

Struktura Zemljine kore i najgornjeg dijela plašta ispod Dinarida određena seizmičkom tomografijom prostornih valova

Zailac, Katarina

Doctoral thesis / Disertacija

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:812018>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-06**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)





Sveučilište u Zagrebu

Sveučilište u Zagrebu
Prirodoslovno-matematički fakultet
Geofizički odsjek

Katarina Zailac

**Struktura Zemljine kore i najgornjeg
dijela plašta ispod Dinarida određena
seizmičkom tomografijom prostornih
valova**

DOKTORSKI RAD

Zagreb, 2024.



Sveučilište u Zagrebu

Sveučilište u Zagrebu
Prirodoslovno-matematički fakultet
Geofizički odsjek

Katarina Zailac

**Struktura Zemljine kore i najgornjeg
dijela plašta ispod Dinarida određena
seizmičkom tomografijom prostornih
valova**

DOKTORSKI RAD

Mentor

izv. prof. dr. sc. Josip Stipčević

Zagreb, 2024.



University of Zagreb

University of Zagreb
Faculty of Science
Department of Geophysics

Katarina Zailac

**The structure of the crust and
uppermost mantle in the Dinarides
determined by seismic tomography of
body waves**

DOCTORAL THESIS

Supervisor:
Assoc. Prof. Josip Stipčević, PhD

Zagreb, 2024.

Informacije o mentoru

Josip Stipčević diplomirao je na PMF-u u Zagrebu (2006.) i doktorirao 2012. godine na Sveučilištu u Zagrebu. Od 2007. godine radi na Geofizičkom zavodu „Andrija Mohorovičić“ pri Geofizičkom odsjeku PMF-a Sveučilišta u Zagrebu, trenutno u zvanju izvanrednog profesora. Dobitnik je nagrade časopisa *Geophysical Journal International* za najbolji studentski objavljeni rad 2011. godine, te nagrade za mlade istraživače PMF-a 2012. godine. Usavršavao se na Research School of Earth Sciences na Australskom nacionalnom sveučilištu u Canberri, te u sklopu nekoliko kraćih inozemnih radionica. Trenutno je ili je bio član Američke geofizičke unije (2007. – 2015.), Europske geofizičke unije (2011. do danas), te Američkog seizmološkog društva (2018. do danas). Sudjelovao je u realizaciji više znanstvenih i stručnih projekata, kao suradnik (njih devet) i kao voditelj (njih dva). Do sada je koautor na 29 radova u znanstvenim časopisima s međunarodnom recenzijom, tri konferencijska rada i 31 sažetak u zbornicima domaćih i međunarodnih znanstvenoistraživačkih skupova. Održao je tri pozvana predavanja/seminara na znanstvenim institucijama ili kongresima u inozemstvu. Bio je mentor u jednom radu za Rektorovu nagradu, tri diplomatska rada, tri završena doktorata, a jedan doktorat je u završnoj fazi. Glavni znanstveni interes vezan mu je uz proučavanje strukture kore i litosfere na području Dinarida i Jadranskog mora pomoću prostornih i površinskih valova potresa.

Zahvale

Zahvaljujem mentoru, izv. prof. dr. sc. Josipu Stipčeviću, na svim savjetima, pohvalama i pokudama koje su dovele do konačne forme ovog rada. Zahvale idu i prof. dr. sc. Igoru Vlaviću i izv. prof. dr. sc. Bojanu Matošu na podacima vezanim za dubine karbonatnog sloja u Dinaridima, a koji su rezultirali i objavom znanstvenog članka. Zahvaljujem kolegici, dr. sc. Teni Belinić Topić, na ekspresno poslanim podacima iz njenih radova, svaki put kad sam je za to molila (a bilo je više od jednom!). Hvala i prijatelju, dr. sc. Senadu Subašiću, na neformalnim raspravama o seizmičkoj tomografiji i paketu FMTOMO. Zahvaljujem prof. emeritusu dr. sc. Marijanu Heraku na komentarima i sugestijama koji su rezultirali konačnim popravljanjem rezultata ovog rada. Zahvaljujem i svom suprugu, Jurici Špoljaru, na svim skuhanim ručkovima i strpljenju. Na kraju zahvaljujem i roditeljima, jer su me odgojili tvrdoglavu i naučili me da ne odustajem.

Sažetak

U ovom radu predstavljeno je istraživanje strukture kore i najgornjeg dijela plašta na širem području Dinarida. Primarno je za procjenu seizmičke brzine P-valova u kori i plaštu korištena seizmička tomografija. Međutim, kako tomografija zahtijeva model kore kao ulazni podatak, u okviru ovog rada izrađen je i početni 3D model kore iz dostupnih podataka iz postojećih istraživanja. Prijašnja istraživanja strukture podzemlja ispod Dinarida ili nisu uključivala sve parametre (debljina kore i seizmičke brzine), ili nisu obuhvaćala cijele Dinaride, već samo njihov dio. Stoga su korištenjem kriging interpolacije, poznati podaci o strukturi kore ispod Dinarida ukomponirani u jedan sveobuhvatni referentni model kore. Model je definiran na pravilnoj mreži, te pokriva relativno široko područje između otprilike 13°E i 20°E te između 42°N i 47°N, što zahvaća ne samo Dinaride, nego i dio Panonskog bazena te Jadranske mikroploče.

Tako dobiveni model kore korišten je kao ulazni početni model za seizmičku tomografiju. Osim ulaznog modela, za seizmičku tomografiju korišteni su i podaci o prvim nailascima Pg- i Pn-faza preuzetih iz Hrvatskog kataloga potresa te ISC-ovog biltena. Nakon prethodne obrade podaka kako bi se osigurala veća kvaliteta, ukupno se radilo o 105 959 nailazaka interpretiranih kao Pg-faze od 5060 potresa zabilježenih na 764 stanica, te 90 697 nailazaka interpretiranih kao Pn-faze od 3654 potresa zabilježenih na 570 stanica. Prema rezultatima *checkerboard* testa, taj broj potresa te razdioba potresa i mjernih postaja trebala bi dati rezoluciju od oko 150 km × 150 km × 15 km u kori te oko 200 km × 200 km × 20 km u najgornjem dijelu plašta. Pri tome treba imati na umu da je u dijelu modela ispod Dinarida zahvaćeno oko 10 km plašta ispod Mohorovičićeva diskontinuiteta, dok se u području Panonskog bazena ne može sa sigurnošću tvrditi da su Pn-faze doprijele tako duboko. Na temelju rezultata *checkerboard* testa određeno je i područje unutar kojega vrijedi navedena rezolucija modela.

Jedno od zanimljivih opažanja iz modela brzine dobivenog seizmičkom tomografijom je relativno velika brzina u donjem dijelu kore ispod Dinarida u odnosu na rezultate prethodnih istraživanja. Osim toga, iako model dobiven tomografijom uključuje i Mohorovičićev diskontinuitet, kada se promatraju brzine zajedno s linijom diskontinuiteta, može se zaključiti da je taj diskontinuitet vjerojatnije prijelazna zona značajnije vertikalne dimenzije – ispod Panonskog

bazena skok u brzini između donjeg dijela kore i plašta je značajno veći te se tamo može govoriti o plohi, dok je na području ispod Dinarida taj skok nešto sporiji, te zona prijelaza između kore i plašta ima vertikalnu dimenziju i od nekoliko kilometara. U južnom dijelu Dinarida nazire se i mogućnost postojanja dvostrukog Mohorovičićevog diskontinuiteta – što je također uočeno i u nekim od prijašnjih istraživanja, a potencijalno ukazuje na postojanje subducirane kore jadranskog afiniteta koja se podvlači ispod euroazijske.

S druge strane, kako dubinski zahvat u plaštu nije prevelik, iz ovdje dobivenih rezultata ne može se zaključiti ništa o postojanju ili nepostojanju tzv. *slab gap* u središnjem dijelu Dinarida, a koje je prijavljeno u nekoliko prijašnjih istraživanja korištenjem različitih metoda. Generalni zaključak je da bi se ovdje dobiveni rezultati korištenjem seizmičke tomografije prostornih valova mogli lijepo nadopuniti s tomografijom teleseizmičkih valova, te time povezati rezultate za koru i dublji dio plašta u jedan zajednički model.

Ključne riječi: 3D model, seizmička tomografija, kriging, interpolacija, Mohorovičićev diskontinuitet

Extended abstract

Introduction

Dinarides are a fold-and-thrust belt extending from the Alps in the NW to the Albanides and Hellenides along the east side of the Adriatic Sea in the SE. Their uplift had started sometime in Late Jurassic and Early Cretaceous, first by subduction and then continental collision between the Adriatic microplate and the stable Euroasian plate (Pamić et al., 1998; Tari & Pamić, 1998; Schmid et al., 2008, Handy et al., 2010; Handy et al., 2019). Because of the complexity of interaction between plates, there are differences in opinions among the authors who investigated the Dinarides on the details of processes which took place during the uplift.

The investigation of the Dinarides has started already in the 1960-ties (Dragašević & Andrić, 1975; Aljinović, 1983; Aljinović et al., 1987), and they were mostly focused on the thickness of carbonate layer. Greater amount of investigation took place in the past 20-30 years, and the knowledge on the structure of the Dinarides has grown considerably compared to what was known previously, but we still lack the detailed information on the structure of crust and upper mantle, which could be used in other seismological investigation (e.g. for the seismic hazard estimation, earthquake location, various simulations which require crustal structure as input).

In this thesis, my goal was to create a detailed seismic model of the crust and uppermost mantle beneath the Dinarides, which could be readily used by other investigators in their work. In order to do so, I wanted to employ the seismic tomography of Pg and Pn phases. The method requires easily obtainable information – locations of sources and receivers, and travel times between them. The necessary information is available in earthquake catalogues, and the chosen phases cover just the parts of crust and mantle I wanted to explore. One difficulty of the method, though, is that it requires an initial model of investigated area – something that did not exist when I first started working on this thesis – at least not in a form that was required.

The scope of the thesis was then somewhat extended – to do a proper seismic tomography, which would produce a meaningful and high quality result, the initial model had to be produced. Therefore, the recent readily available data on the crustal structure of the wider Dinarides

area (also including the Internal Dinarides, parts of the Alps and parts of the Pannonian Basin) were collected and assembled into the crustal model of the Dinarides. The data used were from multiple different sources, and also not covering all of the Dinarides, so they were interpolated using kriging. The created model included information on Moho depth, thickness of the carbonate layer in the Dinarides, thickness of Neogene sediments in the Pannonian Basin, and P-wave velocity, all of it defined on regular grids. It was, then, easily used as an input initial model for the seismic tomography.

Data and methods

The work done in this thesis actually consists of two distinct parts, which differ in employed methods and used data. First part was the collection of available data that can be used to create a reference crustal model of the wider Dinarides area. Some of the data were conveniently available in digital form (Stipčević et al., 2020, Magrin & Rossi, 2020, Molinari & Morelli, 2011), while others had to be digitized manually. The data on seismic and gravimetric profiles (Brückl et al., 2007, Šumanovac et al., 2009, Šumanovac, 2010), were first georeferenced, and then digitized every 1 km along the profile. The data available on maps, such as sediments' depth in Saftić et al. (2003) and Matenco & Radivojević (2012), were also georeferenced and then digitized along isolines. The uncertainties in all of the used data were assessed and taken into account for the final assembly of the reference model. Where there were no information available on the uncertainties, I used the estimates described in Grad et al. (2009) study. Since kriging does not allow for duplicate values for the same spatial point, possible duplicates were taken care of by taking a weighted average at the given point. Data on interfaces were interpolated on a regular grid of 5 km \times 5 km by employing ordinary kriging. The P-wave velocity was interpolated on a regular grid: horizontally it was defined on grid of 5 km \times 5 km, and vertical resolution varied with depth: 0.5 km for the uppermost 10 km of crust; 1 km for depths between 10 km and 20 km, and 2.5 km for depths greater than 20 km. All the interpolation was done using gstat package (Pebesma, 2004).

For the tomography, completely different type of data was used. The required data – earthquakes' location and first arrivals – were easily obtainable from earthquake catalogues and bulletins. Two sources were used in this work. One is the Croatian earthquake catalogue (Herak et al., 1996, last update in 2023), and the other is the ISC online bulletin (International Seismological Centre, 2024). The former was the prime source of data, because it is more complete with events in the area of interest. The latter was used to take into account events with hypocenters outside of Croatian territory, which might have been missing in the Croatian catalogue.

The data from the ISC bulletin included events since 1990 until 2021, while the data from the Croatian catalogue included events since 2009 until 2020. First, all the hypocentres which were not located in the crust as was defined by the initial model, were left out. Also, all the events which were recorded on less than five stations were left out, to make sure only high quality data were used for the tomography. Additionally, only Pg-phases with epicentral distances less than 100 km, and Pn-phases with epicentral distances greater than 350 km were kept in the final set. This filtering ensured that the data were of adequate quality. After the filtering, the data from the two catalogues were merged in such a way so as to make sure that the data from the Croatian catalogue had precedence on the Croatian territory (if they were the same in both catalogues). The final data set included 105 959 first arrivals interpreted as Pg phases which were recorded on 764 stations from 5160 earthquakes, and 90 697 first arrivals interpreted as Pn phases recorded on 570 stations from 3654 earthquakes. Tomography was done with 10 iterations for the model defined between 40°N and 47°N and 10°E and 20°E, and to depth of 85 km. I used FMTOMO package (de Kool et al., 2006) for calculation.

Before calculation of the velocity and interface (Mohorovičić's discontinuity) model, synthetic tests were made in order to estimate the resolution of the structures that should be discerned in the final model. So called checkerboard tests are most commonly used to make such assessments. With number of sources and receivers that were at my disposal and their spatial distribution, based on the results of the checkerboard tests, it can be concluded that the model's resolution in the crust should be about 150 km × 150 km × 15 km, and in the uppermost mantle about 200 km × 200 km × 20 km. Based on those synthetic results, it can also be concluded that in the model obtained by seismic tomography and this setup, only the uppermost 10 km of the mantle can be discerned in the area beneath the Dinarides, and maybe even less in the area beneath the Pannonian Basin.

Results and conclusions

The results from seismic tomography indicate that the P-wave velocity in the lower part of the crust beneath the Dinarides is somewhat greater than expected based on the initial model devised from previously known data. Also, the velocities in the Pannonian Basin indicate abrupt value increase from the crust to the mantle, and that Moho can indeed be represented as the surface separating the two areas with very different velocities. In the Dinarides, on the other hand, such increase is more gradual, and it is hard to represent the Moho as a thin surface – based on this results, it is more logical to represent it as a transition zone. Even more so in the Southern Dinarides, where double Moho can be seen. Such result would be disregarded as illogical, had

it not already been reported by Stipčević et al. (2020), and interpreted as possible remnant of the subducted slab of Adriatic origin beneath the European crust. Regarding the possible location of “slab gap” in the Dinarides reported by some researchers (Piromallo & Morelli, 2003, Belinić et al., 2018, Subašić et al., 2017), based on results obtained in this study, I cannot confirm nor deny its existence. In general, regarding the mantle structure, based on the results of this study, only some trends can be observed, due to the relatively shallow depth to which the Pn waves penetrate.

Regardless of its shortcomings, the model obtained in this study is a first comprehensive model of the crust in the wider Dinarides area. Unfortunately, the method employed here does not allow for determination of possible interface between the carbonate layer in the Dinarides and the rest of the crystalline crust – for that, some other seismic phases should be included, which are not so easily obtained from the seismograms as Pg and Pn. The thickness of the Neogene sediment layer in the Pannonian Basin is too thin for such large area of investigation and would require a smaller and more refined model space to discern the interface between that layer and the rest of the crust. It is unfortunate that the first arrivals interpreted as Pn and used in this study did not penetrate deeper into the mantle – Belinić et al. (2021) have reported some very interesting findings, and it would be a great achievement to connect the structures deeper in the mantle with the ones in the crust. This requires more investigations, possibly including teleseismic arrivals as well.

Sadržaj

1	Uvod	1
1.1	Motivacija	1
1.2	Tektonika istraživanog područja	3
1.3	Prethodna istraživanja	5
2	Metode	10
2.1	Kriging	10
2.1.1	Jednostavni (<i>simple</i>) kriging	11
2.1.2	Obični (<i>ordinary</i>) kriging	14
2.1.3	Semivariogrami	15
2.1.4	Univerzalni kriging	17
2.2	Seizmička tomografija	18
2.2.1	Rasprostiranje seizmičkih valova u višeslojnom izotropnom sredstvu	19
2.2.2	Seizmička tomografija pomoću vremena putovanja valova potresa	23
2.2.3	Programski paket FMTOMO	28
3	Podaci	36
3.1	Podaci za početni model kore	36
3.1.1	Korišteni podaci	39
3.1.2	Prethodna analiza podataka	46
3.2	Podaci za seizmičku tomografiju	54
3.2.1	Priprema podataka za seizmičku tomografiju	57
4	Rezultati	63
4.1	Početni 3D model seizmičkih brzina	63
4.2	Sintetički testovi	71
4.2.1	Prvi test – ćelije veličine 250 km × 250 km × 25 km	71
4.2.2	Drugi test – ćelije veličine 200 km × 200 km × 20 km	74
4.2.3	Treći test – ćelije veličine 150 km × 150 km × 15 km	77
4.2.4	Četvrti test – ćelije veličine 100 km × 100 km × 10 km	79
4.2.5	Sintetički test s anomalijom brzine na području Dinarida	81
4.2.6	Zaključci o rezoluciji na temelju <i>checkerboard</i> testova	84
4.3	Konačni model (DinTOMO)	85

5	Diskusija	91
5.1	Značajke modela DinTOMO	91
5.2	Usporedba s dostupnim istraživanjima na istom području	98
5.3	Brzine u različitim tektonskim jedinicama	101
6	Zaključci	105
	Popis literature	108
	Životopis	112
A	Izvod jednadžbi za kriging	114
A.1	Jednostavni (engl. <i>simple</i>) kriging	114
A.2	Obični (engl. <i>ordinary</i>) kriging	116
A.3	Univerzalni kriging	118
B	Eikonalna jednadžba	122
B.1	Napetosti	122
B.2	Jednadžba gibanja	123
B.3	Deformacije	124
B.4	Seizmički valovi i jednadžba gibanja	125
B.5	Eikonalna jednadžba	128

Popis slika

1.1	Dio tektonske karte koju je kreirao M. R. Handy s jedinicama i pojednostavljenim rasjedima iz Schmid et al. (2004).	4
2.1	Teorijski semivariogrami.	17
2.2	Prikaz zrake vala u modelu podzemlja prikazanom pomoću izotropnih slojeva .	20
2.3	Tri osnovna vala za jednostavan model homogenog izotropnog sloja iznad jednako takvog poluprostora.	21
2.4	Hodokrone za tri putanje vala prikazane na slici 2.3.	22
2.5	Grafički prikaz tzv. <i>upwind</i> sheme.	30
2.6	Propagacijska mreža.	33
2.7	Primjer putanja zraka u FMM metodi s više stupnjeva.	35
3.1	Podaci korišteni u izradi početnog modela kore.	37
3.2	Lokacije točaka mreže na kojima je definiran model NAC.	40
3.3	Lokacije točaka mreže na kojima je definiran model dubine Mohorovičićevog diskontinuiteta iz rada Stipčević et al. (2020).	41
3.4	Lokacije točaka u kojima su digitalizirani neogenski sedimenti.	43
3.5	Primjer digitalizacije podataka iz gravimetrijskih profila.	45
3.6	Lokacije točaka na kojima su procijenjene debljine karbonata.	46
3.7	Procijenjeni i teorijski semivariogram za interpolaciju dubina Mohorovičićeva diskontinuiteta.	50
3.8	Procijenjeni i teorijski semivariogram za interpolaciju dubina podine neogen-skih sedimenata.	51
3.9	Procijenjeni i teorijski semivariogram za interpolaciju dubina podine karbonat-nog sloja.	51
3.10	Procijenjeni i teorijski semivariogram za interpolaciju brzina P-valova.	53
3.11	Lokacije postaja i potresa iz biltena ISC-a.	54
3.12	Lokacije postaja i potresa iz Hrvatskog kataloga potresa.	55
3.13	Ovisnost vremena putovanja o epicentralnoj udaljenosti za nailaske iz ISC-ovog biltena i Hrvatskog kataloga potresa.	56
3.14	Hodokrone direktnog i refraktiranog vala za šest dubina hipocentara	58
3.15	Ovisnost vremena putovanja pojedinih faza o epicentralnoj udaljenosti za nailaske iz ISC-ovog biltena nakon obrade podataka.	59

3.16	Ovisnost vremena putovanja pojedinih faza o epicentralnoj udaljenosti za nailaske iz Hrvatskog kataloga potresa nakon obrade podataka.	59
3.17	Ovisnost vremena putovanja pojedinih faza o epicentralnoj udaljenosti za konačni skup podataka.	60
3.18	Prostorna razdioba seizmoloških postaja i epicentrara potresa za konačni skup podataka.	61
3.19	Histogrami nailazaka pojedinih faza ovisno o epicentralnoj udaljenosti.	62
4.1	Dubine granica između definiranih slojeva za početni 3D model seizmičkih brzina s pripadajućim pogreškama.	65
4.2	Presjeci modela brzina P-valova u inicijalnom modelu po dubini i pripadne pogreške.	67
4.3	Vertikalni profili kroz početni 3D model.	70
4.4	Ulazni <i>checkerboard</i> model (250 km × 250 km × 25 km).	72
4.5	Invertirani <i>checkerboard</i> model (250 km × 250 km × 25 km).	73
4.6	Vertikalni presjeci preko <i>checkerboard</i> modela (250 km × 250 km × 25 km).	74
4.7	Ulazni <i>checkerboard</i> model (200 km × 200 km × 20 km).	75
4.8	Invertirani <i>checkerboard</i> model (200 km × 200 km × 20 km).	76
4.9	Vertikalni presjeci preko <i>checkerboard</i> modela (200 km × 200 km × 20 km).	76
4.10	Ulazni <i>checkerboard</i> model (150 km × 150 km × 15 km).	77
4.11	Invertirani <i>checkerboard</i> model (150 km × 150 km × 15 km).	78
4.12	Vertikalni presjeci preko <i>checkerboard</i> modela (150 km × 150 km × 15 km).	78
4.13	Ulazni <i>checkerboard</i> model (100 km × 100 km × 10 km).	79
4.14	Invertirani <i>checkerboard</i> model (100 km × 100 km × 10 km).	80
4.15	Vertikalni presjeci preko <i>checkerboard</i> modela (100 km × 100 km × 10 km).	80
4.16	Ulazni model brzina putovanja P-valova za sintetički test s pozitivnom anomalijom brzine.	81
4.17	Ulazni model brzina putovanja P-valova za sintetički test s negativnom anomalijom brzine.	82
4.18	Invertirani sintetički model brzina putovanja P-valova s pozitivnom anomalijom brzine.	83
4.19	Invertirani sintetički model brzina putovanja P-valova s negativnom anomalijom brzine.	83
4.20	Vertikalni presjek po sredini sintetičke pozitivne i negativne anomalije.	84
4.21	Granice unutar kojih se očekuje zadovoljavajuća rezolucija modela.	85
4.22	Relativne brzine putovanja P-valova u odnosu na početni 3D model seizmičkih brzina u kori i plaštu.	86
4.23	Apsolutne brzine putovanja P-valova u kori i plaštu.	88
4.24	Relativne brzine putovanja seizmičkih P-valova u odnosu na početni 3D model na pet profila.	89
4.25	Apsolutne brzine putovanja P-valova na pet profila.	90
5.1	Karta epicentara potresa iz korištenih kataloga prije obrade podataka.	93
5.2	Model DinTOMO s prikazanim epicentrima potresa.	94

5.3	Karta epicentara potresa s prikazanom dubinom hipocentara potresa i prikazanim profilima CC', DD' i FF' te naznačenom grupom potresa koju se može povezati s identificiranim anomalijama.	95
5.4	Model DinTOMO na vertikalnim profilima CC', FF' i DD' s naznačenim anomalijama smanjenih brzina.	97
5.5	Pet profila iz modela DinTOMO te modela Belinić et al. (2024, 2021).	98
5.6	Brzina putovanja P-valova duž profila Alp07 za model DinTOMO i modela iz studije Šumanovac et al. (2009).	101
5.7	Granice osnovnih tektonskih jedinica i točke modela pridijeljene pojedinoj jedinici.	102
5.8	1D promjene brzine za četiri osnovne tektonske jedinice.	103

Popis tablica

3.1	Popis podataka korištenih u izradi početnog modela kore.	38
-----	--	----

Poglavlje 1

Uvod

1.1 Motivacija

Planinski lanac Dinarida nastao je složenim djelovanjem Jadranske mikroploče i relativno stabilne Euroazije. Područje je, iako malo dimenzijom, iznimno kompleksno u tektonskom smislu te još uvijek postoje značajna razilaženja u mišljenju o epizodama u njihovom nastanku te o strukturi u podzemlju ispod njih. Već dugi niz godina, Dinaridi i okolno područje koje uključuje i Jadransku mikroploču te Panonski bazen aktivno se istražuju, a sa svakim istraživanjem dolazi se do novih, ponekad i neočekivanih saznanja. Iako je o Dinaridima već puno toga poznato, generalni osjećaj je da postoji i puno još neotkrivenog, poglavito zbog kompleksnosti područja.

U ovom radu cilj je bio dodatno istražiti građu Dinarida i to tako da se istraživanjem pokuša obuhvatiti njihovo šire područje koje će uključivati najbliže dijelove Jadranske mikroploče, Panonskog bazena i Alpa. Fokus istraživanja je građa kore i najgornjeg dijela plašta, a dobiveni rezultati trebali bi dati sveobuhvatnu sliku o širem području Dinarida. Kao glavna metoda istraživanja odabrana je seizmička tomografija Pg- i Pn-valova – Pg-faze dobro „vide“ koru, dok Pn-faze, osim kroz koru, prolaze najgornjim dijelom plašta te nose informaciju o građi tog dijela podzemlja. Problem s kojim sam se suočila na samom početku rada je da seizmička tomografija zahtijeva neki početni model istraživanog područja (u ovom slučaju kore i najgornjeg dijela plašta netom ispod Mohorovičićevog diskontinuiteta), koji nije postojao za cijelo područje. Ako se kao početni model koristio jednostavan 1D model, tomografija nije uspijevala dati niti varijaciju u dubini Mohorovičićevog diskontinuiteta, a koja je bila poznata iz prijašnjih istraživanja – na primjer iz regionalnih modela Grad et al. (2009), Molinari & Morelli (2011) ili iz modela koji su rađeni za same Dinaride, na primjer Stipčević et al. (2011) i Stipčević et al. (2020).

Zbog toga je istraživanje ponešto prošireno. Budući da je iz jednostavnih podataka kao

što su prvi nailasci identificiranih faza teško dobiti adekvatan model podzemlja bez određenih ograničenja, postalo je jasno da je potrebno imati nešto bolji početni model od jednostavnog 1D modela s dva sloja iznad poluprostora. Različita istraživanja Dinarida već su postojala i znanja prikupljena u njima morala su se moći nekako iskoristiti za početni model. Seizmička tomografija kakva je korištena ovdje zahtijevala je definiciju početnog modela na pravilnoj mreži točaka u tri dimenzije. Prijašnja dostupna istraživanja bila su dostupna na ograničenim područjima, a kako se radi o različitim metodama s različitim rezultatima, trebalo je uložiti određeni trud kako bi se oni unificirali u jedan model. Počeo je višemjesečni rad na prikupljanju dostupnih podataka. Iako su prva značajna istraživanja Dinarida nastala u 60-tim godinama 20. stoljeća, njihovo korištenje u ovom radu nije bilo praktično, uglavnom zbog toga što rezultati nisu bili dostupni u digitalnom obliku. Također, od tog vremena došlo je i do poboljšanja računalne moći, a i samih metoda, pa su recentnija istraživanja i detaljnija od tih najranijih. Korištena su, tako, istraživanja objavljena u posljednjih 20-tak godina – sva koja su bila javno dostupna. Neka od njih su već imala rezultate objavljene u digitalnom formatu, a neke je bilo potrebno digitalizirati.

Prvi dio istraživanja tako se sveo na interpolaciju poznatih podataka o građi podzemlja na širem području Dinarida. Osim brzine P-valova, određene su i dubine triju granica – podine neogenskih sedimenata na području Panonskog bazena, podine karbonatnog sloja na području Dinarida, te naravno, dubina Mohorovičićevog diskontinuiteta. Prve dvije granice (podine neogenskih i karbonatnih naslaga) nisu bile u planu korištenja u početnom modelu u drugom dijelu istraživanja, za seizmičku tomografiju. Međutim, sva istraživanja u Panonskom bazenu spominju izraženi sloj neogenskih sedimenata, a ona u Dinaridima spominju karbonatni sloj, pa je i za te parametre odrađena interpolacija te su rezultati prezentirani u ovome radu. Također, budući da je taj početni model objavljen kao javno dostupan (Zailac et al., 2023), bilo je važno u model uključiti i granice tih dvaju slojeva. Takva modifikacija početnog modela za seizmičku tomografiju pokazala se vrlo korisnom, jer su s tim dodatnim informacijama uključene i dodatne restrikcije na samu inverziju, pa je postalo moguće identificirati određene strukture koje su pri korištenju 1D modela ostale nevidljive, jer ih je tomografija izgledila.

Kada je riješen problem početnog modela, nastavio se rad na seizmičkoj tomografiji. Izuzev informacija o modelu, seizmička tomografija traži podatke do kojih je relativno jednostavno doći – prve nailaske faza koji se planiraju koristiti. Najjednostavnije je do njih bilo doći ako se koriste javno dostupni podaci iz biltena ISC-a (International Seismological Centre, 2024). Nakon prvih nekoliko testnih modela, došla je ideja da bi se mogli koristiti i podaci iz Hrvatskog kataloga potresa (Herak et al., 1996; posljednja dopuna 2023. godine) kako bi se poboljšala pokrivenost područja. Do toga je uistinu i došlo. Međutim, podaci se nisu mogli koristiti

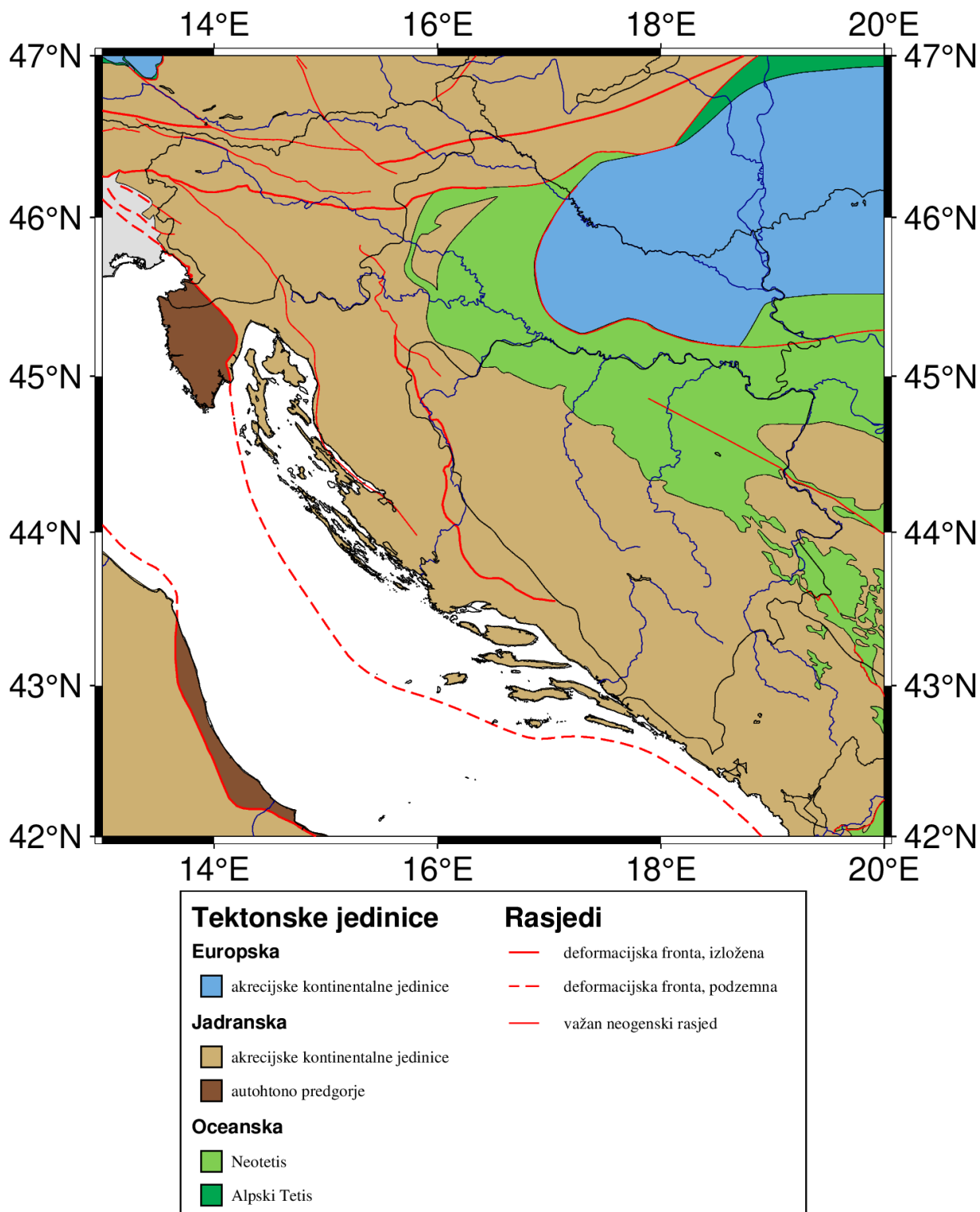
kakvi jesu, jer se rijetko (ali ipak!) događa da u biltenima postoje pogrešno identificirane faze, pogrešno locirani hipocentri potresa i/ili pogrešno određeno hipocentralno vrijeme. Uz malo poznavanja teorije rasprostiranja seizmičkih valova, ti podaci se mogu relativno jednostavno ukloniti. Dio rada na ovom dijelu istraživanja tako se odnosio na čišćenje ulaznih podataka kako bi oni, a samim time i konačni rezultat, bili što kvalitetniji.

Konačni rezultat je model kore i najgornjeg dijela plašta na širem području Dinarida. Uz sve svoje nedostatke (kojih svakako ima, te su opisani u nastavku ovog rada), postojanje jednog takvog sveobuhvatnog modela korak je naprijed u nastojanju da produbimo svoje znanje o ovom kompleksnom području koje značajno utječe na seizmičnost u Hrvatskoj i okolici. Ovim istraživanjem htjela sam napraviti nešto što će biti i dalje iskoristivo – model koji se može jednostavno koristiti kao ulazni podatak u budućim istraživanjima. Na žalost, model dobiven ovim istraživanjem nema dubinski zahvat kojem sam se nadala – prema rezultatima testova, relativno pouzdani su samo rezultati u maksimalno prvih 10 km plašta. Znanje o građi Dinarida bi se moglo dodatno proširiti ako se u analizu uključe teleseizmički valovi, koji bi donijeli još i informaciju iz dubljih dijelova plašta.

1.2 Tektonika istraživanog područja

U ovom poglavlju dan je kratki pregled tektonskog razvoja istraživanog područja sa zaključcima istraživača koji su generalno prihvaćeni. Na slici 1.1 prikazane su osnovne tektonske jedinice i rasjedi na istraživanom području (izvori navedeni u opisu slike).

Tetis je ime koje je u početku korišteno za ocean koji je postojao u vrijeme mezozoika i čiji su ostaci zabilježeni u geološkoj povijesti alpskog planinskog lanca. Pod imenom Alpski Tetis podrazumijevaju se dva oceanska bazena u Alpama koja su postojala u vremenu između jure i krede, a čije je otvaranje kinematički povezano s otvaranjem Atlantskog oceana (Handy et al., 2010). Neotetis označava oceanske bazene iz vremena kasnog paleozoika do mezozoika, koji su se otvorili širenjem između kontinenata nastalih raspadom Pangee. Jadranska mikroploča (Adrija) je ploča koja je vjerojatno sadržavala i kontinentalnu i oceansku koru, omeđena Europskom pločom na sjeveru, Iberskom mikropločom na zapadu te Afričkom pločom na jugu.



Slika 1.1: Dio tektonske karte koju je kreirao M. R. Handy s jedinicama i pojednostavljenim rasjedima iz Schmid et al. (2004); Schmid et al. (2008); Handy et al. (2010); Handy et al. (2015), Handy et al. (2019), Bigi et al. (1990), Froitzheim et al. (1996) te Bousquet et al. (2012), a koja pokriva istraživano područje.

Izdizanje Dinarida počelo je u razdoblju između kasne jure i rane krede. U ranim fazama subdukcije, dolazi do navlačenja neotetijskih (Vardarskih) ofiolita na granicu Jadranske mikroploče (Pamić et al., 1998; Tari & Pamić, 1998; Schmid et al., 2008, Handy et al., 2010; Handy et al., 2019). Nakon jurske subdukcije dolazi do formiranja Savske šavne zone između Tise i Dacije (odnosno Europske ploče) s jedne strane te jedinica nastalih iz Adrije, a koje će s vremenom postati Dinaridi (Ustaszewski et al., 2010). Glavna deformacijska faza pri nastanku, ne samo Dinarida, već cijelog orogenog pojasa koji obuhvaća Alpe, Dinaride i Karpat, događa se u paleogenu (Pamić et al., 1998; Schmid et al., 2008).

Tijekom oligocena, kolizija između Adrije i stabilne Europe prelazi iz dominantno subdukcijske u dominantno kontinentalnu koliziju (Piromallo & Morelli, 2003). Pojedini autori smatraju da je, nakon određenog vremena podvlačenja Adrije pod Dinaride, došlo do odlamanja dijela Jadranske ploče (Handy et al., 2010; Handy et al., 2019; Schmid et al., 2008) što je uzrokovalo zakretanje Dinaridsko-Helenidskog lanca. Handy et al. (2019) također sugeriraju da je otprilike u isto vrijeme došlo do loma Jadranske mikroploče na dva dijela (Adria u užem smislu i Apulija) koje rotiraju u suprotnim smjerovima. Schmid et al. (2008) zaključuju da oštri nagibi rasjeda pozicioniranih više u unutrašnjosti Dinarida sugeriraju da je nakon odlamanja dijela Jadranske mikroploče krajem paleogena došlo do transpresije u Dinaridima. Matenco & Radivojević (2012) predlažu da je *rollback* Jadranske mikroploče također značajno utjecao na ekstenziju koja je uzrokovala opažene strukture u Panonskom bazenu.

1.3 Prethodna istraživanja

Najranije seizmičko istraživanje na području Hrvatske mora se pripisati Andriji Mohorovičiću (Mohorovičić, 1910), kada je on iz zapisa potresa iz Pokupskog zabilježenog na nekoliko tada postojećih stanica u Europi temeljem dviju istih faza koje su putovale do stanica različitim brzinama otkrio postojanje diskontinuiteta između Zemljine kore i plašta koje se njemu u čast naziva Mohorovičićevim diskontinuitetom (ili kraće Moho). Nakon tog velikog otkrića, značajnija istraživanja na području Dinarida rađena su 60-tih godina prošlog stoljeća (Dragašević & Andrić, 1975; Aljinović, 1983; Aljinović et al., 1987). Ona su se bavila strukturom kore i najgornjeg dijela plašta, te su određene dubine Mohorovičićevog diskontinuiteta i brzine P-valova na istraživanom području.

Intenzivnije istraživanje građe Dinarida kreće s velikim međunarodnim projektom ALP 2002 (Brückl et al., 2007). Projekt je bio primarno namijenjen istraživanju Alpa, međutim njime je bio zahvaćen i dio Jadranske mikroploče, sjeverni dio Vanjskih Dinarida te dio Panonskog bazena. U projektu je snimano nekoliko profila seizmičke refrakcije i širokokutne refleksije:

najdulji profili u projektu Alp01 i Alp02 (Brückl et al., 2007) samo svojim dijelovima prelaze šire područje Dinarida – profil Alp01 pri svome kraju prelazi preko Vanjskih Dinarida i ulazi u područje Jadranske mikroploče, dok se profil Alp02 prostire preko prijelaznog područja između istočnih Alpa i Panonskog bazena. Na profilu Alp01 autori interpretiraju postojanje relativno nedeformirane Jadranske mikroploče na prijelazu Alpa u Dinaride na temelju naglog skoka u dubini Mohorovičićeva diskontinuiteta. S druge strane, na kraju profila Alp02, na temelju naglog smanjivanja dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta interpretiraju stanjenje kore nastalo ekstenzijom kao posljedicom procesa tektonske ekstruzije materijala iz Alpa.

U okviru istog međunarodnog projekta snimljen je i jedan seizmički profil (Alp07) koji prelazi Dinaride okomito na smjer njihovog pružanja i proteže se od Jadranske mikroploče do Panonskog bazena. Njime su zabilježeni prijelazi između sve tri tektonske jedinice (Šumanovac et al., 2009). Uz seizmičko modeliranje, na profilu Alp07 dodatno je napravljeno i 2D gravimetrijsko modeliranje, kako bi se dobila dodatna ograničenja na strukture u kori. Autori interpretiraju dvije vrste kore na profilu: dinaridsku koru, na kojoj se identificiraju gornja i donja kora, te panonsku koru, na kojoj nema jasne distinkcije između donje i gornje kore, te se interpretira kao jednoslojna. Između ta dva tipa nalazi se relativno široka (~ 150 km prema rezultatima gravimetrijske analize) zona tranzicije. Gornja dinaridska kora karakterizirana je niskim seizmičkim brzinama ($\sim 6 \text{ km s}^{-1}$) i višim gustoćama, dok su za donju koru karakteristične više brzine ($6.5\text{--}7.1 \text{ km s}^{-1}$) i visoke gustoće (2.89 g/cm^3). Panonska jednoslojna kora ima slične brzine kao gornja dinaridska kora, ali ima niže gustoće (2.69 g/cm^3). U zoni tranzicije kora poprima svojstva između dva gore opisana.

Dodatno je Šumanovac (2010) na širem području Dinarida napravio gravimetrijska istraživanja na pet profila. Navedeni gravimetrijski profili kalibrirani su s profilom Alp07 iz istraživanja Šumanovca et al. (2009), kako bi se poboljšala rezolucija metode. Interpretacija je u slučaju gravimetrijskih profila bila kako slijedi:

1. napravljena je seizmička analiza profila Alp07 (u okviru istraživanja Šumanovca et al., 2009),
2. napravljeno je gravimetrijsko modeliranje profila Alp07, kako bi se ograničila višeznačnost interpretacije (također u okviru istraživanja Šumanovca et al., 2009), a iz interpretiranih granica među slojevima su dobivene kalibrirane gustoće,
3. dobivene kalibrirane gustoće korištene su u širem području, na ostalim gravimetrijskim profilima, kako bi se dobili ostali strukturni odnosi (lateralne i vertikalne granice).

Ovo istraživanje zahvaća područje južno od profila Alp07 iz studije Šumanovca et al. (2009) te su njime zahvaćeni i Unutarnji Dinaridi. Iako je rezolucija gravimetrijske metode značajno

manja nego seizmičke, autor rezultate pravda kalibracijom s profilom Alp07 te interpretira povećanje dubine Mohorovičićevog diskontinuiteta od 40 km u sjevernom dijelu Vanjskih Dinarida do 46 km u južnom dijelu Vanjskih Dinarida. Potvrđuje vrijednosti dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta od 20-tak km u Panonskom bazenu te na temelju pet profila kreira kartu strukturalnih elemenata s kojom potvrđuje postojanje triju zona identificiranih u istraživanju Šumanovca et al. (2009).

Na temelju analize funkcija prijemnika, Stipčević et al. (2011) procjenjuju debljinu kore na području Vanjskih Dinarida. U sjevernom dijelu istraživanog područja, dobivene debljine kore se slažu s onima dobivenim u istraživanju Šumanovca et al. (2009). U središnjem i južnom dijelu Dinarida dobivene debljine kore znatno su deblje od dotadašnjih saznanja, npr. u usporedbi s onima iz Dragašević & Andrić (1975). Rezultati za seizmološke postaje u središnjem dijelu Dinarida interpretirani su tako da podupiru teoriju iznesenu u Schmid et al. (2008) o podvlačenju Jadranske mikroploče ispod Dinarida, koja je također vidljiva u istraživanju Šumanovca (2010). Rezultati iz studije Stipčevića et al. (2011) uključeni su i u regionalni model dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta (Grad et al., 2009).

Orešković et al. (2011) određuju strukturu kore analizom funkcija prijemnika za tri stanice na području Istre. Rezultati potvrđuju saznanja iz studija Stipčevića et al. (2011) te Šumanovca et al. (2009). Šumanovac et al. (2016) također analiziraju dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta za seizmološke postaje korištene za snimanje profila Alp07 (Šumanovac et al., 2009). Rezultati te studije generalno se slažu s rezultatima studije Šumanovca et al. (2009). Autori ponovno identificiraju dva tipa kore, te zonu tranzicije između njih. Za dinaridsku koru identificiraju tri granice na funkcijama prijemnika: plitki diskontinuitet (podina sedimenata), granicu unutar kore koja ju dijeli na donju i gornju te Mohorovičićev diskontinuitet. Za panonsku koru identificirane su samo dvije granice: plitki diskontinuitet (podina sedimenata) te Mohorovičićev diskontinuitet.

Šumanovac & Dudjak (2016) rade tomografiju teleseizmičkih valova iz podataka snimljenih na seizmološkim postajama korištenim u studiji Šumanovca et al. (2009) i nekoliko stalnih seizmoloških stanica na temelju zapisa 76 potresa. Iz rezultata interpretiraju anomaliju velikih seizmičkih brzina ispod sjeverozapadnih Dinarida do dubine od 200 km, a negativne anomalije brzine na području Istre i sjevernog Jadrana te Panonskog bazena. Iz rada nije u potpunosti jasna rezolucija, budući da njihov *checkerboard* test pokazuje jako veliku zamrljanost. Istu primjedbu na rezultate daju i Handy et al. (2019).

Belinić et al. (2018) su primjenom S funkcija prijemnika odredili strukturu granice između litosfere i astenosfere (*lithosphere-asthenosphere boundary* – LAB). Na najsjevernijem dijelu istraživanog područja, interpretiraju tri domene:

- jadranska domena s debljinom litosfere između 80 i 90 km,
- sjeverozapadni Dinaridi s debljinom litosfere 100 – 120 km, te
- zapadna panonska domena s debljinom litosfere oko 70 km.

Na prijelazu između jadranske domene i Dinarida promjena debljine LAB-a je blaga, dok je na prijelazu između Dinarida i Panonskog bazena ta promjena nagla. U središnjem dijelu Dinarida, na području Like, uočena je jako stanjena litosfera, što se slaže s do tada dostupnim rezultatima tomografije teleseizmičkih valova (npr. Piromallo & Morelli, 2003), što je interpretirano kao odlomljena ploča (npr. Handy et al., 2019; Ustaszewski et al., 2008; Balling et al., 2021a). Zanimljivo, do istog zaključka o odlomljenoj ploči došli su i Subašić et al. (2017), koji su istraživali seizmičku anizotropiju na području središnjih i južnih Dinarida na temelju analize dvoloma SKS faze. Naime, u svom su istraživanju izračunali da je smjer brze osi usmjeren okomito na pružanje Dinarida, što se slaže s pretpostavljenim smjerom toka astenosfere kroz tzv. *slab gap*.

Kapuralić et al. (2019) primijenili su metodu lokalne tomografije na područje prijelaza između sjevernih Dinarida i jugozapadnog Panonskog bazena. S relativno malim brojem seizmoloških postaja i korištenih potresa, *checkerboard* testom su pokazali razlučivost od oko $1^\circ \times 1^\circ \times 20$ km. Rezultate su usporedili s prijašnjim istraživanjima na istom području (Šumanovac et al., 2009; Šumanovac et al., 2016) i zaključili da se rezultati dobiveni u njihovoj studiji generalno podudaraju s prijašnjima (npr. interpretirana zona snižene brzine na području ispod Dinarida). Rezultati se u detaljima razlikuju, što su autori pripisali tome da lokalna tomografija izglađuje rezultat više nego modeliranje profila refrakcije/refleksije.

Sun et al. (2019) primijenili su metodu seizmičke tomografije Pn-valova na područje središnjeg Mediterana, što je uključivalo i Dinaride. Oni su koristili neuobičajeni test rezolucije, s *checkerboard* uzorkom samo na jednoj dubini (od 50 km) i na taj su način pokazali da mogu postići horizontalnu rezoluciju od $0.75^\circ \times 0.75^\circ$. Ostaje nejasno kolika je vertikalna razlučivost. Što se tiče Dinarida, u rezultatima je vidljiv izražen pojas smanjenih brzina po cijeloj dužini Dinarida. Autori su se prilikom interpretacije pozivali na rezultate tomografije seizmičkih valova predstavljene u radu Zhao et al. (2016) te povezivali svoje rezultate do 50 km dubine s njihovima većima od 100 km. Logika ostaje nejasna, budući da je nepoznato stanje u 50 km gornjeg plašta između, a također, model Zhao et al. (2016) je centriran na Alpe i zahvaća samo najsjeverniji dio Dinarida. U svakom slučaju, Sun et al. (2019) interpretiraju zonu smanjenih brzina ispod Dinarida kao subduciranu kontinentalnu koru, a prema njihovim tvrdnjama ne postoje dokazi prethodne subdukcije oceanske kore. Pri interpretaciji nisu konzultirani nikakvi rezul-

tati vezani za same Dinaride, pa je tvrdnja o nepostojanju dokaza o oceanskoj subdukciji slabo potkrijepljena.

Stipčević et al. (2020) istraživali su građu kore u širem području Dinarida primjenom metode funkcija prijemnika. Autori su analizirali zapise teleseizmičkih potresa sa 87 seizmoloških postaja na širem području Dinarida pomoću funkcija prijemnika i izradili kartu dubine Mohorovičićevog diskontinuiteta. Rezultati istraživanja potvrdili su od prije poznata generalna svojstva što se tiče debljine kore u Dinaridima, međutim, utvrđene su i neke nove spoznaje. Najznačajnije otkriće je veća dubina Mohorovičićevog diskontinuiteta u južnom dijelu Dinarida od očekivane. Dodatno je otkriveno i da je dubina diskontinuiteta veća od očekivane i na području srednje-jadranskih otoka, dok u području središnjih i južnih Dinarida (uz prijavljenu veću nepouzdanost), nalaze mogućnost postojanja dvostrukog diskontinuiteta.

Belinić et al. (2021) primijenili su metodu inverzije disperzijskih krivulja Rayleighjevih valova na području Dinarida, za određivanje modela brzina putovanja S-valova na tom području. Uočili su izražene anomalije velikih brzina ispod cijele duljine Dinarida koja seže do dubine od oko 160 km u sjevernim Dinaridima i do dubine veće od 200 km u južnim Dinaridima. Anomalija je slabije izražena u središnjem dijelu Dinarida, ali je kontinuirana. U prethodnim istraživanjima plašta često je u tom središnjem dijelu Dinarida prisutna negativna anomalija brzine (npr. Piromallo & Morelli, 2003) interpretirana kao *slab gap* (Ustaszewski et al., 2008; Handy et al., 2019). Stoga autori sugeriraju da bi se rezultati zapaženi na tomografskim slikama trebali drukčije objasniti.

Poglavlje 2

Metode

Istraživanje prikazano u ovom radu sastoji se od dva dijela. U prvom dijelu istraživanja izrađen je model kore koji je u drugom dijelu korišten kao početni model za seizmičku tomografiju. S tim u skladu, u ovom poglavlju opisane su dvije primijenjene metode. Za interpolaciju podataka u prvom dijelu istraživanja korištena je kriging metoda, opisana u potpoglavlju 2.1, dok je u potpoglavlju 2.2 opisana metoda seizmičke tomografije primijenjena u drugom dijelu istraživanja.

2.1 Kriging

Pod nazivom *kriging* podrazumijeva se oblik generalizirane linearne regresije za formulaciju optimalnog procjenitelja u smislu najmanje kvadratne pogreške. U odnosu na općenitu linearnu regresiju, kriging ima nekoliko pretpostavki (Olea, 2011):

- ne koristi se pretpostavka da su slučajne varijable međusobno neovisne i ravnomjerno raspoređene;
- umjesto uobičajene pretpostavke iz klasične statistike da su podaci uzorkovani slučajno, ovdje se uzima u obzir suprotno. Naime, u klasičnoj statistici koristi se pretpostavka da su opažene vrijednosti realizacije jedne slučajne varijable, dok se kod kriginga opažene vrijednosti smatraju djelomičnim realizacijama slučajne funkcije koja obuhvaća toliko slučajnih varijabli koliko je opažanja;
- izravno se određuju atributi vezani za volumene nekoliko redova veličine veće od volumena u kojem postoje uzorci.

Metode kriginga ne daju samo interpoliranu vrijednost u željenoj točki u prostoru, već se procjenjuje i varijanca interpolacije u danoj točki. U narednim potpoglavljima opisane su tri metode kriginga: jednostavni, obični i univerzalni kriging. Dodatno, u potpoglavlju 2.1.3 dodatno su opisani semivariogrami, koji se koriste u običnom i univerzalnom krigingu. Jednostavni kriging nije korišten u ovom istraživanju, ali potpoglavlje 2.1.1 je uvršteno u rad zbog činjenice da je taj kriging matematički najjednostavniji, pa se na njegovom primjeru osnovna svojstva kriginga općenito mogu najbolje prikazati. U svakom od potpoglavlja prikazane su osnovne jednadžbe te svojstva pojedinih metoda. Detaljniji izvodi jednadžbi prikazani su u Dodatku A.

2.1.1 Jednostavni (*simple*) kriging

Jednostavni kriging je, kako mu i ime kaže, najjednostavniji oblik kriginga (u matematičkom smislu). Tri su osnovne pretpostavke:

1. uzorkovanje je djelomična realizacija slučajne funkcije $Z(\mathbf{x})$, gdje \mathbf{x} označava lokaciju u prostoru;
2. slučajna funkcija je stacionarna funkcija drugog reda, što znači da momenti koji uključuju do dvije varijable ne ovise o translaciji, nego samo o udaljenosti. Matematički, mora vrijediti:

$$\begin{aligned} E[Z(\mathbf{x})] &= m \\ E[(Z(\mathbf{x}) - m)(Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - m)] - m^2 &= \text{Cov}(\mathbf{x}, \mathbf{x} + \mathbf{h}) = \text{Cov}(\mathbf{h}) \end{aligned} \quad (2.1)$$

gdje $E(\cdot)$ označava očekivanje, m je konstantan srednjak, \mathbf{h} je vektorska udaljenost u prostoru uzorkovanja, a $\text{Cov}(\cdot)$ je kovarijanca slučajne funkcije; i

3. srednjak je poznat.

Ako se pretpostavi da slučajna funkcija $Z(x)$ koja se traži ima poznati srednjak m , tada će procjenitelj funkcije $\hat{Z}(\mathbf{x}_0)$ na lokaciji \mathbf{x}_0 biti linearna kombinacija slučajnih varijabli na mjernim stanicama \mathbf{x}_i :

$$\hat{Z}(\mathbf{x}_0) = m + \sum_{i=1}^k \lambda_i [Z(\mathbf{x}_i) - m], \quad (2.2)$$

gdje je k broj mjernih postaja, a λ_i koeficijent kojeg nazivamo kriging težinama. Problem određivanja vrijednosti funkcije Z u željenoj točki \mathbf{x}_0 svodi se na pronalaženje koeficijenata

λ_i . Želimo koristiti takve težine za procjenitelj u jednadžbi (2.2) koji daju najmanju varijancu. Sustav jednadžbi za težine λ_i uz pretpostavke jednostavnog kriginga glasi:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^k \lambda_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_1) &= \text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1) \\ \sum_{i=1}^k \lambda_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_2) &= \text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_2) \\ &\dots \\ \sum_{i=1}^k \lambda_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_k) &= \text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_k) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Težine koje se dobiju iz ovog sustava u jednadžbi optimalne su težine (u smislu da daju minimalnu varijancu). Izvod sustava jednadžbi prikazan je u Dodatku A.1.

Uz pretpostavku optimalnih koeficijenata (težina) λ_i , varijanca u točki \mathbf{x}_0 glasi (detaljan izvod u dodatku A.1):

$$\sigma_{\text{SK}}^2(\mathbf{x}_0) = \text{Cov}(0) - \sum_{i=1}^k \lambda_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0). \quad (2.4)$$

Ako se definiraju matrice:

$$C = \begin{bmatrix} \text{Cov}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) & \text{Cov}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) & \dots & \text{Cov}(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_1) \\ \text{Cov}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) & \text{Cov}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2) & \dots & \text{Cov}(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{Cov}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_k) & \text{Cov}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_k) & \dots & \text{Cov}(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_k) \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

$$X = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_k]^T, \quad (2.6)$$

$$c = [\text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1) \quad \text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_2) \quad \dots \quad \text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_k)]^T, \quad (2.7)$$

$$Y = [Z(\mathbf{x}_1) - m \quad Z(\mathbf{x}_2) - m \quad \dots \quad Z(\mathbf{x}_k) - m]^T, \quad (2.8)$$

onda se sustav jednadžbi (2.3) može matrično prikazati kao:

$$CX = c. \quad (2.9)$$

Kriging procjenitelj u točki \mathbf{x}_0 računa se iz

$$\hat{Z}_{\text{SK}}(\mathbf{x}_0) = m + Y^T X = m + Y^T C^{-1} c, \quad (2.10)$$

a varijanca procjene je u matricnom obliku onda

$$\sigma_{\text{SK}}^2(\mathbf{x}_0) = \text{Cov}(0) - c^T X = \text{Cov}(0) - c^T C^{-1} c. \quad (2.11)$$

Svojstva

Jednostavni kriging točan je interpolator, što znači da računanjem procjene u točki u kojoj postoji mjerenje, rezultat će biti jednak vrijednosti mjerenja. To se može jednostavno vidjeti ako se pretpostavi da je $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_1$ i to uvrsti u sustav jednadžbi (2.9). Jedinstveno rješenje je tada: $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T$, a prema definiciji interpolatora (2.2) slijedi:

$$\hat{Z}(\mathbf{x}_0) = m + Z(\mathbf{x}_1) - m = Z(\mathbf{x}_1). \quad (2.12)$$

Također se iz jednadžbe za varijancu može vidjeti da je ona jednaka nuli, ako je točka u kojoj se računa jedna od onih za koje su poznate vrijednosti:

$$\sigma_{\text{SK}}^2(\mathbf{x}_1) = \text{Cov}(0) - \text{Cov}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) = \text{Cov}(0) - \text{Cov}(0) = 0. \quad (2.13)$$

Kriging ne dozvoljava postojanje više mjerenja u istoj točki. Taj slučaj bi rezultirao singularnim matricama u sustavu (2.9) te se ne bi moglo dobiti rješenje. Stoga se prilikom kombiniranja svih ulaznih podataka za izradu inicijalnog modela kore pribjeglo računanju otežanih srednjaka.

Kada bi se kovarijanca množila faktorom, to ne bi utjecalo na procjenu u točki. To se vidi iz sustava jednadžbi (2.3). Obje strane jednadžbe bile bi pomnožene s istim faktorom te to ne bi imalo nikakvog utjecaja na rješenje. Međutim, utjecaj množenja kovarijanci s faktorom bi utjecalo na varijancu procjene – ona bi bila promijenjena za isti faktor:

$$\sigma_{\text{SK}}^{\prime 2}(\mathbf{x}_0) = \alpha \sigma_{\text{SK}}^2(\mathbf{x}_0) = \alpha \text{Cov}(0) - \sum_{i=1}^k \lambda_i \alpha \text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i) = \alpha \sigma_{\text{SK}}^2(\mathbf{x}_0). \quad (2.14)$$

Također, bitno je uočiti da varijanca procjene ovisi o prostornoj razdiobi ulaznih podataka. Naime, varijanca procjene ovisi o kovarijancama ulaznih podataka. Prema drugoj pretpostavci te kovarijance ovise isključivo o udaljenosti (što onda ovisi o prostornoj razdiobi podataka). Također se iz jednadžbe (2.4) vidi kako varijanca procjene ovisi isključivo o kovarijancama, a ne o pojedinim mjerenjima $Z(\mathbf{x}_i)$.

Pretpostavimo da je dostupno takvo uzorkovanje da su sve slučajne varijable međusobno

nezavisne, ali ne nužno nezavisne od one u točki procjene \mathbf{x}_0 . Za nezavisne varijable vrijedi da je $\text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = 0$ za sve $i \neq j$. U tom slučaju iz sustava jednažbi (2.3) za računanje optimalnih kriging težina slijedi da vrijedi:

$$\lambda_i = \frac{\text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i)}{\text{Cov}(0)}, \quad \text{za } i = 1, 2, \dots, k, \quad (2.15)$$

što prepoznamo kao koeficijent korelacije iz klasične statistike. Pretpostavimo dalje da su, osim međusobno, slučajne varijable koje predstavljaju mjerenja još neovisne o slučajnoj varijabli u točki u kojoj se procjenjuje (\mathbf{x}_0). U tom slučaju će vrijediti i da je $\text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i) = 0$, pa su $\lambda_i = 0$. Prema jednažbi (2.2), procijenjena vrijednost u točki \mathbf{x}_0 bit će onda $Z(\mathbf{x}_0) = m$. To je takozvano svojstvo izgladivanja (engl. *smoothing property*) – što prostorna međuovisnost varijabla više opada, procjene teže prema srednjaku, neovisno o uzorkovanju i stvarnim vrijednostima.

2.1.2 Obični (*ordinary*) kriging

Obični (engl. *ordinary*) kriging poopćena je formulacija jednostavnog kriginga. Za razliku od jednostavnog kriginga, u kojemu srednjak mora biti poznat, u običnom krigingu pretpostavlja se da je srednjak konstantan, ali ne mora nužno biti poznat. Da bi to vrijedilo, u običnom krigingu je dodatno ograničenje na problem to što mora vrijediti da je suma težina λ_i jednaka jedan:

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1. \quad (2.16)$$

Osim toga, umjesto zahtjeva da je slučajna funkcija koja opisuje uzorkovanje stacionarna funkcija drugog reda (što je opisano jednažbom (2.1)), u ovom slučaju se zahtijeva uvjet intrinzične stacionarnosti koji tvrdi da varijanca razlike dviju slučajnih varijabli razmaknutih za \mathbf{h} ovisi samo o toj udaljenosti:

$$\text{Var}[Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})] = 2\gamma(\mathbf{h}), \quad (2.17)$$

gdje je $\gamma(\mathbf{h})$ semivariogram slučajne funkcije.

Prema pretpostavkama običnog kriginga, procjena $\hat{Z}(\mathbf{x}_0)$ u točki \mathbf{x}_0 računa se linearnom kombinacijom slučajnih varijabli u točkama \mathbf{x}_i :

$$\hat{Z}(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^k \lambda_i Z(\mathbf{x}_i), \quad (2.18)$$

uz pretpostavku iz jednadžbe (2.16). Ako je $\gamma(\mathbf{h})$ semivariogram slučajne varijable, varijanca procjene u točki \mathbf{x}_0 računat će se prema

$$\sigma^2(\mathbf{x}_0) = 2 \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j). \quad (2.19)$$

Težine λ_i određuju se primjenom metode Langrangeovih multiplikatora (detaljno opisano u Dodatku A.2). Varijanca procjene u slučaju optimalnih težina λ_i glasi

$$\sigma_{\text{OK}}^2(\mathbf{x}_0) = 2 \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) - \mu = \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) - \mu. \quad (2.20)$$

Svojstva

Obični kriging nasljeđuje svojstva jednostavnog kriginga. Iz dizajna metoda slijedi da je procjena optimalna u smislu najmanjih kvadrata, a interval u kojem se određuju vrijednosti nije ograničen samo na područje u kojem postoje mjerenja. On je i točan interpolator s varijancom jednakom nuli u točki za koju postoji mjerenje. Kao i jednostavan kriging, ne smije biti definirano više mjerenja u istoj točki. Interpolator je neovisan o translaciji koordinatnog sustava, ovisi o uzorkovanju, a varijanca procjene ne ovisi o pojedinim mjerenjima.

2.1.3 Semivariogrami

Semivariogram je statistika koja pokazuje prosječno smanjenje sličnosti među slučajnim varijablama kako se udaljenost među njima povećava. To je doslovno zrcalno onome što prikazuje kovarijanca – ona prikazuje prosječnu sličnost među slučajnim varijablama u ovisnosti o udaljenosti među njima.

Poznavanje semivariograma ili kovarijanca neophodno je za kriging. Računanje semivariograma zahtijeva manje stroge pretpostavke od računanja kovarijanca – ne zahtijeva poznavanje srednjaka, a nije osjetljiv ni na dodavanje konstante slučajnoj varijabli (za razliku od kovarijanca, koja ovisi o dodanoj konstanti slučajnoj varijabli). Procjena semivariograma je manje osjetljiva od kovarijanca i na zahtjev da srednjak mora biti konstantan.

Semivariogram je neovisan o lokaciji i ovisi samo u razmaku između slučajnih varijabli \mathbf{h} za koje se računa. On je kontinuirana funkcija varijable \mathbf{h} , koja se naziva i udaljenost (engl. *lag*):

$$\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})]. \quad (2.21)$$

Može se pokazati da je semivariogram polovina vrijednosti varijance procjene. Ako pretpostavimo da imamo uzorak veličine 1 u točki $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x} + \mathbf{h}$ i to uvrstimo u sustav jednadžbi (A.14):

$$\begin{aligned}\mu &= -\gamma(\mathbf{x} + \mathbf{h}, \mathbf{x}), \\ \lambda_1 &= 1,\end{aligned}\tag{2.22}$$

te to uvrstimo u jednadžbu za varijancu procjene (2.20), dobijemo:

$$\gamma(\mathbf{x} + \mathbf{h}, \mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sigma_{OK}^2(\mathbf{x}).\tag{2.23}$$

Semivariogram kod kojega se sličnost između slučajnih varijabli smanjuje s udaljenosti na kratkim udaljenostima, a zatim doseže konstantnu vrijednost, naziva se tranzijentnim semivariogramom. Udaljenost a na kojoj doseže konstantnu vrijednost se naziva doseg (engl. *range*), i on praktično označava zonu utjecaja slučajne varijable. Vrijednost semivariograma za udaljenosti veće od dosega naziva se prag (engl. *sill*). Vrijedi:

$$\gamma(\mathbf{h}) = \text{Cov}(0) \quad \text{za} \quad \mathbf{h} > \mathbf{a}.\tag{2.24}$$

Ako prag označimo varijablom C , može se pisati

$$\text{Cov}(\mathbf{h}) = C - \gamma(\mathbf{h}).\tag{2.25}$$

Ako pretpostavimo da je Z intrinzična slučajna funkcija i da su $Z(\mathbf{x}_i)$ mjerenja na lokacijama $i = 1, 2, \dots, N$, semivariogram se tada procjenjuje prema jednadžbi:

$$\hat{\gamma}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2n(\mathbf{h})} \sum_{i=1}^{n(\mathbf{h})} [Z(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x}_i)]^2,\tag{2.26}$$

gdje je $n(\mathbf{h})$ broj parova slučajnih varijabli udaljenih za \mathbf{h} . Takva procjena semivariograma se naziva eksperimentalnim variogramom (računa se iz mjerenih podataka).

Izravno korištenje eksperimentalnog variograma može dovesti do singularnih matrica i/ili višestrukih rješenja, stoga se on ne koristi. Umjesto toga, na eksperimentalni semivariogram prilagođava se jedan od teorijskih semivariograma dobrih svojstava, za koje će sustavi jednadžbi za kriging imati rješenje. Nekoliko je oblika takvih teorijskih semivariograma koji uglavnom obuhvaćaju različite potrebe. Navodim ovdje nekoliko koji su korišteni u ovom radu.

Ako se s h označi udaljenost, s C prag, a s a doseg, onda je sferni semivariogram definiran jednadžbom

$$\gamma(h) = \begin{cases} C \left[\frac{3}{2} \frac{h}{a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right], & \text{za } 0 \leq h < a, \\ C, & \text{inače.} \end{cases} \quad (2.27)$$

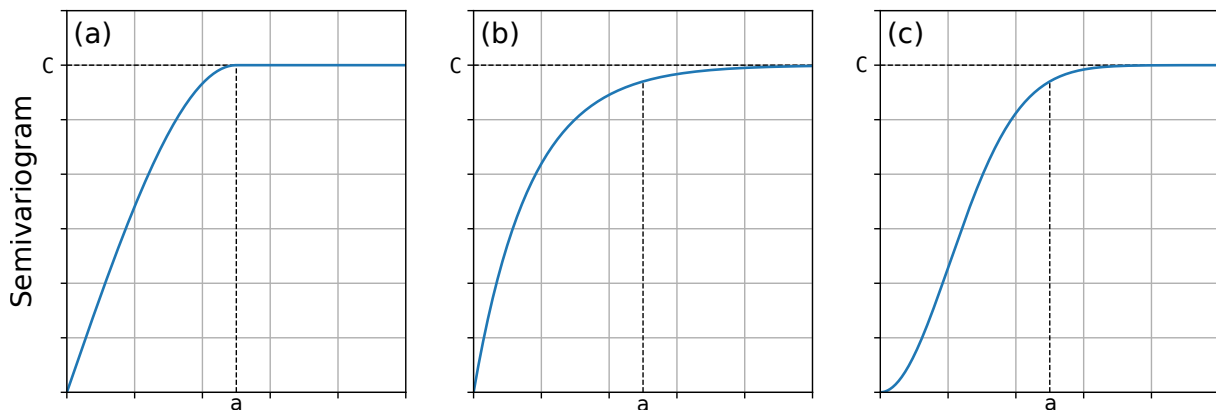
Eksponecijalni semivariogram definira se jednadžbom

$$\gamma(h) = C \left(1 - e^{-\frac{3h}{a}} \right), \quad (2.28)$$

a Gaussov semivariogram jednadžbom

$$\gamma(h) = C \left[1 - e^{-3 \left(\frac{h}{a} \right)^2} \right]. \quad (2.29)$$

Sva tri tipa semivariograma prikazana su na slici 2.1.



Slika 2.1: Teorijski semivariogrami: (a) sferni, (b) eksponecijalni i (c) Gaussov.

2.1.4 Univerzalni kriging

Univerzalni kriging u odnosu na obični kriging dodatno uklanja zahtjev da srednjak mora biti konstantan. Srednjak (koji se uobičajeno naziva *drift*) tako ovisi o položaju:

$$m(\mathbf{x}) = E[Z(\mathbf{x})]. \quad (2.30)$$

Pretpostavka je da se srednjak može prikazati kao linearna kombinacija analitičkih funkcija, ali nije nužno da je poznat:

$$m(\mathbf{x}) = \sum_{l=0}^n a_l f_l(\mathbf{x}), \quad \text{uz pretpostavku da je } f_0(\mathbf{x}) = 1. \quad (2.31)$$

Procjena vrijednosti u točki \mathbf{x}_0 računa se prema istoj jednadžbi kao i u slučaju običnog

kriginga (jednadžba (2.18)).

Varijanca procjene u točki \mathbf{x}_0 se računa pomoću metode Lagrangeovih multiplikatora (izvod u dodatku A.3):

$$\sigma_{\text{UK}}^2(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma_Y(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i) - \mu_0 - \sum_{l=1}^n \mu_l f_l(\mathbf{x}_0). \quad (2.32)$$

Svojstva

Univerzalni kriging nasljeđuje svojstva od jednostavnog i običnog, tako da je on i dalje procjena u smislu najmanjih kvadrata, a interval u kojem se određuju vrijednosti nije ograničen samo na područje u kojem postoje mjerenja. On je i točan interpolator s varijancom jednakom nuli u točki za koju postoji mjerenje. *Drift* se automatski koristi u jednadžbama, bez da korisnik mora računati faktore a_l definirane u jednadžbi (2.31).

2.2 Seizmička tomografija

Tehnike određivanja lateralnih promjena brzine grupno se nazivaju seizmičkom tomografijom, analogno metodama korištenim u medicini kako bi se dobila slika unutrašnjosti ljudskog tijela. Riječ „tomografija“ dolazi od grč. *tómos* što znači režanj, presjek, i *gráfein* što znači pisati. Seizmička tomografija služi da bismo dobili „sliku podzemlja“. Unatoč imenu, seizmička tomografija je značajno kompliciranija od medicinske jer su u seizmologiji izvori nejednoliko i nedovoljno gusto raspoređeni, zrake korištene za „gledanje“ unutrašnjosti generalno ovise o toj istoj unutrašnjosti, ni lokacije izvora ni vrijeme polaska zrake nisu točno poznate (i one se određuju iz nekog pretpostavljenog modela), a dodatno, prilikom mjerenja, pogreške u očitavanju su uobičajene. Pri interpretaciji rezultata dobivenih seizmičkom tomografijom sve te nedostatke treba imati na umu te se uvijek prisjetiti da, iako predstavlja značajno poboljšanje u odnosu na 1D modele, i rezultat seizmičke tomografije je također neki vid srednje vrijednosti parametara koji se promatraju, samo na manjoj prostornoj skali.

Glavna prednost metode seizmičke tomografije je ta što kao ulaz koristi podatke koji se relativno lako mjere. Radi se o informacijama o vremenima putovanja valova potresa (uz podatke o hipocentralnom vremenu te lokacijama potresnih žarišta i seizmoloških postaja), na temelju kojih se nešto zaključuje o podzemlju kroz koje te zrake prolaze. Jedna od otegotnih okolnosti prilikom korištenja seizmičke tomografije je ta što je potrebno imati barem okvirnu ideju o sastavu područja koje se istražuje, kako bi se ograničila višeznačnost rješenja.

Ovo poglavlje sastoji se od tri potpoglavlja. U prvom (potpoglavlje 2.2.1) dan je kratak opis

fizikalnih principa rasprostiranja valova u izotropnom prostoru. U potpoglavlju 2.2.2 prikazana je općenita formulacija seizmičke tomografije kako je opisana u radu Rawlinson & Sambridge (2003), nakon čega je u posljednjem potpoglavlju (2.2.3) ovog poglavlja opisana implementacija seizmičke tomografije u programskom paketu FMTOMO (Rawlinson et al., 2006; Rawlinson & Urvoy, 2006; de Kool et al., 2006), koji je korišten u ovom istraživanju.

Izvod eikonalne jednadžbe koja je osnovna jednadžba na kojoj se temelji seizmička tomografija je dan u Dodatku B.

2.2.1 Rasprostiranje seizmičkih valova u višeslojnom izotropnom sredstvu

Pravo podzemlje nije izotropno, već seizmički parametri ovise o lokaciji. Međutim, ovisno o problemu koji se razmatra, može se uvesti nekoliko razumnih pojednostavljenja. Na primjer, budući da se brzine i gustoće u podzemlju značajno više mijenjaju (generalno povećavaju) s dubinom nego lateralno, predstavljanje podzemlja kao niza homogenih i izotropnih slojeva iznad nekog poluprostora je razumno pojednostavljenje. Na primjer, prilikom istraživanja kore, ostatak Zemlje može se zamisliti kao poluprostor, jer ga u tom slučaju efektivno valovi koji se razmatraju tako „vide“. Uz ta pojednostavljenja, zrake vala mogu se smatrati pravocrtanima (kao, na primjer, na slici 2.2). Također, često je zanemarivanje zakrivljenosti Zemlje prihvatljiva aproksimacija (za lateralne dimenzije do približno 10 000 km), pa su slojevi u modelu ravni.

Radi konceptualne potpunosti, krenimo od najjednostavnijeg primjera. Zamislimo model s jednim slojem iznad poluprostora u kojemu se valovi rasprostiru brže nego u kori. Pretpostavimo, radi jednostavnosti, da su oba medija homogena i izotropna (slika 2.3). U slučaju takvog modela, očekujemo tri osnovne staze vala: direktna od izvora prema prijemniku, reflektirana od granice između dva sredstva različitih brzina, i refraktirana na granici dvaju sredstava.

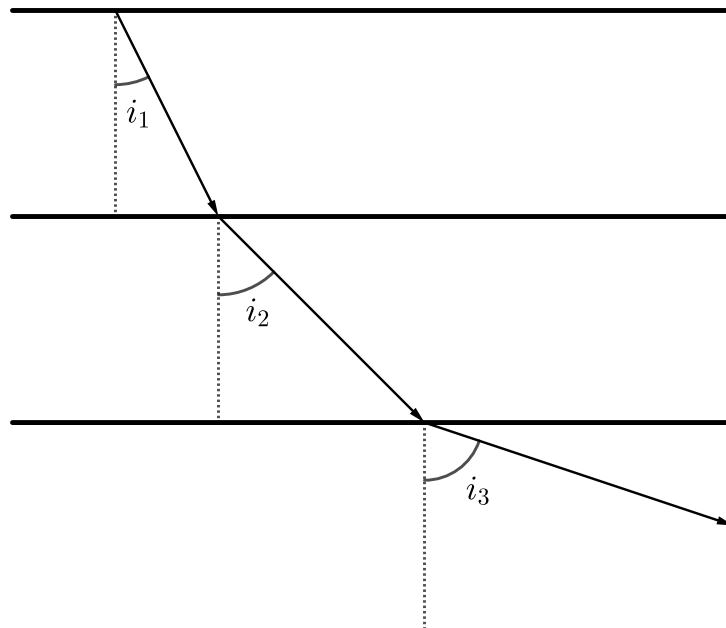
Direktni val će imati jednostavnu jednadžbu za vrijeme putovanja, koja se dobije dijeljenjem prijeđenog puta s brzinom u sredstvu u kojem putuje:

$$T_D(x) = \frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{v_1}. \quad (2.33)$$

Ta krivulja vremena putovanja (hodokrona) je hiperbola, ali za dovoljno velike epicentralne udaljenosti ($h \ll x$), može se aproksimirati s pravcem nagiba $1/v_1$ (slika 2.4).

Sljedeći val je val reflektiran od granice među sredstvima. Samo promatrajući geometrijske odnose, vidi se kako se prijeđeni put može prikazati kao

$$s_{\text{refl}} = \sqrt{(2H - h)^2 + x^2}, \quad (2.34)$$



Slika 2.2: Prikaz zrake vala u modelu podzemlja prikazanom pomoću izotropnih slojeva (prema Stein & Wysession, 2003).

pa je tako vrijeme putovanja reflektiranog vala

$$T_{\text{refl}}(x) = \frac{\sqrt{(2H-h)^2 + x^2}}{v_1}, \quad (2.35)$$

što se može napisati i kao

$$T_{\text{refl}}^2(x) = \frac{x^2}{v_1^2} + \left(\frac{2H-h}{v_1}\right)^2. \quad (2.36)$$

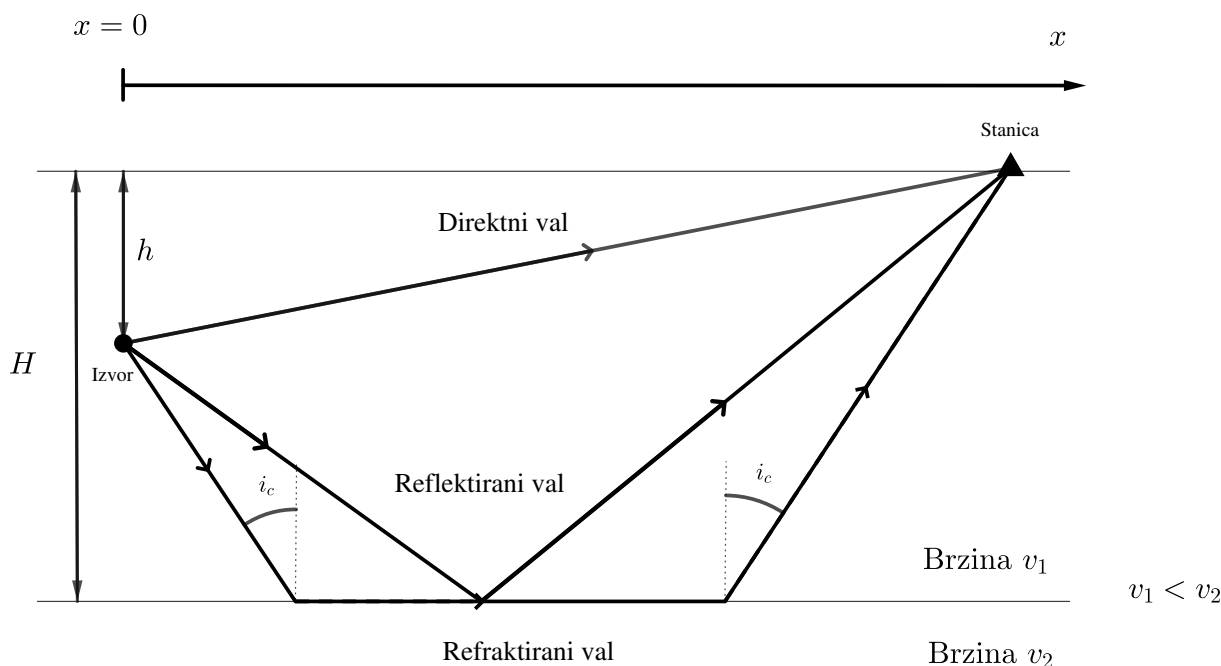
Jednadžba (2.36) je hiperbola. Za udaljenosti puno veće od debljine sloja ($x \gg H$), krivulja se asimptotski približava krivulji putovanja direktnog vala.

Prije prelaska na treći tip vala, razmotrimo specijalan slučaj kada je upadni val na granicu među sredstvima takav, da je izlazni kut jednak 90° , tzv. granični kut loma (engl. *critical angle*). Prema Snellovom zakonu vrijedi:

$$\frac{\sin i_c}{v_1} = \frac{\sin 90^\circ}{v_2} = \frac{1}{v_2}, \quad (2.37)$$

iz čega slijedi da je granični kut loma

$$i_c = \frac{v_1}{v_2}. \quad (2.38)$$



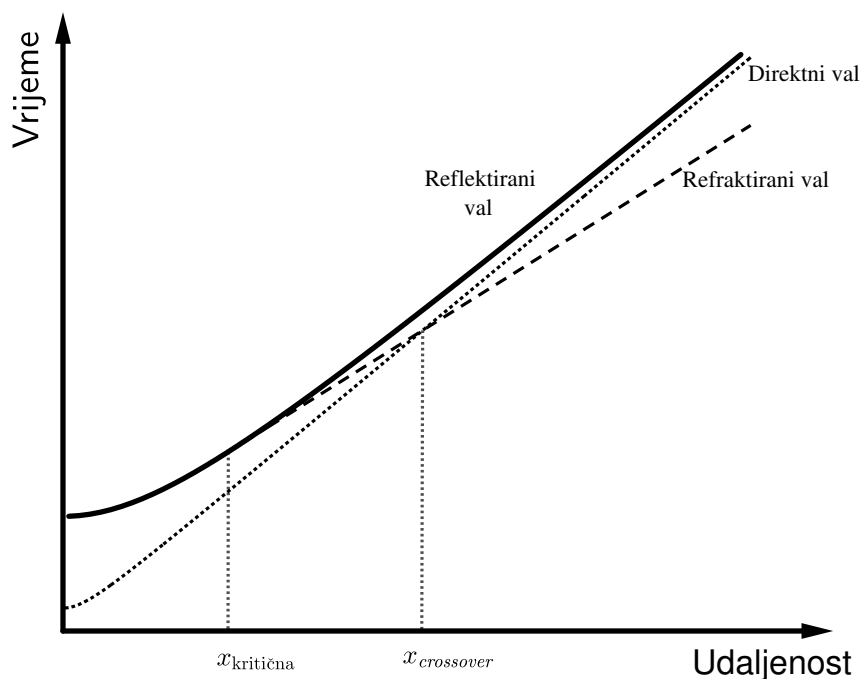
Slika 2.3: Tri osnovna vala za jednostavan model homogenog izotropnog sloja iznad jednako takvog poluprostora.

U slučaju da je $i_1 = i_c$, val će se lomiti pod kutom od 90° , te će putovati neposredno ispod granice sredstava, a u sredstvu veće brzine. Budući da i za seizmičke valove vrijedi Huygensov princip, da je svaka točka fronte vala ekvivalentna novom izvoru vala, tako i takav granično refraktirani val šalje energiju nazad u gornje sredstvo, te u konačnici zapis od tog vala stiže i do prijemnika.

Razmotrimo sada vrijeme putovanja takvog refraktiranog vala. On putuje do granice sredstava, upada na nju pod graničnim kutom i_c , dio vremena putuje kroz donje sredstvo, zatim izlazi iz donjeg sredstva, ponovno pod kutom i_c i putuje do prijemnika. Tako je ukupno vrijeme putovanja horizontalna udaljenost koju je val prevalio u donjem sredstvu podijeljena s brzinom v_2 uz doprinose od dviju grana koje je proveo u gornjem sredstvu s brzinom v_1 :

$$T_{\text{refr}}(x) = \frac{(2H - h) \tan i_c}{v_1 \sin i_c} + \frac{x - (2H - h) \tan i_c}{v_2}. \quad (2.39)$$

Jednadžba se može pojednostaviti korištenjem jednadžbe za granični kut loma i trigonometrijskih identiteta:



Slika 2.4: Hodokrone za tri putanje vala prikazane na slici 2.3 (prema Stein & Wysession, 2003).

$$\cos i_c = \sqrt{1 - \sin^2 i_c} = \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{v_2^2}},$$

$$\tan i_c = \frac{\sin i_c}{\cos i_c} = \frac{\frac{v_1}{v_2}}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{v_2^2}}}, \quad (2.40)$$

tako da se dobije

$$T_{\text{refr}}(x) = \frac{x}{v_2} + (2H - h) \frac{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{v_1 v_2}. \quad (2.41)$$

Krivulja vremena putovanja refraktiranog vala je tako linearna s nagibom pravca $1/v_2$ i odsječkom na ordinati iznosa $(2H - h) \frac{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{v_1 v_2}$. Budući da je $1/v_1 > 1/v_2$, krivulja vremena putovanja direktnog vala ima veći nagib.

Refraktirani val počinje se opažati na seizmološkim postajama tek nakon kritične udaljenosti $x_c = (2H - h) \tan i_c$, dok se na manjim udaljenostima opaža samo direktni nailazak. Upravo je opažanjem takva dva nailaska Andrija Mohorovičić otkrio granicu između kore i plašta 1910. godine. Udaljenost nakon koje refraktirani val počinje dolaziti do postaje prije direktnog vala, naziva se *crossover* udaljenost. Iako se inicijalne pretpostavke čine vrlo pojednostavljene, pos-

tojanje opažanja koji podupiru ove rezultate opravdava njihovo korištenje. Naravno, uz ograničenja kojih uvijek treba biti svjestan. Na primjer, u slučaju proučavanja globalnih faza, ne bi se mogla koristiti pretpostavka ravnih valova – za te se dimenzije moraju koristiti zakrivljene valne zrake. Osim toga, prilikom proučavanja procesa u blizini izvora potresa, ne može se koristiti jednadžba gibanja bez vanjske sile.

Ovaj jednostavan slučaj dodatno se može zakomplicirati dodavanjem više slojeva iznad poluprostora, čime će jednadžbe dobiti dodatne članove, ali princip ostaje isti. Također, mogu se pretpostaviti i slojevi koji nisu horizontalni, nego su nagnuti pod nekim kutom, što onda dodatno komplicira geometriju. Takvi slučajevi su se koristili u području plitkih seizmičkih istraživanja, na primjer, prilikom istraživanja ležišta ugljikovodika, prije široke dostupnosti računala. Sada kad su moćna računala široko dostupna, i modeli koji se istražuju mogu se prikazati značajno kompliciranijima. Cilj ovog potpoglavlja je bio prezentirati osnovne fizikalne principe koji su u pozadini i tih kompleksnijih problema.

2.2.2 Seizmička tomografija pomoću vremena putovanja valova potresa

Matematička formulacija

Iako seizmogram sadrži mnogo podataka koji se mogu koristiti, za seizmičku tomografiju prostornih valova koriste se vremena nailazaka pojedinih faza jer se ti podaci najjednostavnije mogu odrediti iz seizmograma. Osim toga, jednadžba koja povezuje vremena putovanja s brzinom je relativno jednostavna.

Ako se s matricom m označi skup parametara modela koji predstavljaju neko elastično svojstvo (ovdje ćemo se baviti brzinom putovanja P-valova, ali parametar može biti i nešto drugo, na primjer brzina putovanja S-valova ili gustoća), a s vektorom d označimo podatke (u slučaju seizmičke tomografije, to će biti vremena putovanja), opća matematička formulacija seizmičke tomografije je oblika

$$d = g(m). \quad (2.42)$$

Ako imamo skup izmjerenih podataka d_{obs} i početni model m_0 , razlika $d_{\text{obs}} - g(m_0)$ daje procjenu koliko dobro model opisuje mjerene podatke. Inverzni problem u seizmičkoj tomografiji je određivanje modela m tako da je razlika između opaženih podataka i podataka predviđenih modelom minimalna.

Općenito, nekoliko je koraka u postupku određivanja strukture podzemlja iz podataka o vremenima putovanja valova seizmičkom tomografijom. Prvi korak je definiranje početnog modela koji valja parametrizirati. Drugi korak je parametrizacija početnog modela kako bi

se izračunale teorijske vrijednosti za opažene podatke (direktno modeliranje, engl. *forward modelling*). Recimo, imamo li početni model brzina, iz njega se mogu izračunati vremena putovanja pojedinih faza valova. Sljedeći korak (inverzija) je usporedba izmjerenih i izračunatih podataka i prilagodba modela kako bi njegovi parametri bolje odgovarali opaženim podacima. U završnom koraku, rezultat se analizira te se po potrebi može ponoviti postupak prilagodbe.

Pozabavimo se sada funkcijom $g(\mathbf{m})$. Općenito, vrijeme putovanja vala računa se iz nelinearnog integrala:

$$t = \int_{L(v)} \frac{1}{v(\vec{x})} dl, \quad (2.43)$$

gdje je $L(v)$ putanja vala, a $v(\vec{x})$ polje brzine u sredstvu. Zbog nelinearnosti, jednadžba (2.43) teška je za rješavanje, te se pribjegava određenim pretpostavkama. U linearnoj tomografiji pretpostavlja se da se u koraku inverzije putanja vala između izvora i prijemnika ne mijenja znatno. Pretpostavimo da se brzina može prikazati kao zbroj brzine u referentnom modelu $v_0(\vec{x})$ i perturbacije $\delta v(\vec{x})$:

$$v(\vec{x}) = v_0(\vec{x}) + \delta v(\vec{x}). \quad (2.44)$$

U tom slučaju je potrebno dodati perturbaciju za putanju, $L(v) = L_0 + \delta L$, i za vrijeme putovanja, $t = t_0 + \delta t$:

$$t = \int_{L_0 + \delta L} \frac{1}{v_0 + \delta v} dl. \quad (2.45)$$

Član pod integralom može se raspisati korištenjem geometrijskog reda:

$$\frac{1}{v_0 + \delta v} = \frac{1/v_0}{1 - (-\delta v/v_0)} = \frac{1}{v_0} - \frac{\delta v}{v_0^2} + \frac{(\delta v)^2}{v_0^3} - \dots \quad (2.46)$$

Uz pretpostavku da su perturbacije znatno manje od referentne brzine, članovi višeg reda mogu se zanemariti, pa jednadžba (2.45) postaje

$$t = \int_{L_0 + \delta L} \left(\frac{1}{v_0} - \frac{\delta v}{v_0^2} \right) dl + \mathcal{O}(\delta v^2). \quad (2.47)$$

To se dalje u prvoj aproksimaciji može rastaviti na dva člana:

$$t = \int_{L_0} \left(\frac{1}{v_0} - \frac{\delta v}{v_0^2} \right) dl + \int_{\delta L} \left(\frac{1}{v_0} - \frac{\delta v}{v_0^2} \right) dl + \mathcal{O}(\delta v^2). \quad (2.48)$$

Prema Fermatovom principu, za fiksne točke vrijeme putovanja duž zrake vala je stacionarno s

obzirom na perturbacije u putanji:

$$\frac{\partial t}{\partial L} = 0, \quad (2.49)$$

pa je drugi član u jednadžbi (2.48) jednak nuli.

Budući da smo rekli da je vrijeme putovanja jednako vremenu putovanja u početnom modelu uvećano za perturbaciju, iz jednadžbe (2.48) slijedi da je perturbacija vremena putovanja jednaka

$$\delta t = - \int_{L_0} \frac{\delta v}{v_0^2} dl + \mathcal{O}(\delta v^2). \quad (2.50)$$

U jednadžbi (2.50) možemo koristiti sporost umjesto brzine, jer perturbacija vremena putovanja vala linearno ovisi o sporosti, što matematički pojednostavljuje jednadžbu:

$$\delta t = \int_{L_0} \delta s dl + \mathcal{O}(\delta s^2). \quad (2.51)$$

Parametrizacija modela

Pozabavimo se sada parametrizacijom modela. Vrijeme putovanja ovisi samo o brzini između izvora i prijemnika, a koja se u realnom slučaju mijenja u sve tri dimenzije. Podzemlje je potrebno matematički prikazati u nekom obliku u kojem bi se jednostavno mogla riješiti jednadžba (2.50). Više je načina na koji se to može napraviti, a budući da je svaki od načina neki oblik aproksimacije realnog stanja, svaki od njih ima svoje prednosti i nedostatke. Na primjer, brzina se može prikazati u obliku blokova konstantne brzine. Matematika je u tom slučaju vrlo jednostavna, jer će staze valova biti ravne linije (kao u jednostavnom slučaju izotropnih slojeva iz potpoglavlja 2.2.1). Pretpostavka blokova konstantne brzine razumna je ako se razmatraju strukture značajno veće od dimenzija blokova i ako je broj takvih blokova dovoljno velik. Međutim, ako to ne vrijedi, najveći problem je to što rezultatni model neće biti dovoljno gladak – vidjet će se diskontinuiteti na prijelazima između blokova. Drugi način je, na primjer, da se brzina parametrizira blokovima s konstantnim gradijentom brzine. U tom slučaju se brzina mijenja kontinuirano u mediju, a staze se mogu analitički izračunati u pojedinom bloku. I u ovom slučaju postoji problem diskontinuiteta – u gradijentu brzine, na granicama blokova. Treći je način, a kakav je korišten u paketu FMTOMO, parametrizacija brzine u pravilnoj mreži s interpolacijskom funkcijom. Brzina je tako kontinuirana u cijelom mediju, iako još uvijek postoji diskontinuitet gradijenta na granicama blokova.

Analogno se parametriziraju i granice između pojedinih slojeva, u ovom slučaju se radi

o jednoj dimenziji manje (granice između slojeva su plohe). Najjednostavnija parametrizacija granice između slojeva je kad se granica definira po dijelovima ravna. Osim što je geološki nerealistično, postoji mogućnost da se pojavljuju zone sjene u blizini spojeva pojedinih segmenata. U paketu FMTOMO koristi se parametrizacija na pravilnoj mreži točaka s interpolacijskom funkcijom – kao i za brzine, samo u dvije dimenzije.

Inverzija

Inverzija je prilagođavanje parametara modela ranije označenih s \mathbf{m} kako bi se bolje opisali izmjereni podaci \mathbf{d}_{obs} preko jednadžbe (2.42). Ovdje će biti opisan primjer potprostorne metode (engl. *subspace method*) koja je korištena u paketu FMTOMO. Cilj je minimizirati objektu funkciju koja se sastoji od člana s rezidualima podataka te jednim ili više regularizacijskih članova. Glavna komponenta objektne funkcije je član $\Psi(\mathbf{m})$ koji mjeri razliku između opaženih i izračunatih podataka. Ako se pretpostavi da gausijanska pogreška u izrazu $\mathbf{d}_{\text{obs}} \approx \mathbf{g}(\mathbf{m}_{\text{true}})$, onda je primjereno koristiti najmanje kvadrate:

$$\Psi(\mathbf{m}) = \|\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\text{obs}}\|^2. \quad (2.52)$$

Ako su poznate procjene pogrešaka za opažene podatke (obično se procjenjuju iz pogrešaka očitavanja vremena nailazaka pojedinih faza potresa), podacima s manjom pogreškom mogu se dati veće težine:

$$\Psi(\mathbf{m}) = [\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\text{obs}}]^T C_d^{-1} [\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\text{obs}}], \quad (2.53)$$

gdje je C_d matrica kovarijanci ulaznih podataka. Uz pretpostavku da su pogreške nekorelirane, vrijedi

$$C_d = \left[\delta_{ij} (\sigma_d^j)^2 \right], \quad (2.54)$$

gdje je δ_{ij} Kronecker delta, a σ_d^j je pogreška j -tog mjerenja.

Uobičajeni problem u tomografiji je da svi parametri modela neće biti dobro ograničeni podacima – obično ima mnogo više mjerenih podataka nego parametara modela, pa je sustav predeterminiran. Stoga se u objektivnu funkciju uvodi i regularizacijski član $\Phi(\mathbf{m})$:

$$\Phi(\mathbf{m}) = (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)^T C_m^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0), \quad (2.55)$$

gdje je C_m a priori matrica kovarijanci. Uz pretpostavku nekoreliranih nepouzdanosti u početnom modelu:

$$C_m = [\delta_{ij}(\sigma_m^j)^2], \quad (2.56)$$

gdje je δ_{ij} ponovno Kronecker delta, a σ_m^j je nepouzdanost povezana s j -tim parametrom u početnom modelu. Regularizacijski član $\Phi(\mathbf{m})$ preferira rješenje \mathbf{m} tako da je ono blizu početnog modela \mathbf{m}_0 .

Još jedan od uobičajenih regularizacijskih članova je onaj koji pronalazi prihvatljiv kompromis između zadovoljavanja mjerenih podataka i pronalaženja modela koji će imati minimum strukturnih varijacija:

$$\Omega(\mathbf{x}) = \mathbf{m}^T D^T D \mathbf{m}, \quad (2.57)$$

gdje je $D\mathbf{m}$ procjena korištenjem konačnih elemenata određene prostorne derivacije. Konačno, objektna funkcija glasi:

$$S(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}[\Psi(\mathbf{m}) + \varepsilon\Phi(\mathbf{m}) + \eta\Omega(\mathbf{x})], \quad (2.58)$$

gdje je ε faktor prigušenja (engl. *damping factor*), a η faktor izgladivanja (engl. *smoothing factor*). Faktor od 1/2 je dodan kako u derivacijama objektna funkcije ne bi bilo potrebno množiti sve elemente s dva.

Kada se koristi potprostorna metoda (ili bilo koja druga gradijentna metoda), glavna pretpostavka vezana za objektnu funkciju je da je dovoljno glatka da je moguća lokalna kvadratna aproksimacija u odnosu na trenutni model:

$$S(\mathbf{m} + \delta\mathbf{m}) \approx S(\mathbf{m}) + \hat{\gamma}\delta\mathbf{m} + \frac{1}{2}\delta\mathbf{m}^T \hat{H}\delta\mathbf{m}, \quad (2.59)$$

gdje je $\delta\mathbf{m}$ perturbacija trenutnog modela, $\hat{\gamma} = \frac{\partial S}{\partial \mathbf{m}}$ je matrica gradijenta vektora, a $\hat{H} = \frac{\partial^2 S}{\partial \mathbf{m}^2}$ je Hesseova matrica. Ako se uvrsti vrijednost objektna funkcije iz jednadžbe (2.58):

$$\hat{\gamma} = G^T C_d^{-1}[\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\text{obs}}] + \varepsilon C_m^{-1}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) + \eta D^T D \mathbf{m}, \quad (2.60)$$

$$\hat{H} = G^T C_d^{-1} G + \nabla_m G^T C_d^{-1}[\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\text{obs}}] + \varepsilon C_m^{-1} + \eta D^T D, \quad (2.61)$$

gdje je $G = \partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{m}$ Fréchetova matrica parcijalnih derivacija. Budući da je \mathbf{g} općenito nelinearan, minimizacija zahtijeva iterativni pristup (\mathbf{m}_0 je početni model):

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n + \delta\mathbf{m}_n. \quad (2.62)$$

Iteracije se ponavljaju dok se ne dosegne neki po volji određen cilj: ili se zada određeni broj iteracija, ili se čeka da su odstupanja dovoljno malena. Potprostorna metoda radi tako da ograničava minimizaciju objektne funkcije (2.59) na n -dimenzionalni potprostor prostora modela. Na taj način se pronalazi optimalan omjer između količine računalnih resursa za izračun i brzine konvergencije rješenja (Rawlinson et al., 2001).

Procjena rezolucije modela

Standardni način procjene rezolucije modela dobivenog seizmičkom tomografijom je primjena sintetičkih testova. Najčešće se koristi takozvani *checkerboard* test – pripremi se sintetički model u kojem se pravilno izmjenjuju područja s pozitivnim i negativnim iznosima anomalija brzine nekog određenog iznosa i predodređenih dimenzija, u obliku šahovske ploče. Za raspored izvora i prijemnika koji je korišten u inverziji, izračunaju se vremena putovanja za zadani sintetički model, te se napravi inverzija s postavkama kakve su korištene i u stvarnoj inverziji. Prema tome koliko dobro su nakon inverzije anomalije brzine reproducirane u odnosu na početni sintetički model, procjenjuje se koliko je dobra rezolucija modela na pojedinom području.

2.2.3 Programski paket FMTOMO

Programski paket FMTOMO (Rawlinson et al., 2006; Rawlinson & Urvoy, 2006; de Kool et al., 2006) napisan je u programskom jeziku Fortran i koristi se za seizmičku tomografiju. Koristi metodu FMM (*Fast Marching Method*; Sethian, 1996; Sethian & Popovici, 1999; Popovici & Sethian, 2002) za računanje vremena putovanja vala iz poznatog modela, a za prilagodbu parametara modela koristi potprostornu inverziju kakva je opisana u potpoglavlju 2.2.2.

Metoda FMM

Metodu FMM prvi je uveo Sethian (1996) za praćenje evolucije granice između područja različitih svojstava koja putuje nekom brzinom. Matematički je to ekvivalentno širenju valne fronte te se opisuje eikonolnom jednažbom (B.50) izvedenom u Dodatku B. Jedan od problema rješavanja jednažbe je taj što prilikom putovanja valne fronte može doći do oštih kutova i diskontinuiteta valne fronte, što postaje problem jer u tom slučaju gradijent vremena putovanja nije definiran. Sethian (1996) preuzima saznanja iz dinamike fluida te kao rješenje jednažbe pretpostavlja slabo rješenje koje zahtijeva očuvanje entropije. Pri tome uzima u obzir smjer toka informacija, te se za procjenu gradijenta polja vremena putovanja koristi poznatim podacima u točkama kroz koje je valna fronta već prošla (tzv. *upwind* shema). Sethian & Popovici (1999)

prilagođavaju osnovni algoritam za računanje vremena putovanja u 3D prostoru i predlažu sljedeću aproksimaciju gradijenta vremena putovanja:

$$\nabla T \approx \left[\max(D_{ijk}^{-x}T, -D_{ijk}^{+x}, 0)^2 + \max(D_{ijk}^{-y}T, -D_{ijk}^{+y}, 0)^2 + \max(D_{ijk}^{-z}T, -D_{ijk}^{+z}, 0)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.63)$$

gdje je korištena standardna notacija konačnih razlika (ovdje prikazana za 1D slučaj):

$$\begin{aligned} D_i^{-x}T &= \frac{T_i - T_{i-1}}{\delta x}, \\ D_i^{+x}T &= \frac{T_{i+1} - T_i}{\delta x}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Ovdje je T_i vrijednost polja vremena putovanja u točki i pravilne mreže, a δx je razmak između točaka mreže. Jednadžba (2.63) vrijedi za tri prostorne dimenzije – tako su indeksi i, j i k točke u smjerovima x, y i z . S tom aproksimacijom, eikonalna jednadžba prelazi u

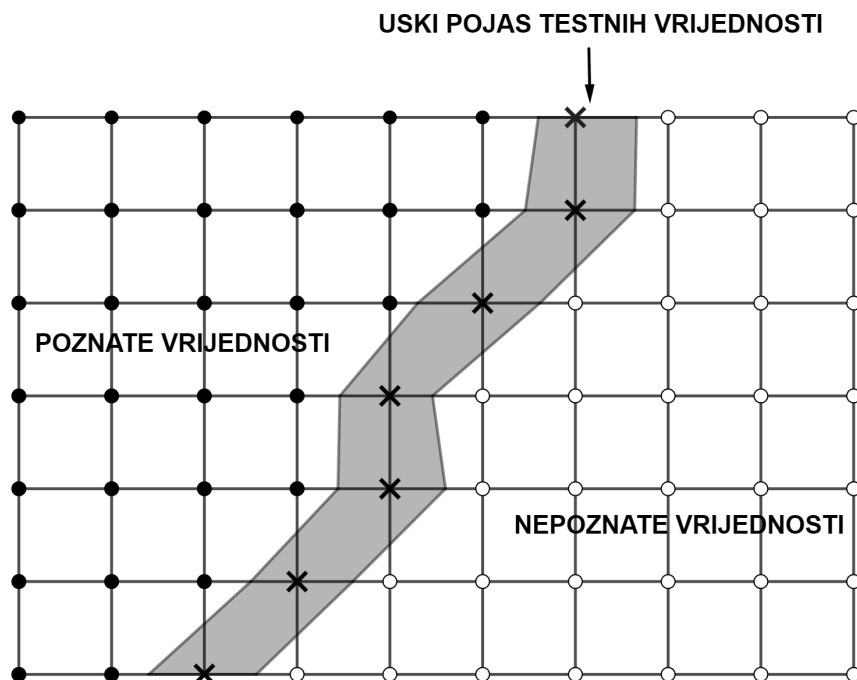
$$\left(\begin{aligned} &\max(D_{ijk}^{-x}T, -D_{ijk}^{+x}T, 0)^2 + \\ &\max(D_{ijk}^{-y}T, -D_{ijk}^{+y}T, 0)^2 + \\ &\max(D_{ijk}^{-z}T, -D_{ijk}^{+z}T, 0)^2 \end{aligned} \right)^{1/2} = s_{ijk} \quad (2.65)$$

gdje je s_{ijk} sporost u točki mreže s indeksima i, j i k .

Kako se metoda koristi u praksi? Fronta vala se prikaže pomoću uskog pojasa vrijednosti koje želimo izračunati iz već poznatih vrijednosti. Ključni korak je određivanje koja se točka u pojasu sljedeća računa. Algoritam je sljedeći (Sethian, 1996; Sethian & Popovici, 1999; usporedno slika 2.5): prvo označimo početne vrijednosti kao poznate, zatim označimo sve susjedne točke kao testne, dok sve ostale točke označimo kao nepoznate. Evolucija fronte onda slijedi korake:

1. odredimo testnu točku u uskom pojasu s najmanjom vrijednosti T ;
2. testna točka postaje poznata i uklanja se iz testnih točaka;
3. sve susjedne točke testnih točaka (koje nisu poznate) ulaze u analizu vremena putovanja T – ako je neka susjedna točka nepoznata, u ovom koraku ona prelazi u testnu;
4. računamo vrijednosti vremena putovanja u testnim točkama prema jednadžbi (2.65);
5. povratak na korak 1.

Korištenje uskog pojasa na pravilnoj mreži točkama u kojoj želimo izračunati sva vremena putovanja je ono što metodu čini brзом – ne računaju se vremena u svim točkama mreže u svakom koraku, već samo u definiranom pojasu.



Slika 2.5: Algoritam računanja polja vremena putovanja iz poznatih vrijednosti (tzv. *upwind* shema; prema Sethian, 2001).

Analogno Huygensovom principu prema kojem je svaka točka valne fronte izvor novog vala, tako se i u ovom algoritmu valna fronta koja se širi koristi za računanje vrijednosti u svim točkama.

U prvotnoj definiciji (Sethian, 1996), metoda FMM je dizajnirana kao shema prvog reda uz korištenje operatora prvog reda za aproksimaciju gradijenta. Da bi se povećala preciznost metode, redizajnirana je tako da koristi i operatore višeg reda (Sethian & Popovici, 1999; Popovici & Sethian, 2002). Ako se prva derivacija vremena putovanja aproksimira izrazom

$$\frac{\partial T}{\partial x} \approx \frac{3T_i - 4T_{i-1} + T_{i-2}}{2\delta x}, \quad (2.66)$$

što se može kompaktно zapisati kao

$$\frac{\partial T}{\partial x} \approx D^{-x}T + \frac{\delta x}{2}D^{-x-x}T, \quad (2.67)$$

pri čemu je korištena standardna notacija konačnih razlika iz (2.64) i

$$D^{-x-x} = \frac{T_i - 2T_{i-1} + T_{i-2}}{(\delta x)^2}, \quad (2.68)$$

uz iste oznake kao u jednadžbi (2.64). Analogno, derivacija uz aproksimaciju razlike unaprijed glasi:

$$\frac{\partial T}{\partial x} \approx D^{+x}T - \frac{\delta x}{2}D^{+x+x}T. \quad (2.69)$$

Obje jednadžbe, (2.67) i (2.69) imaju slične izraze i za druga dva smjera u 3D prostoru.

Definira se funkcija prekidača (engl. *switch function*) kao

$$p_{ijk}^{-x} = \begin{cases} 1, & \text{ako su } T_{i-2,j,k} \text{ i } T_{i-1,j,k} \text{ poznati,} \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \quad (2.70)$$

$$p_{ijk}^{+x} = \begin{cases} 1, & \text{ako su } T_{i+2,j,k} \text{ i } T_{i+1,j,k} \text{ poznati,} \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Analogne funkcije prekidača vrijede i u druge dvije dimenzije. Te funkcije se dalje mogu se koristiti u shemi metode FMM:

$$\left[\begin{array}{l} \max \left[\left(D_{ijk}^{-x}T + p_{ijk}^{-x} \frac{\delta x}{2} D_{ijk}^{-x-x}T \right), - \left(D_{ijk}^{+x}T - p_{ijk}^{+x} \frac{\delta x}{2} D_{ijk}^{+x+x}T \right), 0 \right]^2 + \\ \max \left[\left(D_{ijk}^{-y}T + p_{ijk}^{-y} \frac{\delta y}{2} D_{ijk}^{-y-y}T \right), - \left(D_{ijk}^{+y}T - p_{ijk}^{+y} \frac{\delta y}{2} D_{ijk}^{+y+y}T \right), 0 \right]^2 + \\ \max \left[\left(D_{ijk}^{-z}T + p_{ijk}^{-z} \frac{\delta z}{2} D_{ijk}^{-z-z}T \right), - \left(D_{ijk}^{+z}T - p_{ijk}^{+z} \frac{\delta z}{2} D_{ijk}^{+z+z}T \right), 0 \right]^2 \end{array} \right]^{1/2} = s_{ijk}. \quad (2.71)$$

Kako slijedi iz jednadžbe (2.71), FMM će koristiti operatore višeg reda ako je to moguće (ako su poznate potrebne točke), u suprotnom će koristiti operatore prvog reda.

Prema dizajnu, metoda FMM služi za procjenu vremena putovanja samo apsolutno prvih nailazaka – ne može se koristiti za kasnije nailaske. Problem je kada valna fronta mora proći kroz istu točku više puta, što se ne slaže s gore prikazanom shemom. Rawlinson & Sambridge (2004a, 2004b) su se dosjetili kako bi mogli riješiti taj problem, i prilagodili su shemu metode FMM tako da se koristi u više stadija. U prvom stadiju, valna fronta se prati od izvora do granice među sredstvima, te se ta granica tretira kao granica domene u kojoj se računa vrijeme putovanja vala. Kada se metodom FMM odrede vremena putovanja za sve točke u upadnom sloju, uski pojas u kojem se računaju vrijednosti nestaje i FMM proces se prekida. U idućem koraku, točke mreže koje predstavljaju granicu između različitih slojeva modela se zatim reinicijaliziraju kao

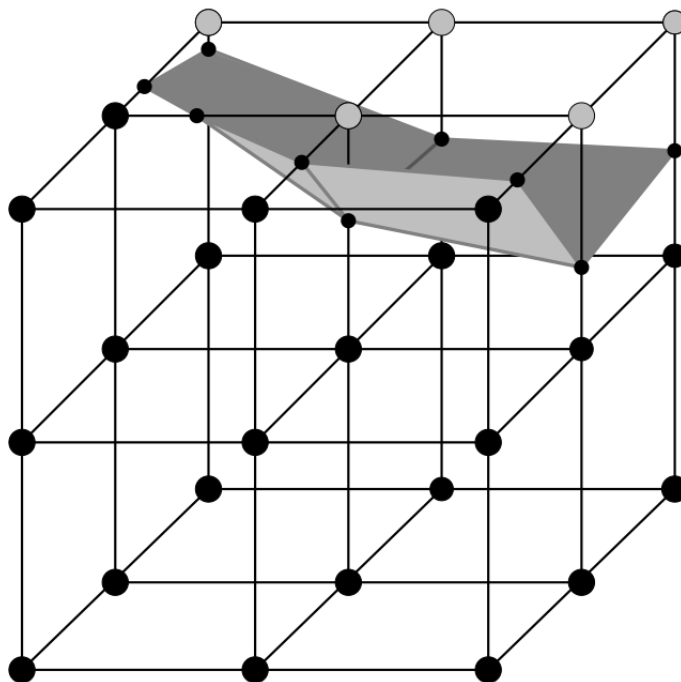
početni uski pojas u kojem će se računati vremena putovanja, te se ovisno o tome želimo li računati reflektirani ili transmitirani val, točke u upadnom ili izlaznom sloju označavaju kao nepoznate, te se metoda FMM koristi standardno kao i u slučaju kad se razmatraju samo direktni nailasci. Ovakvi koraci mogu se ponoviti proizvoljan broj puta, te se na taj način mogu računati i nailasci drugih faza osim direktnih nailazaka.

Točkasti izvor je singularnost polja vremena putovanja, te se u njegovoj blizini generira većina ukupne pogreške izračuna vremena putovanja. Kako bi umanjili tu pogrešku, Rawlinson & Sambridge (2004a) u blizini izvora definiraju gušću mrežu nego u ostatku sloja u kojem se radi izračun. Na praktičnim primjerima koje su simulirali su i dokazali valjanost takvog pristupa.

U programskom paketu FMTOMO metoda FMM koju su Rawlinson & Sambridge (2004a, 2004b) prilagodili za nailaske koji nastaju interakcijom s granicom među slojevima (kao na primjer refleksija ili refrakcija) dodatno je dorađena tako da se proračun vrši u sfernim koordinatama (de Kool et al., 2006). Proračuni se vrše korištenjem nekoliko mreža. Prva je 3D mreža s pravilnim razmacima među pojedinim točkama mreže (čvorovima, engl. *nodes*), takozvana propagacijska mreža (engl. *propagation grid*), koja je definirana na cijelom području od interesa. Čvorovi te mreže definirani su u sfernim koordinatama. Propagacijska mreža je ispresijecana nekim brojem granica među slojevima. Zbog metode FMM i reinicijalizacije valne fronte koja prolazi u sljedeći sloj (ili se vraća u isti u slučaju reflektiranog vala), same granice također moraju imati definirane čvorove. Zbog toga je uz svaku granicu povezana mreža čvorova s nepravilnim razmacima koji ju predstavljaju numerički. Granice odvajaju propagacijsku mrežu na više područja (slojeva) koji su definirani pravilno raspoređenim čvorovima propagacijske mreže i nepravilno raspoređenim čvorovima definiranim na samoj granici (slika 2.6, preuzeto iz de Kool et al., 2006).

3D polje brzina prikazano je primjenom kubične B-spline interpolacije na skupu čvorova definiranih na pravilnoj mreži. Ta mreža naziva se mrežom brzina (engl. *velocity grid*), a čvorovi su također definirani u sfernim koordinatama. Zbog primjene interpolacije, brzina se može odrediti u bilo kojoj točki u prostoru, a ne samo u točkama u kojima leže čvorovi mreže. Granice između slojeva (njihove dubine) definirane su kubičnom B-spline interpolacijom koja se primjenjuje na 2D mrežu pravilnih čvorova. To je takozvana granična mreža (engl. *interface grid*). Zbog takve definicije, granice ne mogu imati više vrijednosti za dubinu (nema preklapanja), međutim, može doći do spajanja više granica u jednu.

Definirajmo ćeliju kao područje mreže definirano s osam čvorova koje zajedno čine kocku (vidi sliku 2.6). Ako granica između područja prolazi kroz ćeliju, rubne stranice ćelije sjeći će se s granicom. Ti čvorovi (male crne točke na slici 2.6) također pripadaju ćeliji. Propagacija



Slika 2.6: Prikaz propagacijske mreže, granica između regija i regija (preuzeto iz de Kool et al., 2006).

valne fronte odredit će se kako je već opisano (Sethian & Popovici, 1999; Popovici & Sethian, 2002). U slučaju pravilne mreže, osam točaka oko svakog pojedinog čvora postaju testne točke te se za njih računaju vremena putovanja, a onda se poznatom točkom proglašava ona za koju je to vrijeme putovanja minimalno. U slučaju ćelija koje su presječene s granicom koristi se posebna procedura, jer je narušena ekvidistantnost među točkama. U slučaju takvih nepravilnih ćelija, računanje vremena nailazaka temelji se na pretpostavci putovanja ravnog vala. U ovakvom slučaju, izračun je jednostavniji u Kartezijevim koordinatama, pa se pozicije čvorova prvo konvertiraju iz sfernih u Kartezijeve koordinate. U prvoj je aproksimaciji razlika u vremenu putovanja δT između dvije točke razmaknute za $\delta \vec{x}$:

$$\delta T = \nabla T \cdot \delta \vec{x}. \quad (2.72)$$

∇T je definiran eikonolnom jednadžbom (B.50). U slučaju nepravilne ćelije, broj poznatih vrijednosti u njoj može biti 1, 2, 3 ili veći od 3. Ako su vremena putovanja poznata u točno tri susjedne točke, onda je ravni val jednoznačno definiran. U slučaju da ih je manje, moraju se uzeti u obzir još dodatna ograničenja. U slučaju da ih je više, sustav je prezadan.

Pretpostavimo da su poznata vremena putovanja u tri čvora mreže, recimo T_1 , T_2 i T_3 na pozicijama \vec{x}_1 , \vec{x}_2 i \vec{x}_3 . Vrijeme putovanja određuje se iz skupa jednadžbi za normalu valne

fronte \vec{k} :

$$\begin{aligned} T_2 - T_1 &= s_{12} \vec{k} \cdot (\vec{x}_2 - \vec{x}_1), \\ T_3 - T_1 &= s_{13} \vec{k} \cdot (\vec{x}_3 - \vec{x}_1), \\ |\vec{k}| &= 1, \end{aligned} \quad (2.73)$$

pri čemu s_{12} i s_{13} predstavljaju prosječnu sporost između točaka 1 i 2, te točaka 1 i 3. Kada je \vec{k} poznat, testno vrijeme putovanja je

$$T_{\text{test}} = T_1 + s_{1\text{test}} \vec{k} \cdot (\vec{x}_{\text{test}} - \vec{x}_1). \quad (2.74)$$

U slučaju da su samo za dva čvora poznate vrijednosti vremena putovanja, ravni val neće biti jednoznačno definiran. Dodaje se dodatno ograničenje na normalu valne fronte, koja će osigurati da je testno vrijeme putovanja gornja granica. Geometrijski, to je ekvivalentno ograničenju da valna fronta leži u ravnini koja sadrži dva poznata čvora i točku koju testiramo. Sustav jednadžbi u tom je slučaju

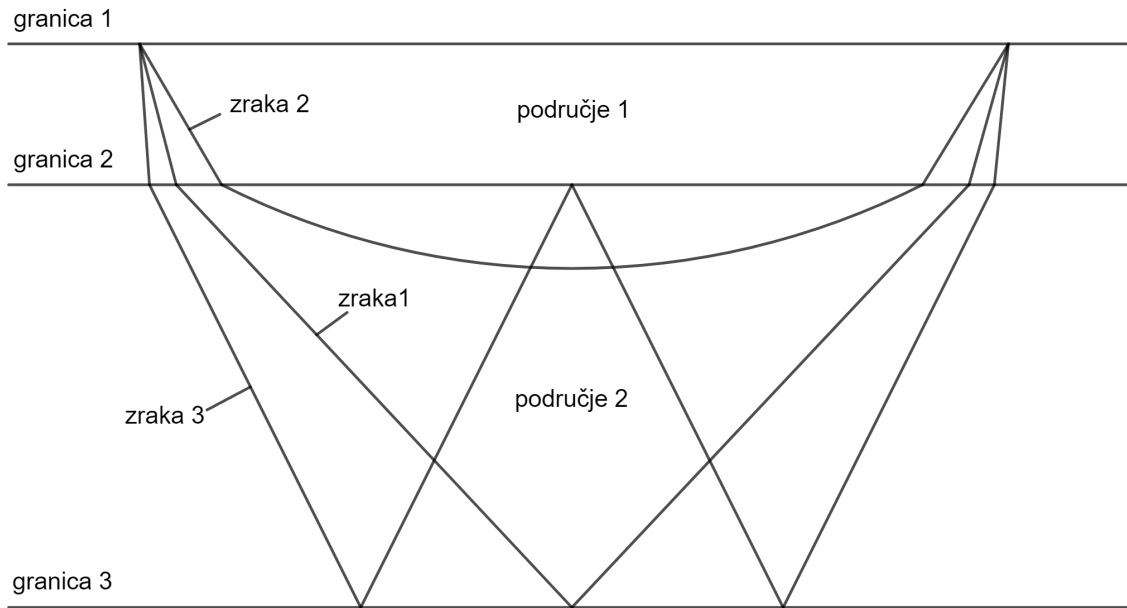
$$\begin{aligned} T_2 - T_1 &= s_{12} \vec{k} \cdot (\vec{x}_2 - \vec{x}_1), \\ 0 &= \vec{k} [(\vec{x}_2 - \vec{x}_{\text{test}}) \times (\vec{x}_1 - \vec{x}_{\text{test}})], \\ |\vec{k}| &= 1. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Ako je vrijednost vremena putovanja poznata u samo jednom čvoru ćelije, vrijeme putovanja u testnom čvoru izračuna se jednostavnim množenjem sporosti i udaljenosti:

$$T_{\text{test}} = T_1 + s_{1\text{test}} |(\vec{x}_{\text{test}} - \vec{x}_1)|. \quad (2.76)$$

U slučaju poznatih vremena putovanja u više od tri točaka, isprobaju se sva tri opisana slučaja te se provjeri koji zadovoljava kauzalnost.

Putanja valova koji stižu kao kasnije faze se reprezentira kao niz granica i smjerova širenja (slika 2.7, prema de Kool et al., 2006). Koristi se konvencija P_{nm} , gdje je n početna granica, a m je regija u koju se širi. Na primjer, na slici 2.7, refleksija u dvoslojnom modelu (staza zrake 1) će se prikazati nizom $P_{12}P_{23}P_{32}P_{21}$. Kako se može vidjeti iz slike 2.7, pojedini koraci se za više faza ponavljaju. Stoga se prilikom računanja vodi računa o poljima vremena putovanja, kako se proračun ne bi ponavljao i tako nepotrebno gubilo vrijeme.



Slika 2.7: Primjer putanja zraka u FMM metodi s više stupnjeva (prema de Kool et al., 2006). Zrake se označavaju kako slijedi: zraka 1: $P_{12}P_{23}P_{32}P_{21}$; zraka 2: $P_{12}P_{22}P_{21}$; zraka 3: $P_{12}P_{23}P_{32}P_{23}P_{32}P_{21}$.

Dodatno, kako bi se nakon izračunatih polja vremena putovanja mogla dobiti sama zraka pojedinog vala, jednostavno se integrira duž gradijenta vremena putovanja od prijemnika do izvora (u suprotnom smjeru od putovanja zrake).

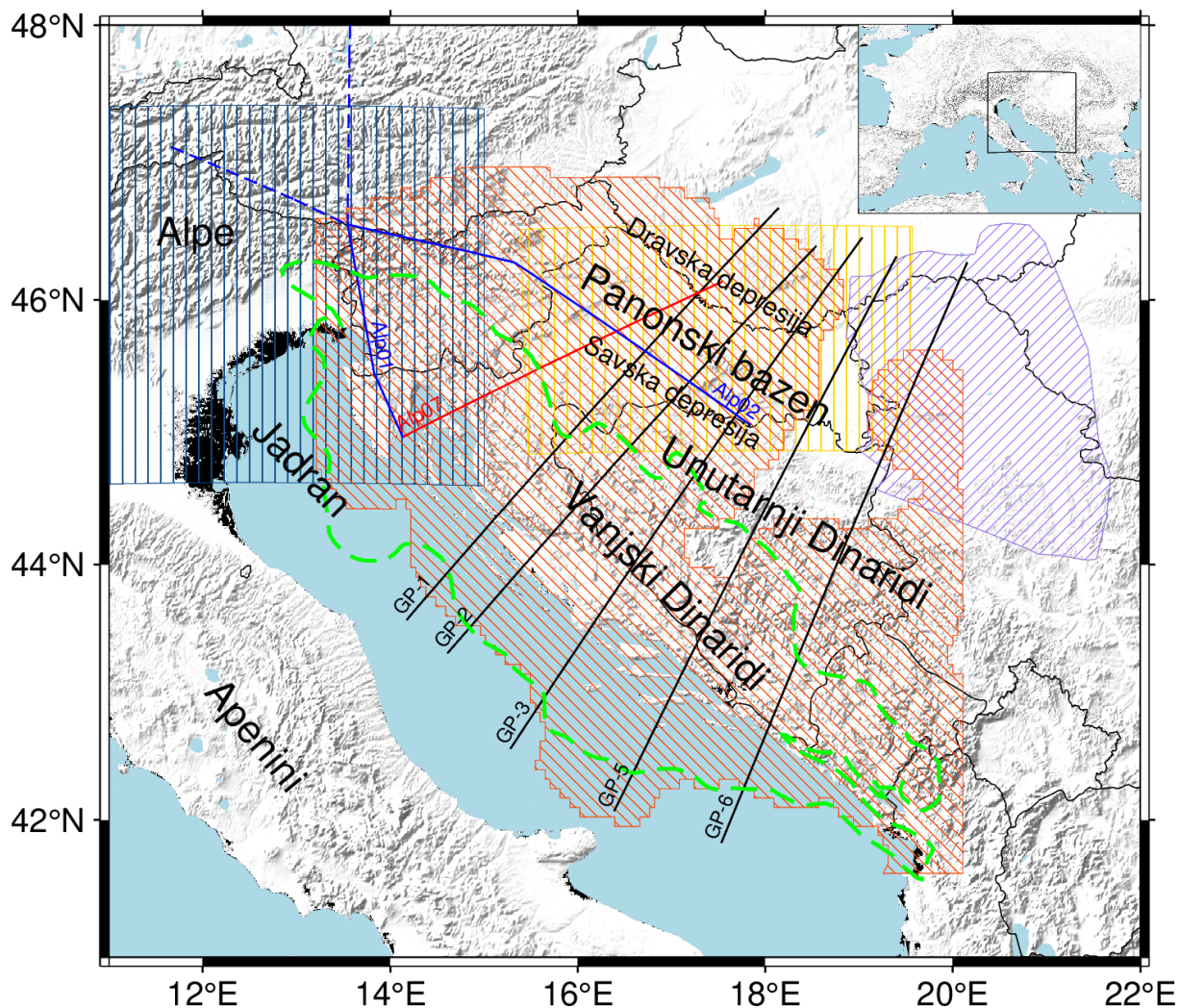
Poglavlje 3

Podaci

U ovom istraživanju korištena su dva različita skupa ulaznih podataka. Za izradu početnog modela korišteni su podaci o dubinama granica između slojeva te seizmičke brzine i/ili gustoće preuzete iz prethodnih istraživanja koji su bili dostupni u digitalnom obliku ili ih je bilo jednostavno digitalizirati. Za seizmičku tomografiju korišteni su i podaci o lokacijama hipocentara potresa te vremena putovanja Pg- i Pn-faza koji su dostupni iz seizmičkih kataloga i biltena. Budući da su dvije grupe podataka potpuno različite, tako je i ovo poglavlje podijeljeno u dva potpoglavlja. U prvom (3.1) su opisani podaci korišteni u izradi početnog modela kore te način na koji su oni obrađeni prije same analize. U drugom potpoglavlju (3.2) opisani su podaci korišteni u metodi seizmičke tomografije te je objašnjena njihova obrada koja je prethodila samoj analizi.

3.1 Podaci za početni model kore

U ovom potpoglavlju opisan je način preuzimanja i prethodna analiza podataka iz dostupnih modela korištenih za izradu modela kore koji je dalje korišten kao početni model za seizmičku tomografiju. Korišteni su različiti tipovi podataka: 3D modeli kore, refleksijska/refrakcijska seizmička istraživanja, istraživanja funkcija prijemnika, gravimetrijska istraživanja te geološke karte. Popis svih korištenih podataka je u tablici 3.1, a lokacije pojedinih istraživanja prikazane su na karti na slici 3.1.



Slika 3.1: Podaci korišteni u izradi početnog modela kore. Plave linije označavaju seizmičke profile Alp01 i Alp02 (Brückl et al., 2007) – samo su dijelovi označeni punom linijom korišteni u ovom istraživanju; crvena linija je profil Alp07 (Šumanovac et al., 2009); crne linije su gravimetrijski profili GP-1 do GP-6 (Šumanovac, 2010). Narančasti osjenčani dio označava područje na kojem su definirani podaci o dubinama Mohorovičićevog diskontinuiteta iz istraživanja funkcija prijemnika (Stipčević et al., 2020), plavo osjenčano područje je područje u kojem je definiran model NAC (Magrin & Rossi, 2020). Žuto osjenčano je područje na kojem je definirana karta neogenskih sedimenata iz Saftić et al. (2003), a ljubičasto osjenčano je područje u kojem su definirani podaci o neogenskim sedimentima iz studije Matenco & Radivojević (2012). Zelena isprekidana linija označava lateralne granice karbonata u području Dinarida definiranih u istraživanju Tišljar et al. (2002).

Tablica 3.1: Popis podataka korištenih za izradu početnog modela kore. U krajnjem desnom stupcu označeni su parametri koji su korišteni u pojedinom skupu podataka: V_P – brzine P-valova, D_{Moho} – dubina Mohorovičićeva diskontinuiteta, ρ – gustoća, D_{sed} – dubina podine neogenskih sedimenata, $D_{\text{karbonati}}$ – dubina podine sloja karbonata.

Profil, model ili projekt	Tip podataka korišten u istraživanju	Izvor	Obrada prijeključivanja podataka	Korišteni parametri
Alp01 i Alp02	Seizmička refrakcija i refleksija	Brückl et al. (2007)	Ručna digitalizacija profila	V_P, D_{Moho}
Alp07	Seizmička refrakcija i refleksija	Šumanovac et al. (2009)	Ručna digitalizacija profila	V_P, D_{Moho}
GP-1, GP-2, GP-3, GP-5, GP-6	2D gravimetrijsko modeliranje	Šumanovac (2010)	Ručna digitalizacija profila	ρ, D_{Moho}
	Funkcije prijemnika	Stipčević et al. (2020)	Dostupno u digitalnom obliku	D_{Moho}
NAC model	Različiti skupovi podataka	Magrin & Rossi (2020)	Dostupno u digitalnom obliku	$V_P, \rho, D_{\text{Moho}}$
	Različiti skupovi podataka	Saftić et al. (2003)	Ručno digitalizirano	D_{sed}
	Različiti skupovi podataka	Matenco & Radivojević (2012)	Ručno digitalizirano	D_{sed}
	Distribucija kompleksa karbonatnih stijena	Tišljar et al. (2002)	Ručno digitalizirano	$D_{\text{karbonati}}$
	Geološka karta	Osnovna geološka karta SFRJ (1989)	Ručno digitalizirano	$D_{\text{karbonati}}$
	Geološka karta	Geološka karta Albanije (2002)	Ručno digitalizirano	$D_{\text{karbonati}}$
	Geološki presjeci	Balling et al. (2021b)	Ručno digitalizirano	$D_{\text{karbonati}}$
EPcrust		Molinari & Morelli (2011)	Dostupno u digitalnom obliku	V_P, D_{Moho}

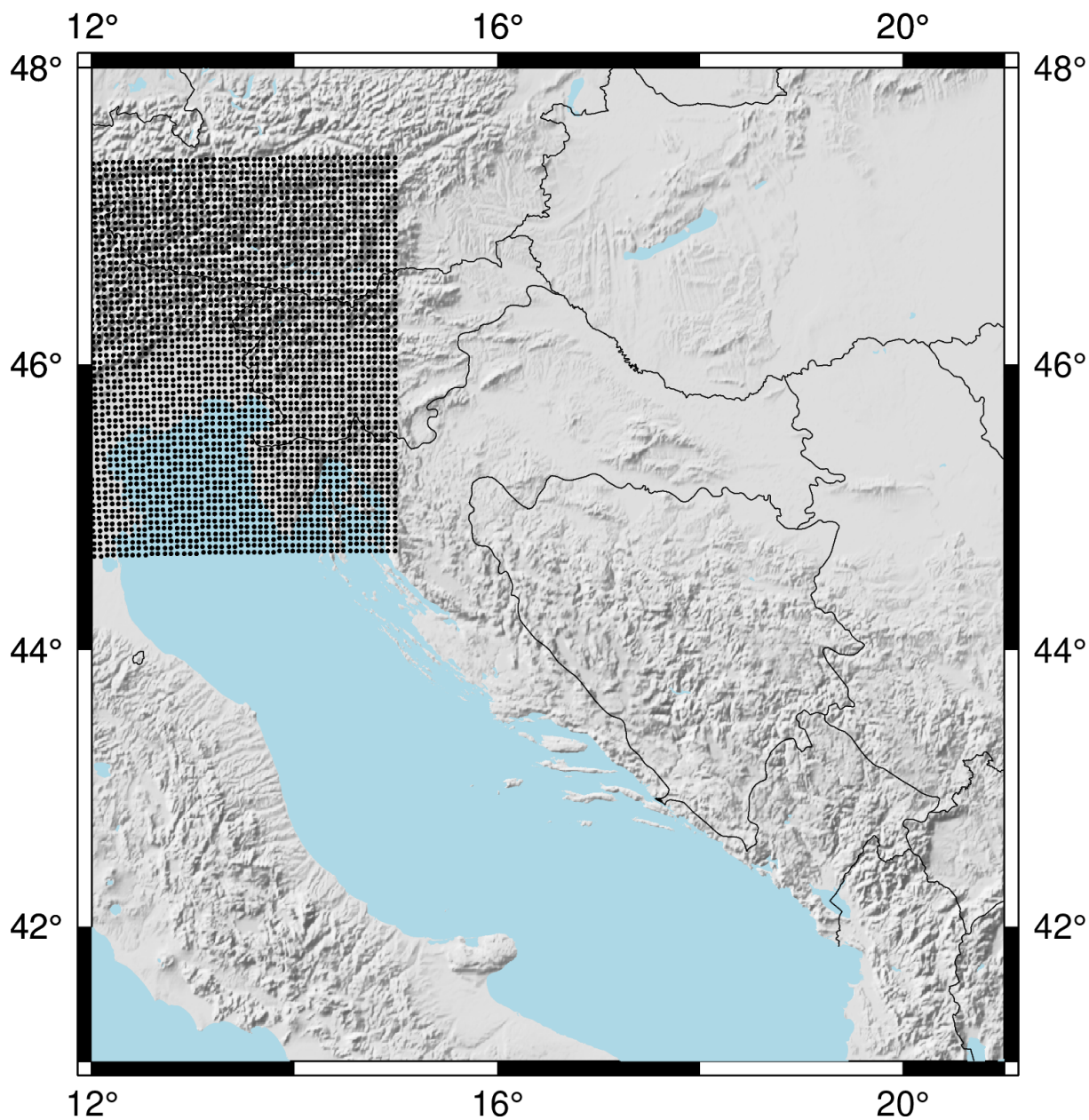
3.1.1 Korišteni podaci

3D modeli kore

Detaljni regionalni 3D model kore korišten prilikom izrade referentnog modela kore, ali i model koji je u najvećoj mjeri inspirirao metode korištene prilikom njegove izrade, je model *North Adria Crust* (NAC) (Magrin & Rossi, 2020) koji obuhvaća prijelazno područje između Alpa, Dinarida i Jadranske mikroploče. Taj model je vrlo detaljan, granice između slojeva su definirane na finoj mreži od $\sim 5 \text{ km} \times 5 \text{ km}$, a parametri slojeva su definirani na mreži od $\sim 5 \text{ km} \times 5 \text{ km} \times 1 \text{ km}$. Kora je podijeljena na dva dijela, razdvojena dvjema granicama: jedna granica je između neogenskih sedimenata i ostatka kore, a donja granica modela je definirana Mohorovičićevim diskontinuitetom. Na vrhu je dodatno definirana topografija. Definirani parametri modela (P- i S-brzina te gustoća) su vertikalno i lateralno varijabilni. Glavni izvor podataka pri izradi modela NAC bili su seizmički profili i karte dubina Mohorovičićevog diskontinuiteta, a za najpliće dijelove kore upotrijebljeni su podaci iz plitkih geofizičkih istraživanja. Model NAC obuhvaća rubni sjeverozapadni dio ovdje istraživanog područja – najsjeverniji dio Vanjskih Dinarida te dio Jadranske mikroploče. Dodatno, u modelu NAC su na istoj mreži kao i podaci definirane i procijenjene pogreške modela. Na slici 3.2 prikazane su lokacije točaka u kojima je model NAC definiran, a koje su korištene u izradi početnog modela kore na širem području Dinarida.

Drugi, u ovom slučaju kontinentalni (europski) 3D model kore korišten u ovom istraživanju je model EPcrust (Molinari & Morelli, 2011). Taj je model definiran na području cijele Europske ploče, od Sjeverne Afrike do Sjevernog pola te od Srednjeatlantskog grebena do Urala (područje između 20°N i 90°N te 40°W i 70°E). Kora u ovom modelu podijeljena je u tri sloja: neogenske sedimente, gornju i donju koru. Parametri pojedinog sloja (P- i S-brzina te gustoća) lateralno su varijabilni, ali vertikalno izotropni – za zadanu točku nema promjene po dubini unutar pojedinog sloja. U odnosu na model NAC, ovaj model je definiran na značajno grubljoj mreži – $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ (što je otprilike $55 \text{ km} \times 40 \text{ km}$) te nema definirane pogreške modela.

Napominjem ovdje da su oba korištena 3D modela bila dostupna u digitalnom obliku, te su jednostavno uključeni u skup podataka korišten dalje u interpolaciji, bez potrebe za dodatnom obradom. Model EPcrust korišten je kao „pozadinski“ model, i to tako da su u skup podataka korišten za interpolaciju uključeni podaci iz modela EPcrust koji su od svih drugih podataka bili udaljeni više od 100 km. Na taj način je umanjen utjecaj iznosa parametara iz modela EPcrust na konačni rezultat (sama interpolacija ne razlikuje kvalitetu među korištenim podacima). Udaljenost od 100 km odabrana je subjektivno, metodom pokušaja i pogrešaka.

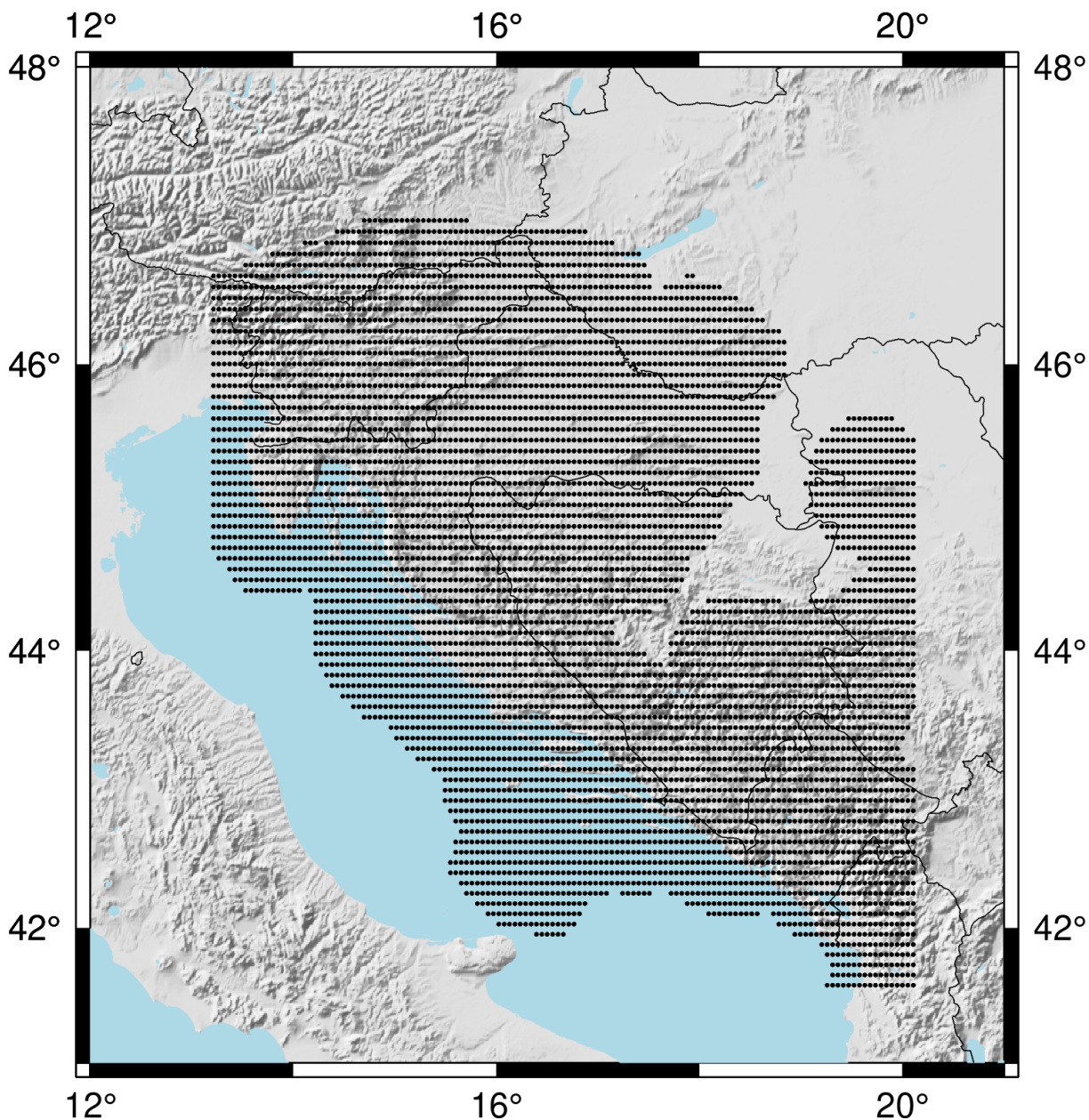


Slika 3.2: Lokacije točaka mreže na kojima je definiran model NAC.

Karta dubina Mohorovičićevog diskontinuiteta iz analize funkcija prijemnika

Glavni izvor podataka o dubinama Mohorovičićevog diskontinuiteta je iz istraživanja funkcija prijemnika Stipčevića et al. (2020). Karta dubina Mohorovičićevog diskontinuiteta iz navedene studije definirana je na pravilnoj mreži od $8.3 \text{ km} \times 8.3 \text{ km}$ (narančasto osjenčano područje na slici 3.1, točke u kojima je model definiran prikazane su na slici 3.3). Model obuhvaća gotovo cijelo istraživano područje. Korisno je, također, da je model dostupan u digitalnom obliku, a na

istoj su mreži definirane i pogreške, te su podaci o dubinama Mohorovičićevog diskontinuiteta te njihovim pogreškama jednostavno uključeni u skup podataka za interpolaciju.



Slika 3.3: Lokacije točaka mreže na kojima je definiran model dubine Mohorovičićevog diskontinuiteta iz rada Stipčević et al. (2020).

Geološke karte

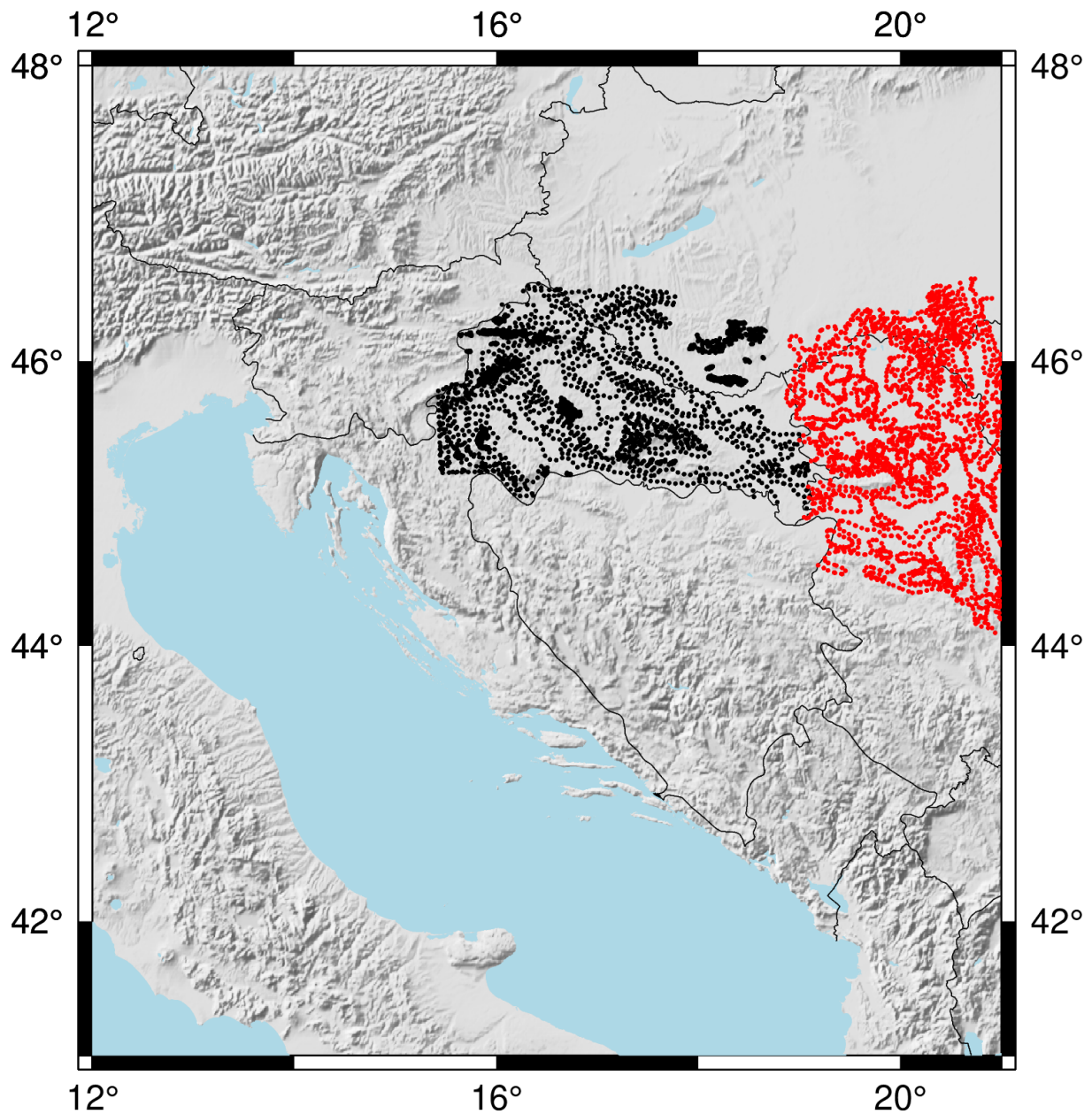
Za definiranje granice između neogenskih sedimenata i ostatka kore korišteni su podaci iz dvije geološke studije. Jugozapadni dio Panonskog bazena dio je istraživanog područja u kojem je

debljina neogenskih sedimenata najveća. Glavni izvor podataka za to područje bila je studija Saftić et al. (2003), koja obuhvaća južni dio Panonskog bazena (žuto osjenčano područje na slici 3.1). U navedenoj studiji opisano je neogensko taloženje sedimenata u Panonskom bazenu u tri megaciklusa sedimentacije. Prvi megaciklus (trajanja 6.8 milijuna godina) sastoji se od ranih do srednje-miocenskih sedimenata koji su nastali tijekom prve ekstenzijske tektonske faze. Drugi megaciklus (trajanja 5.9 milijuna godina) povezan je s termalnom subsidencijom Panonskog bazena tijekom kasnog miocena i sedimenti iz tog ciklusa nastali su taloženjem u Panonskom jezeru. Treći megaciklus (trajanja 5.6 milijuna godina) odvijao se tijekom pliocenske do kvarterne inverzije, te je povezan s izdizanjem i erozijom najviših blokova. U okviru izrade ovog modela kore, nisu uzimani podaci o tri odvojena sloja neogenskih sedimenata, već je prikazan jedinstven sloj debljine jednake zbroju debljina pojedinih slojeva. Budući da o seizmičkim svojstvima pojedinih slojeva nije bilo poznato ništa, uvođenje tri sloja sedimenata činilo se kao nepotrebna komplikacija.

Prilikom pripreme podataka, uočen je mogući problem u najistočnijem dijelu modela – prilikom inicijalnih interpolacija u tom su dijelu dobivani očito umjetni, fizički nerealni artefakti. Kako bi se riješio taj problem, uključeni su i podaci o debljini neogenskih sedimenata iz istraživanja Matenco & Radivojević (2012) (ljubičasto osjenčano područje na slici 3.1). U navedenom istraživanju autori su interpretirali regionalne seizmičke profile u dijelu Panonskog bazena na području Srbije, koji su bili kalibrirani velikim brojem istražnih bušotina koje postoje u tom području. Interpretacije su također korelirane s već postojećim studijama (navedene u originalnoj publikaciji), među ostalima i studijom Saftić et al. (2003) koja je primarno korištena u ovom istraživanju. Stoga se i studiju Matenco & Radivojević (2012) moglo uvrstiti u skup podataka koji se odnosio na dubinu neogenskih sedimenata bez posebnog tretiranja podataka na prijelaznom području.

U obje korištene studije podaci su dobiveni iz georeferenciranih izolinija debljine sedimenata – izolinije su digitalizirane svakih 5 km (duž pojedine izolinije), što imitira slučajni odabir točaka. Lokacije tako digitaliziranih točaka prikazane su na slici 3.4 – crnom bojom iz studije Saftić et al. (2003); crvenom bojom iz studije Matenco & Radivojević (2012).

Budući da su u području Dinarida neogenske naslage vrlo tanke (debljine manje od 200 m) i dominantno su pokrivene mezozojskim karbonatima, u tom dijelu modela one su izostavljene. Kako u interpolaciji ne bismo dobili ekstrapolirane vrijednosti neogenskih sedimenata, u tom dijelu su korišteni podaci iz Tišljar et al. (2002) o distribuciji karbonatnih stijena. Tamo interpretirana prostorna granica karbonata korištena je kao područje unutar kojeg su debljine neogenskih sedimenata jednake nuli. To znači da su u tom području odabrane točke slučajnim odabirom kojima je pridijeljena vrijednost debljine sedimenata jednaka nuli.



Slika 3.4: Lokacija točaka u kojima su digitalizirane izolinije koje prikazuju dubine neogenskih sedimenata iz geoloških karata: crnom bojom su označeni podaci iz studije Saftić et al. (2003), a crvenom podaci iz studije Matenco & Radivojević (2012).

Seizmički profili

Još jedan tip podataka korištenih prilikom izrade modela kore su seizmički profili. Korišteni seizmički profili snimljeni su tijekom seizmičkog eksperimenta ALP 2002 (Brückl et al., 2007, Šumanovac et al., 2009). U slučaju profila Alp01 i Alp02 (Brückl et al., 2007) korišteni su

samo dijelovi označeni punim linijama (naznačeno i na slici 3.1); podaci s onih dijelova profila označenih isprekidanom linijom nisu korišteni u ovom istraživanju. Autori procjenjuju da su vrijednosti brzine na profilima određene do na $\pm 0.1 \text{ km s}^{-1}$, a da je dubina na kojoj se nalazi Mohorovičićev diskontinuitet određena do na $\pm 1 - 2 \text{ km}$. Procjene su određene iz vrijednosti parametara modela koje je dozvoljavala korištena aplikacija za obradu podataka. Procjene pogrešaka u istraživanju Šumanovac et al. (2009) slične su kao i u onome Brückl et al. (2007) – brzine su određene do na $\pm 0.1 \text{ km s}^{-1}$, a dubina Mohorovičićeva diskontinuiteta do na $\pm 2 \text{ km}$.

Seizmički profili su georeferencirani i ručno digitalizirani. Digitalizirane su modelirane brzine P-valova u kori, te interpretirane dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta. Interpretirane dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta digitalizirane su s pravilnim razmakom od 5 km po dužini pojedinog profila. Interpretirane brzine su digitalizirane na pravilnoj mreži s horizontalnim razmakom od 5 km (po dužini profila) i s vertikalnim razmakom od 1 km. Na profilu Alp02 (Brückl et al., 2007) je interpretirana anomalija „slična krokodilu“ (kako navode autori) na udaljenosti profila između 260 i 360 km, koja nije uključena u skup podataka korišten u ovom istraživanju. Prema autorima, anomalija je uvedena kako bi se uvažile opažene amplitude seizmograma na zapadnom dijelu profila, te njena interpretacija nikako nije jednoznačna. Također su naveli kako i drugi modeli koje su pokušali koristiti za interpretaciju podataka sadrže skok u dubini Mohorovičićeva diskontinuiteta na tom području. Zbog toga je prilikom uzorkovanja dubine diskontinuiteta korištena samo gornja granica anomalije, a koja svakako uvažava barem interpretirani skok u njegovoj dubini. Lokacije pojedinih seizmičkih profila označene su na slici 3.1.

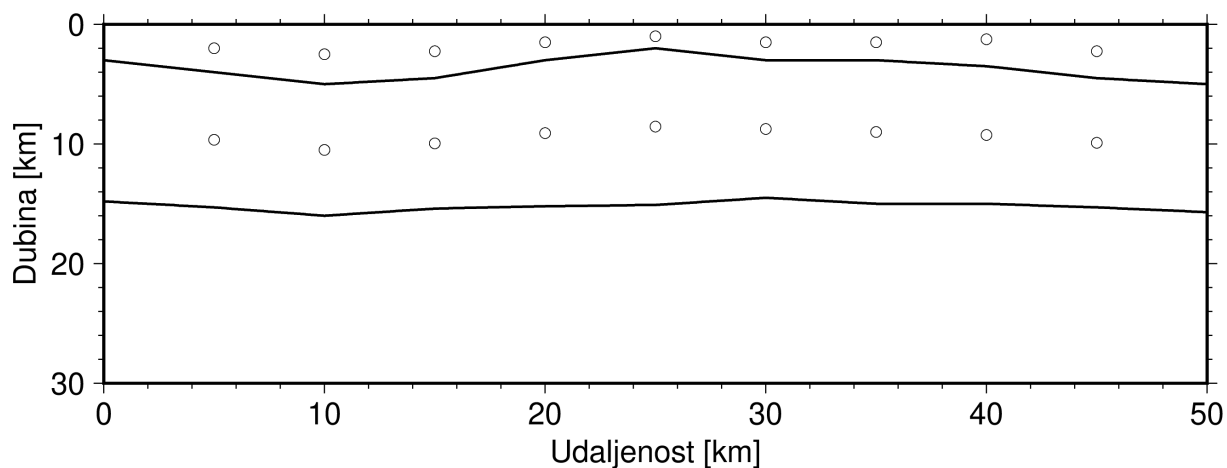
Gravimetrijski profili

Seizmički profili su vrlo vrijedan izvor podataka o brzinama seizmičkih valova u kori. Oni, nažalost, obuhvaćaju samo sjeverni dio istraživanog područja, dok takvi podaci nisu bili dostupni za područje Unutarnjih Dinarida. Stoga se u ovom istraživanju koriste i podaci prikupljeni iz interpretiranih gravimetrijskih profila (Šumanovac, 2010) koji obuhvaćaju upravo to područje.

U slučaju gravimetrijskih profila interpretirani su homogeni slojevi (gustoća u sloju se ne mijenja ni po dubini, ni lateralno). Na dijelovima profila interpretirana je jednoslojna kora iznad plašta, a na dijelovima je kora dvoslojna, pa i višeslojna. Ovi profili su također georeferencirani te ručno digitalizirani kao i seizmički profili. Interpretirane dubine Mohorovičićevog diskontinuiteta digitalizirane su kao i na seizmičkim profilima, svakih 5 km duž pojedinog profila.

Iz interpretiranih homogenih slojeva uzorkovane su vrijednosti gustoća. Način digitaliziranja se nešto razlikuje od onoga korištenog u slučaju seizmičkih profila. Profili su digitalizirani svakih 5 km po dužini. Po dubini, umjesto digitaliziranja u pravilnim intervalima (kao u slu-

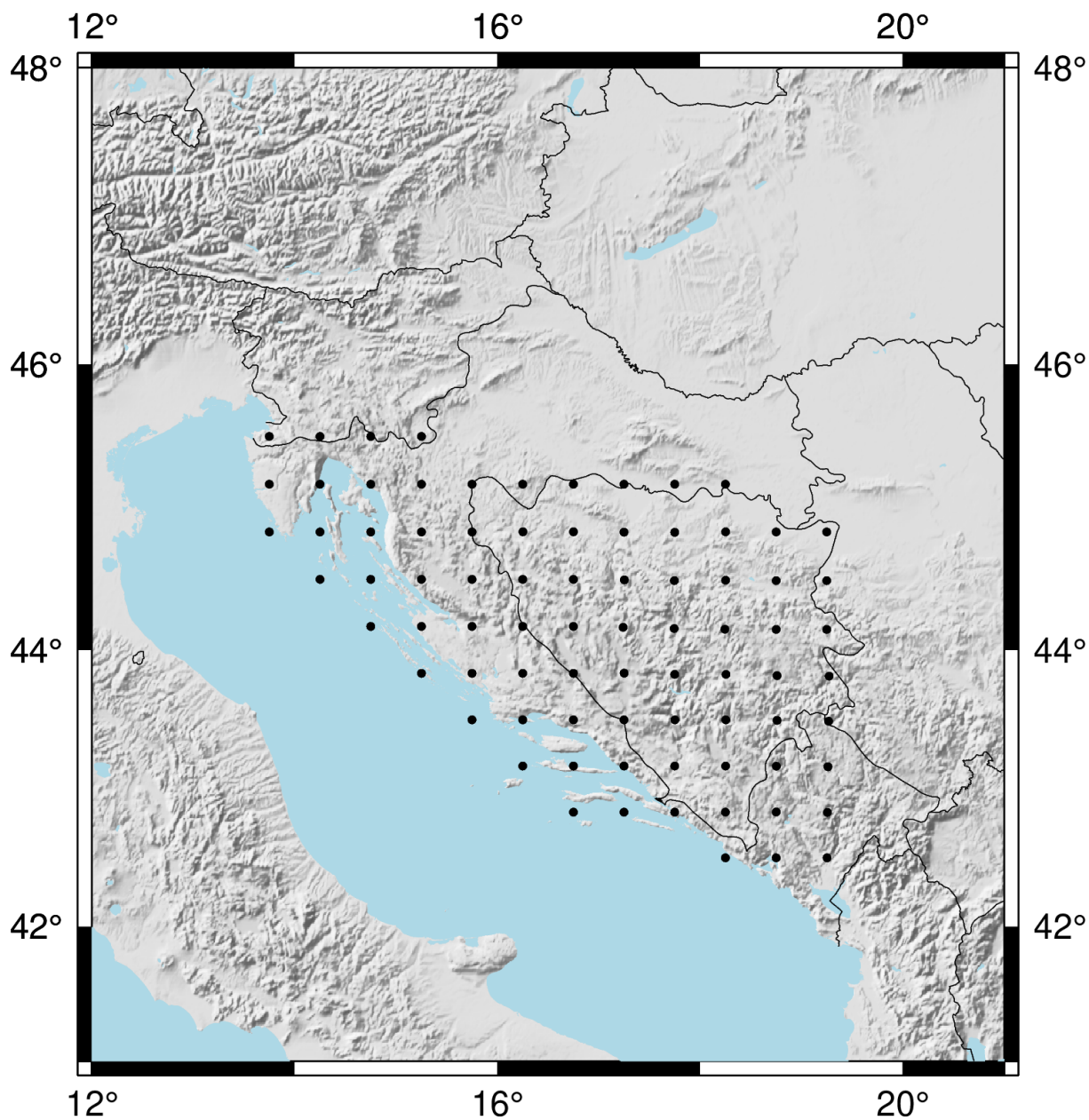
čaju seizmičkih profila), odabrana je sredina sloja i toj točki je pridružena modelirana gustoća sloja, što se činilo kao logičan odabir reprezentacije homogenog sloja. Pojednostavljena shema digitalizacije gravimetrijskih profila je prikazana na slici 3.5.



Slika 3.5: Primjer digitalizacije podataka iz gravimetrijskih profila. Prikazan je hipotetski interpretirani gravimetrijski profil s dva sloja. Točke predstavljaju digitalizirane podatke uključene u skup podataka korišten za izradu referentnog modela.

Debljine karbonata

Debljine karbonata su procijenili kolege prof. dr. sc. Igor Vlahović i doc. dr. sc. Bojan Matoš s Rudarsko-geološko-naftnog fakulteta u Zagrebu iz dostupnih geoloških karti koje pokrivaju područje od interesa: Osnovna geološka karta SFRJ (1989) u mjerilu 1:100 000 te Geološka karta Albanije (2002). Procjena je rađena inicijalno za pojedini list pojedine geološke karte, a debljine su naknadno još korigirane s obzirom na stil deformacije karbonata i strukturne odnose velikih dimenzija, pri čemu je korišten rad Balling et al. (2021b). Lokacije na kojima su tako procijenjene debljine karbonata prikazane su na slici 3.6.



Slika 3.6: Lokacije točaka na kojima su procijenjene debljine karbonata.

3.1.2 Prethodna analiza podataka

Procjene pogrešaka ulaznih podataka za interpolaciju

Početni model kore treba imati, osim iznosa pojedinih parametara, i (barem procijenjene) pogreške. Ukupna pogreška u pojedinoj točki modela jednaka je zbroju pogrešaka od interpolacije i pogreške ulaznih podataka. Pogreška od interpolacije dobije se direktno iz metode kriginga,

dok je za drugi doprinos trebala biti poznata informacija o pogreškama ulaznih podataka, koje nisu uvijek bile dostupne. U dijelu korištenih modela su uz same rezultate bile navedene i procijenjene pogreške (model NAC, dubine Mohorovičićevog diskontinuiteta iz istraživanja Stipčević et al., 2020), za neke su bile navedene generalne procjene pogrešaka (Brückl et al., 2007; Šumanovac et al., 2009), a za neke nije bilo nikakvih procjena pogrešaka. Stoga je pogreške za ulazne podatke za koje one nisu postojale trebalo na neki način procijeniti.

Za procjenu pogrešaka korišteni su savjeti iz studije Grad et al. (2009). U tom radu izrađena je digitalna karta dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta za cijelu Europsku ploču i to korištenjem više od 250 ulaznih skupova podataka. Među korištenim skupovima podataka našli su se individualni seizmički profili, 3D seizmički modeli izrađeni korištenjem prostornih i površinskih valova, rezultati analiza funkcija prijemnika te karte seizmičkih i/ili gravimetrijskih podataka. Budući da su koristili tako velik broj podataka, čak i kad procjene pogrešaka nisu bile dostupne u izvornim istraživanjima, autori su mogli napraviti barem procjenu pogrešaka za pojedine skupove podataka. Tako autori procjenjuju da su pogreške procjene dubina Mohorovičićevog diskontinuiteta iz seizmičkih profila koji su dostupni u digitalnom obliku oko 5 % u slučaju recentnih istraživanja. Za starije profile, koji su reinterpetirani i/ili ručno digitalizirani, procjenjuju da su pogreške iznosa 6 – 8 %. U slučaju dobrih studija funkcija prijemnika procjenjuju pogrešku dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta oko 10 %. Za ručno digitalizirane karte te gravimetrijska istraživanja uz korištenje seizmičkih profila procjenjuju pogreške od oko 15 %, dok su najveće pogreške od oko 20 % procijenjene za rezultate dobivene iz površinskih valova i gravimetrijskog modeliranja.

U ovome istraživanju pogreške su iz onih izvora gdje su bile definirane u izvornim istraživanjima (Magrin i Rossi, 2020; Stipčević i sur., 2020) jednostavno uključene u korišteni skup podataka. U slučaju seizmičkih profila (Brückl et al., 2007; Šumanovac et al., 2009), bile su dostupne grubo procijenjene pogreške za brzine u kori i za dubinu Mohorovičićeva diskontinuiteta. Procijenjene pogreške za brzine iz izvornih studija su pridijeljene svakoj digitaliziranoj točki – 0.2 km s^{-1} za profile Alp01 i Alp02 te 0.1 km s^{-1} za profil Alp07. Razlog razlici je taj što su Brückl et al. (2007) dali raspon pogrešaka za brzinu, pa je konzervativno odabrana gornja granica raspona. Za dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta korištena je procjena iz studije Grad et al. (2009) od 6 %, jer tako ne bi sve digitalizirane točke imale istu pogrešku. Također, procijenjene pogreške iz studija Brückl et al. (2007) te Šumanovac et al. (2009) lijepo se slažu s navedenim postotkom. Razlog zašto je odabrana vrijednost od 6 %, a ne 5 %, je taj što profili, iako moderni i izrađeni korištenjem visoko kvalitetnih podataka, nisu bili dostupni u digitalnom obliku, nego su digitalizirani ručno, pa je odabrana gornja granica pogrešaka za ručno digitalizirane seizmičke profile.

U slučaju gravimetrijskih profila (Šumanovac, 2010), pogreška za dubinu Mohorovičićeva diskontinuiteta je procijenjena na 20 % (prema Grad et al., 2009). Iako su gravimetrijski profili bili kalibrirani na seizmički profil Alp07, nijedan od njih nije na točno istoj geografskoj poziciji kao taj profil, te je stoga konzervativno odabrana pogreška procijenjena za gravimetrijsko modeliranje, a ne ona za kombinaciju seizmičkog i gravimetrijskog modeliranja. Pogrešku za određivanje brzine iz gustoća digitaliziranih s gravimetrijskih profila nije bilo moguće nikako procijeniti, pa je odabrana polovina razlike maksimalnog i minimalnog iznosa brzine s profila Alp07, zbog njihove kalibracije pomoću profila Alp07 zbog čega ta procjena ne bi trebala biti daleko od realne vrijednosti.

Model EPcrust (Molinari & Morelli, 2011) također nije imao objavljenu procjenu pogrešaka. Tako je u slučaju dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta uzete iz EPcrust modela korištena procjena od 15 % prema Grad et al. (2009). U slučaju pogrešaka seizmičkih brzina, za cijeli model korištena je globalna vrijednost od 0.6 km s^{-1} , što je zapravo maksimalna pogreška opažena u modelu NAC (Magrin & Rossi, 2020) – ona je odabrana jer je slična metodologija korištena u izradi oba modela.

U ovom istraživanju je, osim Mohorovičićevog diskontinuiteta, definirana i granica između neogenskih sedimenata i ostatka kore. U tom slučaju smo koristili procjenu pogreške od 15 %, kako je navedeno u Grad et al. (2009) za pogrešku dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta iz ručno digitaliziranih karata jer su za dobivanje informacija o debljinama neogenskih sedimenata ovdje korištene geološke karte kompilirane iz različitih tipova podataka, sličnih onima koji se koriste i prilikom izrada karata dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta no s različitim dubinama zahvata.

Napomene vezane za interpolaciju

Budući da kriging interpolacija ne dozvoljava ulazne podatke definirane u istoj točki, preklapajući podaci morali su biti posebno tretirani. Takvih podataka je bilo jer ulazni podaci dolaze iz modela koji su na nekim dijelovima definirani na istom području. U slučaju preklapanja, ulazni podatak je izračunat kao otežani srednjak svih ulaznih podataka u zadanoj točki prema jednadžbi:

$$\hat{d}_m = \frac{\sum_i \frac{1}{\sigma_i^2} d_{m,i}}{\sum_i \frac{1}{\sigma_i^2}}, \quad (3.1)$$

gdje je $d_{m,i}$ vrijednost ulaznog podatka u točki i , a σ_i^2 je varijanca podatka u točki i . Varijance su korištene iz poznatih i ranije opisanih procijenjenih standardnih pogrešaka ulaznih podataka.

Kako kriging interpolacija zahtijeva da podaci budu definirani u Kartezijevom koordinatnom sustavu, svi podaci su prije interpolacije konvertirani u koordinatni sustav ETRS89-extended/LAEA Europe¹. Taj sustav je odabran jer je dobro definiran na cijelom istraživanom području. Transformacija između koordinatnih sustava provedena pomoću paketa pyproj (Snow et al., 2021), dok je kriging interpolacija odrađena korištenjem R-paketa gstat (Pebesma, 2004).

Za interpolaciju odabrano je relativno veliko područje između 10°E i 20°E te između 39°N i 48°N. Kako su podaci o dubinama Mohorovičićevog diskontinuiteta bili kvalitativno i kvantitativno najbolji od svih podataka na raspolaganju, a bitan parametar za definiciju seizmičkog modela je i seizmička brzina, na temelju pogrešaka interpolacije tih dvaju parametara kvalitativno je određena granica unutar koje se može reći da je model pouzdan. Konačna verzija modela tako obuhvaća područje ugrubo između 13°E i 20°E i između 42°N i 47°N. Prilikom korištenja modela kao početnog modela za seizmičku tomografiju, taj konačni model je ekstrapoliran do granica modeliranog područja. Ekstrapolacija je u tom slučaju opravdana, budući da je dio koji je nedostajao rubni i ne utječe značajno na konačni rezultat.

U konačni model su uključene i pogreške za interpolirane podatke. Za izračun ukupne pogreške praćena je metoda korištena u izradi modela NAC (Magrin & Rossi, 2020). Uz pretpostavku Gaussove razdiobe pogrešaka, ukupna varijanca modela je zbroj dva doprinosa: varijance ulaznih podataka i varijance od same interpolacije. Prvi doprinos je procijenjen kako je opisano u prethodnom poglavlju, a drugi doprinos se dobije u postupku interpolacije korištenjem paketa gstat.

Granične plohe

Odvojeno su interpolirane dubine triju graničnih ploha: Mohorovičićevog diskontinuiteta, podine neogenskih sedimenata te podine karbonatnog sloja. Sve su interpolirane na pravilnoj mreži rezolucije 5 km × 5 km korištenjem običnog kriginga.

Mohorovičićev diskontinuitet je definiran na cijelom području istraživanja, dok su druge dvije navedene granične plohe definirane svaka na dijelu istraživanog područja: podina neogenskih sedimenata uglavnom na području Panonskog bazena, a podina karbonatnog sloja uglavnom na području Dinarida.

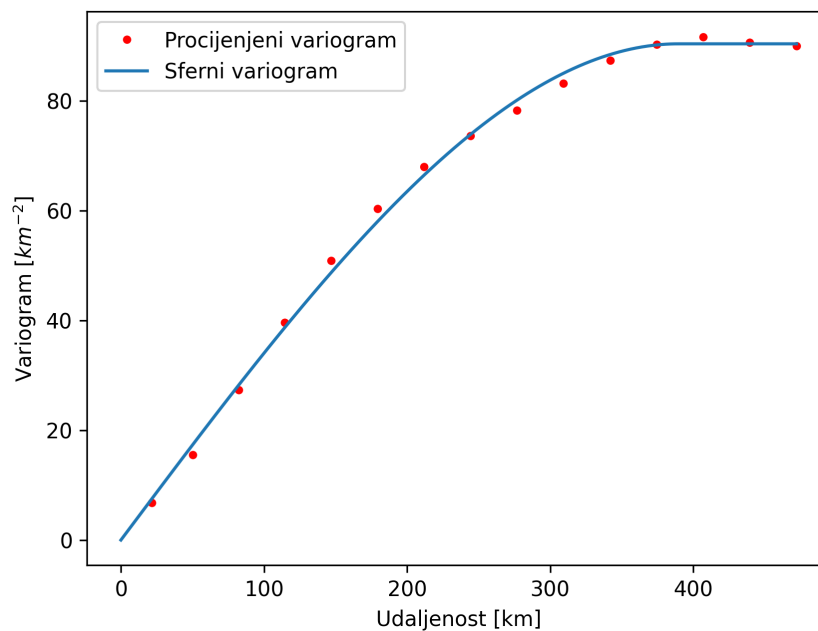
Među ulaznim podacima najviše je onih o dubini Mohorovičićeva diskontinuiteta te je on u ovom interpoliranom modelu najpreciznije prezentiran parametar. To se vidi i iz semivariograma korištenog u interpolaciji koji je prikazan na slici 3.7. Za ovaj parametar se dobiva najbolje slaganje procijenjenog i teorijskog semivariograma. Radi se o sfernom variogramu s

¹<https://epsg.io/3035>

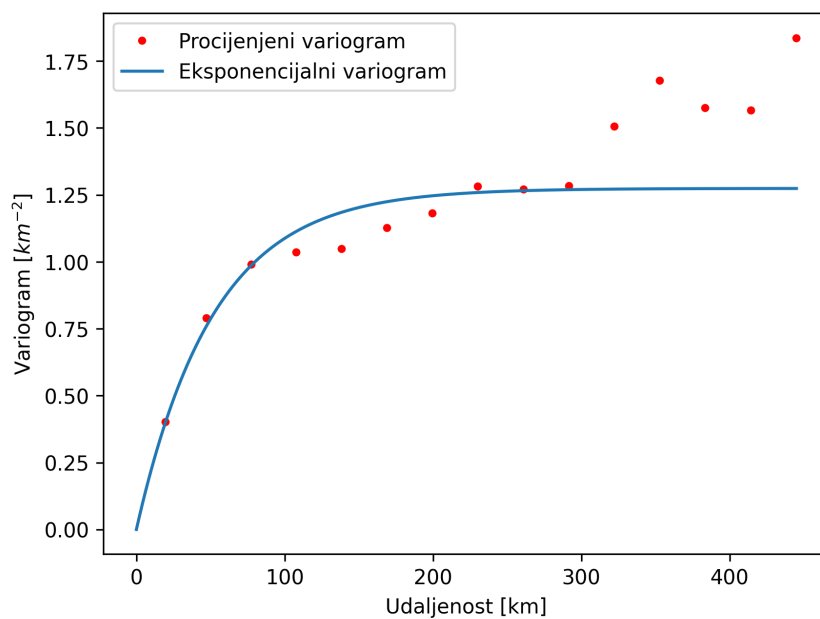
pragom od 90 km^{-2} i dosegom od 390 km.

U slučaju dubine podine neogenskih sedimenata ulazni podaci su bili nešto koncentriraniji na jednom području (Panonskom bazenu), dok drugdje uopće nisu bili dostupni. Stoga je u slučaju variograma korištenog u ovoj interpolaciji nešto slabije slaganje na većim udaljenostima. Na slici 3.8 je prikazan navedeni variogram. Radi se o eksponencijalnom variogramu s pragom od 1.3 km^{-2} te dosegom od 52 km.

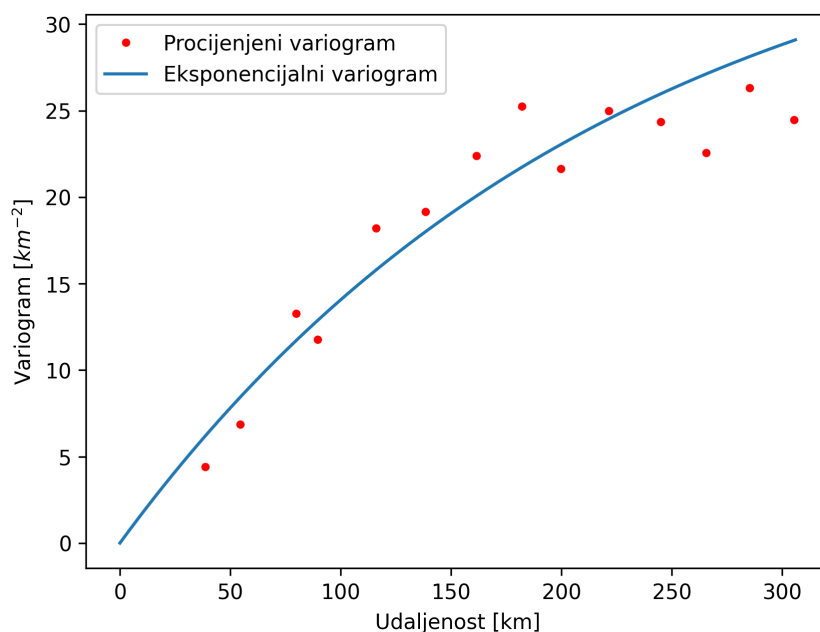
I u slučaju interpolacije dubine podine karbonatnog sloja je bilo nešto manje dostupnih podataka, ali su ravnomjernije raspoređeni na manjim i većim udaljenostima. Procijenjeni i teorijski variogram su prikazani na slici 3.9. I u ovom slučaju radi se o eksponencijalnom variogramu, ali ovaj ima prag od 39 km^{-2} i doseg od 225 km.



Slika 3.7: Procijenjeni (crvene točke) i teorijski (plava krivulja) semivariogram za interpolaciju dubina Mohorovičićeva diskontinuiteta.



Slika 3.8: Procijenjeni (crvene točke) i teorijski (plava krivulja) semivariogram za interpolaciju dubina podine neogenskih sedimenata.



Slika 3.9: Procijenjeni (crvene točke) i teorijski (plava krivulja) semivariogram za interpolaciju dubina podine karbonatnog sloja.

Parametri slojeva

Između opisanih graničnih ploha nalaze se pripadni slojevi, definirani seizmičkim brzinama P-valova. Podaci o seizmičkim brzinama P-valova interpolirani su korištenjem univerzalnog kriginga, budući da u podacima postoji trend (porast brzina s dubinom), a koji univerzalni kriging automatski uzima u obzir.

U odnosu na interpolaciju dubina graničnih ploha, za interpolaciju seizmičkih brzina P-valova korištena je nešto složenija mreža. Horizontalna dimenzija mreže je iste rezolucije kao i mreža za interpolaciju granica među slojevima ($5 \text{ km} \times 5 \text{ km}$), a po dubini se rezolucija mreže mijenja: u prvih 10 km rezolucija je 0.5 km, između 10 km i 20 km dubine rezolucija je 1 km, a na većim dubinama je vertikalna rezolucija 2.5 km. Ovakva mreža je odabrana kako bi heterogeni gornji dio kore bio bolje prikazan.

Što se tiče brzine P-valova, ulaznih podataka nije bilo tako mnogo kao u slučaju graničnih ploha. Podaci koji su se mogli izravno koristiti su bili dostupni iz modela NAC (Magrin & Rossi, 2020) koji obuhvaća sjeverozapadni dio istraživanog područja, te iz seizmičkih profila (Alp01, Alp02 – Brückl et al., 2007; Alp07 – Šumanovac et al., 2009) koji obuhvaćaju prijelazno područje između Alpa, Dinarida i Panonskog bazena. Cijelo područje Unutarnjih Dinarida nema nikakvih direktnih podataka o brzini P- (ili S-) valova, osim globalnog modela EPcrust (Molinari & Morelli, 2011). Kako bi se ipak uključili nekakvi precizniji (u smislu bolje rezolucije) podaci za taj dio istraživanog područja, digitalizirani podaci o gustoćama iz gravimetrijskih profila GP-1 do GP-6 (Šumanovac, 2010) su korištenjem empirijskih jednadžbi Brocher (2005) preračunati u brzine P-valova.

Brocher (2005) je pokušao empirijski odrediti odnos između brzina P-valova, brzina S-valova i gustoća, koje bi bile primjenjive za cijelu Zemljinu koru. Bili su mu dostupni rezultati mnogih različitih istraživanja u stijenama, od mjerenja seizmičkih brzina u bušotinama, vertikalnih seizmičkih profila, laboratorijskih mjerenja te procjena brzine iz seizmičke tomografije na lokacijama od interesa. Empirijska jednadžba korištena za procjenu brzina P-valova iz gustoća glasi (jednadžba 5 iz Brocher, 2005):

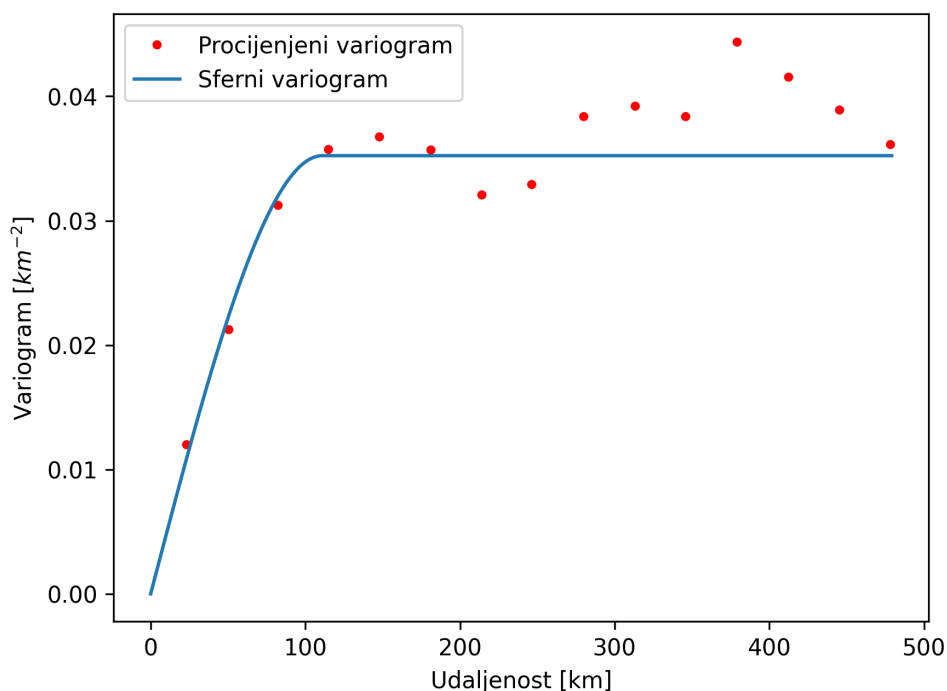
$$V_P = 39.128\rho - 63.064\rho^2 + 37.083\rho^3 - 9.1819\rho^4 + 0.8228\rho^5, \quad (3.2)$$

gdje je ρ [g/cm^3] gustoća. Navedena jednadžba vrijedi za vrijednosti gustoće između 2 i $3.5 \text{ g}/\text{cm}^3$, uvjet koji je ispunjen u slučaju svih pet gravimetrijskih profila.

Iako se u ovom slučaju pribjeglo empirijskim procjenama, valja napomenuti da bi u suprotnom jedini izvor podataka o brzini P-valova na području Unutarnjih Dinarida bio globalni model EPcrust (Molinari & Morelli, 2011). Već su autori modela u svom radu imali primjedbu na ne-

dostatak kvalitetnih podataka na području Dinarida, pa se ovom procjenom iz gravimetrijskih profila pokušalo barem djelomično poboljšati znanje o tom slabije istraživanom području. Zbog navedenog, brzinama procijenjenima iz podataka o gustoći iz gravimetrijskih profila pridodana je relativno velika pogreška (svim digitaliziranim točkama jednaka) od 0.7 km s^{-1} . Budući da nije bilo nikakve procjene pogreške, odabrana je ta vrijednost pomoću vrijednosti brzina iz profila Alp07 (Šumanovac et al., 2009). Naime, vrijednost od 0.7 km s^{-1} je polovina razlike između minimalne i maksimalne brzine u kori digitalizirane s profila. Razmišljanje je bilo sljedeće: kako su gravimetrijski profili korelirani s profilom Alp07 da bi se ograničile vrijednosti gustoća u konačnim modeliranim profilima, tako se vrijednosti brzina iz profila Alp07 mogu koristiti za prvu aproksimaciju pogreške. Zbog takve visoke pogreške se u konačnom prikazu rezultata može vidjeti područje s manje pouzdanim vrijednostima.

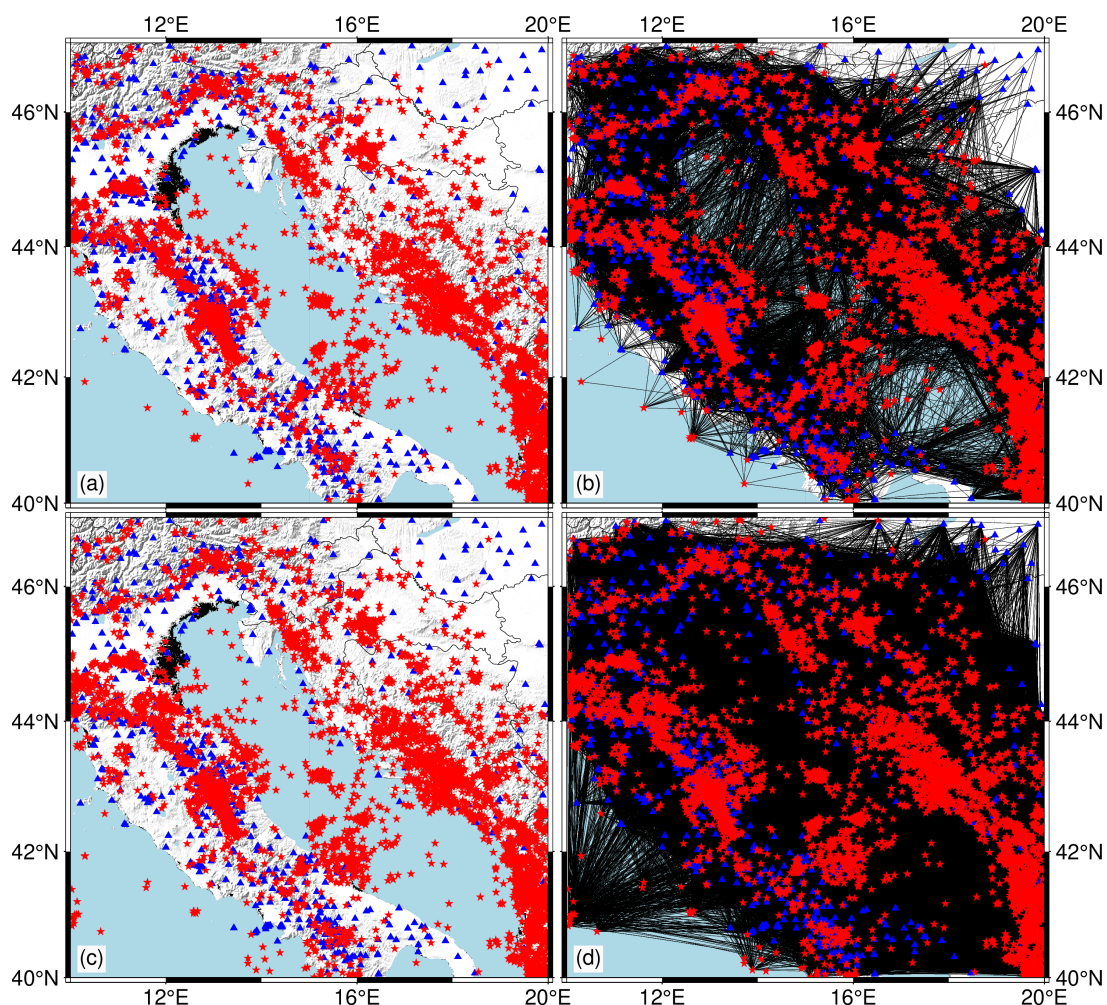
Na slici 3.10 prikazan je procijenjeni i teorijski variogram koji je korišten u kriging interpolaciji. Napominjem da je u slučaju parametara modela, budući da je u oba slučaja vidljiva i poznata sustavna promjena vrijednosti parametara s dubinom (tzv. *drift*). U ovom slučaju korišten je sferni variogram s pragom od $0.035 \text{ (km/s)}^{-2}$ i dosegom od 109 km.



Slika 3.10: Procijenjeni i teorijski semivariogram za interpolaciju brzina P-valova.

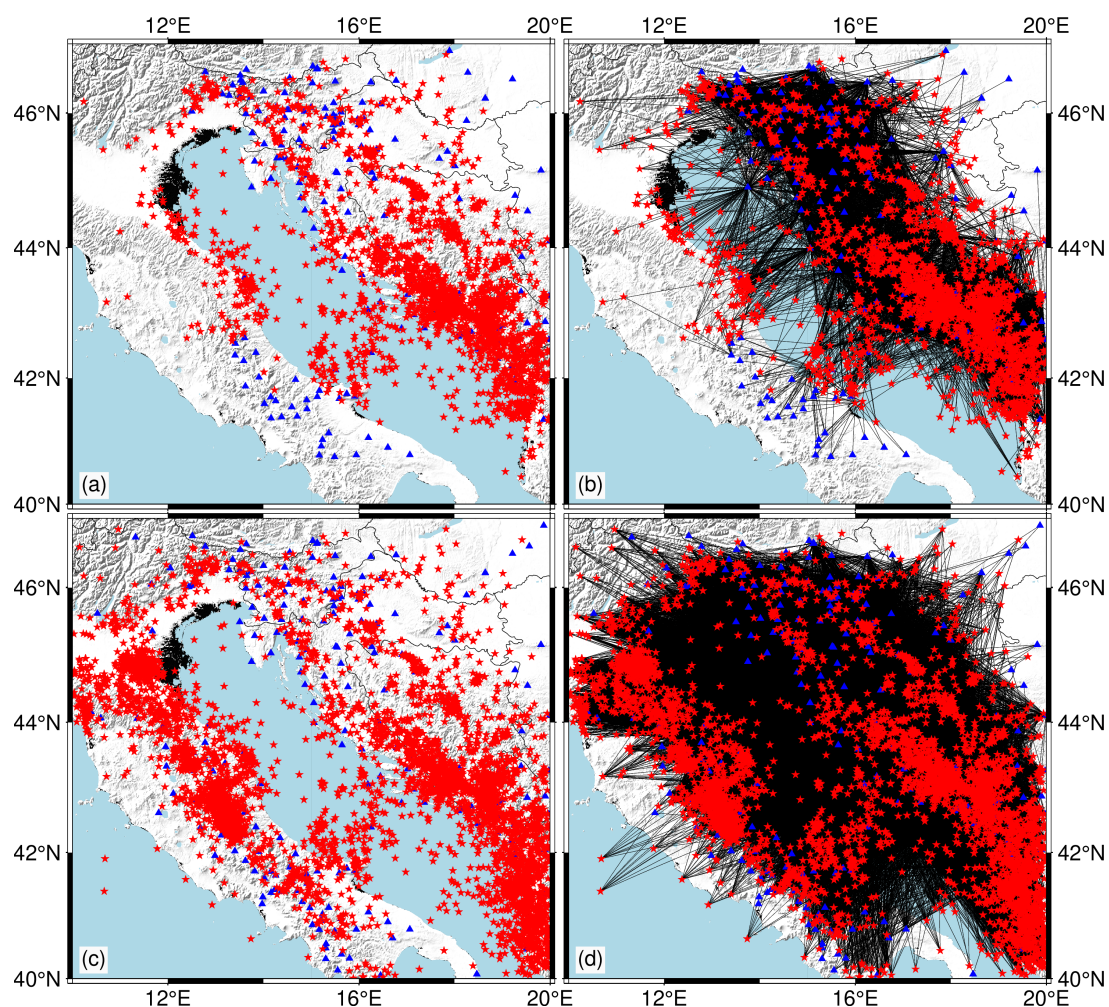
3.2 Podaci za seizmičku tomografiju

Za seizmičku tomografiju potrebna je informacija o hipocentrima potresa, seizmološkim postajama, te vremenima prvih nailazaka pojedinih faza na tim postajama. Informacije o prvim nailascima preuzete su iz revidiranog biltena ISC-a (International Seismological Centre, 2024). Pretraživani su potresi i postaje koje su ih zabilježile u pravokutnom području između 40°N i 47°N te između 10°E i 20°E . Uzimani su u obzir potresi koji su se dogodili od 1. siječnja 1990. do 1. studenog 2021. godine s magnitudama većim od 2.5. Nailasci su ograničeni na Pg- i Pn-faze. Takva pretraga rezultirala je s 138 158 nailazaka interpretiranih kao Pg-faze od 6151 potresa zabilježenih na 762 stanica, te 232 682 nailazaka interpretiranih kao Pn-faze od 6651 potresa zabilježenih na 716 stanica. Lokacije potresa i stanica za prikazane su na slici 3.11.



Slika 3.11: Lokacije seizmoloških postaja (plavi trokuti) i epicentara potresa (crvene zvjezdice) iz biltena ISC-a za koje su zabilježene (a) Pg-faze (b) s pripadajućim stazama valova od epicentra do postaje; (c) Pn-faze (d) s pripadajućim stazama valova od epicentra do postaje.

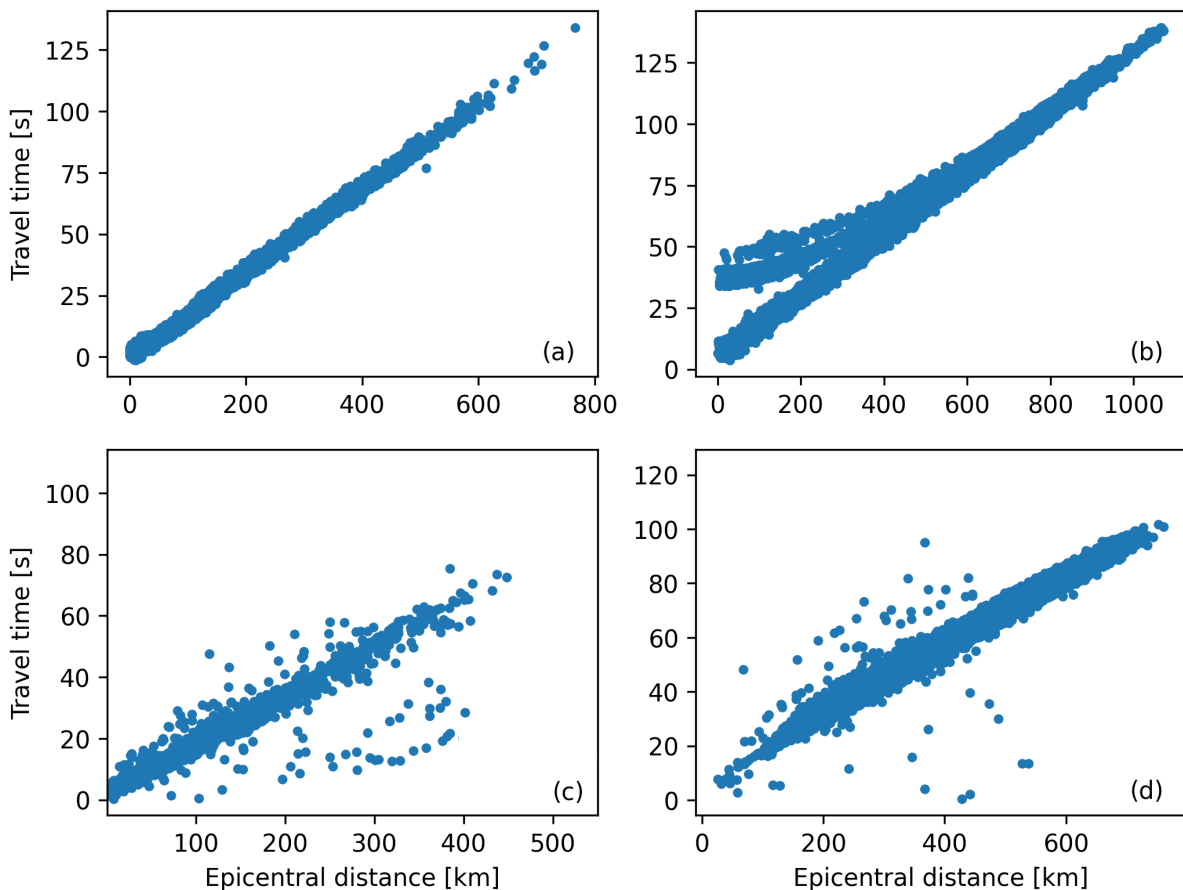
Osim nailazaka iz ISC-ovog biltena, korišteni su i prvi nailasci uglavnom iz hrvatskih, ali i seizmoloških biltena susjednih država, koji su bili korišteni za lociranje potresa i dopunu Hrvatskog kataloga potresa (Herak et al., 1996; zadnja dopuna 2023.) – to su uglavnom Pg- ili Pn-faze, magnitude potresa su ograničene na veće od 2.5, te su lokacije epicentara i postaja ograničene na isto pravokutno područje kao i u slučaju nailazaka iz ISC kataloga. Za potrese iz Hrvatskog kataloga potresa korišteno je 28 588 nailazaka interpretiranih kao Pg-faze od 3072 potresa zabilježenih na 181 stanici, te 56 136 nailazaka interpretiranih kao Pn-faze od 5372 potresa zabilježenih na 222 stanice. Lokacije epicentara i postaja te zrake valova prikazane su na slici 3.12.



Slika 3.12: Lokacije seizmoloških postaja (plavi trokuti) i epicentara potresa (crvene zvjezdice) iz Hrvatskog kataloga potresa za koje su interpretirane (a) Pg-faze s (b) prikazanim zrakama valova od epicentara potresa do stanica; i (c) Pn-faze s (d) prikazanim zrakama valova od epicentara potresa do stanica.

Na slici 3.13 prikazane su ovisnosti vremena putovanja o epicentralnim udaljenostima za

nailaske iz ISC-ovog biltena i potrese iz Hrvatskog kataloga potresa. Ideja je bila promotriti kako graf izgleda u odnosu na onaj predviđen jednostavnim 1D modelom (prikazan na slici 2.4) te uočiti eventualne stršće vrijednosti. Iako je ovdje model nešto kompliciraniji, vremena putovanja bi i dalje trebala pratiti slične trendove. Na kraju krajeva, 1D modeli se u praksi koriste jako dugo. U slučaju potresa iz ISC-ovog biltena, Pg-faze prate očekivani oblik krivulje, s vidljivom jednom očitom stršćom vrijednosti. Na Pn-fazama se uočava, uz očekivanu linearnu ovisnost, da dio nailazaka prati hiperbolu. To su faze koje su pogrešno interpretirane kao Pn-faze, a zapravo su nailasci zraka potresa koje su reflektirane od Mohorovičićevog diskontinuiteta (PmP-faza). U procesu analize, ti nailasci će se trebati ukloniti.



Slika 3.13: Ovisnost vremena putovanja prvih nailazaka seizmičkih valova potresa o epicentralnoj udaljenosti za nailaske iz ISC-ovog biltena interpretirane kao (a) Pg-faze i (b) Pn-faze, te za nailaske za potrese iz Hrvatskog kataloga potresa interpretirane kao (c) Pg-faze i (d) Pn-faze.

U slučaju nailazaka iz Hrvatskog kataloga potresa vidljiva je veća raspršenost točaka. U slučaju Pg-faze, vidljiva su neobično malena vremena putovanja na većim epicentralnim uda-

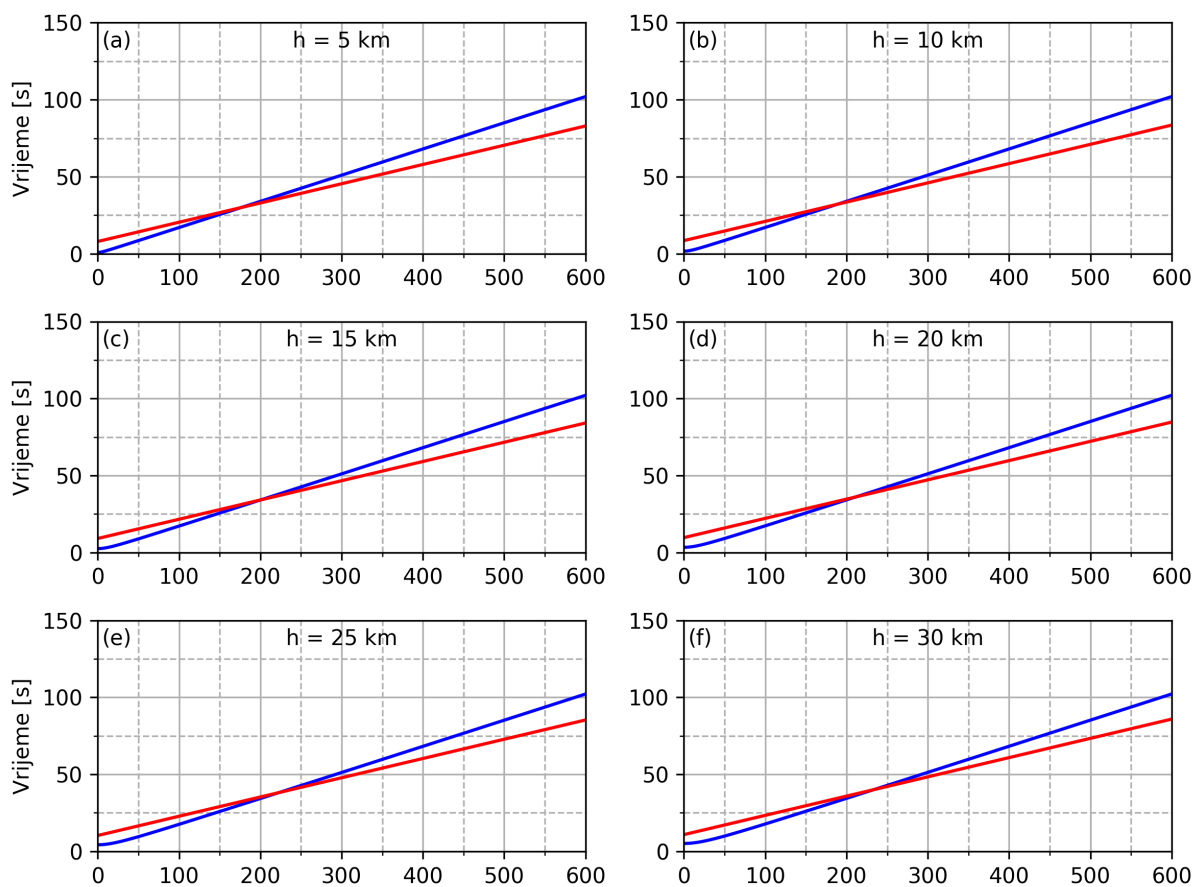
ljenostima (većima od oko 300 km). Za razliku od ISC-ovog kataloga, za Pn-fazu se ovdje ne uočava hiperbola koja bi ukazivala na PmP-faze krivo interpretirane kao Pn-faze. U svakom slučaju, podatke iz oba izvora bilo je potrebno pročistiti prije same analize.

3.2.1 Priprema podataka za seizmičku tomografiju

Izvorne podatke je, kako je gore rečeno, potrebno pripremiti i obraditi. Najprije se odabiru oni epicentri potresa koji se nalaze unutar pravokutnika definiranog s $40^{\circ}\text{N} - 47^{\circ}\text{N}$ i $10^{\circ}\text{E} - 20^{\circ}\text{E}$. Nadalje, da bi faze bile Pg i Pn, hipocentri se moraju nalaziti u kori. Tako je onda za svaki potres iz kataloga trebalo provjeriti je li njegova dubina hipocentra iznad dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta u korištenom modelu kore. Da bi se za hipocentar označilo da se nalazi u kori, njegova dubina je morala biti manja od minimalne dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta u krugu od dvije ćelije oko njegovih geografskih koordinata. Dodatno, zadržani su samo oni potresi za koje su postojali očitani nailasci Pg- ili Pn-faze na pet ili više postaja.

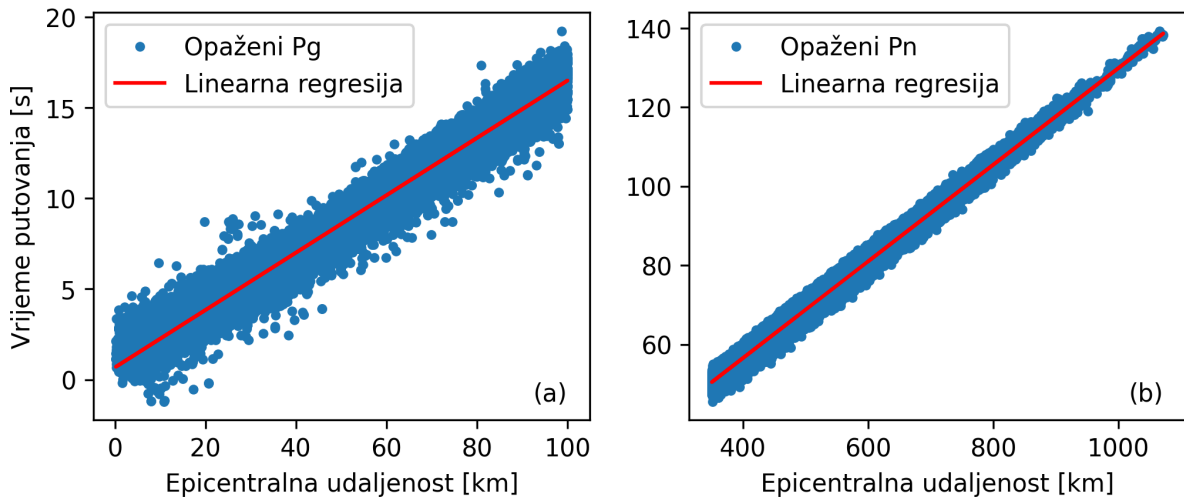
Dodatno su još razmatrane epicentralne udaljenosti korištenih faza. Najveći doprinos pogreški u tomografiji bile bi pogrešno identificirane faze, do kojih je najvjerojatnije da će doći na onim postajama koje se nalaze u blizini *crossover* udaljenosti. U tu svrhu je odrađena mala analiza epicentralnih udaljenosti u ovisnosti o dubini hipocentra h u jednostavnom modelu s jednim slojem iznad poluprostora. Model je dizajniran tako da je debljina kore jednaka srednjoj debljini kore u inicijalnom modelu (što je iznos od 32 km), brzina u kori je jednaka srednjoj brzini u kori u početnom modelu (5.88 km s^{-1}), a brzina u poluprostoru je fiksirana na vrijednost od 8.0 km s^{-1} . Na slici 3.14 prikazane su hodokrone direktnih i refraktiranih valova za šest dubina hipocentara. Hodokrone za direktni val su izračunate prema jednadžbi (2.33), a za refraktirani prema jednadžbi (2.41).

Kako se vidi iz grafova, najmanja *crossover* udaljenost, oko 150 km, se očekuje za najpliće hipocentre, dok se najveća, na oko 300 km, očekuje za najdublje očekivane hipocentre. Zbog toga je odlučeno da će se u analizi zadržati samo one Pg-faze koje su očitane na epicentralnim udaljenostima manjim od 100 km, te Pn-faze na epicentralnim udaljenostima većima od 350 km.



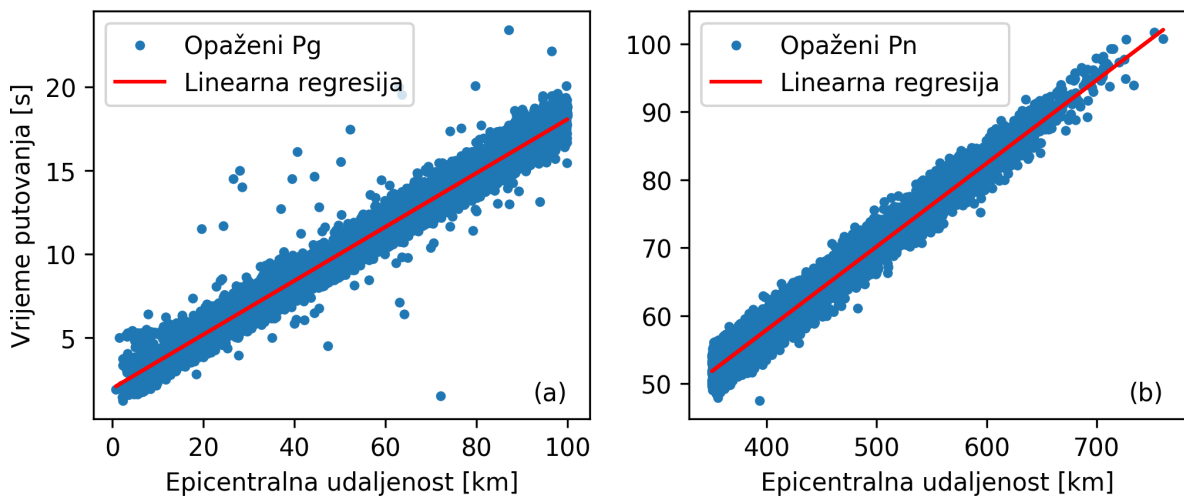
Slika 3.14: Hodokrone direktnog (plava linija) i refraktiranog (crvena linija) vala za dubine hipocentara od (a) 5 km, (b) 10 km, (c) 15 km, (d) 20 km, (e) 25 km i (f) 30 km.

Ovisnost vremena putovanja za pojedinu fazu vala o epicentralnoj udaljenosti za nailaske iz ISC-ovog biltena koji su zadovoljavali gornje uvjete prikazani su na slici 3.15. Na slikama su osim opaženih vrijednosti prikazani i pravci linearne regresije, po uzoru na hodokrone prikazane na slici 2.4. U slučaju Pg-faze, nagib pravca odgovara srednjoj brzini u kori od 6.32 km s^{-1} , dok u slučaju Pn-faze, nagib odgovara srednjoj brzini od 8.19 km s^{-1} u najgornjem dijelu plašta.



Slika 3.15: Ovisnost vremena putovanja (a) Pg-faze i (b) Pn-faze o epicentralnoj udaljenosti za potrese iz ISC-ovog biltena nakon obrade podataka.

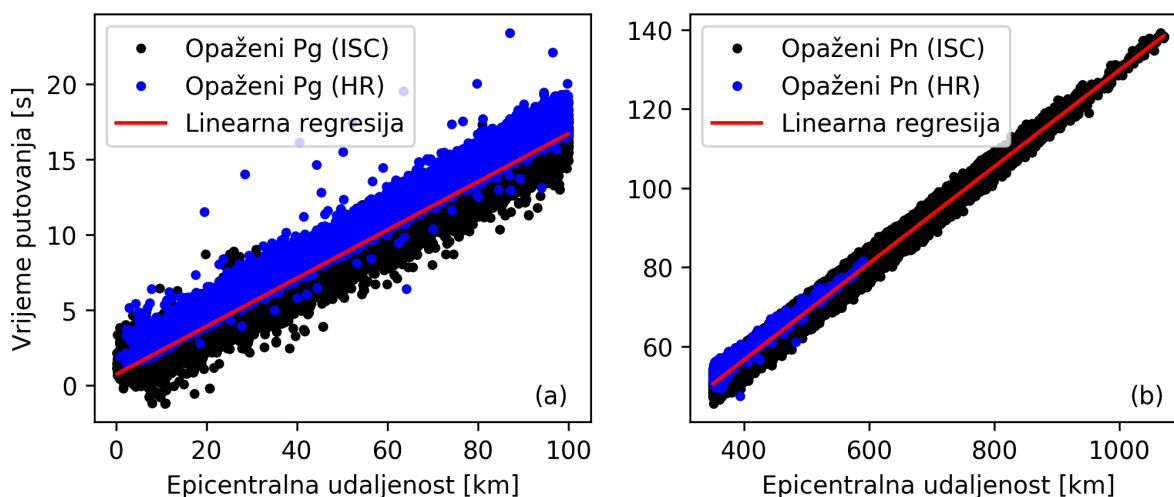
Ovisnosti vremena putovanja Pg- i Pn-faza o epicentralnoj udaljenosti za potrese iz Hrvatskog kataloga potresa prikazane su na slici 3.16. U slučaju Pg-faze nagib pravca odgovara srednjoj brzini u kori od 6.21 km s^{-1} , a u slučaju Pn-faze srednjoj brzini u najgornjem dijelu plašta od 8.17 km s^{-1} . Za oba izvora podataka, dobivene srednje brzine su sličnih iznosa.



Slika 3.16: Ovisnost vremena putovanja (a) Pg-faza i (b) Pn-faza o epicentralnoj udaljenosti za potrese iz Hrvatskog kataloga potresa nakon obrade podataka.

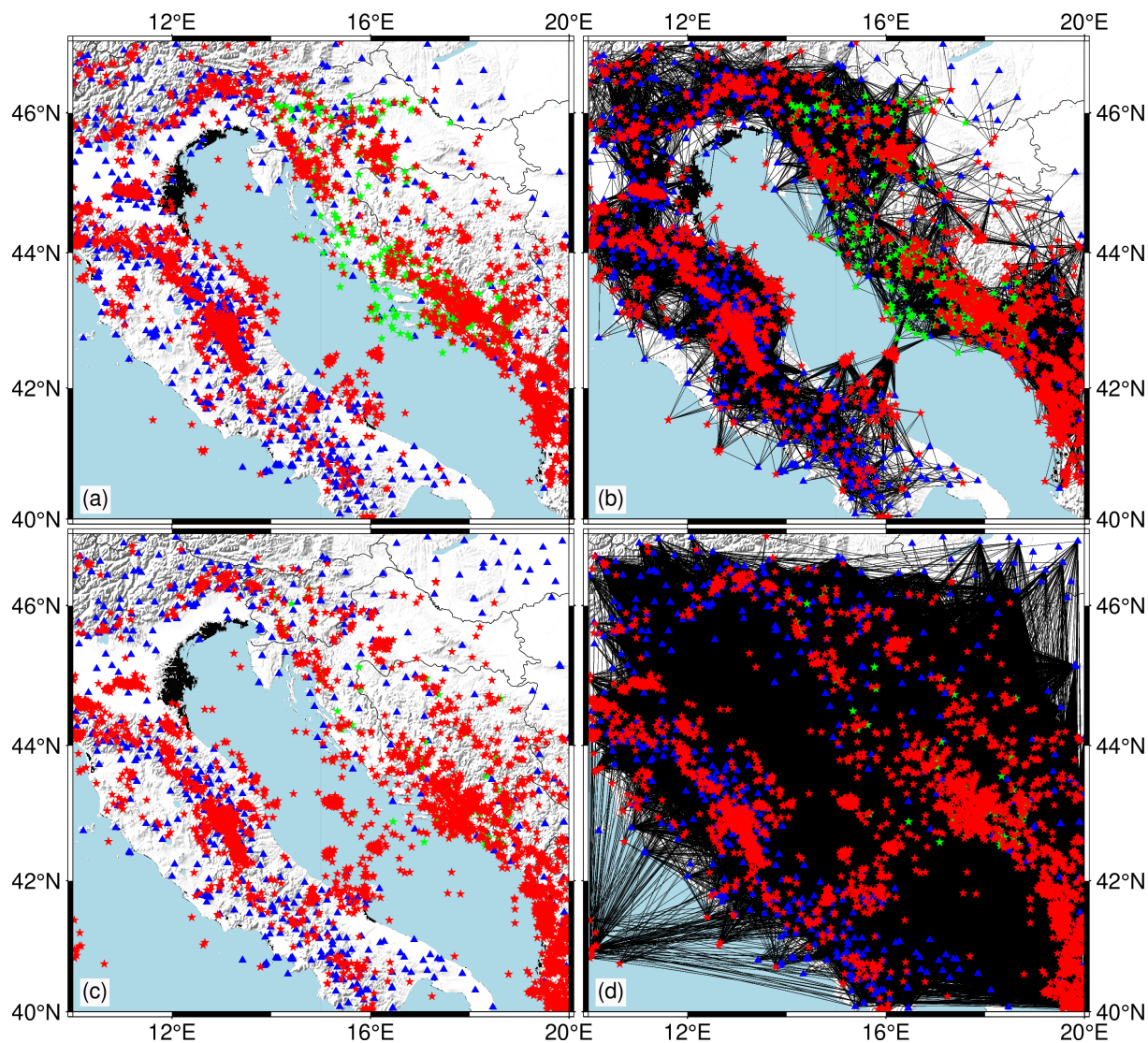
Podaci iz obiju skupina su zatim spojeni u jedan skup podataka, i to tako da se izbjegniju duplicirani potresi. Dva potresa iz Hrvatskog kataloga potresa i ISC-ovog biltena smatrani

su jednakima u slučaju da su im epicentri bliže od 20 km, i istovremeno im se hipocentralna vremena razlikuju za manje od 15 sekundi. U slučaju da su epicentri u području omeđenom s $44.0^{\circ}\text{N} - 46.3^{\circ}\text{N}$ i $14.0^{\circ}\text{E} - 18.9^{\circ}\text{E}$, preuzimaju se podaci iz Hrvatskog kataloga potresa. Ako se epicentar potresa nalazi izvan tog područja, preuzeti su podaci iz ISC-ovog biltena. Takva procedura rezultirala je s 105 959 nailazaka interpretiranih kao Pg-faze od 5160 potresa zabilježenih na 764 stanice, te 90 697 interpretirana kao Pn-faze od 3654 potresa zabilježenih na 570 stanica. Slika 3.17 prikazuje ovisnosti vremena putovanja Pg- i Pn-faza o epicentralnoj udaljenosti za konačni skup podataka. U slučaju Pg-faze, nagib pravca odgovara srednjoj brzini u kori od 6.25 km s^{-1} , dok za Pn-fazu nagib pravca odgovara srednjoj brzini u najgornjem dijelu plašta od 8.20 km s^{-1} .



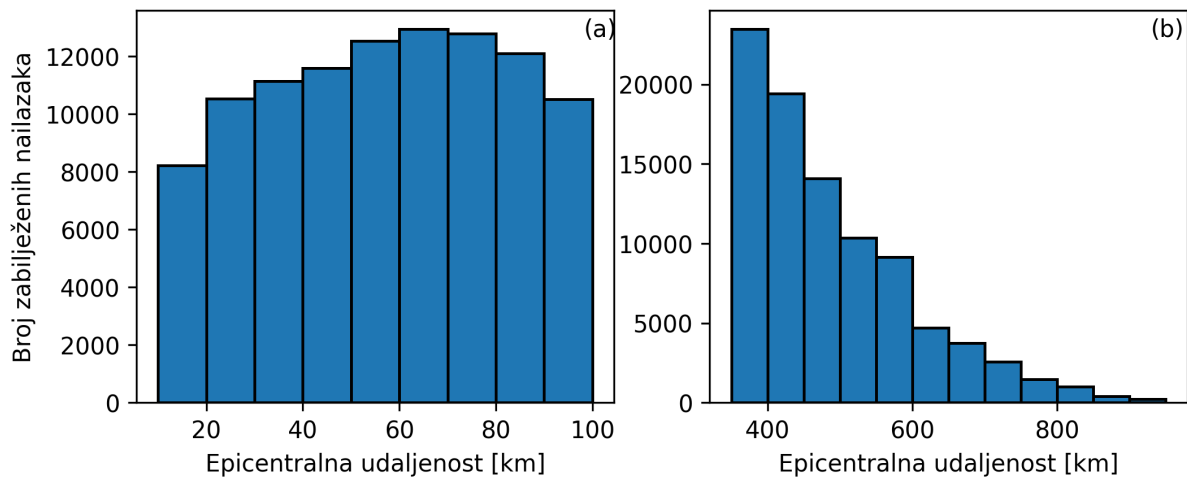
Slika 3.17: Ovisnosti vremena putovanja (a) Pg-faza i (b) Pn faza o epicentralnoj udaljenosti za konačni skup podataka kreiran iz Hrvatskog kataloga potresa i ISC-ovog biltena.

Konačno slika 3.18 prikazuje prostornu razdiobu epicentara potresa i seizmoloških postaja u konačnom skupu podataka. Gornje dvije slike (a i b) odnose se na Pg-faze, a donje dvije slike (c i d) na Pn-faze. Desna strana, koja u odnosu na lijevu dodatno uključuje putanje valova između epicentara potresa i seizmoloških postaja na kojima su nailasci zabilježeni, prikazuje pokrivenost područja seizmičkim zrakama. Vidimo da je u slučaju Pg-faza loša pokrivenost nad Jadranskim morem i Panonskim bazenom. To nije iznenađujuće, zbog toga što u Jadranskom moru nema seizmoloških postaja (osim na nekim otocima), a u Panonskom bazenu nema mnogo potresa. Pn-faze, koje su bitne za istraživanje najgornjeg dijela plašta, jako dobro prekrivaju cijelo područje.



Slika 3.18: Prostorna razdioba epicentara potresa (zvjezdice) i seizmoloških postaja (plavi trokuti) za konačni skup podataka. Epicentri potresa iz ISC-ovog biltena označeni su crvenim zvjezdicama, a oni iz Hrvatskog kataloga zelenim zvjezdicama. Na karti (a) prikazane su postaje i epicentri za korištene Pg-faze. Karta (b) dodatno još prikazuje i putanje zraka Pg-faza. Karta (c) prikazuje epicentre potresa i postaje za korištene Pn-faze, a na karti (d) dodatno su prikazane putanje zraka korištenih Pn-faza.

Na slici 3.19 prikazani su histogrami nailazaka Pg- i Pn-faza grupirani po epicentralnim udaljenostima. Pg-faze su gotovo jednoliko raspoređene po epicentralnim udaljenostima do 100 km, dok ih je za Pn-faze najviše između 350 km i 500 km.



Slika 3.19: Histogrami nailazaka ovisno o epicentralnoj udaljenosti za (a) Pg-fazu i (b) Pn-fazu.

Poglavlje 4

Rezultati

U ovom su poglavlju prikazani rezultati dobiveni u ovom istraživanju. U potpoglavlju 4.1 prikazani su rezultati interpolacije dostupnih podataka uobličeni u model kore – granice između slojeva te brzine P-valova. Također, prezentirane su i procijenjene pogreške tako dobivenih parametara. Prije prikazanih rezultata dobivenih seizmičkom tomografijom, u potpoglavlju 4.2 prikazani su rezultati sintetičkih testova koji opisuju rezoluciju modela. Konačno, u potpoglavlju 4.3 prikazan je model dobiven metodom seizmičke tomografije.

4.1 Početni 3D model seizmičkih brzina

Informacije o dubinama granica između slojeva ovdje definiranog modela Zemljine kore prikazane su na lijevoj strani slike 4.1. Područje koje se smatra manje preciznim je osjenčano. To područje je ponešto slobodno definirano, promatrajući pogreške dubina Mohorovičićevog diskontinuiteta, kao parametra s najviše ulaznih podataka te pogreške brzina P-valova, kao parametra koji je u modelu najinformativniji. Najpreciznije definirano područje modela je tako između oko 13°E i 20°E te između 42°N i 47°N. Na desnoj strani slike 4.1 prikazane su pripadne pogreške za dubine pojedinih granica među slojevima.

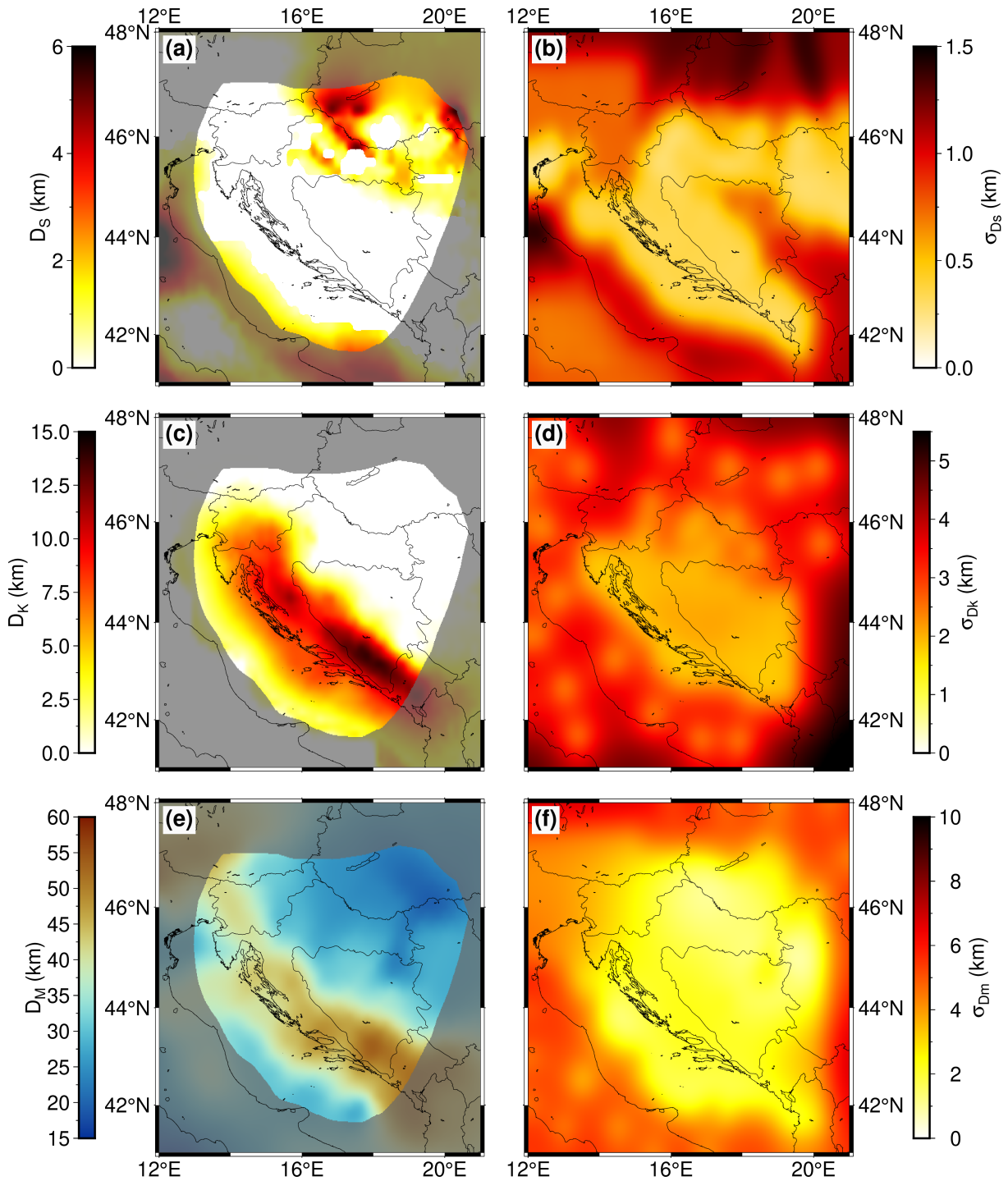
Budući da je model centriran na područje Dinarida, gdje se najgornji dio kore sastoji uglavnom od paleozojsko-eocenskog kompleksa karbonatnih stijena, za većinu modela debljina neogenskih sedimenata je zanemariva. Oni imaju značajne debljine u području istočno i sjeveroistočno od Dinarida (u Panonskom bazenu) gdje dosežu i 4 km. Područja s najdebljim neogenskim sedimentima su Savska i Dravska depresija, vidljive na slici 4.1a kao dva crvena pojasa (Dravska depresija je nešto dublja).

Prostorna razdioba karbonatnih stijena (prikazanim na slici 4.1c) gotovo je zrcalna slika prostorne razdiobe neogenskih sedimenata. U Panonskom bazenu, gdje su neogenski sedimenti

najdeblji, karbonati su vrlo tanki, gotovo zanemarivi, i obrnuto – u području Dinarida, gdje je karbonatni kompleks stijena najdeblji nema izraženih neogenskih sedimenata. Debljina karbonata je veća od 5 km u sjevernom dijelu Vanjskih Dinarida, a prema jugu duž smjera pružanja Dinarida postaje još deblja (doseže debljinu i veću od 15 km u južnom dijelu planinskog lanca). Prema Jadranskom moru, debljina karbonata smanjuje se prema jugozapadu, ali to bi mogla biti i posljedica nedostatka podataka, a ne nužno stvarno svojstvo kore u tom dijelu modela.

Najveće dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta su u jugoistočnom dijelu Dinarida, gdje dosežu vrijednosti i veće od 45 km (slika 4.1e). Prema sjeverozapadu, duž smjera pružanja Vanjskih Dinarida, diskontinuitet postaje sve plići i dolazi do dubina od oko 40 km. U jugozapadnom dijelu Panonskog bazena debljina kore je između 20 i 30 km, i postaje sve tanja prema istoku. U Jadranskom moru (barem u dijelu koji je obuhvaćen ovim modelom), Mohorovičićev diskontinuitet je plići nego u Dinaridima, ali dublji nego u jugozapadnom dijelu Panonskog bazena, s debljinama između 30 i 35 km. U prijelaznom području između Jadranskog mora i Dinarida, promjena dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta je postupna, dok je u prijelaznom području između Dinarida i jugozapadnog dijela Panonskog bazena ta promjena relativno nagla.

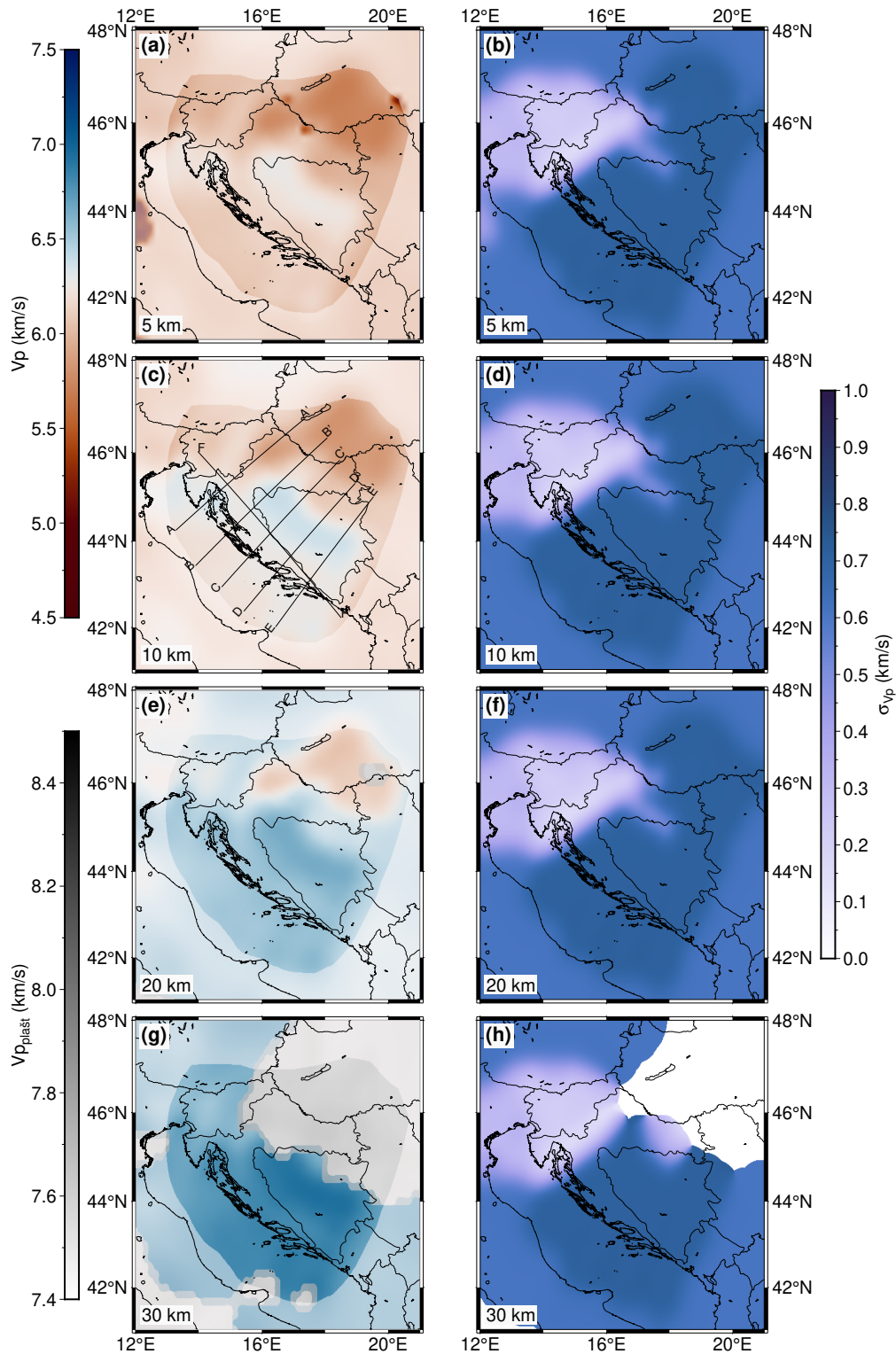
Na desnoj strani slike 4.1 prikazane su pogreške dubina granica između definiranih slojeva. Značajan doprinos pogreški dolazi od same interpolacije, te se na tim slikama jasno vide područja na kojima je bilo dostupno manje ulaznih podataka. Pogreška dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta je na širem području Dinarida malena. Što se tiče neogenskih sedimenata, područje s većom pogreškom je istočni dio Unutarnjih Dinarida, gdje je bilo dostupno manje podataka o debljinama neogenskih sedimenata. S druge strane, za to područje je poznato da se tamo nalaze izdanci osnovne stijene koja se uglavnom sastoji od slabo metamorfiranih paleozojsko-mezozojskih formacija s tankim slojem mezozojskog karbonatnog kompleksa stijena (npr. Schmid et al., 2008), te su neogeni sedimenti ovdje zanemarivi. U slučaju karbonatnog kompleksa stijena, područje s manje preciznim rezultatima nalazi se u sjeveroistočnom dijelu istraživanog područja (granica između Dinarida, Panonskog bazena i istočnih Alpa) – uzrok tome je nedostatak informacija o debljinama karbonata jer su oni na tom dijelu prekriveni debelim slojem neogenskih sedimenata.



Slika 4.1: Dubine granica između definiranih slojeva za početni 3D model seizmičkih brzina s pripadajućim pogreškama za (a) dubinu podine neogenskih sedimenata D_S i (b) njena pogreška σ_{D_S} , (c) dubinu podine kompleksa karbonatnih stijena D_K i (d) njena pogreška σ_{D_K} , (e) dubinu Mohorovičićeva diskontinuiteta D_M i (f) njena pogreška σ_{D_M} .

Razdioba seizmičkih brzina putovanja P-valova u modelu prikazana je na lijevoj strani slike 4.2 na četiri dubine (5 km, 10 km, 20 km i 30 km). Na dubini od 5 km (slika 4.2a), brzina P-valova je oko 6 km s^{-1} u većem dijelu Vanjskih Dinarida. Budući da za karbonatne stijene nije bila dostupna neovisna procjena brzina, karbonatni kompleks stijena ne možemo vidjeti kao odvojeni sloj gledajući samo razdiobu brzina. U području sjeverozapadne Hrvatske brzina na 5 km dubine je nešto manja (malo manja od 6 km s^{-1}) nego u ostatku modela. Na dubini od 10 km (slika 4.2c) vrijednosti brzina u sjeverozapadnoj Hrvatskoj znatno su manje nego u ostatku modela, s vrijednostima oko 6 km s^{-1} . U području Unutarnjih Dinarida, vrijednosti brzina putovanja P-valova na dubini od 10 km su nešto više nego u Vanjskim Dinaridima i u kori ispod Jadranskog mora. Teško je procijeniti radi li se o stvarnom svojstvu kore ili je to posljedica veće pogreške u tom dijelu modela – naime, ovdje su ulazne brzine procijenjene iz vrijednosti gustoća iz gravimetrijskih profila, jer nisu bile dostupne nikakve druge informacije koje bi se mogle povezati s vrijednostima seizmičkih brzina. Slična situacija se može uočiti i na slici 4.2e na dubini od 20 km. Na ovoj dubini, vrijednosti brzina u JZ Panonskom bazenu dosežu vrijednosti veće od 6 km s^{-1} , dok su vrijednosti brzina u Dinaridima ponovno veće (posebno u dijelu Unutarnjih Dinarida) nego u ostatku istraživanog područja, s vrijednostima većima od 6.5 km s^{-1} . U donjem dijelu kore na dubini od 30 km (slika 4.2g) u središnjem dijelu Dinarida vrijednosti brzina P-valova dosežu iznose od 7 km s^{-1} . Na istoj slici vrijednosti brzina u plaštu su prikazane u sivoj skali, budući da su vrijednosti brzina u kori i plaštu značajno različite. Varijacije brzina u kori bolje se vide na profilima koji presijecaju Dinaride (npr. slika 4.3f). Na dubini od 30 km, iznosi brzina su mnogo veći u južnom dijelu Vanjskih Dinarida i ispod Jadranskog mora nego u sjevernom dijelu Vanjskih Dinarida. Seizmičke brzine u plaštu prikazane na slikama 4.2 i 4.3 nisu procijenjene u okviru ovog istraživanja, nego su preuzete iz rada Belinić et al. (2021) procjenom iz njihovog modela S-brzina korištenjem standardnog omjera P- i S-brzina za gornji plašt ($V_P/V_S = 1.73$).

Na slici 4.2 su također prikazane procijenjene pogreške brzine P-valova za četiri dubine: 5 km, 10 km, 20 km i 30 km. Procijenjene pogreške su najniže na području modela gdje je za ulazni podatak korišten NAC (Magrin & Rossi, 2020) i u područjima gdje su bili dostupni podaci iz seizmičkih profila (Brückl et al., 2007; Šumanovac et al., 2009). Razdioba pogrešaka je očekivana, budući da su navedeni modeli najkvalitetniji izvor podataka o brzinama P-valova. Najveće procijenjene pogreške su u području modela gdje su kao ulazni podatak korišteni gravimetrijski profili (Šumanovac, 2010).



Slika 4.2: Presjeci modela brzina P-valova u inicijalnom modelu po dubini i pripadne pogreške za dubine od 5 km (a i b), 10 km (c i d), 20 km (e i f) i 30 km (g i h). U panelu (e) su prikazane lokacije profila koji presijecaju Dinaride, a koji su prikazani na slici 4.3. Područja gdje je preciznost brzina manja su prikazana u blijedim nijansama, a siva skala boja se odnosi na brzine u plaštu.

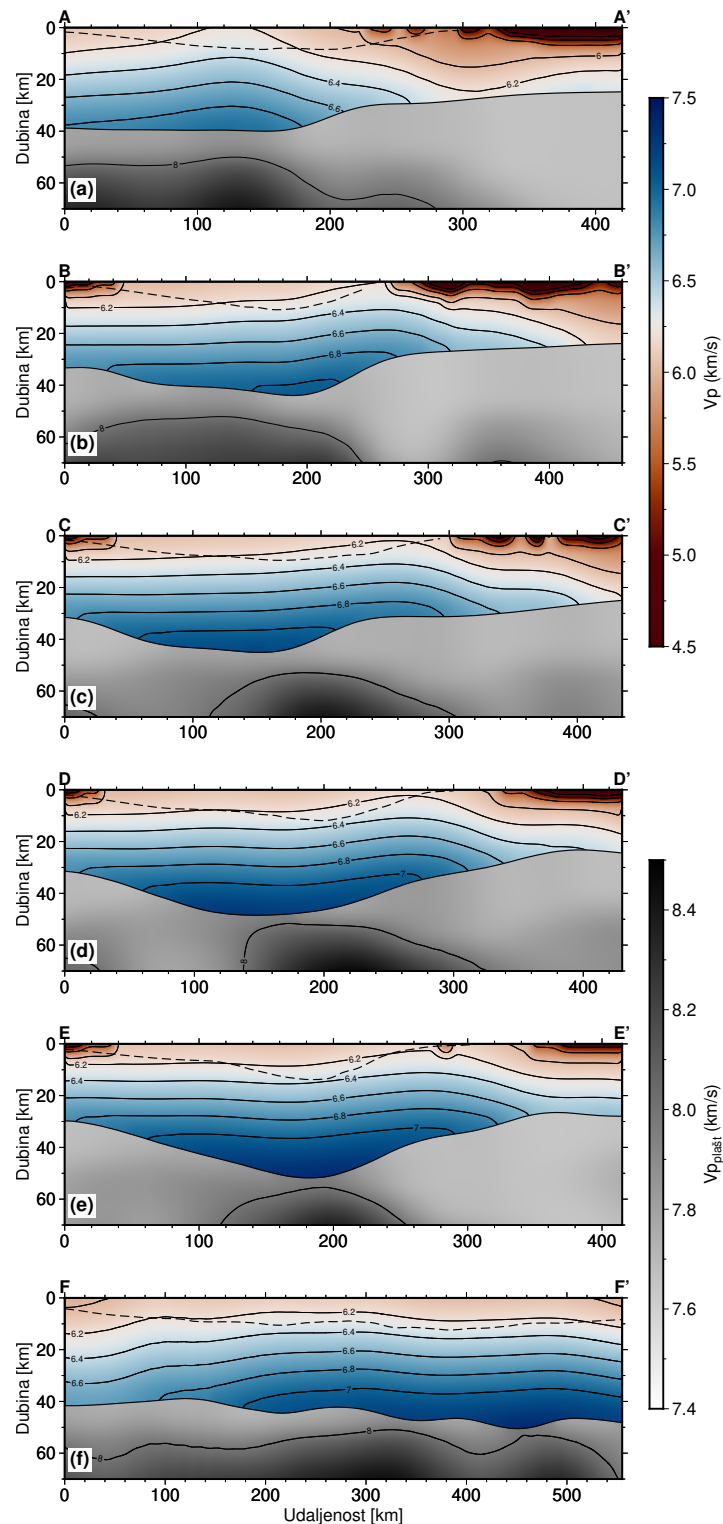
Slika 4.3 prikazuje varijacije V_P po dubini duž vertikalnih presjeka koji presijecaju Dinaride približno okomito na smjer pružanja, te jedan presjek (FF') duž smjera pružanja Dinarida. Lokacije svih profila prikazane su na slici 4.2c. Profil AA' (slika 4.3a) prolazi kroz Dinaride u sjevernom dijelu. Najveća debljina kore na ovom profilu (oko 40 km) najmanja je od svih prikazanih profila. Na udaljenosti od oko 270 km, profil ulazi u JZ Panonski bazen, što se jasno vidi kao stanjivanje kore (debljina između 20 i 30 km) i također se pojavljuje sloj neogenskih sedimenata karakteriziranog smanjenom brzinom P-valova. Podina kompleksa karbonatnih stijena je prikazana isprekidanom linijom, ali se ne može prepoznati samo iz vrijednosti brzina P-valova. Općenito, vrijednosti brzina u dijelu profila koji presijeca Dinaride veće su nego u dijelu profila koji presijeca Panonski bazen. Brzina V_P se postupno povećava s dubinom te doseže vrijednosti od oko $6.7 - 7.0 \text{ km s}^{-1}$ u najdubljem dijelu kore, s iznimkom u JZ Panonskom bazenu, gdje je V_P iznad Mohorovičićeva diskontinuiteta nešto manja, oko 6.5 km s^{-1} .

Najveća debljina kore na profilu BB' (slika 4.3b) je nešto veća nego na profilu AA', i iznosi malo više od 40 km u području Vanjskih Dinarida. Mohorovičićev diskontinuitet je plići u području ispod Jadranskog mora (prvih 50 km profila) te u području Unutarnjih Dinarida (nakon oko 220 km udaljenosti). Na samom kraju profila, koji već ulazi u JZ Panonski bazen, uočava se slično svojstvo kao na profilu AA': tanja kora i nešto manja V_P iznad Mohorovičićeva diskontinuiteta nego u ostatku profila. Dubina sloja stijena karbonatnog kompleksa, označena isprekidanom linijom, u većem dijelu profila koincidira sa izolinijom brzine vrijednosti 6.3 km s^{-1} . To se može opaziti i na profilima CC' i DD'.

Profil CC' (slika 4.3c) prolazi kroz Dinaride u njihovom središnjem dijelu. Najveća dubina Mohorovičićevog diskontinuiteta u ovom je dijelu gotovo 50 km. Profil doseže JZ Panonski bazen samo u zadnjih 100 km, ali zato obuhvaća većinu Unutarnjih Dinarida. Stijene karbonatnog kompleksa uniformne su debljine u dijelu profila koji obuhvaća Dinaride (nakon prvih 100 km, koji prolazi kroz područje ispod Jadranskog mora). Kora je najdeblja u području Vanjskih Dinarida i stanjuje se prema Jadranskom moru i Unutarnjim Dinaridima. U ovom središnjem dijelu Dinarida opažene su i nešto veće V_P u dubljim dijelovima kore, $7.0 - 7.2 \text{ km s}^{-1}$. U području Unutarnjih Dinarida (između 250 i 300 km od početka profila) V_P iznad Mohorovičićeva diskontinuiteta je nešto manja nego ispod Vanjskih Dinarida, oko $6.7 - 7.0 \text{ km s}^{-1}$. Kao i u prijašnjim profilima, u JZ Panonskom bazenu brzina iznad diskontinuiteta još je niža nego u području Unutarnjih Dinarida. Slično kao i za profil BB', podina karbonatnog kompleksa stijena koincidira s vrijednostima brzina oko $6.2 - 6.3 \text{ km s}^{-1}$, osim na samom početku profila (prvih 50 km).

Profili DD' i EE' (slika 4.3d i 4.3e) sijeku Dinaride u njihovom južnom dijelu. Ovdje debljina kore premašuje i 50 km. Također, V_P u donjem dijelu kore u ovom dijelu Dinarida je

najveća, s vrijednostima od gotovo 7.5 km s^{-1} . Veće vrijednosti debljine kore i promjena brzina u njoj još se bolje vide na profilu FF' (slika 4.3f) koji se pruža gotovo paralelno sa smjerom pružanja Dinarida, od sjeverozapada prema jugoistoku. Na ovom profilu očituje se povećanje dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta od oko 40 km u sjevernom dijelu do više od 50 km u južnom dijelu Dinarida. Također, brzina P-valova u donjem dijelu kore, tik iznad Mohorovičićeva diskontinuiteta, povećava se duž Dinarida od oko 7.0 km s^{-1} na sjeverozapadnom dijelu do gotovo 7.5 km s^{-1} u jugoistočnom dijelu. Sličan trend opažen je i u slučaju V_p u središnjem dijelu kore (20 – 25 km dubine) – V_p je nešto manji u sjeverozapadnom dijelu profila, malo veći od 6.5 km s^{-1} , i povećava se prema jugoistoku gdje postiže vrijednosti od oko 7 km s^{-1} .



Slika 4.3: Vertikalni profili (naznačeni na slici 4.2) kroz početni 3D model koji presijecaju Dinaride: (a) AA', (b) BB', (c) CC', (d) DD', (e) EE', (f) FF'. Pune linije su izolnije brzine V_P koje su prikazane dvjema ljestvicama bolja: od crvene do plave za V_P u kori i sivim nijansama za brzine u plaštu. Dubina podine karbonatnog kompleksa stijena određena iz geoloških podataka označena je isprekidanom linijom.

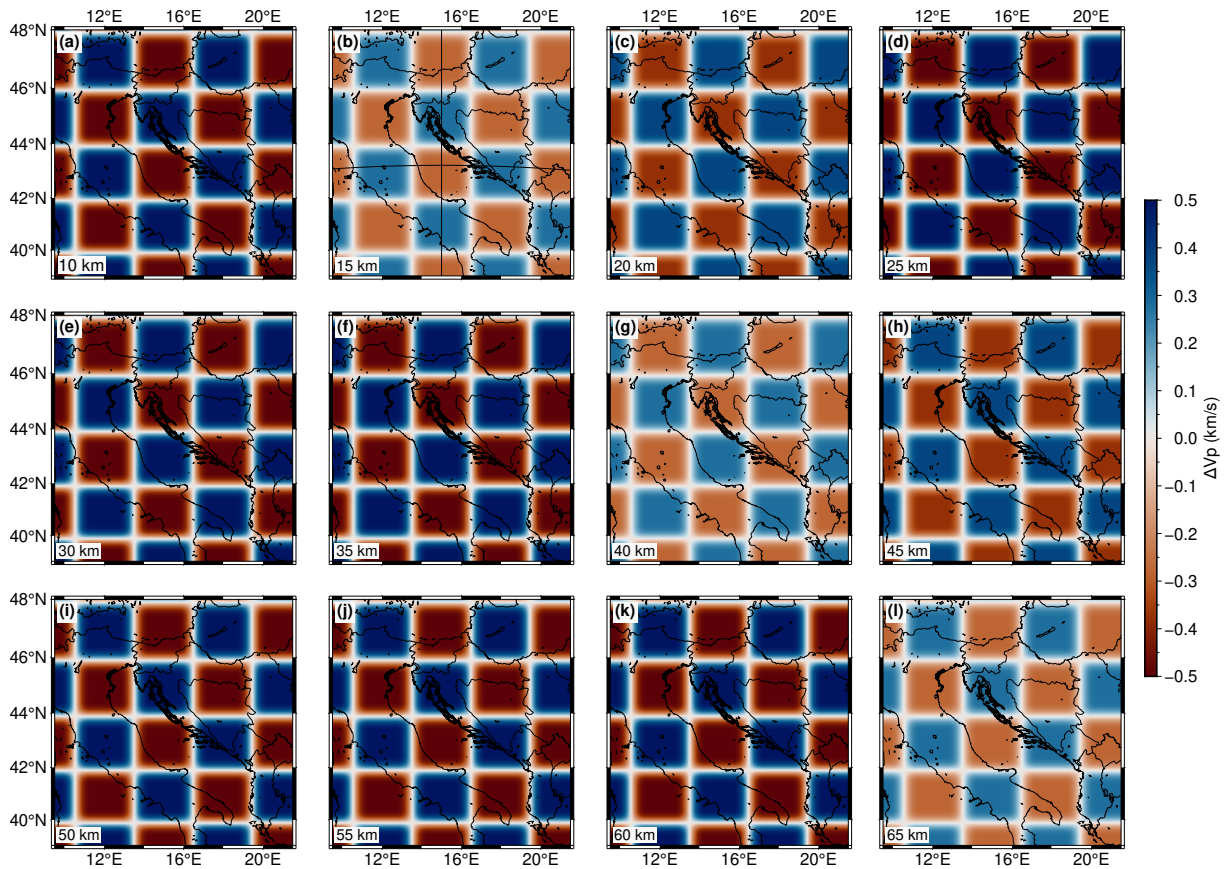
4.2 Sintetički testovi

Standardni test rezolucije je takozvani *checkerboard* test. Dizajn *checkerboard* modela je subjektivan i jako ovisi o razdiobi stanica i izvora te kojim putem su zrake putovale između njih. Za testiranje rezolucije korišteno je nekoliko varijanti, tako da su u svakom testu mijenjane prostorne veličine korištenih anomalija. U svim slučajevima, pozadinski model (na koji su superponirani pravilno izmjenjujući uzorci pozitivnih i negativnih anomalija) bio je isti. Mohorovičićev diskontinuitet je definiran kao ravna ploha na dubini od 32 km (što je dubina koja se dobije usrednjavanjem njegovih dubina iz početnog modela kore prezentiranog u potpoglavlju 4.1). Za brzine korišten je relativno jednostavan 1D model u kojem se brzine linearno povećavaju s dubinom. Brzine variraju od 5.5 km s^{-1} pri površini do 8.5 km s^{-1} na dubini od 85 km, koja je postavljena kao donja granica modela. Iznosi anomalija u svim su iteracijama bili jednaki i iznosili su $\pm 0.5 \text{ km s}^{-1}$ u odnosu na pozadinski model.

Kod izrade testa rezolucije, prvo se kreira ulazni model s *checkerboard* uzorkom superponiranim na pozadinski model. Za taj model se korištenjem paketa FMTOMO (Rawlinson et al., 2006; de Kool et al., 2006) izračunaju vremena putovanja zraka za raspored stanica i hipocentara potresa koji su dostupni. Izračunata vremena putovanja onda se koriste kao ulazni podatak za tomografiju u kojoj je ulazni model brzina pozadinski model. Iz modela brzina koji se dobije inverzijom (ovdje je korišteno šest iteracija) te iz toga koliko dobro su uočljive anomalije za koje su izračunata vremena putovanja u prvom koraku, zaključuje se kolika je rezolucija modela koji će se dobiti inverzijom stvarnih vremena nailazaka. Prilikom inverzije dubina Mohorovičićeva diskontinuiteta držana je fiksnom. Na primjer, ako smo kreirali model s ćelijama veličine $200 \text{ km} \times 200 \text{ km}$, i ćelije su dobro vidljive u invertiranom modelu, logično je zaključiti da su to dimenzije anomalija koje se mogu razlučiti i invertiranjem realnih vremena putovanja sa zadanim rasporedom stanica i hipocentara.

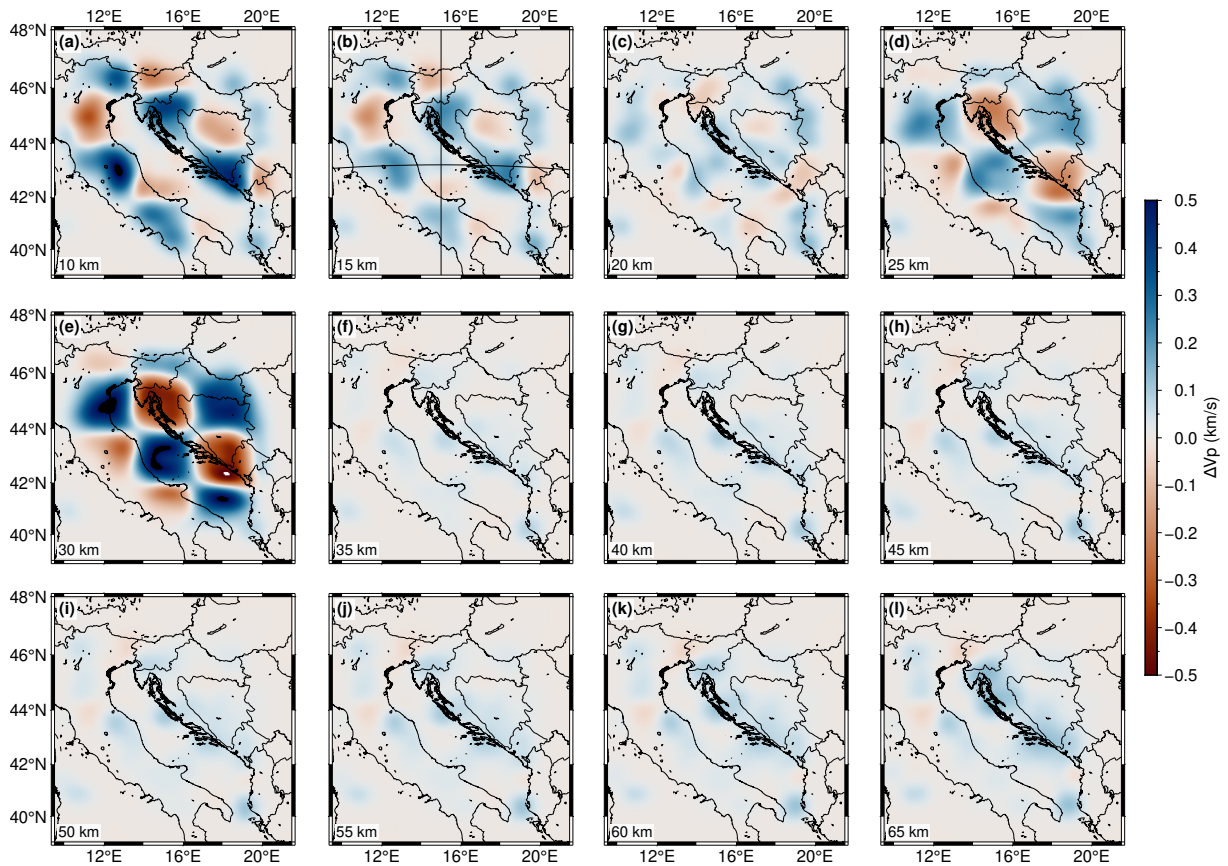
4.2.1 Prvi test – ćelije veličine $250 \text{ km} \times 250 \text{ km} \times 25 \text{ km}$

U prvom testu rezolucije, korištene su anomalije dimenzija od $250 \text{ km} \times 250 \text{ km} \times 25 \text{ km}$. Ulazni model je prikazan na slici 4.4 za 12 dubina.



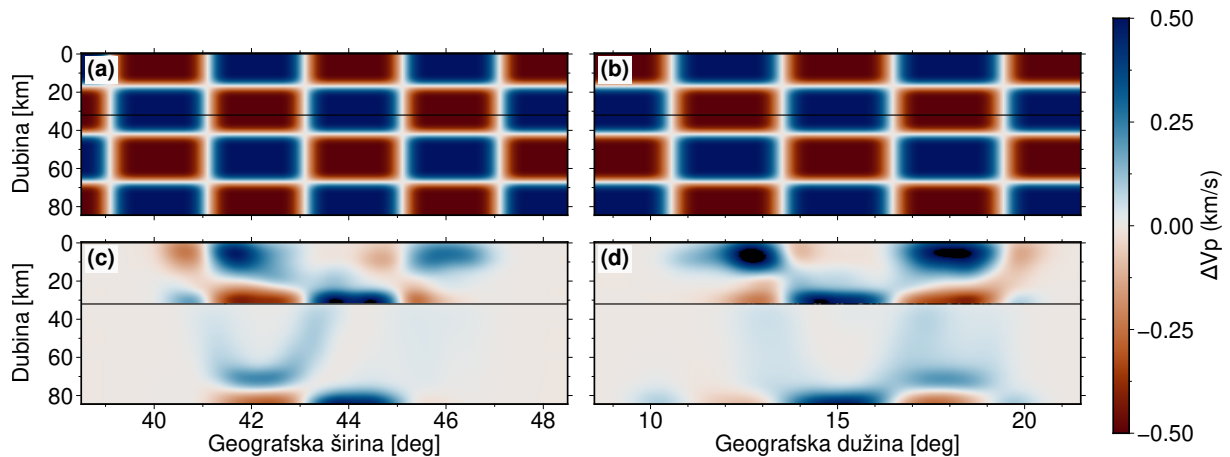
Slika 4.4: Ulazni *checkerboard* model na dubinama od (a) 10 km, (b) 15 km, (c) 20 km, (d) 25 km, (e) 30 km, (f) 35 km, (g) 40 km, (h) 45 km, (i) 50 km, (j) 55 km, (k) 60 km i (l) 65 km. Na slici (b) je prikazana i lokacija vertikalnih presjeka prikazanih na slici 4.6.

Invertirani model je prikazan na slici 4.5 za iste dubine kao i inicijalni model na slici 4.4. Uzorak je jako dobro reproduciran u cijeloj kori. U plaštu je uzorak generalno lošije reproduciran, iako se horizontalne dimenzije *checkerboard* uzoraka još uvijek vide. Uočava se, međutim, da su iznosi reproduciranih brzina manji od onih koji su bili u inicijalnom modelu. Vertikalno je uzorak jako razmazan. Generalno su pozitivne anomalije jasnije u plaštu od negativnih.



Slika 4.5: Invertirani *checkerboard* model na dubinama od (a) 10 km, (b) 15 km, (c) 20 km, (d) 25 km, (e) 30 km, (f) 35 km, (g) 40 km, (h) 45 km, (i) 50 km, (j) 55 km, (k) 60 km i (l) 65 km. Na slici (b) je prikazana i lokacija vertikalnih presjeka prikazanih na slici 4.6.

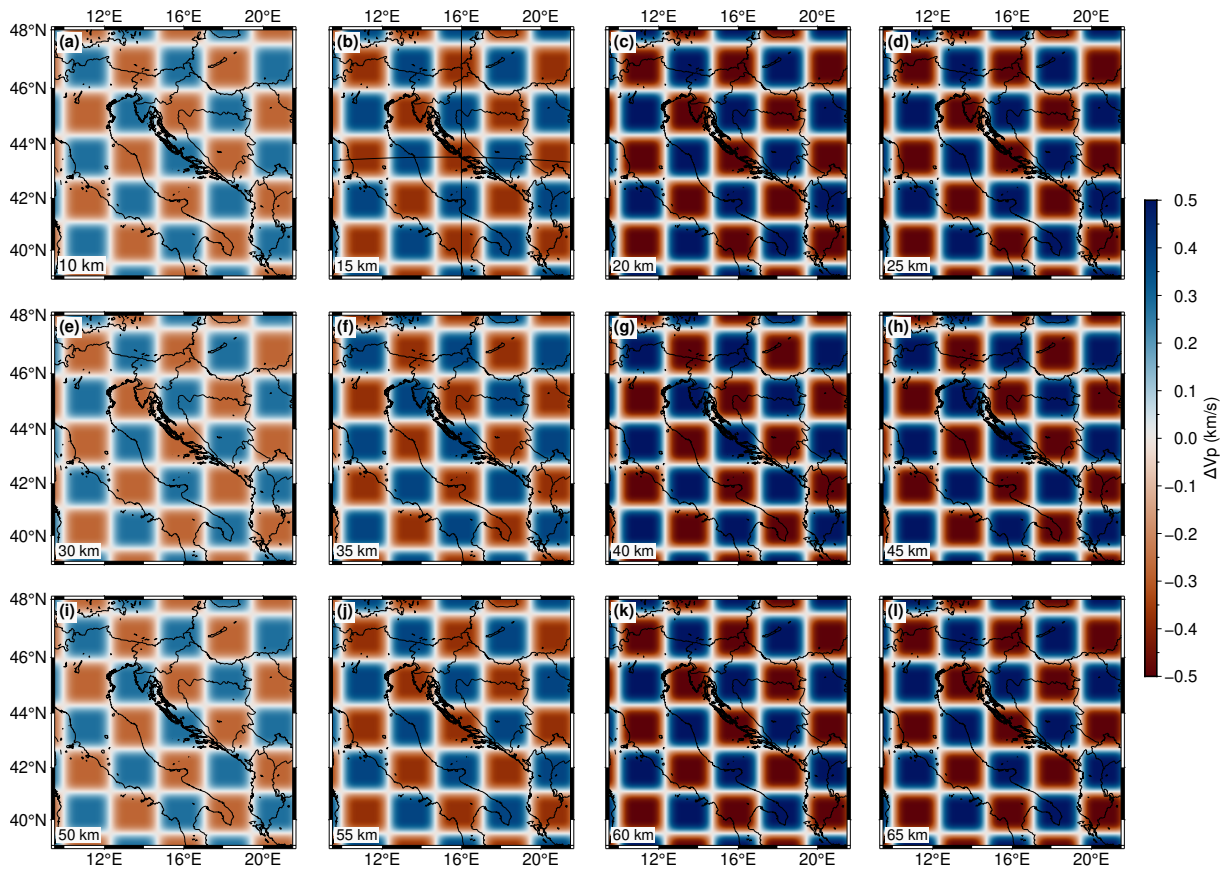
Razmazanost reproduciranog uzorka vidljivija je na vertikalnim presjecima. Odabrana su dva profila, koja idu u smjeru sjever – jug (lijeva strana slike 4.6) duž meridijana 15.0°E i istok – zapad (desna strana slike 4.6) duž paralele na 43.0°N, a koja su locirana tako da prolaze približno sredinom anomalija u inicijalnom modelu. Generalna opažanja o vertikalnoj razmazanosti uzorka ovdje su još izraženije.



Slika 4.6: Vertikalni presjeci preko *checkerboard* modela brzina putovanja P-valova: (a) inicijalni model u smjeru sjever – jug duž meridijana 15.0°E ; (b) inicijalni model u smjeru istok – zapad duž paralele 43.0°N ; (c) invertirani model u smjeru sjever – jug; (d) invertirani model u smjeru istok – zapad.

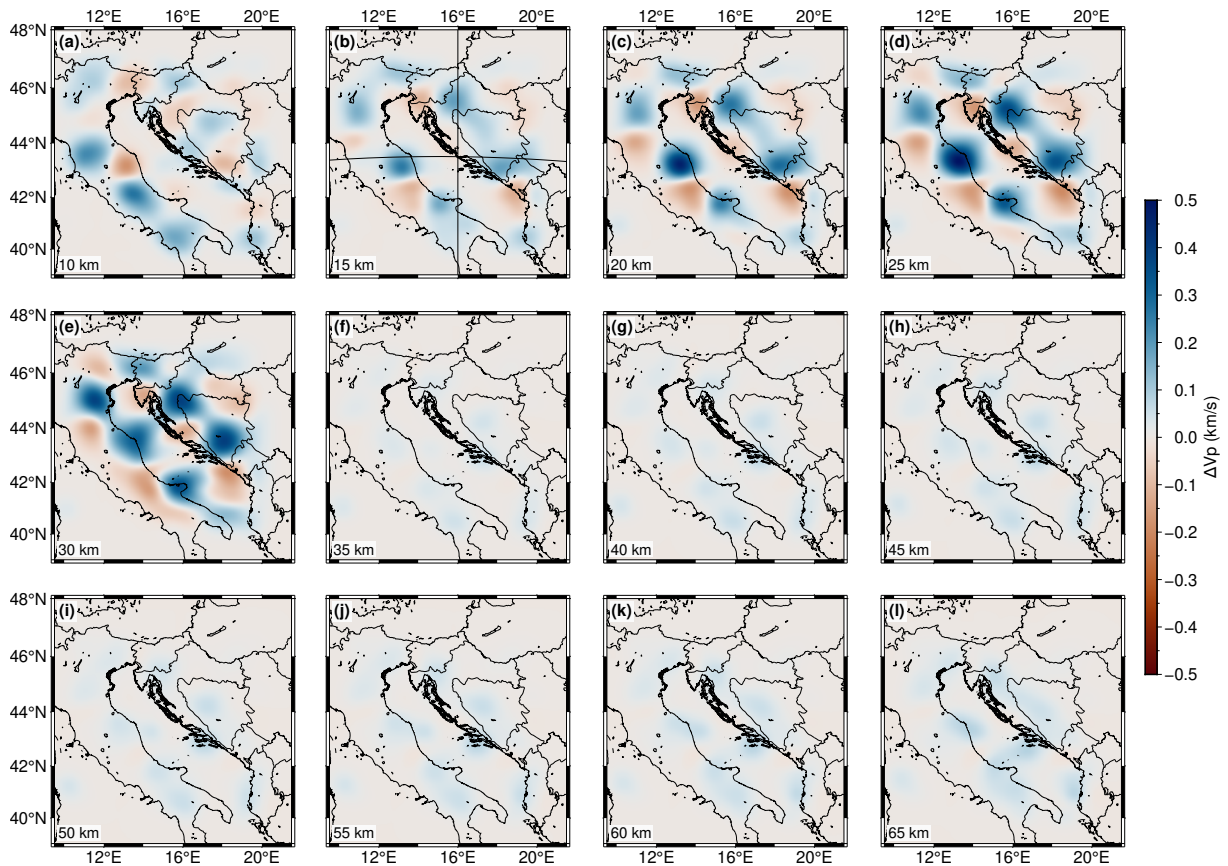
4.2.2 Drugi test – ćelije veličine $200\text{ km} \times 200\text{ km} \times 20\text{ km}$

U drugom testu, korišten je isti pozadinski model, ali su ovaj put korištene anomalije brzina manjih dimenzija: $200\text{ km} \times 200\text{ km} \times 20\text{ km}$. Ulazni model s *checkerboard* uzorkom prikazan je na slici 4.7. Ponovno su odabrana dva presjeka, jedan u smjeru sjever – jug duž meridijana 16.0°E i jedan u smjeru istok – zapad duž paralele 43.3°N (lokacije prikazane na slici 4.7b). Reproducirani model je prikazan na slici 4.8.

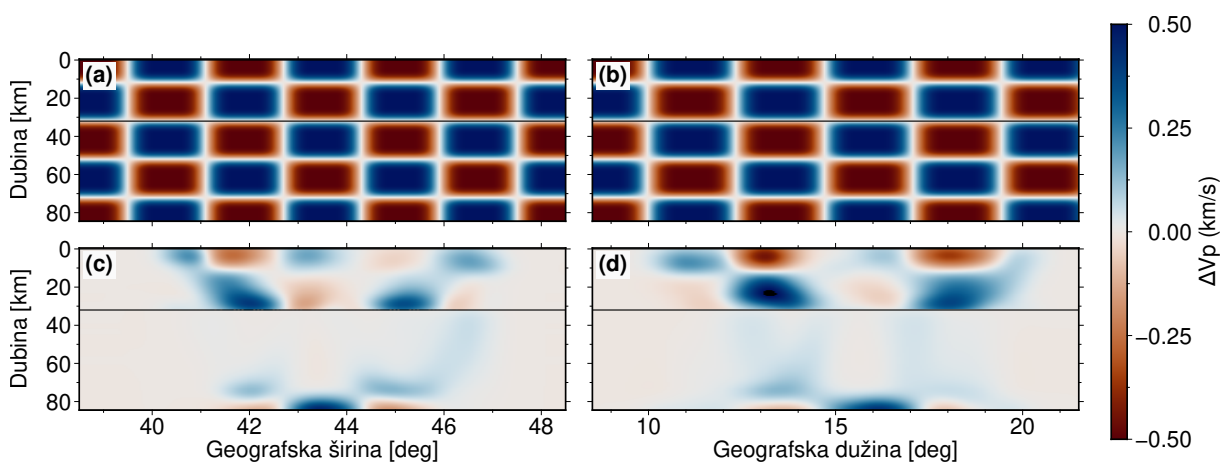


Slika 4.7: Ulazni *checkerboard* model na dubinama od (a) 10 km, (b) 15 km, (c) 20 km, (d) 25 km, (e) 30 km, (f) 35 km, (g) 40 km, (h) 45 km, (i) 50 km, (j) 55 km, (k) 60 km i (l) 65 km. Na slici (b) je prikazana i lokacija vertikalnih presjeka prikazanih na slici 4.9.

I u ovoj iteraciji je uzorak jako dobro reproduciran u kori i to po cijeloj njenoj dubini. U plaštu uzorak je reproduciran značajno lošije, iako se na dubinama između 40 km i 60 km barem pozitivne anomalije još naziru u horizontalnoj dimenziji. Na slici 4.9 prikazani su presjeci sjever – jug (duž meridijana 16.0°E) i istok – zapad (duž paralele 43.3°N) na kojima se bolje vidi kako je uzorak reproduciran po dubini. Horizontalne dimenzije uzoraka još se i vide, iako su iznosi brzina slabije reproducirani, a razmazanost po dubini je dosta izražena.



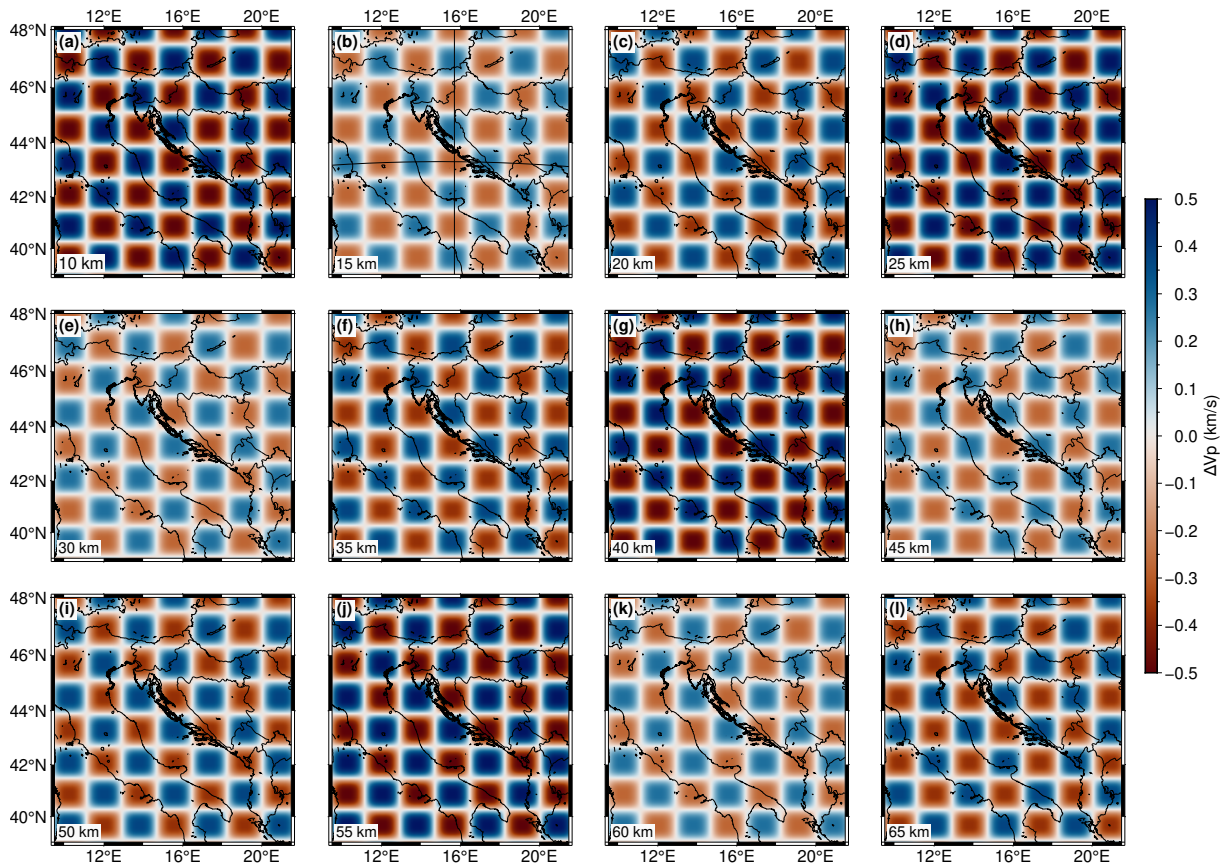
Slika 4.8: Invertirani *checkerboard* model na dubinama od (a) 10 km, (b) 15 km, (c) 20 km, (d) 25 km, (e) 30 km, (f) 35 km, (g) 40 km, (h) 45 km, (i) 50 km, (j) 55 km, (k) 60 km i (l) 65 km. Na slici (b) je prikazana i lokacija vertikalnih presjeka prikazanih na slici 4.9.



Slika 4.9: Vertikalni presjeci preko *checkerboard* modela brzina putovanja P-valova: (a) inicijalni model u smjeru sjever – jug duž meridijana 16.0°E; (b) inicijalni model u smjeru istok – zapad duž paralele 43.3°N; (c) invertirani model u smjeru sjever – jug; (d) invertirani model u smjeru istok – zapad.

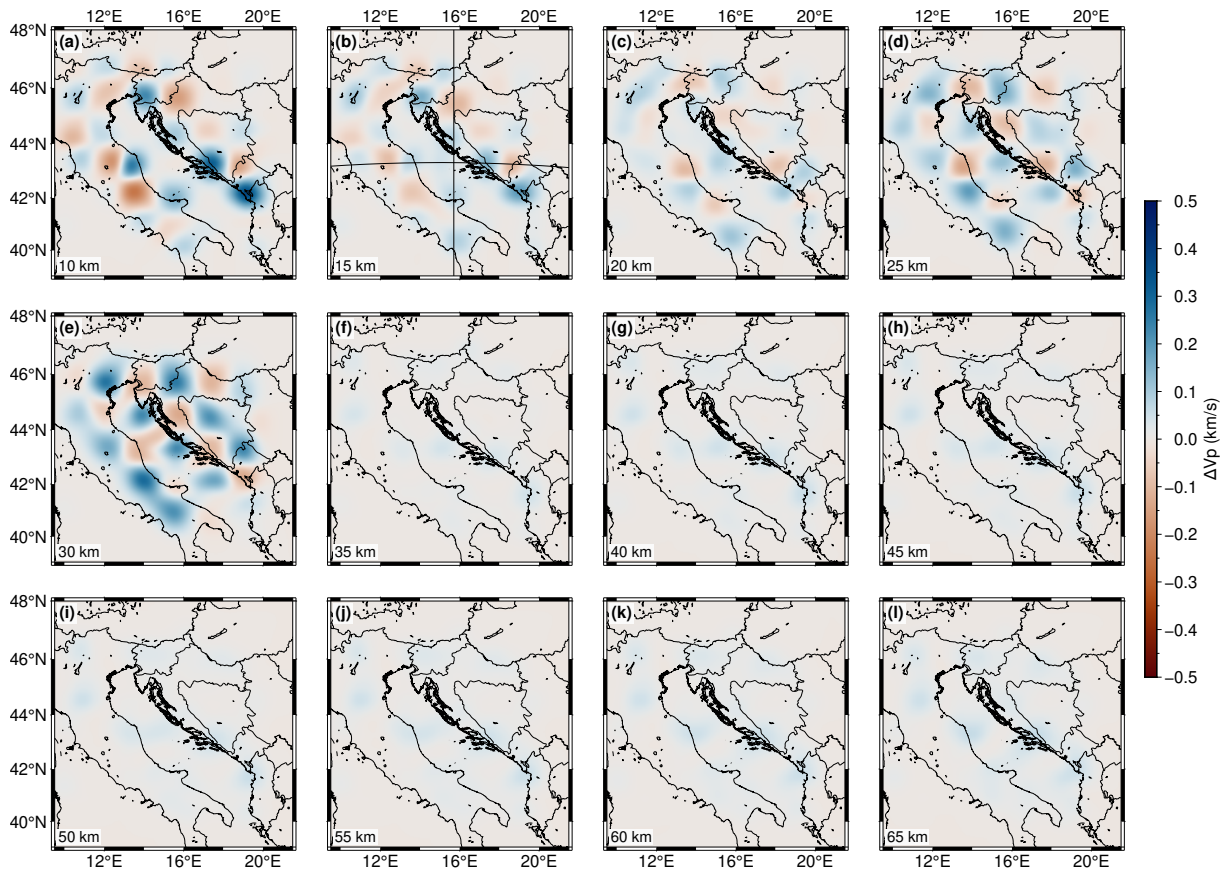
4.2.3 Treći test – ćelije veličine $150 \text{ km} \times 150 \text{ km} \times 15 \text{ km}$

U trećem testu korištene su ćelije još manjih dimenzija: $150 \text{ km} \times 150 \text{ km} \times 15 \text{ km}$. Ulazni model prikazan je na slici 4.10 za 12 dubina.

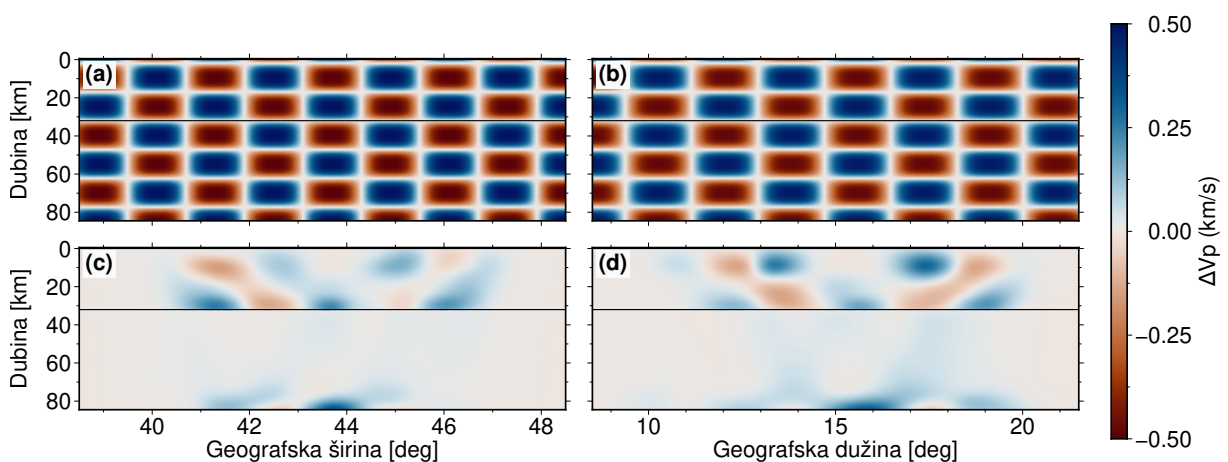


Slika 4.10: Ulazni *checkerboard* model na dubinama od (a) 10 km, (b) 15 km, (c) 20 km, (d) 25 km, (e) 30 km, (f) 35 km, (g) 40 km, (h) 45 km, (i) 50 km, (j) 55 km, (k) 60 km i (l) 65 km. Na slici (b) je prikazana i lokacija vertikalnih presjeka prikazanih na slici 4.12.

Rezultat dobiven inverzijom prikazan je na slici 4.11. Također su ponovno prikazani presjeci kroz model – u smjeru sjever – jug duž meridijana 15.7°E te u smjeru istok – zapad duž paralele 43.1°N (slika 4.12). Ponovno su vrlo slični zaključci i za ovu veličinu anomalija: u kori su vrlo dobro reproducirane po cijeloj dubini. U plaštu su uzorci već toliko razmazani da se ne može govoriti o reprodukciji, iako se vidi da zrake zahvaćaju i dubine od 60 km. Na tim dubinama, ako i postoji kakva anomalija, na ovoj rezoluciji se u rezultatu neće moći jasno razaznati njezina horizontalna dimenzija i eventualni kraći prekidi u njezinoj kontinuiranosti.



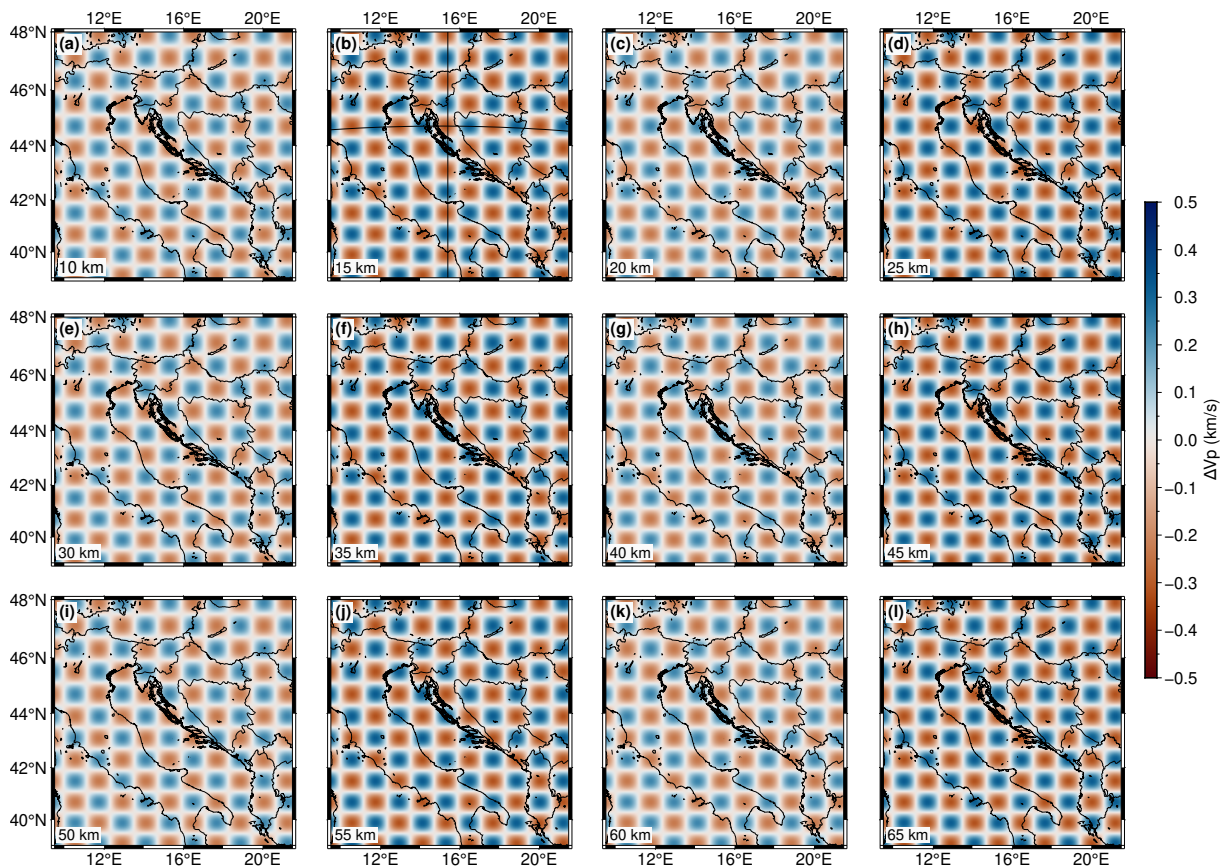
Slika 4.11: Invertirani *checkerboard* model na dubinama od (a) 10 km, (b) 15 km, (c) 20 km, (d) 25 km, (e) 30 km, (f) 35 km, (g) 40 km, (h) 45 km, (i) 50 km, (j) 55 km, (k) 60 km i (l) 65 km. Na slici (b) je prikazana i lokacija vertikalnih presjeka prikazanih na slici 4.12.



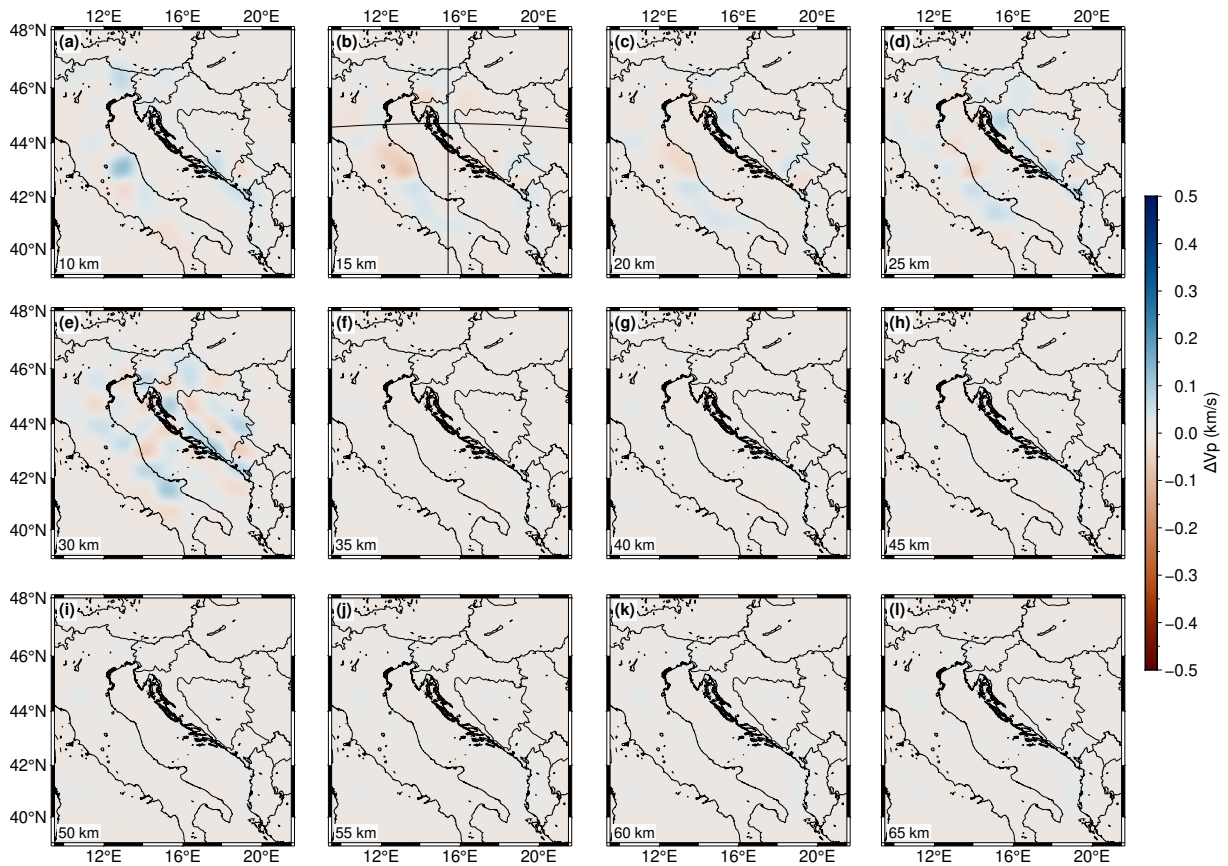
Slika 4.12: Vertikalni presjeci preko *checkerboard* modela brzina putovanja P-valova: (a) inicijalni model u smjeru sjever – jug duž meridijana 15.7°E ; (b) inicijalni model u smjeru istok – zapad duž paralele 43.1°N ; (c) invertirani model u smjeru sjever – jug; (d) invertirani model u smjeru istok – zapad.

4.2.4 Četvrti test – ćelije veličine $100\text{ km} \times 100\text{ km} \times 10\text{ km}$

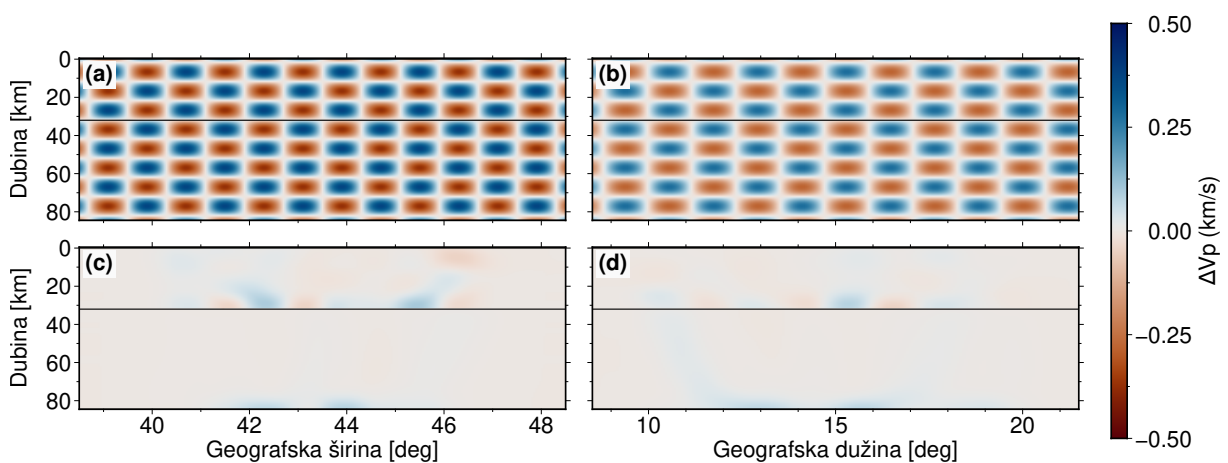
Četvrti test rezolucije koristi najmanje testirane veličine ćelija: $100\text{ km} \times 100\text{ km} \times 10\text{ km}$. Na slici 4.13 prikazan je ulazni model, na slici 4.14 reproducirani model, a na slici 4.15 se nalaze presjeci sjever – jug duž meridijana 15.4°E i istok – zapad duž paralele 44.5°N . Za ove veličine anomalija, u kori se još nazire inicijalni uzorak, ali u plaštu je on u potpunosti razmazan. Što se tiče kore, sigurnije je prilikom interpretacije imati na umu da je rezolucija nešto većih anomalija značajno bolja.



Slika 4.13: Ulazni *checkerboard* model na dubinama od (a) 10 km, (b) 15 km, (c) 20 km, (d) 25 km, (e) 30 km, (f) 35 km, (g) 40 km, (h) 45 km, (i) 50 km, (j) 55 km, (k) 60 km i (l) 65 km. Na slici (b) je prikazana i lokacija vertikalnih presjeka prikazanih na slici 4.15.



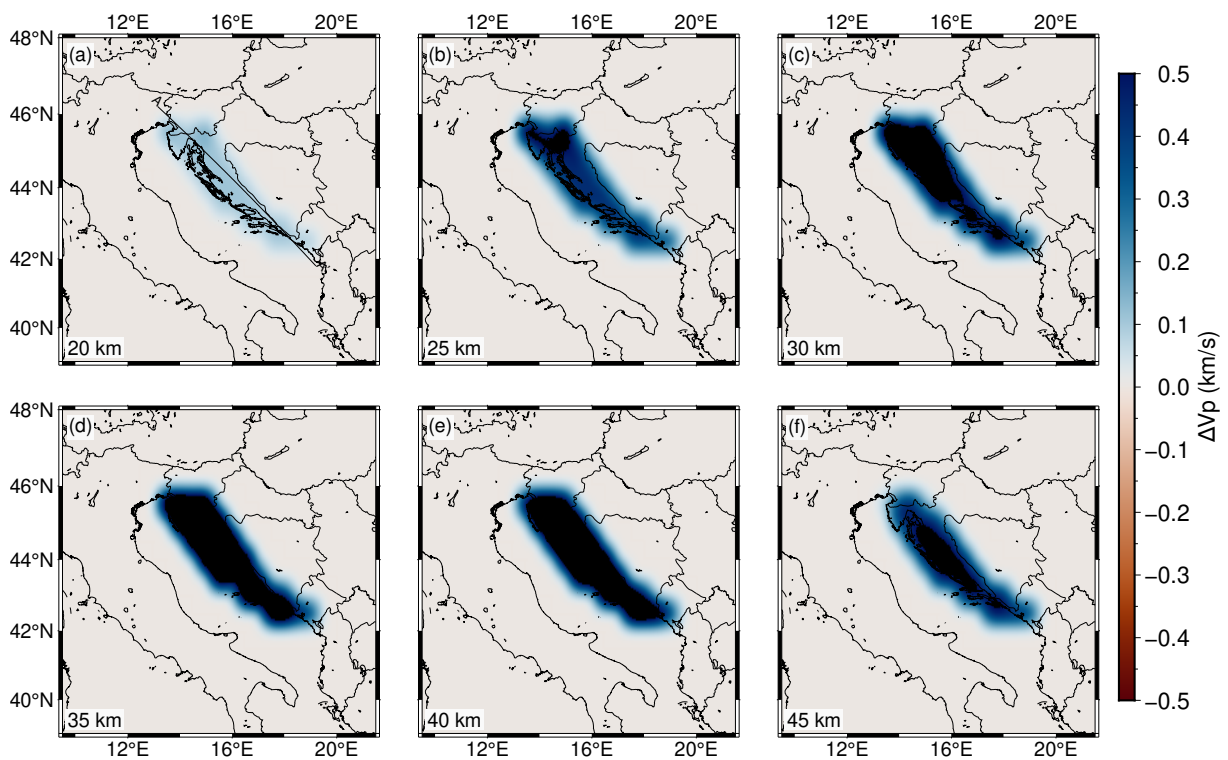
Slika 4.14: Invertirani *checkerboard* model na dubinama od (a) 10 km, (b) 15 km, (c) 20 km, (d) 25 km, (e) 30 km, (f) 35 km, (g) 40 km, (h) 45 km, (i) 50 km, (j) 55 km, (k) 60 km i (l) 65 km. Na slici (b) je prikazana i lokacija vertikalnih presjeka prikazanih na slici 4.15.



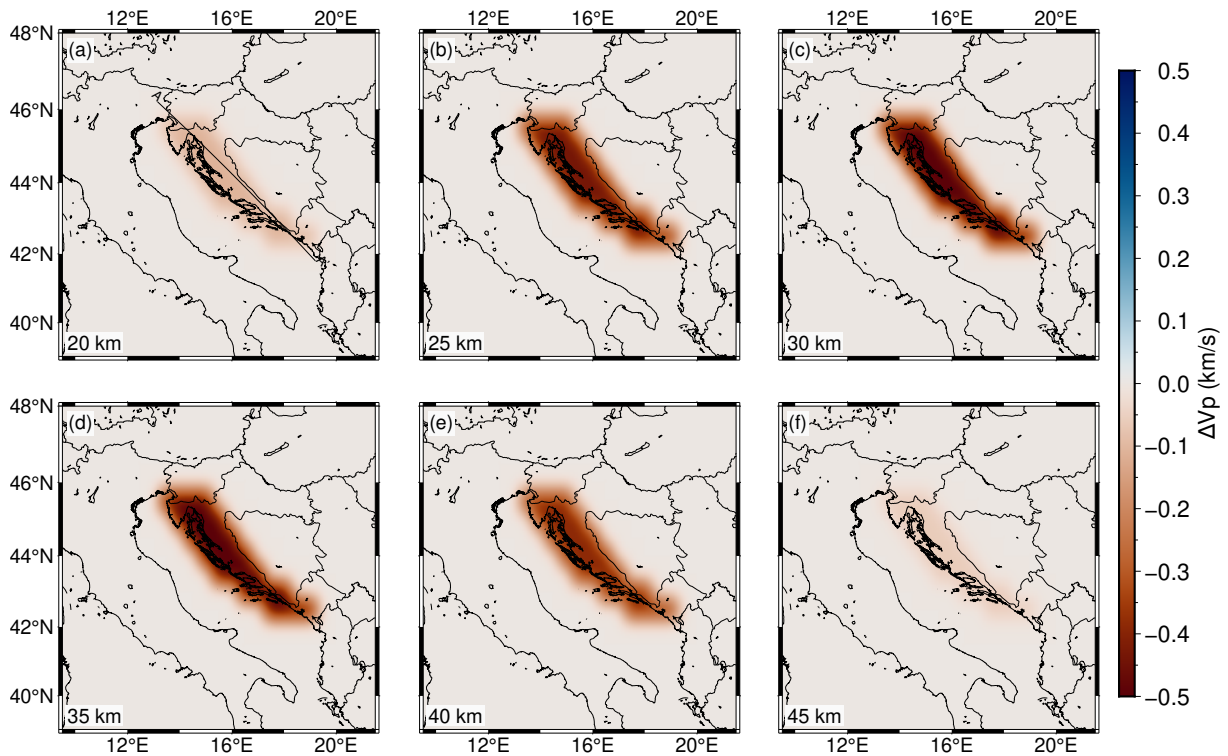
Slika 4.15: Vertikalni presjeci preko *checkerboard* modela brzina putovanja P-valova: (a) inicijalni model u smjeru sjever – jug duž meridijana 15.4°E ; (b) inicijalni model u smjeru istok – zapad duž paralele 44.5°N ; (c) invertirani model u smjeru sjever – jug; (d) invertirani model u smjeru istok – zapad.

4.2.5 Sintetički test s anomalijom brzine na području Dinarida

Uz *checkerboard* testove, napravljena su i dva sintetička testa s kontinuiranim anomalijama ispod Dinarida. Prema rezultatima prijašnjih istraživanja (Piromallo & Morelli, 2003; Molinari & Morelli, 2011; Sun et al., 2019; Belinić et al., 2021) očekuje se postojanje takvih anomalija. U oba slučaja korišten je 1D pozadinski model brzine kakav je korišten i u slučaju *checkerboard* testova. Na taj pozadinski model superponirana je anomalija brzine, u jednom slučaju pozitivna, a u drugom negativna, apsolutne vrijednosti 0.5 km s^{-1} , a koja je obuhvaćala ćelije modela koje se nalaze unutar 10 km od definiranog Mohorovičićevog diskontinuiteta. Ulazni model s pozitivnom anomalijom je prikazan na slici 4.16, a s negativnom anomalijom na slici 4.17, za šest dubina na kojima je vidljiva.

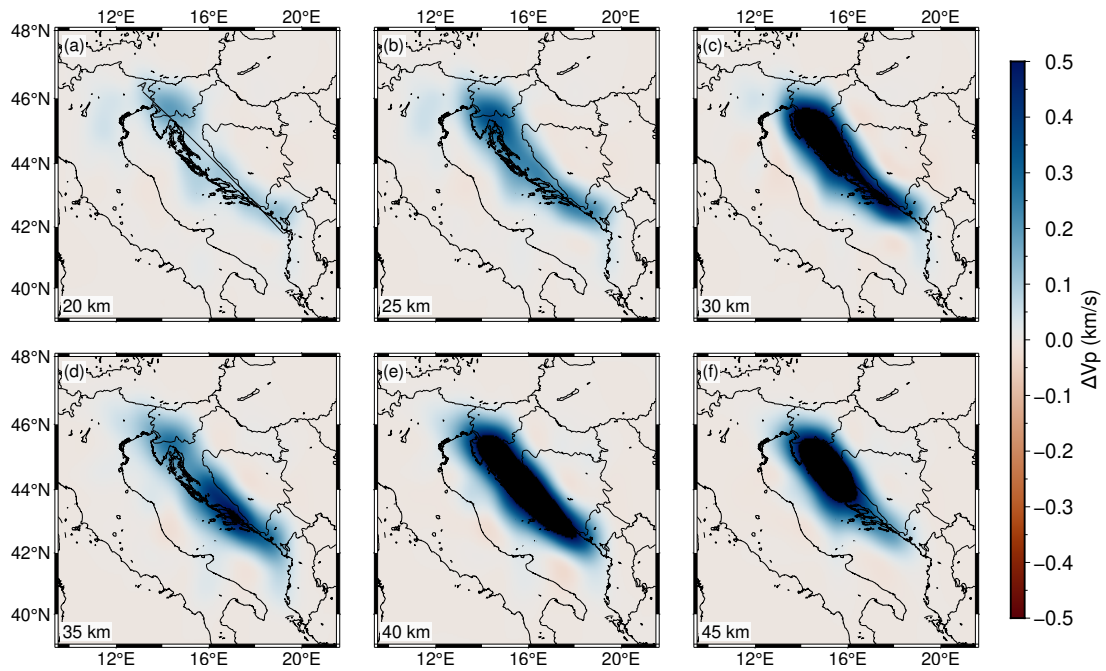


Slika 4.16: Ulazni model brzine putovanja P-valova V_P za sintetički test s pozitivnom anomalijom na dubini od (a) 20 km, (b) 25 km, (c) 30 km, (d) 35 km, (e) 40 km i (f) 45 km. Vrijednosti brzina su relativne u odnosu na pozadinski model (opisan u tekstu). Na slici (a) je prikazana pozicija profila (SZ – JI) prikazanog na slici 4.20.

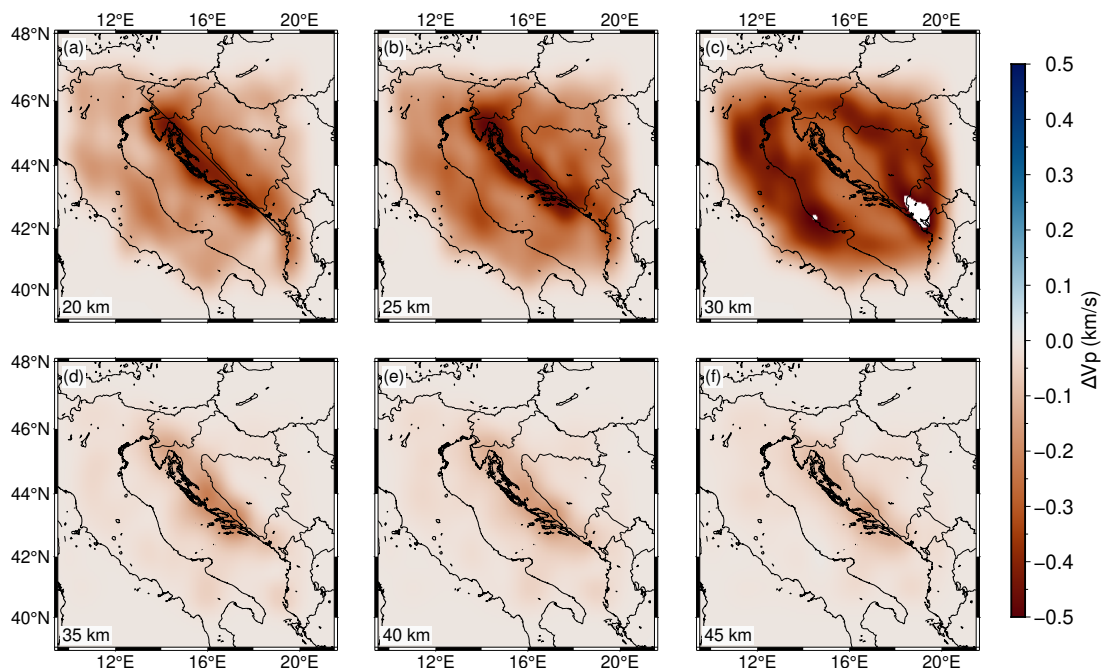


Slika 4.17: Ulazni model brzina putovanja P-valova V_p za sintetički test s negativnom anomalijom na dubini od (a) 20 km, (b) 25 km, (c) 30 km, (d) 35 km, (e) 40 km i (f) 45 km. Vrijednosti brzina su relativne u odnosu na pozadinski model (opisan u tekstu). Na slici (a) je prikazana pozicija profila prikazanog na slici 4.20.

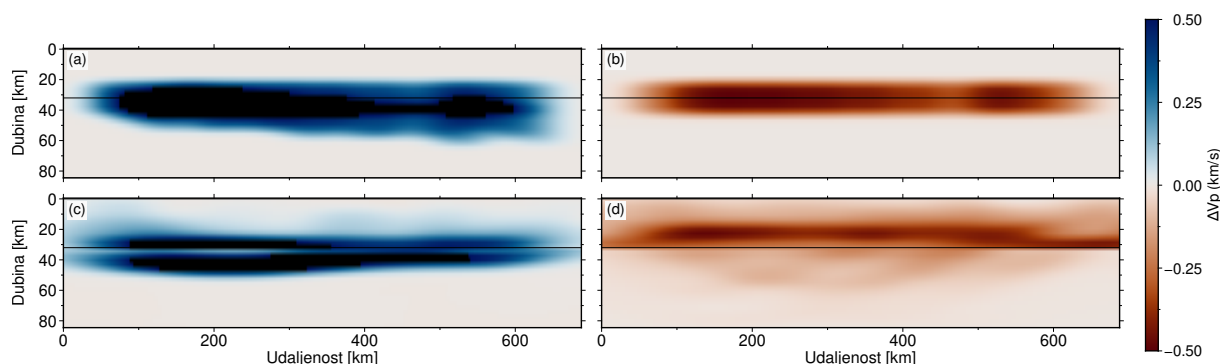
Nakon izračunatih vremena putovanja u inicijalnom modelu, brzine su invertirane, a kao inicijalni model za tu tomografiju korišten je pozadinski model (bez anomalije). Dobiveni invertirani model u slučaju pozitivne anomalije prikazan je na slici 4.18, a u slučaju negativne anomalije na slici 4.19. Na slici 4.20 prikazan je profil koji prolazi sredinom anomalije, za oba tipa anomalije (pozitivnu i negativnu). U ovom sintetičkom slučaju, s izduženom anomalijom, uzorak je izvrsno reproduciran u slučaju pozitivne anomalije. U slučaju negativne anomalije, u kori dolazi do razmazivanja uzorka u horizontalnoj dimenziji, a u plaštu su reproducirane amplitude ponešto smanjene.



Slika 4.18: Invertirani sintetički model model putovanja P-valova s pozitivnom anomalijom brzine na dubini od (a) 20 km, (b) 25 km, (c) 30 km, (d) 35 km, (e) 40 km i (f) 45 km. Vrijednosti brzina su relativne u odnosu na pozadinski model.



Slika 4.19: Invertirani sintetički model brzina putovanja P-valova s negativnom anomalijom brzine na dubini od (a) 20 km, (b) 25 km, (c) 30 km, (d) 35 km, (e) 40 km i (f) 45 km. Vrijednosti brzina su relativne u odnosu na pozadinski model.

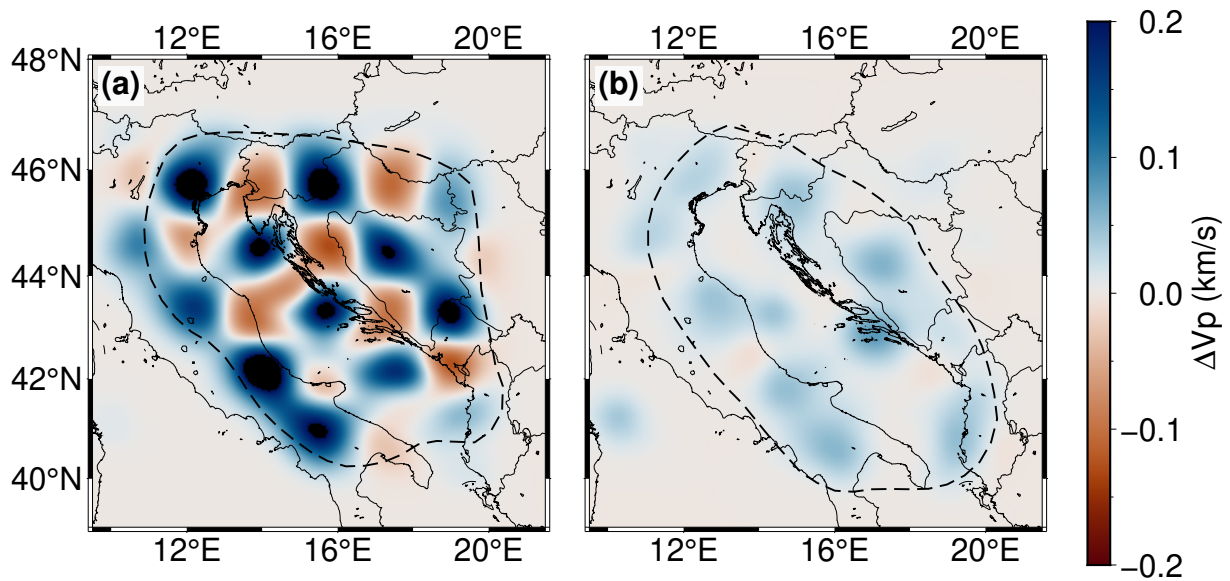


Slika 4.20: Vertikalni presjek po sredini sintetičke pozitivne i negativne anomalije. (a) Pozitivna anomalija u inicijalnom modelu; (b) negativna anomalija u inicijalnom modelu; (c) invertirana pozitivna anomalija; i (d) invertirana negativna anomalija. Vrijednosti brzina su relativne u odnosu na pozadinski model.

4.2.6 Zaključci o rezoluciji na temelju *checkerboard* testova

Prema rezultatima *checkerboard* testova, veličine struktura koje se mogu razlučiti u kori korištenjem danog rasporeda hipocentara i seizmičkih stanica su oko $150 \text{ km} \times 150 \text{ km} \times 15 \text{ km}$. Budući da u dublje dijelove plašta dopiru samo zrake za koje su udaljenosti između hipocentara i stanica najveće, njihov broj je značajno manji te su zbog toga horizontalne dimenzije modela u kojem su uzorci reproducirani dobro u plaštu manja nego u kori. Dodatno su oni i razmazaniji nego u kori, jer zrake nisu tako dominantno vertikalne kao u kori. Zbog svega navedenog, u najgornjem plaštu se sa zadanim rasporedom hipocentara i stanica mogu razlučiti strukture veličine približno $200 \text{ km} \times 200 \text{ km} \times 20 \text{ km}$. Osim toga, u plaštu će se razmatrati samo prvih 10 – 15 km ispod Mohorovičićeva diskontinuiteta. Iz sintetskog testa s konstantnom anomalijom može se zaključiti da bi se relativno velike strukture definitivno mogle razlučiti do tih dubina, međutim, u slučaju da postoje anomalije manjih dimenzija, u interpretaciji rezultata treba se držati prihvatljive rezolucije iz *checkerboard* testova.

Na temelju testa u potpoglavlju 4.2.3 koji se pokazao kao test s najvećom rezolucijom za kojeg je uzorak u kori zadovoljavajuće reproduciran, određene su prostorne granice unutar kojih se očekuje da model može reproducirati anomalije dimenzija $150 \text{ km} \times 150 \text{ km} \times 15 \text{ km}$. Na slici 4.21a prikazano je to područje određeno na temelju granica reproducirane *checkerboard* anomalije na dubini od 30 km. U slučaju plašta očekuje se nešto lošija rezolucija, pa je analogna granica za plašt određena na temelju rezultata iz potpoglavlja 4.2.2 na dubini od 40 km. Granica je prikazana na slici 4.21b.



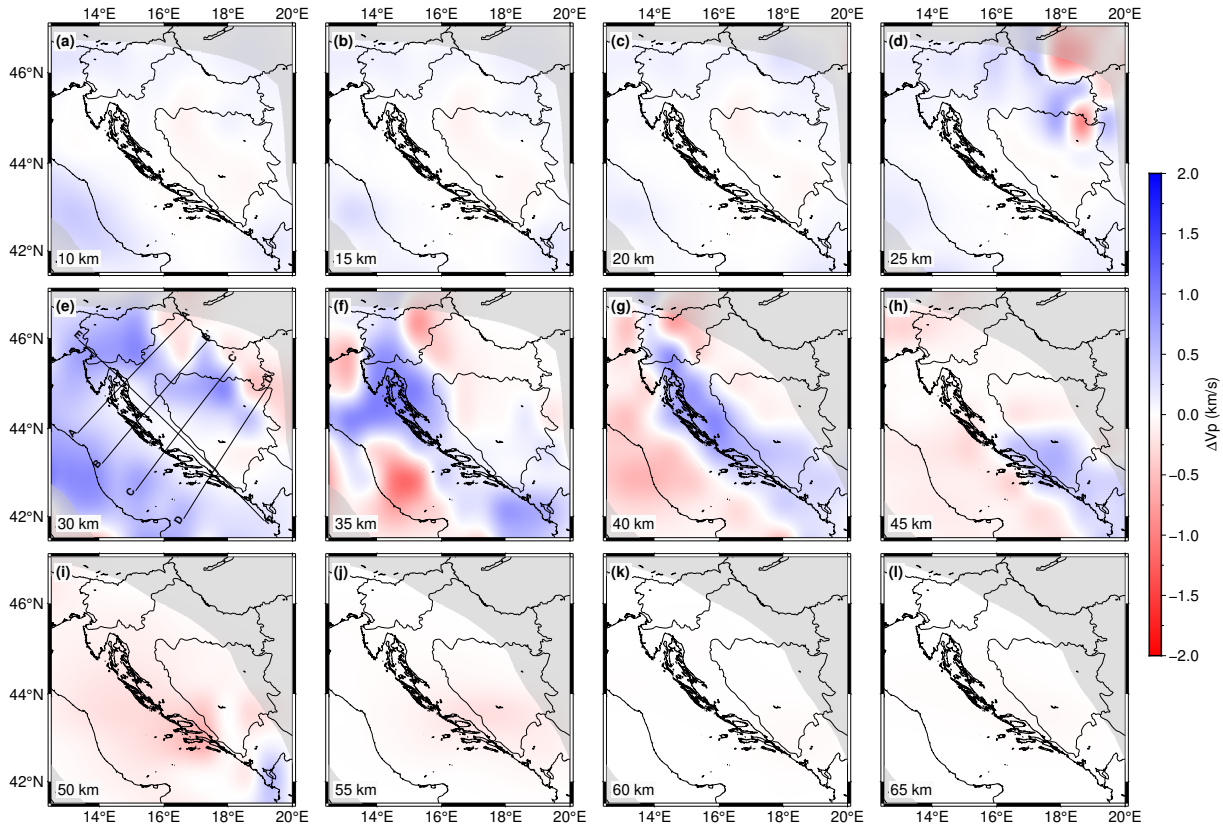
Slika 4.21: Granica (isprekidana linija) unutar koje se očekuje zadovoljavajuća rezolucija modela u (a) kori i (b) najgornjem dijelu plašta. Napominjem da su ovdje iznosi brzina manji nego na prethodnim slikama s *checkerboard* testovima.

4.3 Konačni model (DinTOMO)

Seizmička tomografija napravljena je na pripremljenim i obrađenim podacima kako je opisano u prethodnim poglavljima. Model (kojeg ću nadalje zvati DinTOMO) definiran je na mreži brzina od $50 \text{ km} \times 50 \text{ km} \times 5 \text{ km}$. Kao početni model za koru korišten je 3D model seizmičkih brzina P-valova u kori izrađen u prvom dijelu istraživanja (model prikazan na slici 4.2), dok je u plaštu definirana konstantna brzina iznosa 8.2 km s^{-1} . Model brzine V_p je definiran do dubine od 85 km. Invertirane su brzine u kori i plaštu te dubina Mohorovičićevog diskontinuiteta u deset iteracija, uz postavljeni faktor prigušenja 1.0 i faktor zaglađivanja 1.0 za inverziju brzina V_p te faktor prigušenja od 0.5 i faktor zaglađivanja od 1.0 za inverziju dubine Mohorovičićevog diskontinuiteta. Korišten je manji faktor prigušenja za inverziju dubine Mohorovičićevog diskontinuiteta, kako bi se potaknulo eventualne korekcije dubine ako to podaci podržavaju. Model je dodatno zaglađen Gausovim filtrom širine 150 km, kako bi se strukture koje su manje od procijenjene rezolucije manje isticale u konačnom modelu. Relativne brzine P-valova u odnosu na ulazni model za dvanaest dubina prikazane su na slici 4.22, dok su apsolutni iznosi brzina putovanja P-valova prikazani na slici 4.23.

Na slikama su dijelovi slabije rezolucije prema rezultatima *checkerboard* testova osjenčani. Poligoni unutar kojih se smatra da je rezolucija zadovoljavajuća prikazani su na slici 4.21. Do

dubine od 35 km (uključujući i nju), korišten je poligon definiran za koru, a za dubine iznad 35 km, korišten je poligon definiran za najgornji dio plašta.



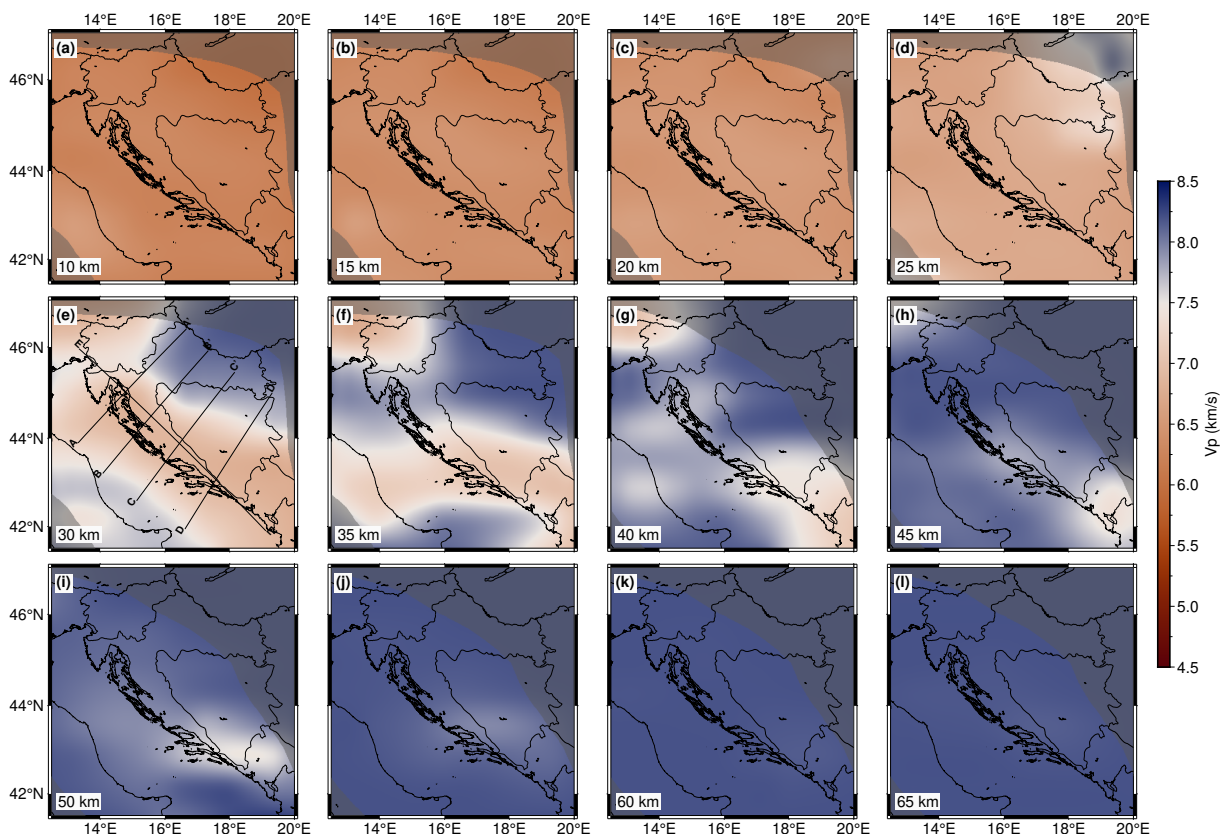
Slika 4.22: Relativne brzine putovanja P-valova ΔV_p u odnosu na početni 3D model seizmičkih brzina u kori i plaštu za dubine od (a) 10 km, (b) 15 km, (c) 20 km, (d) 25 km, (e) 30 km, (f) 35 km, (g) 40 km, (h) 45 km, (i) 50 km, (j) 55 km, (k) 60 km i (l) 65 km. Na slici (e) prikazane su i lokacije vertikalnih profila koji su prikazani na slikama 4.24 i 4.25.

U prvih 20 km dobivene V_p ne odstupaju značajno od onih u početnom modelu. Na dubini od 25 km u području Panonskog bazena, gdje se radi o donjem dijelu kore i najgornjem dijelu plašta, dolazi do znatnog odstupanja iznosa brzina u odnosu na one u početnom modelu. Na dubini od 30 km su brzine u Vanjskim Dinaridima približno jednake kao u inicijalnom modelu, a na području Jadranske mikroploče brzine su nešto povećane u odnosu na one u inicijalnom modelu. Na većim dubinama, na području Panonskog bazena, sudeći prema rezultatima sintetičkih testova, više nije moguće razaznati strukture, budući da na tom području zrake ne prodiru tako duboko. Međutim, uočava se kako se u plaštu očekuju nešto manje brzine od inicijalno postavljene od 8.2 km s^{-1} . Na dubinama većim od 25 km u području Dinarida ulazi se u donji dio kore. Na dubini od 35 km, brzine u središnjem dijelu Dinarida slične su onima u početnom modelu, dok su u središnjem i južnom dijelu Vanjskih Dinarida one veće nego u inicijalnom

modelu. Na sve većim dubinama u modelu, brzine V_P u donjem dijelu kore su povećane, dok su u plaštu na cijelom području manje nego u inicijalnom modelu.

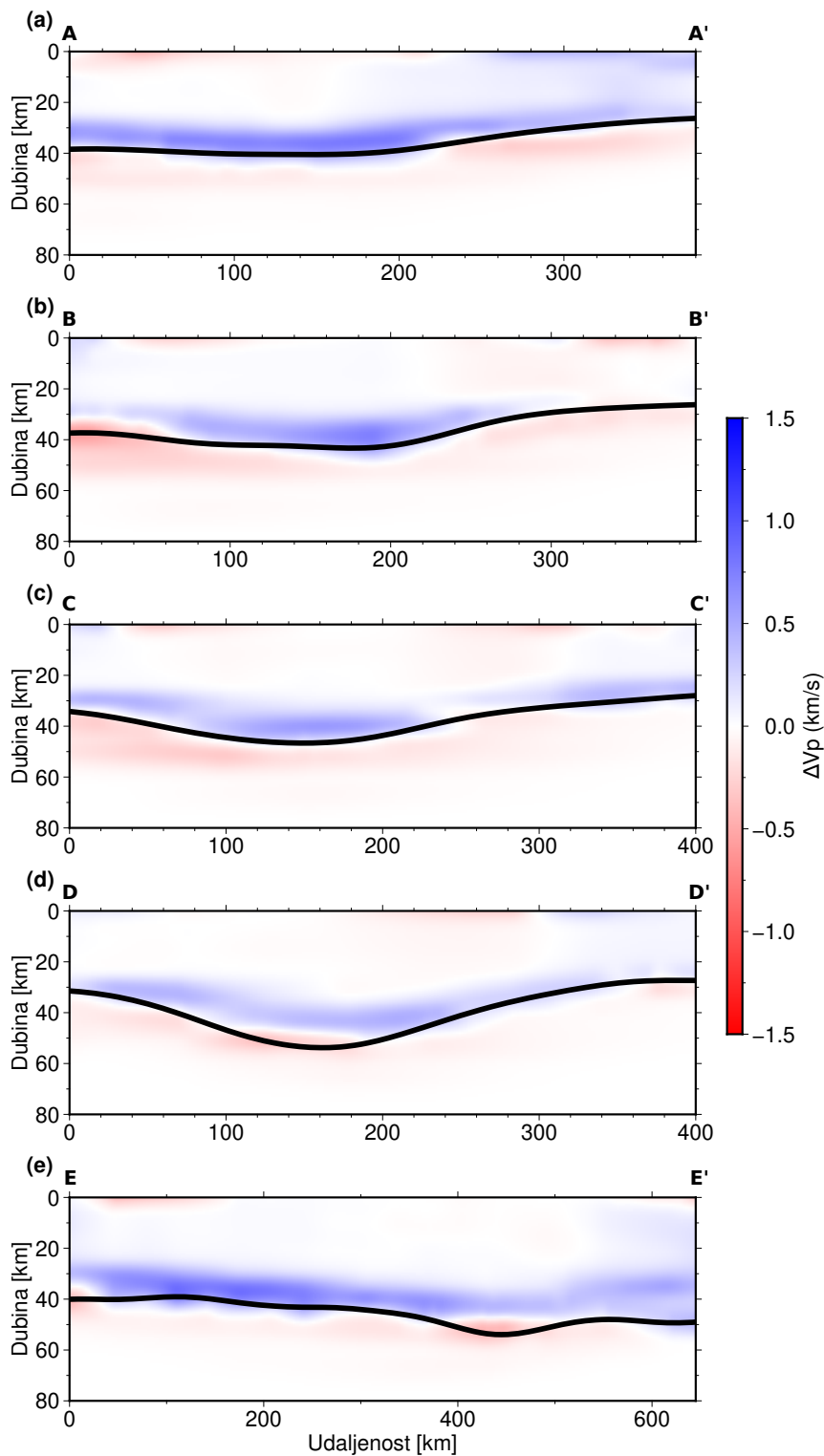
Na slici 4.22e dodatno su prikazane lokacije pet profila: AA', BB', CC', DD' i EE', koji su odabrani da presijekaju zanimljive anomalije. Razdioba relativnih brzina ΔV_P na profilima je prikazana na slici 4.24. Prvo svojstvo koje je na prvu uočljivo je povećana brzina u donjem dijelu kore duž svih prikazanih profila u odnosu na inicijalni model izrađen u prvom dijelu istraživanja. Brzine su generalno smanjene u gornjem dijelu kore, s iznimkom na krajevima profila koji ulaze u Panonski bazen, gdje se uočavaju generalno blago povećane brzine u odnosu na inicijalni model. Što se tiče plašta, uočavaju se zone smanjenih brzina pri njegovom vrhu. Što se više ide u dubinu, smanjenje brzina je sve manje, te se očekuju brzine bliske inicijalno postavljenoj u plaštu od 8.2 km s^{-1} . Anomalija smanjene brzine je nešto više izražena na profilima koji prolaze okomito na pružanje Dinarida. Ona je vidljiva i na profilu EE', koji prolazi duž osi Vanjskih Dinarida, i to najizraženije u središnjem dijelu, a manje je izražena prema sjevernom i južnom dijelu Vanjskih Dinarida.

Na slici 4.23 prikazane su apsolutne brzine dobivene seizmičkom tomografijom. Na njima se vide generalna svojstva dobivenog modela. Zbog načina na koji FMTOMO paket funkcionira, model mora tretirati plašt kao fizički odvojen sloj od kore Mohorovičićevim diskontinuitetom, pa je taj skok na mjestima nagao i sliku je teško interpretirati. Međutim, vide se određeni trendovi. U prvih 20 km modela zahvaćena je samo kora i uočava se generalno blagi porast brzine s dubinom, poglavito u sjeveroistočnom dijelu modela koji zahvaća Panonski bazen. Na dubini od 25 km, u Panonskom bazenu se već ulazi u najgornji dio plašta. Na dubinama između 30 i 45 km vidljiva je anomalija smanjenih brzina ispod Vanjskih Dinarida. Na dubini od 35 km, sjeverni dio Dinarida poprima već veće brzine, dok su brzine u središnjem i južnom dijelu Dinarida još relativno niske. Na dubini od 40 km se iznosi brzina generalno ujednačavaju po cijeloj duljini Dinarida, osim u južnom dijelu, gdje su one još nešto niže jer je tamo kora najdeblja. Na većim dubinama već zahvat nije dobar (vidi sliku 4.9), osim na najjužnijem dijelu Vanjskih Dinarida gdje se očekuje najdublji Mohorovičićev diskontinuitet.

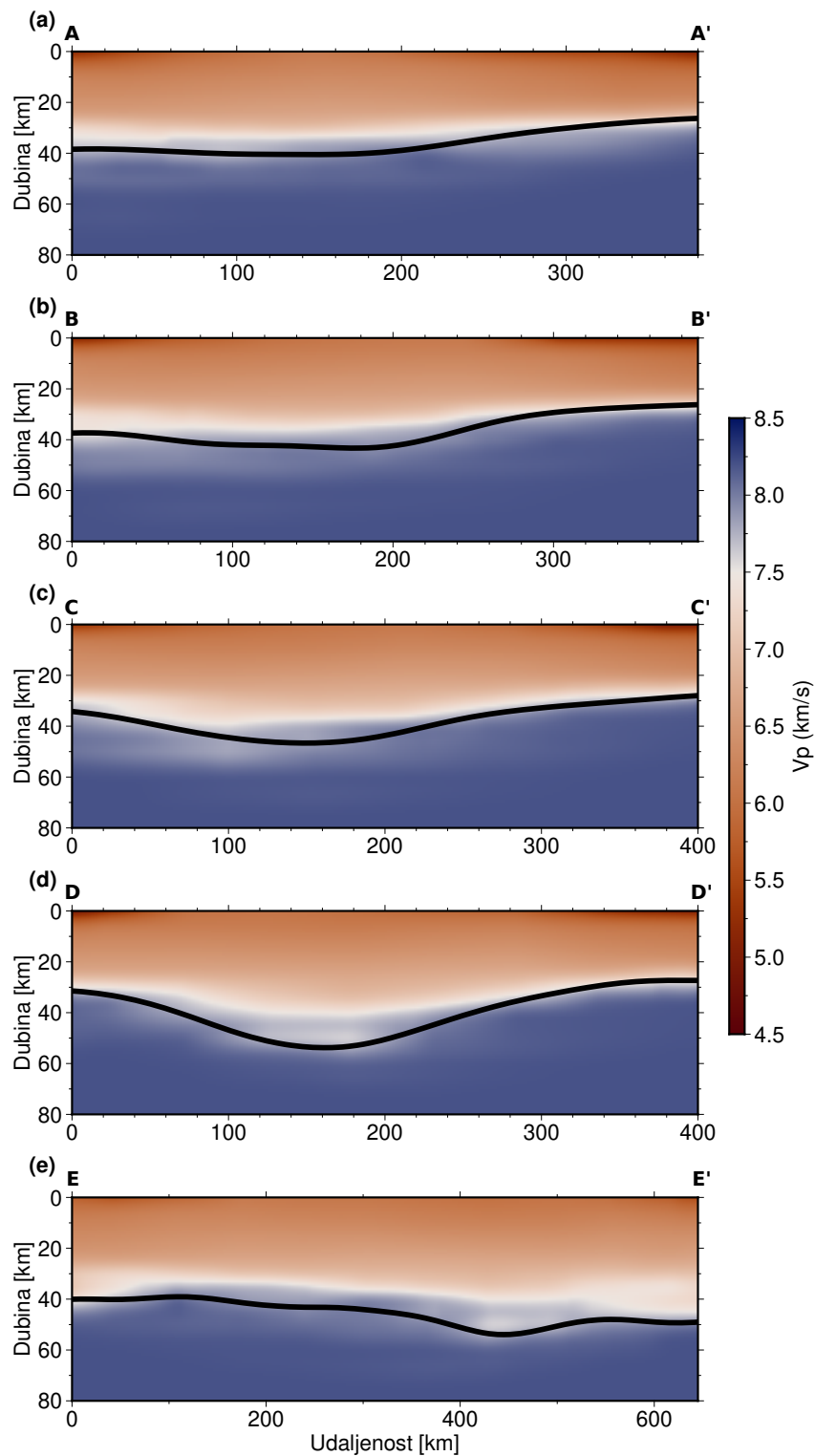


Slika 4.23: Apsolutni iznosi brzine putovanja P-valova V_P u kori i plaštu za dubine od (a) 10 km, (b) 15 km, (c) 20 km, (d) 25 km, (e) 30 km, (f) 35 km, (g) 40 km, (h) 45 km, (i) 50 km, (j) 55 km, (k) 60 km i (l) 65 km.

Na slici 4.25 prikazane su apsolutne brzine putovanja P-valova V_P na odabranim profilima. Mohorovičićev diskontinuitet na ovoj slici je onaj koji je dobiven iz paketa FMTOMO. U Panonskom bazenu jasno je vidljiva granica između kore i plašta, vidljiv je oštar skok u iznosu brzina po dubini od 7.5 km s^{-1} na dnu kore do preko 8.0 km s^{-1} u plaštu. Na području Jadranske mikroploče i Dinarida skok nije tako oštar kao u Panonskom bazenu, već je vidjiva zona prijelaza prema većim brzinama. To je poglavito vidljivo na profilima koji presijecaju Dinaride okomito na smjer njihovog pružanja, na dijelovima gdje je kora najdeblja. Vidi se da su brzine na dnu kore i pri vrhu plašta u području Jadranske mikroploče i Dinarida usporedive, a budući da skok nije tako izražen, usudila bih se to nazvati Mohorovičićevom „zonom“ umjesto diskontinuitetom. Osim toga, na profilu EE', koji presijeca Vanjske Dinaride duž njihove osi, na južnom dijelu je vidljivo jako zanimljivo svojstvo. Naime, u najjužnijem prikazanom dijelu vidljiva je i inverzija brzina – po dubini dolazi do blagog povećanja, pa blagog smanjenja, a zatim opet povećanja V_P kako se ulazi dublje u plašt. Ta inverzija nije vidljiva u sjevernom i središnjem dijelu profila.



Slika 4.24: Relativne brzine putovanja seizmičkih P-valova ΔV_p u odnosu na početni 3D model seizmičkih brzina na profilima (a) AA', (b) BB', (c) CC', (d) DD' i (e) EE'. Lokacije pojedinih profila su prikazane na slici 4.22e. Mohorovičićev diskontinuitet je označen crnom linijom.



Slika 4.25: Apsolutne brzine putovanja P-valova na profilima (a) AA', (b) BB', (c) CC', (d) DD' i (e) EE'. Lokacije pojedinih profila su prikazane na slici 4.22e. Mohorovičićev diskontinuitet je označen crnom linijom.

Poglavlje 5

Diskusija

5.1 Značajke modela DinTOMO

Prije bilo kakve detaljne analize dobivenog seizmičkog modela, treba imati na umu da se iz tomografije ovih razmjera ne može dobiti detaljna debljina niti brzina u neogenskim sedimentima. Da bi se dobili precizni rezultati o njima, potrebno je raditi plića seizmička istraživanja, s kontroliranim izvorima, kakva se koriste za istraživanja ležišta ugljikovodika, ali sustavno na cijelom području od interesa. Takva istraživanja su iznimno skupa, pa je u ovom istraživanju pokušano sintetizirati javno dostupne podatke o debljini sedimentata. Subjektivna procjena je da su debljine sedimentata kvalitetno određene, s obzirom na dostupne ulazne podatke, međutim, brzine koje su procijenjene za neogenske sedimente su nedovoljno precizne zbog korištenja empirijskih relacija. Zbog toga ću neogenske sedimente izostaviti iz ovog dijela diskusije.

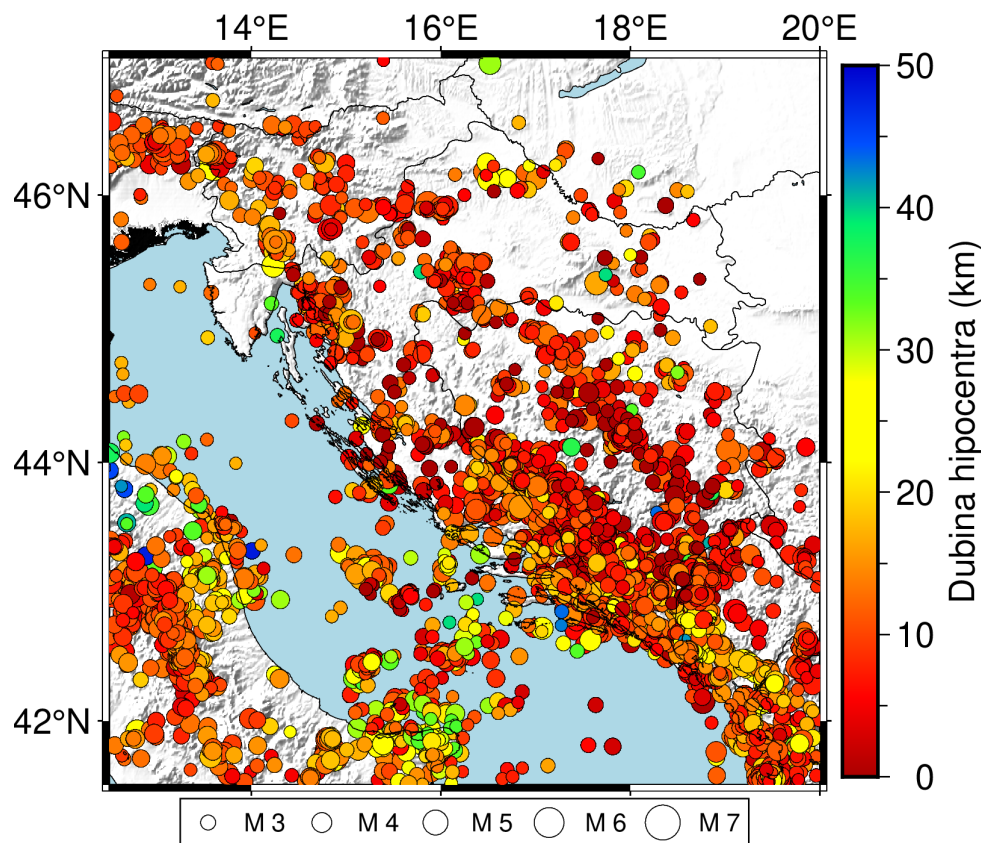
Seizmička tomografija nije metoda kojom se može dobiti po volji visoka rezolucija. U ovom istraživanju bio je dostupan velik broj ulaznih podataka, ulazni početni model bio je, usudila bih se reći, razumno dobar. Horizontalna rezolucija od $150 \text{ km} \times 150 \text{ km}$ još je i zadovoljavajuća, međutim, vertikalna rezolucija za koju ne očekujemo da je manja od 15 km još je uvijek dosta velika. Kad se pogledaju rezultati, najbolje što se može utvrditi na temelju njih je eventualno podijeliti koru na gornju i donju. Kapuralić et al. (2019) prijavljuju nešto bolju horizontalnu rezoluciju, međutim, amplituda *checkerboard* uzorka im je dosta lošije reproducirana, a vertikalna rezolucija nije bolja od rezolucije pokazane u ovom istraživanju. Sun et al. (2019) pokazuju bolju rezoluciju u plaštu, ali oni su koristili neuobičajenu metodu koja ne omogućava realnu procjenu vertikalne rezolucije, pa se ni s tim istraživanjem ne mogu usporediti.

Vodeći računa o navedenom, ono što je realno uočeno je veća brzina u donjem dijelu kore u odnosu na rezultate dobivene u izradi početnog modela interpolacijom od prije poznatih podataka. Značajne promjene bile su očekivane na području srednjih i južnih Vanjskih Dinarida,

jer za te dijelove nisu bile dostupne nikakve informacije o brzinama u kori. U izradi početnog modela tom problemu doskočeno je korištenjem rezultata iz gravimetrijskog istraživanja Šumanovca (2010), ali već u startu se očekivalo da će seizmička tomografija dati preciznije podatke, zbog jednostavne činjenice da ona radi izravno s brzinama, dok su kod gravimetrijskih korištene empirijske relacije da se izračunaju brzine iz gustoća.

Značajan utjecaj na rezultate seizmičke tomografije imao je detaljno prikazan Mohorovičićev diskontinuitet u početnom modelu. Na temelju testnih inverzija, rekla bih da njegov oblik značajnije utječe na modelirane strukture nego sami iznosi brzina. U početnom modelu niti nema naglih promjena brzina, više su modelirani generalni trendovi, dok je Mohorovičićev diskontinuitet kakav je određen u početnom modelu značajna komplikacija u odnosu na jednostavan subhorizontalan Mohorovičićev diskontinuitet na nekoj dubini, i kao takav predstavlja značajno ograničenje na modeliranje ostalih parametara, što je u ovakvom modeliranju poželjno. Invertiranje parametara nikako nije jednoznačno, i potrebno je imati znanje o barem jednom od njih, kako bi se ostali mogli preciznije odrediti. Na sreću, dubina Mohorovičićeva diskontinuiteta je parametar koji je najbolje reprezentiran u početnom modelu. Zahvaljujući tako detaljnom modelu kore, u krajnjem rezultatu je bilo moguće vidjeti neke strukture koje bi inače ostale nevidljive.

Kako bi se provjerila međuovisnost uočenih potencijalnih struktura s razdiobom potresa na istraživanom području, na slici 5.1 prikazane su lokacije epicentara korištenih potresa. Iz prikaza razdiobe epicentara uočavaju se dvije potencijalne grupe potresa koje bi mogle biti locirane na granicama između različitih tektonskih jedinica, a istovremeno se podudaraju sa strukturama u modelu vidljivima na slici 4.23 na dubinama od 30 km i 35 km. Zbog toga su te dvije dubine prikazane zasebno na slici 5.2 kako bi se vidjela eventualna međuovisnost.



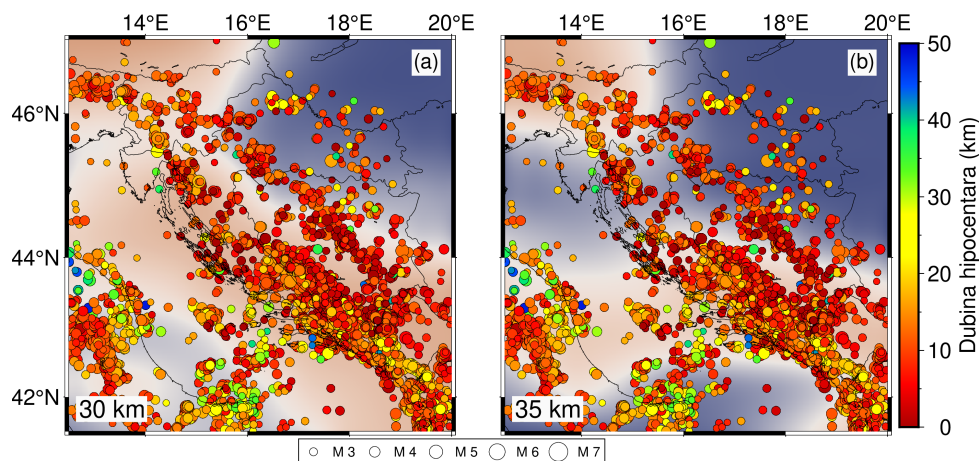
Slika 5.1: Karta epicentara potresa iz korištenih kataloga prije obrade podataka s prikazanom dubinom hipocentara potresa (prema boji u ljestvici) i magnitudom potresa (veličina kruga).

Dvije su zanimljive stvari vidljive na slici 5.2. Prva je podudaranje lokacija hipocentara koji prate graničnu liniju između Panonskog bazena i Unutarnjih Dinarida. Oni se gotovo savršeno podudaraju s granicom povećanih brzina na dubini od 30 km. Pri tome ne mislim na povećanje brzina zbog Mohorovičićevog diskontinuiteta kako je on modeliran seizmičkom tomografijom, već smanjenje brzine u donjem dijelu kore na prijelaznom dijelu prema Vanjskim Dinaridima. Iako su dubine tih hipocentara potresa do 20 km (a prikazani model je na dubini od 30 km), značkovito je da se izvrsno podudaraju s granicom anomalije brzina. Tome u prilog ide i činjenica da je dubina parametar hipocentra koji se najteže određuje. Može se govoriti o relativnim odnosima – plitki hipocentri mogu se povezati s lokacijom granice između (Unutarnjih) Dinarida i Panonskog bazena, gdje je i Mohorovičićev diskontinuitet relativno plići.

Ovdje ću također napomenuti i kako je promatranjem samo rezultata seizmičke tomografije teško govoriti o Mohorovičićevom diskontinuitetu kao plohi koja odvaja dva jasno razdvojena sloja. To se jako lijepo vidi baš na tome prijelazu između Panonskog bazena i (Unutarnjih) Dinarida – teško je reći je li dubina Mohorovičićevog diskontinuiteta na dubini dobivenoj se-

izmičkom tomografijom, ili bi se mogao interpretirati i na nešto većoj dubini, pa onda ono što je vidljivo kao povećana brzina u donjem dijelu kore zapravo predstavlja smanjenu brzinu u najgornjem dijelu plašta. Čisto fizikalno gledajući, i zamišljajući podzemlje vrlo jednostavno, te dvije interpretacije su zapravo ekvivalentne, te na vertikalnoj rezoluciji koja se može postići u modelu DinTOMO, možda je razumnije govoriti o Mohorovičićevoj prijelaznoj zoni iz kore u plašt.

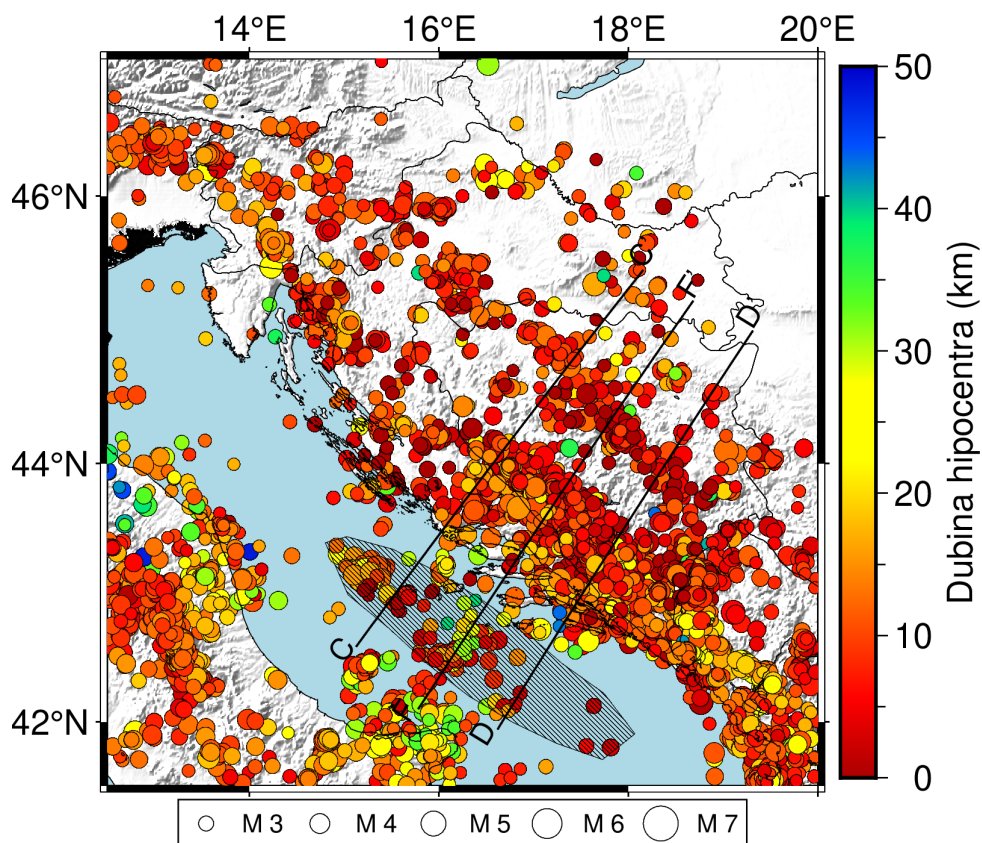
Analogno se vidi na slici 4.25a gdje je prikazan profil AA'. Ako pogledamo prvih 200-tinjak km profila, gdje je Mohorovičićev diskontinuitet nešto dublji, na dubinama između oko 30 i 40 km uočava se sloj brzina koje su iznosa oko 7.5 km s^{-1} , a neposredno ispod Mohorovičićevog diskontinuiteta brzine nisu značajno veće od onih kakve se uočavaju na dnu kore. Ako bi se Mohorovičićev diskontinuitet malo drugačije definirao, moglo bi ga se postaviti i na manju dubinu, pa bi bio ujednačeniji duž cijelog profila. Analogno se uočava duž profila BB'.



Slika 5.2: Model DinTOMO na dubini od (a) 30 km i (b) 35 km s prikazanim lokacijama epicentara potresa s dubinom žarišta prikazanom bojom prema ljestvici boja i magnitudom naznačenom s veličinom kruga iz korištenih kataloga prije obrade podataka.

Druga zanimljivost modela jest značajnija razlika u iznosima brzina između sjevernog i južnog dijela Dinarida na dubini od 35 km, a koja se generalno može povezati s debljom korom u južnom dijelu Dinarida. Kada se na model superponiraju lokacije hipocentara potresa, zanimljivo je kako one gotovo savršeno prate oblik anomalije brzina na prijelazu između Vanjskih i Unutarnjih Dinarida. Također je zanimljivo da lokacije hipocentara potresa također savršeno prate oblik anomalije povećanih brzina u južnom Jadranu. Ta anomalija se pak vidi na profilu EE' (slika 4.25e), kao inverzija brzina na dnu kore. Iako su dimenzije te strukture dosta manje od očekivane rezolucije modela te se samo na temelju rezultata seizmičke tomografije ne bih usudila tvrditi da na tom mjestu postoji neka struktura u podzemlju, veoma je zanimljivo pro-

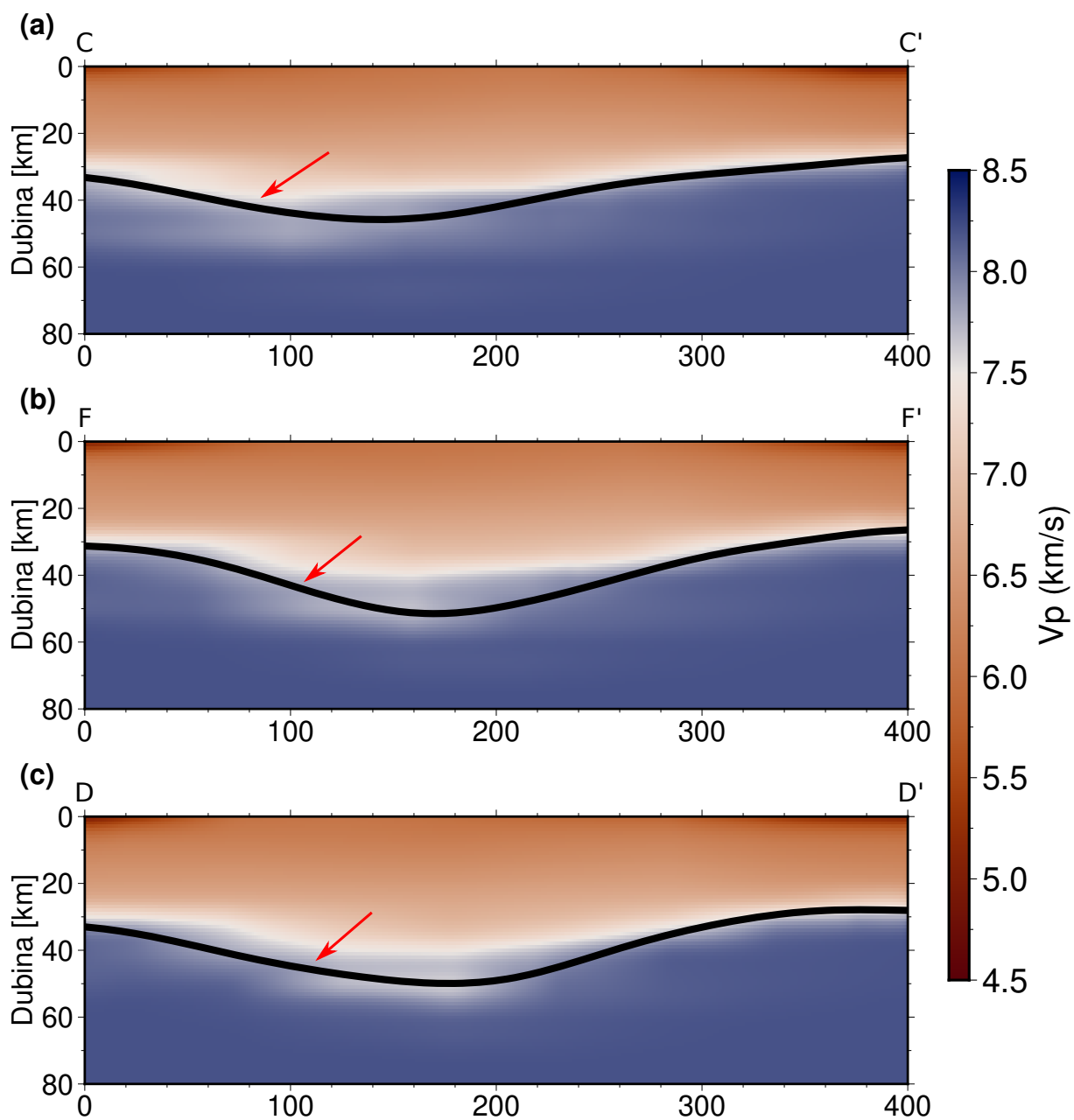
matrati dimenzije te strukture zajedno s lokacijama hipocentara. Čak su Stipčević et al. (2020) u svojoj studiji funkcija prijemnika prijavili nekoliko faza nastalih reverberacijom od različitih slojeva baš u tom dijelu Dinarida. Zbog svega navedenog, usudila bih se tvrditi da i model dobiven ovdje na tom području vidi indicacije postojanja ili dvostrukog Mohorovičićeva diskontinuiteta ili nekog ostatka subducirane jadranske kore.



Slika 5.3: Karta epicentara potresa s prikazanom dubinom hipocentara potresa (prema prikazanoj ljestvici) iz korištenih kataloga prije obrade podataka s prikazanim profilima CC', DD' i FF' te naznačenom grupom potresa koju se može povezati s identificiranim anomalijama u Jadranskom moru (osjenčano područje).

Na profilima CC' i DD' prikazanima na slici 4.25c i 4.25d vide se anomalije povećane brzine pri samom dnu kore, odnosno povećane brzine na vrhu plašta na dijelovima profila na samom prijelazu između Jadranske mikroploče i Vanjskih Dinarida. Kada se lokacije profila superponiraju na kartu s lokacijama hipocentara potresa, vidi se kako anomalija uočena na profilima podudara s dijelom Jadranske mikroploče na kojoj je uočena relativno izolirana grupa hipocentara, od Jabuke, preko Palagruže u Južnojadransku kotlinu. Lokacije hipocentara prikazane su na slici 5.3 zajedno s profilima CC' i DD' te dodatnim profilom FF' između njih,

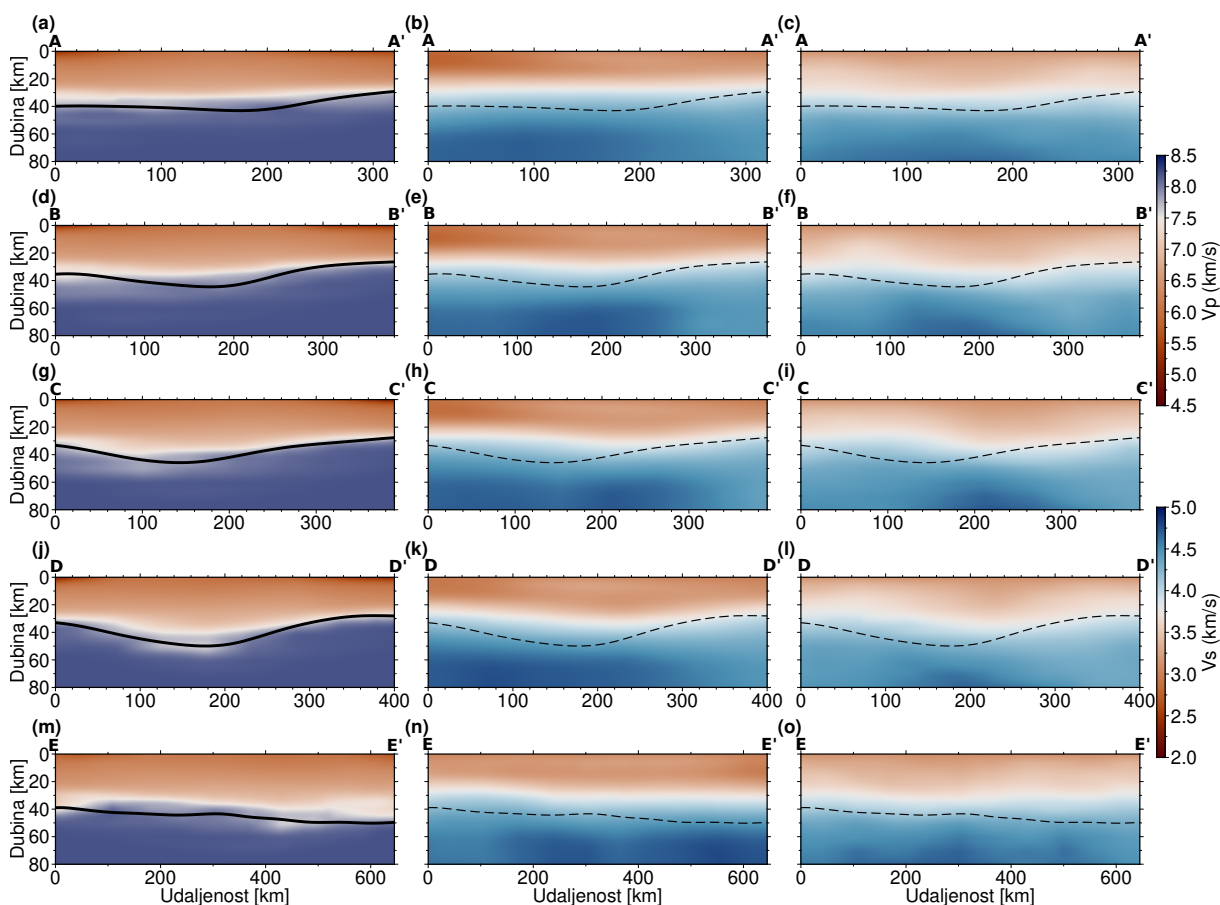
koji je dodan kako bi se vidjelo ističe li se i na njemu slična anomalija. Apsolutne brzine na tri prikazana profila prikazane su na slici 5.4. Anomalija se uistinu vidi na sva tri profila. Kako je taj dio istraživanog područja zadovoljavajuće prekrivenosti valnim stazama i u plaštu, pretpostavljam da se ne radi o artefaktu, pogotovo zato što su na tom mjestu zabilježeni i potresi i to čak na dubinama od 30-tak km. Zbog toga što je anomalija relativno malih vertikalnih dimenzija, nisam sigurna da su joj dimenzije dobro prikazane modelu DinTOMO, ali za nju postoji jaka indikacija. Zanimljivo je da baš negdje na tom području Handy et al. (2019) nalaze da je došlo do dijeljenja Jadranske ploče na dva dijela. Moguće je onda da se potresi događaju na toj granici, budući da autori također prijavljuju da dva dijela Jadranske mikroploče rotiraju u suprotnim smjerovima. Također, moguće je da se eventualno drobljenje stijena nastalo uslijed tih suprotnih rotacija manifestira kao anomalija smanjenih brzina.



Slika 5.4: Model DinTOMO na vertikalnim profilima CC', FF' i DD' (prema slici 5.1) s naznačenim anomalijama smanjenih brzina u dijelu Jadranskog mora (crvena strelica).

5.2 Usporedba s dostupnim istraživanjima na istom području

Ostaci subducirane jadranske kore u južnom dijelu Vanjskih Dinarida, ako ona uistinu postoji, bolje bi se vidjeli u najgornjem dijelu plašta, koji nažalost nije zahvaćen do zadovoljavajuće dubine. Unatoč tome, pokušat ću usporediti rezultate dobivene u ovom istraživanju s rezultatima iz istraživanja Belinić et al. (2021, 2024). Usporedbu radim u nadi da će barem trendovi biti uočljivi. Na slici 5.5 usporedno su prikazani profili sa slike 4.25 iz modela DinTOMO i najgornjeg dijela plašta s istim profilima iz modela Belinić et al. (2024) te Belinić et al. (2021).



Slika 5.5: Profili AA', BB', CC', DD' i EE' (lokacije prikazane na slici 4.22e) iz tri modela: u lijevom stupcu iz modela DinTOMO, u srednjem stupcu iz modela Belinić et al. (2024), a u desnom stupcu iz modela Belinić et al. (2021). Brzine u modelu DinTOMO su brzine P-valova V_p , dok su u druga dva modela prikazane brzine S-valova V_s . U svim slučajevima je naznačena dubina Mohorovičićeva diskontinuiteta iz modela DinTOMO (u druga dva modela tanjom isprekidanom linijom, radi lakše usporedbe).

Model DinTOMO je više fokusiran na strukture u kori, dok je u plaštu zahvaćen samo

njegov gornji dio neposredno ispod Mohorovičićevog diskontinuiteta. Također, strukture identificirane na vrhu plašta su pod utjecajem struktura u kori te definiranog Mohorovičićevog diskontinuiteta. Model brzina iz studije Belinić et al. (2024), dobiven korištenjem tomografije Rayleighjevih i Loveovih valova iz zapisa mikroseizmičkog nemira obuhvaća koru i najgornji dio plašta. S druge strane, model brzina iz studije Belinić et al. (2021), koji je dobiven korištenjem tomografije Rayleighjevih valova, precizniji je na većim dubinama u plaštu. Ovom usporedbom pokušavam ustanoviti jesu li možda uhvaćeni utjecaji istih struktura u sva tri slučaja. Poglavitno ovdje uspoređujem najgornji dio plašta, eventualno trendove u donjem dijelu kore. Glavna razlika između dvaju modela je u činjenici da je u modelu DinTOMO dobiven vrlo varijabilan Mohorovičićev diskontinuitet, te su onda nužno i strukture u slojevima (reprezentirane različitim brzinama) nešto drukčije nego u modelima brzina koji su dobili Belinić et al. (2021) i Belinić et al. (2024). S obzirom na sve navedeno, još uvijek je moguće uočiti određene podudarnosti između tri modela.

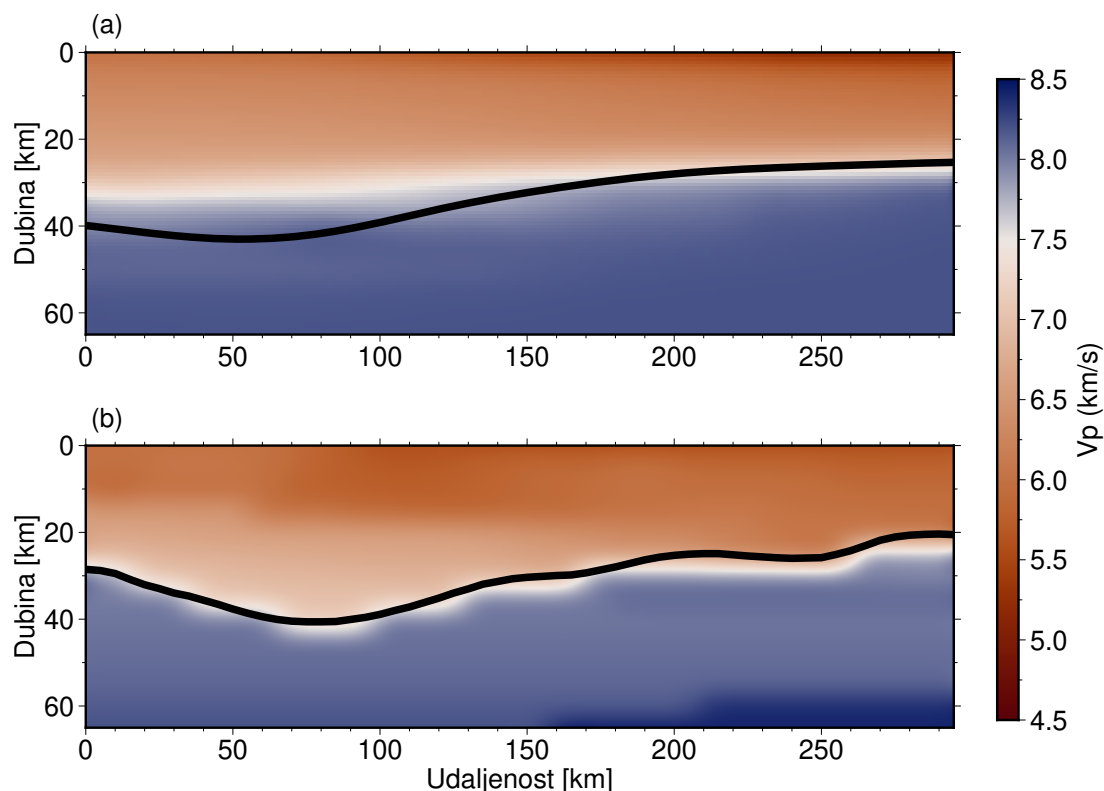
Pogledajmo najprije profile AA' i BB'. U kori se uočavaju razlike u brzini duž profila – u dijelu iznad Vanjskih Dinarida, brzine su generalno veće, dok su u području Jadranske mikroploče i Panonskog bazena brzine relativno većih iznosa. Vrlo slično se uočava u modelu iz istraživanja Belinić et al. (2024) za prvi dio profila, za relativni odnos brzina u kori ispod Jadranske mikroploče i Vanjskih Dinarida – blago povećanje brzina kako se ide prema Panonskom bazenu koje je vidljivo u modelu DinTOMO ovdje nije vidljivo. U modelu DinTOMO na ova dva profila na dijelu ispod Jadrana i Vanjskih Dinarida pojavljuju se zone ponešto povećane brzine na dnu kore, nakon čega na vrhu plašta slijede brzine vrlo sličnih iznosa, što ukazuje na to da se Mohorovičićev diskontinuitet može interpretirati bilo gdje u zoni tih sličnih iznosa brzina. Iznosi brzina na vrhu plašta ispod Panonskog bazena manje su pouzdani, pa se ovdje neće uspoređivati. Slično je uočeno na otprilike jednakim dubinama i udaljenostima profila i u modelu Belinić et al. (2024). Model DinTOMO nema dovoljno dobru rezoluciju u Panonskom bazenu, ali u prvom dijelu profila modeli se jako lijepo podudaraju. U modelu Belinić et al. (2021) anomalije povećanih brzina S-valova vidljive su na većim dubinama i samo u dijelu gdje je kora najdeblja, ispod Vanjskih Dinarida.

Na južnijim profilima CC' i DD', u modelu DinTOMO se na dijelovima profila ispod Vanjskih Dinarida, gdje je kora najdeblja, uočavaju zone nešto smanjene brzine na samom vrhu plašta. Iako se lateralne dimenzije tih anomalija ne podudaraju između modela DinTOMO i modela iz istraživanja Belinić et al. (2024), vertikalna dimenzija anomalije iz modela DinTOMO seže otprilike do dubine pozitivne anomalije brzine u modelu Belinić et al. (2024). U slučaju modela iz istraživanja Belinić et al. (2021), vidljiva je jedna izražena pozitivna anomalija na nešto većim dubinama, i to na dijelu profila koji već ulazi u Unutarnje Dinaride, gdje model

DinTOMO više nema tako dobru rezoluciju, pa ovdje ne mogu ništa reći o tim anomalijama.

Posljednji je ostao profil EE' koji je odabran tako da presijeca Dinaride u smjeru njihovog pružanja. Ovdje se lijepo mogu vidjeti određene sličnosti među modelima. Poglavitito se to odnosi na južni dio profila, nakon udaljenosti oko 400 km. Iako anomalije ne izgledaju jednako u svim modelima, zanimljivo je da se uočavaju na svima. Na tom dijelu se u modelu DinTOMO uočava dio s potencijalno dvostrukim Mohorovičićevim diskontinuitetom, koji se može povezati s ostatkom subducirane Jadranske mikroploče. U modelu iz istraživanja Belinić et al. (2024), na udaljenosti oko 400 km duž profila se uočava prekid u pozitivnoj anomaliji koja se proteže ispod Dinarida. U istraživanju Belinić et al. (2021) također se negdje na toj udaljenosti nazire prekid, međutim, taj model je više fokusiran na veće dubine u plaštu, pa je očekivano da se ne slaže toliko dobro s prva dva modela. Iako se u modelu DinTOMO ne može govoriti da se ta ploča uistinu vidi, znakovito je da je se lokacija anomalije podudara s lokacijama anomalija u modelima Belinić et al. (2021) i Belinić et al. (2024) koji vide dublje u plašt.

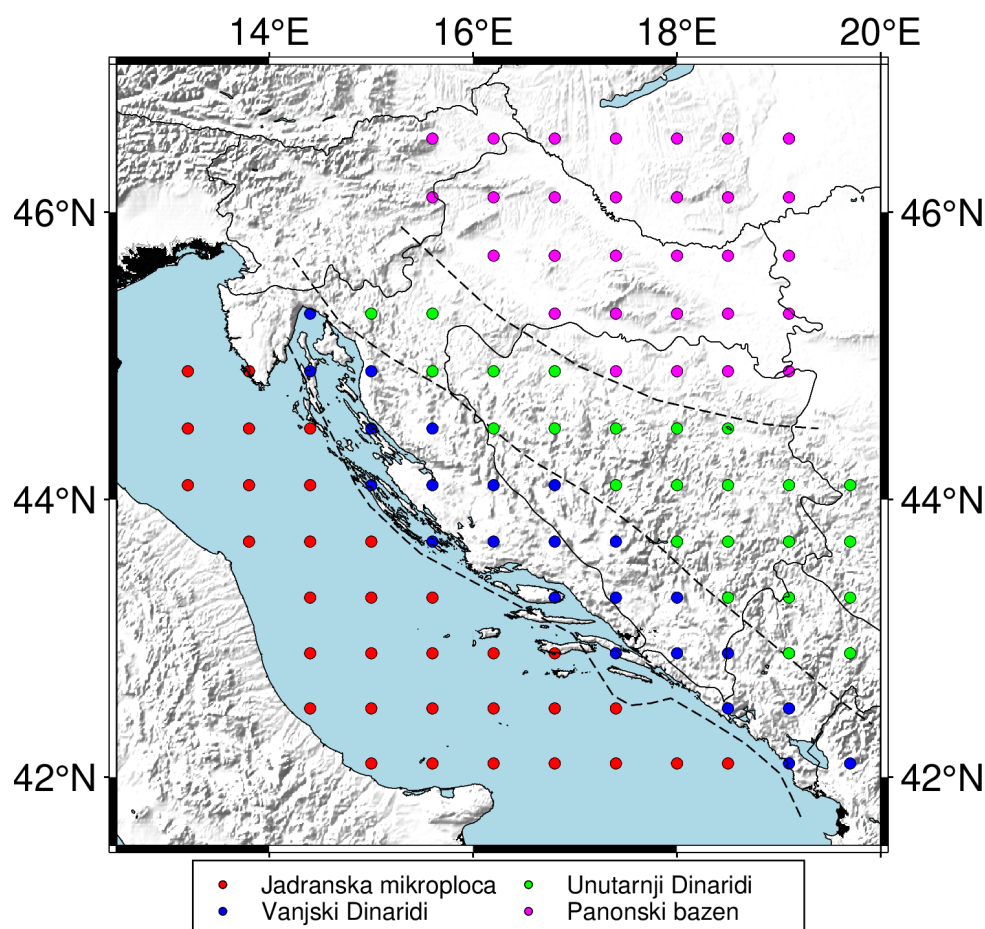
Osim ove usporedbe, model je dodatno uspoređen s brzinama V_P dobivenim na profilu Alp07 iz studije Šumanovca et al. (2009). Iz ovdje dobivenog modela pomoću seizmičke tomografije odabran je profil koji se podudara s profilom Alp07. Usporedba je prikazana na slici 5.6. Između profila postoje određene razlike. Glavna je u obliku Mohorovičićevog diskontinuiteta, koji u slučaju modela DinTOMO pokazuje manje izraženu topografiju. Također, njegova dubina na samom početku profila, koji je na području Jadranske mikroploče, nešto je veća nego u studiji Šumanovca et al. 2009. Što se tiče brzina u kori, sličan je trend u oba istraživanja – na području Panonskog bazena u kori su nešto manje V_P nego na području Dinarida i Jadranske mikroploče. Također, brzine u Panonskom bazenu su uniformnije po dubini, što se slaže sa zaključkom Šumanovca et al. (2009) o praktično jednoslojnoj kori. Profili se razlikuju na području Dinarida i Jadranske mikroploče. U ovom istraživanju dobiveni su generalno veći iznosi brzine V_P u kori, kako u gornjem dijelu, tako i pri njenom dnu. Moguće da su razlog tome razlike u metodama, budući da je profil Alp07 sniman takozvanom aktivnom seizmikom, gdje se koriste umjetni izvori, a svi prijemnici su locirani na jednoj liniji. Generalni trendovi se podudaraju, razlike su u iznosima, kako brzina, tako i dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta.



Slika 5.6: Brzina putovanja P-valova duž vertikalnog profila Alp07 (označen na slici 3.1) za (a) model DinTOMO te (b) iz studije Šumanovac et al. (2009). Profil na slici (b) izgleda malo grublje jer je rađena ručna digitalizacija relativno velikih intervala. Crnim linijama je označena dubina Mohorovičićevog diskontinuiteta.

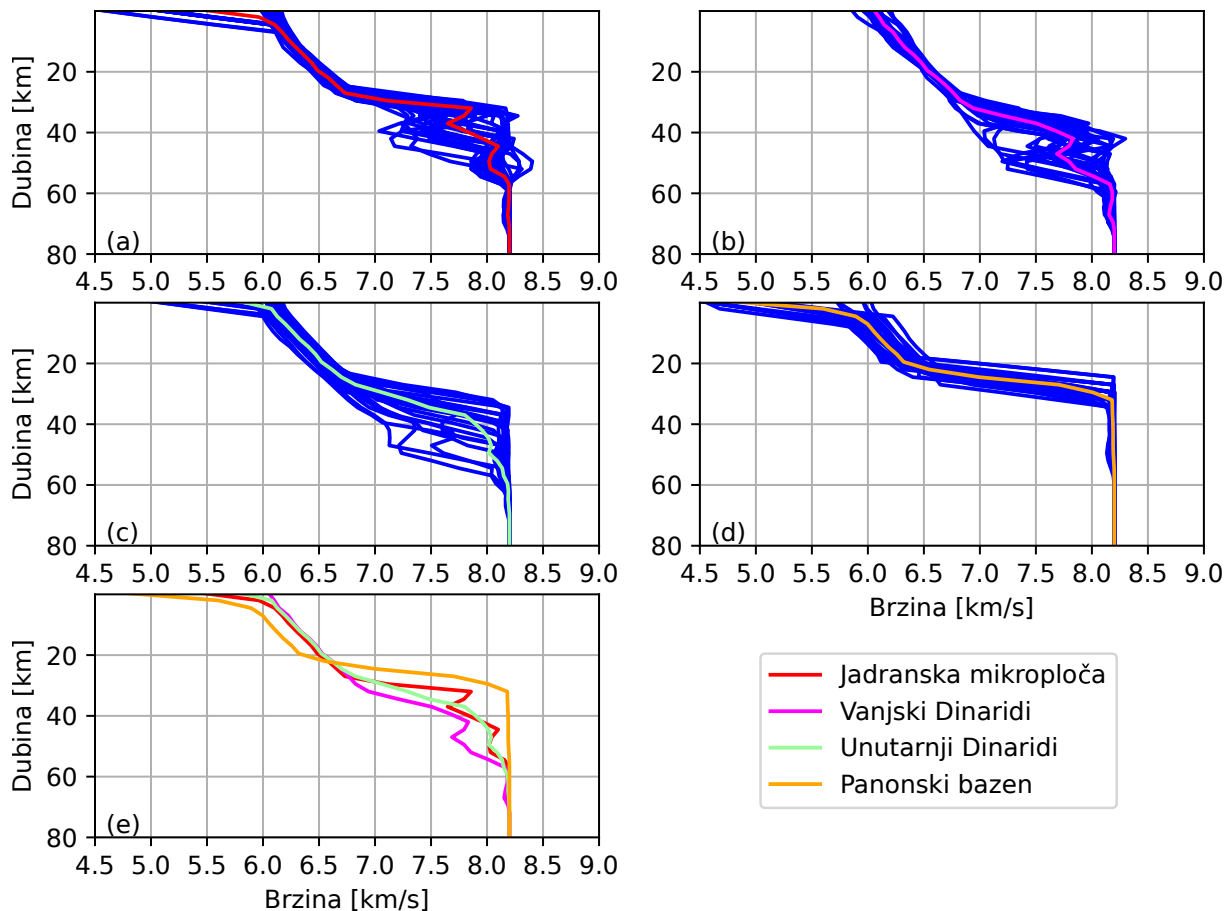
5.3 Brzine u različitim tektonskim jedinicama

Prema iznosima brzina putovanja P-valova u 3D modelu DinTOMO te razdiobe epicentara potresa, model je podijeljen na četiri tektonske jedinice. Radi se o gruboj osnovnoj podjeli na Jadransku mikroploču, Vanjske Dinaride, Unutarnje Dinaride te Panonski bazen. Na slici 5.7 prikazane su različite jedinice i točke modela pridijeljene pojedinoj jedinici.



Slika 5.7: Granice osnovnih tektonskih jedinica (isprekidane crne linije) i točke modela pridijeljene pojedinoj jedinici prema boji u legendi.

Kako bi se vidjeli generalni trendovi za pojedinu tektonsku jedinicu, za svaku od prikazanih točaka prikazana je promjena brzine s dubinom iz modela brzina. Svaka od točaka filtrirana je kliznim srednjakom širine tri točke (15 km) po dubini te su brzine usrednjene kako bi se dobila srednja vrijednost po tektonskoj jedinici. Usrednjene 1D promjene brzine po dubini prikazane su na slici 5.8 zajedno s pojedinim 1D modelima.



Slika 5.8: 1D promjene brzine za četiri osnovne tektonske jedinice: (a) Jadranska mikroploča, (b) Vanjski Dinaridi, (c) Unutarnji Dinaridi i (d) Panonski bazen, te (e) usporedni prikaz usrednjenih brzina za sve četiri tektonske jedinice. Plave pune linije prikazane na grafovima (a) – (d) prikazuju 1D promjene brzine za pojedine točke naznačene tektonske jedinice.

Za dio točaka u Jadranskoj mikroploči u prvih nekoliko kilometara vidi se značajno smanjena brzina – vjerojatno se radi o mlađim naslagama u kojima se očekuju manje brzine. U početnom modelu su jadranski sedimenti ignorirani, jer je fokus bio na samim Dinaridima, međutim, ovdje se nazire da barem na dijelu Jadranske ploče oni nisu zanemarivi. Naglo povećanje brzine između 25 km i 30 km ukazuje da se negdje između tih dubina nalazi granica između kore i plašta, iako se ne može odbaciti mogućnost da se radi o diskontinuitetu unutar kore. Zbog rezolucije modela ne bih se usudila reći da se radi o donjoj kori povećanih brzina, vjerojatnije je da se radi o Mohorovičićevu diskontinuitetu. Na dubini od oko 40 km dolazi do većeg raspršenja u iznosima brzina među različitim točkama, nakon čega se sve ujednačavaju na iznosu od 8.2 km s^{-1} koliko je zadano za plašt u početnom modelu, što ukazuje na to da zrake do tih dubina nisu dopirale.

Točke koje se nalaze u Vanjskim Dinaridima pokazuju znatno drukčije trendove. Nema smanjenih brzina u prvih nekoliko kilometara koje bi ukazivale na prisutnost neogenskih sedimenata. Na žalost, ništa ne ukazuje niti na prisutnost granice između dna sloja karbonatnih stijena i ostatka kore. Pretpostavljam da bi se za identifikaciju te granice u analizu trebalo uključiti faze koje bi se lomile na tom diskontinuitetu. Ovako kad su korištene isključivo Pg- i Pn-faze, granica je izgledno izgladnena. Ovdje se vidi i općenito veća dubina Mohorovičićeva diskontinuiteta, između 30 i 40 km. U prosjeku Mohorovičićev diskontinuitet se nalazi na dubini oko 40 km. Međutim, raspršenost iznosa brzina V_P do dubina od oko 50 km ukazuje na to da su zrake u ovom dijelu modela dopirale gotovo do te dubine.

Na iduće dvije tektonske jedinice je granica između kore i plašta jasnije izražena. Budući da su one na području smanjene pouzdanosti, prema rezultatima tzv. *checkerboard* analize, nisam sigurna da takav rezultat pokazuje stvarno stanje, već je vjerojatnije posljedica odabranih vrijednosti korištenih u početnom modelu. Vrijednosti brzina u kori su puno pouzdanije. U odnosu na Vanjske Dinaride, u Unutarnjim Dinaridima je brzina približno jednaka u prvih 20-tak km nakon čega značajnije raste prema dubinama između 30 i 40 km gdje se očekuje da se nalazi Mohorovičićev diskontinuitet. U Vanjskim Dinaridima promjena brzine je izraženija u gornjem dijelu kore.

U Panonskom bazenu, pak, se u prvih nekoliko kilometara očekuju značajno manje brzine V_P , zbog prisutnosti neogenskih sedimenata. Brzina s dubinom razmjerno monotono raste do nekih 20-tak km dubine, nakon čega slijedi značajniji skok u idućih 10-tak km – u tom intervalu dubina bi se očekivala i granica između kore i plašta. U tom dijelu modela je prodiranje zraka u dubinu bilo dosta skromno, pa je tih 20 – 30 km dubine Mohorovičićeva diskontinuiteta vjerojatno tog iznosa radi vrijednosti koje su dobivene prilikom izrade modela. Iz razdiobe epicentara potresa prikazanih na slici 5.1 vidi se kako je potresa sve manje kako se više ulazi u Panonski bazen, pa zbog toga prodiranje zraka u dubinu nije zadovoljavajuće u tom dijelu modela. Oko toga se ne može puno učiniti – za istraživanje tog područja potrebno je stoga koristiti neke druge metode.

Poglavlje 6

Zaključci

Cilj ovoga rada bio je dobiti sveobuhvatni 3D model seizmičkih brzina putovanja P-valova kore i najgornjeg dijela plašta šireg područja Dinarida, korištenjem metode seizmičke tomografije. Gledajući neke od sličnih istraživanja (Rawlinson & Urvoy, 2006, Kapuralić et al., 2019, Sun et al., 2019) dalo se zaključiti kako bi se do tog cilja moglo doći korištenjem prvih nailazaka Pg- i Pn-faza. Podataka je bilo u izobilju, čak i nakon odbacivanja podataka koji nisu bili dovoljno kvalitetni. Nakon prvih nekoliko inverzija s korištenim jednostavnim 1D ulaznim modelima, uvidjelo se da je područje jednostavno prekompleksno da bi se dobili rezultati koji bi mogli uhvatiti eventualne zanimljive strukture. Na putanju zrake kroz podzemlje utječe sav prostor kroz koji ona prolazi. Kad se gledaju zrake koje zahvaćaju velika područja, pogotovo ovdje gdje na relativno malom prostoru postoji nekoliko različitih tektonskih jedinica različitog nastanka i građe, jako je bitno znati barem neke informacije, kako bi se rezultat mogao razumno ograničiti. Građa kore trebala je biti predstavljena nešto kompleksnije od jednostavnog 1D modela. Također, Mohorovičićev diskontinuitet nije mogao biti definiran na jednakoj dubini u cijelom modelu – velike su razlike u njegovoj dubini između Dinarida, Panonskog bazena i Jadranske mikroploče.

Prikupljanje podataka o građi kore pokazalo se kao malo zasebno istraživanje unutar ovog istraživanja. Čak su napravljeni i dodatni koraci u odnosu na ono što je bilo potrebno za ulazni model za seizmičku tomografiju – nisu prikupljeni podaci samo o brzinama P-valova i dubini Mohorovičićevog diskontinuiteta, već su u taj model inkorporirane još i granica između neogenskih sedimenata i ostatka kore u Panonskom bazenu te granica između karbonatnog sloja i ostatka kore u području Dinarida. Već i taj početni model, iako predstavlja samo sintezu poznatih saznanja, daje neke uzbudljive rezultate. Dobivena slika postane nekako jasnija kad ju se postavi u prostor i sagleda u cjelini. Topografija Mohorovičićevog diskontinuiteta je već i prije bila objavljena kao 2D model (Stipčević et al., 2020), koji je ovdje samo malo proširen

na područjima Panonskog bazena i Jadranske mikroploče. Debljine neogenskih sedimenata u Panonskom bazenu te karbonata u Dinaridima su u okviru ovog istraživanja prvi put objavljeni tako sveobuhvatno, sintezom iz nekoliko izvora, i iako nisu korišteni dalje u seizmičkoj tomografiji, važan su rezultat ovog istraživanja.

Što se tiče brzina P-valova, iako visokokvalitetnih podataka nije bilo tako mnogo, dobiven je zadovoljavajući početni 3D model brzina V_P . Na dijelovima istraživanog područja gdje nije bilo podataka, snalažljivošću su inkorporirani podaci iz drugih istraživanja koji su bili dovoljno dobri za prvu verziju 3D modela kore. Očekivano je da će seizmičkom tomografijom eventualni nedostaci biti ispravljeni, pa je u početku bila potrebna samo inicijalna aproksimacija. U svakom slučaju, generalni trendovi su bili vidljivi i u početnom modelu. Razlike između Panonskog bazena, Dinarida i Jadranske mikroploče već su u tom modelu bile vidljive, a naziralo se i da je stanje u Unutarnjim Dinaridima različito. U tom prvom dijelu istraživanja mi je bilo žao što nisu bile dostupne informacije o brzinama u neogenskim sedimentima i karbonatnom sloju, i već tada je bilo jasno da ih neće biti moguće precizno odrediti u okviru ovog istraživanja. Naime, prilikom definiranja mreže modela koji će se računati seizmičkom tomografijom, bilo je jasno da neogenski sedimenti koji su na najdebljem dijelu debljine 5 – 6 km neće biti dobro reprezentirani. Za karbonate je još postojala nada, barem što se tiče dimenzija, međutim u rezultatima se ne vidi razlika između područja gdje su očekivani karbonati i ostatka kore. Granica između karbonata bi se eventualno mogla detektirati, da su korištene faze koje se lome na toj granici, ali ovako s korištenim Pg- i Pn-fazama, razlika u brzinama u karbonatima i ostatku kore jednostavno nije detektirana. Pretpostavljam da razlika u brzinama nije značajna, pa se zato niti ne očituju granice.

Sa zadovoljavajućim početnim modelom kore u drugom dijelu istraživanja primijenjena je seizmička tomografija. Rezultati dobiveni u ovom istraživanju su prvi takav sveobuhvatni model brzina P-valova u kori i najgornjem dijelu plašta šireg područja Dinarida. Nakon inverzije, brzine u gornjem dijelu kore su generalno ujednačenije nego u početnom modelu, dok su u donjem dijelu kore na području Dinarida brzine veće nego u početnom modelu. Povećane brzine na dnu kore ispod Dinarida potencijalno su posljedica pogrešno interpretiranog Mohorovičićevog diskontinuiteta, koji se možda u stvarnosti nalazi taman toliko pliće da te veće brzine pripadaju plaštu. S druge strane, budući da se takvi dijelovi s povećanim brzinama ugrubo podudaraju s lokacijama anomalija brzine iz istraživanja Belinić et al. (2021, 2024), možda je to što se vidi zapravo signal od subducirane ploče. Uočene su i generalno veće brzine u kori u južnom dijelu Vanjskih Dinarida u odnosu na srednji i sjeverni. Osim toga, u južnom dijelu Dinarida uočena je mogućnost postojanja dvostrukog Mohorovičićeva diskontinuiteta, koji je nastao uslijed podvlačenja Jadranske mikroploče pod Dinaride. Iako su dimenzije te strukture

tek nekih 10-tak km po vertikali, što je ispod procijenjene rezolucije modela, radi činjenice da je ta struktura konzistentno opažana i uz korištene drugačije parametre inverzije, rekla bih da je barem njezino postojanje realno reprezentirano, ako već dimenzije nisu. Također, slično je uočeno i u istraživanjima Stipčević et al. (2020), Belinić et al. (2021) te Belinić et al. (2024), pa i to podupire takvu interpretaciju. Budući da su u ovom istraživanju izostali značajan dubinski zahvat u plaštu i dovoljno dobra rezolucija, ne uočavaju se ostaci subduciranih ploča kao recimo u istraživanjima Belinić et al. (2021) ili Belinić et al. (2024). Dokazi subdukcije eventualno se vide u neobično velikim brzinama na dnu kore ispod Dinarida te u postojanju dvostrukog Mohorovičićevog diskontinuiteta u južnom dijelu Dinarida. Osim subdukcije, u modelu DinTOMO vidi se potencijalna granica između sjevernog i južnog dijela Jadranske mikroploče, a koja je također vidljiva u razdiobi hipocentara potresa koji se pojavljuju baš na tom dijelu Jadrana.

Kao prvi takav sveobuhvatan model, model DinTOMO značajan je doprinos spoznajama o građi Dinarida, ali još uvijek ima dosta nedostataka. Struktura kore generalno je dobro obuhvaćena, ali oko granice s plaštom postoji još nedoumica, uglavnom zato što zrake korištenih Pn-faza ne prodiru dovoljno duboko. Jedan dio problema je u tome što je Europska ploča relativno stabilna, zbog čega je sve manje potresa kako se udaljavamo od Dinarida i sve više zahvaćamo Panonski bazen. S te strane istraživanog područja nije dolazilo dovoljno Pn-faza te je plašt ispod Panonskog bazena, ali i Unutarnjih Dinarida, zapravo ostao nevidljiv. Kako bi se poboljšao taj dio modela koji ovdje nedostaje, u budućim istraživanjima bi možda u tomografiju trebalo uključiti i nailaske teleseizmičkih potresa.

Popis literature

- [1] Aljinović, B. (1983) Najdublji seizmički horizonti sjeveroistočnog Jadrana. Sveučilište u Zagrebu
- [2] Aljinović, B., Prelogović, E., Skoko, D. (1987) New data on deep geological structure and seismotectonic active zones in region of Yugoslavia. *Boll. di Oceanol. Teorica ed Applicata*, 2: 77–90
- [3] Balling, P., Grützner, C., Tomljenović, B., Spakman, W., Ustaszewski, K. (2021a) Post-collisional mantle delamination in the Dinarides implied from staircases of Oligo-Miocene uplifted marine terraces. *Sci Rep*, 11. doi:10.1038/s41598-021-81561-5
- [4] Balling, P., Tomljenović, B., Schmid, S., Ustaszewski, K. (2021b) Contrasting along-strike deformation styles in the central external Dinarides assessed by balanced cross-sections: implications for the tectonic evolution of its Paleogene flexural foreland basin system. *Global Planetary Change*, 205. doi:10.1016/j.gloplacha.2021.103587
- [5] Belinić, T., Kolínský, P., Stipčević, J. (2024) Crustal structure of the Dinarides-Adriatic region from ambient noise tomography (u procesu recenzije). *Geophys. J. Int*
- [6] Belinić, T., Kolínský, P., Stipčević, J., AlpArray Working Group (2021) Shear-wave velocity structure beneath the Dinarides from the inversion of Rayleigh-wave dispersion. *Earth and Planetary Science Letters*, 555. doi:10.1016/j.epsl.2020.116686
- [7] Belinić, T., Stipčević, J., Živčić, M., AlpArray Working Group (2018) Lithospheric thickness under the Dinarides. *Earth and Planetary Science Letters*, 484: 229–240. doi:10.1016/j.epsl.2017.12.030
- [8] Bigi, G., Cosentino, D., Parotto, M., Sartori, R., Scandone, P. (1990) Structural model of Italy, 1:500.000. *Quaderni de La Ricerca Scientifica*, 114(3)
- [9] Bousquet, R., Schmid, S., Zeilinger, G., Oberhänsli, R., Rosenberg, C., Molli, G., Robert, C., Wiederkehr, M., Rossi, P. (2012) Tectonic framework of the Alps. *CCGM/CGMW*
- [10] Brocher, T. (2005) Empirical relations between elastic wavespeeds and density in the Earth's crust. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 95: 2081–2092. doi:10.1785/0120050077
- [11] Brückl, E., Bleibinhaus, F., Gosar, A., Grad, M., Guterch, H. P., A., Keller, G., Majdański, M., Šumanovac, F., Tiira, T., Yliniemi, J., Hegedus, E., Thybo, H. (2007) Crustal structure due to collisional and escape tectonics in the Eastern Alps region based on profiles Alp01 and Alp02 from the ALP 2002 seismic experiment. *Journal of Geophysical Research*, 112. doi:10.1029/2006JB004687
- [12] de Kool, M., Rawlinson, N., Sambridge, M. (2006) A practical grid-based method for tracking multiple refraction and reflection phases in three-dimensional heterogeneous media. *Geophys. J. Int*, 167. doi:10.1111/j.1365-246X.2006.03078.x
- [13] Dragašević, T., Andrić, B. (1975) Dosadašnji rezultati ispitivanja građe Zemljine kore dubokim seizmičkim sondiranjem na području Jugoslavije. *Acta Seismologica Iugoslavica*, pp. 47–50
- [14] Froitzheim, N., Schmid, S., Frey, M. (1996) Mesozoic paleogeography and the timing of eclogite-facies metamorphism in the Alps: a working hypothesis. *Eclogae Geologicae Helvetiae*, 89(1)
- [15] Geološka karta Albanije (2002) Geological 1:200 000 map published by the Ministry of Industry and Energy and the Ministry of Education and Science, Tirana
- [16] Grad, M., Tiira, T., ESC Working Group (2009) The Moho depth map of the European Plate. *Geophys. J. Int*, 176: 279–292. doi:10.1111/j.1365-246X.2008.03919.x

- [17] Handy, M., Giese, J., Schmid, S., Pleuger, J., Spakman, W., Onuzi, K., Ustaszewski, K. (2019) Coupled crust-mantle response to slab tearing, bending, and rollback along the Dinaride-Hellenide orogen. *Tectonics*, 38: 2803–2828. doi:10.1029/2019TC005524
- [18] Handy, M., Schmid, S., Bousquet, R., Kissling, E., Bernoulli, D. (2010) Reconciling plate-tectonic reconstructions of Alpine Tethys with the geological–geophysical record of spreading and subduction in the Alps. *Earth-Science Reviews*, 102(3-4): 121–158. doi:10.1016/j.earscirev.2010.06.002
- [19] Handy, M., Ustaszewski, K., Kissling, E. (2015) Reconstructing the Alps–Carpathians–Dinarides as a key to understanding switches in subduction polarity, slab gaps and surface motion. *International Journal of Earth Sciences*, 104(1): 1–26. doi:10.1007/s00531-014-1060-3
- [20] Herak, M., Herak, D., Markušić, S. (1996) Revision of the earthquake catalogue and seismicity of Croatia, 1908–1992. *Terra Nova*, 8: 86–94
- [21] International Seismological Centre (2024) On-line Bulletin. doi:10.31905/D808B830
- [22] Kapuralić, J., Šumanovac, F., Markušić, S. (2019) Crustal structure of the northern Dinarides and southwestern part of the Pannonian basin inferred from local earthquake tomography. *Swiss Journal of Geosciences*, 112: 181–198. doi:10.1007/s00015-018-0335-2
- [23] Magrin, A., Rossi, G. (2020) Deriving a new crustal model of Northern Adria: The Northern Adria crust (NAC) model. *Frontiers in Earth Science*, 8. doi:10.3389/feart.2020.00089
- [24] Matenco, L., Radivojević, D. (2012) On the formation and evolution of the Pannonian Basin: Constraints derived from the structure of the junction area between the Carpathians and Dinarides. *Tectonics*, 31. doi: 10.1029/2012TC003206
- [25] Mohorovičić, A. (1910) Potres od 8. X. 1909. *Godišnje izvješće zagrebačkog meteorološkog opservatorija*, 9(4/1): 1–56
- [26] Molinari, I., Morelli, A. (2011) EPcrust: a reference crustal model for the European Plate. *Geophys. J. Int.*, 135: 1–56. doi:10.1111/j.1365-246X.2011.04940.x
- [27] Olea, R. (2011) *Geostatistics for engineers and Earth scientists*. Springer Science + Business Media., New York
- [28] Orešković, J., Šumanovac, F., Hegedus, E. (2011) Crustal structure beneath Istra peninsula based on receiver function analysis. *Geofizika*, 28: 247–263
- [29] Osnovna geološka karta SFRJ (1989) Osnovna geološka karta SFRJ 1:100 000, Beograd, Savezni Geoloski Zavod
- [30] Pamić, J., Gušić, I., Jelaska, V. (1998) Geodynamic evolution of the Central Dinarides. *Tectonophysics*, 297: 251–268. doi:10.1016/S0040-1951(98)00171-1
- [31] Pebesma, E. (2004) Multivariable geostatistics in S: the gstat package. *Computers & Geosciences*, 30: 683–691. doi:10.1016/j.cageo.2004.03.012
- [32] Piromallo, C., Morelli, A. (2003) P wave tomography of the mantle under the Alpine-Mediterranean area. *Journal of Geophysical Research*, 108. doi:10.1029/2002JB001757
- [33] Popovici, A. M., Sethian, J. A. (2002) 3-D imaging using higher order fast marching traveltimes. *Geophysics*, 67: 604 – 609. doi:10.1190/1.1468621
- [34] Rawlinson, N., de Kool, M., Sambridge, M. (2006) Seismic wavefront tracking in 3-D heterogeneous media: applications with multiple data classes. *Explor. Geophys.*, 37: 322–330. doi:10.1071/EG06322
- [35] Rawlinson, N., Houseman, G. A., Collins, C. D. N. (2001) Inversion of seismic refraction and wide-angle reflection traveltimes for three-dimensional layered crustal structure. *Geophys. J. Int.*, 145: 381–400. doi: 10.1046/j.1365-246x.2001.01383.x
- [36] Rawlinson, N., Sambridge, M. (2003) Seismic traveltime tomography of the crust and the lithosphere. *Advances in Geophysics*, 46: 81–198. doi:10.1016/S0065-2687(03)46002-0
- [37] Rawlinson, N., Sambridge, M. (2004a) Multiple reflection and transmission phases in complex layered media using a multistage fast marching method. *Geophysics*, 69: 1338–1350. doi:10.1190/1.1801950
- [38] Rawlinson, N., Sambridge, M. (2004b) Wave front evolution in strongly heterogeneous layered media using the fast marching method. *Geophys. J. Int.*, 156: 631–647. doi:10.1111/j.1365-246X.2004.02153.x

- [39] Rawlinson, N., Urvoy, M. (2006) Simultaneous inversion of active and passive source datasets for 3-D seismic structure with application to Tasmania. *Geophys. Res. Lett.*, 33. doi:10.1029/2006GL028105
- [40] Saftić, B., Velić, J., Sztano, O., Juhasz, G., Ivković, v. (2003) Tertiary subsurface facies, source rocks and hydrocarbon reservoirs in the SW part of the Pannonian Basin (Northern Croatia and South-Western Hungary). *Geologia Croatica*, 56(1): 101–122
- [41] Schmid, S., Bernoulli, D., Fügenschuh, B., Matenco, L., Schefer, S., Schuster, R., Tischler, M., Ustaszewski, K. (2008) The Alpine–Carpathian–Dinaridic orogenic system: correlation and evolution of tectonic units. *Swiss J. Geosci.* doi:10.1007/s00015-008-1247-3
- [42] Schmid, S., Fügenschuh, B., Kissling, E., Schuster, R. (2004) Tectonic Map and overall architecture of the Alpine orogen. *Eclogae Geologicae Helveticae*, 97(1): 93–117. doi:10.1007/s00015-004-1113-x
- [43] Sethian, J. (1996) A fast marching level set method for monotonically advancing fronts. In *Proceedings of the National Academy of Science*, vol. 93, p. 1591–1595. doi:10.1073/pnas.93.4.1591
- [44] Sethian, J. (2001) Evolution, Implementation, and Application of Level Set and Fast Marching Methods for Advancing Fronts. *Journal of Computational Physics*, 169: 503–555. doi:10.1006/jcph.2000.6657
- [45] Sethian, J. A., Popovici, A. M. (1999) 3-D travelttime computation using the fast marching method. *Geophysics*, 64: 516–523. doi:10.1190/1.1444558
- [46] Shearer, P. M. (2009) *Introduction to Seismology, 2nd Edition*. Cambridge University Press, Cambridge
- [47] Snow, A. D., Whitaker, J., Cochran, M., den Bossche, J. V., Mayo, C., Miara, I., de Kloe, J., Karney, C., Couwenberg, B., Lostis, G., Dearing, J., Ouzounoudis, G., Filipe, Jurd, B., Gohlke, C., Hoese, D., Itkin, M., May, R., Heitor, Wiedemann, B. M., Little, B., Barker, C., Willoughby, C., Haberthür, D., Popov, E., Holl, G., de Maeyer, J., Ranalli, J., Evers, K., da Costa, M. A. (2021) pyproj4/pyproj: 3.3.0 Release. doi: 10.5281/zenodo.5709037. URL <https://doi.org/10.5281/zenodo.5709037>
- [48] Stein, S., Wysession, M. (2003) *An Introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure*. Blackwell Publishing, Malden
- [49] Stipčević, J., Herak, M., Molinari, I., Dasović, I., Tkalčić, H., Gosar, A. (2020) Crustal thickness beneath the Dinarides and surrounding areas from receiver functions. *Tectonics*, 37. doi:10.1029/2019TC005872
- [50] Stipčević, J., Tkalčić, H., Herak, M., Markušić, S., Herak, D. (2011) Crustal and uppermost mantle structure beneath the External Dinarides, Croatia, determined from teleseismic receiver functions. *Geophys. J. Int.*, 185: 1103–1119. doi:10.1111/j.1365-246X.2011.05004.x
- [51] Subašić, S., Prevolnik, S., Herak, D., Herak, M. (2017) Observations of SKS splitting beneath the Central and Southern External Dinarides in the Adria-Eurasia convergence zone. *Tectonophysics*, 705: 93–100. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.tecto.2017.03.027
- [52] Šumanovac, F. (2010) Lithosphere structure at the contact of the Adriatic microplate and the Pannonian segment based on the gravity modelling. *Tectonophysics*. doi:10.1016/j.tecto.2009.12.005
- [53] Šumanovac, F., Dudjak, D. (2016) Descending lithosphere slab beneath the Northwest Dinarides from teleseismic tomography. *Journal of Geodynamics*, 102: 171–184. doi:10.1016/j.jog.2016.09.007
- [54] Šumanovac, F., Hegedus, E., Orešković, J., Kolar, S., Kovács, A., Dudjak, D., Kovács, I. (2016) Passive seismic experiment and receiver functions analysis to determine crustal structure at the contact of the northern Dinarides and southwestern Pannonian Basin. *Geophys. J. Int.*, 205: 1420–1436. doi:10.1093/gji/ggw101
- [55] Šumanovac, F., Orešković, J., Grad, M., ALP 2002 Working Group (2009) Crustal structure at the contact of the Dinarides and Pannonian basin based on 2-D seismic and gravity interpretation of the Alp07 profile in the ALP 2002 experiment. *Geophys. J. Int.*, 179: 615–633. doi:10.1111/j.1365-246X.2009.04288.x
- [56] Sun, W., Zhao, L., Malusà, M., Guillot, S., Fu, L. (2019) 3-D Pn tomography reveals continental subduction at the boundaries of the Adriatic microplate in the absence of a precursor oceanic slab. *Earth and Planetary Science Letters*, 510: 131–141. doi:10.1016/j.epsl.2019.01.012
- [57] Tari, V., Pamić, J. (1998) Geodynamic evolution of the northern Dinarides and the southern part of the Pannonian Basin. *Tectonophysics*, 297: 269–281. doi:10.1016/S0040-1951(98)00172-3
- [58] Tišljarić, J., Vlahović, I., Velić, I., Sokač, B. (2002) Carbonate platform megafacies of the Jurassic and Cretaceous deposits of the Karst Dinarides. *Geologia Croatica*, 55(2): 139–170

-
- [59] Udías, A. (1999) *Principles of Seismology*. Cambridge University Press, Cambridge
- [60] Ustaszewski, K., Kounov, A., Schmid, S., Schaltegger, U., Krenn, E., Frank, W., Fügenschuh, B. (2010) Evolution of the Adria-Europe plate boundary in the northern Dinarides: From continent-continent collision to back-arc extension. *Tectonics*, 29. doi:10.1029/2010TC002668
- [61] Ustaszewski, K., Schmid, S., Fügenschuh, B., Tischler, M., Kissling, E., Spakman, W. (2008) A map-view restoration of the Alpine-Carpathian-Dinaridic system for the Early Miocene. *Swiss J. Geosci.*, 101: 273–294. doi:10.1007/s00015-008-1288-7
- [62] Zailac, K., Matoš, B., Vlahović, I., Stipčević, J. (2023) Reference seismic crustal model of the Dinarides. *Solid Earth*, 14(11): 1197–1220. doi:10.5194/se-14-1197-2023
- [63] Zhao, L., Paul, A., Malusà, M., Xu, X., Zheng, T., Solarino, S., Guillot, S., Schwartz, S., Dumont, T., Salimbeni, S., Aubert, C., Pondrelli, S., Wang, Q., Zhu, R. (2016) Continuity of the Alpine slab unraveled by high-resolution P wave tomography. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 121: 8720–8737. doi:10.1002/2016JB013310

Životopis

Katarina Zailac rođena je u Požegi 18. svibnja 1990. Nakon završene gimnazije prirodoslovno-matematičkog smjera u Požegi, upisuje Prirodoslovno-matematički fakultet u Zagrebu. Diplomira 25. veljače 2015. te stiče naziv magistre fizike-geofizike.

Iste godine se zapošljava u tvrtci Terra Compacta d.o.o. gdje se bavi plitkim geofizičkim istraživanjima. Između ostalog, najviše se bavi seizmičkim metodama: plitkom seizmičkom refrakcijom te višekanalnom analizom površinskih valova (MASW), ali i drugim geofizičkim metodama kao geoelektričnom tomografijom i georadarskim profiliranjem. Uz akviziciju podataka na terenu, radi i na analizi prikupljenih podataka te izradi izvještaja o odrađenim geofizičkim istraživanjima. Neki od većih projekata na kojima radi su istražni radovi za potrebe izrade projektne dokumentacija za dovodni kanal HE Varaždin (MASW), geofizički istražni radovi na lokaciji vodoopskrbnom sustava Krka, podsustav Ponikve (seizmička refrakcija, MASW, geoelektrična tomografija), geofizička ispitivanja za potrebe izrade glavnih i izvedbenih projekata nove žičare Sljeme (seizmička refrakcija, MASW, geoelektrična tomografija), geofizička istraživanja za potrebe seizmičke mikrozonacije grada Zagreba (seizmička refrakcija, MASW). Uz redovan rad, 2016. godine upisuje doktorski studij fizike (smjer geofizika) na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu.

U svibnju 2018. godine zapošljava se u Sveučilišnom računskom centru u Sektoru za napredno računanje, gdje radi do danas. Sudjeluje na nekoliko velikih europskih projekata unutar kojih razvija alate te održava sustav za nadzor servisa ARGO (*Integrating and managing services for European Open Science Cloud – EOSC-hub; National Initiatives for Open Science in Europe – NI4OS-Europe; EGI Advanced Computing for EOSC – EGI-ACE; EOSC Future*). Uz razvoj alata i održavanje sustava za nadzor servisa ARGO, također počinje koristiti napredno računanje u znanstvenom radu. Kako u profesionalnom radu koristi uglavnom Python za razvoj aplikacija, tako ga počinje koristiti i za pripremu i obradu podataka u okviru doktorskog rada.

Od listopada 2024. godine izabrana je za naslovnu asistenticu iz područja prirodnih znanosti, polje geofizika, pri Geofizičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu zbog pomoći u izvođenju nastave na kolegiju *Seizmologija I*.

Izvorni znanstveni i pregledni radovi u CC časopisima

Neobjavljeni radovi u postupku

- 1 **Zailac, K.**, Stipčević, J. (2025): Seismic tomography of Dinarides' crust and uppermost mantle (u pripremi)

Objavljeno

- 1 **Zailac, K.**, Matoš, B., Vlahović, I., and Stipčević, J. (2023): Reference seismic crustal model of the Dinarides, *Solid Earth*, 14, 1197–1220, <https://doi.org/10.5194/se-14-1197-2023>

Ocjenski radovi

- 1 **Zailac, K.** (2015): Kontinuirano opažanje dinamičkih parametara zgrade Fakulteta elektrotehnike i računarstva u Zagrebu, diplomski rad, Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb

Dodatak A

Izvod jednađžbi za kriging

A.1 Jednostavni (engl. *simple*) kriging

Ako nam je poznat estimator $\hat{Z}(\mathbf{x}_0)$ iz jednađžbe (2.2), varijanca u poziciji \mathbf{x}_0 je:

$$\sigma^2(\mathbf{x}_0) = \text{Var} [\hat{Z}(\mathbf{x}_0) - Z(\mathbf{x}_0)]. \quad (\text{A.1})$$

Iz definicije estimatora iz jednađžbe (2.2) slijedi:

$$\sigma^2(\mathbf{x}_0) = \text{Var} \left[m + \sum_{i=1}^k \lambda_i [Z(\mathbf{x}_i) - m] - Z(\mathbf{x}_0) + m \right]. \quad (\text{A.2})$$

Uz uvaŹavanje da je varijanca konstante jednaka nuli, moŹemo saŹeto pisati:

$$\sigma^2(\mathbf{x}_0) = \text{Var} \left[\sum_{i=1}^k \lambda_i Z(\mathbf{x}_i) - Z(\mathbf{x}_0) \right]. \quad (\text{A.3})$$

Ako pretpostavimo da je $\lambda_0 = -1$, moŹe se pisati:

$$\sigma^2(\mathbf{x}_0) = \text{Var} \left[\sum_{i=0}^k \lambda_i Z(\mathbf{x}_i) \right]. \quad (\text{A.4})$$

Prisjetimo se definicije varijance:

$$\text{Var} \left[\sum_{i=1}^k \lambda_i Z(\mathbf{x}_i) \right] = \text{E} \left\{ \left[\sum_{i=1}^k \lambda_i Z(\mathbf{x}_i) \right]^2 \right\} - \left\{ \text{E} \left[\sum_{i=1}^k \lambda_i Z(\mathbf{x}_i) \right] \right\}^2, \quad (\text{A.5})$$

Źto se dalje moŹe raspisati:

$$\begin{aligned}
\text{Var} \left[\sum_{i=1}^k \lambda_i Z(\mathbf{x}_i) \right] &= \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j \mathbb{E} [Z(\mathbf{x}_i) Z(\mathbf{x}_j)] - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j \mathbb{E} [Z(\mathbf{x}_i)] \mathbb{E} [Z(\mathbf{x}_j)] \\
&= \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \{ \mathbb{E} [Z(\mathbf{x}_i) Z(\mathbf{x}_j)] - \mathbb{E} [Z(\mathbf{x}_i)] \mathbb{E} [Z(\mathbf{x}_j)] \} \\
&= \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \text{Cov} [Z(\mathbf{x}_i), Z(\mathbf{x}_j)].
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Ako se uvrsti jednađžba (A.6) u jednađžbu za varijancu (A.5), dobije se:

$$\sigma^2(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=0}^k \text{Cov} [Z(\mathbf{x}_i), Z(\mathbf{x}_j)], \tag{A.7}$$

što se dalje može raspisati:

$$\sigma^2(\mathbf{x}_0) = \lambda_0 \text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) + 2\lambda_0 \sum_{i=1}^k \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \tag{A.8}$$

te ako se prisjetimo da je $\lambda_0 = -1$:

$$\sigma^2(\mathbf{x}_0) = \text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) - 2 \sum_{i=1}^k \lambda_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j). \tag{A.9}$$

Iz jednađžbi (2.2) i (A.9) vidi se da se problem određivanja vrijednosti funkcije u željenoj točki \mathbf{x}_0 svodi na pronalaženje koeficijenata (težina) λ_i . Želimo koristiti takve težine za estimator u jednađžbi (2.2) da one daju najmanju varijancu. Ako se varijanca definirana u jednađžbi (A.9) derivira po težinama λ_i i svaka od derivacija izjednači s nulom (uvjet da je varijanca minimum), dobiva se sljedeći sustav jednađžbi za težine λ_i (jednađžba (2.3) u glavnom tekstu):

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^k \lambda_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_1) &= \text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1) \\
\sum_{i=1}^k \lambda_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_2) &= \text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_2) \\
&\dots \\
\sum_{i=1}^k \lambda_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_k) &= \text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_k)
\end{aligned} \tag{A.10}$$

Težine koje se dobiju iz sustava u jednađžbi (A.10) optimalne su težine (u smislu da daju

minimalnu varijancu). Ako pojedine jednađbe u sustavu prikazanom jednađbom (A.10) pomnožimo s λ_i , a zatim sumiramo, dobijemo:

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i \sum_{j=1}^k \lambda_j \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \sum_{j=1}^k \lambda_j \text{Cov}(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_j). \quad (\text{A.11})$$

Uz uvađavanje jednađbe (A.11) i uzimanjem u obzir da je udaljenost točke mjerenja od same sebe jednaka nuli, $\text{Cov}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) = \text{Cov}(0)$, varijanca iz jednađbe (A.9) uz optimalne težine λ_i se mođe pisati (jednađba (2.4) u glavnom tekstu):

$$\sigma_{\text{SK}}^2(\mathbf{x}_0) = \text{Cov}(0) - \sum_{i=1}^k \lambda_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0). \quad (\text{A.12})$$

A.2 Obični (engl. *ordinary*) kriging

Problem određivanja težina λ_i se rješava metodom Langrangeovih multiplikatora. Ako označimo Langrangeov multiplikator sa μ , i uz ranije definicije varijabli, Langrangeova funkcija za obični kriging glasi:

$$L(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k; \mu) = \sigma^2(\mathbf{x}_0) + 2\mu \left(\sum_{i=1}^k \lambda_i - 1 \right). \quad (\text{A.13})$$

Kako bi se dobila rješenje za težine s najmanjom varijancom, Langrangijan iz jednađbe (A.13) derivira se po λ_i (za svih k težina) te izjednači s nulom. Rezultat je sustav jednađbi za težine λ_i (i dodatna jednađba za sumu težina koja je pretpostavljena u startu):

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_1) - \mu &= \gamma(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_0) \\ \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_2) - \mu &= \gamma(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_0) \\ \dots & \\ \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_k) - \mu &= \gamma(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_0) \\ \sum_{i=1}^k \lambda_i &= 1 \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Kada bismo svaku jednađbu u sustavu (A.14) pomnožili s λ_i i sve ih zbrojili, dobili bismo jednađbu

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) + \mu \sum_{i=1}^k \lambda_i = \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) + \mu. \quad (\text{A.15})$$

Jednažba (A.15) onda se može uvrstiti u jednažbu za varijancu procjene (2.19), tako da varijanca procjene u slučaju optimalnih težina λ_i glasi:

$$\sigma_{\text{OK}}^2(\mathbf{x}_0) = 2 \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) - \mu = \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) - \mu. \quad (\text{A.16})$$

Ako se definiraju sljedeće matrice:

$$G = \begin{bmatrix} \gamma(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) & \gamma(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) & \cdots & \gamma(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_1) & 1 \\ \gamma(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) & \gamma(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2) & \cdots & \gamma(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_2) & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_k) & \gamma(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_k) & \cdots & \gamma(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_k) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.17})$$

$$W = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_k \quad -\mu]^T, \quad (\text{A.18})$$

$$g = [\gamma(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_0) \quad \gamma(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_0) \quad \cdots \quad \gamma(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_0) \quad 0]^T, \quad (\text{A.19})$$

$$Z = [Z(\mathbf{x}_1) \quad Z(\mathbf{x}_2) \quad \cdots \quad Z(\mathbf{x}_k) \quad 0]^T, \quad (\text{A.20})$$

sustav jednažbi (A.14) se može zapisati u matričnom obliku:

$$GW = g. \quad (\text{A.21})$$

Optimalne težine se dobiju rješavanjem sustava (A.21), a zatim se procjena i varijanca procjene računaju prema:

$$\hat{Z}_{\text{OK}}(\mathbf{x}_0) = Z^T W = Z^T G^{-1} g, \quad (\text{A.22})$$

$$\sigma_{\text{OK}}^2(\mathbf{x}_0) = g^T W = g^T G^{-1} g. \quad (\text{A.23})$$

A.3 Univerzalni kriging

Definirajmo rezidualne slučajne funkcije kao razlike između slučajne funkcije i njezine očekivane vrijednosti:

$$Y(\mathbf{x}) = Z(\mathbf{x}) - \mathbb{E}[Z(\mathbf{x})], \quad (\text{A.24})$$

i pretpostavimo da vrijedi:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[Y(\mathbf{x})] &= \text{const.} \\ \text{Var}[Y(\mathbf{x}) - Y(\mathbf{x} + \mathbf{h})] &= 2\gamma_Y(\mathbf{h}), \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

gdje je $\gamma_Y(\mathbf{h})$ semivariogram reziduala.

Varijanca procjene u točki \mathbf{x}_0 je po definiciji varijance:

$$\sigma^2(\mathbf{x}_0) = \text{Var}[\hat{Z}(\mathbf{x}_0) - Z(\mathbf{x}_0)]. \quad (\text{A.26})$$

Napišimo razliku iz jednađžbe (A.26) pomoću reziduala definiranog u jednađžbi (A.24), te odmah prikađžimo i procjenu $\hat{Z}(\mathbf{x}_0)$ kako je definirana u jednađžbi (2.18):

$$\begin{aligned} \hat{Z}(\mathbf{x}_0) - Z(\mathbf{x}_0) &= \sum_{i=1}^k \lambda_i \{Y(\mathbf{x}_i) + \mathbb{E}[Z(\mathbf{x}_i)]\} - \{Y(\mathbf{x}_0) + \mathbb{E}[Z(\mathbf{x}_0)]\} \\ &= \sum_{i=1}^k \lambda_i Y(\mathbf{x}_i) - Y(\mathbf{x}_0) + \left\{ \mathbb{E} \left[\sum_{i=1}^k \lambda_i Z(\mathbf{x}_i) \right] - \mathbb{E}[Z(\mathbf{x}_0)] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Budući da je kriging točan interpolator, zadnji član u jednađžbi (A.27) je jednak nuli. Dalje uvrstimo razliku u jednađžbu (A.26):

$$\sigma^2(\mathbf{x}_0) = \text{Var} \left[\sum_{i=1}^k \lambda_i Y(\mathbf{x}_i) - Y(\mathbf{x}_0) \right]. \quad (\text{A.28})$$

Ako iskoristimo jednađžbu (A.5), možemo napisati varijancu procjene kao:

$$\sigma^2(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \text{Cov} [Y(\mathbf{x}_i) - Y(\mathbf{x}_0), Y(\mathbf{x}_j) - Y(\mathbf{x}_0)]. \quad (\text{A.29})$$

Uvrstimo u definiciju semivariograma iz jednađžbe (2.21) definiciju varijance:

$$\gamma_Y(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) = \frac{1}{2} \mathbb{E} \{ [Y(\mathbf{x}_i) - Y(\mathbf{x}_j)]^2 \} - \frac{1}{2} \{ \mathbb{E}[Y(\mathbf{x}_i) - Y(\mathbf{x}_j)] \}^2. \quad (\text{A.30})$$

Budući da je za rezidualne pretpostavljeno da je srednjak (nazovimo ga m_Y , da ga razlikujemo od *drifta*) konstantan, vrijedi:

$$E[Y(\mathbf{x}_i) - Y(\mathbf{x}_j)] = E[Y(\mathbf{x}_i)] - E[Y(\mathbf{x}_j)] = m_Y - m_Y = 0. \quad (\text{A.31})$$

Ako kombiniramo jednađžbu (A.31) s jednađžbom (A.30), možemo pisati:

$$Y_Y(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) = \frac{1}{2} E\{[Y(\mathbf{x}_i) - Y(\mathbf{x}_j)]^2\}, \quad (\text{A.32})$$

što se dodavanjem i oduzimanjem treće varijable može proširiti:

$$\begin{aligned} \gamma_Y(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) &= \frac{1}{2} E\{[[Y(\mathbf{x}_i) - Y(\mathbf{x})] - [Y(\mathbf{x}_j) - Y(\mathbf{x})]]^2\} \\ &= \frac{1}{2} E\{[Y(\mathbf{x}_i) - Y(\mathbf{x})]^2\} + \frac{1}{2} E\{[Y(\mathbf{x}_j) - Y(\mathbf{x})]^2\} - \\ &E\{[Y(\mathbf{x}_i) - Y(\mathbf{x})][Y(\mathbf{x}_j) - Y(\mathbf{x})]\}. \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

Budući da su očekivane vrijednosti razlika jednake nuli prema jednađžbi (A.31), zadnji član prepoznamo kao definiciju kovarijance, te jednađžbu možemo pisati kao

$$\gamma_Y(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) = \gamma_Y(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}) + \gamma_Y(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}) - \text{Cov}[Y(\mathbf{x}_i) - Y(\mathbf{x}), Y(\mathbf{x}_j) - Y(\mathbf{x})]. \quad (\text{A.34})$$

Ako uvrstimo kovarijancu iz jednađžbe (A.34) u jednađžbu za varijancu procjene (A.28), dobivamo:

$$\sigma^2(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j [\gamma_Y(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) + \gamma_Y(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_0) - \gamma_Y(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)], \quad (\text{A.35})$$

što se može razdvojiti, budući da je $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$:

$$\begin{aligned} \sigma^2(\mathbf{x}_0) &= \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma_Y(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) + \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma_Y(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j \gamma_Y(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \\ &= 2 \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma_Y(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j \gamma_Y(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j). \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

Ako s μ_l označimo Langrangeove multiplikatore (ostale oznake su jednake kao i prije), Langrangeova funkcija za univerzalni kriging je definirana kao:

$$L(\lambda_i; \mu_l) = \sigma^2(\mathbf{x}_0) + 2\mu_0 \left(\sum_{i=1}^k \lambda_i - 1 \right) + 2 \sum_{l=1}^n \mu_l \left[\sum_{i=1}^k \lambda_i f_l(\mathbf{x}_i) - f_l(\mathbf{x}_0) \right]. \quad (\text{A.37})$$

Kako bi se dobile optimalne težine koje bi davale najmanju varijancu procjene, varijanca procjene iz jednađbe (A.36) se uvrsti u Langrangeovu funkciju te se ona derivira po nepoznanicama λ_i , μ_0 te μ_l , svaka jednađba se izjednači s nulom, te se dobije sljedeći sustav jednađbi za težine λ_i :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma_Y(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_1) - \mu_0 - \sum_{l=1}^n \mu_l f_l(\mathbf{x}_1) &= \gamma_Y(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1) \\ \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma_Y(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_2) - \mu_0 - \sum_{l=1}^n \mu_l f_l(\mathbf{x}_2) &= \gamma_Y(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_2) \\ \dots & \\ \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma_Y(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_k) - \mu_0 - \sum_{l=1}^n \mu_l f_l(\mathbf{x}_k) &= \gamma_Y(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_k) \\ \sum_{i=1}^k \lambda_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^k \lambda_i f_1(\mathbf{x}_i) &= f_1(\mathbf{x}_0) \\ \sum_{i=1}^k \lambda_i f_2(\mathbf{x}_i) &= f_2(\mathbf{x}_0) \\ \dots & \\ \sum_{i=1}^k \lambda_i f_n(\mathbf{x}_i) &= f_n(\mathbf{x}_0). \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

Ako se prvih k jednađbi sustava jednađbi (A.38) svaka pomnoži s λ_i te se one zbroje, dobije se sljedeća relacija:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j \gamma_Y(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma_Y(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i) - \mu_0 - \sum_{l=1}^n \mu_l f_l(\mathbf{x}_0). \quad (\text{A.39})$$

Ako se u jednađbu za varijancu procjene (A.36) uvrsti relacija (A.39), dobiva se jednađba za izračun varijance procjene uz pretpostavku optimalnih težina koja glasi:

$$\sigma_{\text{UK}}^2(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^k \lambda_i \gamma_Y(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i) - \mu_0 - \sum_{l=1}^n \mu_l f_l(\mathbf{x}_0). \quad (\text{A.40})$$

Definirajmo nekoliko matrica.

$$A = \begin{bmatrix} \gamma_Y(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) & \gamma_Y(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) & \cdots & \gamma_Y(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_1) & 1 & f_1(\mathbf{x}_1) & f_2(\mathbf{x}_1) & \cdots & f_n(\mathbf{x}_1) \\ \gamma_Y(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) & \gamma_Y(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2) & \cdots & \gamma_Y(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_2) & 1 & f_1(\mathbf{x}_2) & f_2(\mathbf{x}_2) & \cdots & f_n(\mathbf{x}_2) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_Y(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_k) & \gamma_Y(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_k) & \cdots & \gamma_Y(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_k) & 1 & f_1(\mathbf{x}_k) & f_2(\mathbf{x}_k) & \cdots & f_n(\mathbf{x}_k) \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ f_1(\mathbf{x}_1) & f_1(\mathbf{x}_2) & \cdots & f_1(\mathbf{x}_k) & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ f_2(\mathbf{x}_1) & f_2(\mathbf{x}_2) & \cdots & f_2(\mathbf{x}_k) & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ f_n(\mathbf{x}_1) & f_n(\mathbf{x}_2) & \cdots & f_n(\mathbf{x}_k) & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.41})$$

$$X = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \cdots \ \lambda_k \ \mu_0 \ \mu_1 \ \mu_2 \ \cdots \ \mu_n]^T, \quad (\text{A.42})$$

$$a = [\gamma_Y(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1) \ \gamma_Y(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_2) \ \cdots \ \gamma_Y(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_k) \ 1 \ f_1(\mathbf{x}_0) \ f_2(\mathbf{x}_0) \ \cdots \ f_n(\mathbf{x}_0)]. \quad (\text{A.43})$$

Optimalne kriging težine se dobiju rješavanjem sustava:

$$AX = a. \quad (\text{A.44})$$

Procjena u točki \mathbf{x}_0 dobije se uvrštavanjem dobivenih težina u relaciju

$$\hat{Z}_{\text{UK}}(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^k \lambda_i Z(\mathbf{x}_i), \quad (\text{A.45})$$

a varijanca procjene se dobije uvrštavanjem težina i multiplikatora u jednadžbu (2.32), ili vektorski:

$$\sigma_{\text{UK}}^2(\mathbf{x}_0) = X^T a. \quad (\text{A.46})$$

Dodatak B

Eikonalna jednadžba

U ovom dodatku su dani fizikalni principi nužni za opisivanje rasprostiranja seizmičkih valova u mediju, a s ciljem kako bi se pokazalo dobivanje eikonalne jednadžbe koja je temelj seizmičke tomografije i koja je korištena u seizmičkoj tomografiji opisanoj u poglavlju 2.2.2. Jednadžbe i slike u ovom dodatku napisane su konzultacijom s materijalima iz triju udžbenika iz seizmologije: Udías (1999), Stein & Wysession (2003) i Shearer (2009).

B.1 Napetosti

Osim prostornih sila koje djeluju na tijelo u cjelini (kakva je, na primjer, gravitacijska sila), na tijelo unutar elastičnog sredstva dodatno djeluju površinske sile pod utjecajem materijala koji ga okružuje. Takva površinska sila, ili napetost (\vec{T}), definira se kao omjer sile i površine (S) preko koje djeluje na promatranu točku:

$$\vec{T} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{\Delta S}. \quad (\text{B.1})$$

Vektor napetosti ima isti smjer kao i sila \vec{F} . Obično se napetost prikazuje u obliku tenzora napetosti:

$$\tau = \begin{bmatrix} T_1(\hat{x}_1) & T_1(\hat{x}_2) & T_1(\hat{x}_3) \\ T_2(\hat{x}_1) & T_2(\hat{x}_2) & T_2(\hat{x}_3) \\ T_3(\hat{x}_1) & T_3(\hat{x}_2) & T_3(\hat{x}_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.2})$$

U slučaju tijela koje je u ravnoteži, ne može biti rotacije zbog tangencijalnih komponenti napetosti. Zbog toga mora vrijediti da je $\tau_{12} = \tau_{21}$, $\tau_{13} = \tau_{31}$ i $\tau_{23} = \tau_{32}$. Tenzor napetosti je simetričan, te stoga ima samo šest nezavisnih komponenti.

Napetost koja djeluje na bilo koju površinu orijentacije definirane jediničnim vektorom \hat{n} se tako općenito može opisati kao:

$$T(\hat{x}) = \tau \hat{x} = \begin{bmatrix} T_1(\hat{x}) \\ T_2(\hat{x}) \\ T_3(\hat{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

B.2 Jednadžba gibanja

Zamislimo sada blok materijala gustoće ρ i volumena $dx_1 dx_2 dx_3$, sa stranicama u smjeru koordinatnih osi Kartezijevog koordinatnog sustava. Razmotrimo ukupnu silu u smjeru x_2 . Prvi doprinos je razlika u napetostima između nasuprotnih stranica kvadra u smjeru \hat{x}_2 . Budući da je napetost sila po jedinici površine, pomnožimo svaki doprinos s površinom u danom smjeru. Dakle, u \hat{x}_2 smjeru djeluje sila:

$$\begin{aligned} [\tau_{22}(\vec{x} + dx_2 \hat{x}_2) - \tau_{22}(\vec{x})] dx_1 dx_3 &= \left[\tau_{22}(\vec{x}) + \frac{\partial \tau_{22}(\vec{x})}{\partial x_2} dx_2 - \tau_{22}(\vec{x}) \right] dx_1 dx_3 \\ &= \frac{\partial \tau_{22}(\vec{x})}{\partial x_2} dx_1 dx_2 dx_3. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

U drugom koraku je korišten razvoj u Taylorov red. Analogno vrijedi za doprinose u smjeru \hat{x}_2 od napetosti koje djeluju na preostala dva para stranica. Prema drugom Newtonovom zakonu, umnožak mase i sile je jednak ukupnoj sili koja djeluje na tijelo $F = ma$. Zbrojimo tri komponente sile napetosti, dodajmo joj vanjsku prostornu silu te ju izjednačimo s umnoškom mase i akceleracije, pri čemu ćemo masu napisati kao umnožak gustoće i volumena $m = \rho dx_1 dx_2 dx_3$:

$$\left[\frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{23}}{\partial x_3} \right] dx_1 dx_2 dx_3 + f_2 dx_1 dx_2 dx_3 = \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} dx_1 dx_2 dx_3. \quad (\text{B.5})$$

Prvi član je ukupna napetost od napetosti koje djeluju na nasuprotnne stranice zamišljenog kvadra. Ako podijelimo cijelu jednadžbu s volumenom, dobijemo:

$$\frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{23}}{\partial x_3} + f_2 = \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \quad (\text{B.6})$$

Jednadžbe za druga dva smjera su analogne ovoj, te se jednadžba može općenito napisati (uz korištenje konvencije za sumaciju da se sumira po indeksu koji se ponavlja):

$$\frac{\partial \tau_{ji}(\vec{x}, t)}{\partial x_j} + f_i(\vec{x}, t) = \rho \frac{\partial^2 u_i(\vec{x}, t)}{\partial t^2}. \quad (\text{B.7})$$

Parcijalnu derivaciju možemo još jednostavnije zapisati sa zarezom, tako da jednačnja u najjednostavnijem obliku glasi:

$$\tau_{ij,j}(\vec{x}, t) + f_i(\vec{x}, t) = \rho \frac{\partial^2 u_i(\vec{x}, t)}{\partial t^2}. \quad (\text{B.8})$$

Redoslijed indeksa na tenzoru napetosti je dozvoljen, budući da je simetričan. U slučaju da vanjske sile nema (što je praktično točno u slučaju da se promatrana čestica nalazi dovoljno daleko od izvora), jednačnja glasi:

$$\tau_{ij,j}(\vec{x}, t) = \rho \frac{\partial^2 u_i(\vec{x}, t)}{\partial t^2}. \quad (\text{B.9})$$

B.3 Deformacije

Kada je čestica koja je elastična podvrgnuta djelovanju napetosti, dolazi do deformacija. Za linearno elastične materijale (što je generalno približno točno za širenje seizmičkih valova) vrijedi Hookeov zakon:

$$\tau_{ij} = c_{ijkl} e_{kl}, \quad (\text{B.10})$$

što je zapisano istom konvencijom za sumaciju. c_{ijkl} su moduli elastičnosti, a e_{kl} su deformacije. Prisjetimo se da su deformacije derivacije pomaka, pa se jednačnja može pisati (korištenjem iste konvencije kao ranije) kao:

$$\tau_{ij} = c_{ijkl} u_{k,l}. \quad (\text{B.11})$$

Ako se ova relacija uvrsti u jednačnju gibanja (B.8), dobije se:

$$\tau_{ij,j}(\vec{x}, t) + f_i(\vec{x}, t) = (c_{ijkl} u_{k,l})_{,j}(\vec{x}, t) + f_i(\vec{x}, t) = \rho \frac{\partial^2 u_i(\vec{x}, t)}{\partial t^2}. \quad (\text{B.12})$$

Moduli elastičnosti čine nešto kompliciraniji tenzor koji sadrži 81 element. Na velikim skalama, unutrašnjost Zemlje je izotropna, što znači da ima približno jednaka fizikalna svojstva bez obzira na orijentaciju. Za takav izotropni materijal, c_{ijkl} ima samo dva nezavisna elastična modula. Koristan par su Laméove konstante λ i μ , koje su definirane tako da vrijedi

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}). \quad (\text{B.13})$$

Ako se u Hookeov zakon uvrste Laméove konstante, jednađžba glasi:

$$\tau_{ij} = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} = \lambda \Theta \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}, \quad (\text{B.14})$$

gdje je Θ dilatacija volumena.

B.4 Seizmički valovi i jednađžba gibanja

Razmotrimo homogeni elastični materijal u kojem se rasprostiru valovi. Pretpostavimo da u području od interesa nema izvora valova, tako da se može zanemariti vanjska prostorna sila, pa je jednađžba gibanja oblika:

$$\tau_{ij,j}(\vec{x}, t) = \rho \frac{\partial^2 u(\vec{x}, t)}{\partial t^2}. \quad (\text{B.15})$$

Jednađžbu ćemo napisati u Kartezijevim koordinatama (x, y, z) . Počnimo s x komponentom:

$$\frac{\partial \tau_{xx}(\vec{x}, t)}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}(\vec{x}, t)}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}(\vec{x}, t)}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u_x(\vec{x}, t)}{\partial t^2}. \quad (\text{B.16})$$

Kako bismo zamijenili komponente napetosti s pomacima, koristit ćemo jednađžbu (B.14), što raspisano po komponentama glasi:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \lambda \Theta + 2\mu e_{xx} = \lambda \Theta + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x}, \\ \tau_{xy} &= 2\mu e_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right), \\ \tau_{xz} &= 2\mu e_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Zatim se izračunaju derivacije komponenti napetosti:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} &= \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y \partial x} \right), \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right). \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Ovdje je uzeto u obzir kad se elastične konstante ne mijenjaju u prostoru za izotropni medij.

Konačno, uvrstimo derivacije u početnu jednađbu, te uvažimo definiciju dilatacije volumena

$$\Theta = \nabla \cdot \vec{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad (\text{B.19})$$

i Laplacijana:

$$\nabla^2 u_x = \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}, \quad (\text{B.20})$$

jednađba za x komponentu konačno glasi:

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \mu \nabla^2 (u_x) = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}. \quad (\text{B.21})$$

Analogne jednađbe vrijede i za komponente y i z

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \mu \nabla^2 (u_y) = \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}, \quad (\text{B.22})$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \mu \nabla^2 (u_z) = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}. \quad (\text{B.23})$$

Ako se koristi vektorski Laplacijan polja pomaka:

$$\nabla^2 \vec{u} = (\nabla^2 u_x, \nabla^2 u_y, \nabla^2 u_z), \quad (\text{B.24})$$

jednađba gibanja se može napisati u vektorskom obliku:

$$(\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \vec{u}(\vec{x}, t)) + \mu \nabla^2 \vec{u}(\vec{x}, t) = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}(\vec{x}, t)}{\partial t^2}. \quad (\text{B.25})$$

Jednađba se može napisati i nešto drugačije, korištenjem vektorskog identiteta:

$$\nabla^2 \vec{u} = \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{u}). \quad (\text{B.26})$$

Uvrštavanjem u jednađbu (B.25) i preslagivanjem dobije se

$$(\lambda + 2\mu) \nabla (\nabla \cdot \vec{u}(\vec{x}, t)) - \mu \nabla \times (\nabla \times \vec{u}(\vec{x}, t)) = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}(\vec{x}, t)}{\partial t^2}. \quad (\text{B.27})$$

Iskažimo pomak pomoću dviju funkcija, skalarnog potencijala Φ i vektorskog potencijala $\vec{\Psi}$:

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \nabla\Phi(\vec{x}, t) + \nabla \times \vec{\Psi}(\vec{x}, t). \quad (\text{B.28})$$

Jednažba gibanja se onda može napisati kao:

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu)\nabla \left\{ \nabla \cdot \left[\nabla\Phi(\vec{x}, t) + \nabla \times \vec{\Psi}(\vec{x}, t) \right] \right\} - \mu\nabla \times \left\{ \nabla \times \left[\nabla\Phi(\vec{x}, t) + \nabla \times \vec{\Psi}(\vec{x}, t) \right] \right\} = \\ (\lambda + 2\mu)\nabla \left\{ \nabla^2\Phi(\vec{x}, t) + \nabla \cdot \left[\nabla \times \vec{\Psi}(\vec{x}, t) \right] \right\} - \mu \left\{ \nabla \times \nabla \times \left[\nabla\Phi(\vec{x}, t) \right] + \nabla \times \nabla \times \nabla \times \vec{\Psi}(\vec{x}, t) \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

Budući da vrijedi:

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla\Phi) &= 0, \\ \nabla \cdot (\nabla \times \vec{\Psi}) &, \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

jednažba gibanja prelazi u:

$$(\lambda + 2\mu)\nabla (\nabla^2\Phi) - \mu\nabla \times \nabla \times \vec{\Psi} = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla\Phi + \nabla \times \vec{\Psi}). \quad (\text{B.31})$$

Iz jednažbe (B.26) vrijedi:

$$\nabla \times \nabla \times (\nabla \times \vec{\Psi}) = \nabla \left[\nabla \cdot (\nabla \times \vec{\Psi}) \right] - \nabla^2 (\nabla \times \vec{\Psi}) = -\nabla^2 (\nabla \times \vec{\Psi}). \quad (\text{B.32})$$

Jednažba gibanja (B.31) onda se može presložiti:

$$\nabla \left[(\lambda + 2\mu)\nabla^2\Phi(\vec{x}, t) - \rho \frac{\partial^2\Phi(\vec{x}, t)}{\partial t^2} \right] = -\nabla \times \left[\mu\nabla^2\vec{\Psi}(\vec{x}, t) - \rho \frac{\partial^2\vec{\Psi}(\vec{x}, t)}{\partial t^2} \right]. \quad (\text{B.33})$$

Jedno rješenje je ako su obje strane jednažbe jednake nuli. Skalarni potencijal tako zadovoljava valnu jednažbu:

$$\nabla^2\Phi(\vec{x}, t) = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2\Phi(\vec{x}, t)}{\partial t^2} \quad (\text{B.34})$$

s brzinom širenja valova

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad (\text{B.35})$$

koja odgovara longitudinalnim (P) valovima, a vektorski potencijal zadovoljava valnu jednađžbu:

$$\nabla^2 \vec{\Psi}(\vec{x}, t) = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \vec{\Psi}(\vec{x}, t)}{\partial t^2} \quad (\text{B.36})$$

s brzinom širenja valova:

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad (\text{B.37})$$

koja odgovara transverzalnim (S) valovima.

B.5 Eikonalna jednađžba

Prisjetimo se rasprostiranja longitudinalnih (P) valova u heterogenom mediju. Jednađžba gibanja uz korištenje skalarnog potencijala (jednađžba (B.34)) glasi:

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0, \quad (\text{B.38})$$

gdje za skalarni potencijal vrijedi da je:

$$\vec{u} = \nabla \Phi, \quad (\text{B.39})$$

gdje je \vec{u} pomak od ravnotežnog položaja. Brzina P-valova ovisi o lokaciji: $\alpha = \alpha(\vec{x})$. Pretpostavimo da je rješenje harmonijski val:

$$\Phi(t) = A(\vec{x}) e^{-i\omega[t-T(\vec{x})]}, \quad (\text{B.40})$$

gdje je T fazni vektor, a A je lokalna amplituda. Možemo raspisati derivacije:

$$\nabla \Phi = \nabla A e^{-i\omega[t-T(\vec{x})]} - i\omega A \nabla T e^{-i\omega[t-T(\vec{x})]} \quad (\text{B.41})$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Phi &= \nabla^2 A e^{-i\omega[t-T(\vec{x})]} - i\omega \nabla T \cdot \nabla A e^{-i\omega[t-T(\vec{x})]} \\ &\quad - i\omega \nabla A \cdot \nabla T e^{-i\omega[t-T(\vec{x})]} - \omega^2 A \nabla T \cdot \nabla T e^{-i\omega[t-T(\vec{x})]} \\ &= [\nabla^2 A - \omega^2 A |\nabla T|^2 - i(2\omega \nabla A \cdot \nabla T + \omega A \nabla^2 T)] e^{-i\omega[t-T(\vec{x})]} \end{aligned} \quad (\text{B.42})$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -A \omega^2 e^{-i\omega[t-T(\vec{x})]}. \quad (\text{B.43})$$

Uvrstimo jednađbe (B.41), (B.42) i (B.43) u jednađbu gibanja (B.38) i dobivamo

$$\nabla^2 A - \omega^2 A |\nabla T|^2 - i(2\omega \nabla A \cdot \nabla T + \omega A \nabla^2 T) = -\frac{A\omega^2}{\alpha^2}. \quad (\text{B.44})$$

Realni dio jednađbe je

$$\nabla^2 A - \omega^2 A |\nabla T|^2 = -\frac{A\omega^2}{\alpha^2}, \quad (\text{B.45})$$

dok imaginarni dio glasi

$$2\omega \nabla A \cdot \nabla T + \omega A \nabla^2 T = 0. \quad (\text{B.46})$$

Podijelimo jednađbu (B.45) s $A\omega^2$ i presložimo članove da dobijemo:

$$|\nabla T|^2 - \frac{1}{\alpha^2} = \frac{\nabla^2 A}{A\omega^2}. \quad (\text{B.47})$$

Uzmimo sada aproksimaciju visoke frekvencije, tako da je ω dovoljno velik da član s desne strane jednađbe (B.47) ide u nulu. Dobivamo jednađbu:

$$|\nabla T|^2 = \frac{1}{\alpha^2}. \quad (\text{B.48})$$

Analogna jednađba dobije se i za transversalni val, pa općenito jednađbu (B.48) možemo pisati kao:

$$|\nabla T|^2 = \frac{1}{c^2}, \quad (\text{B.49})$$

gdje je c brzina vala (može biti α za P-valove, ili β za S-valove). Jednađba (B.49) je standardni oblik eikonalne jednađbe. Možemo je napisati i korištenjem *sporosti* u obliku:

$$|\nabla T|^2 = s^2, \quad (\text{B.50})$$

gdje je sporost s inverzna vrijednost brzine ($s = 1/c$). Fazni faktor T ponekad se naziva i funkcijom vremena putovanja. Ako jednađbu (B.50) raspišemo:

$$|\nabla T|^2 = (\partial_x T)^2 + (\partial_y T)^2 + (\partial_z T)^2 = s^2, \quad (\text{B.51})$$

vidimo da T ima gradijent iznosa jednakog iznosu sporosti. Funkcija $T(\vec{x}) = \text{const.}$ definira površine koje se nazivaju valnim frontama. Linije okomite na $T(\vec{x})$ ili paralelne s $\nabla T(\vec{x})$ se zovu zrake vala. Smjer zraka vala je definiran gradijentom od T ,

$$\nabla T = s\hat{k} = \vec{s}, \quad (\text{B.52})$$

gdje je \hat{k} jedinični vektor u smjeru sporosti.

Eikonalna jednađba vrijedi za visoke frekvencije (sjetimo se aproksimacije!) – mogu se zanemariti članovi koji uključuju derivacije Laméovih konstanti i vrijedi samo za one valne duljine koje su kratke u usporedbi s dimenzijama anomalija brzina u mediju koji se proučava.