Transverzalna jednostruka spinska asimetrija u visokoenergijskim sudarima hadrona

Gašparlin, Matija

Master's thesis / Diplomski rad

2025

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:971290

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-24**

Repository / Repozitorij:

Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Matija Gašparlin

Transverzalna jednostruka spinska asimetrija u visokoenergijskim sudarima hadrona

Diplomski rad

Zagreb, 2025.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ
FIZIKA; SMJER ISTRAŽIVAČKI

Matija Gašparlin

Diplomski rad

Transverzalna jednostruka spinska asimetrija u visokoenergijskim sudarima hadrona

Voditelj diplomskog rada: izv. prof. dr. sc. Sanjin Benić

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____
Zagreb, 2025.

Prvenstveno hvala mom mentoru Sanjinu Beniću na strpljenju, stručnoj pomoći i prilici da diplomski rad obrađuje vrlo zanimljivu temu, kao i na korisnim savjetima i smjernicama koje su uvelike pridonijele kvaliteti ovog rada. Također, hvala kolegi Ericu na zanimljivim i korisnim diskusijama. Hvala profesoru Bojanu Markičeviću koji je u ranim danima probudio moju ljubav za fizikom te me slučajno poslao na ovaj predivan put.

Hvala svim mojim prijateljima, kao i onima koji su to postali kroz fiziku, na podršci i pomoći tijekom studiranja. Najviše od svega hvala Niki, mami i tati na bezuvjetnoj ljubavi.

Sažetak

U ovom diplomskom radu radimo numerički račun asimetrije jednog poprečnog spina (STSA) A_N u visokoenergetskim sudarima polariziranih protona s protonima $p^{\uparrow}p \to hX$ i težim jezgrama $p^{\uparrow}A \to hX$ prilikom produkcije π^+ i π^0 piona. Računamo fragmentacijski doprinos asimetriji te koristimo hibridni pristup koji spaja kolinearni formalizam s efektivnom teorijom staklastog kondenzata boje. U računu su korišteni podaci s RHIC sudarivača. Pronalazimo da dodavanja članova koji sadrže fragmentacijsku funkciju $\tilde{H}$ pozitivno dodaje asimetriji, međutim ne mijenja njenu nuklearnu ovisnost.

Ključne riječi: kvantna kromodinamika, staklasti kondenzat boje, transverzalne spinske asimetrije

Transverse single spin asymmetry in high-energy hadron collisions

Abstract

In this work we present a numerical calculation of the single spin asymmetry (STSA) A_N in forward π^+ & π^0 pion production in polarized proton-proton and proton-nucleus collisions. We calculate the fragmentation contribution to the asymmetry in the hybrid approach which combines the collinear twist-3 framework with the color-glass condensate effective field theory. In our calculation we use the data supplied from the RHIC accelerator. We find that the asymmetry is enlarged when the $\tilde{H}$ fragmentation function is added. The nuclear dependance of our result is not changed upon adding this function.

Keywords: quantum chromodynamics, color glass condensate, single transverse spin asymmetry

Sadržaj

1 Uvod **1**

1.1 Koordinate svjetlosnog stošca 4

1.2 Duboko neelastično raspršenje 5

1.3 Jednostruka poprečna spinska asimetrija 7

1.4 Staklasti kondenzat boje 11

2 Fragmentacijske funkcije **18**

3 Hibridni pristup udarnom presjeku i asimetrija jednog poprečnog spina **23**

4 Rezultati **27**

5 Zaključak **35**

1 Uvod

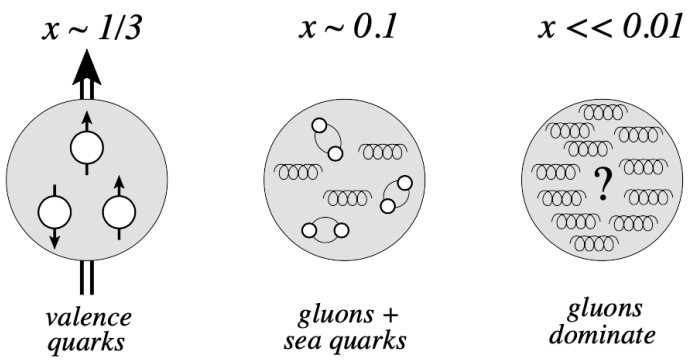
Prva povijesna slika kvarkovske podstrukture hadrona (mezona ili bariona) pojavljuje se 1964. godine kada Murray Gell-Mann i George Zweig postuliraju da hadroni svoj naboj i spin nasljeđuju od svojih konstituenata, kvarkova. Protoni su građeni od dva "up" kvarka naboja $+\frac{2}{3}e$ te jednog "down" kvarka naboja $-\frac{1}{3}e$ koji su oboje fermioni polovičnog spina. Ovaj jednostavan model ne govori nam puno o međudjelovanju kvarkova u hadronu. Proces dubokog neelastičnog raspršenja (eng. Deep Inelastic scattering, DIS) prvi put je napravljen na SLAC-MIT eksperimentu 1968. gdje elektromagnetsko raspršenje ukazuje na točkastu podstrukturu hadrona koju nazivamo partoni i sastoje se od kvarkova te nositelja jake sile, gluona. Rezultati eksperimenta pokazali su da su kvarkovi fermioni polovičnog spina te da je sila među njima slaba na malim udaljenostima i kratkim vremenima, ali dovoljno jaka na većim udaljenostima i duljim vremenima da ih povezuje u hadrone. Kvantna kromodinamika (eng. quantum chromodynamics, QCD) se razvila 1970-ih kao teorija jake sile čiji su nositelji gluoni. Baždarna grupa QCD teorije je $SU(N_C)$ te je broj boja $N_C = 3$. Ova grupa nije abelova te za nju postoji 8 generatora t^a koji zadovoljavaju komutacijske relacije $\left[t^a, t^b\right] = if^{abc}t^c$ gdje su f^{abc} realne antisimetrične strukturne konstante. Za razliku od kvantne elektrodinamike (eng. Quantum electrodynamics, QED) koja je perturbativna na svim nama dostupnim energetskim skalama, QCD teorija nije perturbativna na niskim energijama. U ovom radu radimo u režimu perturbativne QCD, specifično hadrone na visokim energijama modelirat ćemo kroz formalizam staklastog kondenzata boje (eng. Color Glass Condensate, CGC) kojeg ćemo uvesti nešto kasnije. Glavna pretpostavka CGC formalizma jest da su hadroni na visokim energijama sastavljeni od mnoštva gluona čije distribucijske funkcije ovise ne samo o longitudinalnom, već i o poprečnom impulsu gluona unutar hadrona. Također ćemo vidjeti da se unutar CGC formalizma generira nova dinamička skala Q_S^2 koju nazivamo saturacijska skala koja će biti proporcionalna gustoći gluona unutar hadrona.

Asimptotska sloboda govori nam da se na dovoljno visokim energijama kvarkovi i gluoni počinju ponašati kao slobodne čestice. Konstanta veze QCD teorije pada s porastom energije [1], odnosno perturbativni račun je unutar QCD moguće provoditi samo na visokim energijama jer je tada doprinos viših redova računa smetnje manji od vodećeg reda. Unutar QCD teorije, nelinearne Yang-Mills jednadžbe su kvantizi-

rane te, za razliku od fotona u kvantnoj elektrodinamici (QED), gluonska polja mogu međudjelovati sama sa sobom. Upravo ta samo-interakcija bila je ključ generiranja asimptotske slobode [1]. Asimptotska sloboda kvarkova također govori da su interakcije kvarkova s nositeljima jake nuklearne sile, gluonima, najjače upravo na niskim energijama.

Ukratko ćemo objasniti kako podstruktura hadrona ovisi o energiji projektila koji se na njoj raspršuje. Ukoliko želimo dublje razumijeti podstrukturu hadrona, kao što je proton, ne smijemo zanemariti spinske efekte. U slučaju kada želimo izučavati strukturu polariziranog protona, mjerimo takozvane spinske asimetrije. Spinske asimetrije su pojava gdje u hadronskim sudarima sa poprečno polariziranim protonom postoji razlika u broju produciranih čestica lijevo, odnosno desno u odnosu na ravninu koju čine os sudara i poprečni spin protona. U proton-proton i proton-jezgra sudarima, gdje je jedan od protona poprečno polariziran, izmjerene su velike spinske asimetrije [2], [3]. U ovom radu promatrat ćemo twist-3 fragmentacijski doprinos jednostrukim asimetrijama poprečnog spina (eng. single transverse spin asymmetry, STSA) u produkciji lakih hadrona.

Kinematika procesa je ta koja određuje podstrukturu nukleona. Jedna od najbitnijih kinematičkih varijabli u fizici elementarnih čestica je udio impulsa hadrona koji nosi parton koji sudjeluje u reakciji. Ovu varijablu označavamo s x i njena je definicija dana u poglavlju 1.2 gdje je ona intuitivno uvedena na jednostavnom primjeru dubokog neelastičnog raspršenja. Podstrukturu nukleona možemo najlakše vizualno objasniti na slici 1.1:



Slika 1.1: Vizualni prikaz podstrukture nukleona kao distribucije kvarkova i gluona ovisno o kinematici procesa. Slika je preuzeta iz [4].

Što je energija sudara veća, to je udio impulsa x manji. Kada je udio impulsa x koji nosi parton blizu vrijednosti $1/3$, nukleon se ponaša kao da je sastavljen od tri valentna kvarka, dok je na manjim x-evima impuls nukleona podijeljen na sve više gluona i "kvarkova mora" od kojih svaki nosi mali udio ukupnog impulsa.

Kvarkovi i gluoni unutar nukleona neprestano međudjeluju te se njihov broj stalno mijenja. Jedan od načina da opišemo podstrukturu nukleona s obzirom na broj konstituenata je da uvedemo partonske distribucijske funkcije (PDF), raspodjele koje nam govore kolika je vjerojatnost da u nukleonu pronađemo određeni parton s obzirom na udio impulsa x koji taj parton nosi. Iako se distribucija kvarkova i gluona unutar nukleona ne može perturbativno izračunati unutar QCD, moguće je izračunati njihovu evoluciju kroz procese kolinearne emisije gluona i produkcije parova kvarkova.

U nastavku rada uvodimo koordinate svjetlosnog stošca koje ćemo koristiti u računu udarnog presjeka. Na jednostavnom primjeru dubokog neelastičnog raspršenja uvodimo osnovne kinematičke varijable te motivaciju za uvođenje partonskih distribucijskih funkcija koje ćemo koristiti u ostatku rada. Opisujemo asimetriju jednog poprečnog spina te fragmentacijske doprinose polariziranom udarnom presjeku višeg twist-a u $p^{\uparrow}p$ i $p^{\uparrow}A$ sudarima. Uvodimo CGC efektivnu teoriju kako bi opisali metu te unutar hibridnog pristupa opisujemo interakciju partona iz polariziranog protona s polu-klasičnim poljem boje. Hibridni formalizam koji koristimo kako bi opisali doprinos twist-3 fragmentacijskih funkcija STSA metu modelira kroz CGC formalizam, dok za polarizirani projektil koristi kolinearni twist-3 formalizam. Glavni rezultat ovog rada je numerički račun twist-3 fragmentacijskih doprinosa asimetriji u $p^{\uparrow}p$ i $p^{\uparrow}A$ sudarima.

1.1 Koordinate svjetlosnog stošca

U ovom radu upotrijebit ćemo koordinate svjetlosnog stošca. Definiramo pozitivnu i negativnu komponentu svjetlosnog stošca generičkog četverovektora x^μ:

$$x^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(x^0 \pm x^3 \right), \tag{1.1}$$

pri čemu koristimo notaciju $(+, -, -, -)$ za metrički tenzor. Četverovektore možemo pisati na način:

$$x^\mu = (x^+,\, x^-,\, x^1,\, x^2) = (x^+,\, x^-,\, \vec{x}_\perp), \tag{1.2}$$

gdje smjer $\hat{z}$ biramo kao smjer snopa. Skalarni produkt dva četverovektora u koordinatama svjetlosnog stošca dan je s:

$$x \cdot y = x^+ y^- + x^- y^+ - \vec{x}_\perp \cdot \vec{y}_\perp. \tag{1.3}$$

Još ćemo uvesti dva vektora koji će nam u kasnijim poglavljima biti korisni:

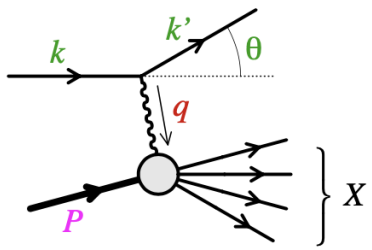
$$n = (0, 1, \vec{0}_\perp) \qquad \bar{n} = (1, 0, \vec{0}_\perp), \tag{1.4}$$

za koje vrijedi $n^2 = \bar{n}^2 = 0$ i $n \cdot \bar{n} = 1$. Kada ovi vektori skalarno množe generičke četverovektore x^μ dobivamo njihove pozitivne i negativne komponente svjetlosnog stošca:

$$n \cdot x = x^+ \qquad \bar{n} \cdot x = x^-. \tag{1.5}$$

1.2 Duboko neelastično raspršenje

Promatranje dubokog neelastičnog raspršenja dat će nam uvid u partonske distribucijske funkcije (PDF) koje kasnije koristimo u računu udarnog presjeka. Kinematiku DIS procesa možemo vidjeti na slici 1.2:



$$
\begin{aligned}
s &\equiv (P+k)^2 \\
Q^2 &\equiv -q^2 \\
x &\equiv Q^2/2P\cdot q \\
xy &\equiv Q^2/s
\end{aligned}
$$

Slika 1.2: Kinematika dubokog neelastičnog raspršenja. Slika preuzeta iz [5].

Duboko neelastično raspršenje, ilustrirano dijagramom na slici (1.2), je sudar leptona (npr. elektrona) i protona (ili drugog hadrona) u kojem je podložni proces izmjena virtualnog fotona između elektrona i partona:

$$l(k) + h(P) \to l'(k') + X, \tag{1.6}$$

gdje su sa k, k' označeni četveroimpulsi ulaznog i izlaznog leptona te je sa P označen četveroimpuls hadrona. Četveroimpuls partona koji sudjeluje u reakciji dan je udjelom ukupnog impulsa hadrona $p = xP$. Udio impulsa koji nosi parton dan je formulom $x = Q^2/2P\cdot q$ gdje je virtualnost fotona $Q^2 = -q^2$. Foton visoke energije na malim udaljenostima međudjeluje s kvarkovima i gluonima u podstrukturi hadronske mete. Ovu tvrdu interakciju moguće je računati perturbativno, međutim ukupni udarni presjek elektrona i hadrona sadrži i neperturbativne članove koje nije moguće izračunati na niskim energijama. Diferencijalni udarni presjek za DIS proces dan je formulom [1]:

$$\frac{d\sigma}{dxdQ^2} = \frac{4\pi\alpha_{\text{EM}}}{Q^4}\frac{1}{x}\left[xy^2F_1(x,Q^2) + \left(1 - y - \frac{xyM^2}{s-M^2}\right)F_2(x,Q^2)\right], \tag{1.7}$$

gdje je M masa protona te s kvadrat energije centra mase sustava protona i ulaznog leptona. S α_{EM} označena je konstanta vezanja kvantne elektrodinamike. Neperturbativni QCD dijelovi računa ovog udarnog presjeka ulaze kroz strukturne funkcije

$F_1(x, Q^2)$ i $F_2(x, Q^2)$.

Ovi procesi su relativno jednostavni budući da imamo sudar fotona i hadrona, a ne dva hadrona, te nam daju dobar uvid u QCD visokih energija. Ukoliko ovaj sudar promatramo u sustavu centra mase, možemo definirati funkcije koje opisuju vjerojatnost da hadron sadrži dani parton s udjelom impulsa x te ih označiti sa $f_i^a(x)$. Ove funkcije se nazivaju partonske distribucijske funkcije. Partonske distribucijske funkcije su intrinzične vrijednosti vezane za nukleon. Način za vidjeti ekvivalentnost režima visokih energija i režima malih x-eva je uzimanjem ultrarelativističkog limesa $W^2 = (q + P)^2 \gg Q^2$ u izrazu:

$$x = \frac{Q^2}{Q^2 + W^2 - m^2} \tag{1.8}$$

1.3 Jednostruka poprečna spinska asimetrija

Još od 1970-ih godina fizičari promatraju visokoenergetske proton-proton sudare u produkciji hadrona gdje jedan od protona koji sudjeluje u reakciji nosi poprečnu polarizaciju. Argonne National Lab [6] i FermiLab [3] jedni su od prvih koji mjere razlike u produkciji hadrona s lijeve i desne strane ravnine koja je razapeta s osi snopa i osi poprečnog spina, odnosno osi polarizacije protona. Asimetrije u produkciji čestica utvrđene su i u dubokom neelastičnom raspršenju te i u drugim složenijim procesima kao što su polu-inkluzivno duboko neelastično raspršenje, odnosno sudar $l + h \to l + h' + X$ u kojem je mjeren i izlazni hadron, kao i u hadronskim sudarima. U prethodnom poglavlju opisali smo kako je podstruktura nukleona, kvarkovi i gluoni, parametrizirana partonskim distribucijskim funkcijama koje opisuju raspodjele impulsa unutar nukleona. Velike asimetrije u proton-proton sudarima bili su prvi pokazatelj ovisnosti partonskih distribucija o poprečnom impulsu projektila. Ovime se otvorilo novo područje istraživanja jer tradicionalne distribucijske funkcije mjerene u DIS ovise samo o longitudinalnom impulsu. Osim raspodjele impulsa unutar nukleona, promatranje ovih procesa može nam puno toga otkriti o drugim svojstvima nukleona koje uzrokuje jaka sila. Bitno otkriće vezano za temu ovog rada dolazi početkom 90-ih godina i govori da transverzalna polarizacija nije potisnuta na visokim energijama [7]. Osim partonskih distribucijskih funkcija, poprečno polarizirani hadroni nam također daju uvid u fragmentacijske funkcije i korelacije između hadrona u konačnom stanju i spina fragmentirajućeg kvarka. Efekti koje poprečno polarizirani hadron u sudaru visoke energije uzrokuje su kombinacija mehanizama početnog stanja i konačnog fragmentacijskog doprinosa kvarkova i gluona. Mnoge od funkcija opisanih u ovom radu, kao što su distribucijske i fragmentacijske funkcije, su neovisne o procesu unutar kojeg ih analiziramo, već dolaze iz generaliziranih svojstva hadrona [8], [9]. U ovom radu promatramo sudare u kojima je projektil poprečno polarizirani proton, odnosno proton čiji spin je okomit na smjer gibanja te koji se sudara s metom koja može biti također proton, ali i jezgra.

Kao što ćemo vidjeti, jedna od posljedica vezanja spina i poprečnog impulsa partona je asimetrija jednostrukog poprečnog spina koja je definirana kao omjer razlike

i zbroja udarnih presjeka u kojima je spin hadrona obrnut:

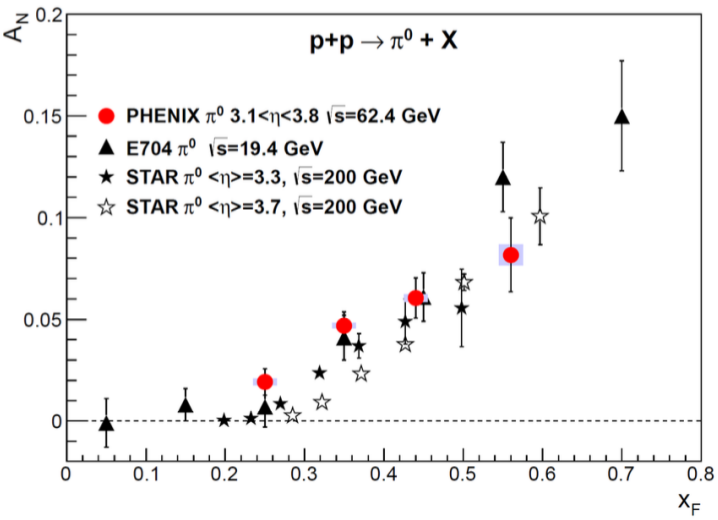
$$A_N \equiv \frac{\sigma(\uparrow) - \sigma(\downarrow)}{\sigma(\uparrow) + \sigma(\downarrow)}. \tag{1.9}$$

Za sudar $p(P_a, S_a) + p(P_b) \to h(P_h) + X$ gdje su s P_n označeni četveroimpulsi i sa S_a vektor spina polariziranog protona, asimetrija A_N mora biti skalar koji ovisi o spinu polariziranog protona te impulsima početnog i konačnog stanja:

$$A_N \sim \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P_a^\mu P_b^\nu P_h^\rho S_a^\sigma \sim \vec{S}_a \cdot (\vec{P}_a \times \vec{P}_h), \tag{1.10}$$

gdje je $\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ četverodimenzionalni Levi-Civita tenzor. Asimetrija A_N također čuva paritet, što je i nužno unutar QCD, iako naivno izgleda da ne čuva vremensku inverziju. Iz ovog razloga transverzalne spinske asimetrije nazivamo naivno T-neparni efekt.

Eksperimentalna mjerenja ukazuju na velike spinske asimetrije, čak i do 15% kao što je vidljivo na slici 1.3 koja prikazuje eksperimentalne rezultate za A_N mjerene na *Relativistic Heavy Ion Collider* (RHIC) za tri različite energije. Zanimljivo je da je značajna spinska asimetrija mjerena i na visokim energijama.



Slika 1.3: Mjerenja asimetrije na PHENIX i STAR kolaboracijama preuzeta iz [10].

Možemo uvesti variablu x_F koja se naziva "Feynman-ov x":

$$x_F = 2P_{h\perp} \sinh \frac{y_h}{\sqrt{s}}, \tag{1.11}$$

gdje je sa $y_h = \frac{1}{2} \ln \frac{P^+}{P^-}$ označen rapiditet. Na slici 1.3 vidimo da asimetrije rastu s x_F.

S teorijskog stanovišta, prvi red perturbativnog računa ne daje doprinos STSA A_N. Naivni partonski model nije dovoljan da reporoducira STSA viđen u eksperimentu. Prvi račun A_N unutar perturbativne QCD napravljen je u [11] i dobiveno je:

$$A_N \sim \alpha_S \frac{m_q}{|\vec{P}_{h\perp}|}. \tag{1.12}$$

S m_q označena je masa kvarka dok je $P_{h\perp}$ poprečni impuls izlaznog hadrona. Dobiveni rezultat daje vrlo male asimetrije, budući da su mase u i d kvarkova vrlo male te nije uspio objasniti asimetrije dobivene u eksperimentu pa je bilo potrebno istražiti nove izvore asimetrije. Nakon naivnog partonskog modela dolazi do razvoja dva nova formalizma unutar kojih možemo identificirati mehanizam za STSA. Prvi, koji koristimo u ovom radu naziva se kolinearna faktorizacija i ona pri velikim poprečnim impulsima hadrona generira twist-3 doprinose STSA. Međutim, za razliku od DIS procesa, partonske distribucijske funkcije twist-a 3 ugrubo impliciraju da je nužno promatrati neperturbativne matrične elemente s tri partona. Drugi teorijski opis je generalizirani partonski model gdje se partonske distribucije proširuju na način da ovise o poprečnom impulsu partona, takozvane TMD-ove (eng. Transverse Momentum-dependent Distributions).

U najjednostavnijoj formi, twist možemo opisati kao red u $\frac{1}{Q^2}$ s kojim se neki efekt pojavljuje u eksperimentu gdje je Q^2 generička tvrda skala procesa. Doprinos reda $(1/Q^2)^p$ imao bi twist $t = 2 + 2p$. U udarnom presjeku doprinose višeg twist-a pronaći ćemo u bezdimenzionalnom omjeru M/Q, gdje je M meka skala procesa, što se uobičajeno uzima da je masa nukleona. Transverzalne SSA proizlaze iz raspršenja u kojima imamo kompleksnu fazu koja dolazi iz interferencija različitih doprinosa amplitudi procesa [11].

Jedan od mogućih izvora STSA je Sivers-ov mehanizam [13], gdje u početnom stanju polarizirani proton u sudaru sudjeluje kroz nepolarizirani kvark s asimetričnom distribucijom u poprečnom impulsnom prostoru koji uzrokuje asimetriju u konačnom stanju. U kolinearnom pristupu sličan efekt je opisan Efremov-Teryaev-Qiu-Sterman (ETQS) funkcijama [14], [15]. Još jedan mogući izvor STSA je Collins-ov efekt [16] u kojem polarizirani hadron u sudaru sudjeluje kroz polarizirani kvark što u konačnom

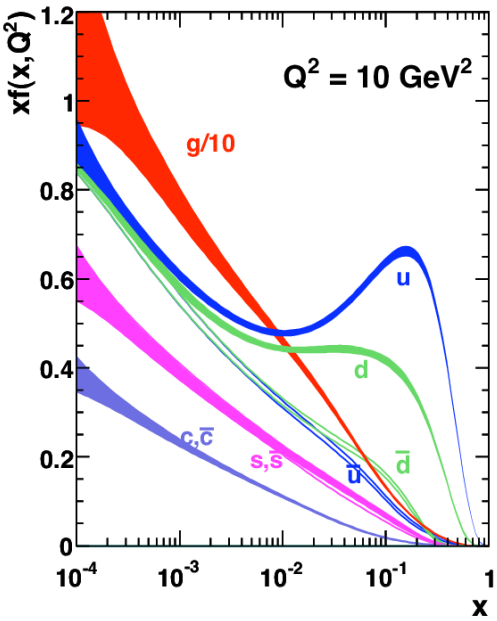
stanju daje polarizirani parton. Producirani hadron koji je nepolariziran tada ima asimetričnu ovisnost o poprečnom impulsu što je opisano Colllins-ovom funkcijom [17]. U kolinearnom pristupu ovo je opisano twist-3 fragmentacijskim funkcijama. [18], [19], [20], [21]. Postoje i drugi mogući izvori STSA u hadronskim sudarima te je onaj koji mi promatramo twist-3 fragmentacijski doprinos. Diferencijalni polarizirani udarni presjek za sudar oblika $A^{\uparrow}B \to C + X$ može se simbolički zabilježiti formulom (2) iz [22]:

$$\begin{aligned} d\sigma(S_{\perp}) = H \otimes f_{a/A(3)} \otimes f_{b/B(2)} \otimes D_{C/c(2)} \\ + H' \otimes f_{a/A(2)} \otimes f_{b/B(3)} \otimes D_{C/c(2)} \\ + H'' \otimes f_{a/A(2)} \otimes f_{b/B(2)} \otimes D_{C/c(3)}, \end{aligned} \tag{1.13}$$

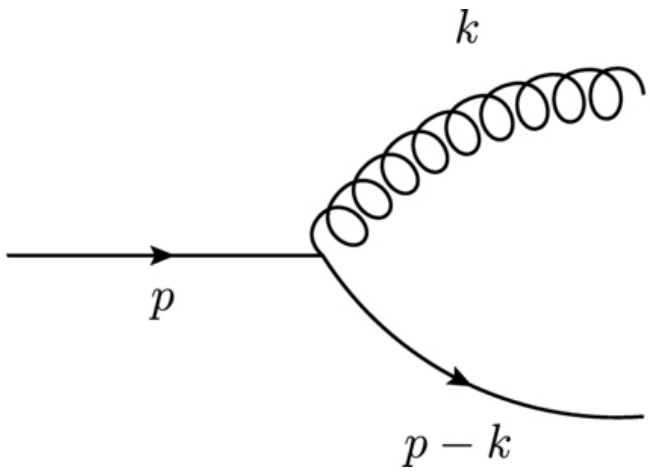
gdje su s $f_{a/A(t)}$ i $f_{b/B(t)}$ označene partonske distribucijske funkcije vezane uz partone a i b u hadronima A i B, dok su s $D_{C/c(t)}$ označene fragmentacijske funkcije hadrona C i partona c. S (t) je označen twist pripadne funkcije dok su H, H' i H'' označeni tvrdi matrični elementi koje možemo izračunati koristeći teoriju smetnje. Oznaka $\otimes$ je konvolucija među funkcijama. $S_{\perp}$ je poprečni spin polariziranog hadrona A. Formula (1.13) govori nam da twist-3 doprinosi mogu doći iz polariziranog protona u početnom stanju, iz nepolariziranog protona (i nukleona) u početnom stanju te iz piona u konačnom stanju. Budući da se u ovom radu bavimo samo fragmentacijskim doprinosima, prva dva člana formule (1.13) nećemo dalje razmatrati.

1.4 Staklasti kondenzat boje

Na visokim energijama (odnosno malim x-evima $x \sim \frac{1}{\sqrt{s}}$) eksperimentalna je činjenica da partonske distribucije unutar hadrona rastu. Ovaj rast ne može nastaviti u nedogled, u konačnici zbog unitarnosti kvantne mehanike. Na slici 1.4 prikazan je graf partonskih distribucijskih funkcija. Pretpostavka je da mora doći do fenomena saturacije, odnosno zasićenja gluona unutar hadrona.



Slika 1.4: Partonske distribucijske funkcije kao gustoće vjerojatnosti, funkcije od x koje govore kolika je vjerojatnost da pronađemo određeni parton za danu vrijednost Q^2. Slika preuzeta iz [23].



Slika 1.5: Valentni kvark emitira gluon s poprečnim impulsom $\vec{k}$. Slika preuzeta iz [24].

Krenimo s jednostavnim primjerom gdje kvark izrači gluon koji je ilustriran na slici (1.5). Ovaj proces je analogan procesu zakočnog zračenja u QED te je vjerojatnost zračenja gluona dana s formulom (1) iz [5]:

$$d\mathcal{P} = \frac{\alpha_S C_R}{\pi^2} \frac{d^2\mathbf{k}}{k_\perp^2} \frac{dx}{x}, \tag{1.14}$$

gdje je $\alpha_S \equiv g^2/(4\pi)$ konstanta vezanja jake sile. S x je u formuli (1.14) označen udio impulsa izračenog gluona. S C_R označen je Casimirov operator grupe $SU(N_C)$. U fundamentalnoj reprezentaciji $C_R = (N_C^2 - 1)/(2N_C)$ te odgovara kvarku koji zrači gluon, dok je u adjungiranoj reprezentaciji $C_R = N_C$ te odgovara gluonu koji zrači druge gluone. Iz formule (1.14) vidimo da je vjerojatnost emisije gluona obrnuto proporcionalna x, odnosno na visokim energijama (malim x-evima) vjerojatnost emisije raste. Emitirani gluoni također mogu zračiti druge gluone. Ovaj proces može se kaskadno ponavljati, gdje je u svakoj kaskadi dobiveni doprinos potisnut faktorom α_S. Ovi doprinosi su značajni kada radimo u režimu vrlo malih x-eva, gdje integral po x vodi na kombinaciju $\alpha_S \log(1/x)$ koja više nije mala te se mora resumirati.
Gluoni na vrhu kaskade nose veći udio impulsa x pa ih nazivamo "brzima". Gluoni koji su niže u kaskadi nose manji udio impulsa x te ih nazivamo sporima. Brzi gluoni koji su nastali na početku kaskade imaju dulje vrijeme života od sporih gluona koji su nastali niže u kaskadi zračenja i nose manji udio impulsa, budući da je vrijeme života partona proporcionalno njegovom udjelu impulsa $\Delta x^+ \sim k^+/k_\perp^2 \propto x$ [5]. Osnovna ideja CGC formalizma je odvojiti brze gluone koji tvore brze izvore boje, od onih niže u kaskadi koji tvore klasično gluonsko polje A^μ. Upravo zbog toga se ova efektivna teorija naziva staklasti kondenzat boje. Riječ "staklo" u nazivu se pojavljuje zbog spinskih stakala kod kojih stupnjevi slobode evoluiraju na različitim vremenskim skalama. Riječ "kondenzat" dolazi od činjenice da u režimu malih x-eva imamo velike nakupine gluona, dok je "boja" u nazivu budući da se radi o formalizmu unutar QCD.

Budući da je QCD unitarna teorija, znamo da gustoća gluona unutar hadrona ne može rasti neograničeno te se javlja proces rekombinacije $gg \to g$ koji smanjuje gustoću gluona. Energetska skala na kojoj se počinje dešavati rekombinacija naziva

se saturacijska skala Q_S. Gustoća gluona po jedinici površine opisana je izrazom:

$$\rho \sim \frac{xG(x,\, Q^2)}{\pi R_A^2}, \tag{1.15}$$

gdje je $G(x,\, Q^2)$ integrirana gluonska distribucijska funkcija, o kojoj će biti riječi nešto kasnije. Sa R_A označen je radijus jezgre.

Udarni presjek rekombinacije gluona $gg \to g$ dan je izrazom iz [25]:

$$\sigma_{gg\to g} \sim \frac{\alpha_S}{Q^2}. \tag{1.16}$$

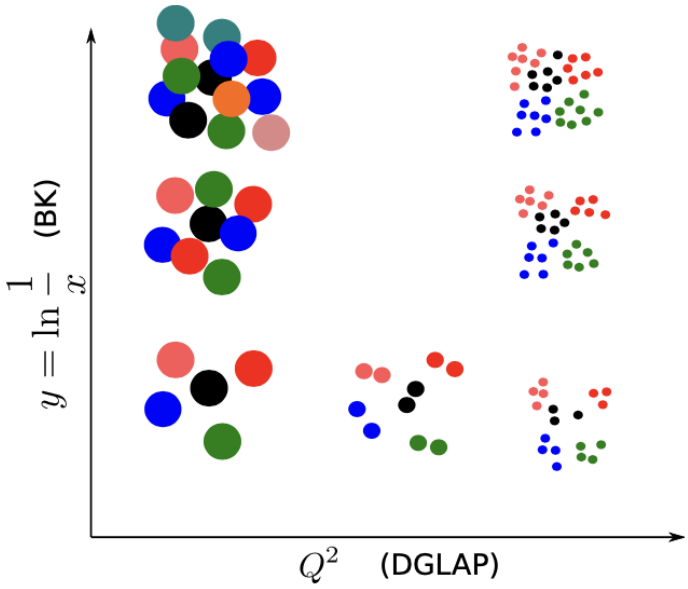
Vidimo da će se rekombinacija gluona događati u režimu gdje vrijedi $\rho\sigma_{gg\to g} \geq 1$, odnosno kada je $Q^2 \leq Q_S^2$ gdje je saturacijska skala:

$$Q_S^2 \sim \frac{\alpha_S\, xG(x,\, Q^2)}{\pi R_A^2} \sim A^{1/3}\frac{1}{x^{0.3}}. \tag{1.17}$$

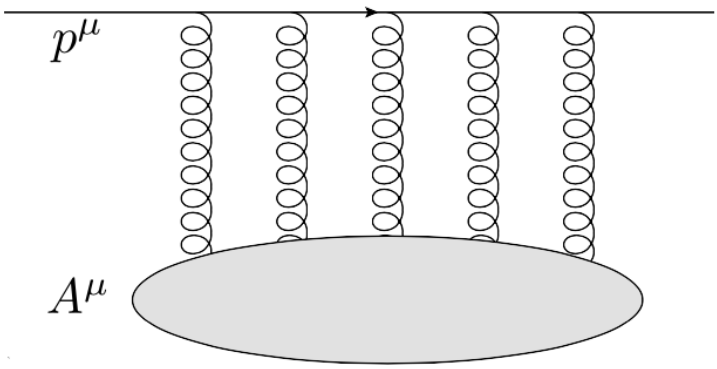
Faktor $A^{1/3}$ dobiven je tako da se pretpostavilo da je za jezgre $G_{\text{jezgra}}(x, Q^2) = A\, G_{\text{proton}}(x, Q^2)$ te dobivamo faktor $A/A^{2/3} = A^{1/3}$. Ovim putem dolazi do zasićenja gluona na skali $Q_S(x, A)$ koja je dinamički određena na malim x te također ovisi o veličini jezgre.

Gustoća gluona nije jedini bitni faktor koji nas zanima, također je bitna i njihova veličina koja ovisi o virtualnosti projektila kao $1/Q^2$. U Bjorkenovoj granici gdje držimo x fiksnim dok Q^2 puštamo u beskonačnost dobivamo da je broj gluona u hadronu sve veći i veći, međutim njihova veličina je sve manja (jer je Q^2 velik). Evolucija PDF-ova partona u ovisnosti o Q^2 opisana je Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Alterelli-Parisi (DGLAP) jednadžbom [26]. U sustavu beskonačnog impulsa (eng. infinite momentum frame, IMF) hadron izgleda kao rijetki sustav mnoštva gluona. Druga zanimljiva granica je Regge-Gribov granica u kojoj za fiksni Q^2 puštamo $x \to 0$. Evolucija PDF-ova u ovisnosti o x računa se Balitsky-Kovchegov (BK) jednadžbom [27] [28]. Gustoća gluona u Regge-Gribov granici ne raste neograničeno, već se očekuje da je potisnuta mehanizmom rekombinacije te dolazi do zasićenja. Ova granica nam je zanimljiva budući da ćemo u ovom radu razmatrati procese u režimu gdje je x vrlo malen.

Ove dvije granice ilustrirane su na slici 1.6.



Slika 1.6: Gluonska podstruktura hadrona. Evolucija s Q^2 opisana je DGLAP jednadžbama, dok je evolucija s x opisana BK jednadžbom. Slika preuzeta iz [29]



Slika 1.7: Kvark s impulsom p^μ raspršuje se na CGC meti, polju boje A^μ. Slika preuzeta iz [29].

Promotrimo sada interakciju kvarka i mete. Metu unutar CGC efektivne teorije gledamo kao polu-klasično polje A^μ. Interakcija kvarka i CGC medija traje svo vrijeme dok se kvark nalazi unutar mete. U ultrarelativističkom limesu je to vrijeme dano kao R/c gdje je R radijus mete te je u prirodnom sustavu jedinica $c = 1$. Ukupan transverzalni pomak kvarka tada je dan kao $x_\perp = v_\perp R$. Ako sada primjenimo činjenicu da je transverzalna brzina povezana s transverzalnim impulsom $v_\perp = \frac{k_\perp}{E}$, dobivamo da je na dovoljno visokim energijama E poprečna promjena

položaja kvarka potisnuta:

$$\Delta x_\perp \sim \frac{Rk_\perp}{E}, \tag{1.18}$$

gdje je $k_\perp$ poprečni impuls koji kvark poprimi nakon interakcija s fiksnim poljem. Aproksimacija da kvark tijekom propagacije ne mijenja poprečni položaj naziva se eikonalna aproksimacija. Energija kvarka E mjerena je u sustavu mirovanja mete. Iz gornje jednadžbe vidimo da na visokim energijama možemo zanemariti sav poprečni impuls koji kvark dobije interagirajući s fiksnom metom.

U koordinatnom sustavu svjetlosnog stošca, ako pretpostavimo da je impuls kvarka vrlo velik, kvark-gluon vrh dan je doprinosom $g\bar{u}(p)\gamma^\mu u(p)$ što mora biti proporcionalno p^μ budući da je to jedini dostupni Lorentzov 4-vektor [29]. U interakciji s poljem dobivamo $p^\mu A_\mu = p^+ A^-$ gdje smo iskoristili činjenicu da je p vrlo velik u longitudinalnom smjeru i iskoristili baždarenje svjetlosnog stošca $A^+ = 0$.

Prateći postupak iz [29] možemo riješiti Dirac-ovu jednadžbu za polje A te kao rješenje dobiti Wilsonovu liniju u x^+ smjeru na svjetlosnom stošcu:

$$W[-\infty,\, x^+] = P \exp\left[-ig\int_{-\infty}^{x^+} dz^+ A^-(z^+, x^-, \vec{x}_\perp)\right], \tag{1.19}$$

koja uzima u obzir beskonačan broj raspršenja kvarka na meti. Ukoliko je ulazni kvark došao iz beskonačnosti i nakon sudara ga detektiramo daleko od mete, granice integracije u gornjoj jednadžbi možemo postaviti na $-\infty$ i ∞ te dobivamo fazu koju kvark dobije nakon propagacije kroz gluonsko polje. Ova faza dana je jednadžbom (2.19) iz [29]:

$$W[-\infty, \infty] = P \exp\left[-ig\int_{-\infty}^{\infty} dz^+ A^-(z^+, 0, \vec{x}_\perp)\right], \tag{1.20}$$

gdje smo postavili $x^- = 0$ jer na visokim energijama aproksimiramo gibanje čestice u x^+ smjeru.

S praktičnog stajališta, uzastopna raspršenja na CGC meti mogu biti uzeta u obzir na način da za uobičajeni kvark-gluon vrh u Feynmanovom dijagramu koristimo Wilsonovu liniju u fundamentalnoj reprezentaciji $SU(N_C)$ grupe

$$ig\gamma^\mu A^a_\mu(k)t^a \to \gamma^+ \int \frac{d^2\vec{x}_\perp}{(2\pi)^3} e^{i\vec{x}\cdot\vec{k}_\perp}(W[-\infty,\infty] - 1), \tag{1.21}$$

gdje je polje:

$$A^{\mu} \equiv A^{\mu}_{a} t_{a}, \tag{1.22}$$

definirano preko generatora $SU(3)$ u reprezentaciji t_a te ovisi o impulsu k. U koordinatama svjetlosnog stošca: $\gamma^{+} = (\gamma^{0} + \gamma^{3})/\sqrt{2}$. Prethodno spominjane TMD distribucije valjane su za svaku vrijednost udjela impulsa x koju parton nosi. CGC formalizam, za razliku od TMD, vrijedi samo za male vrijednosti udjela impulsa, ali pritom uzima u obzir doprinose svih twist-eva. Na malim vrijednostima x-a ova dva formalizma daju iste rezultate [30].

Vratimo se na gluonsku distribucijsku funkciju iz jednadžbe (1.15) čija je probabilistička interpretacija gustoća broja gluona s udjelom longitudinalnog impulsa x. Kolinearni PDF $G(x,\, Q^2)$ možemo dobiti integracijom TMD gluonske distribucije za nepolariziranu metu $G(x, k_{\perp})$ koja, osim ovisnosti o udjelu impulsa x, nosi ovisnost i o poprečnom impulsu $k_{\perp}$:

$$G(x, Q^2) = x^2 \int_0^{Q^2} d^2\vec{k}_{\perp} G(x, k_{\perp}^2). \tag{1.23}$$

Unutar CGC formalizma distribuciju $G(x_g, k_{\perp})$ moguće je prikazati preko dipolne gluonske distribucije $F(x_g, k_{\perp})$ za male vrijednosti x [31]:

$$\frac{x_g\, G(x_g, k_{\perp})}{k_{\perp}^2} \to \frac{N_C}{2\pi^2 \alpha_S} F(x_g, k_{\perp}), \tag{1.24}$$

gdje je $x_g = \frac{P_{h\perp}}{z\sqrt{s}} e^{-Y}$. Dipolna gluonska distribucija dana izrazom:

$$\begin{aligned} F(x, k_{\perp}) \equiv \pi R_A^2 \int \frac{d^2\mathbf{x}_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{-i\mathbf{k}_{\perp}\mathbf{x}_{\perp}} F_Y(x_{\perp}) \equiv \\ \equiv \pi R_A^2 \int \frac{d^2\mathbf{x}_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{-i\mathbf{k}_{\perp}\mathbf{x}_{\perp}} \frac{1}{N_C} \left\langle \mathrm{Tr}\left[U(\mathbf{x}_{\perp}) U^{\dagger}(0)\right] \right\rangle_Y , \end{aligned} \tag{1.25}$$

gdje je rapiditet $Y = \log(1/x)$, s πR_A^2 je dana površina mete (R_A je radijus nukleona) te $\langle \dots \rangle$ označava prosjek po boji koji inače dobivamo tako da matrični element normaliziramo s $\langle P|\, P\rangle$. Evolucija dipolne gluonske distribucije opisana je BK evolucijskom jednadžbom. Specijalni slučaj BK evolucijske jednadžbe koja uzima u obzir kliznu konstantu vezanja QCD naziva se rcBK (eng. running coupling BK) te opisuje kako amplituda raspršenja dipola evoluira s rapiditetom [27], [28]. U izrazu (1.25)

je dipolna gluonska distribucija definirana kao Fourierov transformat upravo te amplitude raspršenja dipola. U numeričkom računu koristimo McLerran-Venugopalan (MV) model [32] koji nam govori da početne uvjete za rješavanje evolucijske rcBK jednadžbe možemo izabrati tako da dobijemo:

$$F_{Y_0}(x_\perp) = \exp\left[-\frac{(x_\perp^2 Q_{S0}^2)^\gamma}{4}\log\left(\frac{1}{x_\perp \Lambda} + e\right)\right], \tag{1.26}$$

gdje je Y_0 izvrijednjen za maksimalnu vrijednost $x_0 = 0.01$ te je Q_{S0} inicijalna saturacijska skala. Λ predstavlja infracrvenu granicu dok je γ parametar koji određuje koliko brzo amplituda dipolne distribucije opada. U numeričkom računu koristimo set parametara MV modela: $\gamma = 1$, $(Q_{S,0}^p)^2 = 0.2$ GeV^2 i $\Lambda = 0.241$ GeV. Za saturacijsku skalu u jezgri vrijedi relacija $(Q_S^A)^2 = cA^{1/3}(Q_S^p)^2$, gdje je Q_S^p saturacijska skala protona te u računu koristimo $c = 0.5$. Nuklearna ovisnost asimetrije ulazi kroz dipolnu funkciju.

U poglavlju 2 dat ćemo kratki pregled kolinearnih twist-3 fragmentacijskih funkcija. U trećem poglavlju zapisujemo formulu za fragmentacijski doprinos spinski ovisnom diferencijalnom udarnom presjeku. U poglavlju 4 sadržan je glavni doprinos ovom diplomskom radu, a to je numerički račun asimetrije A_N za pp i pA sudare.

2 Fragmentacijske funkcije

Fragmentacijske funkcije opisuju kako se kvarkovi i gluoni udružuju u bezbojne čestice kao što su hadroni i fotoni. Tipovi fragmentacijskih funkcija su integrirane fragmentacijske funkcije vodećeg twist-a, TMD fragmentacijske funkcije te fragmentacijske funkcije višeg twist-a. U ovom radu proučavamo twist-3 doprinos asimetriji jednog poprečnog spina te ćemo se usredotočiti na twist-3 fragmentacijske funkcije. Također, koristiti ćemo i momente nekih TMD fragmentacijskih funkcija te ćemo vidjeti da oni odgovaraju twist-3 fragmentacijskim funkcijama tri partona.

TMD fragmentacijske funkcije, osim ovisnosti o udjelu impulsa partona z koji hadron nosi u konačnom stanju, nose ovisnost i o poprečnom impulsu hadrona $\vec{P}_{h\perp}$. Jedna od nama relevantnih TMD fragmentacijskih funkcija je Collinsova funkcija $H_1^{\perp\, h/q}$ čiji će se $k_\perp$-moment pojaviti u formuli za polarizirani udarni presjek $p^\uparrow p$ i $p^\uparrow A$ sudara. Drugi tip fragmentacijskih funkcija koje će se pojavljivati u računu udarnog presjeka su fragmentacijske funkcije twist-a 3. Prva klasifikacija ovih funkcija je u odnosu na polarizaciju hadrona. Tri moguća slučaja su poprečna polarizacija, longitudinalna polarizacija te nepolarizirani hadron. U konačnom stanju imamo nepolarizirani hadron (pion) pa ćemo gledati samo nepolarizirane twist-3 fragmentacijske funkcije. Ove funkcije dalje možemo kategorizirati u tri grupe: intrinzične, kinematičke i dinamičke funkcije.

Intrinzične fragmentacijske funkcije možemo opisati kao twist-3 Diracove projekcije kolinearnih kvark-kvark korelatora. Kinematičke funkcije su prvi $k_\perp$-momenti odgovarajućih TMD funkcija. Zadnja kategorija su dinamičke funkcije koje dolaze od kvark-gluon-kvark korelatora gdje će relevantne neperturbativne funkcije ovisiti o dva udjela impulsa [18], [19], pregled je napravljen u [33].

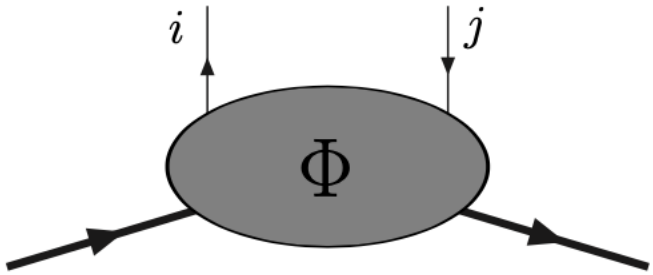
Budući da promatramo samo fragmentacijski twist-3 doprinos STSA, od članova u formuli (1.13) usredotočimo se na:

$$d\sigma(S_\perp) = H'' \otimes f_{a/A(2)} \otimes f_{b/B(2)} \otimes D_{C/c(3)} + \dots . \tag{2.1}$$

Funkcije $f_{a/A(2)}$ i $f_{b/B(2)}$ možemo identificirati kao:

$$f_{a/A(2)} = h_1^a \qquad f_{b/B(2)} = f_1^b, \tag{2.2}$$

gdje je h_1^a twist-2 distribucijska funkcija poprečnosti (eng. transversity PDF) i f_1^b je twist-2 nepolarizirana distribucijska funkcija koja će se u ovom radu poopćiti unutar CGC formalizma kojeg smo izložili u poglavlju 1.4. Distribucijska funkcija poprečnosti, za razliku od fragmentacijskih funkcija višeg twist-a, ima probabilističku interpretaciju preko poprečno polariziranog nukleona kao gustoća broja kvarkova s udjelom impulsa x i polarizacijom paralelnom nukleonu, minus gustoća broja kvarkova istog udjela impulsa koji nose antiparalelnu polarizaciju $h_1(x) = q_\uparrow(x) - q_\downarrow(x)$.



Slika 2.1: Dijagram kvark-kvark korelatora. Slika preuzeta iz [34].

Na dijagramu 2.1 nalazi se kvark-kvark korelator čija je pripadna korelacijska matrica dana s izrazom (63) u izvoru [34]. Prateći postupak iz [34] možemo izdvojiti definiciju partonske distribucijske funkcije poprečnosti:

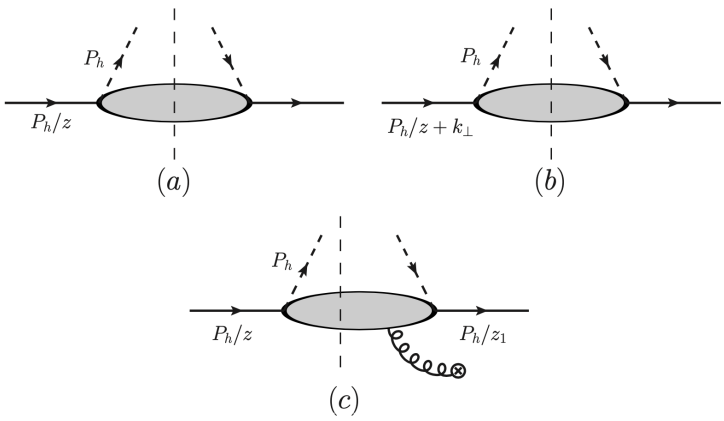
$$h_1(x) = \Phi^{[\gamma^+\gamma_\perp\gamma_5]}(x) = \\ = \int \frac{d\xi^-}{4\pi} e^{ixP^+\xi^-} \langle P,S|\,\bar{\psi}(0)W[0,\xi^-]\gamma^+\gamma_\perp\gamma^5\psi(\xi)\,|P,S\rangle\,|_{\xi^+=0,\vec{\xi}_\perp=\vec{0}_\perp}, \quad (2.3)$$

gdje je $\Phi^{[\Gamma]}(x) \equiv \frac{1}{2}\mathrm{Tr}[\Phi(x)\Gamma]$, matrica $\gamma_\perp$ označava γ^1 ili γ^2. Još jedno svojstvo partonske distribucijske funkcije poprečnosti je da je ona kiralno neparna. Također, PDF poprečnosti $h_1(x)$ zadovoljava Soffer-ovu nejednakost [35]:

$$|h_1(x)| \leq \frac{1}{2}[f_1(x) + g_1(x)], \quad (2.4)$$

gdje su $f_1(x)$ i $g_1(x)$ druge dvije kolinearne partonske distribucijske funkcije vodećeg twist-a. Probabilistička interpretacija $f_1(x)$ je vjerojatnost pronalaska partona sa danim longitudinalnim udjelom impulsa unutar nepolariziranog nukleona, dok $g_1(x)$ opisuje razliku vjerojatnosti pronalaska partona s danim udjelom impulsa čiji je spin

u smjeru spina i suprotno smjeru spina longitudinalno polariziranog nukleona.



Slika 2.2: Feynmanovi dijagrami koji doprinose twist-3 fragmentacijskoj funkciji $D_{C/c(3)}$. Slika preuzeta iz [36].

Vratimo se na formulu (2.1) te pogledajmo doprinose twist-3 fragmentacijskoj funkciji $D_{C/c(3)}$. Feynmanovi dijagrami koji doprinose ovoj fragmentacijskoj funkciji nalaze se na slici 2.2. Prva dva dijagrama odgovaraju kvark-kvark matričnim elementima, dok dijagram (c) odgovara kvark-gluon-kvark matričnom elementu. Sa k označavamo četveroimpuls fragmentirajućeg partona, dok sa P_h označavamo četveroimpuls hadrona u konačnom stanju. Sa z je označen udio impulsa partona koji hadron nosi.

Krenimo s prvim dijagramom na slici (a) koji odgovara kvark-kvark matričnom elementu. Korelator koji odgovara fragmentaciji kvarka okusa q u hadron h dan je formulom (8) iz članka [33]:

$$\Delta^{h/q}(z;\ P_h,\ S_h) = \sum\!\!\!\!\!\!\!\int_X \int \frac{d\xi^+}{2\pi} e^{ik^-\xi^+} \langle 0| W[\infty^+, \xi^+]\psi_q(\xi^+, 0^-, \vec{0}_T) |P_h, S_h; X\rangle \times$$
$$\langle P_h, S_h; X| \bar{\psi}_q(0^+, 0^-, \vec{0}_T) W[0^+, \infty^+] |0\rangle\,, \quad (2.5)$$

gdje je uvedena pokrata:

$$\sum\!\!\!\!\!\!\!\int_X \equiv \sum_X \int \frac{d^3\vec{P}_X}{(2\pi)^3 2P_X^0}\,. \quad (2.6)$$

Wilsonove linije brinu o baždarnoj invarijantnosti korelatora. Uvodimo pokratu za

trag FF korelatora s matricom Γ na način:

$$\Delta^{h/q\,[\Gamma]}(z;\ P_h, S_h) \equiv \frac{1}{4z}\mathrm{Tr}\left[\Delta^{h/q}(z, P_h, S_h)\ \Gamma\right] \tag{2.7}$$

te se tada kvark-kvark korelator može raspisati preko niza nezavisnih matrica kao što je napravljeno u formuli (12) članka [33]. Integrirane fragmentacijske funkcije su definirane preko tragova tih nezavisnih Diracovih matrica, a nama je najvažnija twist-3 integrirana fragmentacijska funkcija za poprečno polariziranu metu dana tragom:

$$\Delta^{h/q\,[i\sigma^{ij}\gamma_5]}(z;\ P_h,\ S_h) = \frac{M_h}{z^2 P_h^-}\left[\varepsilon_\perp^{ij} H^{h/q}(z)\right]. \tag{2.8}$$

Sa M_h označena je masa hadrona, dok su $\varepsilon_\perp^{ij} = \varepsilon^{+-\mu\nu}$ s konvencijom $\varepsilon_\perp^{12} = +1$. Sa $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ označeni su komutatori γ matrica u kojima se nalaze komponente definirane na svjetlosnom stošcu. Fragmentacijske funkcije višeg twist-a nisu nužno numerički manje od onih vodećeg twist-a, ali su njihovi doprinosi udarnom presjeku umanjeni za faktor M_h/P_h^-.

Druga klasa fragmentacijskih funkcija su TMD fragmentacijske funkcije u kojima osim ovisnosti o udjelu impulsa z imamo i ovisnost o poprečnom impulsu partona $\vec{k}_\perp$. TMD kvark-kvark korelator dan je formulom (35) iz članka [33]. Integracijom tog korelatora po impulsu $k_\perp$ dobivamo korelator integriranih fragmentacijskih funkcija dan u formuli (2.5). Koristeći trag definirian u formuli (2.7) TMD korelator također je moguće parametrizirani preko niza fragmentacijskih funkcija. Ove funkcije ne ulaze eksplicitno u naš račun, međutim ukoliko definiramo (n)-ti $k_\perp$-moment generičke fragmentacijske funkcije $X^{h/q}$ na način:

$$X^{(n)\,h/q}(z) = z^2 \int d^2\vec{k}_\perp \left(\frac{\vec{k}_\perp^2}{2M_h^2}\right)^n X^{h/q}(z,\ z^2\vec{k}_\perp^2), \tag{2.9}$$

tada možemo izdvojiti prvi $k_\perp$-moment Collinsove funkcije $H_1^{\perp(1)\,h/q}$, definirane u jednadžbi (40) članka [33], koji će ulaziti u naš račun polariziranog udarnog presjeka te odgovara doprinosu Feynmanovog dijagrama (b) sa slike 2.2:

$$\hat{H}^{\perp(1)\,h/q}(z) = z^2 \int d^2\vec{k}_\perp \frac{\vec{k}_\perp^2}{2M_h^2} H_1^{\perp\,h/q}(z,\ k_\perp^2) \tag{2.10}$$

Posljednji doprinos polariziranom udarnom presjeku dan je Feynamnovim dija-

gramom (c) na slici 2.2 te odgovara kvark-gluon-kvark korelatoru danom formulom (51) u članku [33]. U naš račun polariziranog udarnog presjeka ulazi imaginarni dio twist-3 fragmentacijske funkcije $\hat{H}_{FU}^{h/q}(z, z')$, međutim ova se funkcija može prikazati preko integrirane twist-3 fragmentacijske funkcije definirane u jednadžbi (2.8) te prvog $k_\perp$-momenta Collinsove funkcije definiranog u jednadžbi (2.10) preko jedne od QCD jedndadžbi gibanja:

$$H^{h/q}(z) = -2zH_1^{\perp(1)\,h/q}(z) + 2z^3 \int_z^\infty \frac{dz_1}{z_1^2} \frac{1}{\frac{1}{z} - \frac{1}{z_1}} \mathrm{Im}\hat{H}_{FU}^{h/q}(z, z_1) \tag{2.11}$$

3 Hibridni pristup udarnom presjeku i asimetrija jednog poprečnog spina

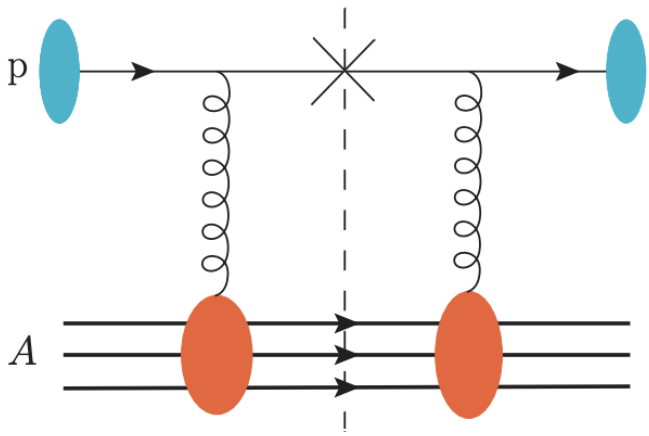
U ovom poglavlju postavit ćemo glavnu formulu za polarizirani udarni presjek koja ulazi u numerički račun asimetrije A_N što je glavni cilj ovog diplomskog rada. Sudari koje gledamo su proton-proton i proton-jezgra sudari, gdje su polarizirani protoni projektili te nepolarizirani protoni i jezgre mete. Konačno stanje procesa su producirani pioni π^+ i π^0. Numerički račun provodimo za sudare:

$$p^{\uparrow}(P_p,\, S_p) + A(P_A) \to h(P_{\pi\perp}) + X, \tag{3.1}$$

gdje h označava π^0 ili π^+. Udarni presjek zapisujemo u sustavu mirovanja centra mase.

Pratimo formulaciju iz [37] u kojem je korišten takozvani "hibridni" formalizam u kojem se kolinearni PDF-ovi koriste za polarizirani projektil te neintegrirane gluonske distribucije za metu. Za hibridni formalizam očekujemo da daje prikladni opis za režim naprednog rapiditeta gdje je poprečni impuls produciranog hadrona dan intrinzičnim poprečnim impulsima mete, za razliku od potpuno kolinearnog pristupa gdje proizlazi iz tvrdog matričnog elementa. U ovom radu promatramo samo fragmentacijski doprinos STSA budući da je to trenutno mehanizam kojeg favoriziraju globalne prilagodbe [38], dok se doprinos koji proizlazi iz twist-3 komponente poprečno polariziranog protona može pronaći u [31].

Na dijagramu na slici 3.1 prikazana je produkcija hadrona u nepolariziranom pA sudaru unutar CGC formalizma za vodeći red računa smetnje. Iako je na slici prikazana interakcija s metom izmjenom samo jednog gluona, on predstavlja Wilsonovu liniju opisanu u jednadžbi (1.21).



Slika 3.1: Produkcija hadrona za nepolarizirani pA sudar unutar CGC formalizma. Slika preuzeta iz [39].

Spinski neovisan diferencijalni udarni presjek za proces (3.1) u naprednom pA području dan je s jednadžbom izvedenom u članku [40]:

$$\frac{d\sigma}{dy_h\, d^2P_{h\perp}} = \sum_a \int_{z_{\min}}^{1} \frac{dz}{z^2} x_q f_1^a(x_q,\, \mu^2) F(x_g, P_{h\perp}/z) D^{h/a}(z, P_{h\perp}^2), \tag{3.2}$$

gdje je y_h rapiditet i $P_{h\perp}$ poprečni impuls produciranog hadrona koji za promatrani sudar odgovara faktorizacijskoj skali. Sumacija po indeksu a uključuje sve okuse kvarkova, kao i pripadne antikvarkove. U numeričkom računu ograničavamo se na u i d-kvarkove, jer oni čine dominantni doprinos na velikim vrijednostima x_F. Također, imamo $x_{q,g} = \frac{P_{h\perp}}{z\sqrt{s}} e^{\pm y_h}$ te $z_{\min} = \frac{P_{h\perp}}{\sqrt{s}} e^{y_h}$. x_F i $x_{q,g}$ povezani su preko rapiditeta $y_h = \text{asinh}(\frac{x_F\sqrt{s}}{2P_{h\perp}})$. U režimu velikih x_F vrijedi $x_q = x_F$, odnosno u tom režimu x_g je mali te je zato prikladno koristiti CGC formalizam. Funkcija f_1^a je ranije spomenuta kolinearna kvarkovska distribucijska funkcija i $D(z)$ pripadna fragmentacijska funkcija za nepolarizirani sudar.

Promotrimo sada fragmentacijski doprinos STSA za proces (3.1). Centralna formula ovog diplomskog rada, po kojoj radimo numerički račun, je polarizirani dife-

rencijalni udarni presjek [41]:

$$\frac{d\Delta\sigma(S_\perp)}{d^2P_{h\perp}dy_h} = -\frac{M_N}{2}\int_{z_{\min}}^{1}\sum_a \frac{dz}{z^2}x_q h_1^a(x_q, P_{h\perp}^2)$$
$$\frac{M_h}{M_N}\Bigg\{2H^{\perp(1),\,h/a}(z, P_{h\perp}^2)\frac{dF(x_g,k_\perp)}{d\left(\frac{P_{h\perp}}{z}\right)} + \frac{4}{P_{h\perp}}\frac{1}{N_c^2-1}\Bigg[z\frac{d}{dz}(zH^{\perp(1),\,h/a}(z,P_{h\perp}^2))$$
$$-2\tilde{H}^{h/a}(z,P_{h\perp}^2) + \frac{2N_c^2}{R_A^2}\tilde{H}^{h/a}(z,P_{h\perp}^2)\int_0^{\frac{P_{h\perp}}{z}} l_\perp dl_\perp\, F(x_g,\, l_\perp)\Bigg]F(x_g,k_\perp)\Bigg\}, \quad (3.3)$$

gdje je $k_\perp = \frac{P_{h\perp}}{z}$, R_A je radijus nukleona te su M_h i M_N mase hadrona i nukleona. Notacija koja je korištena u ovom radu povezana je s notacijom iz [41] preko relacija:

$$H^{h/a}(z,Q^2) = -\frac{M_N}{M_h}\hat{e}_{\bar{1}}^{h/a}(z,Q^2) \quad (3.4)$$

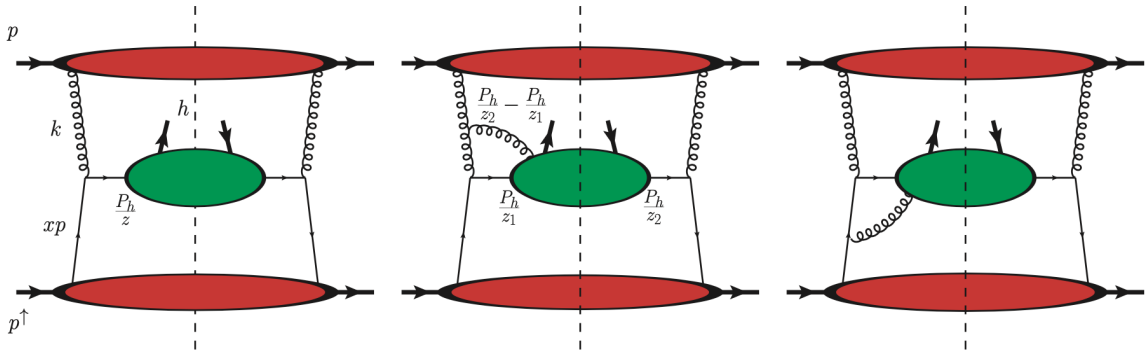
$$H^{\perp(1),\,h/a}(z,Q^2) = \frac{M_N}{2M_h}\text{Im}\ \tilde{e}^{h/a}(z,Q^2) \quad (3.5)$$

$$\text{Im}\ \hat{H}_{\text{FU}}^{h/a}(z,z',Q^2) = \frac{M_N}{2M_h}\text{Im}\ \hat{E}_F^{h/a}(z',z,Q^2), \quad (3.6)$$

gdje su $H^{h/a}(z,Q^2)$, $H^{\perp(1),h/a}(z,Q^2)$ i $\hat{H}_{\text{FU}}^{h/a}(z,z',Q^2)$ intrinzična, kinematička i dinamička twist-3 fragmentacijska funkcija. Intrinzičnu fragmentacijsku funkciju ne koristimo u obliku (3.4), već koristimo relaciju (13) iz [42]:

$$H^{h/a}(z) = -2zH^{\perp(1),\,h/a}(z) + \tilde{H}^{h/a}(z). \quad (3.7)$$

Fragmentacijska funkcija $H^{\perp(1),\,h/a}(z,Q^2)$ dana u (3.5) je prvi $k_\perp$-moment Collins-ove funkcije definirana u jednadžbi (2.10).



Slika 3.2: Dijagrami fragmentacijskih doprinosa asimetriji A_N. Slika preuzeta iz [37].

Na slici 3.2 nalaze se Feynman-ovi dijagrami fragmentacijskih doprinosa polariziranom udarnom presjeku (3.3) za proces (3.1). Prvi dijagram odgovara twist-3 doprinosima korelatora dva kvarka, dok druga dva dijagrama odgovaraju doprinosima kvark-gluon-kvark korelatora.

Nuklearna ovisnost u formulu (3.3) ulazi kroz dipolnu funkciju $F(x, k_\perp)$. Prvi član polariziranog udarnog presjeka dan u (3.3) ima ovisnost $\sim dF/dk_\perp$ što je u režimu zasićenja proporcionalno $dF/dk_\perp \sim k_\perp F/Q_S^2$. Kada računamo STSA u nazivniku imamo nepolarizirani udarni presjek koji je linearno ovisan o F tako da nam za prvi član ostaje $A_N \sim 1/Q_S^2$ što vodi na $A_N \sim A^{-1/3}$ jer je $Q_S^2 \sim A^{1/3}$, kao što možemo vidjeti iz jednadžbe (1.17). U drugom članu koji je linearan u dipolu, nuklearna ovisnost je $A_N \sim 1/P_{h\perp} \sim A^{-1/6}$ dok je u članu proporcionalnom kvadratu dipola potrebno u integral uvrstiti oblik dan jednadžbom (1.18) te za taj član također dobivamo $A_N \sim A^{-1/3}$.

4 Rezultati

STSA smo računali za produkciju π^+ i π^0. Glavna motivacija za izbor ove dvije čestice bila je da konačni rezultat možemo usporediti s rezultatima članka [41] gdje se računala asimetrija na temelju sličnog modela, ali bez $\tilde{H}$ funkcije. Rezultati ovog rada pokazat će nam kako uključenje $\tilde{H}$ doprinosa mijenja asimetriju A_N te posebno, kako se mijenja njena nuklearna ovisnost. Asimetrija i njena nuklearna ovisnost mjerene su na STAR [43] i PHENIX [44] eksperimentima na RHIC-u.

Formula za udarni presjek neće biti ista pri produkciji različitih piona. Za π^+ produkciju simbolično imamo:

$$\sigma_{\pi^+} \sim \sum_f f_f D_{f/\pi^+} = \left(f_u D_{u/\pi^+} + f_d D_{d/\pi^+}\right) = \left(f_u D_{\text{fav}} + f_d D_{\text{unfav}}\right), \tag{4.1}$$

gdje je omiljena (engl. "favoured") produkcija $u \to \pi^+$ dok je neomiljena (engl. "unfavoured") $d \to \pi^+$. Suma po okusima kvarkova uzima u obzir samo kvarkove u i d jer podaci koje koristimo sadrže FF i PDF funkcije dane samo za ta dva okusa.

Za π^0 znamo da vrijedi:

$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}), \tag{4.2}$$

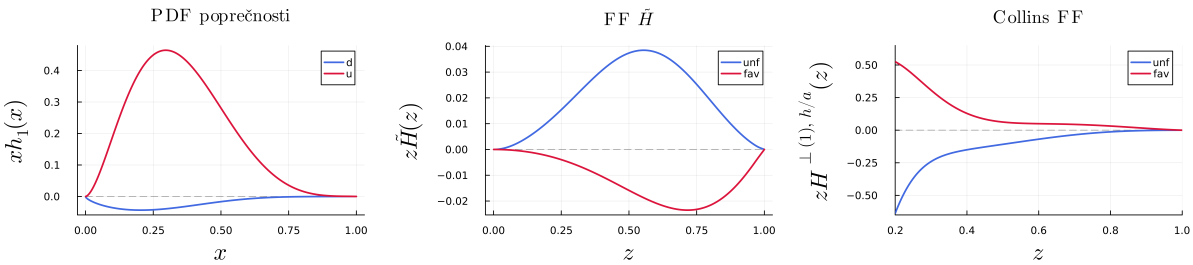
te imamo:

$$D_{u\to\pi_0} = \frac{1}{2}(D_{u\to\pi_+} + D_{d\to\pi_+}) = \frac{1}{2}(D_{\text{fav}} + D_{\text{unfav}}) = D_{d\to\pi_0}. \tag{4.3}$$

Koristeći gornju jednadžbu vidimo da za račun udarnog presjeka imamo sljedeće:

$$\sigma_{\pi_0} \sim \left(f_u\ D_{u\to\pi_0} + f_d\ D_{d\to\pi_0}\right) = \frac{1}{2}(f_u + f_d)(D_{\text{fav}} + D_{\text{unfav}}). \tag{4.4}$$

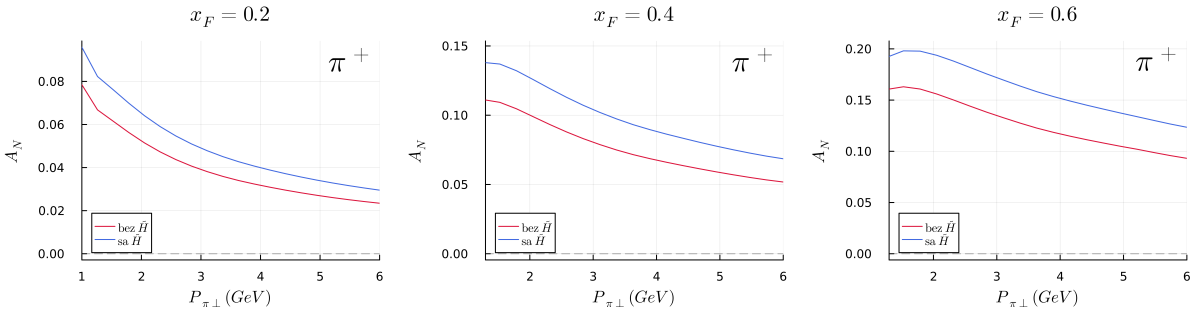
Za računanje udarnih presjeka koristimo vlastiti kod napisan u programskom jeziku Julia. Za numeričke derivacije koristi se paket "FiniteDifferences" dok se za numeričko integriranje koristi "Cubature" paket. Tablice vrijednosti fragmentacijskih i partonskih distribucijskih funkcija dobili smo iz JAM kolaboracije [45]. Alat za obradu podataka je LHAPDF [46]. Za dipol su korišteni podaci iz [47] i [48]. Na slici 4.1 prikazani su grafovi partonske distribucijske funkcije poprečnosti, kao i dvije twist-3 fragmentacijske funkcije koje smo koristili u računu, Collins funkcije i $\tilde{H}$.



Slika 4.1: Twist-2 PDF poprečnosti i twist-3 FF-ovi Collins i $\tilde{H}$ koji ulaze u numerički račun STSA za vrijednost $P_{h\perp} = 2\,\text{GeV}$.

Prvi rezultat koji promatramo je ovisnost $A_N(P_{\pi\perp})$ za $p^{\uparrow}p$ sudare prilikom π^+ produkcije. Gledamo asimetriju s članovima koji sadrže $\tilde{H}$, označene crvenom bojom na grafu te asimetriju bez $\tilde{H}$, označenu plavom bojom.

Na grafu na slici 4.2 prikazani su rezultati asimetrije za tri vrijednosti $x_F \in \{0.2,\, 0.4,\, 0.6\}$

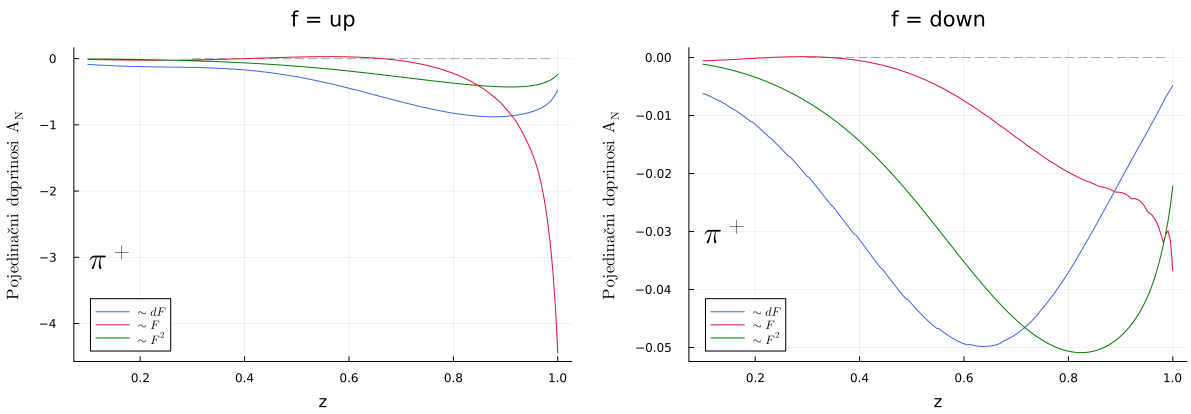


Slika 4.2: Graf ovisnosti $A_N(P_{\pi\perp})$ u $p^{\uparrow}p$ sudarima za produkciju π^+.

Vidimo da na sva tri grafa asimetrija pada kako $P_{\pi\perp}$ raste. Ovo je očekivano jer za velike $P_{\pi\perp}$ očekujemo da asimetrija iščezava, što je u skladu s twist-3 prirodom fragmentacijskih funkcija koje ulaze u udarni presjek. Također, vidimo da je asimetrija veća za otprilike 20% kada se uzme u obzir doprinos funkcije $\tilde{H}$.

Činjenica da članovi koji sadrže $\tilde{H}$ pozitivno doprinose asimetriji je vidljiva iz formule (3.3) ako pogledamo globalne predznake sva tri člana. Osim globalnog minusa koji dolazi od člana $S_i P_{hj} \epsilon^{ij} / P_{h\perp} = -1$, u prvom članu je derivacija dipola negativna, dok je umnožak distribucijske funkcije poprečnosti i Collins funkcija istog predznaka u svakoj kombinaciji okusa koje ulaze u udarni presjek u formuli (3.3). Na gornja tri grafa imamo $z > 0.2$ te je u ovom režimu derivacija Collins funkcije u (3.3) domi-

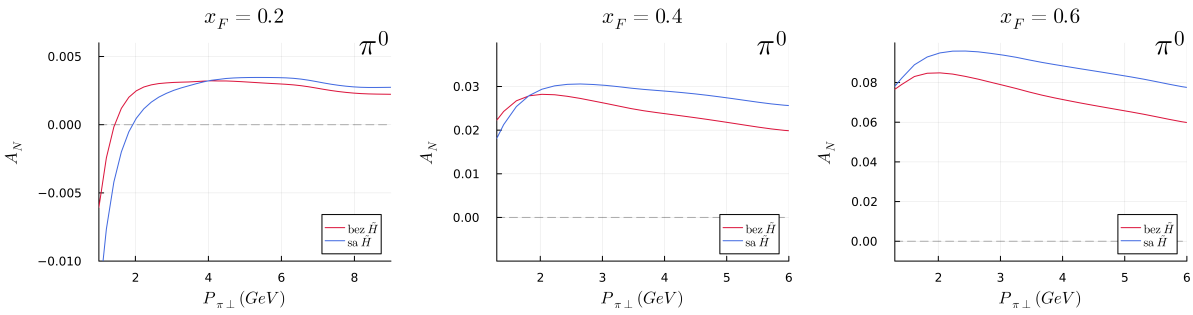
nantni član. Za $z \to 0$ (3.3) može promijeniti predznak, no tada je doprinos u (3.3) numerički mali. Na većim z su oba člana u uglatim zagradama istog predznaka. Zadnji član je jednostavan jer imamo samo pozitivni dipol te integral pomnožen s $\tilde{H}$. Potvrdu ove analize predznaka možemo vidjeti na grafu na slici 4.3 gdje su odvojeno nacrtani doprinosi pojedinačnih članova ukupnoj asimetriji:



Slika 4.3: Doprinos članova proporcionalnih derivaciji dipola (zelena krivulja), dipolu (plava krivulja) te kvadratu dipola (crvena krivulja) ukupnoj asimetriji prilikom π^+ produkcije kao funkcija varijable z. Račun je proveden s $\sqrt{s} = 200$ GeV, $P_{h\perp} = 1.0$ GeV i $x_F = 0.2$.

Na grafu na slici 4.3 nacrtani su pojedinačni doprinosi polariziranom udarnom presjeku podijeljenji s nepolariziranim udarnim presjekom, odnosno kada bi integrirali ove doprinose po varijabli z dobili bi doprinos asimetriji svakog od članova jednadžbe (3.3). Vidimo da je doprinos člana proporcionalnog derivaciji dipola najveći, osim za up kvark na $z \approx 1$. Ovaj član nam objašnjava maksimum funkcije $A_N(P_{\pi\perp})$ s grafova na slici 4.2. Pri malim $k_\perp$ dipol se ponaša kao $F \sim e^{-k_\perp^2/Q_S^2}$ te doprinos asimetriji ide kao dF/F, što znači da za male vrijednosti $k_\perp$ imamo linearni rast dok za velike vrijednosti $k_\perp$ imamo pad dipola s ovisnošću $F \sim 1/k_\perp^2$ odnosno doprinos pada s $dF/F \sim 1/k_\perp$. Ukoliko se sjetimo da je $k_\perp = P_{h\perp}/z$ vidimo da ova analiza odgovara podacima na grafu na slici 4.2.

Ukoliko pogledamo istu ovisnost $A_N(P_{\pi\perp})$ za $p^\uparrow p$ sudare prilikom π^0 produkcije, dobivamo malo drugačije rezultate.

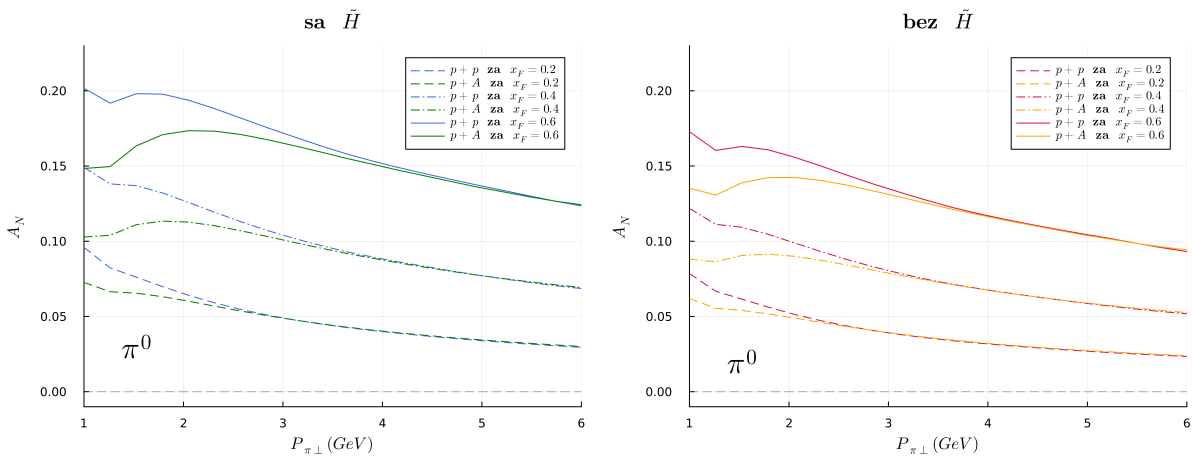


Slika 4.4: Graf ovisnosti $A_N(P_{\pi\perp})$ u $p^{\uparrow}p$ sudarima za produkciju π^0.

Račun asimetrije pri produkciji π^0 sadrži drugačije kombinacije okusa kao što vidimo iz jednadžbe (4.4) iz prethodnog poglavlja. Možemo vidjeti da je za produkciju π^0 prisutan isti trend smanjenja asimetrije kako $P_{h\perp}$ raste, međutim sada je prisutna promjena predznaka asimetrije na malim x_F.

Još jednom vidimo da su pri $x_F \geq 0.4$ globalni predznaci isti za sve članove u formuli (3.3), odnosno da članovi s $\tilde{H}$ pozitivno doprinose asimetriji. Vidimo da postoji $P_{h\perp}$ za koji je asimetrija pojedine produkcije piona maksimalna te se ta vrijednost pomiče prema većim $P_{h\perp}$ što je veći x_F. Dobiveni rezultati su kvalitativno u skladu sa STAR eksperimentom [43]. Mala razlika u odnosu na STAR eksperiment je pad asimetrije s povećanjem $P_{h\perp}$, međutim pad je dovoljno malen da ulazi unutar okvira greške STAR eksperimenta pa možemo reći da je teorija u slaganju s mjerenjima.

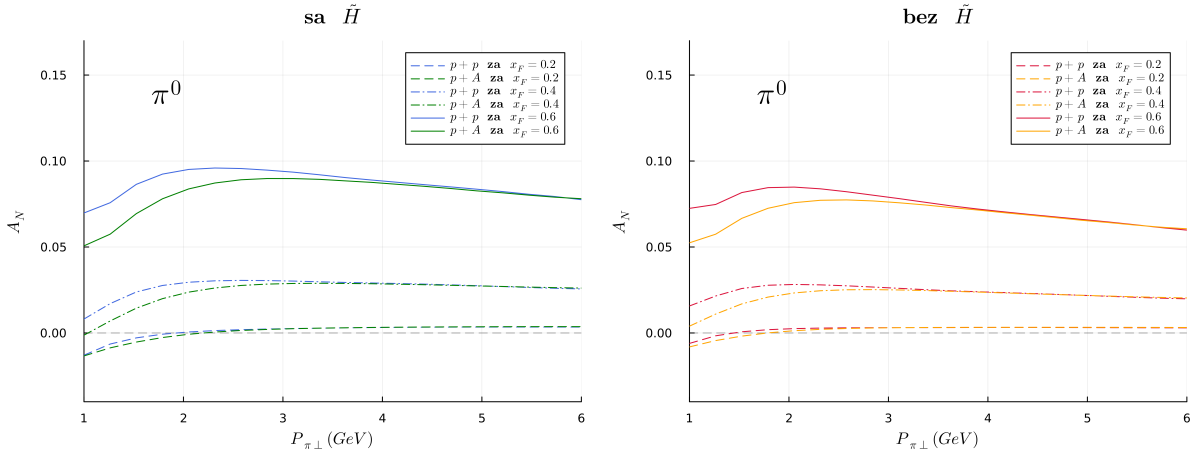
Sljedeći rezultat kojeg ćemo pogledati je usporedba ovisnosti $A_N^{pp}(P_{\pi\perp})$ i $A_N^{pA}(P_{\pi\perp})$ o $P_{\pi\perp}$ za jezgru $A = 197$, prilikom π^+ produkcije na različitim vrijednostima x_F. Kao što smo rekli na kraju 3. poglavlja, nuklearna ovisnost trećeg člana (onog proporcionalnog $\tilde{H}$ i F^2) trebala bi također biti $A_N \sim A^{-1/3}$ [37]. Na grafu na slici 4.3 vidjeli smo da je primarni doprinos STSA došao od člana s linearnom ovisnošću o dipolu $F(x, k_\perp)$. Na grafu na slici 4.5 vidimo vrijednosti asimetrije $p^{\uparrow}p$ i $p^{\uparrow}A$ sudara za vrijednost $x_F \in \{0.2,\ 0.4,\ 0.6\}$ s i bez $\tilde{H}$ doprinosa.



Slika 4.5: Graf ovisnosti $A_N^{pp}(P_{\pi\perp})$ i $A_N^{pA}(P_{\pi\perp})$ za produkciju π^+ s i bez $\tilde{H}$ doprinosa za vrijednost $x_F \in \{0.2,\ 0.4,\ 0.6\}$. Za račun $A_N^{pA}(P_{\pi\perp})$ korištena je jezgra $A = 197$.

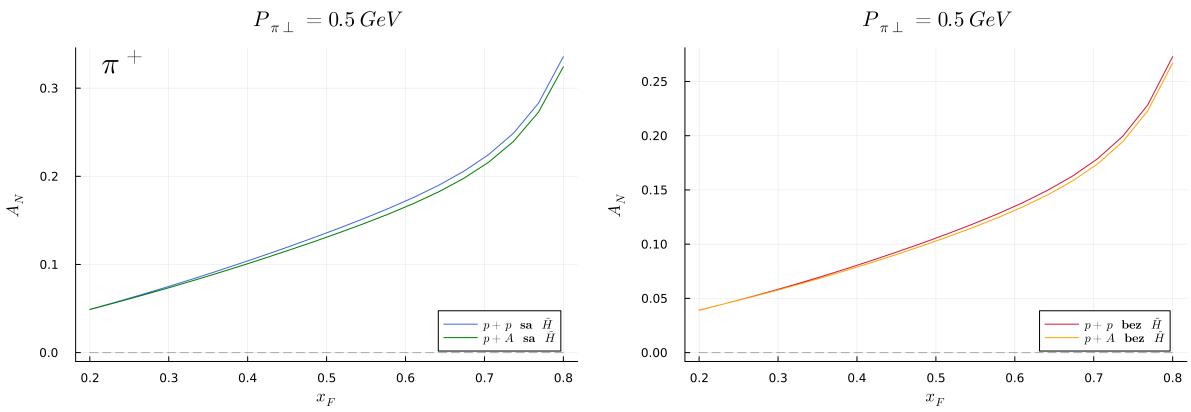
Vidimo da je na malim vrijednostima $P_{h\perp}$ asimetrija veća za $p^\uparrow p$ sudar nego što je za $p^\uparrow A$ sudar, što se slaže s očekivanjem da asimetrija pada za $A \to \infty$. Kako idemo prema većim vrijednostima $P_{h\perp}$ razlika asimetrija $p^\uparrow p$ i $p^\uparrow A$ sudara nestaje jer izlazimo iz saturacijskog režima. Ako pogledamo desni graf u odnosu na lijevi, iz skala na y osi vidimo da je doprinos asimetriji od $\tilde{H}$ članova pozitivan i u $p^\uparrow A$ sudarima. Pri većim x_F svi su trendovi isti kao i na manjim vrijednostima. Jedina promjena je da se razlika u asimetriji $p^\uparrow p$ i $p^\uparrow A$ sudara za veće vrijednosti x_F događa i na većim $P_{h\perp}$. Razlog tome je da saturacijska skala raste kako se x_F povećava (x_g smanjuje) pa za fiksni $P_{h\perp}$ meta više nije u saturacijskom režimu gdje se očekuje nuklearna ovisnost.

Na grafu na slici 4.6 prikazane su iste ovisnosti $A_N^{pp}(P_{\pi\perp})$ i $A_N^{pA}(P_{\pi\perp})$ za jezgru $A = 197$, ali za produkciju π^0 za $x_F \in \{0.2,\ 0.4,\ 0.6\}$.



Slika 4.6: Graf ovisnosti $A_N^{pp}(P_{\pi\perp})$ i $A_N^{pA}(P_{\pi\perp})$ za produkciju π^0 s i bez $\tilde{H}$ doprinosa za vrijednost $x_F \in \{0.2,\ 0.4,\ 0.6\}$. Za račun $A_N^{pA}(P_{\pi\perp})$ korištena je jezgra $A = 197$.

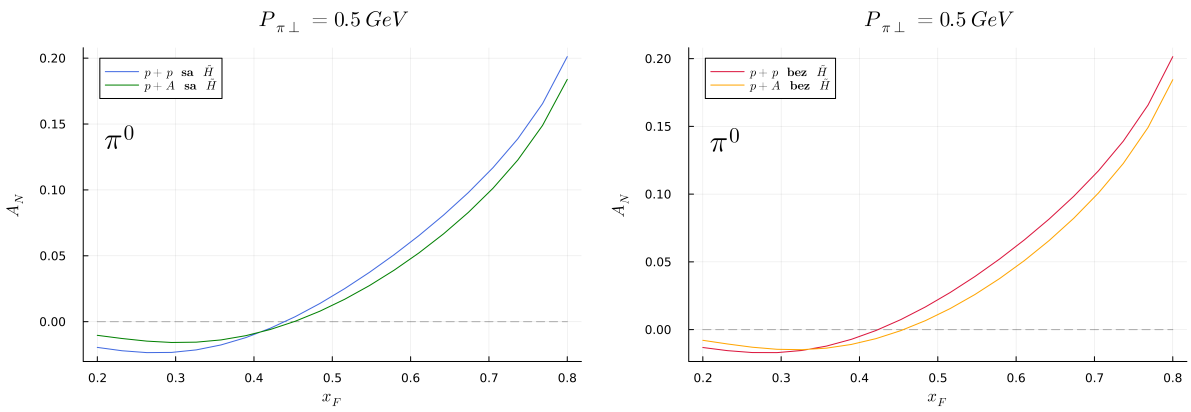
Kao i na grafu na slici 4.5 vidimo da je pri π^0 produkciji pA sudara rezultat isti kao i kod pp sudara. Nuklearna ovisnost pokazuje istu sistematiku kao i kod π^+ produkcije. Isti učinak kao i kod π^+ produkcije vidimo i za veće vrijednosti x_F.



Slika 4.7: Graf ovisnosti $A_N^{pp}(x_F)$ i $A_N^{pA}(x_F)$ za produkciju π^+ s i bez $\tilde{H}$ doprinosa. Za račun $A_N^{pA}(x_F)$ korištena je jezgra $A = 197$.

Idući rezultat je ovisnost $A_N^{pp}(x_F)$ i $A_N^{pA}(x_F)$ za produkciju π^+ za jezgru $A = 197$. Na grafu na slici 4.7 računali smo asimetriju s konstantnom vrijednosti $P_{h\perp} = 0.5$ GeV, što odgovara saturacijskom režimu za jezgre. Vidimo da vrijednost asimetrije raste s porastom x_F te da je asimetrija veća za $p^\uparrow p$ sudar u odnosu na $p^\uparrow A$ sudar. Dodavanje $\tilde{H}$ članova ne utječe znatno na funkcionalnu ovisnost, samo dodaje ukup-

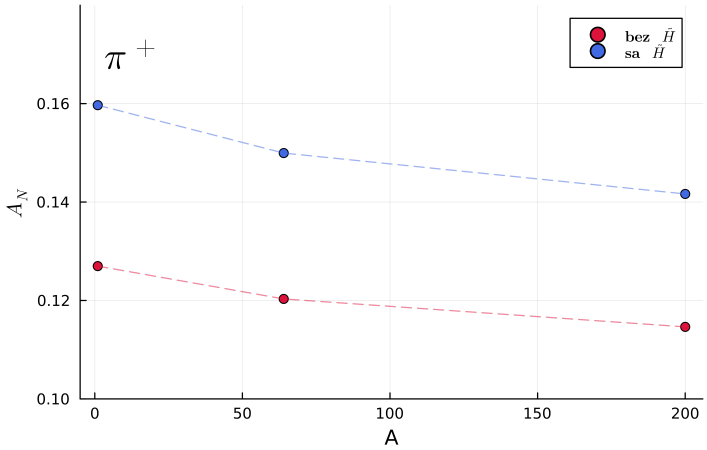
noj vrijednosti asimetrije. Na ovim grafovima vidimo da je razlika asimetrija $p^{\uparrow}p$ i $p^{\uparrow}A$ sudara približno konstantna za konstantnu vrijednost $P_{h\perp}$. Također vidimo da je nuklearna ovisnost nešto izraženija u slučaju kada uključimo $\tilde{H}$ doprinose. Ako pogledamo idući graf na slici 4.8 vidimo istu ovisnost $A_N^{pp}(x_F)$ i $A_N^{pA}(x_F)$, ali ovaj put za produkciju π^0:



Slika 4.8: Graf ovisnosti $A_N^{pp}(x_F)$ i $A_N^{pA}(x_F)$ za produkciju π^0 s i bez $\tilde{H}$ doprinosa. Korištena je jezgra $A = 197$.

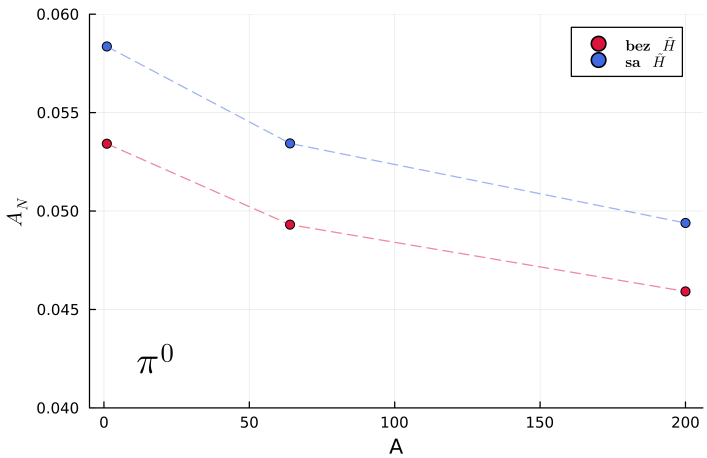
Za π^0 produkciju opet imamo rezultate koji vode na iste zaključke kao i kod π^+ produkcije. Omjer krivulja na grafu na gornjoj slici odgovara omjeru saturacijskih skala protona i jezgre.

Konačni rezultat kojeg promatramo je nuklearna ovisnost asimetrije $A_N(A)$. Na slici 4.9 prikazan je graf ovisnosti $A_N(A)$ za π^+ produkciju.



Slika 4.9: Graf ovisnosti $A_N(A)$ za produkciju π^+ izračunat za vrijednosti $P_{h\perp} = 2.0$ GeV, $x_F = 0.5$, $\sqrt{s} = 200$ GeV.

Za račun asimetrije kod $p^{\uparrow}A$ sudara koristili smo dipol za jezgru bakra gdje je $A = 64$ te zlato za koje je $A = 197$. Asimetriju smo računali s i bez $\tilde{H}$ doprinosa i u oba slučaja zaključujemo da asimetrija pada s povećanjem mete. Isto tako možemo pogledati nuklearnu ovisnost asimetrije za produkciju π^0.



Slika 4.10: Graf ovisnosti $A_N(A)$ za produkciju π^0 izračunat za vrijednosti $P_{h\perp} = 2.0$ GeV, $x_F = 0.5$, $\sqrt{s} = 200$ GeV.

Dobili smo krivulju sa skoro istim nagibom kao i za π^+ produkciju, međutim apsolutna vrijednost asimetrije je manja kod produkcije π^0. Na grafu na slici 4.10 i dalje su prisutni očekivani trendovi koje smo ranije opisivali, npr. vidimo da $\tilde{H}$ nema puno utjecaja na nuklearnu ovisnost asimetrije.

5 Zaključak

U ovom diplomskom radu napravljen je numerički račun jednostruke asimetrije poprečnog spina u visokoenergetskim proton-proton i proton-jezgra sudarima prilikom produkcije π^+ i π^0 čestica gdje je jedan od ulaznih protona poprečno polariziran. Promatrani su fragmentacijski doprinosi twist-a 3 asimetriji A_N. Objašnjena je kinematika hadrona na visokim energijama gdje strukturu hadrona preuzimaju gluoni. Na primjeru dubokog neelastičnog raspršenja uveden je pojam spinske asimetrije te je dana motivacija za promatranje doprinosa višeg twist-a. Za opis nepolarizirane mete korišten je formalizam staklastog kondenzata boje koji opisuje valnu funkciju hadrona na visokim energijama u QCD. Ovakav pristup omogućio nam je da koristimo klasično polje jezgre kako bi opisali kompleksni sustav kvarkova i gluona koji sačinjava hadronsku strukturu na visokim energijama. Uvedene su i ukratko objašnjene kolinearne twist-3 distribucijske i fragmentacijske funkcije kroz pripadne kvark-kvark i kvark-gluon-kvark korelatore. Formula za udarni presjek (3.3) prilagođena je za numerički račun te je proveden račun ovisnosti asimetrije o poprečnom impulsu i Feynmanovom x-u koristeći programski jezik Julia. Numerički rezultati u dobrom su slaganju s onima iz članka [41] te je dodavanja doprinosa $\tilde{H}$ pozitivno doprinijelo asimetriji. Također, dobivena je nuklearna ovisnost asimetrije koja nije promjenjena dodavanjem doprinosa $\tilde{H}$.

Literatura

[1] Peskin, M. E., Schroeder, D. V. (1995). An Introduction to quantum field theory. Addison-Wesley. https://doi.org/10.1201/9780429503559

[2] Klem, R. D., Bowers, J. E., Courant, H. W., Kagan, H., Marshak, M. L., Peterson, E. A., Ruddick, K., Dragoset, W. H., & Roberts, J. B. (1976). Measurement of Asymmetries of Inclusive Pion Production in Proton-Proton Interactions at 6 and 11.8 GeV/c. Phys. Rev. Lett., 36(16), 929–931. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.36.929

[3] Bunce, G., Handler, R., March, R., Martin, P., Pondrom, L., Sheaff, M., Heller, K., Overseth, O., Skubic, P., Devlin, T., Edelman, B., Edwards, R., Norem, J., Schachinger, L., & Yamin, P. (1976). Hyperon Polarization in Inclusive Production by 300-GeV Protons on Beryllium. Phys. Rev. Lett., 36(19), 1113–1116. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.36.1113

[4] M. D. Sievert, Ph. D. dissertation

[5] Gelis, F., Iancu, E., Jalilian-Marian, J., & Venugopalan, R. (2010). The Color Glass Condensate. Annual Review of Nuclear and Particle Science, 60(1), 463–489. https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.010909.083629

[6] Klem, R. D., Bowers, J. E., Courant, H. W., Kagan, H., Marshak, M. L., Peterson, E. A., Ruddick, K., Dragoset, W. H., & Roberts, J. B. (1976). Measurement of Asymmetries of Inclusive Pion Production in Proton-Proton Interactions at 6 and 11.8 GeV/c. Phys. Rev. Lett., 36(16), 929–931. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.36.929

[7] Feynman, R.P. (1972). Photon-hadron Interactions (1st ed.). CRC Press. https://doi.org/10.1201/9780429493331

[8] Grosse Perdekamp, M., & Yuan, F. (2015). Transverse Spin Structure of the Nucleon. Annual Review of Nuclear and Particle Science, 65(1), 429–456. https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-102014-021948

[9] Pitonyak, D. (2016). Transverse spin observables in hard-scattering hadronic processes within collinear factorization. International Journal of Modern Physics A, 31(32), 1630049. https://doi.org/10.1142/S0217751X16300490

[10] Adare, A., et. al. PHENIX Collaboration. (2014). Measurement of transverse-single-spin asymmetries for midrapidity and forward-rapidity production of hadrons in polarized p+p collisions at $= 200$ and 62.4 GeV. Phys. Rev. D, 90(1), 012006. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.012006

[11] Kane, G. L., Pumplin, J., & Repko, W. (1978). Transverse Quark Polarization in Large-pT Reactions, ee - Jets, and Leptoproduction: A Test of Quantum Chromodynamics. Phys. Rev. Lett., 41(25), 1689–1692. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.41.1689

[12] Sievert, M. D. (2014). Transverse Spin and Classical Gluon Fields: Combining Two Perspectives on Hadronic Structure. https://arxiv.org/abs/1407.4047

[13] Sivers, D. (1990). Single-spin production asymmetries from the hard scattering of pointlike constituents. Phys. Rev. D, 41(1), 83–90. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.41.83

[14] Efremov, A. V., & Teryaev, O. V. (1985). QCD asymmetry and polarized hadron structure function measurement. Physics Letters B, 150(5), 383–386. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0370-2693(85)90999-2

[15] Qiu, J., & Sterman, G. (1991). Single transverse spin asymmetries. Phys. Rev. Lett., 67(17), 2264–2267. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.67.2264

[16] Collins, J. (1993). Fragmentation of transversely polarized quarks probed in transverse momentum distributions. Nuclear Physics B, 396(1), 161–182. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0550-3213(93)90262-N

[17] Collins, J. (1993). Fragmentation of transversely polarized quarks probed in transverse momentum distributions. Nuclear Physics B, 396(1), 161–182. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0550-3213(93)90262-N

[18] Ratcliffe, P. G. (1986). Transverse spin and higher twist in QCD. Nuclear Physics B, 264, 493–512. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0550-3213(86)90495-5

[19] Qiu, J., & Sterman, G. (1991). Single transverse spin asymmetries. Phys. Rev. Lett., 67(17), 2264–2267. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.67.2264

[20] Eguchi, H., Koike, Y., & Tanaka, K. (2007). Twist-3 formalism for single transverse spin asymmetry reexamined: Semi-inclusive deep inelastic scattering. Nuclear Physics B, 763(1), 198–227. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2006.11.016

[21] Beppu, H., Koike, Y., Tanaka, K., & Yoshida, S. (2011). Single Transverse-Spin Asymmetry in Open Charm Production in SIDIS. https://arxiv.org/abs/1107.3234

[22] Pitonyak, D. (2016). Transverse spin observables in hard-scattering hadronic processes within collinear factorization. International Journal of Modern Physics A, 31(32), 1630049. https://doi.org/10.1142/S0217751X16300490

[23] Metcalfe, J., Seidel, S., Allahverdi, R., Bean, A., & Gorelov, I. (2011.). Development of Planar and 3D Silicon Sensor Technologies for the ATLAS Experiment Upgrades and Measurements of Heavy Quark Production Fractions with Fully Reconstructed D-star Mesons with ATLAS. https://inspirehep.net/literature/1186198

[24] Sievert, M. D., & Vitev, I. (2018). Quark branching in QCD matter to any order in opacity beyond the soft gluon emission limit. Phys. Rev. D, 98(9), 094010. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.094010

[25] https://indico.in2p3.fr/event/2358/contributions/23770/attachments/19255/23511/Gelis.pdf

[26] Kovchegov YV, Levin E. Quantum Chromodynamics at High Energy. Cambridge University Press; 2012. https://www.cambridge.org/core/books/quantum-chromodynamics-at-high-energy/0A4CB195ABDAE67BFA62967683F5E078

[27] Balitsky, I. (1996). Operator expansion for high-energy scattering. Nuclear Physics B, 463(1), 99–157. https://doi.org/10.1016/0550-3213(95)00638-9

[28] Kovchegov, Y. V. (1999). Small-x F structure function of a nucleus including multiple Pomeron exchanges. Phys. Rev. D, 60(3), 034008. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.60.034008

[29] Mäntysaari, H. (2015). Scattering off the Color Glass Condensate. https://arxiv.org/abs/1506.07313

[30] Dominguez, F., Marquet, C., Xiao, B.W., & Yuan, F. (2011). Universality of unintegrated gluon distributions at smallx. Physical Review D, 83(10). https://arxiv.org/abs/1101.0715

[31] Hatta, Y., Xiao, B.-W., Yoshida, S., & Yuan, F. (2016). Single spin asymmetry in forward pA collisions. Phys. Rev. D, 94(5), 054013. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.054013

[32] McLerran, L., Venugopalan, R. (1994). Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei. Physical Review D, 49(5), 2233–2241. https://doi.org/10.1103/physrevd.49.2233

[33] Metz, A., & Vossen, A. (2016). Parton fragmentation functions. Progress in Particle and Nuclear Physics, 91, 136–202. https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2016.08.003

[34] Barone, V. (2011). An Introduction to the Transverse Structure of Hadrons. https://api.semanticscholar.org/CorpusID:56304835

[35] Soffer, J. (1995). Positivity Constraints for Spin-Dependent Parton Distributions. Physical Review Letters, 74(8), 1292–1294. https://doi.org/10.1103/physrevlett.74.1292

[36] Metz, A., & Pitonyak, D. (2013). Fragmentation contribution to the transverse single-spin asymmetry in proton–proton collisions. Physics Letters B, 723(4), 365–370. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.physletb.2013.05.043

[37] Hatta, Y., Xiao, B.-W., Yoshida, S., & Yuan, F. (2017). Single spin asymmetry in forward pA collisions. II. Fragmentation contribution. Phys. Rev. D, 95(1), 014008. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95.014008

[38] Jefferson Lab Angular Momentum Collaboration, J. Cammarota, Phys.Rev.D 102 (2020) 5, 054002 https://inspirehep.net/literature/1781484

[39] Shi, Y., Wang, L., Wei, S.-Y., & Xiao, B.-W. (2022). Pursuing the Precision Study for Color Glass Condensate in Forward Hadron Productions. Phys. Rev. Lett., 128(20), 202302. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.128.202302

[40] Dumitru, A., Hayashigaki, A., & Jalilian-Marian, J. (2006). The color glass condensate and hadron production in the forward region. Nuclear Physics A, 765(3), 464–482. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.11.014

[41] Benić, S., & Hatta, Y. (2019). Single spin asymmetry in forward pA collisions: Phenomenology at RHIC. Phys. Rev. D, 99(9), 094012. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.99.094012

[42] Gamberg, L., Kang, Z.-B., Pitonyak, D., & Prokudin, A. (2017). Phenomenological constraints on AN in $p^{\uparrow}p \to \pi X$ from Lorentz invariance relations. Physics Letters B, 770, 242–251. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.physletb.2017.04.061

[43] C. Dilks et al. (STAR Collaboration), PoS DIS2016 (2016) 212 https://arxiv.org/abs/1805.08875

[44] Aidala, C., et. al. . (2019). Nuclear Dependence of the Transverse Single-Spin Asymmetry in the Production of Charged Hadrons at Forward Rapidity in Polarized p+p, p+Al, and p+Au Collisions at $_N N = 200$ GeV. Phys. Rev. Lett., 123(12), 122001. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.122001

[45] Jefferson Lab Angular Momentum (JAM) collaboration, C. Cocuzza, W. Melnitchouk, A. Metz and N. Sato, Polarized antimatter in the proton from a global QCD analysis, Phys. Rev. D 106 (2022) L031502 https://arxiv.org/pdf/2202.03372

[46] LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era" Eur.Phys.J. C75 (2015) 3, 132 http://arxiv.org/abs/1412.7420

[47] Dusling, K., Gelis, F., Lappi, T., & Venugopalan, R. (2010). Long range two-particle rapidity correlations in collisions from high energy QCD evolution. Nuclear Physics A, 836(1–2), 159–182. https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2009.12.044

[48] Albacete, J. L., Armesto, N., Milhano, J. G., Quiroga Arias, P., & Salgado, C. A. (2011). AAMQS: A non-linear QCD analysis of new HERA data at small-x including heavy quarks. The European Physical Journal C, 71(7). https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-011-1705-3

[49] Kovchegov, Y. V. (1999). Small-x F structure function of a nucleus including multiple Pomeron exchanges. Phys. Rev. D, 60(3), 034008. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.60.034008

[50] Albacete, J. L., Armesto, N., Milhano, J. G., Quiroga Arias, P., & Salgado, C. A. (2011). AAMQS: A non-linear QCD analysis of new HERA data at small-x including heavy quarks. The European Physical Journal C, 71(7). https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-011-1705-3

[51] Meissner, S., & Metz, A. (2009). Partonic Pole Matrix Elements for Fragmentation. Physical Review Letters, 102(17). https://doi.org/10.1103/physrevlett.102.172003

[52] Kanazawa, K., Koike, Y., Metz, A., Pitonyak, D., & Schlegel, M. (2016). Operator constraints for twist-3 functions and Lorentz invariance properties of twist-3 observables. Phys. Rev. D, 93(5), 054024. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.054024

[53] Yang, C. N., & Mills, R. L. (1954). Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance. Phys. Rev., 96(1), 191–195. https://doi.org/10.1103/PhysRev.96.191

[54] Gamberg, L., Malda, M., Miller, J. A., Pitonyak, D., Prokudin, A., & Sato, N. (2022). Updated QCD global analysis of single transverse-spin asymmetries: Extracting $\tilde{H}$, and the role of the Soffer bound and lattice QCD. Phys. Rev. D, 106(3), 034014. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.106.034014

[55] Kanazawa, K., & Koike, Y. (2013). Contribution of the twist-3 fragmentation function to the single transverse-spin asymmetry in semi-inclusive deep inelastic scattering. Phys. Rev. D, 88(7), 074022. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.074022

[56] Barone, V., Bradamante, F., & Martin, A. (2010). Transverse-spin and transverse-momentum effects in high-energy processes. Progress in Particle and Nuclear Physics, 65(2), 267–333. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2010.07.003

[57] Deur, A., Brodsky, S. J., & de Téramond, G. F. (2019). The spin structure of the nucleon. Reports on progress in physics. Physical Society (Great Britain), 82(7), 076201. https://doi.org/10.1088/1361-6633/ab0b8f

[58] Jalilian-Marian, Jamal. (2016). Di-jet production and angular correlations in DIS at NLO. EPJ Web of Conferences, 112, 02007. https://doi.org/10.1051/epjconf/201611202007

[59] Iancu, E., & Venugopalan, R. (2004). THE COLOR GLASS CONDENSATE AND HIGH ENERGY SCATTERING IN QCD. In Quark–Gluon Plasma 3 (pp. 249–363). WORLD SCIENTIFIC. https://doi.org/10.1142/9789812795533_0005

[60] Ma, J. P., & Sang, H. Z. (2008). Partonic state and single transverse spin asymmetry in Drell-Yan process. Journal of High Energy Physics, 2008(11), 090–090. https://doi.org/10.1088/1126-6708/2008/11/090

[61] Blaizot J. P. (2017). High gluon densities in heavy ion collisions. Reports on progress in physics. Physical Society (Great Britain), 80(3), 032301. https://doi.org/10.1088/1361-6633/aa5435

[62] Benić, S., Hatta, Y., Kaushik, A., & nan Hsiang-Li. (n.d.). A Novel Contribution to Single Spin Asymmetries in SIDIS at Two Loops. In Proceedings of the 24th International Spin Symposium (SPIN2021). https://doi.org/10.7566/JPSCP.37.020203

[63] Jaffe, R. L. (1996). Spin, Twist and Hadron Structure in Deep Inelastic Processes. https://arxiv.org/abs/hep-ph/9602236

[64] Bomhof, C. J., Mulders, P. J., & Pijlman, F. (2006). The construction of gauge-links in arbitrary hard processes. The European Physical Journal C, 47(1), 147–162. https://doi.org/10.1140/epjc/s2006-02554-2

[65] Dominguez, F., Marquet, C., Xiao, B.-W., & Yuan, F. (2011). Universality of unintegrated gluon distributions at small x. Phys. Rev. D, 83(10), 105005. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.105005

[66] Cammarota, J., Gamberg, L., Kang, Z.-B., Miller, J. A., Pitonyak, D., Prokudin, A., Rogers, T. C., & Sato, N. (2020). Origin of single transverse-spin asymmetries in high-energy collisions. Phys. Rev. D, 102(5), 054002. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.102.054002

[67] Thomson, M. (2013). Modern Particle Physics. Cambridge: Cambridge University Press.

[68] Balitsky, I. (1996). Operator expansion for high-energy scattering. Nuclear Physics B, 463(1), 99–157. https://doi.org/10.1016/0550-3213(95)00638-9