf faktore pomoću Coulombove aproksimacije uspoređene sa rezultatima Biemonta i dr., gdje je također korišten Dirac-Fockov formalizam. Naše rezultate jakosti oscilatora još smo dodatno usporedili sa rezultatima prema članku Karaçobana i Özdemira (2013) gdje su jakosti oscilatora računane pomoću dvije varijante Hatree-Fockove metode uz korištenje relativističke korekcije. Vidimo znatnije odstupanje naših vrijednosti matričnih elemenata s obzirom na rezultate kod Safronove i dr. (2018), iako je to odstupanje usporedivo sa međusobnim odstupanjem rezultata u navedenoj literaturi. Jedino kod prijelaza  $6p_{3/2} - 6d_{5/2}$  primjenom Coulombove aproksimacije dobijamo otprilike dvostruko manji rezultat nego u navedenoj literaturi, a kod prijelaza  $5d_{5/2} - 5f_{5/2}$  razlika je u redu veličine. Naši rezultati za jakosti oscilatora gf pokazuju vrlo dobro slaganje sa rezultatima iz Biémont i dr. (1999), u slučaju s-p i p-d prijelaza dok vrlo loše slaganje primjećujemo između istih rezultata u slučaju d-f prijelaza, što može biti posljedica relativističkih efekata koje Bates-Damgaardova teorija ne uzima u obzir. Isto vrijedi i u slučaju usporedbe naših rezultata sa rezultatima dobivenim relativističkim Hatree-Fockovim pristupima (Karaçoban i Özdemir, 2013).

Možemo zaključiti da je Coulombova aproksimacija Batesa i Damgaarda (Bates i Damgaard, 1949, Shore i Menzel, 1965) sasvim zadovoljavajuća za određivanje gf vrijednosti i dipolnih matričnih elemenata pojedinih prijelaza s-p i p-d tipa jednostavnijih jednoelektronskih spektara kod kojih se može upotrijebiti aproksimacija LS spreznja i kod kojih relativistički efekti ne utječu bitno na rezultat, odnosno da ova metoda po preciznosti ne

zaostaje previše za egzaktnijim i modernijim metodama koje se inače koriste, pogotovo ako nam ti atomski parametri trebaju u astrofizičke svrhe.

Tablica 16. Usporedba vrijednosti dipolnih matričnih elemenata dobivenih Bates-Damgaardovim postupkom iz ove radnje (BD) sa vrijednostima dobivenih pomoću računa smetnje najnižeg reda Dirac-Hatree-Fockove valne funkcije (DHF), odnosno rezultata dobivenih aproksimacijom jednostrukog i dvostrukog pobuđenja Dirac-Fockove valne funkcije (Safronova i dr., 2018)

Prijelaz	BD	DHF	SD
$5d_{3/2} - 5f_{5/2}$	2.701	2.5512	2.0403
$5d_{5/2} - 5f_{5/2}$	2.813	0.7099	0.5853
$5d_{5/2} - 5f_{7/2}$	2.783	3.1693	2.5743
$6s_{1/2} - 6p_{1/2}$	3.025	2.7279	2.3177
$6s_{1/2} - 6p_{3/2}$	2.991	3.8241	3.2695
$6p_{1/2} - 6d_{3/2}$	2.328	3.6470	3.3671
$6p_{3/2} - 6d_{3/2}$	2.623	1.8135	1.6845
$6p_{3/2} - 6d_{5/2}$	2.573	5.3437	4.9661

Tablica 17. Usporedba jakosti oscilatora  $gf$  dobivenih Bates-Damgaardovom metodom iz ove radnje ( $gf_{BD}$ ) sa vrijednostima dobivenih pomoću Dirac-Fockovog formalizma ( $gf_{DHF}$ ) iz rada Biémont i dr., 1999, odnosno pomoću dva različita pristupa Hatree-Fockovog računa uz relativističke korekcije ( $gf_{RHFA}$  i  $gf_{RHFB}$ ) iz rada Karaçoban i Özdemir (2013)

Prijelaz	$gf_{BD}$	$gf_{DHF}$	$gf_{RHFA}$	$gf_{RHFB}$
$5d_{3/2} - 5f_{5/2}$	8.853	1.283	2.107	1.873
$5d_{5/2} - 5f_{5/2}$	0.666	0.089	0.160	0.130
$5d_{5/2} - 5f_{7/2}$	13.052	1.780	3.053	2.601
$6s_{1/2} - 6p_{1/2}$	0.712	0.630	0.706	0.833
$6s_{1/2} - 6p_{3/2}$	1.620	1.468	1.616	1.939
$6p_{1/2} - 6d_{3/2}$	1.775	2.187	2.195	2.397
$6p_{3/2} - 6d_{3/2}$	0.398	0.386	0.388	0.423
$6p_{3/2} - 6d_{5/2}$	3.504	3.533	3.535	3.873

### 9.3 Starkove širine Co II linija, spektar $\chi$ Lupi i profiliranje spektralnih linija

Profiliranje spektralnih linija izuzetno je bitno u zvjezdanoj spektroskopiji, ali i u laboratorijskoj spektroskopiji, jer iz oblika spektralne linije možemo doći do važnih informacija o obilježjima spektralnog izvora.

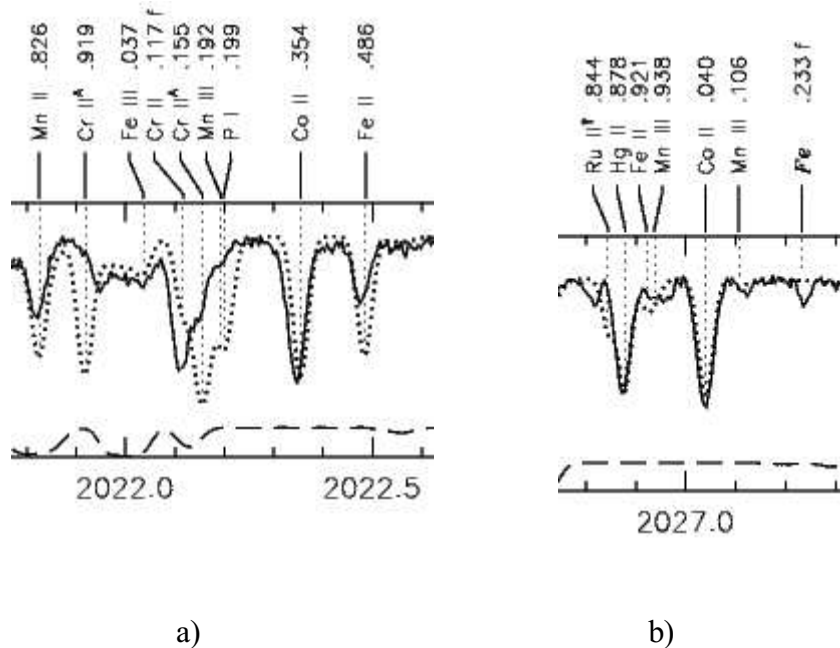
Primjenu teorije Starkovog širenja u upotrebi izrade sintetskih linija, danas uobičajene metode za određivanje linijskih profila mjerenih spektralnih linija, pokazat ćemo na primjeru spektralnih linija Co II opaženih u spektru dvojnog sustava  $\chi$  Lupi.

Zvijezda  $\chi$  Lupi (HR 5883, HD 141556) spada u klasu hladnih HgMn (CP3) zvijezda bez magnetskog polja. Ova spektroskopski dvojna zvijezda ima vizualni sjaj oko 4m i period revolucije oko 15 dana. Primarna komponenta ( $\chi$  Lupi A) spektroskopskog je tipa B9.5pHgMn sa efektivnom temperaturom  $T_{eff} = 10\,650$  K, površinskom gravitacijom  $\log g = 3.8$ , turbulencijom  $V_t = 0.0$  km/s i  $v \sin i \approx 1.0$  km/s. Sekundarna komponenta ( $\chi$  Lupi B) pripada klasi A2Vm sa efektivnom temperaturom  $T_{eff} = 9\,200$  K, površinskom gravitacijom  $\log g = 4.2$ , turbulencijom  $V_t = 2.4$  km/s i  $v \sin i \approx 2.0$  km/s (Leckrone i dr., 1999). Ovaj spektroskopski dvojni sustav prvi put je klasificiran kao CP zvijezda kada je primjećena jaka linija Hg II  $\lambda = 3984$  Å (Bidelman, 1962). Goddardov spektrograf visoke rezolucije (*Goddard High Resolution Spectrograph*, GHRS) postavljen na Hubbleovom teleskopu (HST, *Hubble Space telescope*) omogućio je promatranje ove zvijezde sa visokom moći rezolucije u intervalu valnih duljina od 1249 – 2688 Å u ultraljubičastom dijelu spektra, što je usvojeno kao standardni spektrografski izvor za daljnja proučavanja  $\chi$  Lupi (Brandt i dr., 1999). U tablici 18 vidimo zastupljenost atoma i iona u odnosu na sunčevu zastupljenost prema Leckrone i dr. (1999). Već smo ranije spomenuli da postoji značajno odstupanje u zastupljenosti cirkonija dobivenih preko linija Zr II i Zr III (tzv. *zirconium conflict*), no ako promotrimo tablicu 16 vidjet ćemo da za još neke atome i ione imamo različite vrijednosti mjerenja zastupljenosti pojedinih elemenata s obzirom na stupanj ionizacije. Npr. za arsen, itrij i živu zastupljenosti se razlikuju za barem jedan red veličine, kao i za cirkonij. Logariram zastupljenosti jednostruko ioniziranog kobalta u odnosu na Sunce procijenjena je na  $-1.11$ , dok je ista vrijednost dobivena preko linija neutralnog kobalta manje precizna ( $< +0.0$ ). S obzirom da Starkova širenja za linije Co II još nigdje nisu objavljena u znanstvenoj literaturi, pretpostavili smo da bi računanje Starkovih širina iz podataka koje smo dobili u našem istraživanju moglo doprinijeti preciznijem određivanju zastupljenosti kobalta u atmosferi  $\chi$  Lupi. Kad uz to promotrimo odnos sintetskog spektra i mjerenog spektra za ovu zvijezdu dobivene korištenjem Kuruczovih modela (Brandt i dr., 1999) vidimo da preklapanje tih

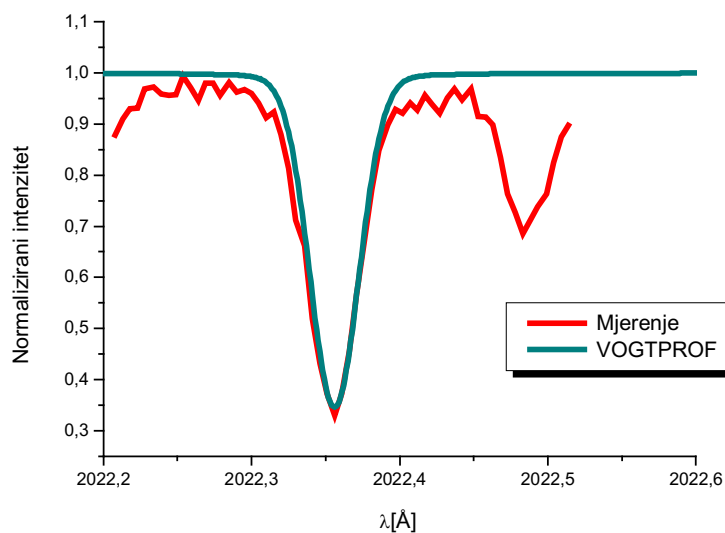
spektara nije baš idealno (Sl. 63). Razlog za to mogao bi upravo biti ne uzimanje u obzir utjecaja Starkovog širenja u procesu profiliranja spektralnih linija. Jedan od mogućih razloga mogao bi biti i upotreba neadekvatnog modela atmosfere, kao i zanemarivanje eventualnog utjecaja difuznih procesa u zvjezdanoj atmosferi. Stoga smo odlučili izraditi sintetske linije za Co II korištenjem više različitih modela atmosfere. Pregledom dostupnog mjenenog spektra  $\chi$  Lupi (preuzetog sa MAST internetskog servisa <http://archive.stsci.edu>) uspjeli smo izdvojiti dvije izolirane linije Co II za koje smo izradili spektar korištenjem jednokomponentnih modela sa  $T_{eff} = 10\,000$  K i  $\log g = 4$ . Za sintezu spektralnih linija pokušali smo koristiti prethodno korištene programe VOGTPROF.BAS i SYNTLINE.BAS, koji su se međutim pokazali previše robustnima za profiliranje ovih spektralnih linija. Sintetske linije kreirane sa tim kodovima nisu se dobro poklapale sa krilima linija, dok je sa središnjim dijelovima slaganje bilo dobro (Sl 64). Stoga je umjesto njih korišten komercijalni program SPECTRUM (Gray i Corbally, 1994), sa kojim smo dobili znatno bolje slaganje sintetskih i mjenenih linija. Rezultate usporedbe sintetskih linija dobivenim pomoću programa SPECTRUM sa eksperimentalnim linijama vidimo na slikama 65-70.

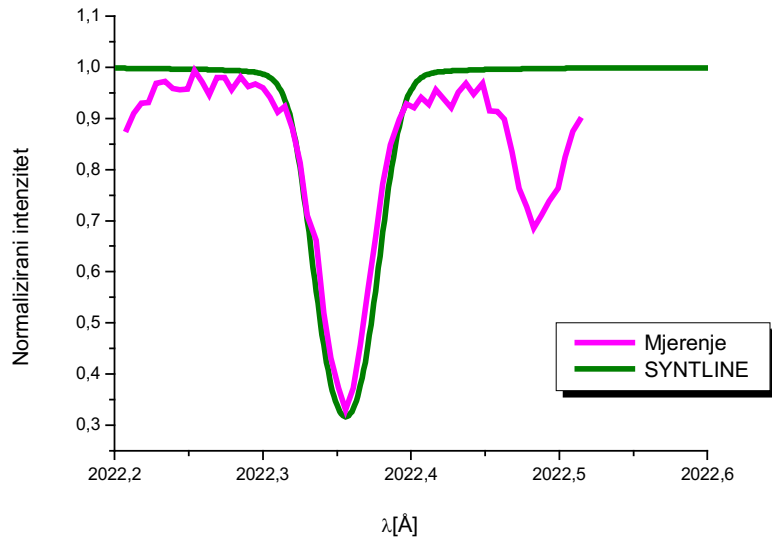
Tablica 18. Zastupljenost elemenata u atmosferi  $\chi$  Lupi u odnosu na Sunce,  $[X] = \log(N/N_{tot}) - \log(N/N_{tot})_{Sunce}$  (prema Leckrone i dr., 1999)

Elem.	Z	[X]	Elem.	Z	[X]	Elem.	Z	[X]
He I	2	-0.69	Mn I	25	-0.33	Sb II	51	+1.6
B II	5	$\leq -2.48$	Mn II		+0.07	Ba II	56	+1.0
C II	6	-0.42	Fe I	26	+0.17	Pr II	59	+2.1
N I	7	-1.34	Fe II		+0.13	Nd II	60	+1.99
O I	8	-0.43	Co I	27	$< +0.0$	Eu II	63	+1.53
Mg I	12	-0.08	Co II		-1.11	Gd II	64	+2.01
Mg II		-0.15	Ni II	28	-0.35	Dy II	66	+1.55
Al I	13	-0.68	Cu II	29	-0.52	Ho II	67	+2.22
Al II		-0.4	Zn II	30	$< -4.0$	W II	74	$< +0.9$
Si I	14	-0.50	Ga II	31	+1.4	Re II	75	$< +0.50$
Si II		+0.10	Ge II	32	$< -1.6$	Os II	76	+0.6
Si III		+0.1	As I	33	+1.80	Pt I	78	+3.97
P II	15	+0.73	As II		+2.86	Pt II		+4.37
S I	16	-0.51	Sr II	38	+2.02	Pt III		+4.62
S II		+0.41	Y II	39	+1.68	Au II	79	+4.43
Cl I	17	$< -1.2$	Y III		+2.78	Au III		+4.97
Ca I	20	-0.34	Zr II	40	+0.25	Hg I	80	+4.01
Ca II		-0.34	Zr III		+1.45	Hg II		+5.15
Sc II	21	-1.39	Mo II	42	+0.93	Hg III		+5.7
Ti II	22	+0.51	Ru II	44	+2.26	Tl II	81	+3.76
Ti III		+0.51	Rh II	45	+1.7	Pb II	82	$\leq -1.30$
V II	23	-0.17	Pd II	46	+3.3	Pb III		+0.25
Cr I	24	+0.12	Cd II	48	+0.56	Bi II	83	+1.49
Cr II		+0.12	Sn II	50	$< +1.28$	Bi III		$< +1.0$



Sl. 63. Mjereni spektar  $\chi$  Lupi (puna linija) s identificiranim linijama u odnosu na valnu duljinu u angstromima i odgovarajući sintetski spektar izrađen programom SYNTHESIS na temelju modela atmosfere izrađenog programom ATLAS (iscrtkana linija) u okolini Co II linija a)  $\lambda 2022.35$  i b)  $\lambda 2027.04$  (Brandt i dr., 1999)





b)

Sl. 64 Usporedba mjerene Co II 2022.35 linije sa sintetskim linijama dobivenim a) programom VOGTPROF.BAS b) programom SYNTLINE.BAS uz korištenje Kuruczovog LTE modela atmosfere (Kurucz, 1979). U oba slučaja prikazane su sintetske linije sa uračunatim Voightovim profilom koje se najbolje slažu sa rezultatima mjerenja.

Primjećujemo da se za sva tri modela koje smo koristili (Kurucz, 1979, <http://kurucz.harvard.edu/grids/grid01/am01k2.dat>, u daljnjem tekstu Kurucz LTE, Strom i Avrett, 1965, u daljnjem tekstu Strom-Avrett LTE, Strom i Kalkofen, 1966, u daljnjem tekstu Strom-Kalkofen NLTE), sintetske linije koje uz Dopplerovo širenje uključuju i Starkovo (konvolucijom u Voigtov profil, uz zanemarivanje ostalih utjecaja na širenje linije) bolje poklapaju sa mjerenim linijama nego sintetske linije u kojima je uzeto u obzir samo Dopplerovo širenje, pogotovo u krilima linije (Sl. 65-67). Letimičan pogled na slaganje linija sintetskih spektara izrađenih prema sva tri modela i mjerenih linija upućuju nas na pretpostavku da bi Strom-Avrettov LTE model dao najbolje preklapanje u slučaju obje linije, pogotovo u središnjem dijelu profila (sl. 68). Međutim, pogledamo li uvećane detalje, uočavamo da je za mjerenu liniju  $\lambda_{2022.35}$  najbolje preklapanje lijevog dijela profila sa Strom-Avrettovim LTE modelom, dok se jezgra linije i desni dio krila bolje slažu sa Kuruczovim LTE modelom (sl. 69), a da se za mjerenu liniju  $\lambda_{2027.04}$  lijevi dio krila i središnji dio profila bolje poklapaju sa Kuruczovim LTE modelom, a desni dio krila bolje sa

Strom-Avrettovim LTE modelom (sl. 70), iako je teško procijeniti razliku u profilima koje daju Strom-Avrettov LTE model i Strom-Kalkofenov NLTE model, naročito u krilima obaju linija, dok su njihove razlike u središnjim dijelovima linija ipak zamjetnije. Uočenu blagu asimetriju u profilima mjerenih linija nismo mogli opravdati niti jednim od upotrebljenih modela atmosfere. Budući da vizualnom usporedbom sintetskih linija za sva tri modela sa mjerenim linijama nismo uspjeli izdvojiti najpogodniji model jer je u sva tri slučaja njihovo slaganje relativno dobro, poklapanja sintetskih i mjerenih linija provjerili smo dodatno metodom namanjih kvadrata. Rezultati tih usporedbi prikazani su u tablici 19.

Niti na temelju podataka priloženih u tablici 19, nismo mogli ustanoviti koji model atmosfere je adekvatniji za uvjete u kojima su nastale razmatrane linije, iako je u slučaju linije Co II  $\lambda 2022.35$  Kuruczov LTE model prošao sa najmanjim kvadratnim odstupanjem, dok se u slučaju linije  $\lambda 2027.04$  najmanje kvadratno odstupanje pokazalo upotrebom Strom-Avrettovog LTE modela, što je djelomično bilo u skladu sa vizualnom procjenom. Kvadratna odstupanja su u slučaju sva tri modela vrlo bliska i teško je procijeniti koji od modela najbolje reprezentira uvjete u atmosferi  $\chi$  Lupi. Moramo, naravno, uzeti u obzir i činjenicu da smo spektroskopsko dvojni zvjezdani sustav aproksimirali sa jednokomponentnim modelom zvjezdane atmosfere, što itekako može utjecati na procjenjivanje fizikalnih uvjeta u zvjezdanoj atmosferi.

Tablica 19. Kvadratno odstupanje sintetskog od mjerenog spektra linija  $\lambda 2022.35$  i  $\lambda 2027.04$  za tri različita modela atmosfere.

Linija/Multiplet	Model	Kvadratno odstupanje
$\lambda 2022.35$	Kurucz LTE	0.0956
	Strom-Avrett LTE	0.0987
	Strom-Kalkofen NLTE	0.0982
$\lambda 2027.04$	Kurucz LTE	0.0480
	Strom-Avrett LTE	0.0464
	Strom-Kalkofen NLTE	0.0484

Kao treći kriterij za procjenjivanje adekvatnog modela atmosfere koristili smo stoga usporedbu Starkovih širina dobivenih preklapanjem sintetskih i mjerenih linija sa teorijskim vrijednostima tih istih širina. Starkove širine koje smo očitali kao parametar prilikom upotrebe programa za sintetizaciju linije, usporedili smo sa računskim vrijednostima koje smo dobili različitim metodama procjene, s obzirom da ni kod rezonantnih linija Co II  $\lambda 2022.35$  i



$\lambda 2027.04$  nismo mogli koristiti precizniju metodu MSE. Dodatno smo usporedili vrijednosti koje smo dobili preklapanjem sintetskog i mjenog spektra sa procijenjenim vrijednostima Starkovog širenja, prema formulama  $W_{LAK1}$  (99),  $W_{LAK2}$  (100) i Cowleyevom procjenom, pri čemu se kod Co II multipleta za koje se za aproksimaciju Starkovih širina izračunatih MSE metodom najbolje pokazala verzija Cowleyeve formule (61) uz skaliranje sa faktorom 0.7. U tablicama 20a i 20b prikazane su vrijednosti Starkovih širina dobivenih fitovanjem sintetske i mjerene linije sa vrijednostima Starkovog širenja dobivenih sa navedene tri različite metode procjenjivanja, zajedno sa zastupljenošću procijenjenom iz sintetskog spektra za obje linije i sva tri različita modela.

Tablica 20. Vrijednosti Starkovih širina  $W_{FIT}$  procijenjene iz sintetskih spektralnih linija koje najbolje aproksimiraju izmjerene linije a) Co II  $\lambda 2022.35$  i b) Co II  $\lambda 2027.04$  u usporedbi sa tri vrijednosti za odgovarajuće linije procijenjene teorijskim metodama  $W_{LAK1}$ ,  $W_{LAK2}$  i  $W_C = 0.7 \cdot W_{COW}$  sukladno relacijama (98), (99) i (61), te zastupljenost Co II procijenjenjene iz pojedinh sintetskh linija prema pojedinim modelima atmosfere. Teorijske metode procjene rađene su uz pretpostavljenu temperaturu  $T = 10\,000$  K sloja iz kojeg spektralne linije proizlaze.

a)

Modeli	$W_{FIT}[\text{Å}]$	$W_{LAK1}[\text{Å}]$	$W_{LAK2}[\text{Å}]$	$W_C[\text{Å}]$	Log N
Kurucz LTE	3.16E-4	0.79E-4	0.77E-4	0.69E-4	-8.6
Strom-Avrett LTE	3.16E-4	1.42E-4	1.38E-4	1.24E-4	-8.5
Strom-Kalkofen NLTE	3.16E-4	1.48E-4	1.43E-4	1.29E-4	-8.4

b)

Modeli	$W_{FIT}[\text{Å}]$	$W_{LAK1}[\text{Å}]$	$W_{LAK2}[\text{Å}]$	$W_C[\text{Å}]$	Log N
Kurucz LTE	3.16E-4	0.80E-4	0.77E-4	0.68E-4	-8.6
Strom-Avrett LTE	3.16E-4	1.44E-4	1.39E-4	1.25E-4	-8.8
Strom-Kalkofen NLTE	3.16E-4	1.50E-4	1.44E-4	1.30E-4	-8.6

Odmah opažamo da su Starkove širine procijenjene iz sintetskih linija dva do četiri puta veće od procjena za iste linije koje su izvedene teorijskim metodama. Sve tri vrijednosti dobivene sa tri različita teorijska postupka procjene uglavnom se međusobno dobro slažu, što govori u prilog pretpostavci da bi sve tri metode procjenjivanja širina uglavnom mogle davati dovoljno precizne rezultate. Logaritam zastupljenosti Co II prema našoj procjeni iznosi  $-8.6 \pm 0.2$ , odnosno oko  $-1.5 \pm 0.2$  s obzirom na Sunčevu zastupljenost što nije jako različito od vrijednosti  $-1.11$  iz literature (Leckrone i dr., 1999). Međutim, ni na temelju usporedbi

Starkovih širina dobivenih preklapanjem sintetskih i mjerenih linija i teorijskih metoda procjene nije bilo moguće ustanoviti koji od modela atmosfere najbolje odgovaraju fizikalnim uvjetima nastanka mjerenih spektralnih linija. Na osnovu odnosa geometrijskih procjena izvedenih iz usporedbi mjerenih i sintetskih Co II linija  $\lambda_{2022.35}$  i  $\lambda_{2027.04}$  sa procjenama izvršenima računskim putem, postavili smo četiri moguće hipoteze:

- I) Niti geometrijska niti računska procjena ne daju dovoljno točne rezultate. U tom slučaju, potrebno je pribjeći nekoj trećoj, egzaktnijoj metodi, teorijskoj (neki od semiklasičnih ili kvantnomehaničkih metoda) ili eksperimentalnoj (npr. laboratorijsko mjerenje), jer naše procjene nisu relevantne.
- II) Geometrijske procjene su točne, a računске su netočne. S obzirom da Starkove širine dobivene korištenjem MSE formalizma daju uglavnom sustavno niže vrijednosti od eksperimentalnih, a teorijske procjene smo dobili upravo iz sustavnih trendova MSE Starkovih širina, postoji mogućnost da su teorijski rezultati podcijenjeni i da su prave vrijednosti Starkovih širina možda bliže vrijednostima dobivenih geometrijskom procjenom
- III) Računske procjene su točne, a geometrijske procjene nisu točne. Najveća preciznost do koje se može doći geometrijskom procjenom je određivanje reda veličine Starkovog širenja. Usporedba sintetskog i mjerenog spektra pregruba je metoda da bismo mogli samo na temelju nje dovoljno precizno određivati Starkove širine, i potrebno je finije podešavanje. U tom slučaju ne možemo našu geometrijsku procjenu povezati sa parametrima zvjezdane atmosfere pa ne možemo ni znati iz koje optičke dubine spektralne linije potječu. Stoga su jedino relevantne računске procjene, koje su obavljene uz pretpostavku da spektralne linije dolaze iz atmosferskog sloja za kojeg vrijedi da je temperatura sloja jednaka efektivnoj temperaturi (Eddingtonova aproksimacija sive atmosfere).
- IV) I geometrijske procjene i računске procjene su dovoljno precizne i točne. To je moguće jedino pod uvjetom da ne vrijedi aproksimacija sive atmosfere, odnosno da spektralne linije dolaze iz nekih drugih slojeva zvjezdane atmosfere. U tom slučaju bilo bi logično pretpostaviti da je moguće odrediti temperaturu i elektronsku gustoću u atmosferskom sloju gdje se formiraju spektralne linije direktno iz računskih procjena Starkovih širina i modela atmosfere.

Jedini logični zaključak je, da je s obzirom na navedene rezultate jedino hipoteza II ispravna, odnosno da su geometrijske procjene točnije od računskih. Stoga smo dodatno za liniju  $\lambda_{2027.04}$  naš rezultat geometrijske procjene usporedili sa računskim rezultatom

kompromisne verzije Cowleyeve procjene između relacija (89) i (90), koja daje nešto veće vrijednosti širina, a koja je već korisno upotrebljena u komparaciji teorijskih rezultata u slučaju Starkovih širina Cr II linija (Almodlej i dr., 2020). Čak i uz pretpostavku aproksimacije sive atmosfere dobili smo vrijednosti računskih procjena koje se relativno dobro slažu sa geometrijskim procjenama. Time smo došli u mogućnost prihvaćanja hipoteze IV. Rezultat za Kurutzov model objavljen je u radu Almodlej i dr., 2021.

Kad bismo prihvatili da su računске procjene točne, a to bi bilo moguće da imamo egzaktnu proračune Starkovih širina, mogli bismo odrediti temperaturu i elektronsku koncentraciju atmosferskog sloja iz kojeg potiče spektralna linija samo očitavanjem postojećih vrijednosti iz modela atmosfere. Drugim riječima, dijagnostika plazme bi se mogla izvršiti i bez uvida u Starkove širine, a usklađenost mjerenih i sintetskih spektara bila bi potvrda vrijednosti Starkovih širina dobivenih računskim putem. U tom slučaju, bilo bi moguće odrediti temperaturu i elektronsku gustoću atmosferskog sloja iz kojeg dolazi analizirana svjetlosna zraka direktno iz aproksimacije Voigtovog profila koristeći relaciju (B54) i podatke iz atmosferskog modela. Rezultati ove analize za pojedini model atmosfere, uz aproksimaciju sive atmosfere i uz pretpostavku da ta aproksimacije ne vrijedi, nalazi se u tablici 22. Usporedba rezultata kompromisne verzije Cowleyeve formule iz Almodlej i dr. (2020) i rezultata geometrijskih procjena za liniju  $\lambda 2027.04$  daje još bolje slaganje u slučaju zanemarivanja aproksimacije sive atmosfere (Tab. 23). U slučaju korištenja ili nekorištenja Eddington-Barbierove relacije, razlike u temperaturi sloja iznose 250-350 K, dok su razlike u gustoći elektrona određenih jednom i drugom metodom gotovo neznatne i iznose oko  $2 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ , odnosno  $4 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  (Tab.22). Drastične razlike se, međutim, pojavljuju u određivanju optičke dubine pojedinog sloja, kako u slučaju različitog izbora modela atmosfere, tako i u slučaju uzimanja u obzir ili zanemarivanja Eddingtonove aproksimacije.

Naši rezultati pokazuju da navedena geometrijska procjena daje sasvim zadovoljavajuće rezultate u određivanju Starkove širine, pogotovo kada se radi o linijama za koje je moguće izračunati Starkovo širenje preciznijim teorijskim metodama. Međutim, ona bi se još morala dodatno provjeriti i na ostalim primjerima zvjezdanih apsorpcijskih spektara, kod kojih je moguće egzaktnim proračunima preciznije odrediti Starkovo širenje za pojedinu liniju.

Na ovaj način predložena je metoda dijagnosticiranja zvjezdane plazme koja prema našim saznanjima do sada nije upotrebljavana, a koja bi posebno mogla biti zanimljiva u uvjetima korištenja modela atmosfere koji nisu rađeni u okvirima sive aproksimacije, odnosno koji se danas najčešće i koriste. Naravno, preciznost u određivanju pojedinog sloja atmosfere i

dijagnostike zvjezdane plazme u ovom slučaju ovisi i o izboru adekvatnog modela atmosfere, kao i o samoj preciznosti upotrebljenih kodova modela atmosfere i programa za sintezu spektra.

Tablica 21. Vrijednosti optičke dubine, temperature i elektronske gustoće u sloju atmosfere iz koje proizlaze mjerene spektralne linije za sva tri razmatrana modela, procijenjene: a) uz važenje Eddingtonove aproksimacije, i b) bez važenja Eddingtonove aproksimacije

a)

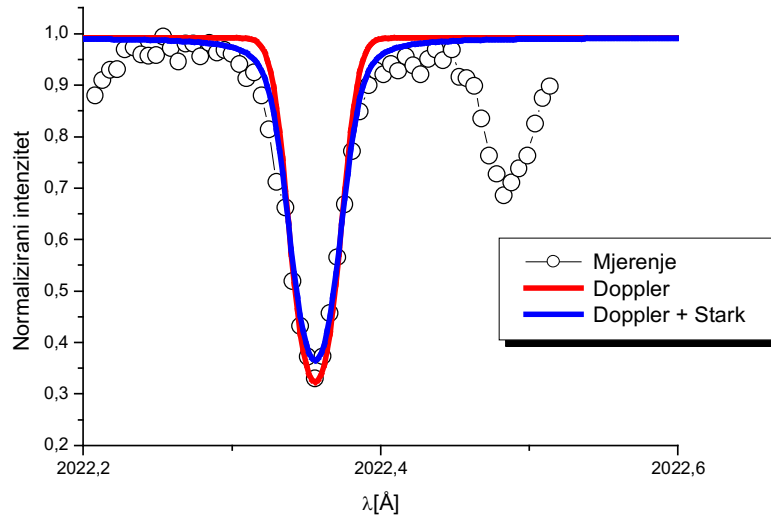
<b>Modeli</b>	$\tau$	<b>T[K]</b>	<b><math>N_e[10^{14} \text{ cm}^{-3}]</math></b>
Kurucz LTE	1.8	10008.5	2.41
Strom-Avrett LTE	3.9	9993	4.33
Strom-Kalkofen NLTE	5.9	10118.25	4.55

b)

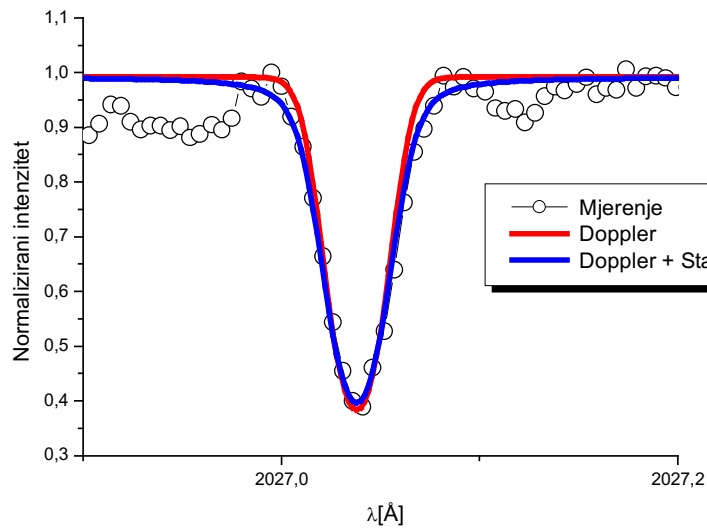
<b>Modeli</b>	$\tau$	<b>T[K]</b>	<b><math>N_e[10^{14} \text{ cm}^{-3}]</math></b>
Kurucz LTE	1.3	9750	2.15
Strom-Avrett LTE	1.4	9750	3.79
Strom-Kalkofen NLTE	0.6	9750	3.78

Tablica 22. Vrijednosti Starkovih širina  $W_{\text{FIT}}$  procijenjene iz sintetskih spektralnih linija koje najbolje aproksimiraju izmjerenu liniju Co II  $\lambda_{2027.04}$  u usporedbi sa Starkovim širinama dobivenom varijantom Cowleyeve formule prema Almodlej i dr. (2020) u slučaju uzimanja u obzir Eddingtonove aproksimacije ( $W_A^G[\text{Å}]$ ) i u slučaju njezinog zanemarivanja ( $W_A^{NG}[\text{Å}]$ ). Teorijske metode procjene rađene su uz pretpostavljenu temperaturu i pripadnu elektronsku gustoću sloja iz kojeg spektralne linije proizlaze, sukladno pojedinom modelu atmosfere.

<b>Modeli</b>	<b><math>W_{\text{FIT}}[\text{Å}]</math></b>	<b><math>W_A^G[\text{Å}]</math></b>	<b><math>W_A^{NG}[\text{Å}]</math></b>
Kurucz LTE	3.16E-4	2.50E-4	2.26E-4
Strom-Avrett LTE	3.16E-4	4.50E-4	4.00E-4
Strom-Kalkofen NLTE	3.16E-4	4.64E-4	3.92E-4

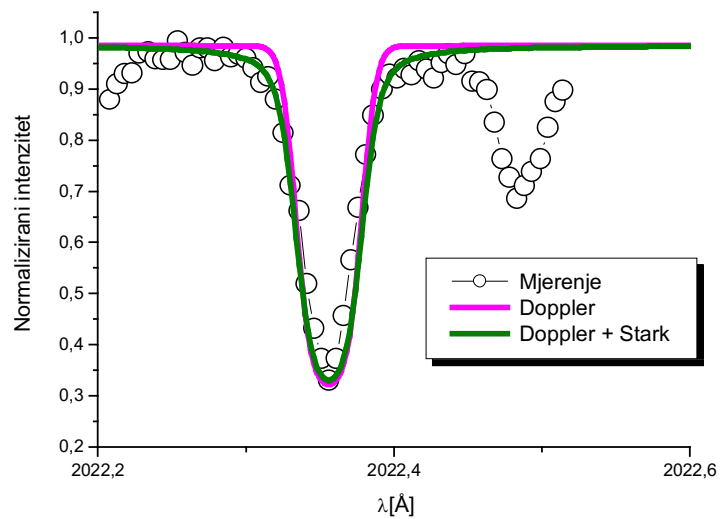


a)

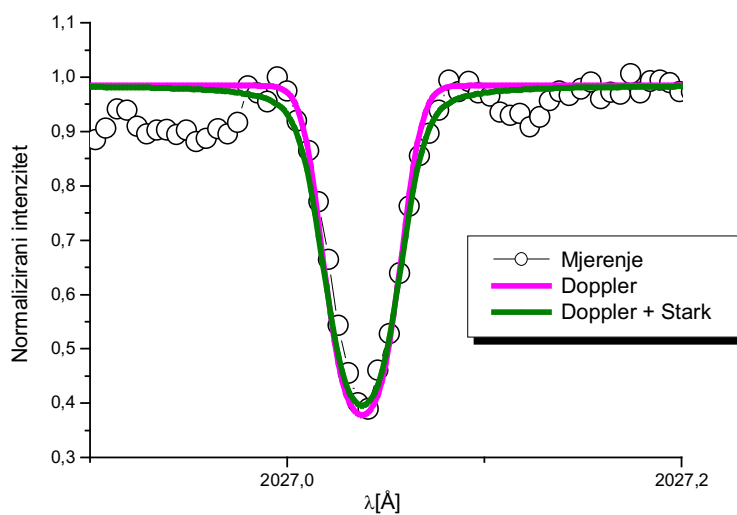


b)

Sl. 64. Usporedba sintetskih linija samo sa Gausovim profilom, sa konvolucijom Gaussovog i Lorentzovog profila, izrađenih prema modelu atmosfere Kurucz LTE, i mjerenih Co II linija a)  $\lambda 2022.35$  i b)  $\lambda 2027.04$

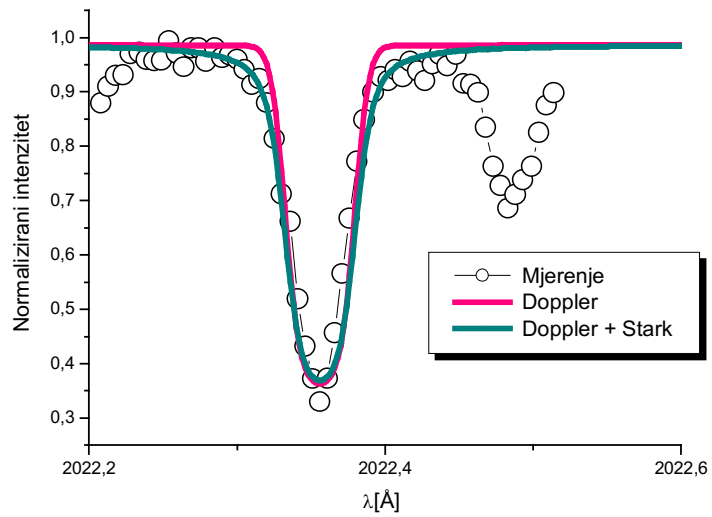


a)

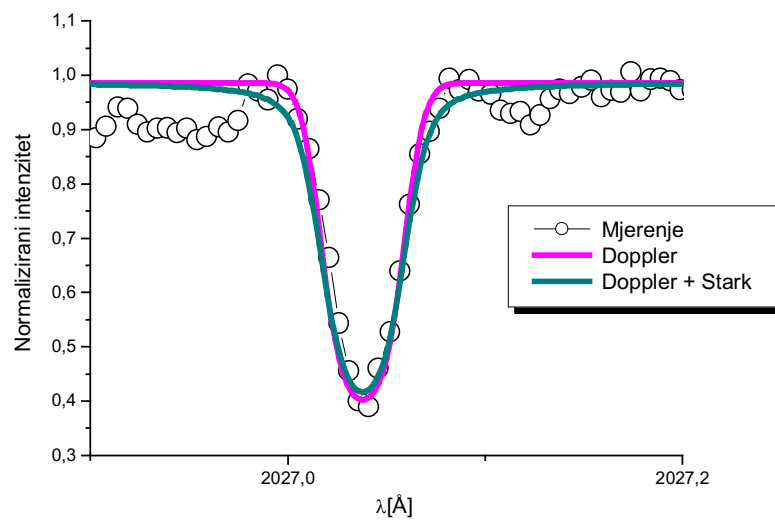


b)

Sl. 65. Usporedba sintetskih linija samo sa Gausovim profilom, sa konvolucijom Gaussovog i Lorentzovog profila, izrađenih prema modelu atmosfere Strom-Avrett LTE, i mjerenih Co II linija a)  $\lambda 2022.35$  i b)  $\lambda 2027.04$

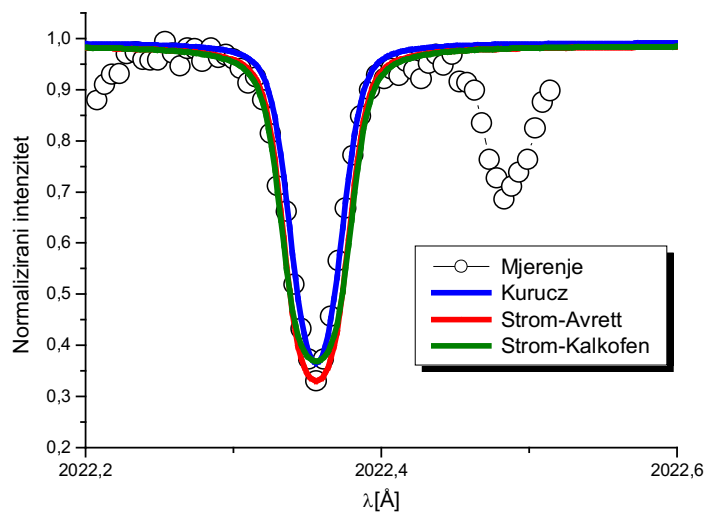


a)

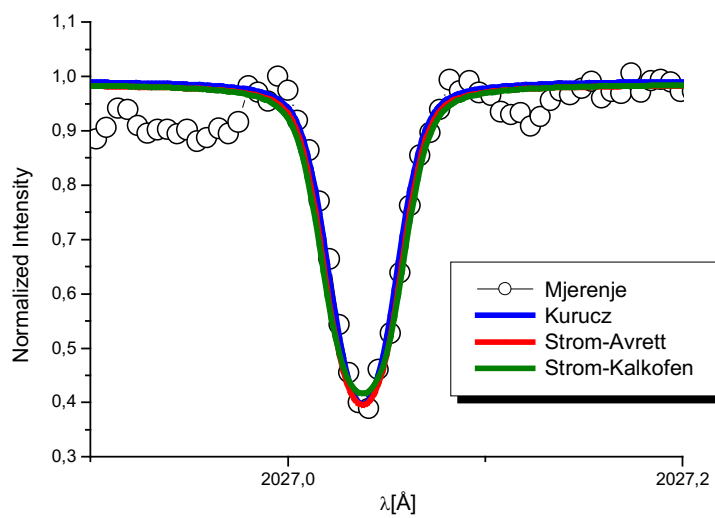


b)

Sl. 66. Usporedba sintetskih linija samo sa Gausovim profilom, sa konvolucijom Gaussovog i Lorentzovog profila, izrađenih prema modelu atmosfere Strom-Kalkofen NLTE, i mjerenih Co II linija  
 a)  $\lambda 2022.35$  i b)  $\lambda 2027.04$



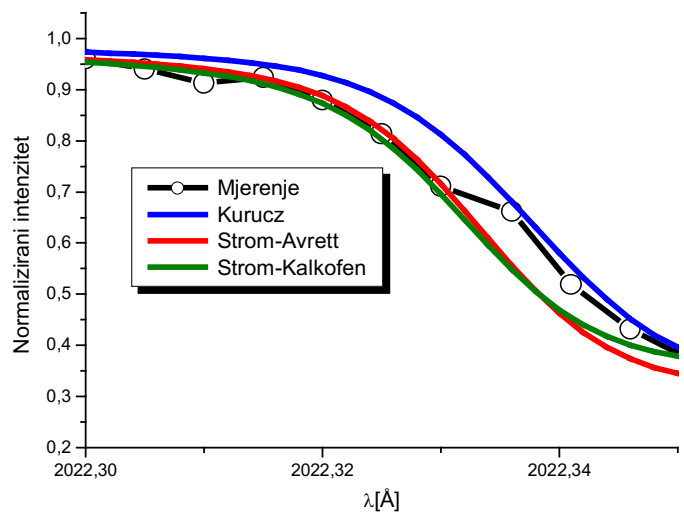
a)



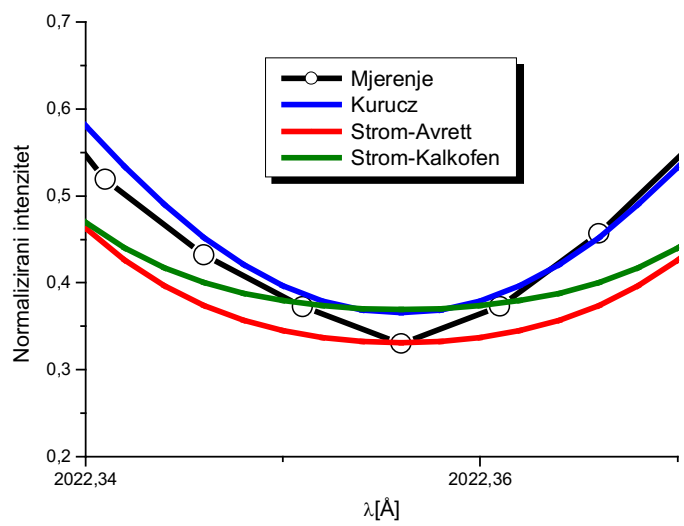
b)

Sl. 67. Usporedba sintetskih linija sa konvolucijom Gaussovog i Lorentzovog profila prema sva tri modela atmosfere i mjerenih Co II linija a)  $\lambda 2022.35$  i b)  $\lambda 2027.04$

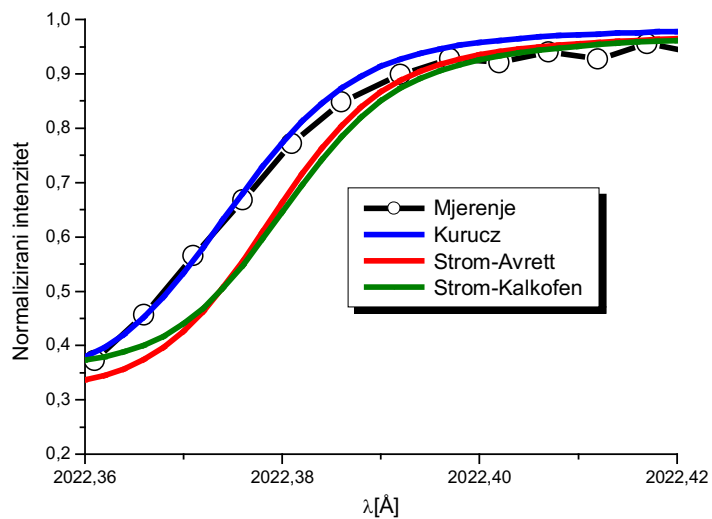




a)

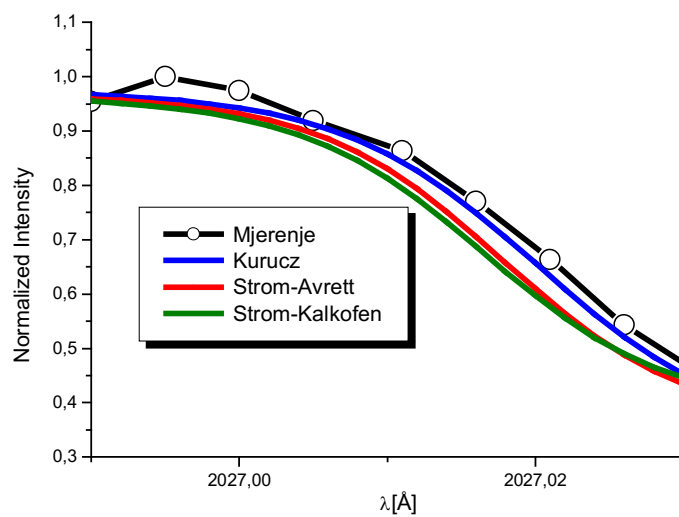


b)

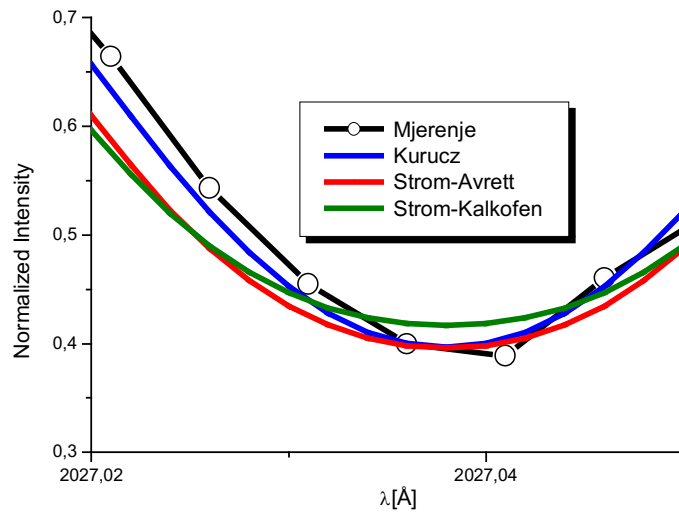


c)

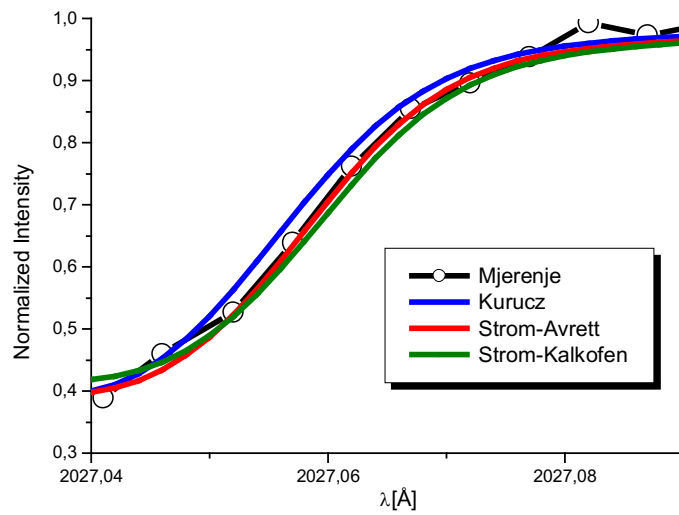
Sl. 68. Usporedba sintetskih linija sa konvolucijom Gaussovog i Lorentzovog profila prema sva tri modela atmosfere i izmjerene Co II linije  $\lambda 2022.35$ , detaljni prikaz, a) lijevi dio krila, b) centar linije i c) desni dio krila



a)

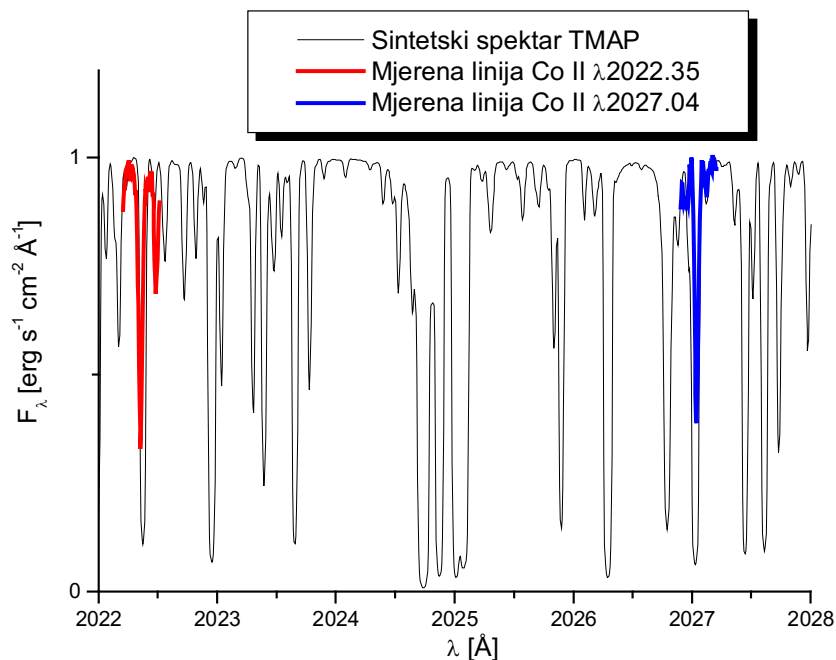


b)



c)

Sl. 69. Usporedba sintetskih linija sa konvolucijom Gaussovog i Lorentzovog profila prema sva tri modela atmosfere i izmjerene Co II linije  $\lambda 2027.04$ , detaljni prikaz, a) lijevi dio krila, b) centar linije i c) desni dio krila



Sl. 70 Usporedba mjerenih linija Co II  $\lambda$ 2022.35 i Co II  $\lambda$ 2027.04 sa linijama sintetskog spektra TMAP (Bohlin i dr., 2017)

I, na koncu, da bismo ponovo provjerili koliko zastarjelost modela atmosfere utječe na naše rezultate, mjereni spektar smo usporedili sa sintetskim spektrom dobivenim korištenjem modernijeg modela atmosfere koje smo također našli na MAST serveru (Bohlin i dr., 2017). Na sl. 70 vidimo da je poklapanje mjerenih i sintetskih linija lošije i da sintetske linije ne odražavaju pravu vrijednost intenziteta linija. Prema tome, pokazalo se da modeli atmosfere stari pola stoljeća koje smo upotrijebili u svrhu profiliranja spektralnih linija daju bolje rezultate od novijih modela. Očigledno, pokazuje se kao i u slučaju Zr IV linije u spektru Feige 87, da ono što je novije ne mora ujedno biti i bolje.

Na kraju možemo zaključiti da izbor atmosferskog modela definitivno utječe na oblikovanje razmatranih linija, jer se za sva tri razmatrana modela dobijaju različiti profili sintetskih linija, iako je iz naše analize nemoguće utvrditi koji od jednokomponentnih modela atmosfere bolje opisuje fizikalne uvjete u kojima spektralne linije nastaju, jer je njihovo preklapanje sa mjerenim linijama za sva tri modela gotovo podjednako. Isto tako je teško zaključiti pogoduju li nastanku ovih spektralnih linija LTE ili NLTE uvjeti u zvjezdanoj atmosferi i zbog čega su linije asimetrične. Asimetriju linija, koju je najlakše uočiti na slikama 68 i 69, mogli bismo objasniti različitim difuznim procesima u zvjezdanoj atmosferi,

prilikom čega različiti dijelovi spektralne linije mogu dolaziti iz različitih slojeva atmosfere gdje se ioni kobalta kao emiteri gibaju različitim brzinama, što može utjecati na razliku vrijednosti Dopplerovih širina u različitim dijelovima linije (Martinez-Sykora i dr., 2011). Teoriju o separaciji izotopa svjetlom induciranim strujanjima (Aret i Sapar, 1998) koju ovi autori nude kao jednu od mogućih interpretacija ovog fenomena nismo mogli primijeniti jer ona pretpostavlja da bi se asimetrija svih linija trebala sustavno odvijati u istom smjeru valnih duljina, što ovdje nije slučaj. Jače izražena asimetrija spektralnih linija u zvjezdanom spektru često je pokazatelj granulacije kao posljedice konvekcijskih procesa u fotosferskim zvjezdanim slojevima (Razelan i dr., 2015, Sheminova, 2020).

Starkovo širenje bi svakako trebalo uzimati u obzir prilikom profiliranja razmatranih linija, jer u slučaju uzimanja u obzir samo Dopplerovog širenja profili sintetskih linija ne slažu se dovoljno dobro sa profilima mjerenih linija u krilima, dok je u slučaju konvolucije Dopplerovog i Lorentzovog profila preklapanje perifernog dijela profila sintetskih i mjerenih linija vidljivo bolje.

## 9. ZAKLJUČAK

Teorija Starkovog širenja ima mnogobrojne primjene, kako u teorijskoj tako i u eksperimentalnoj fizici. Cilj ove teze bio je ukazati na značaj i neophodnost primjene te teorije u proučavanju visokotemperaturne plazme, te izračunati Starkove širine za spektralne linije iona koje ne postoje u dosadašnjoj literaturi i elektronskim bazama podataka. U tu svrhu, analiziran je utjecaj sudara elektrona kao perturbatora sa trostruko ioniziranim atomima cirkonija, dvostruko ioniziranim atomima lutecija i jednostruko ioniziranim atomima kobalta kao emiterima/apsorberima, pri čemu je za izračunavanje Starkovih parametara širenja linije korištena jedna od najpraktičnijih metoda, modificirana semiempirijska teorija Dimitrijevića i Konjevića (1980). S obzirom na nedostatak eksperimentalnih podataka za evaluaciju naših proračuna, težište smo stavili na primjenu teorije Starkovog širenja u astrofizici i atomskoj fizici.

Još je u prvim radovima o Starkovom širenju primjenom Holtsmarkove teorije i upotrebom ranih modela atmosfere upravo na primjeru Balmerovih linija predviđena važnost Starkovog širenja linija u spektrima A tipova zvijezda, gdje su Balmerove linije najintenzivnije, te spektrima bijelih patuljaka sa površinskom gravitacijom  $\log g > 5$ , kod kojih ovaj učinak postaje zamjetan već u središnjim dijelovima vodikovih linija (Verweij, 1936). Naše istraživanje potvrdilo je konzistentnost proširenja ove primjene u astrofizici i na spektralne linije ostalih atomskih spektara, koja je dokazana i na svim dosadašnjim radovima o astrofizičkoj primjeni teorije Starkovog širenja, gdje je taj efekt ipak zabilježen kao manje izražen nego kod Balmerovih linija. Pokazali smo da je upotreba teorije Starkovog širenja neophodna u spektroskopiji ranih zvijezda, pogotovo zvijezda spektralnog tipa A, kao i bijelih patuljaka, želimo li doći do preciznijih podataka o zastupljenosti elemenata u njihovoj atmosferi. Starkovo širenje pokazalo se korisno i u profiliranju spektralnih linija elemenata koji su prisutni u atmosferi vrućih zvijezda i bijelih patuljaka, jer se pokazalo da profili sintetskih linija koje uzimaju u obzir Starkove parametre daju bolje poklapanje sa mjerenim spektralnim linijama nego u slučajevima kad je mehanizam Starkovog širenja zanemaren.

U prvom poglavlju teze dani su neophodni elementi za poznavanje teorije Starkovog širenja, uz kratki povijesni okvir, te je ukratko opisana modificirana semiempirijska metoda koju smo koristili u našim izračunavanjima. U drugom poglavlju teze prezentirano je oko stotinjak izračunatih Starkovih širina (za linije trostruko ioniziranog cirkonija, dvostruko ioniziranog lutecija te jednostruko ioniziranog kobalta) koje su kao rezultat našeg rada prvi

put objavljene u znanstvenoj literaturi. Korištenjem adekvatnih modela zvjezdanih atmosfera analiziran je odnos Starkovih i Dopplerovih širina u odnosu na optičku dubinu ili temperaturu pojedinog sloja atmosfere, kako za A tip zvijezde tako i za najosnovnije tipove bijelih patuljaka.

Ponašanje naših rezultata u sprovedenim analizama ne razlikuje se mnogo od ponašanja Starkovih širina ionskih linija ostalih teških elemenata koje je poznato iz prethodnih istraživanja. Zaključili smo da Starkovo širenje postaje dominantno već na manjim optičkim dubinama atmosfera kod bijelih patuljaka bogatim helijem, a nešto većim dubinama u atmosferama bijelih patuljaka bogatih vodikom. U nekim slučajevima, Starkovo širenje postaje dominantno i u određenim dubinama atmosfera vrućih A zvijezda. Ustanovili smo da povećanjem efektivne temperature i gravitacije, kako kod bijelih patuljaka, tako i kod A tipova zvijezda, Starkov mehanizam širenja postaje značajniji. Starkove širine dobivene egzaktnijom metodom modificirane semiempirijske teorije uspoređene su sa rezultatima dobivenim manje egzaktnim metodama aproksimativne procjene, te je tako testirana upotreba pojedinih aproksimativnih procjena s obzirom na njihovu točnost.

Treće poglavlje, koje se sastoji od prezentacije nekih primjena izračunatih Starkovih širina u području astrofizike i atomske spektroskopije, bilo je možda najveći izazov, s obzirom da ovakvih primjera ima malo u dosadašnjoj znanstvenoj literaturi. Primarni prioritet znanstvenih radova na kojima se ova teza temelji, bio je izračunavanje nepostojećih Starkovih širina koje nisu objavljene u literaturi i koje se još ne nalaze u STARK-B bazi podataka. Neke od spektralnih linija za koje su Starkove širine izračunate i koje se nalaze u toj bazi, ne mogu se još naći u spektrima svemirskih objekata, ili se nalaze dovoljno duboko u zvjezdanoj atmosferi da bi bili dostupni našim mjernim instrumentima. Stoga smo se, što se tiče primjene teorije Starkovog širenja, koju je bilo također neophodno elaborirati, orijentirali na bilo koje linije koje smo mogli identificirati u postojećim nebeskim objektima, a koje spadaju u skupinu ionskih linija za koje smo radili naše proračune, čak i ako za te linije nismo imali izračunate širine. Isto tako se nismo ograničavali u nalaženju primjene Starkovih širina samo na one linije za koje je bilo moguće dobiti širine isključivo korištenjem MSE formalizma. U tom slučaju, kadgod nismo mogli upotrijebiti egzaktnije metode, Starkove širine su određene ili aproksimativnim metodama ili direktno iz sintetskih linija. Za sintezu spektralnih linija korišteni su različiti modeli zvjezdane atmosfere, da bi se pokazao utjecaj odabira modela na profil spektralne linije. Ukoliko programski paketi za sintezu spektra ili modeli atmosfere nisu bili dostupni iz literature ili elektronskih baza, upotrebljavali su se programski kodovi koji su posebno napisani u tu svrhu. Na primjer, program napisan za profiliranje spektralne linije

provjerili smo usporedbom sintetske spektralne linije vodika sa mjerenom linijom u spektru bijelog patuljka G191-B2B. U slučaju kada nije bilo moguće upotrijebiti adekvatan model atmosfere, vršila se aproksimacija doszupnih modela. Tako je za liniju trostruko ioniziranog cirkonija u spektru objekta Feige 87 predložen model dobiven linearnom ekstrapolacijom postojećih Koesterovih modela bijelih patuljaka, a rezultati analize mjerene linije i usporedbe sa sintetskom linijom dobivene u radu Chayer i dr. (2006) poslužili su za preciznije određivanje zastupljenosti cirkonija. Pomoću metode usporedbe ekvivalentnih širina pokazano je da zanemarivanje Starkovog širenja kod te cirkonijeve linije može stvoriti grešku od 60% u određivanju zastupljenosti cirkonija, uz pretpostavku da je kontinuum u radu Chayer i dr. (2006) procijenjen na nižu razinu od postojeće kako su autori i naglasili, što je u suglasju sa nekim drugim objavljenim radovima (Pereira i dr., 2006). Kod slučaja jednostruko ioniziranog kobalta u atmosferi  $\chi$  Lupi, usporedili smo rezultate sinteze linije temeljene na postojećim LTE i NLTE modelima da bismo ustanovili da li je neodređenost zastupljenosti pojedinih elemenata posljedica krivog odabira modela atmosfere. Sintetizirane linije dobivene programom SPECTRUM (Gray i Corbally, 1994) uspoređene su sa linijama iz mjenog spektra da bi se ustanovila razlika u zanemarivanju i uzimanju u obzir Starkovih parametara. Utvrđena je razlika u profilu sintetske linije sa i bez uzimanja u obzir Starkovog širenja. Sintetske linije sa uračunatim Starkovim širenjem bolje su odgovarale mjenim linijama spektra, pogotovo u krilnim dijelovima linijskog profila. Na primjeru dvostruko ioniziranog lutecija, prezentirali smo metodu nalaženja nedostajućih gf faktora iz dijela postupka određivanja Starkovih širina korištenjem modificirane semiempirijske teorije. Dipolni matrični elementi dobiveni Bates-Damgaardovom aproksimacijom poslužili su za izračunavanje jakosti oscilatora, koje su uspoređene sa rezultatima dobivenim suvremenijim teorijskim metodama. Jakosti oscilatora neophodni su atomski parametri za sintetiziranje spektralnih linija u astrofizičke svrhe, jer služe za teorijsko izračunavanje intenziteta linija, te tako utječu na preciznost u određivanju zastupljenosti pojedinih elemenata u zvjezdanoj atmosferi korištenjem sintetskih spektara.

U primjerima primjene teorije Starkovog širenja na linije Zr IV i Co II u konkretnim astrofizičkim spektrima, dokazali smo također da inzistiranje za korištenjem recentnih radova, pogotovo kada se radi o modeliranju atmosfere i sintezi spektralnih linija, ne daje uvijek zadovoljavajuće rezultate. Naprotiv, u našim primjerima preklapanje mjenih i sintetskih spektara pokazalo se znatno boljim uz korištenje starijih modela atmosfere i uporabom autorovih programskih kodova za sintezu spektra nego uz korištenje najnovijih modela atmosfere ili gotovih sintetskih spektara dostupnih u elektronskim bazama.



Rezultati do kojih smo došli u ovoj tezi ukazuju na potrebu daljnjeg proučavanja teorije Starkovog širenja, koja je usprkos njenom stogodišnjem postojanju još relativno nedovršena disciplina. Njen budući razvoj ovisi o tijeku usavršavanja postojećih teorijskih metoda i stvaranja novih, kao i o razvoju tehnologije u cilju usavršavanja i poboljšavanja laboratorijskih metoda i mjernih instrumenata. Iako smo na neka pitanja našli odgovore, još uvijek u ovom području postoje nejasnoće. Eksperimentalnih rezultata mjerenja Starkovih širina i pomaka još uvijek nedostaje da bi se njima mogli potvrditi svi teorijski rezultati, a teorijski rezultati dobiveni različitim metodama ponekad se razlikuju i do nekoliko puta. Osim toga, na dobivanju novih teorijskih rezultata se kontinuirano radi i STARK-B bazu treba nastaviti dalje popunjavati. Osim njezinog popunjavanja, planira se proširivanje baze postojećih podataka sa podacima dobivenim korištenjem raznih kvantnih metoda (vidjeti dodatak C), koje bi prema pretpostavkama trebale davati točnije rezultate od semiklasičnih i semiempirijskih rezultata, što iz nekog razloga nije uvijek slučaj. Na primjer, nije jasno zašto za litiju i beriliju slične atome Starkovo širenje linija dobiveno kvantnim metodama teorijske grupe znanstvenika iz Tunisa pokazuje gore slaganje sa eksperimentalnim širinama Beogradske i Bochumske grupe od rezultata dobivenih semiklasičnom metodom smetnje, dok je kod Starkovih širina za neke druge elemente i ione, kao što bi bilo realno za očekivati u svakom slučaju, slaganje kvantnomehaničkih sa eksperimentalnim, odnosno teorijskim SCP rezultatima znatno bolje (Elabidi i dr., 2009, 2014). Nedavno objavljeni kvantnomehanički proračuni Starkovih širina za 12 linija trostruko ioniziranog cirkonija, za koje su u okviru ovog rada Starkove širine određene MSE postupkom, znaju se razlikovati od naših rezultata uglavnom i oko tri puta, a za neke linije čak i šest puta, dok je slaganje kvantnomehaničkih rezultata sa rezultatima semiklasične metode smetnje za iste linije znatno bolje i uglavnom ne prelazi faktor 1.5 (Elabidi, 2021). Teorijske argumentacije koje objašnjavaju ovakvo ponašanje, kao što su razlika u procjenjivanju doprinosa elastičnih sudara ili kvadrupolnih interakcija, samo dokazuju da svaka od ovih metoda ima svoja vlastita ograničenja i da je validna u specifičnim fizikalnim uvjetima. Međutim, još uvijek je teško unaprijed predvidjeti koja će od raspoloživih metoda u pojedinim slučajevima sukladno specifičnostima spektra i fizikalnih uvjeta u razmatranoj visokotemperaturnoj plazmi dati zadovoljavajuće rezultate, što predstavlja jedan od preduvjeta da se u daljnjim istraživačkim projektima pokloni dovoljno pozornosti ovom području u svrhu razjašnjavanja ovakvih nepoznanica. U svjetlu razvoja računalne tehnologije svakako je obećavajući smjer istraživanja i u primjerima stvaranja numeričkih simulacija uvjeta izvan okvira važenja sudarne aproksimacije (Stamm i dr., 2017). Metodu dijagnosticiranja zvjezdane plazme eksperimentalnom metodom preklapanja

sintetskih na mjerene linije astrofizičkih spektara koja je ovdje prezentirana u smislu njezine preciznosti trebalo bi dodatno provjeriti na raspoloživim spektrima iz literature i elektronskih baza podataka i preciznije izračunatim sudarnim parametrima širenja spektralnih linija, što svakako otvara još jednu perspektivu održivosti znanstvenih istraživanja na temu teorije Starkovog širenja. Potrebno je isto tako vidjeti kako rezultati dobiveni raznim metodama regularnosti i sustavnog trenda mogu biti iskorišteni za interpolacijske proračune ili možda za dobivanje nepoznatih Starkovih parametara (Roueff i dr., 2020). Na ova, kao i na neka druga pitanja, trebalo bi stoga naći odgovor u budućim istraživanjima.

## Literatura

- Abt, H. A., Levy, S. G., 1985, *Astrophys. J. Supp.*, 59, 229
- Acquista, N., Reader, J., 1980, *J. Opt. Soc. Am.*, 70, 789
- Adams, W. S., Russell, H. N., 1928, *Astrophys. J.*, 68, 9
- Adelman, S. J., 1974, *Astrophys. J.*, 192, 573
- Adelman, S. J., 2004, *Proc. IAU Symp.*, 224, 1
- Adelman, S. J., Cowley, C.R., Leckrone, D. S., et al., 1993, *Astrophys. J.*, 419, 276
- Allen, C. W., 1973, *Astrophysical Quantities*, The Athlone Press, University of London
- Aller, L. H., 1963, *Astrophysics: The Atmospheres of the Sun and Stars*, The Ronald Press Company, New York
- Almodlej, A., Alvadie, N., Ben Nessib, N., Dimitrijević, M. S., 2020, *Contrib. Astr. Obs. Skalmaté Pleso*, 50, 147
- Almodlej, A., Majlinger, Z., Ben Nessib, N., et al, 2021, *Eur. Phys. J. D*, 75, 141
- Al-Towyan, A., Ben Nessib, N., Alonzian, N., et al., 2016, *European Phys. J. Plus*, 131, 9
- Aret, A., Sapar, A., 1998, *Contrib. Astr. Obs. Skalmaté Pleso*, 27, 329
- Badnell, N. R., 2011, *Comput. Phys. Commun.*, 182, 1528
- Badnell, N. R., et al., 2005, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 360, 458
- Baranger, M, 1958a, *Phys. Rev.*, 111, 481
- Baranger, M, 1958b, *Phys. Rev.*, 111, 494
- Baranger, M, 1958c, *Phys. Rev.*, 111, 855
- Baranger, M., in *Atomic and Molecular Processes*, 1962, edited by D. R. Bates, Academic Press, New York, chap. 13
- Barlow, B. N., Wade, L. A., Liss, S. E., et al., 2012, *Astrophys. J.* , 758, 58
- Barnard, J., Cooper, J. , Smith, E. W., 1974, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 14, 1025
- Barstow, M. A., Hubeny, I., Holberg, J. B. 1998, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 299, 520
- Bates, D.R., Damgaard, A., 1949, *Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A*, 242, 101
- Belafhal, A., 2000, *Opt. Comm.*, 177, 111
- Ben Nessib, N., 2009, *New Astronomy Reviews*, 53, 255

- Bergeron, P., Wesemael, F., Beauchamp, A. 1995, *Pub. Astron. Soc. Pacific*, 107, 1047
- Bergeron P., Wesemael, F., Fontaine, G. 1991, *Astrophys. J.*, 367, 253
- Berrington, K. A., Balance, C. P., 2002, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 35, 2275
- Berrington, K. A., Eissner, W. B., Norrington, P. H., 1995, *Comput. Phys. Commun.*, 92, 290
- Bethe, H. A., *Ann. Physik*, 1930, 3, 3257
- Bidelman, W. P., 1962, *Astron. J.*, 67R, 111
- Biémont, E., Li, Z. S., Palmeri, P., Quinet, P., 1999, *J. Phys. B*, 32, 3409
- Bohlin, R. C. 2007, in The Future of photometric, spectrophotometric and polarimetric standardization, ed. C. Sterken, *ASP Conf. Ser.*, 364, 315
- Bohlin, R. C., Gordon, K. D., Tremblay, P.-E. 2014, *Pub. Astron. Soc. Pacific*, 126, 711
- Bolcal, C., Didelon, P., 1987, *Elemental Abundance Analyses*, Institut d'Astronomie de l'Université de Lausanne, Chavannes-des-Bois, Switzerland, p. 152.
- Boesgaard, A. M., 1976, *Astrophys. J.*, 210, 466
- Böhm-Vitense, E., 1997, *Introduction to Stellar Astrophysics, II*, Cambridge Univ. Press, Cambridge
- Bowen, I. S., Millikan, R. A., 1926, *Phys. Rev.*, 28, 923
- Bowers, R. L., Deeming, L., 1984, *Astrophysics I, Stars*, Jones and Bartlett Publishers, Boston, USA
- Braams B. J. et al., 2016, *International XML Schema for Atoms, Molecules and Solids (XSAMS) Version 1.0, Report INDC (NDS)-0706* (Vienna: International Atomic Energy Agency)
- Brandt, S. R., Heap, S. R., Beaver, E. A., et al., 1999, *Astrophys. J.*, 117, 1505
- Bronštejn, I. N, Semendjajev, K. A., 1975, *Matematički priručnik za inženjere i studente*, Tehnička knjiga, Zagreb
- Burbidge, E. M., Burbidge, G. R., Fowler, W.- A., Hoyle, F., 1957, *Rev. Mod. Phys.*, 29, 547
- Cameron Reed, B., 2003, *Astrophys. J.*, 125, 2531
- Chandrasekhar, S., 1931, *Astrophys. J.*, 74, 81
- Chandrasekhar, S., 1934, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 94, 444
- Chandrasekhar, S., 1958, *An Introduction to the Study of Stellar Structure*, Dover Publications, New York
- Chandrasekhar, S., 1960, *Radiative Transfer*, Dover Publications, New York
- Chapman, S., Cowling, T. G., *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*,

- Cambridge University Press, 2<sup>nd</sup> Edition, 1952
- Chayer, P., Fontaine, M., Fontaine, G., et al., 2006, *Baltic Astron.*, 15, 131
- Collins, G. W. II, 2003, *Fundamentals of Stellar Astrophysics*, Case Western Reserve Univ.,  
Web Edition
- Cooper, Oertel, G. K., 1967, *Phys. Rev. Lett.*, 18, 985
- Cooper, Oertel, G. K., 1969, *Phys. Rev. Lett.*, 180, 286
- Cowan, R. D., 1981, *The Theory of Atomic Structure and Spectra*, CA:University of  
California Press, Berkeley
- Cowley, C. R., 1971, *The Observatory*, 91, 139
- Cowley, C. R., Greenberg, 1988, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 232, 763
- Cowley, C. R., Mathys, G., 1998, *Astron. Astrophys.*, 339, 165
- Cowley, C. R., Hubrig, S., Ryabchikova, T. A., et al., 2008, *Astron. Astrophys.*, 327, 939
- Cunto, W., Mendoza, C., 1992, *Rev. Mex. Astron. Astrophys.*, 23, 107
- Cunto, W., Mendoza, C., Ochsenbein, F., Zeippen, C. J., 1993, *Astron. Astrophys.*,  
275, L5
- Davies, J. T., Vaughan, J. M., 1963, *Astrophys. J.*, 137, 1302
- Del Zanna, G., Dere, K., Young, P. R., et al., 2015, *Astron. Astrophys.*, 582, A56
- Demtröder, W., *Laser Spectroscopy*, 1982, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg  
New York
- Dere, K. P., Landi, E., Mason, H. E., et al., 1997, *Astron. Astrophys. Suppl.*, 125, 149
- Dimitrijević, M. S., 1978, *Uticaj potencijala dugog dometa na Starkovo širenje spektralnih  
linija plazme*, doktorska dizertacija, Univerzitet u Beogradu
- Dimitrijević, M. S., 2003, *Astron. Astrophys. Trans.*, 22:4, 389
- Dimitrijević, M. S., 2020, *Bull. Nat. Sci. Res.*, 10, 65
- Dimitrijević, M. S., Kovačević, A., Simić, Z., Sahal-Bréchet, S., 2011, *Baltic  
Astron.*, 20, 495
- Dimitrijević, M. S., Konjević, N., 1978, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 20,  
223
- Dimitrijević, M. S., Konjević, N., 1980, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*,  
24, 454.
- Dimitrijević M. S., Konjević, N., 1981, *Spectral Line Shapes*, Walter de Gruyter &  
Co., Berlin – New York
- Dimitrijević, M. S., Konjević, N., 1984, *Z. Naturforsch. A*, 39, 553

- Dimitrijević, M. S., Konjević, N., 1987, *Astron. Astrophys.*, 173, 345
- Dimitrijević, M. S., Popović, L. Č., 1993, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, 101, 583
- Dimitrijević, M. S., Ryabchikova, T., Simić, Z., et al., 2007, *Astron. Astrophys.*, 469, 681
- Dimitrijević, M. S., Sahal-Bréchet, S., 1984, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 31, 301
- Dimitrijević, M. S., Sahal-Bréchet, S., 1997, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, 122, 163
- Dimitrijević, M. S., Sahal-Bréchet, S., 2014, *Atoms*, 2, 357
- Dimitrijević, M. S., Sahal-Bréchet, S., Bomier, V., 1991, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, 89, 581
- Dimitrijević, M. S., Sahal-Bréchet, S., Kovačević, A., Jevremović, D., Popović, L. Č.: 2011, in Computer System, Technologies, *Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Conference CompSysTech'11*, eds. B. Rachev, A. Smrikarov, ACM (Association for Computing Machinery) ICPS (International Conference Proceedings Series), ACM Press, New York 578, 23-31
- Dixon, W. D., Blair, W. P., Kruk, J. W., & Romelafanger, M. L. 2013, *Pub. Astron. Soc. Pacific*, 126, 711
- Djeniže, S., 1999, *J. Res. Phys.*, Vol. 28, 3, 231
- Djeniže, S., Srećković, A., Kalezić, S., 2001, *Serb. Astron. J.*, 164, 21 – 25
- Dojčinović, I. P., Talapaga, I., Purić, J., 2011, *Pub. Astron. Soc. Australia*, 28, 281
- Dojčinović, I. P., Talapaga, I., Purić, J., 2012, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 419, 904
- Dojčinović, I. P., Talapaga, I., Purić, J., 2013a, *Bull. Astron. Soc. India*, 41, 281
- Dojčinović, I. P., Talapaga, I., Purić, J., 2013b, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 429, 2400
- Doronin M., et al , 2012, *21th Astronomical Society of the Pacific Conf. Series*, 461, 331
- Duan, B., Bari, M. A., Wu, Z. Q., et al., 2012, *Astron. Astrophys.*, 547, A4
- Dubernet, M. L., Boudon, V. J., Culhane, et al., 2010, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 111, 2151 (<http://www.vamdc.org/>)
- Dubernet, M. L., Anthony, B. K., Ba, Y. A., et al., 2016, *J. Phys. B*, 49, 074003
- Dufour, P., Bergeron, P., Fontaine, G., 2005, *Astrophys. J.*, 627, 404
- Dufour, P., Bergeron, P., Liebert, J., et al., 2007, *Astrophys. J.*, 663, 1291
- Dufour, P., Fontaine, G., Liebert, J., et al., 2008a, *Astrophys. J.*, 683, 978
- Dufour, P., Liebert, J., Fontaine, G., Behara, N., 2008b, *ASP Conf. Ser.*, 391, 241
- Duffy, J., 1969, *Phys. Rev.*, 187, 305

- Dumusque, X., Bonomo, A. S., Haywood, R. D., et al., 2014, *Astrophys. J.*, 789, 154
88. Eddington, A. S., 1927, *Nature*, 120, 117
- Edmonds, N. F., 1969, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 9, 1427
- Eissner, W., 1998, *Comput. Phys. Commun.*, 114, 295
90. Eissner, W., Jones, M., Nussbaumer, H., 1974, *Comput. Phys. Commun.*, 8, 270
- Elabidi, H., 2021, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 503, 5730
- Elabidi, H., Ben Nessib, N., Cornille, M., et al., 2008, *J. Phys.B: At. Mol. Opt. Phys.* 41, 025702
- Elabidi, H., Ben Nessib, N., Dimitrijević, M. S., 2014, *Adv. Space, Res.*, 54, 1184
- Elabidi, H., Sahal-Bréchet, S., 2011, *Eur. Phys. J. D*, 61, 285
95. Elabidi, H., Sahal-Bréchet, S., Ben Nessib, N., 2009, *Eur. Phys. J. D*, 54, 51
- Elton, R. C. & Griem, H. R., 1964, *Phys. Rev.*, 6A, 1550
- Emerson, D., 1997, *Interpreting Astronomical Spectra*, John Wiley and Sons, Chichester, England
- Exner, F., Haschek, E., 1912, *Die Spectrum der Elemente 3*, Deuticke, Leipzig
- Findlay, J. H., 1930, *Phys. Rev.*, 36, 5
- Fontaine, G., Wesemael, F., 1987, *2<sup>nd</sup> Conference on Faint Blue Stars IAU Coll.*, 95, 319
- Fontaine, M., Chayer, P., Oliveira, C. M., et al., 2008, *Astrophys. J.*, 678, 394
- Gaft, M., Nagli, L., Gornushkin, I., 2013, *Spectrochimica Acta B*, 85, 93
- Gautschi, A., 2015, arXiv:1504.08188
- Gautschi, A., 2018, arXiv:1812.11864
- Gelbmann, M., Kupka, F., Weiss, W.W., Mathys, G., 1997, *Astron. Astrophys.*, 319, 630
- Giao, P. H., 2003, *Ground Water*, 41(3), 387
- Gianninas, A., Bergeron, P., & Ruiz, M. T. 2011, *Astrophys. J.*, 743, 138
- Gibbs, R. C. , White, R. S., 1926, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 12, 551
- Goldberg, L., 1935, *Astrophys. J.*, 82, 1
- Goldberg, L., 1936, *Astrophys. J.*, 84, 11
- Gray, R. O., Corbally, C. J., 1994, *Astrophys. J.*, 107, 742
- Gray, R. O., Corbally, C. J., 2009, *Stellar Spectral Classification*, Princeton University Press, Princeton
- Gray, R. O., Garrison, R. F., 1987, *Astrophys. J. Supp.*, 65, 581
- Gray, R. O., Garrison, R. F., 1989a, *Astrophys. J. Supp.*, 69, 301
- Gray, R. O., Garrison, R. F., 1989b, *Astrophys. J. Supp.*, 70, 623

- Grdenić, D., 1987, *Molekule i kristali*, Školska knjiga, Zagreb
- Griem, H.R., 1965, *Phys. Rev. A*, 140, 1140
- Griem, H.R., 1965, *Phys. Rev. A*, 144, 366.
- Griem, H.R., 1968, *Phys. Rev.*, 165, 258.
- Griem, H.R., 1974, *Spectral Line Broadening By Plasmas*, Academic Press, New York, London
- Griem, H.R., Baranger, M., Kolb, A.C. , Oertel, G., 1962, *Phys. Rev.*, 125, 177
- Hagar, N. F., 1951, *Dissertation*, Princeton Univ.
- Hamdi, R., Ben Nessib, N., Dimitrijević, M. S., Sahal-Bréchet, S., 2013, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 431, 1039
- Hartoog, M. R., Cowley, C. R., Cowley, A. P., 1973, *Astrophys. J.*, 182, 847
- Hartree, D. R., 1927, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 24, 89
- Hayashi, C., Höshi, R., Sugimoto, D., 1962, *Prog. Theor. Phys. Supp.*, 22,1
- Hertzprung, E., 1909, *Astron. Nachricht.*, 179, 373
- Herwig, F., Blöcker, T., Langer, N., Driete, T., 1999, *Astron. Astrophys.*, 349, L5
- Heuser, C., 2018, *Spectroscopy of A-type-stars*, dissertation, FAU, ECAP, Nürnberg
- Hibbert, A., 1975, *Comput. Phys. Commun.*, 9, 141
- Hibbert, A., Glass, R., Fischer, C. F., 1991, *Comput. Phys. Commun.*, 64, 455
- Hjerting, P., 1938, *Astrophys. J.*, 88, 508
- Hollands, M. A., Koester, D., Alekseev, V, et al., 2017, arXiv:1701.07827
- Holtzmark, J., 1919, *Z. Physik*, 20, 162
- Holtzmark, J., 1924, *Z. Physik*, 85, 73
- Hoyle, F., 1946, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 106, 343
- Hoyle, F., 1954, *Astrophys. J. Supp.*, 1, 121
- Hubeny, I. , Lanz, T., 1995, *Astrophys. J.*, 439, 875
- Hummer, D.G., Berrington, K. A., Eissner, W. et al., 1993, *Astron. Astrophys.*, 279, 298
- Iglesias, I., 1972, *Opt. Pura Aplic.*, 5, 195
- Iglesias, I., 1979, *Opt. Pura Aplic.*, 12, 63
- Jaschek, C., Andriolat, Y., 1998, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 130, 507
- Jaschek, C., Jaschek, M., 1995, *The behaviour of Chemical Elements in Stars*. Cambridge: Univ. Press
- Jaschek, C., Jaschek, M., Andriolat, Y., 1991, *Astron. Astrophys.*, 250, 127
- Jeffery, S. C., *J. Astrophys. Astron.*, 2005, 26, 261
- Jelačić, Č., 1982, *Hemijska veza i struktura molekula*, Školska knjiga, Zagreb



- Jevremović, D., Dimitrijević, M. S., Popović, et al., 2009, *New Astronomy Review*, 53, 222
- Jevremović, D., Dimitrijević, M. S., Popović, L. Č., et al., 2012, *Proc. 13th Int. Conf. CompSysTech12*, (Computer Systems, Technologies), eds. B. Rachev, A., Smirkarov, ACM Press, New York, ACM ICPS, 630, 399
- Jevtić, D., Dojčinović, I. P., Talapaga, I, Purić, J., 2012, *Bull. Astron. Soc. India*, 40, 151
- Johansson, S., 1995, in ASP Conf. Proc. 81, *Laboratory , Astronomical High Resolution Spectra*, ed. A. J. Sauval, R. Blomme, & N. Grevesse (San Francisco: ASP), 151
- Johnas, C. M. S., 2007, Non-Analytical Line Profiles in Stellar Atmospheres For Planetary Host Star Systems, Dissertation, Hamburg
- Karaçoban, B., Özdemir, L., 2013, *Acta Phys. Polonica A*, 123, 651
- Kaufman, V., Sugar, J. J., 1971, *Opt. Soc. Am.*, 61, 1693
- Kaur, K., Mason, N., Antony, B., 2015, *Phys. Rev. A* , 92, 052702
- Kiess, C. C., Lang, R. J., 1930, *J. Res. Natl. Bur. Std.*, 5, 305
- Killian, J., Montenbruck, O., Nissen, P.E., 1991, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, 88, 101
- Kippenhahn, R., Weigert, A., 1994, *Stellar Structure , Evolution*, Springer-Verlag, Berlin
- Kochukhov, O., Tsymbal, V., Ryabchikova, T. Makaganyk, V., Bagnulo, S., 2006, *Astron. Astrophys*, 460, 831.
- Koester, D., 1980, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 39, 401
- Koester, D., Chanmugam, G., 1990, *Rep. Prog. Phys.*, 53, 837
- Koester, D., Widemann, V., 1980, *Astron. Astrophys.*, 81, 145
- Kolb, A. C., Griem, H. R., *Phys. Rev.*, 1958, 111, 514
- Konjević, N., Dimitrijević, M. S., 1981, *Spectral Line Shapes*, Walter de Gruyter&Co, Berlin - New York
- Kramida, A., Ralchenko, Yu., Reader, J., NIST ASD Team (2015). *NIST Atomic Spectra Database* (ver. 5.3), [Online]. Available: <http://physics.nist.gov/asd> [2016, January 18]. National Institute of Standards, Technology, Gaithersburg, MD.
- Kruk, J. W., Kimble, R. A., et al. 1997, *Astrophys. J.*, 482, 546
- Kuhn, G., 1934, *Phill. Mag.*, 18, 986

- Kupka, F., Piskunov, N., Ryabchikova, T. A., et al., 1999, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 138, 119
- Kurucz, R. L., 1970, *ATLAS – A Computer Program for Calculating Model of Stellar Atmospheres*, *Smithsonian Astrophys. Obs., Special Report 309*, Cambridge
- Kurucz, R. L., 1979, *Astrophys. J. Suppl. Series*, 40,1
- Lakićević, J., 1983, *Astron. Astrophys.*, 127, 37
- Landstreet, J. D., 2004, *IAU Symp, The A-Star Puzzle*, 224, 423
- Leckrone, D. S., 1976, in: *The Physics of Ap Stars, IAU Colloq.*, No 32, eds Weiss, W. W., Jenkner, H., Wood J. J., Unniversitätssternwarne Wien, Vienna
- Leckrone, D. S., Wahlgren, G. M., Johansson, S. G. , Adelman, S. J. 1993, in ASP Conf. Ser. 44, *Peculiar Versus Normal Phenomena in A-type , Related Stars*, ed. M. Dworetsky, F. Castelli , R.Faraggiana, 42
165. Leckrone, D. S., Proffitt, C. R., Wahlgren, G. M., et al., 1999, *Astrophys. J.*, 117, 1454
- Lemke, M., 1993, *IAU Colloq. 138, Pub. Astron. Soc. Pacific*, 44, 407
- Liebert, J., Wehrse, R., Green, R., F., 1987, *Astron. Astrophys.*, 175, 173
- Liebert, J., Wesemael, F., Hansen, C. J., et al., 1986, *Astrophys. J.*, 309, 241
- Lorentz, H. A., *Proc. Acad. Sci.*, Amsterdam, 1906, 8, 591
- MacDonald, J., 1989, *White Dwarf IAU Coll.*, 114, 172
- Majlinger, Z., Dimitrijević, S. M., Simić, Z., 2017, *Atoms*, 5, 49
- Majlinger, Z., Dimitrijević, M. S., Simić, Z., 2018, *Astron. Astrophys. Trans.*, Vol. 30, 3, 323
- Majlinger, Z., Dimitrijević, M. S., Srećković, V. A., 2020, *Contrib. Astron. Obs. Skalnate Pleso*, 50, 164
- Majlinger, Z., Dimitrijević, M. S., Srećković, V. A., 2020, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 496, 5584
- Majlinger, Z., Dimitrijević, M. S., Srećković, V. A., 2021, *Publ. Astron. Obs. Belgrade*, 100, 391
- Majlinger, Z., Dimitrijević, M. S., Srećković, V. A., 2022a, *IV Meeting on Astrophysical Spectroscopy – A&M DATA – Atmosphere*, Fruška Gora, Serbia
- Majlinger, Z., Srećković, V. A., Dimitrijević, M. S., 2022b, *IX Bulgarian-Serbian Astronomical Conference*, Velingrad, Bulgaria

- Majlinger, Z., Simić, Z., Dimitrijević, M. S., *Astron. Astrophys.*, 2015, 36, 671.
- Majlinger, Z., Simić, Z., Dimitrijević, M. S., 2017a, *Publ. Astron. Obs. Belgrade*, 96, 133
- Majlinger, Z., Simić, Z., Dimitrijević, M. S., 2017b, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 470, 1911
- Margenau, H., 1934, *Phys. Rev.*, 48, 775
- Marinković, B. P., et al., 2015, *Nucl. Instrum. Methods Phys. B*, 354, 90
- Martin, W. C., Wiese, W. L., 1996, *Atomic Spectroscopy*, National Institute of Standards , Technology, Gaithersburg, Maryl, 20899
- Martin, W. C., Zalubas, R., Hagan, L., 1978, *Atomic Energy Levels – The Rare-Earth Elements*, in *Nat. St. Ref. Data Ser.*, NSRDS-NBS 60, 422 (*Nat. Bur. St., U.S*)
- Martinez-Sykora, J., De Pointieu, B., Hansteen, V., McIntosh, S. W., 2011, *Astrophys. J.*, 732, 84
- Mathys, G., Hubrig, S., 1995, *Astron. Astrophys.*, 293, 810
- Meggers, W. F., 1928, *J. Wash. Acad. Sci.*, 18, 325
- Meggers, W., F. , Scribner, B. F., 1930, *J. Res. Nat. Bur. St. (U. S.)*, 5, 73
- Menzel, D. H., 1936, *Astrophys. J.*, 84, 462
- Michaud, G., 1978, *Astrophys. J.*, 220, 592
- Michelson, A. A., *Astrophys. J.*, 1895, 2, 25
- Mihalas, D., 1978, *Stellar Atmospheres*, W. H. Freeman, San Francisco
- Miller, M. H., Lessage, A., Purić, J., *Astrophys. J.*, 1980, 239, 410
- Milovanović, N., Dimitrijević, M. S., 2007, in: *Spectral Line Shapes in Astrophysics: VJ SCSLSA AIP Conf. Proc.*, 938, 258
- Mladenović, M., *O atomu: od Talesa do Bora*, 1989, Gradina, Niš
- Mora, A., Merin, B., Solano, E., et al., 2001, *Astron. Astrophys.*, 378, 116
- Morgan, W. W., 1933, *Astrophys. J.*, 77, 330
- Nandi, D., Prabhudesai, V. S., Krishnakumar, E., Chatterjee, A., 2005, *Rev. Sci. Instrum.*, 75, 053107
- Naslim, N., Jeffery, S. C., Ahmad, A., et al., 2010, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 409, 582
- Olson, G. L., Kunasz, P. B., 1987, *J. Quant. Spectroc. Radiat. Transfer*, 38, 325
- Osawa, K., 1956, *Astrophys. J.*, 123, 513
- Patrignani, C., Agashe, K, Aielli, G., et al. (Particle Data Group), 2016, *Chinese Phys. C.*, 40, 100001
- Pancheshnyi, S., Biagi, S., Bordage, M. C., et al., 2012, *Chem. Phys.*, 398, 148

- Pickett, H. M., Poynter R. L., Cohen E A., et al., 1998, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 60, 883
- Peláez, R. J., Djurović, S., Ćirišan, M., et al., 2010, *Astron. Astrophys.*, 518, A60
- Pereira, C., Wesemael, F., Bergeron, P., 2006, *Baltic Astron.*, 15, 123
- Peytremann, E., 1972, *Astron. Astrophys.*, 17, 76
- Phillips, A. C., 1994, *The Physics of Stars*, John Wiley & Sons, Chichester, Engl,
- Pickering, J. C., 1998, *Physica Scripta*, 57, 385.
- Pickering, J. C., Raassen, A. J. J., Uylings, P. H. M., Johansson, S., 1998, *Astrophys. J. Suppl. Series*, 117, 261
- Piskunov, N. E., Kupka F., Ryabchikova T. A., et al., 1995, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 112, 525
- Popović, L. Č., 1994, *Publ. Astron. Obs. Belgrade*, 46, 1
- Popović, L. Č., Dimitrijević, M.S., 1996a, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, 116, 359.
- Popović, L. Č., Dimitrijević, M. S., 1996b, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, 120, 373
- Popović, L. Č., Dimitrijević, M.S., 1998a, *Astron. Astrophys. Suppl. Series*, 127, 295
- Popović, L.Č., Dimitrijević, M.S., 1998b, *Contrib. Astr. Obs. Skalnaté Pleso*, 27, 353
- Popović, L. Č., Milovanović, N., Dimitrijević, M. S., 2001a, *Astron. Astrophys.*, 365, 656
- Popović, . L. Č., Simić, S., Milovanović, N., Dimitrijević, M. S., 2001b, *Astrophys. J. Suppl. Series*, 135, 109
- Posener, D. W., 1969, *Austral. J. Phys.*, 12, 184
- Preston, 1974, G. W., *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 12, 257
- Przybilla, N., Fossati, L., Hubrig, S. et al., 2016, *Astron. Astrophys.*, 587, A7, 1-15
- Przybylski, A., 1961, *Nature*, 189, 739
- Przybylski, A., Kennedy, P. M., 1963, *Pub. Astron. Soc. Pacific*, 75, 349
- Purić, J., Ćirković, Lj., 1973, *Phenomena in Ionized Gases, 11<sup>th</sup> International Conference*, 398
- Purić, J., Dimitrijević, M. S., Lakićević, I. S., 1978, *Physics Letters A*, 67, 189
- Purić, J., Dojčinović, I. P., Nikolić, M., et al., 2008, *Astrophys. J.*, 680, 803
- Purić, J., Miller, H., Lessage, A., 1993, *Astrophys. J.*, 416, 825

- Purić, J., Nikolić, M. Šćepanović, M., et al., 2007, *28th ICPIG*, Prague, 128
- Purić, J., Šćepanović, M., 1999, *Astrophys. J.*, 521, 490
- Purić, J., Šćepanović, M., Milosavljević, V., Ćuk, M., 1997, *XXIII ICPIG* (Toulouse, France), V-48
- Quinet, P., Palmeri, P., Biémont, E., Li, Z. S., et al., 2002, *J. Alloys Comp.*, 344, 255
- Quinet, P., Palmeri, P., Biémont, E., McCurdy, M. M., et al., 1999, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 307, 934
- Racah, G., 1943, *Phys. Rev.*, 68, 367
- Ralchenko Y., Clark R. E. H, Dubernet M. L., et al., 2009, *6th Int. Conf. on Atomic and Molecular Data and Their Applications (ICAMDATA)*, *AIP Conf. Proc. Development of New Standards for Exchange of Atomic and Molecular Data* (Beijing, China, October 2008) ed S Zhu and J Yan, 1125, 207
- Ram, N. B., Prabhudesai, V. S., Krishnakumar, E., 2009, *J. Phys. B.:At. Mol. Opt. Phys.*, 42, 225203
- Ramanujan, S., 1988, *The lost notebook and the other unpublished papers*, Springer, Verlag
- Rauch, T. 2012 [arXiv:1210.7636]
- Rauch, T., Gamrath, S, Quinet P, et al., 2016, *Astron. Astrophys.*, arXiv: 1611:07364v1
- Rauch, T., Quinet, P., Hoyer, D, et al., 2016a, *Astron. Astrophys.*, 587, A39
- Rauch, T., Quinet, P., Hoyer, D, et al., 2016b, *Astron. Astrophys.*, 590, A128
- Rauch, T., Reiff, E., Werner, K., Kruk, J. W., 2008, *Asp. Conf. Ser.*, 391, 1
- Rauch, T., Ziegler, M., Werner, K., et al., 2007, *Astron. Astrophys.*, 470, 317
- Rauch, T., Werner, K., Bohlin, R., J. W. Kruk, J. W., 2013, *Astron. Astrophys.*, 560, A106
- Razelan, M. M., Said, N. M. M., Chong, H. Y., et al., 2015, *AIP Conf. Proc.*, 1657, 050004
- Reader, J., Acquista, N., 1997, *Phys. Scr.*, 55, 310
- Regemorter H. Van, *Astrophys. J.*, 1962, 136, 906
- Rixon, G., Dubernet, M. L., Piskunov, N., et. al., 2011, *7th International Conference on Atomic and Molecular Data , their Applications – ICAMDATA-2010*, *AIP Conf. Proc.*, 1344, 107
- Roth, C., 1969, *J. Rev. Bat. Bur. St.*, 73A, 125
- Roueff, E., Sahal-Bréchet, S., Dimitrijević, M. S., et al., 2020, *Atoms*, 8, 36
- Russell, H. N., 1914, *Pop. Astron.*, 22, 331
- Russell, H. N., Saunders, F. A., 1925, *Astrophys. J.*, 61, 38

- Ryabchikova, T., Kildiyarova, R., Piskunov, N., et al., 2008, *J. Phys. Conf. Ser.*, 130, 012017
- Ryabchikova, T., Piskunov, N., Kurucz, R. L., et al., 2015, *Phys. Scr.*, 90 054005
- Ryabchikova, T. A., Piskunov, N. E., Stempels, H. C., et al., 1999, *Phys. Scr.*, T83, 162
- Ryabchikova, T. A., Ryabtzev, A., Kochukhov, O., Bagnulo, 2006, *Astron. Astrophys*, 456, 329
- Ryabchikova, T. A., Savanov, L. S., Hatzes, A. P., et al., 2000, *Astron. Astrophys*, 357, 981
- Sadakane, K., 1992, *Pub. Astron. Soc. Japan*, 44,125
- Safronova, U. I., Safronova, M. S., Johnson, W. R., 2016, *Phys. Rev. A*, 94, 032506
- Sahal-Bréchet, S., 1969a, *Astron. Astrophys*, 1, 91
- Sahal-Bréchet, S., 1969b, *Astron. Astrophys*, 2, 322
- Sahal-Bréchet, S., 2010, *J. Phys. Conf. Ser.*, 257, 012028
- Sahal-Bréchet, S., Dimitrijević, M.S., Ben Nessib, N., 2011, *Baltic Astron.*, 20, 523.
- Sahal-Bréchet, S., Dimitrijević, M.S., Ben Nessib, N., 2014a, *Atoms*, 2, 225
- Sahal-Bréchet, S., Dimitrijević, M. S., Moreau, N., Ben Nessib, N., 2014b, *SF2A Conf.* 515
- Sahal-Bréchet, S., Dimitrijević, M. S., Moreau N., 2015a. STARK-B database, [online]. Available: <http://stark-b.obspm.fr> [October 1, 2016]. Observatory of Paris, LERMA, Astronomical Observatory of Belgrade
- Sahal-Bréchet, S., Dimitrijević, M. S., Moreau, N., Ben Nessib, N., 2015b, *Phys. Scr.*, 90, 054008
- Sahal-Bréchet, S., Segré, E. R. A., 1971, *Astron. Astrophys*, 213 161
- Sahal, S., van Regenmorter, H., 1964, *Ann. D'Astophys.* 24. 432
- Samsonov, G. V., 1968, *Mechanical Properties of the Elements, Handbook of the physicochemical properties of the element.* New York, USA: IFI-Plenum
- Saraph, H. E., 1978, *Comput. Phys. Commun.* 15, 247
- Saranadaev, E. V., Konovalova, E. A., Salakhov, M. Kh., Fishman, I. S., 1997, *Publ. Astron. Obs. Belgrade*, 57, 109
- Schoning, T., & Butler, K. 1989, *Astron. Astrophys*, 78, 51
- Schwarzschild, M., 1965, *Structure , Evolution of the Stars*, 2<sup>nd</sup> Edition, Dover Publications, New York
- Seaton, M.J., 1962, in *Atomic and Molecular Processes*, edited by D. R. Bates, Academic Press, New York

- Seaton, M. J., 1987, *J. Phys. B: At. Mol. Phys.*, 20, 6363
- Shadmi, T., Oreg, J., Stein, J., 1968, *J. Opt. Soc. Am.*, 58, 909
- Sheminova, V. A., 2020, *Kinem. Phys. Cel. Bodies*, 36, 291
- Shore, B.W., Menzel, D. H., 1965, *Astrophys. J. Suppl. Series*, 12, 187
- Sikström, C.M., Lundberg, H., Wahlgren, G.M., et al., 1999, *Astron. Astrophys*, 343, 297
- Simić, Z., 2010, *Štarkovo širenje spektralnih linija u hemijski neobičnim zvezdama*, Zadudžbina Andrejević, Beograd
- Sion, E. M., Greenstein, J. L., Lstreet, J. D., et al., 1983, *Astrophys. J.*, 269, 253
- Smirnov, Y. M., 2015, *Applied Phys. Res.*, 7, 1
- Smith, K. C., 1996, *Astrophys. Supp. Ser.*, 237, 77
- Smith, K. C., Dworetsky, M. M., 1993, *Astron. Astrophys.*, 274, 335
- Sobel'man, I. I., 1996, *Atomic Spectra, Radiative Transitions*, Springer-Verlag, Berlin
- Stamm, R., Hannachi, I., Meireni, M., et al., 2017, *Atoms*, 5, 32
- Studel, A., 1958, *Z. für Phys.*, 152, 599
- Strom, S. E., Avrett, E. H., 1965, *Astrophys. J. Supp.*, 12, 1
- Strom, S. E., Kalkofen, W., 1966, *Astrophys. J.*, 144, 76
- Strömngren, B., 1956, *3<sup>rd</sup> Berkeley Symp. Math. Stat. Prob.*, 3, 49
- Sugar, J., Corliss, C., 1985, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, 14, Suppl. 2, 1109
- Sugaira, Y., 1927, *Phil. Mag.*, 4, 498
- Suleimanov, V.F., Klochkov, D, Pavlov, D. D., Werner, K., 2014, *Astrophys. J. Suppl. Series*, 210, 13
- Swihart, T. L., 1956, *Astrophys. J.*, 123, 139
- Šćepanović, M., Purić, J., *Romanian Reports in Physics*, 2013, 65(4), 1275
- Takeda, Y., Han, I, Kang, D. I., et al., 2008, *J. Korean Astron. Soc.*, 41, 83
- Talapaga, I, Dojčinović, I. P., Milosavljević, M. K., Purić, J., 2012, *Pub. Astron. Soc. Australia*, 29, 20
- Talapaga, I, Dojčinović, I. P., Purić, J., 2011, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 415, 503
- Talapaga, I, Dojčinović, I. P., Purić, J., 2018, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 474, 5479
- Thorne, A. P., 1974, *Spectrophysics*, Chapman, Hall & Science Paperback, London
- Trklja, N., Dojčinović, I. P., Talapaga, I., Purić, J., 2019, *Atoms*, 7, 99
- Trklja, N., Talapaga, I., Dojčinović, I. P., Purić, J., 2018, *New Astron*, 59, 54
- Tutukov, A., V., 1991, *Proc. IAU Symp.*, 145, 351

- Unsöld, A., 1936, *Zeit. Astrophys.*, 12, 56
- Unsöld, A., 1950, *Trans. Int. Astron. Union, Cambridge Univ. Press*, 7, 463
- Unsöld, A., Baschek, B., 1991, *The New Cosmos*, Springer Verlag, London
- Vauclair, S., Vauclair, G., 1982, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 20, 37
- Velasco, R., Adames, J., 1966, *Publ. Inst. Opt. Madrid*, 26
- Verbeeck, P., 1970, *Bull. Class. Scien.*, 56, 1064
- Verweij, S., 1936, *Publ. Astron. Inst. Univ. Amsterdam*, 5, 1
- Vidal, C. R., Cooper, J., Smith, W. E., 1973, *Astrophys. J. Suppl. Series No 214*, 25, 37
- Voslamber, D., 1969, *Z. Naturforsch*, 24a, 1458
- Voslamber, D., 1972, *Z. Naturforsch*, 27a, 1733
- Vujnović, V., *Astronomija 1 i 2*, 1989, Školska knjiga, Zagreb
- Wahlgren, G. M., Adelman, S. J., Robinson, R. D., 1994, *Astrophys. J.*, 434, 349
- Walborn, N., 1970, *Astrophys. J.*, 161, L149
- Walborn, N., 1971, *Astrophys. J.*, 164, L67
- Walborn, N., 1976, *Astrophys. J.*, 205, 419
- Waller, J., 1926, *Z. Phys.*, 38, 635
- Wallerstein, G., Iben, I., Parker, P., et al., 1997, *Rev. Mod. Phys.*, 69, 995
- Wang, S., 2006, *J. Min., Metals, Mater. Soc*, 58, 47
- Weeks, W. E., 1932, *J. Chem. Ed.*, 9, 22
- Weisskopf, V., 1932, *Z. für Phys.*, 75, 287
- Wesemael, F. 1980, *Astrophys. J. Supp.*, 43, 159
- Whiting, E. E., 1968, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.*, 8, 1379
- Wickramasinghe, D. T., 1972, *Mem. R. Astron. Soc.*, 76, 129
- Wiese, W., Konjević, N., 1982, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.*, 28, 185
- Young, R. S., 1957, *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 13, 28
- Ziegler, M., Rauch, T., Werner, K., et al., 2012, *Astron. Astrophys.*, 548, A109, 1
- Zilitis, V. A., 2007, *Opt. Spectrosc.*, 103(6), 895
- Zwölf C, Dubernet M-L, Ba Y, Moreau N, (VAMDC Consortium), 2014, *Inst. Electric. Electron. Eng.*, IST-Africa Conf. Proc.



## **Prilog A: FIZIKALNE VELIČINE, MJERNE JEDINICE I KONSTANTE**

S obzirom da su u ovom radu korištene podjednako mjerne jedinice iz SI sustava, kao i jedinice iz CGS sustava, koje se još uvijek standardno upotrebljavaju u spektroskopiji i astrofizici, pokazalo se korisnim radi boljeg snalaženja priložiti konstante, fizikalne veličine i njihove mjerne jedinice sa faktorima odnosa između pojedinih jedinica CGS sustava i SI sustava pri čemu vrijedi:

$$\text{CGS mjerna jedinica} = \text{faktor odnosa} \times \text{SI mjerna jedinica} \quad (\text{A1})$$

Fizikalne veličine sa njihovim mjernim jedinicama priložene su u tablici A1, a konstante izražene u CGS i SI jedinicama u tablici A2 (Allen, 1973, Thorne, 1974).

Napomena: Elektronska gustoća je pojam preuzet iz fizike plazme, ali se pod njim zapravo podrazumijeva koncentracija elektrona. Gustoća je fizikalna veličina koja se definira kao masa po jedinici volumena i mjeri se u  $\text{kg m}^{-3}$  ili  $\text{g cm}^{-3}$ , dok je koncentracija definirana kao broj čestica u jediničnom volumenu i mjeri se u  $\text{m}^{-3}$ , odnosno u  $\text{cm}^{-3}$ .

Tablica A1. Fizikalne veličine i njihove mjerne jedinice

Naziv veličine	Oznaka	CGS jedinica	Faktor odnosa	SI jedinica
Valna duljina	$\lambda$	Å	$10^{-10}$	m
Širina spektralne linije, ekvivalentna širina	$W, w, EW_\lambda$	Å	$10^{-10}$	m
Brzina	$v$	$\text{cm s}^{-1}$	$10^{-2}$	$\text{m s}^{-1}$
Kutna brzina	$\omega$	$\text{rad s}^{-1}$	1	$\text{rad s}^{-1}$
Energija	$E$	erg	$10^{-7}$	J
Energija elektronskog nivoa-terma	$E_j$	$\text{cm}^{-1}$	$10^{-2}$	$\text{m}^{-1}$
Energija elektronskog nivoa-terma (konverzija)	$E_j$	$\text{cm}^{-1}$	$1.986 \times 10^{-23}$	J
Gustoća	$\rho$	$\text{g cm}^{-3}$	$10^3$	$\text{kg m}^{-3}$
Koncentracija	$N$	$\text{cm}^{-3}$	$10^6$	$\text{m}^{-3}$
Temperatura	$T$	K	1	K
Tlak	$P$	$\text{dyn cm}^{-2}$	$10^{-1}$	Pa
Električni naboj	$Q$	esj	$0.333 \times 10^{-9}$	C
Maseni koeficijent apsorpcije	$\kappa_m$	$\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$	$10^{-1}$	$\text{m}^2 \text{kg}^{-1}$
Udarni presjek	$\sigma$	$\text{cm}^2$	$10^{-4}$	$\text{m}^2$

Tablica A2. Fizikalne konstante

Naziv konstante	Oznaka	Vrijednost - CGS	Vrijednost - SI
Naboj elektrona	$e$	$4.803 \times 10^{-10}$ esj	$1.602 \times 10^{-19}$ C
Masa elektrona	$m_e$	$0.9107 \times 10^{-27}$ g	$0.9107 \times 10^{-30}$ kg
Plankova konstanta	$h$	$6.626 \times 10^{-27}$ erg s	$6.626 \times 10^{-34}$ Js
Boltzmannova konstanta	$k$	$1.38 \times 10^{-16}$ erg $\text{K}^{-1}$	$1.38 \times 10^{-23}$ J $\text{K}^{-1}$
Brzina svjetlosti u vakuumu	$c$	$2.998 \times 10^{10}$ $\text{cm s}^{-1}$	$2.998 \times 10^8$ $\text{m s}^{-1}$
Energija ionizacije za vodik/Rydbergova konstanta	$E_H$	$109678.77$ $\text{cm}^{-1}$	$1.096788 \times 10^7$ $\text{m}^{-1}$
Radijus Bohrove putanje	$a_0$	$5.292 \times 10^{-9}$ $\text{cm}^{-1}$	$5.292 \times 10^{-11}$ m-1
Površinska gravitacija	$g$	$980.665$ $\text{cm s}^{-2}$	$9.80665$ $\text{m s}^{-2}$
Masa Sunca	$M_S$	$1.989 \times 10^{33}$ g	$1.989 \times 10^{30}$ kg
Radijus Sunca	$R_S$	$6.9599 \times 10^{10}$ cm	$6.9599 \times 10^8$ m

## Prilog B: MODELIRANJE ZVJEZDANE ATMOSFERE I STARKOVO ŠIRENJE

Modeliranje zvjezdane atmosfere predstavlja postupak procjenjivanja raspodjele fizikalnih parametara (kao što su npr. temperatura plina, tlak plina, elektronski tlak ili koncentracija, Rosselandov opacitet, radijativni tlak ili brzina turbulencije) po dubinskim slojevima zvjezdane atmosfere, u ovisnosti o prethodno definiranim ulaznim parametrima (gravitacijska akceleracija, efektivna temperatura i kemijski sastav).

Prve primjere modernog pristupa problemu modeliranja atmosfere nalazimo kod Adamsa i Russela (1928) koji računaju zastupljenosti elemenata u zvjezdanoj atmosferi u ovisnosti o sunčevoj. Detaljniji prikaz daje Chandrasekhar (1960) koji uz teoriju prijenosa zračenja uvodi numeričke metode modeliranja atmosfere. Razvojem računarske tehnologije u drugoj polovini dvadesetoga stoljeća ovo područje se počelo razvijati vrtoglavo brzinom.

### B1. Osnove modeliranja zvjezdane atmosfere

Izraditi model atmosfere znači riješiti slijedeći sustav jednačbi za svaki pojedini sloj atmosfere:

- a) Jednačba hidrostatske ravnoteže i definicija optičke dubine:

$$dP = \rho g dh \quad (B1)$$

$$d\tau_\lambda = (\kappa_\lambda + \sigma_\lambda) \rho dh \quad (B2)$$

$$d\tau_\lambda = \frac{\kappa_\lambda + \sigma_\lambda}{\bar{\kappa}} d\tau \quad (B3)$$

gdje je  $\kappa_\lambda$  linijski opacitet,  $\sigma_\lambda$  koeficijent raspršenja,  $\bar{\kappa}$  Rosselandov srednji opacitet,  $\rho$  gustoća zvjezdanog plina,  $h$  geometrijska dubina,  $\tau$  optička dubina sive atmosfere,  $\tau_\lambda$  monokromatska optička dubina

- b) Jednačba prijenosa zračenja (sfernosimetrična atmosfera)

$$\mu \frac{\partial I_\lambda}{\partial \tau_\lambda} + \frac{1 - \mu^2}{\tau_\lambda} \frac{\partial I_\lambda}{\partial \mu} = -I_\lambda + S_\lambda \quad (B4)$$

$$S_\lambda = \frac{\kappa_\lambda}{\kappa_\lambda + \sigma_\lambda} B_\lambda + \frac{\sigma_\lambda}{\kappa_\lambda + \sigma_\lambda} J_\lambda \quad (\text{B5})$$

gdje je  $S_\lambda$  funkcija izvora,  $J_\lambda$  srednja vrijednost intenziteta zračenja (moment intenziteta), a  $\mu = \cos \vartheta$  kosinus kuta kojeg zraka zatvara s radijalnim smjerom.

c) Jednadžbe Boltzmann-Sahe za svaki  $i$ -ti element u atmosferi

$$\frac{N_i^+}{N_i} = f(T, P_e), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (\text{B6})$$

$$\frac{N_i}{N} = f(T) \quad (\text{B7})$$

d) Tlak plina i elektronski plin ( $P_r$  – radijativni tlak,  $x_M$  – stupanj ionizacije metala,  $x_H$  – stupanj ionizacije vodika,  $A$  – odnos između broja metalnih i vodikovih atoma)

$$P = NkT + P_r \quad (\text{B8})$$

$$\frac{P}{P_e} = \frac{x_H}{1 + x_H} + \frac{1}{A} \frac{x_M}{1 + x_H} \quad (\text{B9})$$

e) Temperaturna stratifikacija

$$T^4 = \frac{3}{4} T_{eff}^4 \cdot [\tau + q(\tau)] \quad (\text{B10})$$

$$q(\tau) = 0.7104 - 0.1331 e^{-3.4488\tau} \quad (\text{B11})$$

f) Radijativna ravnoteža

$$F(\tau) = \int_0^\infty F_\lambda(\tau) d\lambda = \frac{\sigma}{\pi} T_{eff}^4 = const. \quad (\text{B12})$$

uz rubne uvjete:

$$\tau \rightarrow 0 \quad \text{ako} \quad P, T \rightarrow 0$$

$$\frac{dL}{dr} = 0, \quad \frac{dF}{d\tau} = 0$$

## B2. Odredjivanje utjecaja Starkovog širenja koristeći modele zvjezdane atmosfere

U modelima zvjezdane atmosfere optička dubina pojedinog sloja i odgovarajuće vrijednosti koeficijenta apsorpcije, tlaka plina, temperature, broja čestica te elektronske gustoće i tlaka za pojedini sloj zvjezdane atmosfere prikazan je u tabličnom ili grafičkom obliku. Tako u slučaju Kuruczovog modela (Kurucz, 1979), iz tablica očitavamo  $\log \tau_{\text{Ross}}$ , temperaturu  $T$  i  $\log N_e$ , gdje je  $\tau_{\text{Ross}}$  optička dubina koja odgovara Rosselandovom srednjem opacitetu, dok se kod Wickramasingheovih i Koesterovih modela bijelih patuljaka (Wickramasinghe, 1971, Koester, 1980) očitavaju optička dubina  $\tau_{5150}$  koja odgovara apsorpcijskom koeficijentu izračunatom na valnoj duljini  $5150 \text{ \AA}$ , temperatura  $T$  i  $\log P_e$ .

Vrijednosti Starkovih širina za pojedine temperature između tabličnih vrijednosti dobivenih MSE metodom aproksimiraju se interpolacijskom formulom (Sahal-Bréchet i dr., 2011):

$$W_{\text{Stark}}(N_0, T) = a + b \log T + c \log^2 T \quad (\text{B13})$$

gdje su  $a$ ,  $b$  i  $c$  konstante. Starkove širine u tablicama u ovom radu izračunate su za elektronsku gustoću  $N_0 = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ . Za bilo koju drugu elektronsku gustoću  $N_e$  Starkove se širine računaju prema izrazu

$$W_{\text{Stark}}(N_e, T) = \frac{N_e}{N_0} W_{\text{Stark}}(N_0, T) \quad (\text{B14})$$

s obzirom da se pretpostavlja linearna ovisnost Starkove širine o elektronskoj gustoći u intervalu od  $10^{14}$  do  $10^{17} \text{ cm}^{-3}$  (npr. Dimitrijević i dr., 2007). Nakon toga, moguće je za svaki model atmosfere grafički prikazati ovisnost Starkove širine o optičkoj dubini ili temperaturi.

### B3. Profil spektralne linije

Profil spektralne linije iz astrofizičkog izvora uobičajeno se aproksimira Voigtovim profilom predstavljenim konvolucijom Lorentzovog profila, koji je rezultat sudarnih doprinosa, i Gaussovog profila koji je rezultat termalnih doprinosa profilu linije. Međutim, s obzirom da na spektralne linije mogu utjecati različiti efekti istovremeno, uz još neke dodatne (npr. prirodno širenje linije, instrumentalno širenje, itd.), rezultirajući profil može biti posljedica više od algebarske sume samo jednog termalnog i samo jednog sudarnog efekta. Da bismo ustanovili koliki je doprinos svakog od ovih pojedinačnih efekata, potrebno je izvršiti dekonvoluciju spektralne linije.

Ako se profil koji daje jedan efekt može izraziti funkcijom  $A(x)$  a drugi funkcijom  $B(x)$ , rezultirajući profil definiran je konvolucijom ova dva profila (npr. Davies i Vaughan, 1963):

$$K(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A(x)B(x-y) dy \quad (\text{B15})$$

Ako su obje funkcije Gaussovog tipa, poluširina rezultirajućeg profila je:

$$w_{RG} = \sqrt{w_{G1}^2 + w_{G2}^2} \quad (\text{B16})$$

pri čemu su  $w_{G1}$  i  $w_{G2}$  poluširine profila uzrokovane pojedinim efektom. Ako su obje funkcije Lorentzovog tipa, poluširina rezultirajućeg profila bit će:

$$w_{RL} = w_{L1} + w_{L2} \quad (\text{B17})$$

pri čemu su  $w_{L1}$  i  $w_{L2}$  poluširine profila pojedinih doprinosa. Ako su funkcije  $A(x)$  i  $B(x)$  različitog tipa, konvolucija je složenija i njenom izračunavanju se pribjegava korištenjem različitih numeričkih metoda (npr. Hjerting, 1938, Posener, 1969). Na primjer, Voigtov profil linije moguće je definirati izrazom (Johnas, 2007):

$$\phi_V(\lambda) = \frac{1}{w_G \sqrt{\pi}} H(\alpha, y) = \frac{1}{w_G \sqrt{\pi}} \frac{\alpha}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-x^2}}{\alpha^2 + (y-x)^2} dx \quad (\text{B18})$$

gdje su

$$\alpha = \frac{\gamma \lambda_0^2}{2\pi c w_G}, \gamma = \frac{8\pi^2 e^2}{3m_e c \lambda_0^2}, y = \frac{\lambda - \lambda_0}{w_G}, w_G = \frac{\lambda_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m} + \xi^2} \quad (\text{B19})$$

koji je praktičniji za primjenu u spektralnim mjerenjima nego izraz (9), pri čemu su  $\lambda$  valna duljina u bilo kojoj točki linijskog profila,  $\lambda_0$  valna duljina centra spektralne linije,  $m_e$  i  $e$  redom masa i naboj elektrona,  $m$  masa emitera/absorbera,  $k$  Boltzmannova konstanta,  $T$  temperatura,  $c$  brzina svjetlosti i  $\xi$  brzina mikroturbulencije. Pokazuje se da se izraz (B18) dovoljno precizno može aproksimirati funkcijom (Whiting, 1968):

$$\phi_V(\lambda) \approx \left(1 - \frac{w_L}{w_V}\right) e^{-2.772 (\lambda - \lambda_0)^2 / w_V^2} + \frac{w_L}{w_V} \frac{1}{1 + 4 \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{w_V}\right)^2} \dots \quad (\text{B20})$$

U tom slučaju,  $w_G$ ,  $w_L$  i  $w_V$  redom predstavljaju polovine Gaussove, Lorentzove i Voigtove širine na polovini maksimalnog intenziteta linije (*Half Width of Half Maximum*, HWHM), koji su u međusobnom odnosu:

$$w_V = \frac{w_L}{2} + \sqrt{\left(\frac{w_L}{2}\right)^2 + w_G^2} \quad (\text{B21})$$

Pri tome je ekvivalentna širina Voigtovog profila  $EW_V$  određena umnoškom maksimalne dubine linije  $A_{\lambda_0}$  i Voigtove FWHM širine  $W_V$ :

$$EW_V = c(k_G) A_{\lambda_0} W_V \quad (\text{B22})$$

dok je normalizacijski faktor  $c(k_G)$  moguće prikazati pomoću odnosa Gaussove širine i ukupnog doprinosa širini linije (npr. Belafhal, 2000):

$$k_G = \frac{w_G}{w_G + w_L} \quad (\text{B23})$$

npr. aproksimativnom formulom

$$c(k_G) = a_0 + a_1 k_G + a_2 k_G^2 + a_3 k_G^3 \quad (\text{B24})$$

sa koeficijentima  $a_0 = 1.572$ ,  $a_1 = 0.05288$ ,  $a_2 = -1.323$  i  $a_3 = 0.7658$ .



## **Prilog C: RAČUNALNE APLIKACIJE I PROGRAMSKI KODOVI KORIŠTENI U TEZI**

### **C1. Uvodne napomene**

U svrhu izračunavanja, prikazivanja i obrade podataka korišteni su dostupni programski paketi ili novi programski kodovi posebno napisani za ovu svrhu. Za prikazivanje grafova korišten je programski paket ORIGIN, dok su za statističku analizu i obradu podataka korišteni programski paketi DPLOT i ORIGIN.

Sve programske kodove koji su ovdje korišteni napisao je autor teze, osim programa WMSE.FOR kojeg je napisao dr. sc. Zoran Simić, a autor teze unio neke manje modifikacije (npr. promjena gornje temperaturne granice). Ovdje prikazujemo završnu verziju programa WMSE0A1.FOR koja je korištena u tezi.

Osim u tu svrhu napisanih programskih kodova VOGTPROF.BAS i SYNTLINE.BAS, za sintezu spektralnih linija korišten je i programski paket SPECTRUM (Grey i Corbally, 1994).

Svi programski kodovi su napisani u programskom jeziku QBASIC, osim dva koja su napisana u FORTRAN-u. Autor teze dao je prioritet jeziku BASIC nad jezikom FORTRAN uglavnom iz dva razloga:

1. Moguće je interaktivno mijenjati prilikom izvršavanja programa nazive ulaznih i izlaznih podataka i datoteka
2. Formatiranje ulaznih i izlaznih podataka je automatizirano

Programske kodove možemo klasificirati u nekoliko kategorija s obzirom na njihovu primjenu:

a) Programi za izračunavanja Starkovih širina i popratnih parametara:

- WMSE0A1.FOR
- WMSEKON.BAS
- WMSEKONS.BAS
- MATRELEM.FOR
- USRED:BAS

b) Programi za izračunavanje Dopplerove širine i aproksimativnu procjenu Starkovih širina:

- CO2PROJ3.BAS

- WDOP.BAS
- WCOW.BAS
- WCOWNEW.BAS
- WLAK.BAS

c) Programi za rad sa modelima zvjezdane atmosfere:

- MODADADB.BAS
- DBKOEST.BAS
- DBWESE.BAS
- KREMOD.BAS

d) Programi za usporedbu spektara i sintezu spektralnih linija:

- EWVSWST.BAS
- LSQERR1.BAS
- VOGTPROF.BAS
- SYNTLINE.BAS

## **C2. Program WMSE0A1.FOR**

Program WMSE0A1.FOR je glavni program za izračunavanje Starkovih širina. Koristi pomoćne datoteke *GMSE.DAT* i *TAB1.DAT* u kojima se nalaze Gauntovi i Bates-Damgaardovi faktori u tabličnim formama. U datoteci za ulaz *UL.DAT* izlistani su slijedeći parametri:

- elektronska gustoća u  $\text{m}^{-3}$
- valna duljina linije u metrima
- temperatura u K
- rezidualni naboj
- orbitalni broj gornje razine
- orbitalni broj donje razine
- ionizacijska energija u  $\text{cm}^{-3}$
- energija gornje razine
- energija donje razine
- 4 reda sa 4 energije preturbirajućih razina za gornju i donju razinu

- 4 reda sa 16 orbitalnih brojeva, 4 orbitalna broja za svaku odgovarajuću perturbirajuću razinu

Izlazna datoteka *IZ.DAT* izlistava slijedeće parametre:

- elektronska gustoća u  $\text{cm}^{-3}$
- valna duljina linije u angstromima
- temperatura u kelvinima
- Starkova širina u angstromima

Program je u mogućnosti izračunavati 4 Starkove širine odjednom, što je autor teze procijenio kao nepotreban i nesistematski postupak. Da bi pojednostavio unos podataka, autor teze napisao je program za kreiranje ulaznih datoteka i unos reducirao sa četiri na jedan red ulaznih parametara, što znatno ubrzava dolaženje do rezultata.

### C3. Lista programskih kodova korištenih u tezi

#### CO2PROJ3.BAS

```

REM INPUT "Upisi naziv ulazne datoteke: ", prij$
OPEN "CoIIest.txt" FOR INPUT AS #1
OPEN "CoIIest1.out" FOR OUTPUT AS #2
OPEN "CoIIest2.out" FOR OUTPUT AS #3
REM PRINT #2, "WLAK WLAK/WMSE WCMOD WCMOD/WMSE WC
WC/WMSE"
REM PRINT #2, " "
R = 109678.77#
N = 10 ^ 23
Z = 2
acowmod# = 1.1075 * 10 ^ (-30)
ac# = 2.92 * 10 ^ (-30)
k = 0
DO
    k = k + 1
    LINE INPUT #1, a$
LOOP UNTIL (EOF(1))
CLOSE #1
REM PRINT k
OPEN "CoIIest.txt" FOR INPUT AS #1
FOR i = 1 TO k
INPUT #1, la#, Eion#, Eupper#, Elower#, w#
nupper2# = Z ^ 2 * R / (Eion# - Eupper#)
nlower2# = Z ^ 2 * R / (Eion# - Elower#)

```

```

chi# = Eion# - Elower#
chi# = chi# * .00012398134#
chi# = 1 / chi#
  wlak# = 2050 * chi# ^ 4 * SQR(20000) / 100
  wlak1# = 42.42 * (la# / (Eion# - Elower#)) ^ 1.7
  wlak2# = la# ^ 2 / (Eion# - Elower#) / 939
  wcowmod# = acowmod# * N * (nupper2# ^ 2 + nlower2# ^ 2) * la# ^ 2 / Z ^ 2 /
100
  wc# = ac# * N * la# ^ 2 * (nupper2# / Z) ^ 2 / 100
PRINT #2, wlak#, wlak# / w#, wlak1#, wlak1# / w#, wlak2#, wlak2# / w#
PRINT #3, wc#, wc# / w#, wcowmod#, wcowmod# / w#, .71 * wcowmod#, .71 *
wcowmod# / w#
NEXT i
CLOSE #1, #2, #3
END

```

### DBKOEST.BAS

```

REM *****
REM Program za usporedjivanje Starkovog i Dopplerovog sirenja
REM prema Koesterovim modelima DB patuljaka.
REM (napomena: dyn/cm2 u Pa mnozi se sa 0.1)
REM Program cita tablice T1-10.dat za log g=8 i T11-20.dat za log g=7
REM za Teff = 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28 i 30 000 K.
REM Prva kolona - dekadni logaritam opticke debljine
REM druga kolona - t - temperatura u kelvinima
REM treca kolona - dekadni logaritam ukupnog pritiska
REM cetvrta kolona - dekadni logaritam elektronskog pritiska.
REM Druga, treca i cetvrta kolona ponavljaju se
REM za pojedine efektivne temperature.
REM *****
INPUT "Upisi naziv atoma: ", elem$
INPUT "Upisi liniju: ", prij$
INPUT "Upisi valnu duljinu u angstromima: ", lambda#
INPUT "Upisi maseni broj: ", mi
INPUT "Upisi log g za DB patuljka: ", logg$
PRINT "Upisi koeficijente temperaturne funkcije logW = a + b log T + c log^2 T:"
INPUT "a = ", a
INPUT "b = ", b
INPUT "c = ", c
k = 1.38 * 10 ^ (-16)
REM ostavljam k u cgs jedinicama
IF logg$ = "8" THEN OPEN "T1_10.dat" FOR INPUT AS #1
IF logg$ = "7" THEN OPEN "T11_20.dat" FOR INPUT AS #2
IF logg$ = "8" THEN OPEN elem$ + prij$ + ".lg8" FOR OUTPUT AS #3
IF logg$ = "7" THEN OPEN elem$ + prij$ + ".lg7" FOR OUTPUT AS #4
100

```

```

IF logg$ = "8" THEN INPUT #1, logtau, t0, logP0, logPe0, t1, logP1, logPe1, t2,
logP2, logPe2, t3, logP3, logPe3, t4, logP4, logPe4, t5, logP5, logPe5, t6, logP6,
logPe6, t7, logP7, logPe7, t8, logP8, logPe8, t9, logP9, logPe9
IF logg$ = "7" THEN INPUT #2, logtau, t0, logP0, logPe0, t1, logP1, logPe1, t2,
logP2, logPe2, t3, logP3, logPe3, t4, logP4, logPe4, t5, logP5, logPe5, t6, logP6,
logPe6, t7, logP7, logPe7, t8, logP8, logPe8, t9, logP9, logPe9
REM Izracunavam antilogaritme od logtau i logPe
tau = 10 ^ logtau
Ne0 = 10 ^ logPe0 / k / t0
Ne1 = 10 ^ logPe1 / k / t1
Ne2 = 10 ^ logPe2 / k / t2
Ne3 = 10 ^ logPe3 / k / t3
Ne4 = 10 ^ logPe4 / k / t4
Ne5 = 10 ^ logPe5 / k / t5
Ne6 = 10 ^ logPe6 / k / t6
Ne7 = 10 ^ logPe7 / k / t7
Ne8 = 10 ^ logPe8 / k / t8
Ne9 = 10 ^ logPe9 / k / t9
REM Izracunavam Dopplerove sirine
wdop0# = 7.16 * lambda# * SQR(t0 / mi) / 10 ^ 7
wdop1# = 7.16 * lambda# * SQR(t1 / mi) / 10 ^ 7
wdop2# = 7.16 * lambda# * SQR(t2 / mi) / 10 ^ 7
wdop3# = 7.16 * lambda# * SQR(t3 / mi) / 10 ^ 7
wdop4# = 7.16 * lambda# * SQR(t4 / mi) / 10 ^ 7
wdop5# = 7.16 * lambda# * SQR(t5 / mi) / 10 ^ 7
wdop6# = 7.16 * lambda# * SQR(t6 / mi) / 10 ^ 7
wdop7# = 7.16 * lambda# * SQR(t7 / mi) / 10 ^ 7
wdop8# = 7.16 * lambda# * SQR(t8 / mi) / 10 ^ 7
wdop9# = 7.16 * lambda# * SQR(t9 / mi) / 10 ^ 7
REM Prebacujem prirodne u dekadске logaritme
logt0 = LOG(t0) / LOG(10)
logt1 = LOG(t1) / LOG(10)
logt2 = LOG(t2) / LOG(10)
logt3 = LOG(t3) / LOG(10)
logt4 = LOG(t0) / LOG(10)
logt5 = LOG(t1) / LOG(10)
logt6 = LOG(t2) / LOG(10)
logt7 = LOG(t3) / LOG(10)
logt8 = LOG(t2) / LOG(10)
logt9 = LOG(t3) / LOG(10)
REM Izracunavam logaritme Starkovih sirina
logwst0 = a + b * logt0 + c * logt0 ^ 2
logwst1 = a + b * logt1 + c * logt1 ^ 2
logwst2 = a + b * logt2 + c * logt2 ^ 2
logwst3 = a + b * logt3 + c * logt3 ^ 2
logwst4 = a + b * logt4 + c * logt4 ^ 2
logwst5 = a + b * logt5 + c * logt5 ^ 2
logwst6 = a + b * logt6 + c * logt6 ^ 2
logwst7 = a + b * logt7 + c * logt7 ^ 2
logwst8 = a + b * logt8 + c * logt8 ^ 2

```

```

logwst9 = a + b * logt9 + c * logt9 ^ 2
REM Izracunavam Starkove sirine uz renormalizaciju elektronske gustoce
wst0 = 10 ^ logwst0 * Ne0 / 10 ^ 17
wst1 = 10 ^ logwst1 * Ne1 / 10 ^ 17
wst2 = 10 ^ logwst2 * Ne2 / 10 ^ 17
wst3 = 10 ^ logwst3 * Ne3 / 10 ^ 17
wst4 = 10 ^ logwst0 * Ne4 / 10 ^ 17
wst5 = 10 ^ logwst1 * Ne5 / 10 ^ 17
wst6 = 10 ^ logwst2 * Ne6 / 10 ^ 17
wst7 = 10 ^ logwst3 * Ne7 / 10 ^ 17
wst8 = 10 ^ logwst2 * Ne8 / 10 ^ 17
wst9 = 10 ^ logwst3 * Ne9 / 10 ^ 17
REM Ispisujem Starkove i Dopplerove sirine za pojedinu efektivnu temperaturu
IF logg$ = "8" THEN PRINT #3, tau, t0, wst0, wdop0#, t1, wst1, wdop1#, t2, wst2,
wdop2#, t3, wst3, wdop3#, t4, wst4, wdop4#, t5, wst5, wdop5#, t6, wst6, wdop6#, t7,
wst7, wdop7#, t8, wst8, wdop8#, t9, wst9, wdop9#
IF logg$ = "7" THEN PRINT #4, tau, t0, wst0, wdop0#, t1, wst1, wdop1#, t2, wst2,
wdop2#, t3, wst3, wdop3#, t4, wst4, wdop4#, t5, wst5, wdop5#, t6, wst6, wdop6#, t7,
wst7, wdop7#, t8, wst8, wdop8#, t9, wst9, wdop9#
IF logg$ = "8" THEN IF EOF(1) = false GOTO 100 ELSE GOTO 200
IF logg$ = "7" THEN IF EOF(2) = false THEN GOTO 100 ELSE GOTO 200
200
IF logg$ = "8" THEN CLOSE #1, #3
IF logg$ = "7" THEN CLOSE #2, #4
END

```

### DBWESE.BAS

```

REM ****
REM Program za kreiranje modela za SPECTRUM
REM prema Wesemaelovim modelima DA patuljaka.
REM (napomena: dyn/cm2 u Pa mnozi se sa 0.1)
REM Prva kolona - TAUROSS
REM druga kolona - KROSS
REM treca kolona - T
REM cetvrta kolona - RHO
REM peta kolona - PGAS
REM sesta kolona - GRAD
REM sedma kolona - NE
REM ****
INPUT "Upisi log g za DA patuljka: ", logg#
INPUT "Upisi Teff za DA patuljka: ", teff#
INPUT "Upisi metalicitet: ", metal#
INPUT "Upisi brzinu mikroturbulencije: ", vmt#
REM Izracunavam potrebne vrijednosti za tablicu ...
g# = 10 ^ logg#
dat$ = "Wesemael.txt"
OPEN dat$ FOR INPUT AS #1
DO
  LINE INPUT #1, a$

```

```

    REM PRINT a$
    k = k + 1
LOOP UNTIL (EOF(1))
CLOSE #1
PRINT "Datoteka "; dat$; " se sastoji od"; k; "redova."
OPEN "Wesemael.txt" FOR INPUT AS #1
OPEN "WESE.MOD" FOR OUTPUT AS #2
PRINT #2, teff#, logg#, metal#, k
FOR i = 1 TO k
INPUT #1, tauross#, kross#, t#, rho#, pgas#, grad#, ne#
rhop# = pgas# / g#
prad# = grad# * rhox#
PRINT #2, rhox#, t#, pgas#, ne#, kross#, prad#, vmt#
NEXT i
CLOSE #1, #2
END

```

#### EWVSWST.BAS

```

REM Izracunavanje ekvivalentnih sirina na temelju
REM odnosa doprinosa Gaussovog profila
OPEN "ZrIV1184.ewg" FOR OUTPUT AS #1
a0 = 1.572
a1 = .05288
a2 = -1.323
a3 = .7658
wg = .01542
FOR i = 1 TO 10
kg = .1 * i
REM w1 = .1 * i
w1 = wg * (1 - kg) / kg
kg = wg / (wg + w1)
wv = w1 / 2 + SQR((w1 / 2) ^ 2 + wg ^ 2)
ew = (a0 + a1 * kg + a2 * kg ^ 2 + a3 * kg ^ 3) * wv
REM x = w1 / wv
REM PRINT #1, kg, ew
PRINT #1, w1, ew
REM PRINT #1, x, ew
NEXT i
CLOSE #1
END

```

#### KREMOD.BAS

```

REM program za kreiranje formata modela atmosfere za SPECTRUM
k = 1.38032E-16
a = 7.56464E-15
INPUT "Upisi datoteku za ulaz:", d1$
INPUT "Upisi datoteku za izlaz:", d2$

```

```

INPUT "log g= ", logg
INPUT "Teff= ", teff
INPUT "Metalicitet s obzirom na Sunce? ", m
INPUT "Brina mikroturbulencije? ", vmt
INPUT "Broj slojeva = ", n
g = 10 ^ logg
OPEN d1$ FOR INPUT AS #1
OPEN d2$ FOR OUTPUT AS #2
PRINT #2, teff, logg, m, n
DO
    INPUT #1, tau, temp, pg, pe, kros
    rhox = (pg + pe) / g
    ne = pe / (k * temp)
    pr = a * temp ^ 4 / 3
    PRINT #2, rhox, temp, pg, ne, kros, pr, vmt
LOOP UNTIL (EOF(1))
CLOSE #1, #2
END

```

### LSQERR1.BAS

```

REM Program za nalazenje prosjeka i odstupanja
REM
k = 0
INPUT "Upisi naziv datoteke za ulaz: ", dat$
INPUT "Upisi naziv datoteke za izlaz: ", dat1$
OPEN dat$ FOR INPUT AS #1
DO
    LINE INPUT #1, a$
    REM PRINT a$
    k = k + 1
LOOP UNTIL (EOF(1))
PRINT "Datoteka "; dat$; " se sastoji od"; k; "redova."
CLOSE #1
OPEN dat$ FOR INPUT AS #1
OPEN dat1$ FOR OUTPUT AS #2
TYPE ulaz
    intens1 AS SINGLE
END TYPE
DIM vrijednost(k) AS ulaz
REM i = 0
sum = 0
FOR i = 1 TO k
    INPUT #1, vrijednost(i).intens1
    sum = sum + vrijednost(i).intens1
NEXT i
av = sum / k
sum = 0
sumrel = 0
FOR i = 1 TO k

```



```

sumrel = sumrel + ABS(vrijednost(i).intens1 - av)
sum = sum + (vrijednost(i).intens1 - av) ^ 2
PRINT #2, sum, sumrel
NEXT i
stdev = SQR(sum / (k * (k - 1)))
kvod = SQR(sum / k)
sumrel = sumrel / k
PRINT #2,
PRINT "Prosjecna vrijednost iznosi ", av
PRINT "Relativno apsolutno odstupanje iznosi ", sumrel
PRINT "Kvadratno odstupanje iznosi ", kvod
PRINT "Standardna devijacija iznosi ", stdev
PRINT #2, av, sum, sumrel, kvod, stdev
CLOSE #1, #2
END

```

### MATRELEM.FOR

```

c
c PROGRAM ZA IZRAČUNAVANJE BATES-DAMGGARDOVIH
FAKTORA,
c KVADRATNIH DIPOLNIH MATRIČNIH ELEMENATA I
c SNAGA OSCILATORA.
c GAMA FUNKCIJA RAČUNA SE POMOĆU
c RAMANUJANOVE APROSKIMACIJE (Ramanujan, 1988)
c
program matricielementi
double precision Eion, Elow, Eupp, R2lin, a, y1, y2, y3, y4, y11, y22, y5, y6,
y7, y55, y66, is1, is2, is3, suma, g1, n1, n2, nmax, isuk, isukk, Rij2, Rij, gf, fi2
integer z, l1, l2, kmax, k1, k2, lmax
double precision a1(0:100), a2(0:100)
c implicit double precision (a-h,o-z)
open(unit=1, file='ulaz.dat', status='old')
read(1, *) z
read(1, *) Eion
read(1, *) Elow
read(1, *) Eupp
read(1, *) l1
read(1, *) l2
read(1, *) R2lin
close(1)
hcon = 109737.7d0
econ = 2.71828d0
picon = 3.14159d0
n1 = z * sqrt(hcon / (Eion - Elow))
n2 = z * sqrt(hcon / (Eion - Eupp))
kmax = int(n1 + n2 - 1.0d0)
c gama(x) = sqrt(picon)*((x-1.0d0)/econ)**(x-1.0d0)*(8.0d0*(x-1.0d0)**3.0d0
+ 4.0d0*(x-1.0d0)**2.0d0+x-1.0d0+1.0d0/30.0d0)**(1.0d0/6.0d0)
220 format (f7.2,2x,f7.2,2x,I7)

```

```

print 220, n1, n2, kmax
a1(0) = 1.0d0
a2(0) = 1.0d0
do 1 k = 1,kmax
a1(k) = n1 * a1(k-1) / (2.0d0 * k * z) * (l1 * (l1 + 1.0d0) - (n1 - k) * (n1 - k +
1.0d0))
a2(k) = n2 * a2(k-1) / (2.0d0 * k * z) * (l2 * (l2 + 1.0d0) - (n2 - k) * (n2 - k +
1.0d0))
1 continue
c200 format (f11.2,2x,f11.2)
c print 200, a1, a2
y1 = n1 - l1
y2 = n2 - l2
270 format (f11.2,2x,f7.2)
print 270, y1, y2
y3 = 1.0d0
y4 = 1.0d0
y55 = 1.0d0
y66 = 1.0d0
500 if (y1.LT.1) then
y1 = y1 + 1.0d0
y3 = y3 / y1
else
goto 600
end if
goto 500
600 continue
700 if (y2.LT.1) then
y2 = y2 + 1.0d0
y4 = y4 / y2
else
goto 800
end if
goto 700
800 continue
275 format (d11.3,2x,d11.3)
print 275, y1, y2
x = y1
y11 = y3 * sqrt(picon)*((x-1.0d0)/econ)**(x-1.0d0)*(8.0d0*(x-1.0d0)**3.0d0
+ 4.0d0*(x-1.0d0)**2.0d0+x-1.0d0+1.0d0/30.0d0)**(1.0d0/6.0d0)
x = y2
y22 = y4 * sqrt(picon)*((x-1.0d0)/econ)**(x-1.0d0)*(8.0d0*(x-1.0d0)**3.0d0
+ 4.0d0*(x-1.0d0)**2.0d0+x-1.0d0+1.0d0/30.0d0)**(1.0d0/6.0d0)
c y1 = y3 * gama(y1)
c y2 = y4 * gama(y2)
x = n1 + l1 + 1.0d0
900 if (x.LT.1) then
x = x + 1.0d0
y55 = y55 / x
else

```

```

        goto 910
    end if
    goto 900
910   continue
      y5 = y55 * sqrt(picon)*((x-1.0d0)/econ)**(x-1.0d0)*(8.0d0*(x-1.0d0)**3.0d0
+ 4.0d0*(x-1.0d0)**2.0d0+x-1.0d0+1.0d0/30.0d0)**(1.0d0/6.0d0)
      x = n2 + l2 + 1.0d0
920   if (x.LT.1) then
      x = x + 1.0d0
      y66 = y66 / x
    else
      goto 930
    end if
    goto 920
930   continue
      y6 = y66 * sqrt(picon)*((x-1.0d0)/econ)**(x-1.0d0)*(8.0d0*(x-1.0d0)**3.0d0
+ 4.0d0*(x-1.0d0)**2.0d0+x-1.0d0+1.0d0/30.0d0)**(1.0d0/6.0d0)
280   format (f11.3,2x,f11.3,2x,f11.3,2x,f11.3,2x,f11.3,2x,f11.3)
      print 280, y11, y22, y3, y4, y5, y6
      is1 = 2.0d0 ** (n1 + n2) * z ** (n1 + n2 + 1.0d0) / (n1 ** (n1 + 1.0d0) * n2 **
(n2 + 1.0d0))
      is2 = 1.0d0 / (y5 * y11 * y6 * y22)
      is3 = 0
      do 2 k1 = 0,kmax
      suma = 0
      do 3 k2 = 0,kmax - k1
      a = a1(k1) * a2(k2)
      x = n1 + n2 - k1 - k2 + 2.0d0
      y7 = sqrt(picon)*((x-1.0d0)/econ)**(x-1.0d0)*(8.0d0*(x-1.0d0)**3.0d0 +
4.0d0*(x-1.0d0)**2.0d0+x-1.0d0+1.0d0/30.0d0)**(1.0d0/6.0d0)
      g1 = (n1 * n2 / (z * (n1 + n2))) ** (n1 + n2 - k1 - k2 + 2.0d0) * y7
      suma = suma + a * g1
3     continue
      is3 = is3 + suma
2     continue
210  format (f17.3,2x,f17.10,2x,d30.10)
      print 210, is1, is2, is3
      if (l1 .GT. l2) then
      nmax = n1
      lmax = l1
    else
      nmax = n2
      lmax = l2
    endif
      isuk = is1 * is3
      isukk = isuk * isuk * is2
      fi2 = (2.0d0 * z / (3.0d0 * nmax)) ** 2 / ABS(nmax ** 2 - lmax ** 2) * isukk
      Rij2 = (3.0d0 * nmax / (2.0d0 * z)) ** 2.0d0 * lmax * ABS(nmax ** 2.0d0 -
lmax ** 2.0d0) * fi2 / (2.0d0 * l1 + 1.0d0)

```

```

        gf = 303.75d0 * 10.0d0 **(-8) * (Eupp - Elow) * R2lin * Rij2 * (2.0d0 * l1 +
1.0d0)
        Rij=sqrt(Rij2)
        open(unit=2,file='izlaz.dat')
101 format(1x,f7.3)
        write(2,101) fi2
102 format(1x,f7.3)
        write(2,102) Rij2
103 format(1x,f7.3)
        write(2,103) Rij
104 format(1x,f7.3)
        write(2,104) gf
        close(2)
        print 101,fi2
        print 102,Rij2
        print 103,Rij
        print 104,gf
        stop
        end

c
c      function gama(x)
c      double precision x, gama
c      gama = sqrt(picon)**((x-1.0d0)/econ)**(x-1.0d0)*(8.0d0*(x-1.0d0)**3.0d0 +
4.0d0*(x-1.0d0)**2.0d0+x-1.0d0+1.0d0/30.0d0)**(1.0d0/6.0d0)
c      return
c      end

```

### MODADADB.BAS

```

REM Program za usporedjivanje Starkovog i Dopplerovog sirenja
REM na modelima A zvijezde log g = 4.5 Teff = 10000 K
REM (napomena: dyn/cm2 u Pa mnozi se sa 0.1)
REM i DA i DB patuljaka log g = 8 Teff= 15000 K
INPUT "Upisi naziv atoma: ", elem$
INPUT "Upisi prijelaz: ", prij$
INPUT "Upisi valnu duljinu u angstromima: ", lambda#
INPUT "Upisi maseni broj: ", mi
PRINT "Upisi koeficijente temperaturne funkcije logW = a + b log T + c log^2 T:"
INPUT "a = ", a
INPUT "b = ", b
INPUT "c = ", c
k = 1.38 * 10 ^ (-16)
REM ostavljam k u cgs jedinicama
OPEN "DA.txt" FOR INPUT AS #1
OPEN "DB.txt" FOR INPUT AS #2
OPEN "AS.txt" FOR INPUT AS #3
OPEN elem$ + prij$ + ".mod" FOR OUTPUT AS #4
100
INPUT #1, tau1, t1, logPe1
INPUT #2, tau2, t2, logPe2

```

```

REM INPUT #3, tau, t, logPe
REM INPUT #1, logtau1, t1, logNe1
REM INPUT #2, logtau2, t1, logNe1
INPUT #3, logtau, t, logNe
REM tau1 = 10 ^ logtau1
REM tau2 = 10 ^ logtau2
tau = 10 ^ logtau
Ne1 = 10 ^ logPe1 / k / t1
Ne2 = 10 ^ logPe2 / k / t2
REM Ne = 10 ^ logPe / k / t
REM Ne1 = 10 ^ logNe1
REM Ne2 = 10 ^ logNe2
Ne = 10 ^ logNe
REM PRINT Ne1, Ne2, Ne
wdop1# = 7.16 * lambda# * SQR(t1 / mi) / 10 ^ 7
wdop2# = 7.16 * lambda# * SQR(t2 / mi) / 10 ^ 7
wdop# = 7.16 * lambda# * SQR(t / mi) / 10 ^ 7
REM PRINT wdop1#, wdop2#, wdop#
logt1 = LOG(t1) / LOG(10)
logt2 = LOG(t2) / LOG(10)
logt = LOG(t) / LOG(10)
REM logtau1 = LOG(tau1) / LOG(10)
REM logtau2 = LOG(tau2) / LOG(10)
logwst1 = a + b * logt1 + c * logt1 ^ 2
logwst2 = a + b * logt2 + c * logt2 ^ 2
logwst = a + b * logt + c * logt ^ 2
REM PRINT logwst1, logwst2, logwst
wst1 = 10 ^ logwst1 * Ne1 / 10 ^ 17
wst2 = 10 ^ logwst2 * Ne2 / 10 ^ 17
wst = 10 ^ logwst * Ne / 10 ^ 17
REM PRINT wst1, wst2, wst
PRINT #4, tau1, tau2, tau, t1, t2, t, wdop1#, wdop2#, wdop#, wst1, wst2, wst
IF EOF(1) = false AND EOF(2) = false AND EOF(3) = false THEN
GOTO 100
ELSE
GOTO 200
END IF
200
CLOSE #1, #2, #3, #4
END

```

### SYNTLINE.BAS

```

REM Program za sintezu spektra na temelju modela atmosfere
REM Ražuna intenzitet linije i kontinuuma
REM
CLOSE #1, #2
h# = 6.625 * 10 ^ (-27)
c = 3 * 10 ^ 10
kb# = 1.38 * 10 ^ (-16)

```

```

pi = 3.1415927#
e# = 4.803 * 10 ^ (-10)
m# = .9107 * 10 ^ (-27)
mi = 91
INPUT "Upisi datoteku sa modelom: ", model$
INPUT "Upisi naziv linije: ", spektar$
INPUT "Upisi sredisnju valnu duljinu linije: ", lambda0#
INPUT "Upisi koeficijent KG: ", KG#
INPUT "Upisi Gaussovu sirinu: ", wg#
INPUT "Upisi koeficijent KL: ", KL#
INPUT "Upisi Lorentzovu sirinu: ", wl#
INPUT "Upisi donju granicu linije u A: ", lambdown#
INPUT "Upisi gornju granicu linije u A: ", lambup#
INPUT "Upisi rezoluciju: ", resol#
INPUT "Upisi jakost oscilatora: ", f#
INPUT "Upisi logaritam abundance: ", N#
INPUT "Odaberi metodu izracunavanja kontinuiranog opaciteta (1 - Strom-
Avrett(1965), 2 - Milne-Eddingtonov model, 3 - Shuster-Schwarzchildov model): ", p
INPUT "Za odabir 2 ili 3 upisi faktor proporcionalnosti, za odabir 1 upisi 0: ", eta#
INPUT "Upisi vrijednost poredbenog kontinuuma: ", cont#
etta$ = STR$(eta#)
pe$ = STR$(p)
N# = 10 ^ N#
KV# = KG# * KL#
wv# = wl# / 2 + SQR((wl# / 2) ^ 2 + wg# ^ 2)
k = 0
dat$ = model$ + ".mod"
dat1$ = spektar$ + etta$ + ".sp" + pe$
OPEN dat$ FOR INPUT AS #1
DO
    LINE INPUT #1, A$
    REM PRINT a$
    k = k + 1
LOOP UNTIL (EOF(1))
CLOSE #1
PRINT "Datoteka "; dat$; " se sastoji od"; k; "redova."
REM OPEN dat2$ FOR OUTPUT AS #3
OPEN dat1$ FOR OUTPUT AS #2
k1 = INT((lambup# - lambdown#) / resol#)
REM PRINT k1
lambda# = lambdown#
DIM BT#(k), hclkt#(k), x#(k), kline#(k), kcont#(k)
REM DIM A(k), B(k), logb(k)
DIM E1cont#(k), E2cont#(k), E1plus#(k), E2plus#(k), tauline#(k), taucont#(k),
tauplus#(k)
FOR i = 1 TO k1
fluxcont# = 0
fluxline# = 0
OPEN dat$ FOR INPUT AS #1
FOR j = 1 TO k

```

```

REM INPUT #1, lambda#, cont#
REM gausprof# = KG# * EXP(-2.772 * ((lambda# - lambda0#) / wg#) ^ 2)
REM lorprof# = KL# / (1 + 4 * ((lambda# - lambda0#) / wl#) ^ 2)
vogtprof# = KV# * ((1 - wl# / wv#) * EXP(-2.772 * ((lambda# - lambda0#) / wv#) ^ 2) + (wl# / wv#) / (1 + ((lambda# - lambda0#) / wv#) ^ 2))
INPUT #1, tau#, temp, pg#, pe#, kros#
REM PRINT tau#, temp, pg#, pe#, kros#
hclkt#(j) = h# * c / (lambda# * kb# * temp)
BT#(j) = 2 * h# * c ^ 2 / (lambda# ^ 5 * (EXP(hclkt#(j)) - 1))
vd# = SQR(2 * kb# * temp / mi) / lambda#
kline#(j) = N# * pi * e# ^ 2 * f# * vogtprof# / (m# * c * vd#)
REM * .46 * (-hclkt#(j))
REM* 1-exp(-hclkt#(j))
taucont#(j) = tau#
IF tau# = 0 THEN taucont#(j) = 10 ^ (-10)
SELECT CASE p
CASE 1
kcont#(j) = kros#
CASE 2
kcont#(j) = eta# * kline#(j)
CASE 3
kcont#(j) = eta# * kline#(j) / taucont#(j)
END SELECT
tauline#(j) = tauline#(j - 1) + kline#(j) * (taucont#(j) - taucont#(j - 1)) / kcont#(j)
tauplus#(j) = tauline#(j) + taucont#(j)
x#(j) = taucont#(j)
E1cont#(j) = -.5772 - LOG(x#(j)) + x#(j) ^ 2 / 4 + x#(j) ^ 3 / 18 - x#(j) ^ 4 / 96 + x#(j) ^ 5 / 600
REM A(j) = LOG((.56146 / x(j) + .65) * (1 + x(j)))
REM logb(j) = 4 * LOG(x(j)) + 7.7 * x(j) + 3.7 * LOG(2 + x(j))
REM B(j) = EXP(logb(j))
REM b(j) = x(j) ^ 4 * EXP(7.7 * x(j)) * (2 + x(j)) ^ 3.7
REM E1cont(j) = (A(j) ^ (-7.7) + B(j)) ^ (-.13)
E2cont#(j) = EXP(-x#(j)) - x#(j) * E1cont#(j)
x#(j) = tauplus#(j)
E1plus#(j) = -.5772 - LOG(x#(j)) + x#(j) ^ 2 / 4 + x#(j) ^ 3 / 18 - x#(j) ^ 4 / 96 + x#(j) ^ 5 / 600
REM A(j) = LOG((.56146 / x(j) + .65) * (1 + x(j)))
REM logb(j) = 4 * LOG(x(j)) + 7.7 * x(j) + 3.7 * LOG(2 + x#(j))
REM B(j) = EXP(logb(j))
REM b(j) = x(j) ^ 4 * EXP(7.7 * x(j)) * (2 + x(j)) ^ 3.7
REM E1plus(j) = (A(j) ^ (-7.7) + B(j)) ^ (-.13)
E2plus#(j) = EXP(-x#(j)) - x#(j) * E1plus#(j)
REM Ref Giao 2003, Verbeeck 1970
fluxcont# = fluxcont# + 2 * pi * BT#(j) * E2cont#(j) * (taucont#(j) - taucont#(j - 1))
fluxline# = fluxline# + 2 * pi * BT#(j) * E2plus#(j) * (tauplus#(j) - tauplus#(j - 1))
NEXT j
REM PRINT #2, lambda#, fluxcont#, fluxline#
PRINT #2, lambda#, cont# * (1 - fluxline#) / fluxcont#, cont#
lambda# = lambda# + resol#

```

```

CLOSE #1
NEXT i
CLOSE #2
END

```

### USRED.BAS

```

INPUT "Upisi element: ", elem$
OPEN elem$ + "usr.txt" FOR APPEND AS #1
INPUT "Upisi nivo: ", pri$
INPUT "Upisi broj za visestruko usrednjavanje (bez njega=1): ", n
su = 0
FOR k = 1 TO n
PRINT "Ukupan broj usrednjavanja: ", n
PRINT "Trenutno se usrednjava nivo: ", k
INPUT "Pocetni J= ", jmin
INPUT "Zavrzni J= ", jmax
sj = 0
sg = 0
FOR i = jmin TO jmax
INPUT "E= ", E
INPUT "J= ", J
g = 2 * J + 1
sj = sj + E * g
sg = sg + g
NEXT i
s = sj / sg
su = su + s
NEXT k
su = su / n
PRINT #1, pri$, su
CLOSE #1
END

```

### VOGTPROF.BAS

```

REM Aproksimacija Voigtovog profila prema Whiting, JQSRT,8,1379
REM
INPUT "Upisi datoteku sa spektrom: ", spektar$
INPUT "Upisi sredisnju valnu duljinu linije: ", lambda0#
INPUT "Upisi koeficijent KG: ", KG#
INPUT "Upisi Gaussovu sirinu: ", wg#
INPUT "Upisi koeficijent KL: ", KL#
INPUT "Upisi Lorentzovu sirinu: ", wl#
INPUT "Upisi donju granicu linije u A: ", lambdown#
INPUT "Upisi gornju granicu linije u A: ", lambup#
INPUT "Upisi rezoluciju: ", resol#
INPUT "Upisi vrijednost kontinuuma: ", cont#

```



```

KV# = KG# * KL#
wv# = wl# / 2 + SQR((wl# / 2) ^ 2 + wg# ^ 2)
k = 0
dat$ = spektar$ + ".txt"
dat1$ = spektar$ + "all" + ".out"
dat2$ = spektar$ + ".out"
OPEN dat$ FOR INPUT AS #1
DO
    LINE INPUT #1, a$
    REM PRINT a$
    k = k + 1
LOOP UNTIL (EOF(1))
CLOSE #1
PRINT "Datoteka "; dat$; " se sastoji od"; k; "redova."
REM OPEN dat$ FOR INPUT AS #1
OPEN dat1$ FOR OUTPUT AS #2
OPEN dat2$ FOR OUTPUT AS #3
k1 = INT((lambup# - lambdown#) / resol#)
lambda# = lambdown#
FOR i = 1 TO k1
    REM INPUT #1, lambda#, cont#
    gausprof# = KG# * EXP(-2.772 * ((lambda# - lambda0#) / wg#) ^ 2)
    lorprof# = KL# / (1 + 4 * ((lambda# - lambda0#) / wl#) ^ 2)
    vogtprof# = KV# * ((1 - wl# / wv#) * EXP(-2.772 * ((lambda# - lambda0#) / wv#) ^ 2) + (wl# / wv#) / (1 + ((lambda# - lambda0#) / wv#) ^ 2))
    REM Druga aproksimacija
    REM dummy1# = ((lambda# - lambda0#) / wv#) ^ 2
    REM dummy2# = dummy1# ^ 1.125
    REM vogtprofl# = vogtprof# + KV# * .016 * ((1 - wl# / wv#) * wl# / wv# * (EXP(-.4 * dummy2#) - 10 / (10 + dummy2#)))
    intgaus# = (1 - gausprof#) * cont#
    intlor# = (1 - lorprof#) * cont#
    intvogt# = (1 - vogtprof#) * cont#
    REM intvogt1# = (1 - vogtprofl#) * cont#
    PRINT #2, lambda#, intgaus#, intlor#, intvogt#
    REM , intvogt1#
    PRINT #3, lambda#, intvogt#
    lambda# = lambda# + resol#
NEXT i
CLOSE #1, #2, #3
END

```

### WCOW.BAS

```

INPUT "Upisi naziv atoma: ", elem$
INPUT "Upisi prijelaz: ", prij$
INPUT "Upisi maseni broj: ", A
OPEN elem$ + prij$ + ".in" FOR INPUT AS #1
OPEN elem$ + prij$ + ".cow" FOR OUTPUT AS #2

```

```

100
INPUT #1, N
INPUT #1, lambda#
INPUT #1, t
INPUT #1, Z
INPUT #1, li
INPUT #1, lf
INPUT #1, Eion#
INPUT #1, Ei#
INPUT #1, Ef#
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
acow# = 4.48 * 10 ^ (-27)
REM A = 175
hi# = (Eion# - Ef#) * .000123984#
hi1# = (Eion# - Ei#) * .000123984#
nf2# = 13.59 * Z ^ 2 / hi#
ni2# = 13.59 * Z ^ 2 / hi1#
lambda# = lambda# * 10 ^ 10
wcow# = acow# * Z ^ 2 * lambda# ^ 2 * N / hi# ^ 2 / SQR(A * t)
wcow0# = acow# * Z ^ 2 * lambda# ^ 2 * N / hi1# ^ 2 / SQR(A * t)
wcow1# = wcow# * (5 * nf2# + 1 - 3 * lf * (lf - 1)) / (5 * nf2#)
n2# = SQR(ni2# * nf2#)
l = SQR(li * lf)
wcow2# = wcow# * n2# * (5 * n2# + 1 - 3 * l * (l - 1)) / (5 * nf2# ^ 2)
wcow3# = wcow# * ni2# * (5 * ni2# + 1 - 3 * li * (li - 1)) / (5 * nf2# ^ 2)
PRINT #2, "lambda= ", lambda#
PRINT #2, "T= ", t
PRINT #2, "const.= ", acow#
PRINT #2, "A= ", A
PRINT #2, "wcow= ", wcow#
PRINT #2, " "
PRINT #2, "wcow0= ", wcow0#
PRINT #2, " "
PRINT #2, "wcow1= ", wcow1#
PRINT #2, " "
PRINT #2, "wcow2= ", wcow2#
PRINT #2, " "
PRINT #2, "wcow3= ", wcow3#
PRINT #2, " "
IF EOF(1) = false THEN
GOTO 100
ELSE

```

```

GOTO 200
END IF
200
CLOSE #1, #2
END

```

### WCOWNEW.BAS

```

INPUT "Upisi naziv atoma: ", elem$
INPUT "Upisi prijelaz: ", prij$
REM INPUT "Upisi maseni broj: ", A
OPEN elem$ + prij$ + ".in" FOR INPUT AS #1
OPEN elem$ + prij$ + ".cwn" FOR OUTPUT AS #2
100
INPUT #1, N
INPUT #1, lambda#
INPUT #1, t
INPUT #1, Z
INPUT #1, li
INPUT #1, lf
INPUT #1, Eion#
INPUT #1, Ei#
INPUT #1, Ef#
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
acow# = .292 * 10 ^ (-6)
acow1# = 2.3 * 10 ^ (-7)
R = 109678.77#
REM A = 175
hi# = Eion# - Ef#
hi1# = Eion# - Ei#
nf2# = R * Z ^ 2 / hi#
ni2# = R * Z ^ 2 / hi1#
lambda# = lambda# * 10 ^ 10
wcownew# = acow# * (Z * lambda# * R / hi1#) ^ 2 / SQR(t)
wcowmod# = acow1# * (nf2# ^ 2 + ni2# ^ 2) * (lambda# / Z) ^ 2 / SQR(t)
PRINT #2, "lambda=", lambda#
PRINT #2, "T=", t
REM PRINT #2, "const.", acow#
REM PRINT #2, "A=", A
PRINT #2, "wcownew=", wcownew#

```

```

PRINT #2, "wcowmod= ", wcowmod#
PRINT #2, " "
IF EOF(1) = false THEN
GOTO 100
ELSE
GOTO 200
END IF
200
CLOSE #1, #2
END

```

### WDOP.BAS

```

INPUT "Naziv atoma: ", elem$
INPUT "Upisi prijelaz: ", prij$
OPEN elem$ + prij$ + ".inq" FOR INPUT AS #1
OPEN elem$ + prij$ + ".doq" FOR OUTPUT AS #2
100
INPUT #1, N
INPUT #1, lambda#
INPUT #1, t
INPUT #1, Z
INPUT #1, li
INPUT #1, lf
INPUT #1, Eion#
INPUT #1, Ei#
INPUT #1, Ef#
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
mi = 59!
REM teff = 15000
REM hi# = (Eion# - Ef#) * .000123984#
lambda# = lambda# * 10 ^ 10
REM wpur# = 2.52 * N * Z ^ 2.2 * lambda# * lambda# * hi# ^ (-1.73) * 10 ^ (-26) /
SQR(t)
REM wpur# = 4.32 * Z ^ 5.2 * lambda# * lambda# * N / hi# ^ 4.63 / 10 ^ 6 / SQR(t)
wdop# = 7.16 * lambda# * SQR(t / mi) / 10 ^ 7
D# = wdop# / SQR(t)
REM tau# = 4 * t ^ 4 / (3 * teff ^ 4) - .67
REM IF tau# < 0 THEN tau# = 0 ELSE lgt# = LOG(tau#) * .43429
PRINT #2, "lambda= ", lambda# * 10 ^ 10
PRINT #2, "T= ", t
PRINT #2, "wdop= ", wdop#

```

```

PRINT #2, "D= ", D#
REM PRINT #2, "tau= ", tau#
REM PRINT #2, "log tau= ", lgt#
PRINT #2, " "
IF EOF(1) = false THEN
GOTO 100
ELSE
GOTO 200
END IF
200
CLOSE #1, #2
END

```

### WLAK.BAS

```

INPUT "Upisi naziv atoma: ", elem$
INPUT "Upisi prijelaz: ", prij$
OPEN elem$ + prij$ + ".iin" FOR INPUT AS #1
OPEN elem$ + prij$ + ".lak" FOR OUTPUT AS #2
100
INPUT #1, N
INPUT #1, lambda#
INPUT #1, t
INPUT #1, Z
INPUT #1, li
INPUT #1, lf
INPUT #1, Eion#
INPUT #1, Ei#
INPUT #1, Ef#
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
hi# = (Eion# - Ef#) * .000123984#
hi1# = (Eion# - Ei#) * .000123984#
nf2# = 13.59 * Z ^ 2 / hi#
ni2# = 13.59 * Z ^ 2 / hi1#
lambda# = lambda# * 10 ^ 10
K = 100 / SQR(t)
wlak# = 2050 * K / hi# ^ 4
PRINT #2, "lambda= ", lambda#
PRINT #2, "T= ", t
PRINT #2, "wlak= ", wlak#
PRINT #2, " "
IF EOF(1) = false THEN

```

```

GOTO 100
ELSE
GOTO 200
END IF
200
CLOSE #1, #2
END

```

### WMSE0A1.FOR

```

c -----
c MODIFIKOVANA SEMIEMPIRIJSKA FORMULA
c (Program za racunjanje sirine spektralne linije)
c PB1: U datoteku 'ul.dat' unosimo u prvoj koloni: xkonc, xtd, xtemp, z,
c oi, of, ejon, eli, elf a po kolonama redom ea(i), eb(i), ec(i), ed(i)...
c PB2: Parametrom-jb podesavamo max. broj postojećih energetskih nivoa
c PB3: Program koristi datoteke 'Tab1.dat' (unit=3) i 'Gmse.dat' (unit=4).
c PB4: U racun ulaze faktori multiplleta.
c -----
  program sirine
  implicit double precision (a-h,o-z)
  parameter (jb=4)
  dimension ea(jb),eb(jb),ec(jb),ed(jb)
  dimension a(jb),b(jb),c(jb),d(jb)
  dimension fa(jb),fb(jb),fc(jb),fd(jb)
  dimension ffa(jb),ffb(jb),ffc(jb),ffd(jb)
  dimension xip(jb),xim(jb),xip(jb),xip(jb)
  dimension gip(jb),gim(jb),gfp(jb),gfm(jb)
  dimension rip(jb),rim(jb),rfp(jb),rfm(jb)
  dimension a1(jb),a2(jb),a3(jb),a4(jb),a5(jb)
  dimension b1(jb),b2(jb),b3(jb),b4(jb),b5(jb)
  dimension c1(jb),c2(jb),c3(jb),c4(jb),c5(jb)
  dimension d1(jb),d2(jb),d3(jb),d4(jb),d5(jb)
  dimension rra(jb),rrb(jb),rrc(jb),rrd(jb)
  print*, ' '
  print*, 'Sirine spektralnih linija:'
  print*, ' '
  open(unit=1, file='ul.dat', status='old')
  open(unit=2, file='iz.dat')
c -----
c Ucitavanje podataka iz ulazne datoteke
c -----
33  read(1,*,end=44) xkonc
    read(1,*,end=44) xtd
    read(1,*,end=44) xtemp
    read(1,*,end=44) z
    read(1,*,end=44) oi
    read(1,*,end=44) of
    read(1,*,end=44) ejon
    read(1,*,end=44) eli

```

```

read(1,*,end=44) elf
do 10 i=1,jb
read(1,*,end=44) ea(i),eb(i),ec(i),ed(i)
10 continue
do 11 i=1,jb
read(1,*,end=44) a1(i),a2(i),a3(i),a4(i),a5(i),
*b1(i),b2(i),b3(i),b4(i),b5(i),
*c1(i),c2(i),c3(i),c4(i),c5(i),
*d1(i),d2(i),d3(i),d4(i),d5(i)
11 continue
c -----
c Definisanje konstanti
c -----
evod=109737.7d0
bcon=0.695036d0
const=2.21577d-20
c -----
c Racunanje promenljivih: orbitale i ef. kv. brojevi
c -----
oip=oi+1.d0
oim=oi-1.d0
ofp=of+1.d0
ofm=of-1.d0
eni=ef(z,evod,ejon,eli)
enf=ef(z,evod,ejon,elf)
do 12 i=1,jb
if(ea(i).eq.-1.d0)then
a(i)=-1.d0
else
a(i)=ef(z,evod,ejon,ea(i))
endif
if(eb(i).eq.-1.d0)then
b(i)=-1.d0
else
b(i)=ef(z,evod,ejon,eb(i))
endif
if(ec(i).eq.-1.d0)then
c(i)=-1.d0
else
c(i)=ef(z,evod,ejon,ec(i))
endif
if(ed(i).eq.-1.d0)then
d(i)=-1.d0
else
d(i)=ef(z,evod,ejon,ed(i))
endif
12 continue
c -----
c Racunanje faktora BD i njegovog kvadrata
c -----

```

```

open(3,file='tab1.dat',status='old')
call phi1(3)
do 13 i=1,jb
if(a(i).eq.-1.d0)then
fa(i)=-1.d0
ffa(i)=0.d0
else
call phif(eni,a(i),oip,fa(i))
ffa(i)=(fa(i)**2)
endif
if(b(i).eq.-1.d0)then
fb(i)=-1.d0
ffb(i)=0.d0
else
call phif(b(i),eni,oi,fb(i))
ffb(i)=(fb(i)**2)
endif
if(c(i).eq.-1.d0)then
fc(i)=-1.d0
ffc(i)=0.d0
else
call phif(enf,c(i),ofp,fc(i))
ffc(i)=(fc(i)**2)
endif
if(d(i).eq.-1.d0)then
fd(i)=-1.d0
ffd(i)=0.d0
else
call phif(d(i),enf,of,fd(i))
ffd(i)=(fd(i)**2)
endif
13 continue
close(3)
c -----
c Racunanje argumenta i Gaunt faktora
c -----
if(z.le.4.d0)then
do 14 i=1,jb
if(ea(i).eq.-1.d0)then
xip(i)=-1.d0
gip(i)=0.d0
else
xip(i)=xarg(bcon,xtemp,eli,ea(i))
if(xip(i).le.2.d0)then
gip(i)=0.9d0-(1.1d0/z)
endif
c if((xip(i).gt.2.d0).and.(xip(i).le.50.d0))then
if((xip(i).gt.2.d0).and.(xip(i).lt.100.d0))then
g1=ga(xip(i))
gip(i)=0.7d0-(1.1d0/z)+g1

```



```

endif
c  if(xip(i).gt.50.d0)then
    if(xip(i).ge.100.d0)then
        gip(i)=gax(z,bcon,xtemp,eni,eli,ea(i))
    endif
endif
    if(eb(i).eq.-1.d0)then
        xim(i)=-1.d0
        gim(i)=0.d0
    else
        xim(i)=xarg(bcon,xtemp,eli,eb(i))
        if(xim(i).le.2.d0)then
            gim(i)=0.9d0-(1.1d0/z)
        endif
c  if((xim(i).gt.2.d0).and.(xim(i).le.50.d0))then
    if((xim(i).gt.2.d0).and.(xim(i).lt.100.d0))then
        g2=ga(xim(i))
        gim(i)=0.7d0-(1.1d0/z)+g2
    endif
c  if(xim(i).gt.50.d0)then
    if(xim(i).ge.100.d0)then
        gim(i)=gax(z,bcon,xtemp,eni,eli,eb(i))
    endif
endif
    if(ec(i).eq.-1.d0)then
        xfp(i)=-1.d0
        gfp(i)=0.d0
    else
        xfp(i)=xarg(bcon,xtemp,elf,ec(i))
        if(xfp(i).le.2.d0)then
            gfp(i)=0.9d0-(1.1d0/z)
        endif
c  if((xfp(i).gt.2.d0).and.(xfp(i).le.50.d0))then
    if((xfp(i).gt.2.d0).and.(xfp(i).lt.100.d0))then
        g3=ga(xfp(i))
        gfp(i)=0.7d0-(1.1d0/z)+g3
    endif
c  if(xfp(i).gt.50.d0)then
    if(xfp(i).ge.100.d0)then
        gfp(i)=gax(z,bcon,xtemp,enf,elf,ec(i))
    endif
endif
    if(ed(i).eq.-1.d0)then
        xfm(i)=-1.d0
        gfm(i)=0.d0
    else
        xfm(i)=xarg(bcon,xtemp,elf,ed(i))
        if(xfm(i).le.2.d0)then
            gfm(i)=0.9d0-(1.1d0/z)
        endif
endif

```

```

c  if((xfm(i).gt.2.d0).and.(xfm(i).le.50.d0))then
    if((xfm(i).gt.2.d0).and.(xfm(i).lt.100.d0))then
        g4=ga(xfm(i))
        gfm(i)=0.7d0-(1.1d0/z)+g4
    endif
c  if(xfm(i).gt.50.d0)then
    if(xfm(i).ge.100.d0)then
        gfm(i)=gax(z,bcon,xtemp,enf,elf,ed(i))
    endif
    endif
14  continue
    xeni=(3.d0*bcon*xtemp*(eni**3))/(4.d0*(z**2)*evod)
    g5=ga(xeni)
    xenf=(3.d0*bcon*xtemp*(enf**3))/(4.d0*(z**2)*evod)
    g6=ga(xenf)
    endif

```

c -----

c Racunanje kvadratnih matricnih elemenata

c -----

```

do 15 i=1,jb
    if(ea(i).eq.-1.d0)then
        rip(i)=0.d0
    else
        rip(i)=rk(z,eni,oip,a4(i))
    endif
    if(eb(i).eq.-1.d0)then
        rim(i)=0.d0
    else
        rim(i)=rk(z,eni,oi,b4(i))
    endif
    if(ec(i).eq.-1.d0)then
        rfp(i)=0.d0
    else
        rfp(i)=rk(z,enf,ofp,c4(i))
    endif
    if(ed(i).eq.-1.d0)then
        rfm(i)=0.d0
    else
        rfm(i)=rk(z,enf,of,d4(i))
    endif

```

```

15  continue
    r5=rks(z,eni,oi)
    r6=rks(z,enf,of)

```

c -----

c Kvadrat faktora multipleta

c -----

```

do 16 i=1,jb
    if(a1(i).eq.-1.d0)then
        rra(i)=0.d0
    else

```

```

rra(i)=rklm(a1(i),a2(i),a3(i),a4(i),a5(i))
endif
if(b1(i).eq.-1.d0)then
rrb(i)=0.d0
else
rrb(i)=rklm(b1(i),b2(i),b3(i),b4(i),b5(i))
endif
if(c1(i).eq.-1.d0)then
rrc(i)=0.d0
else
rrc(i)=rklm(c1(i),c2(i),c3(i),c4(i),c5(i))
endif
if(d1(i).eq.-1.d0)then
rrd(i)=0.d0
else
rrd(i)=rklm(d1(i),d2(i),d3(i),d4(i),d5(i))
endif
16 continue
c -----
c Suma
c -----
  suma=0
  do 17 i=1,jb
  suma=suma+rip(i)*ffa(i)*rra(i)*gip(i)+rim(i)*ffb(i)*rrb(i)*gim(i)+
  *rfp(i)*ffc(i)*rrc(i)*gfp(i)+rfm(i)*ffd(i)*rrd(i)*gfm(i)
17 continue
  xsuma=suma+r5*g5+r6*g6
c -----
c Spektralna sirina-w u Angstromima
c -----
  w=(const/1.0d-10)*(xkonc*(xtd**2)/dsqrt(xtemp))*xsuma
c -----
c Upisivanje medjurezultata u izlaznu datoteku
c -----
  print*, ' '
100 format(1x,'w = ',d11.4)
  write(*,100) w
101 format(1x,d7.1)
  write(2,101) xkonc/1.0d06
102 format(1x,f7.1)
  write(2,102) xtd/1.0d-10
103 format(1x,f7.0)
  write(2,103) xtemp
c104 format(4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4)
c  write(2,104) oi,of
c  write(2,104) oip,oim,ofp,ofm
c105 format(4x,f7.4,4x,f7.4)
c  write(2,105) eni,enf
c  do 18 i=1,jb
c106 format(4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4)

```

```

c   write(2,106) a(i),b(i),c(i),d(i)
c18  continue
c   do 19 i=1,jb
c107 format(4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4)
c   write(2,107) fa(i),fb(i),fc(i),fd(i)
c19  continue
c   do 20 i=1,jb
c108 format(4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4)
c   write(2,108) ffa(i),ffb(i),ffc(i),ffd(i)
c20  continue
c   do 21 i=1,jb
c109 format(4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4)
c   write(2,109) xip(i),xim(i),xip(i),xip(i)
c21  continue
c   do 22 i=1,jb
c110 format(4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4)
c   write(2,110) gip(i),gim(i),gip(i),gip(i)
c22  continue
c111 format(4x,f7.4,4x,f7.4)
c   write(2,111) xeni,xenf
c112 format(4x,f7.4,4x,f7.4)
c   write(2,112) g5,g6
c   do 23 i=1,jb
c113 format(4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4)
c   write(2,113) rip(i),rim(i),rip(i),rip(i)
c23  continue
c114 format(4x,f7.4,4x,f7.4)
c   write(2,114) r5,r6
c   do 24 i=1,jb
c115 format(4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4,4x,f7.4)
c   write(2,115) rra(i),rrb(i),rrc(i),rrd(i)
c24  continue
      write(2,*)
116  format(1x,d11.4)
      write(2,116) w
      write(2,*)
      goto 33
44  close(2)
      close(1)
      end
c -----
c F-ja za racunanje efektivnog kvantnog broja
c -----
      function ef(z,evod,ejon,en)
      implicit double precision (a-h,o-z)
      ef=z*(dsqrt(evod/(ejon-en)))
      return
      end
c -----
c Podprogram izracunava (interpolacijom u dvodimenzionoj

```

c tabeli) funkciju radijalnog integrala za efektivne kvantne  
c brojeve. (XN1) je efektivni kvantni broj NL-1,(XN2) je  
c efektivni kvantni broj NL,(XL) je veci orbitni kvantni broj

```

c -----
SUBROUTINE PHIF(XN1,XN2,XL,PHI)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON X(4,81),Y(4,12),Z(4,81,12),XI(4),YI(4),F(4),
+FF(4)
LOGICAL ERROR,CLIC
C
CLIC=.TRUE.

K=4
DELN=XN1-XN2
L=IDINT(XL)
C
C NALAZENJE SUSEDNIH TACAKA (4 ZA SVAKI PRAVAC)
C
1 IF(L.GT.4) GO TO 14
DO 2 I=1,12
IF(XN2.LE.Y(L,I)) GO TO 3
2 CONTINUE
GO TO 14
3 IY=I-3

IF(I-2) 4,5,6
4 IY=IY+1
5 IY=IY+1
6 IF(I.EQ.12) IY=IY-1
C
DO 7 J=1,81
IF(DELN.LE.X(L,J)) GO TO 8
7 CONTINUE
GO TO 14
8 IX=J-3
IF(J-2) 14,10,11
10 IX=IX+1
11 IF(J.EQ.81) IX=IX-1
C
DO 13 J=1,4
DO 12 I=1,4
MX=J+IX
MY=I+IY
YI(I)=Y(L,MY)
12 F(I)=Z(L,MX,MY)
C
CALL APRINT(YI,F,K,K-1,CLIC,ERROR,XN2,FIN)
C NALAZENJE INTERPOLISANE VREDNOSTI
XI(J)=X(L,MX)

```

```

13 FF(J)=FIN
C
  CALL APRINT(XI,FF,K,K-1,CLIC,ERROR,DELN,FINT)
  PHI=FINT
C
  IF(ERROR) GO TO 15
  RETURN
14 PHI=0.0
  RETURN
15 PHI=0.0
  RETURN
C UCITAVANJE TABELE
C
  ENTRY PHI1(IFIN)
C
305 CONTINUE
  DO 19 I=1,IFIN
  READ(3,201) (Y(I,J),J=1,12)
  DO 19 J=1,81
  READ(3,2201) X(I,J),(Z(I,J,K),K=1,12)
19 CONTINUE
  RETURN
C
201 FORMAT(12F6.0)
2201 FORMAT(F6.3,12F6.4)
  END
c -----
c Podprogram vrsi Newtonovu polinomijalnu aproksimaciju,
c stepena n-1 i nizeg (IDEG),tablicno date funkcije i
c interpolaciju aktuelnog argumenta (XARG)
c -----
  SUBROUTINE APRINT(X,Y,N,IDEG,CLIC,ERROR,XARG,FNEWT)
  IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
  LOGICAL CLIC,ERROR
  DIMENSION X(4),Y(4),TAB(20,3)
C
  IF(IDEG.LT.N) GO TO 2
  ERROR=.TRUE.
1 RETURN
C
C TABELIRANJE KOLICNIKA PRIRASTAJA U MATRICNOJ FORMI
C
2 NM1=N-1
  DO 3 I=1,NM1
3 TAB(I,1)=(Y(I+1)-Y(I))/(X(I+1)-X(I))
  DO 4 J=2,IDEG
  DO 4 I=J,NM1
  ISUB=I+1-J
4 TAB(I,J)=(TAB(I,J-1)-TAB(I-1,J-1))/(X(I+1)-X(ISUB))
  ERROR=.FALSE.

```

```

        IF(CLIC) GO TO 6
5   RETURN
C
    ENTRY APRNT1(XARG,FNEWT)
6   DO 7 I=1,N
7   IF(I.EQ.N.OR.XARG.LE.X(I)) GO TO 8
8   MAX=I+IDEG/2
C
    IF(MAX.GT.N) MAX=N
    IF(MAX.LE.IDEG) MAX=IDEG+1
C
C   IZRACUNAVANJE INTERPOLISANE VREDNOSTI
C
    YEST=TAB(MAX-1,IDEG)
    IF(IDEG.LE.1) GO TO 10
C
    IM1=IDEG-1
    DO 9 I=1,IM1
    ISUB1=MAX-I
    ISUB2=IDEG-I
9   YEST=YEST*(XARG-X(ISUB1))+TAB(ISUB1-1,ISUB2)
10  ISUB1=MAX-IDEG
    FNEWT=YEST*(XARG-X(ISUB1))+Y(ISUB1)
    RETURN
C
    END
    SUBROUTINE ALI(X,Y,Z,V)
    IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
    DIMENSION Y(19),Z(19)
    IF(X.LE.2.) GO TO 3
    DO 1 I=1,19
    K=I
    IF(X.LE.Y(I)) GO TO 2
1   CONTINUE
2   CONTINUE
    I=K
    A=Y(I-1)
    C=Z(I-1)
    B=Y(I)
    D=Z(I)
    V=(X-A)*D/(B-A)+(B-X)*C/(B-A)
    GO TO 4
3   V=0.2
5   FORMAT(2X,8F5.6,/)
6   FORMAT(2X,I1,3F5.6,/)
4   RETURN
    END

```

c -----

c F-ja za racunanje argumenta Gaunt faktora

c -----

```

function xarg(bcon,xtemp,el,en)
implicit double precision (a-h,o-z)
xarg=(3.d0*bcon*xtemp)/(2.d0*(dabs(el-en)))
return
end

c -----
c Linearna interpolacija Gaunt faktora
c -----

function ga(xint)
implicit double precision (a-h,o-z)
parameter (np=19)
dimension x(np),y(np)
open(4,file='gmse.dat',status='old')
do 10 i=1,np
read(4,*)x(i),y(i)
10 continue
close(4)
do 30 j=1,np-1
if ((xint.ge.x(j)).and.(xint.le.x(j+1))) then
ga=y(j)+((y(j+1)-y(j))/(x(j+1)-x(j)))*(xint-x(j))
endif
30 continue
return
end

c -----
c F-ja za racunanje Gaunt faktora za x>50
c F-ja za racunanje Gaunt faktora za x> ili = 100
c -----

function gax(z,bcon,xtemp,ekb,el,en)
implicit double precision (a-h,o-z)
gax=0.55133d0*(0.5d0+dlog((2.d0*z*bcon*xtemp)/
*((ekb**2)*dabs(el-en))))
c gax=1.9d0-(1.1d0/z)+(1.973d0+0.55133d0*dlog(z/(ekb**2))-
c *0.9d0+(1.1d0/z))*
c *(((3.d0*bcon*xtemp)/(2.d0*(dabs(el-en)))-50.d0)/50.d0)
return
end

c -----
c F-ja za racunanje kvadratnih matricnih elemenata
c -----

function rk(z,enj,orbm,orb)
implicit double precision (a-h,o-z)
rk=(((3.d0*enj)/(2.d0*z))**2)*(orbm/(2.d0*orb+1.d0))*
*(enj**2-(orbm**2))
return
end

c -----
c F-ja za racunanje sume kvadratnih matricnih elemenata
c -----

function rks(z,enj,orbj)

```



```

implicit double precision (a-h,o-z)
rks=(((3.d0*enj)/(2.d0*z))**2)*(1.d0/9.d0)*
*((enj**2)+3.d0*(orbj**2)+3.d0*orbj+11.d0)
return
end

```

c -----  
c Kvadrat faktora linije/multiplera za prelaz tipa K l--K l'  
c -----

```

function rkln(x1,x2,x3,x4,x5)
implicit double precision (a-h,o-z)

```

```

c
s11=x1+x2-x3
s12=x1-x2+x3
s13=-x1+x2+x3
s14=x1+x2+x3+1
call fl(s11,s1)
call fl(s12,s2)
call fl(s13,s3)
call fl(s14,s4)
su1=s1*s2*s3/s4
su=dsqrt(su1)

```

```

c
as11=x1+x4-x5
as12=x1-x4+x5
as13=-x1+x4+x5
as14=x1+x4+x5+1
call fl(as11,as1)
call fl(as12,as2)
call fl(as13,as3)
call fl(as14,as4)
asu1=as1*as2*as3/as4
asu=dsqrt(asu1)

```

```

c
bs11=1+x2-x4
bs12=1-x2+x4
bs13=-1+x2+x4
bs14=1+x2+x4+1
call fl(bs11,bs1)
call fl(bs12,bs2)
call fl(bs13,bs3)
call fl(bs14,bs4)
bsu1=bs1*bs2*bs3/bs4
bsu=dsqrt(bsu1)

```

```

c
cs11=1+x5-x3
cs12=1-x5+x3
cs13=-1+x5+x3
cs14=1+x5+x3+1
call fl(cs11,cs1)
call fl(cs12,cs2)

```

```

call fl(cs13,cs3)
call fl(cs14,cs4)
csu1=cs1*cs2*cs3/cs4
csu=dsqrt(csu1)

```

c -----

c Racunanje sume

c -----

```

z11=x1+x2+x3
z12=x1+x5+x4
z13=1+x2+x4
z14=1+x5+x3
z1=max(z11,z12,z13,z14)
z21=x1+x2+x5+1
z22=x2+x3+x5+x4
z23=x1+x3+x4+1
z2=min(z21,z22,z23)
k=int(z1)
m=int(z2)

```

c

```

sum=0
do 20 i=k,m
j=i+1
yc=real(j)
call fl(yc,yt)
r1=i-z11
r2=i-z12
r3=i-z13
r4=i-z14
g1=z21-i
g2=z22-i
g3=z23-i
call fl(r1,y1)
call fl(r2,y2)
call fl(r3,y3)
call fl(r4,y4)
call fl(g1,y5)
call fl(g2,y6)
call fl(g3,y7)
tt1=y1*y2*y3*y4*y5*y6*y7
znak=(-1)**i
tt=znak*yt/tt1
sum=sum+tt

```

20 continue

c -----

c Racunanje kvadrata faktora linije

c -----

```

tr1=2*x2+1
tr2=2*x4+1
tr3=dsqrt(tr1)
tr4=dsqrt(tr2)

```

```

      sx=tr4*tr3*su*asu*csu*bsu*sum
c -----
c Rezultati racunice:
c -----
      rklm=sx*sx
      m1=int(x1)
      m2=int(x2)
      m3=int(x4)
      end
c -----
c Faktorijel-podprogram
c -----
      subroutine fl(x,y)
      implicit double precision (a-h,o-z)
      k=int(x)
      s=1.
      if(k.eq.0) k=k+1
      do 10 i=1,k
      s=s*i
10  continue
      y=s
      end
c -----

```

## WMSEKON.BAS

```

REM ***** PROGRAM ZA KREIRANJE INICIJALNOG FAJLA ZA
REM ***** IZRACUNAVANJE STARKOVIH SIRINA PO SEM METODI I
UPROSCENO
REM ***** IZRACUNAVANJE ISTIH - JEDNOSTAVNI SPEKTAR
konst# = 2.21577 * 10 ^ (-20)
evod# = 109737.7
bcon# = .69504
xkonc# = 10 ^ 23
INPUT "Upisi naziv atoma: ", elem$
INPUT "Upisi naziv prijelaza: ", prij$
OPEN elem$ + prij$ + ".in" FOR OUTPUT AS #1
OPEN elem$ + prij$ + ".tab" FOR OUTPUT AS #2
INPUT "Broj spektralnih linija koje nastaju u prijelazu: ", brlin
FOR broj1 = 1 TO brlin
PRINT "Racunam sirinu za liniju ", broj1; " ..."
INPUT "Eli= ", Eli#
INPUT "Elip= ", Elip#
INPUT "Elim= ", Elim#
INPUT "Elf= ", Elf#
INPUT "Elfp= ", Elfp#
INPUT "Elfm= ", Elfm#
INPUT "Z = ", Z
INPUT "li = ", li

```

```

INPUT "lf = ", lf
INPUT "Eion = ", Ei#
PRINT "Upisujem podatke za racunanje kvadrata faktora multipleta ..."
PRINT "Jednostavni spektar ..."
INPUT "Lc = ", llc
INPUT "Lp= ", llp
INPUT "lp = ", lp
INPUT "Lk = ", llk
INPUT "lk = ", lk
FOR broj2 = 1 TO 7
READ t
lambda# = 1 / ABS(Eli# - Elf#)
lambda# = lambda# / 100
PRINT "Valna duljina u m iznosi: ", lambda#
PRINT "Racunam sirinu na temperaturi ", t; " ..."
IF Elip# = -1 THEN
llcip = -1
lip = -1
lipk = -1
ELSE
llcip = llc
lip = li + 1
lipk = li
END IF
IF Elim# = -1 THEN
llcim = -1
lim = -1
limk = -1
ELSE
llcim = llc
lim = li - 1
limk = li
END IF
IF Elfp# = -1 THEN
llcfp = -1
lfp = -1
lfpk = -1
ELSE
llcfp = llc
lfp = lf + 1
lfpk = lf
END IF
IF Elfm# = -1 THEN
llcfm = -1
lfm = -1
lfmk = -1
ELSE
llcfm = llc
lfm = lf - 1
lfmk = lf

```

```

END IF
PRINT #1, xkonc#
PRINT #1, lambda#
PRINT #1, t
PRINT #1, Z
PRINT #1, li
PRINT #1, lf
PRINT #1, Ei#
PRINT #1, Eli#
PRINT #1, Elf#
PRINT #1, "-1,-1,-1,-1"
PRINT #1, "-1,-1,-1,-1"
PRINT #1, Elip#; ", "; Elim#; ", "; Elfp#; ", "; Elfm#
PRINT #1, "-1,-1,-1,-1"
PRINT #1, "-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1"
PRINT #1, "-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1"
PRINT #1, llcip; ", "; lip; ", "; lip; ", "; lipk; ", "; lipk; ", "; llcim; ", "; limk; ", "; limk; ", ";
lim; ", "; lim; ", "; llcfp; ", "; lfp; ", "; lfp; ", "; lfpk; ", "; lfpk; ", "; llcfm; ", "; lfmk; ", ";
lfmk; ", "; lfm; ", "; lfm
PRINT #1, "-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1"
PRINT #1, " "
nefli# = Z * SQR(evod# / ABS(Ei# - Eli#))
neflf# = Z * SQR(evod# / ABS(Ei# - Elf#))
IF Elim# = -1 THEN delim# = -1 ELSE delim# = ABS(Eli# - Elim#)
IF Elip# = -1 THEN delip# = -1 ELSE delip# = ABS(Eli# - Elip#)
IF delim# < delip# THEN deli# = delim# ELSE deli# = delip#
IF Elfm# = -1 THEN delfm# = -1 ELSE delfm# = ABS(Elf# - Elfm#)
IF Elfp# = -1 THEN delfp# = -1 ELSE delfp# = ABS(Elf# - Elfp#)
IF delfm# < delfp# THEN delf# = delfm# ELSE delf# = delfp#
IF deli# <> -1 THEN xi# = 1.5 * bcon# * t / deli# ELSE xi# = -1
IF delf# <> -1 THEN xf# = 1.5 * bcon# * t / delf# ELSE xf# = -1
xih# = .75 * bcon# * t * (nefli# ^ 3) / (Z * Z * evod#)
xfh# = .75 * bcon# * t * (neflf# ^ 3) / (Z * Z * evod#)
IF (xi# <= 2 AND xf# <= 2) THEN wmseu# = 9 * konst# * lambda# * lambda# *
xkonc# * (.9 - 1.1 / Z) * ((nefli# * nefli#) * (nefli# * nefli# - li * li - li - 1) +
(neflf# * neflf#) * (neflf# * neflf# - lf * lf - lf - 1)) / (SQR(t) * 4 * Z * Z) _
ELSE wmseu# = -1
PRINT #2, elem$, prij$
PRINT #2, "lambda =", lambda#
PRINT #2, "T = ", t
REM PRINT #2, xih#, xfh#
REM PRINT #2, xi#, xf#
REM PRINT #2, delim#, delip#, deli#
REM PRINT #2, delfm#, delfp#, delf#
PRINT #2, "Wmseu = ", wmseu#
NEXT broj2
RESTORE
DATA 10000,20000,50000,100000,200000,300000,500000
NEXT broj1

```

```

PRINT "Racun gotov. Podaci su u datotekama ", elem$ + "_" + prij$ + ".in"; " i ",
elem$ + "_" + prij$ + ".tab"
CLOSE #1, #2
END

```

### WMSEKONS.BAS

```

REM ***** PROGRAM ZA KREIRANJE INICIJALNOG FAJLA ZA
REM ***** IZRACUNAVANJE STARKOVIIH SIRINA PO SEM METODI I
UPROSCENO
REM ***** IZRACUNAVANJE ISTIH - SLOZENI SPEKTAR
konst# = 2.21577 * 10 ^ (-20)
evod# = 109737.7
bcon# = .69504
xkonc# = 10 ^ 23
INPUT "Upisi naziv atoma: ", elem$
INPUT "Upisi naziv prijelaza: ", prij$
OPEN elem$ + prij$ + ".in" FOR OUTPUT AS #1
OPEN elem$ + prij$ + ".tab" FOR OUTPUT AS #2
INPUT "Broj spektralnih linija koje nastaju u prijelazu: ", brlin
FOR broj1 = 1 TO brlin
PRINT "Racunam sirinu za liniju ", broj1; " ..."
INPUT "Eli= ", Eli#
INPUT "Elip= ", Elip#
INPUT "Elim= ", Elim#
INPUT "Elf= ", Elf#
INPUT "Elfp= ", Elfp#
INPUT "Elfm= ", Elfm#
INPUT "Z = ", Z
INPUT "li = ", li
INPUT "lf = ", lf
INPUT "Eion = ", Ei#
PRINT "Upisujem podatke za racunanje kvadrata faktora multipleta ..."
PRINT "Slozeni spektar ..."
INPUT "Lc = ", llc
INPUT "Li= ", lli
INPUT "Lip= ", llip
INPUT "Lik= ", llik
INPUT "lp = ", lp
INPUT "Lf= ", llf
INPUT "Lfp = ", llfp
INPUT "Lfk= ", llfk
INPUT "lk = ", lk
FOR broj2 = 1 TO 7
READ t
lambda# = 1 / ABS(Eli# - Elf#)
lambda# = lambda# / 100
PRINT "Valna duljina u m iznosi: ", lambda#

```

```

PRINT "Racunam sirinu na temperaturi ", t; " ..."
IF Elip# = -1 THEN
llcip = -1
llipp = -1
llipk = -1
lipp = -1
lipk = -1
ELSE
llcip = llc
llipp = llip
llipk = lli
lipp = li + 1
lipk = li
END IF
IF Elim# = -1 THEN
llcim = -1
llimp = -1
llimk = -1
limp = -1
limk = -1
ELSE
llcim = llc
llimp = llik
llimk = lli
limp = li
limk = li - 1
END IF
IF Elfp# = -1 THEN
llcfp = -1
llfpp = -1
llfpk = -1
lfpp = -1
lfk = -1
ELSE
llcfp = llc
llfpp = llfp
llfpk = llf
lfpp = lf + 1
lfpk = lf
END IF
IF Elfm# = -1 THEN
llcfm = -1
llfmp = -1
llfmk = -1
lfmp = -1
lfmk = -1
ELSE
llcfm = llc
llfmp = llfk
llfmk = llf

```





```

NEXT broj1
PRINT "Racun gotov. Podaci su u datotekama ", elem$ + "_" + prij$ + ".in"; " i ",
elem$ + "_" + prij$ + ".tab"
CLOSE #1, #2
END

```

### WPUR.BAS

```

INPUT "Upisi naziv atoma: ", elem$
INPUT "Upisi prijelaz: ", prij$
OPEN elem$ + prij$ + ".in" FOR INPUT AS #1
OPEN elem$ + prij$ + ".pu1" FOR OUTPUT AS #2
100
INPUT #1, N
INPUT #1, lambda#
INPUT #1, t
INPUT #1, Z
INPUT #1, li
INPUT #1, lf
INPUT #1, Eion#
INPUT #1, Ei#
INPUT #1, Ef#
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
REM apur = 6.76 * 10 ^ 12
REM bpur# = 3.33
apur = 1.95 * 10 ^ 12
bpur# = 3.1
hi# = (Eion# - Ef#) * .000123984#
hi1# = (Eion# - Ei#) * .000123984#
apurkonv# = 1.95 * SQR(100000) * 10 ^ (-29) / 6 / 3.1415927#
REM konv# = 10 ^ (-16) / 6 / 3.1415927#
REM konv# = 4.32 * 10 ^ (-6) / 1.82 / 10 ^ 15
lambda# = lambda# * 10 ^ 10
REM wpur# = 2.52 * N * Z ^ 2.2 * lambda# * lambda# * hi# ^ (-1.73) * 10 ^ (-26) /
SQR(t)
REM wpur# = 4.32 * Z ^ 5.2 * lambda# * lambda# * N / hi# ^ 4.63 / 10 ^ 6 / SQR(t)
wpur# = apurkonv# * Z ^ 5.2 * lambda# * lambda# * N / hi# ^ bpur# / SQR(t)
wpur1# = apurkonv# * Z ^ 5.2 * lambda# * lambda# * N / hi1# ^ bpur# / SQR(t)
PRINT #2, "lambda= ", lambda#
PRINT #2, "T= ", t
PRINT #2, "a1= ", apur

```

```

PRINT #2, "a= ", apurkonv#
PRINT #2, "b= ", bpur#
PRINT #2, "wpur= ", wpur#
PRINT #2, "wpur1= ", wpur1#
PRINT #2, " "
IF EOF(1) = false THEN
GOTO 100
ELSE
GOTO 200
END IF
200
CLOSE #1, #2
END

```

### WPUR2.BAS

```

INPUT "Upisi naziv atoma: ", elem$
INPUT "Upisi prijelaz: ", prij$
OPEN elem$ + prij$ + ".in" FOR INPUT AS #1
OPEN elem$ + prij$ + ".pu2" FOR OUTPUT AS #2
100
INPUT #1, N
INPUT #1, lambda#
INPUT #1, t
INPUT #1, Z
INPUT #1, li
INPUT #1, lf
INPUT #1, Eion#
INPUT #1, Ei#
INPUT #1, Ef#
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
LINE INPUT #1, dami1$
apur = 6.76 * 10 ^ 12
bpur# = 3.33
REM apur = 1.95 * 10 ^ 12
REM bpur# = 3.1
hi# = (Eion# - Ef#) * .000123984#
hi1# = (Eion# - Ei#) * .000123984#
REM apurkonv# = 1.95 * SQR(100000) * 10 ^ (-29) / 6 / 3.1415927#
apurkonv# = 6.76 * SQR(100000) * 10 ^ (-29) / 6 / 3.1415927#
REM konv# = 10 ^ (-16) / 6 / 3.1415927#
REM konv# = 4.32 * 10 ^ (-6) / 1.82 / 10 ^ 15
lambda# = lambda# * 10 ^ 10

```

```

REM wpur# = 2.52 * N * Z ^ 2.2 * lambda# * lambda# * hi# ^ (-1.73) * 10 ^ (-26) /
SQR(t)
REM wpur# = 4.32 * Z ^ 5.2 * lambda# * lambda# * N / hi# ^ 4.63 / 10 ^ 6 / SQR(t)
wpur# = apurkonv# * Z ^ 5.2 * lambda# * lambda# * N / hi# ^ bpur# / SQR(t)
REM wpur1# = apurkonv# * Z ^ 5.2 * lambda# * lambda# * N / hi1# ^ bpur# /
SQR(t)
PRINT #2, "lambda= ", lambda#
PRINT #2, "T= ", t
PRINT #2, "a1= ", apur
PRINT #2, "a= ", apurkonv#
PRINT #2, "b= ", bpur#
PRINT #2, "wpur= ", wpur#
PRINT #2, "wpur1= ", wpur1#
PRINT #2, " "
IF EOF(1) = false THEN
GOTO 100
ELSE
GOTO 200
END IF
200
CLOSE #1, #2
END

```

## **Životopis i popis radova**

### Životopis

Zlatko Majlinger rođen je u Sarajevu 1967. godine, ali od svog rođenja živi u Rijeci. Osnovnu i srednju školu pohađa u Rijeci, nakon čega se upisuje na studij matematike i fizike na Pedagoškom fakultetu u Rijeci (sadašnji Filozofski fakultet), kojeg završava 1993. godine, te tako stiče titulu profesora matematike i fizike. Nakon 11 godina rada u Hrvatskom Telekomu, upisuje magisterij na PMF-u u Zagrebu na području atomske i molekulske fizike i astrofizike. Magisterij završava 2007. godine, čime stiče titulu magistra fizike. Daljnje dvije i pol godine, od 2007. do 2009. radi kao znanstveni novak u odsjeku za fiziku Filozofskog fakulteta u Rijeci, u vremenu procesa odvajanja tog odsjeka u zasebni odjel pri Sveučilištu u Rijeci. U međuvremenu obavlja privremene poslove nastavnika matematike i fizike u osnovnim i srednjim školama u Rijeci i okolici. Suradnju sa srpskim znanstvenicima sa Astronomske zvjezdarnice u Beogradu započinje 2010. godine, što 2015. godine rezultira objavljivanjem njegovih prvih znanstvenih radova iz područja teorije Starkovog širenja.

### Popis znanstvenih radova

#### Radovi u časopisima

##### **Znanstveni i pregledni radovi u CC časopisima**

Almodlej, A., Majlinger, Z., Ben Nessib, Nabil, Dimitrijević, S. Milan & Srećković, A. (2021) Impact of Stark broadening on Co II spectral line modelling in hot stars. European physical journal D : atomic, molecular and optical physics, 75 (4), 141, 5 doi:10.1140/epjd/s10053-021-00149-w.

Majlinger, Z., Dimitrijević, M. & Srećković, V. (2020) Stark broadening of Co II spectral lines in hot stars and white dwarf spectra. Monthly notices of the Royal Astronomical Society, 496 (2), 5584-5590 doi:10.1093/mnras/staa1947.

Majlinger, Z., Simić, Z. & Dimitrijević, M. (2017) Stark broadening of Zr IV spectral lines in the atmospheres of chemically peculiar stars. *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, 470 (2), 1911-1918 doi:10.1093/mnras/stx1321.

Majlinger, Z., Dimitrijević, S. & Simić, Z. (2017) Regularities and Systematic Trends on Zr IV Stark Widths. *Atoms*, 5 (4), 49-54 doi:10.3390/atoms5040049.

Majlinger, Z., Simić, Z. & Dimitrijević, M. (2015) On the Stark Broadening of Lu III Spectral Lines. *Journal of astrophysics and astronomy*, 36 (4), 671-679 doi:10.1007/s12036-015-9362-9.

Majlinger, Z., Božanić, A., Petravić, M., Kim, K., Kim, B. & Yang, Y. (2009) NEXAFS and XPS study of GaN formation on ion-bombarded GaAs surfaces. *Vacuum*, 84 (1 Special Issue), 41-44.

Božanić, A., Majlinger, Z., Petravić, M., Gao, Q., Llewellyn, D., Crotti, C., Yang Y.-W., Kim, K. & Kim, B. (2009) Characterisation of molecular nitrogen in ion-bombarded compound semiconductors by synchrotron-based absorption and emission spectroscopies. *Vacuum*, 84 (1 Special Issue), 37-40.

Božanić, A., Majlinger, Z., Petravić, M., Gao, Q., Llewellyn, D., Crotti, C. & Yang, Y. (2008) Characterisation of molecular nitrogen in III-V compound semiconductors by near-edge X-ray absorption fine structure and photoemission spectroscopies. *Journal of vacuum science & technology. B*, 26 (4), 592-596.

Majlinger, Z., Božanić, A., Petravić, M., Kim, K., Kim, B. & Yang, Y. (2008) Interaction of low-energy nitrogen ions with GaAs surfaces. *Journal of applied physics*, 104, 063527-1.

Kotnik-Karuza, D., Jurdana-Šepić, R. & Majlinger, Z. (2004) Molecular spectroscopy of CH Cygni in the 1998-2000 active phase. *Baltic astronomy*, 13, 148-150.

## **Znanstveni i pregledni radovi u ostalim časopisima**

- Majlinger, Z., Dimitrijević, S. & Srećković, A. (2021) Stark broadening of Co II spectral lines for stellar spectra investigations. *Publications de l'Observatoire Astronomique de Belgrade*, 100, 391-394.
- Majlinger, Z. & Dimitrijević, S. (2020) Stark broadening of Co II spectral lines in stellar atmosphere. *Data*, Special Issue "Astronomy in the Big Data Era: Perspectives", 5, 74, 9 doi:10.3390/data5030074.
- Majlinger, Z., Dimitrijević, M. & Srećković, V. (2020) Regularities and systematic trends on Lu III Stark widths. *Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso*, 50 (1), 164-170 doi:10.31577/caosp.2020.50.1.164.
- Majlinger, Z., Dimitrijević, S. & Simić, Z. (2018) On the Stark broadening of Co II spectral lines. *Astronomical and astrophysical transactions*, 30 (3), 323-330.
- Majlinger, Z., Simić, Z. & Dimitrijević, M. (2017) Spectral lines of Zr IV in the atmosphere of chemically peculiar stars. *Publications of the Astronomical Observatory of Belgrade*, 96, 133-139.

## **Sažeci sa skupova**

### **Sažeci u zbornicima i časopisima**

- Majlinger, Zlatko, Dimitrijević, Milan S., Srećković, Vladimir A. (2022) Curve fitting method of Stark width determination – example of H I line in G191-B2B spectrum. U: Srećković, V. A., Dimitrijević, M. S., Veselinović, N. Cvetanović, N. (ur.) *IV Meeting on Astrophysical Spectroscopy - A&M DATA - Atmosphere (Book of Abstracts and Contributed Papers)*. Belgrade, Institute of Physics, Belgrade, str. 9-9.
- Majlinger, Z., Dimitrijević, S. & Srećković, A. (2020) On the temperature dependence of Stark widths. U: Popović, L. Č., Borka, D., Ilić, D., Srećković, V. (ur.)

Publications Of The Astronomical Observatory Of Belgrade No. 99. Belgrade, Astronomical Observatory Of Belgrade, str. 271-271.

Majlinger, Z., Dimitrijević, S. & Srećković, A. (2019) Regularities and systematic trends on Lu III Stark widths. U: Ilić, D., Stambulchik, E., Kovačević, S., Popović, L. C. (ur.) Book of Abstracts. Belgrade, Faculty of Mathematics, University of Belgrade, str. 52-52.

Majlinger, Z., Dimitrijević, Milan, S. & Simić, Z. (2016) On the Stark Broadening of Co II Spectral Lines. U: M. S. Dimitrijević and M. K. Tsvetkov (ur.) X Serbian-Bulgarian Astronomical Conference. Belgrade, Astronomical Observatory, str. 70-70.

Majlinger, Z. & Simić, Zoran, Dimitrijević, Milan S. (2015) On the Stark Broadening Of Lu III Spectral Lines. U: L. Č. Popović, M. S. Dimitrijević, S. Simić (ur.) X Serbian Conference on Spectral Line Shapes in Astrophysics. Belgrade, Astronomical Observatory, str. 36-36.

Jurdana-Šepić, R., Kotnik-Karuza, D. & Majlinger, Z. (2003) Temperatures in the atmosphere of the cool component of CH Cygni. U: Pavlovski, K. & Hensberge, H. (ur.) Spectroscopically and Spatially Resolving the Components of Close Binary Stars : abstracts. Zagreb, str. 28-28.

Jurdana-Šepić, R., Kotnik-Karuza, D., Majlinger, Z. & Pavlenko, Y. (2003) Molekulska spektroskopija simbiotske zvijezde CH Cyg u provali 1998-2000. godine. U: Kumerički, K. (ur.) Četvrti znanstveni sastanak Hrvatskog fizikalnog društva : knjiga sažetaka. Zagreb, HFD, str. 75-75.

Kotnik-Karuza, D., Jurdana-Šepić, R. & Majlinger, Z. (2003) Molekulska spektroskopija CH Cygni u aktivnoj fazi 1998-2000. U: JENAM 2003 : Abstracts. Budimpešta, EAS, str. 80-80.

Kotnik-Karuza, D., Jurdana-Šepić, R. & Majlinger, Z. (2003) Cool component of CH Cygni in the 1998-2000 active phase. U: 25th General Assembly International Astronomical Union, 25th General Assembly : Abstract book. Sydney, International

Astronomical Union, str. 85-85.

Majlinger, Z., Kotnik-Karuza, D., Jurdana-Šepić, R. & Pavlenko P. Yakiv (2001) Odnos zastupljenosti kisika i ugljika u atmosferama M divova. U: Jakšić, M., Kokanović, I. & Milošević, S. (ur.) Knjiga sažetaka Trećeg znanstvenog sastanka Hrvatskoga fizikalnog društva. Zagreb, HFD, str. 71-71.

### **Druga sudjelovanja na skupovima**

Majlinger, Z., Srećković, A. & Dimitrijević, S. (2022) Curve fitting method of Stark width determination – example of Zr IV line in Feige 87 spectrum. U: XIIIth Bulgarian-Serbian Astronomical Conference. Velingrad, Bulgaria, 03.10-07.10.2022.

Majlinger, Z. & Dimitrijević, S. (2020) Stark broadening of Co II spectral lines in stellar atmosphere. U: Popović, L. Č., Srećković, V., Dimitrijević, M. S., Kovačević A. (ur.) Proceedings of the XIi serbian-bulgarian astronomical conference Sokobanja. Beograd, Publ. Astron. Soc..

Majlinger, Z., Dimitrijević, M. & Simić, Z. (2017) Regularities and Systematic Trends on Zr IV Stark Widths. U: 11th Serbian Conference on Spectral Line Shapes in Astrophysics. Šabac, Srbija, 21-25.08.2017.

### **Prošireni sažeci u zbornicima i časopisima**

Almodlej, A., Majlinger, Z., Ben Nessib, Nabil, Dimitrijević, S. Milan & Srećković, A. (2020) Impact of Stark broadening on Co II spectral line modelling in hot stars. U: Popović, Luka, Borka, Duška, Ilić, Dragana, Srećković, Vladimir (ur.) Publications Of The Astronomical Observatory Of Belgrade No 99. Belgrade, Astronomical Observatory Of Belgrade, str. 283-286.

Majlinger, Z., Dimitrijević, S. & Srećković, A. (2020) Stark broadening of Co II spectral lines for stellar spectra investigations. U: Proceedings of the XIX Serbian



Astronomical Conference, Publications of the Astronomical Observatory of Belgrade.  
Beograd, Srbija, str. 391-394.

## Knjige, poglavlja u knjigama i radovi u zbornicima skupova

### Poglavlja u knjigama

Jurdana-Šepić, R., Kotnik-Karuza, D., Majlinger, Z. & Pavlenko, Y. (2004)  
Temperatures in the atmosphere of the cool component of CH Cygni. U: Hilditch, R.,  
Hensberge, H. & Pavlovski, K. (ur.) Spectroscopically and spatially resolving the  
components of close binary stars. San Francisco, Astronomical Society of the Pacific,  
str. 371-373.

### Znanstveni radovi u zbornicima skupova

Majlinger, Z. & Simić, Zoran, Dimitrijević, Milan, S. (2014) On the Stark  
Broadening of Zr IV in the Spectra of DB White Dwarfs. U: M. Tsvetkov, M. S.  
Dimitrijević, O. Kounchev, D. Jevremović, K. Tsvetkova (ur.) Proceedings of the  
IX Bulgarian-Serbian Astronomical Conference: Astroinformatics. Sofia, Publ.  
Astron. Soc. »Rudjer Bošković«, str. 159-163.

Petravić, M., Majlinger, Z., Božanić, A., Yang, Y., Gao, Q. & Crotti, C. (2009)  
Characterisation of nitrogen-related defects in compound semiconductors by near-  
edge x-ray absorption fine structure measurements. U: Faraone, L. (ur.) Proceedings  
of the 2008 Conference on Optoelectronic and Microelectronic Materials and  
Devices, COMMAD&#8217;08. New York, IEEE, str. 98-100.  
(<https://www.bib.irb.hr/403577>)