Pavin, Matej

Master's thesis / Diplomski rad

2014

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:260727

Rights / Prava: In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: 2025-03-23



Repository / Repozitorij:

Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb





SVEUČILIŠTE U ZAGREBU PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET FIZIČKI ODSJEK

Matej Pavin

Produkcija Λ hiperona u p+C sudarima

Diplomski rad

Zagreb, 2014.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET FIZIČKI ODSJEK

SMJER: ISTRAŽIVAČKI STUDIJ FIZIKE

Matej Pavin

Diplomski rad

Produkcija A hiperona u p+C sudarima

Voditelj diplomskog rada: Tatjana Šuša

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. prof. dr. sc. Damir Bosnar

2. dr. sc. Tatjana Šuša

3. prof. dr. sc. Mirko Planinić

Datum polaganja: 10. srpnja 2014.

Zagreb, 2014.

Zahvale

Želio bih se zahvaliti mentorici Tatjani Šuša koja me upoznala s NA61/SHINE kolaboracijom, ali i uložila puno vremena kako bih razumio motivaciju eksperimenta, rad detektora i analizu. Ideju za ovu analizu dao je Alexander Korzenev i ovim putem mu se želim zahvaliti zbog velike pomoći i podrške tijekom mog boravka na CERN-u. Od velike pomoći bili su Boris Popov i Laura Zambelli koji su napravili provjeru moje analize i diskutirali dobivene rezultate tijekom tjednih kolaboracijskih sastanaka. Želio bih se zahvaliti i roditeljima zbog bezuvjetne podrške tijekom mog obrazovanja, ali i prijateljima koji su pomogli u opuštanju i zaboravljanju na svakodnevne obveze. ... 3 fantoma kroz svemir jure, ma tko bi znao gdje žure. I kroz kamen mogu proći, a nikada ne znaš koji će ti doći ...

Sažetak

U rada je određen multiplicitet Λ hiperona u ovisnosti o kutu produkcije i ukupnom impulsu u proton+ugljik sudarima. Podaci su prikupljeni 2009. godine koristeći snop protona impulsa 31 GeV/c te tanku grafitnu metu (0.04 interakcijske duljine). Mjerenja su vršena u okviru NA61/SHINE eksperimenta, velikog hadronskog spektrometara na SPS akceleratorskom postrojenju u CERN-u. Λ hiperoni identificirani su putem nabijenog kanala raspada $\Lambda \rightarrow p + \pi^{-}$. Rezultati su korigirani za geometrijske gubitke, gubitke zbog neefikasnosti rekonstrukcije kao i gubitke zbog primijenjenih rezova korištenjem VENUS Monte Carlo generatora. Ispitana je ovisnost rezultata o rezovima primijenjenim u analizi, Monte Carlo generatoru korištenom pri određivanju korekcijskih faktora te o izboru funkcija korištenih u prilagodbi. Ovisnost produkcije Λ hiperona o laboratorijskom impulsu prikazana je za 7 intervala laboratorijskog polarnog kuta θ (0 – 0.42 rad). Rezultati su uspoređeni s predviđanjima VENUS i FLUKA Monte Carlo generatora te provjereni u neovisnoj analizi. Dobiveni rezultati doprinijeti će preciznijim predviđanju toka neutrina u T2K eksperimentu u Japanu.

Ključne riječi: proton-ugljik sudari, NA61/SHINE veliki hadronski spektrometar, produkcija Λ hiperona, tok neutrina

Λ Hyperon Production in p+C Collisions

Abstract

In this thesis Λ hyperon production in proton-carbon collisions was determined. The data were recorded in year 2009 using a proton beam of 31 GeV/c momentum scattered of a thin graphite target (0.04 interaction length). The measurements were done using NA61/SHINE large hadron spectrometer at SPS accelerator complex at CERN. Λ hyperon was identified via charged decay mode $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$. Final results are corrected for the losses during the analysis, geometry of the detector and inefficiency of the reconstruction chain using VENUS Monte Carlo simulation. Dependence of the results on cuts, Monte Carlo generator and fitting procedure is investigated. Λ hyperon yields are shown as a function of laboratory momentum in the 7 intervals of laboratory polar angle (0 – 0.42 rad). The results are compared to the predictions of VENUS and FLUKA Monte Carlo generators and cross-checked in an independent analysis. The results aim to improve predictions of the neutrino flux in the T2K experiment in Japan.

Keywords: proton-carbon collisions, NA61/SHINE large hadron spectrometer, Λ hyperon yields, neutrino flux

Sadržaj

1.1 Neutrini	1 2 4 6 6 7
1.1.1 Neutrini u standardnom modelu	2 4 6 6 7
1.1.2 Podrijetlo mase neutrina 1.1.3 Neutrinske oscilacije 1.1.4 PMNS matrica 1.1.5 Dvostruki beta raspad 1.1.2 T2K eksperiment 1.2.1 J-PARC akcelerator 1.2.2 Prijenosna linija 1.2.3 ND280 komplekts	2 4 6 6 7
1.1.3 Neutrinske oscilacije 1.1.4 PMNS matrica 1.1.5 Dvostruki beta raspad 1.12 T2K eksperiment 1.2.1 J-PARC akcelerator 1.2.2 Prijenosna linija 1.2.3 ND280 komplekts	4 6 6 7
1.1.4 PMNS matrica 1.1.5 Dvostruki beta raspad 1.2 T2K eksperiment 1.2.1 J-PARC akcelerator 1.2.2 Prijenosna linija 1.2.3 ND280 kompleks	6 6 7
1.1.5 Dvostruki beta raspad 1.1.5 Dvostruki beta raspad 1.2 T2K eksperiment 1.2.1 J-PARC akcelerator 1.2.1 J-PARC akcelerator 1.2.2 Prijenosna linija 1.2.2 Prijenosna linija 1.2.3 ND280 kompleks	6 6 7
1.2 T2K eksperiment 1.2.1 1.2.1 J-PARC akcelerator 1.2.2 1.2.2 Prijenosna linija 1.2.2 1.2.3 ND280 kompleks	6 7
1.2.1 J-PARC akcelerator 1.2.2 Prijenosna linija 1.2.3 ND280 kompleks	7
1.2.2 Prijenosna linija	
1.2.3 ND280 kompleks	7
$1.2.3 \text{ND200 KOIIIPIEKS} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots $	8
1.2.4 Super-Kamiokande	9
1.2.5 Tok neutrina	9
2 NA61/SHINE eksperiment	11
2.1 SPS akceleratorski kompleks	11
2.2 NA61/SHINE eksperiment	12
2.2.1 Sustav za okidanie	13
2.2.2 Meta	14
2.2.3 BPD	14
2.2.4 TPC detektori	15
2.3 Sustav za prikuplianie podataka	15
2.4 Rekonstrukcija događaja	17
2.4.1 Rekonstrukcijski lanac	18
2.4.2 Rekonstrukcija V^0 čestica	19
2.4.3 Simulacijski lanac	19
2 Analiza	91
3.1 Uzorci	21
3.1.1 Eksperimentalni uzorci	21
3.1.2 Monte Carlo uzorci	21
3.2 Odabir događaja	21
3.3 Odabir VO kandidata	21
3.3.1 Odabir V^0 kandidata	22
3.3.2 Odabir tragova čestica kćeri	20
3.4 Fazni prostor	28
3.5 Armenteros-Podolanski graf	20
3.6 Baspodiela invarijantne mase	30
3.6.1 Prilagodha signala i pozadine	31
$3.6.2$ Određivanje broja \wedge hiperona u TR uzorku	51

	3.7	Monte	Carlo korekcijski	faktori .		•••				•	•			•		33
		3.7.1	Korekcija broja d	ogađaja .		•••				•	•					34
		3.7.2	Korekcija broja A	hiperona		•••				•	•					34
		3.7.3	Ukupni korekcijs	ki faktor		•••	•••			•	•					35
	3.8	Difere	cijalni multiplicit	tet		•••				•	•					35
		3.8.1	Dvostruki diferei	ncijalni uda	arni pi	resje	k.			•	•			•		35
		3.8.2	Diferencijalni mı	ıltiplicitet		•••			• •	•	•			•		37
	3.9	Sistem	tske greške			•••			• •	•	•			•		38
		3.9.1	Doprinos Monte	Carlo gene	eratora	ı				•	•			•		38
		3.9.2	Doprinos prilago	dbe		•••				•	•					39
		3.9.3	Doprinos uvjeta			•••				•	•			•	•••	39
		3.9.4	Provjera rezultat	a neovisno	m ana	lizo	m .			•	•			•		40
	3.10	Rezult	ti			•••				•	•					40
4	7 - 1-1	· · · ¥ - 1-														4 -
4	Zaki	јисак														45
Do	odaci															46
A	Broj	događ	ja i V^0 kandidat	ta												46
A R	Broj	događ	ja i V^0 kandidat	ta												46 47
A B	Broj Prila B 1	događ agodba	ja i V ⁰ kandidat signala i pozadir	ta ne												46 47 47
A B	Broj Prila B.1 B 2	događ agodba TI uzo Monte	ja i V ⁰ kandidat signala i pozadir ak Carlo uzorak	ta ne 		•••					•					46 47 47 51
A B	Broj Prila B.1 B.2	događ agodba TI uzo Monte	ja i V ⁰ kandida s ignala i pozadi ak Carlo uzorak .	ta ne 	•••••	••••					•					46 47 47 51
A B C	Broj Prila B.1 B.2 Broj	događ agodba TI uzo Monte Λ hipe	ja i V ⁰ kandidat signala i pozadin ak Carlo uzorak . rona	ta ne 							•			•	•••	46 47 47 51 55
A B C	Broj Prila B.1 B.2 Broj C.1	događ agodba TI uzo Monte Λ hipe TI uzo	ja i V ⁰ kandidat signala i pozadin ak Carlo uzorak . rona ak	ta ne 	• • • •						•					 46 47 47 51 55
A B C	Broj Prila B.1 B.2 Broj C.1 C.2	događ agodba TI uzo Monte Λ hipe TI uzo Monte	ja i V ⁰ kandidat signala i pozadir ak Carlo uzorak . rona ak Carlo uzorak .	ta ne 	· · · ·	· · · ·	· · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	 	•	•	 	· · ·	•		 46 47 47 51 55 56
A B C	Broj Pril B.1 B.2 Broj C.1 C.2	događ agodba TI uzo Monte Λ hipe TI uzo Monte	ja i V ⁰ kandidat signala i pozadir ak Carlo uzorak . cona ak Carlo uzorak .	ta ne · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• • • •	· · · ·	 	 	 		• ·		· · ·	•		 46 47 51 55 56
A B C D	Broj Prila B.1 B.2 Broj C.1 C.2 Kore	događ agodba TI uzo Monte Λ hipe TI uzo Monte ekcijski	ja i V ⁰ kandidat signala i pozadir ak Carlo uzorak . rona ak Carlo uzorak . faktori	ta ne 	• • • •	· · · ·	 	 	· · ·	•	• ·		 	•	· · ·	 46 47 51 55 56 57
A B C D E	Broj Prila B.1 B.2 Broj C.1 C.2 Kore Siste	događ agodba TI uzo Monte A hipe TI uzo Monte ekcijski	ja i V ⁰ kandidat signala i pozadin ak Carlo uzorak . cona ak Carlo uzorak . faktori pogreške	ta ne 	• • • • •	· • •	 	 		•	• · ·		· · ·	•	· · ·	 46 47 51 55 56 57 58
A B C D E	Broj Prila B.1 B.2 Broj C.1 C.2 Kore Siste E.1	događ agodba TI uzo Monte Λ hipe TI uzo Monte ekcijski emtske Monte	ja i V ⁰ kandidat signala i pozadin ak Carlo uzorak . rona ak Carlo uzorak . faktori faktori cogreške Carlo generatori	ta ne 		· · · ·	· · ·			· · · ·	•		· · ·			 46 47 51 55 56 57 58 58
A B C D E	Broj Prila B.1 B.2 Broj C.1 C.2 Kore E.1 E.2	događ agodba TI uzo Monte Λ hipe TI uzo Monte ekcijski emtske Monte Prilago	ja i V ⁰ kandidat signala i pozadir ak Carlo uzorak . cona ak carlo uzorak . faktori faktori cogreške Carlo generatori dba	ta ne · · · · · · · · ·	· · · · ·		· · ·	•••		· · · · · ·			· · ·		· · ·	 46 47 51 55 56 57 58 58 60
A B C D E	Broj Prila B.1 B.2 Broj C.1 C.2 Kore E.1 E.2 E.3	događ agodba TI uzo Monte A hipe TI uzo Monte ekcijski emtske Monte Prilago	ja i V ⁰ kandidat signala i pozadin ak Carlo uzorak . rona ak Carlo uzorak . faktori faktori Carlo generatori dba	ta ne · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · ·	· · · ·	· · ·	•••	•••	· · · · · · ·	• · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	· · ·		· · ·	 46 47 51 55 56 57 58 58 60 61
A B C D E	Broj Prila B.1 B.2 Broj C.1 C.2 Kore E.1 E.2 E.3 E.4	događ agodba TI uzo Monte Λ hipe TI uzo Monte ekcijski emtske Monte Prilago Uvjeti Rezult	ja i V ⁰ kandidat signala i pozadir ak Carlo uzorak . cona ak carlo uzorak . faktori faktori cogreške Carlo generatori dba ti neovisne anali	ta ne ·	· · · · ·		· · ·	· · ·	· · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	· · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	 46 47 51 55 56 57 58 60 61 66

1 Uvod

T2K (Tokai to Kamioka) je neutrinski eksperiment [1] u Japanu koji istražuju oscilacije mionskih neutrina. Cilj eksperimenta [2] je izmjeriti parametre oscilacija Δm_{23}^2 i sin θ_{23} , s preciznošću od 10^{-4} eV² odnosno 0.01, te odrediti parametar θ_{13} iz procesa $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{e}$. Neutrinski snop dobiva se raspadima π i K mezona nastalim u sudarima primarnog protonskog snopa (impulsa 31 GeV/c), s grafitnom metom dužine 90 cm. Da bi se ostvarili ciljevi eksperimenta, potrebno je precizno odrediti tok neutrina, što zahtijeva detaljno poznavanje produkcije hadrona u p+C sudarima. Mjerenja produkcije hadrona u p+C sudarima (za impuls snopa 31 GeV/c) rađena su u okviru NA61/SHINE eksperimenta [3] na SPS (od engl. Super Proton Synchrotron) ubrzivaču u CERN-u. U okviru diplomskog rada određen je diferencijalni multiplicitet Λ hiperona koji su identificirani putem nabijenog kanala raspada

$$\Lambda \to p + \pi^-. \tag{1.1}$$

U prvom poglavlju dan je kratak osvrt na fiziku neutrina, a zatim je opisan T2K eksperiment s pripadnim akceleratorskim kompleksom i detektorima. U sljedećem poglavlju opisan je NA61/SHINE detektorski sustav te proces rekonstrukcije događaja. U trećem poglavlju detaljno su opisani koraci u analizi i prezentirani konačni rezultati. U četvrtom poglavlju izneseni su zaključci rada.

1.1 Neutrini

Neutrino je neutralna čestica čije je postojanje pretpostavio Pauli kako bi objasnio zašto elektron u β raspadu ima kontinuirani spektar energija. U početku je β raspad izmjeren kao raspad nestabilnih jezgara i može biti β^+ ili β^- , ovisno nastaje li kao produkt raspada pozitron ili elektron kao što je vidljivo iz jednadžbe 1.2.

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow^{A}_{Z-1}X + e^{+} + \nu_{e}, \quad {}^{A}_{Z}X \rightarrow^{A}_{Z+1}X + e^{-} + \overline{\nu_{e}}$$
(1.2)

Bez neutrina u β raspadu zakoni očuvanja energije, impulsa i angularnog momenta ne bi vrijedili. Kako neutrino slabo međudjeluje s materijom bilo je potrebno 26 godina za njegovo opažanje. Godine 1956. Cowan i ostali [4] opazili su elektronske antineutrine tako da su postavili spremnik vodika u blizinu nuklearnog reaktora. Antineutrini stvoreni u reaktoru reagirali su s protonima u spremniku i producirali neutrone i pozitrone:

$$\overline{\nu}_e + p \to n + e^+. \tag{1.3}$$

Lederman, Schwartz i Steinberger su 1962. godine objavili otkriće mionskih neutrina [5]. Na novoizgrađenom AGS akceleratoru snop protona energije 15 GeV-a usmjeren je na berilijsku metu. Producirane čestice su uglavnom pioni koji se raspadaju na:

$$\pi^- \to \mu^- + \overline{\nu_\mu}, \qquad \pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu.$$
 (1.4)

Nastale čestice usmjerene su kroz 13 m debelu čeličnu ploču kako bi prošli samo neutrini. Međudjelovanjem s aluminijem u detektoru neutrini su producirali mione što je dokaz postojanja nove vrste neutrina.

Nakon otkrića τ leptona u SLAC-u (od engl. Stanford Linear Accelerator Center) [6] pretpostavljeno je postojanje i trećeg neutrina. Za otkriće τ neutrina bilo je potrebno skoro 30 godina. Godine 2001., DONUT kolaboracija objavila je opažanje τ neutrina [7]. Mjerenja su vršena na ubrzivaču Tevatron na Fermilabu. τ neutrini dobiveni su raspadom D mezona. Čestice producirane u sudarima usmjerene su kroz magnetsko polje na niz čeličnih i betonskih zidova kako bi do detektora došli samo τ neutrini. U interakcijama τ neutrina s materijalom u detektoru nastaje τ lepton koji se može detektirati.

1.1.1 Neutrini u standardnom modelu

Neutrino je neutralna slabo interagirajuća čestica koja u standardnom modelu dolazi u 3 okusa, odnosno kao 3 partnera nabijenih leptona: elektrona, miona i tau leptona. Slabom interakcijom mogu interagirati samo lijeve čestice (za detalje vidi [8]) tako da su neutrini u standardnom modelu lijevi neutrini. Postojanje desnih neutrina nije dokazano, jer ne posjeduju naboje standardnog modela te zbog toga ne međudjeluju s drugim poznatim česticama. Prema standardnom modelu neutrini su bezmaseni, no eksperimenti pokazuju da neutrini imaju malenu masu. Neutrinska masa je nekoliko redova veličina manja od mase elektrona koji je sljedeća najlakša čestica u standardnom modelu. Činjenica da neutrini posjeduju masu znači da se u neutrinskoj fizici može pronaći dokaz za postojanje fizike izvan standardnog modela. Osim toga, postojanje neutrinske mase dovodi do neutrinskih oscilacija.

1.1.2 Podrijetlo mase neutrina

Podrijetlo mase neutrina je još uvijek nepoznanica. U standardnom modelu mase fermiona su dane Yukawinim vezanjem s Higgsovim poljem (za detaljniji izvod pogledati [9]). Maseni član za Diracove čestice ima oblik:

$$\mathcal{L} = -m_D \overline{\psi}_R^0 \psi_L^0 + h.c., \tag{1.5}$$

gdje h.c. označava hermitski konjugirani prvi član, m_D označava Diracovu masu, dok su ψ_R^0 i ψ_L^0 lijevo i desno Diracovo polje. Jednadžba 1.5 povezuje lijeve i desne čestice. U standarnom modelu postoje samo lijevi neutrini te bi zbog toga neutrini trebali biti bezmasene čestice. Svi fermioni unutar standardnog modela su Diracovi fermioni. Osim Diracovog masenog člana postoji mogućnost konstrukcije Majoraninog masenog člana koji nije obuhvaćen Standardnim modelom. Majoranini fermioni [10] su čestice koje su ujedno same sebi antičestice. Majoranini maseni član ne povezuje lijeve i desne čestice i ima oblik:

$$\mathcal{L}_{\mathcal{L}} = -\frac{m_L}{2} \overline{(\psi_L^0)^c} \psi_L^0 + h.c.$$
(1.6)

za lijeve fermione i

$$\mathcal{L}_R = -\frac{m_R}{2} \overline{(\psi_R^0)^c} \psi_R^0 + h.c.$$
(1.7)

za desne fermione. Mase m_L i m_R su Majoranine mase za lijeve i desne fermione. Iz jednadžbi 1.6 i 1.7 može se pokazati da Majorana maseni član zapravo pretvara lijevu/desnu česticu u lijevu/desnu antičesticu. Takav član krši zakone o očuvanju naboja (električnog naboja, slabog izospina, ...), stoga može biti realiziran u prirodi samo za čestice koje ne posjeduju naboje standardnog modela. Ako su realizirani u prirodi, desni neutrini ne posjeduju naboje standardnog modela i stoga mogu biti Majoranini fermioni. Uz pretpostavku da desni neutrini postoje, moguće je konstruirati Diracov maseni član koji povezuje lijeve i desne neutrine te Majoranini maseni član posebno za desne neutrine. Kombiniranjem jednadžbi 1.5 i 1.7 može se pokazati da vrijedi:

$$\mathcal{L}_{m_{\nu}} = -\frac{1}{2} [\overline{(\nu_L^0)^c}, \overline{\nu_R^0}] \begin{bmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_L^0 \\ (\nu_R^0)^c \end{bmatrix} + h.c.$$
(1.8)

Očekujemo da će m_D biti istog reda veličine kao mase kvarkova i leptona, dok za m_R nemamo nikakvih informacija, stoga parametar m_R može biti puno veći od m_D . Matrica

$$D_{\nu} = \begin{bmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{bmatrix}$$
(1.9)

naziva se neutrinska masena matrica. Kako bi dobili mase neutrina, matricu je potrebno dijagonalizirati, odnosno prikazati jednadžbu 1.8 pomoću svojstvenih stanja mase. To se radi pomoću neke unitarne transformacije U:

$$\mathcal{L}_{m_{\nu}} = -\frac{1}{2} [\overline{(\nu_{L}^{0})^{c}}, \overline{\nu_{R}^{0}}] U U^{-1} \begin{bmatrix} 0 & m_{D} \\ m_{D} & m_{R} \end{bmatrix} U U^{-1} \begin{bmatrix} \nu_{L}^{0} \\ (\nu_{R}^{0})^{c} \end{bmatrix} + h.c.$$
(1.10)

Nakon dijagonalizacije matrica ima približan oblik:

$$U^{-1}D_{\nu}U \approx \begin{bmatrix} \frac{m_D^2}{m_R} & 0\\ 0 & m_R \end{bmatrix},$$
(1.11)

dok svojstvena stanja mase prikazujemo kao kombinaciju lijevih i desnih neutrina:

$$\begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{bmatrix} = U^{-1} \begin{bmatrix} \nu_L^0 \\ (\nu_R^0)^c \end{bmatrix}.$$
 (1.12)

Koristeći jednadžbe 1.11 i 1.12 jednadžba 1.10 može se napisati kao:

$$\mathcal{L}_{m_{\nu}} = -\frac{1}{2} \frac{m_D^2}{m_R} \overline{\nu_1} \nu_1 - \frac{1}{2} m_R \overline{\nu_2} \nu_2.$$
(1.13)

Jedan neutrino imao bi malenu masu zbog omjera $\frac{m_D^2}{m_R}$, dok drugi ima veliku masu m_R . Osim toga, može se pokazati da su svojstvena stanja mase (ν_1 i ν_2) Majoranini fermioni. Dakle uz pretpostavku postojanja desnog neutrina i kombiniranja Diracovog i Majoranininog masenog člana za desni neutrino dobiju se 2 Majoranina neutrina, jedan puno lakši od kvarkova i leptona, dok je drugi mnogo teži od poznatih čestica u Standardnom modelu. To bi moglo objasniti jako male mase neutrina, ali i dati prirodnog kandidata za tamnu materiju u svemiru u obliku masivnoga desnog neutrina. Ova kratka analiza napravljena je za proizvoljan okus neutrina, npr. elektronski, no može se napraviti i za ostale neutrine. Tada bi imali svojstvena stanja $\nu_1(e)$, $\nu_2(e)$, $\nu_1(\mu)$, $\nu_2(\mu)$, $\nu_1(\tau)$ i $\nu_2(\tau)$, odnosno po jedan laki i teški neutrino za svaki okus. Za detaljniji izvod preporuča se [11]. U idućem odjeljku obrađene su neutrinske oscilacije za koje su relevantna samo laka svojstvena stanja $\nu_1(e)$, $\nu_1(e)$, $\nu_1(\mu)$ i $\nu_1(\tau)$. Ova stanja će zbog jednostavnosti biti označena sa ν_1 , ν_2 i ν_3 .

1.1.3 Neutrinske oscilacije

Godine 1968. Davis je napravio prvi eksperiment [12] kojemu je cilj bio opažanje solarnih elektronskih neutrina. Neutrini su opaženi pomoću reakcije:

$$\nu_e + {}^{37}Cl \to {}^{37}Ar + e^-.$$
 (1.14)

Solarni neutrini proizvedeni su u reakcijama nuklearne fuzije u središtu Sunca. Tok neutrina sa Sunca bio je predviđen standardnim solarnim modelom, no Davies je u svom eksperimentu opazio tek nešto više od trećine predviđenog toka. Kasnije je Pontecorvo [13] pokazao da su rješenje ovog problema neutrinske oscilacije te da se jedan dio elektronskih neutrina pretvorio u mionske neutrine na koje Davisov eksperiment nije osjetljiv. Oscilacije neutrina iz jednog okusa u drugi narušavaju očuvanje leptonskog broja [14]. Elektronski, mionski i tau neutrino nastaju u slabim interakcijama i stoga su svojstvena stanja slabog hamiltonijana. Ako postoje oscilacije iz jednog okusa u drugi u vakuumu, to znači da svojstvena stanja slabog hamiltonijana označavamo s ν_i dok su svojstvena stanja slabe interakcije označena s ν_{α} . Svojstveno stanje slabog hamiltonijana, odnosno stanje definiranog okusa koje je nastalo u trenutku t_0 možemo napisati kao linearnu kombinaciju stanja ν_i

$$|\nu_{\alpha}(t_0)\rangle = \sum_{i=1}^{3} U_{i\alpha}^* |\nu_i(\mathbf{p_i})\rangle, \qquad (1.15)$$

gdje je $U_{i\alpha}$ ekvivalent CKM [15] matrice za neutrinski sektor, a p_i su impulsi svojstvenih stanja slobodnog hamiltonijana. Svojstvena stanja imaju jednostavnu ovisnost o vremenu:

$$|\nu_i(t)\rangle = \exp\left(-i\frac{E_it}{\hbar}\right)|\nu_i(0)\rangle.$$
 (1.16)

Stanje definiranog okusa u trenutku t_0 u nekom kasnijem trenutku t je:

$$|\nu_{\alpha}(t)\rangle = \sum_{i=1}^{3} U_{i\alpha}^{*} \exp\left(-i\frac{E_{i}(t-t_{0})}{\hbar}\right) |\nu_{i}(\mathbf{p_{i}})\rangle.$$
(1.17)

Vjerojatnost da je neutrino okusa α prešao u neutrino okusa β , gdje je $\beta \neq \alpha$ jednaka je kvadratu apsolutne vrijednosti projekcije stanja $|\nu_{\alpha}(t)\rangle$ na stanje $|\nu_{\beta}\rangle$:

$$P_{\alpha \to \beta} = |\langle \nu_{\beta} | \nu_{\alpha}(t) \rangle|^2 \tag{1.18}$$

Zbog jednostavnosti pretpostavimo da imamo samo 2 okusa: elektronski i mionski. Tada matrica $U_{i\alpha}$ postaje jednostavna matrica rotacije u 2D:

$$U = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}.$$
 (1.19)

Koristeći jednadžbe 1.15, 1.17, 1.18 i 1.19 dobije se vjerojatnost prijelaza iz elektronskog u mionski neutrino:

$$P(\nu_e \to \nu_\mu) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{(E_1 - E_2)(t - t_0)}{2\hbar}\right).$$
 (1.20)

Zbog male mase neutrina, energiju možemo napisati u ultrarelativističkom limesu:

$$E_i \approx |\mathbf{p}_i| c + \frac{m_i^2 c^3}{2|\mathbf{p}_i|}.$$
(1.21)

Uz pretpostavku da su impulsi jednaki, vjerojatnost prijelaza je:

$$P(\nu_e \to \nu_\mu) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{(m_1^2 - m_2^2)c^4(t - t_0)}{4E\hbar}\right).$$
 (1.22)

Ako uvrstimo $z\approx c(t-t_0)$ vjerojatnost prijelaza je

$$P(\nu_e \to \nu_{\mu}) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{(m_1^2 - m_2^2)c^3 z}{4E\hbar}\right).$$
 (1.23)

Nakon udaljenosti:

$$L = \frac{2\pi\hbar E}{(m_1^2 - m_2^2)c^3}$$
(1.24)

vjerojatnost prijelaza je maksimalna. Zbog kvadrata sinusa u jednadžbi 1.23 nije moguće utvrditi koja neutrinska masa je veća, jedino što možemo znati je apsolutna vrijednost razlike kvadrata masa. Moguć je normalan poredak $m_e < m_{\mu} < m_{\tau}$, ali i obrnuti poredak masa $m_e > m_{\mu} > m_{\tau}$.

1.1.4 PMNS matrica

PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sagata) matrica [16] je analogna CKM matrice u kvarkovskom sektoru. Matrica je parametrizirana u obliku:

$$U = \begin{bmatrix} c_{12}c_{13}e^{i\frac{\alpha_1}{2}} & s_{12}c_{13}e^{i\frac{\alpha_2}{2}} & s_{13}e^{-i\delta} \\ (-s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta})e^{i\frac{\alpha_1}{2}} & (c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta})e^{i\frac{\alpha_2}{2}} & s_{23}c_{13} \\ (s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta})e^{i\frac{\alpha_1}{2}} & (-c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta})e^{i\frac{\alpha_2}{2}} & c_{23}c_{13} \end{bmatrix}$$
(1.25)

gdje je c_{ij} kosinus, a s_{ij} sinus kuta miješanja između *i*-te i *j*-te vrste, dok su α_1 , α_2 i δ kompleksne faze. Faza δ je Diracova faza, dok su faze α_1 i α_2 Majoranine faze koje postoje samo u slučaju da su neutrini Majoranine čestice.

1.1.5 Dvostruki beta raspad

Ako su neutrini Majoranine čestice tada elektronski neutrino produciran u β raspadu može inducirati novi β raspad. To je posljedica činjenice da su Majorana čestice jednake svojim antičesticama. Primjerice, moguć je β raspad oblika:

$${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z-1}X + e^{+} + \nu_{e},$$
 (1.26)

dok bi induciran
i β raspad bio oblika:

$${}^{A}_{Z-1}X + \overline{\nu_e} \to {}^{A}_{Z-2}X + e^+, \qquad (1.27)$$

uz jednakost $\nu_e = \overline{\nu_e}$. Ukupno se reakcije 1.26 i 1.27 mogu prikazati kao:

$${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z-2}X + 2e^{+}.$$
 (1.28)

Trenutno se vrši niz mjerenja poput EXO eksperimenta [17] kako bi se opazio dvostruki β raspad.

1.2 T2K eksperiment

T2K (Tokai to Kamioka) je neutrinski eksperiment u Japanu u kojemu sudjeluje oko 500 fizičara iz 59 instituta iz 11 zemalja. U eksperimentu se istražuju oscilacije mionskih neutrina. Cilj eksperimenta [2] je izmjeriti parametre oscilacija Δm_{23}^2 s preciznošću od 10^{-4} eV² i sin θ_{23} s preciznošću od 0.01 te odrediti parametar θ_{13} iz procesa $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{e}$. Može se pokazati da je:

$$\sin^2 2\theta_{\mu e} \approx \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_{13}.$$
(1.29)

Posljednji rezultati iz T2K kolaboracije [18] daju sljedeće vrijednosti parametara \sin_{23}^2 i m_{23} za normalni poredak masa:

$$\sin_{23}^2 = 0.514^{+0.055}_{-0.056}, \qquad \Delta m_{23}^2 = (2.51 \pm 0.01)10^{-3} \,\mathrm{eV}^2/\mathrm{c}^4, \tag{1.30}$$

dok su vrijednosti za obrnuti poredak:

$$\sin_{23}^2 = 0.511 \pm 0.055, \qquad \Delta m_{23}^2 = (2.48 \pm 0.01)10^{-3} \,\mathrm{eV}^2/\mathrm{c}^4.$$
 (1.31)

Osim toga u eksperimentu se aktivno traga za pretvorbom mionskih neutrina u sterilne neutrine. Neutrinski snop energije oko 1 GeV koristi se i za mnoštvo mjerenja s fiksnim metama.

Neutrini se produciraju u sudarima snopa protona kinetičke energije 30GeV-a (odnosno impulsa 31 GeV/c) s grafitnom metom u J-PARC [19] akceleratorskom postrojenju. 280m od postrojenja nalazi se bliži detektor ND280 (od engl. Near Detector 280) [20] za mjerenje toka neutrina. 295km dalje smješten je detektor Super-Kamiokande [21]. Super-Kamiokande detektor je otklonjen 2.5° od snopa protona čime se izabiru neutrini prosječne energije 0.6GeV za koje je vjerojatnost oscilacije maksimalna za udaljenost od 295 km. Shematski prikaz neutrinskog snopa nalazi se na slici 1.1.



Slika 1.1: Shematski prikaz T2K eksperimenta i neutrinskog snopa [22].

1.2.1 J-PARC akcelerator

J-PARC se sastoji od 3 akceleratora smještena kod gradića Tokai u prefekturi Ibaraki u Japanu. Prvi akcelerator je linearni akcelerator (LINAC) koji ubrzava negativne ione do energije od 400 MeV-a. Zatim se negativni ioni pretvaraju u pozitivne i ubacuju u RCS (od engl. Rapid-Cycling Synchrotron) akcelerator gdje se ubrzavaju na energiju od 3 GeV-a i zatim se ubacaju u MR (Main Ring) akcelerator. MR ima promjer 1567 m, a protoni se ubrzavaju na energiju od 31 GeV-a. Za više detalja pogledati [19].

1.2.2 Prijenosna linija

Prijenosna linija sastoji se od primarnog i sekundarnog dijela. Primarni dio sastoji se od 3 dijela: pripremnoga dijela dugog 54 m, luka dugog 147 m i fokusirajućeg dijela dugog 37 m. Iz MR akceleratora protoni se ubacuju u pripremni dio gdje se pomoću magneta snop podešava i zakreće kako bi ga mogao prihvatiti luk. Intenzitet, položaj i profil snopa se u ovom dijelu kontroliraju pomoću niza magneta kako bi se dobila maksimalna iskoristivost u proizvodnji neutrina. U luku se snop zakreće za 80.9° pomoću 14 supravodljivih dipolnih magneta. U fokusirajućem dijelu, snop

se fokusira prema meti pomoću običnih magneta.

U sekundarnoj prijenosnoj liniji snop protona se sudara s metom, a nastale čestice (uglavnom pioni) se fokusiraju i raspadaju na neutrine. Sekundarna prijenosna linija sastoji se od 3 dijela: dijela s metom, dijela za raspad i zaustavnog dijela. Dio s metom uključuje detektor za mjerenje profila snopa, metu i magnetske rogove. Cijeli dio je zatvoren u spremniku ispunjenom helijem. Meta je 91.4 cm (1.9 interakcijskih duljina) duga grafitna šipka, promjera 2.6 cm i gustoće 1.8 g/cm³. Ako bi se koristila gušća meta, došlo bi do taljenja mete zbog velikog intenziteta snopa protona. Meta se nalazi u titanijskom kućištu i hladi se plinovitim helijem. Magnetski rogovi sastoje se od 2 koaksijalna vodiča koji stvaraju toroidalno polje te skupljaju i fokusiraju čestice nastale u interakcijama protona s grafitnom metom. Dio za raspad sastoji se od 96 m dugog tunela koji je zatvoren debelim betonskim pločama. U ovom dijelu mioni nastali raspadom piona se raspadaju na neutrine i elektrone. Mioni koji se nisu raspali zaustavljaju se u zadnjem dijelu sekundarne prijenosne linije koji se sastoji od grafita i čeličnih ploča. Detalji o svakom dijelu prijenosne linije mogu se pronaći u [20].

1.2.3 ND280 kompleks

Nakon proizvodnje neutrinskog snopa vrši se mjerenje energije i sastava snopa pomoću ND280 detektora. Ovo mjerenje uspoređuje se s mjerenjem koje se vrši u Super-Kamiokande detektoru. Iz razlike se može odrediti postotak promijenjenih neutrina. Glavni dio ND280 (od engl. Near Detector 280) kompleksa nalazi se unutar velikog magneta (vidi [20]). U centru magneta koji je otklonjen za 2.5° od snopa protona nalazi se PØD (od engl. Pi-zero Detector) detektor [20], 3 TPC (od engl. Time Projection Chamber) komore [20] i FGD (od engl. Fine Grained Detector) detektor [20]. Oko ovih detektora nalazi se kalorimetar za detektiranje γ zraka.

PØD sastoji se od scintilatorskih šipki između kojih se nalazi voda te mjedene i olovne folije. Glavna zadaća PØD detektora je mjerenje neutralnih procesa oblika:

$$\nu_{\mu} + N \to \nu_{\mu} + N + \pi^0 + X.$$
 (1.32)

TPC komore služe za detektiranje nabijenih čestica i određivanje njihovog impulsa. TPC komore su potrebne jer drugi detektori ne mogu odrediti trodimenzionalnu putanju čestice i impuls. FGD detektor sastoji se od niza fino podijeljenih scintilatora. Zbog utjecaja magnetskog polja na fotomultiplikatore koriste se posebne multipikselne lavinaste fotodiode (engl. Multi-Pixel Avalanche Photodiode). Objašnjenje rada multi-pikselne lavinaste fotodiode može se pronaći u [23]. Na temelju multipikselnih fotodioda napravljen je MPPC detektor (od engl. Multi-Pixel Photon Counter) (za više detalja vidi [24]). Osim skupa detektora koji su odmaknuti od osi snopa protona, koristi se i INGRID detektor koji se sastoji od niza željeznih ploča i scintilatora. INGRID detektor služi za mjerenje toka neutrina i miona u smjeru snopa protona. Položaj snopa određen je s preciznošću od 10 cm. INGRID se sastoji od 14 modula poredanih u križ i 2 dodatna modula izvan glavnog križa.

1.2.4 Super-Kamiokande

Super-Kamiokande je najveći vodeni Čerenkovljev detektor u svijetu. Detektor je cilindričnog oblika i nalazi se na dubini od 1 km u središtu Mt. Ikenoyama, 295 km zapadno od J-PARC akceleratora. Cilindar ima promjer 39m i visinu od 41m. Cilindar se sastoji od 2 sloja: unutarnjeg i vanjskog detektora. Unutarnji detektor na zidovima sadrži 11129, dok vanjski detektor sadrži 1885 fotomultiplikatorskih cijevi. Shematski prikaz i izgled Super-Kamiokande detektora dani su na slici 1.2.



(a) Unutrašnjost Super-Kamiokande detektora.



(b) Shematski prikaze Super-Kamiokande detektora.

Slika 1.2: Super-Kamiokande detektor [22].

Vanjski detektor služi za odbacivanje pozadine uzrokovane mionima iz kozmičkih zraka i odbacuje $\approx 100\%$ pozadine. Neutrini prilikom interakcija s vodom stvaraju nabijene leptone koji, ako se gibaju brzinama većim od brzine svjetlosti u vodi, zrače Čerenkovljevo zračenje. Kada fotoni udare u fotomultiplikatore stvaraju uzorak u obliku prstena. U T2K eksperimentu mjeri se broj elektronskih i mionskih neutrina. Mionski neutrini stvaraju mione koji imaju relativno veliku masu pa teže mijenjaju impuls te zbog toga daju oštre prstene u fotomultiplikatorima. Elektroni se lako raspršuju unutar detektora te zbog toga daju razmazane prstene. Iz oštrine prstena može se odrediti je li događaj nastao interakcijom mionskog ili elektronskog neutrina s detektorom.

1.2.5 Tok neutrina

Neutrinski snop sastoji se od elektronskih i mionskih neutrina te njihovih antičestica. Mionski neutrini uglavnom su producirani dvočestičnim raspadima π^+ (95.5%) i K^+ (4.2%) mezona. Ostali doprinosi dolaze od tročestičnih raspada K^+ (0.2%) i K_L^0 (0.1%)mezona. Mionski antineutrini producirani su većinom u raspadima π^- (85.8%), μ^+ (8.8%) i K^- (4.0%) čestica. Također, doprinose i tročestični raspadi K^+ i K_L^0 mezona sa 0.2% i 1.2%. Tok mionskih antineutrina iznosi oko 6.9% toka mionskih neutrina.

Elektronski neutrini nastaju raspadom μ^+ (57.2%) leptona i tročestičnim raspadom K^+ i K_L^0 mezona. Mali doprinos dolazi od raspada π^+ (1%) mezona. Tok elektronskih neutrina iznosi oko 1.1% ukupnog toka mionskih neutrina. Elektronski antineutrini nastaju u tročestičnim raspadima K_L^0 (76.7%) i K^- (13.6%) mezona. Ostali raspadi koji doprinose su raspadi μ^- (9.2% leptona i π^- (0.4%) mezona. Tok elektronskih antineutrina iznosi oko 0.16% toka mionskih neutrina. Za više detalja pogledati [25]. Tok neutrina moguće je predvidjeti pomoću Monte Carlo simulacija, no da bi se tok neutrina dovoljno precizno odredio potrebno je u drugom eksperimentu detaljno izmjeriti produkciju hadrona. Doprinos toku neutrina može se podijeliti na 2 komponente:

- direktni doprinos doprinos koji dolazi iz primarno produciranih čestica u interakciji ili od čestica koje su dio lanca raspada primarno produciranih čestica,
- indirektni tok doprinos koji dolazi od interakcija primarno produciranih čestica ili čestica koje su dio lanca raspada primarno produciranih čestica s metom.

2 NA61/SHINE eksperiment

NA61/SHINE (od engl. North Area 61/SPS Heavy Ion and Neutrino Experiment) [3] je eksperiment s fiksnom metom u Sjevernoj zoni SPS (od eng. Super Proton Synchrotron) akceleratorkog kompleksa u CERN-u. Eksperiment je dizajniran za mjerenje produkcije hadrona u hadron+hadron, hadron+jezgra i jezgra+jezgra sudarima. U eksperimentu sudjeluje preko 140 fizičara iz 27 institucija, uglavnom iz europskih zemalja.

Primarni cilj eksperimenta je proučavanje faznog prijelaza između hadronske materije i kvarkovsko-gluonske plazme te otkrivanje kritične točke jako-interagirajuće tvari [26]. Svojstva faznog prijelaza ispituju se u ovisnosti o energiji projektila i nuklearnoj masi.

Osim toga, fizikalni program ekspermenta uključuje i referentna mjerenja potrebna za precizno određivanje toka neutrina u T2K eksperimentu [27], te za simuliranje pljuskova čestica koji nastaju prolaskom visoko-energijskog kozmičkog zračenja kroz atmosferu za Pierre Auger [28] i KASCADE kolaboracije [29].

U ovom poglavlju, nakon kratkom opisa SPS akceleratorskog kompleksa, detaljnije su opisani dijelovi NA61/SHINE eksperimenta koji se koriste pri mjerenju p+C sudara, kao i dijelovi rekonstrukcijskog lanca bitni za identifikaciju i rekonstrukciju Λ hiperona. Na kraju poglavlja dan je kratak prikaz simulacijskog lanca NA61/SHINE eksperimenta.

2.1 SPS akceleratorski kompleks



Slika 2.1: Akceleratorski lanac za ubrzavanje protona do energija od 400 GeV [30].

Shematski prikaz SPS akceleratorskog kompleksa dan je na slici 2.1. Na slici je naznačen položaj Sjeverne zone u kojoj je smješten NA61/SHINE eksperiment. U SPS akceleratorskom kompleksu, primarni snopovi protona ubrzavaju se do energije 400 GeV-a. Osim toga, moguće je dobiti i sekundarne snopove hadrona, elektrona i miona u energijskom rasponu 10 - 360 GeV-a. U mjerenjima obrađenim u ovom radu korišten je sekundarni snop protona impulsa 31 GeV/c.

Ubrzavanje protona odvija se u nekoliko koraka. Snop protona, dobiven ionizacijom vodika, prvo se ubacuje u linearni akcelerator LINAC2 u kojemu se ubrzava do energije 50 MeV-a. Snop se zatim ekstrahira i ubacuje u PSB (od engl. Proton Synchrotron Booster) akclerator u kojemu se može skupiti do 10^{13} protona, a zatim u PS (od engl. Proton Synchrotron) akcelerator promjera 628 m, gdje se protoni ubrzavanju do energije od 1.4 GeV, odnosno 14 GeV-a. Nakon toga protoni se injektiraju u SPS akcelerator gdje se vrši konačno ubrzavanje do energije od 400 GeV-a. Izdvojeni primarni snop protona usmjerava se na berilijevu metu. Nakon selekcije impulsa i naboja, snop p, π^+ i K⁺ čestica, usmjerava se tzv. H2 linijom prema NA61/SHINE eksperimentu. Protoni se, iz nastalog snopa, izdvajaju Čerenkovljevim brojačima. Udio piona i kaona u dobivenom protonskom snopu manji je od 0.8%.

2.2 NA61/SHINE eksperiment

Eksperimentalni postav koji se koristi prilikom mjerenja p+C sudara shematski je prikazan na slici 2.2. Glavni dio eksperimentalnog postava su 4 TPC (od engl. Time Projection Chamber) [31] komore koje su naslijeđene od NA49 eksperimenta [32]. TPC komore služe za mjerenje položaja i impulsa produciranih čestica, te za identifikaciju čestica mjerenjem specifične ionizacije, $\frac{dE}{dx}$. Dvije TPC komore, VTPC-1 i VTPC-2 (od engl. Vertex TPC-1 i Vertex TPC-2) srednjeg volumena nalaze se u magnetskom polju kako bi se odredio naboj i impuls čestica nastalih u sudaru. Magnetsko polje daju 2 jednaka supravodljiva magneta maksimalne snage zakretanja od 9 Tm. U konfiguraciji koja se koristi prilikom mjerenja na energiji projektila 158 GeV, jakost polja u prvom magnetu iznosi 1.5 T, a u drugom 1.1 T. Kod mjerenja na nižim energijama, jakost magnetskog polje se proporcionalno smanjuje. Između VTPC komora postavljen je manji GAP-TPC detektor koji služi za mjerenje putanja čestica čiji su kutovi s obzirom na os snopa maleni. Dvije TPC komore velikog volumena, MTPC-1 i MTPC-2 (od engl. Main TPC) smještene su iza magneta simetrično s obzirom na upadni snop. Iza MTPC komora smješteni su ToF (od engl. Time of Flight) detektori koji služe za identificiranje čestica u kinematskom području u kojem mjerenje TPC komorama nije dovoljno precizno. Iza ToF detektora nalazi se PSD (od engl. Particle Spectator Detector) kalorimetar koji služi za određivanje centralnosti jezgra+jezgra sudara. Ispred mete, u liniji snopa smješteno je nekoliko scintilatorskih brojača (S1, S2, V0, V1 i V1^{*p*}), te dva Čerenkovljeva detektora (CEDAR i THC) koji služe za identificiranje protona u ulaznom snopu. Međudjelovanje u meti definira

se antikoincidencijom ulaznog snopa s brojačem S4, postavljenim iza VTPC-1 detektora. U liniji snopa smještene su i tri višežičane proporcionalne komore, BPD-1/2/3, kojima se određuje položaj pojedinačnih protona u snopa.

Na slici 2.2 prikazan je i koordinatni sustav NA61/SHINE eksperimenta. Ishodište sustava je u centru VTPC-2 detektora. z os je definirana smjerom snopa, x os je usmjerena na lijevu stranu kada se gleda u smjeru snopa, a y os vertikalno prema gore.



Slika 2.2: Shematski prikaz postava NA61/SHINE eksperimenta korištenog prilikom mjerenja p+C sudara.

2.2.1 Sustav za okidanje

Sustav za okidanje korišten pri mjerenu p+C sudara sastoji se od 6 scintilatorskih brojača (S1, S2, V0, V1, V1^p, S4) te dvaju Čerenkovljevih detektora, čiji je položaj u liniji snopa prikazan na slici 2.3. Ulazni snop definiran je koincidencijom signala u brojačima S1 i S2, te izostankom signala u brojačima V0, V1 i V1^p, koji u sredini imaju kružni otvor promjera 1 cm. Čerenkovljevi detektori služe za identificiranje protona u ulaznom snopu. CEDAR detektor omogućava pozitivnu identifikaciju protona, dok se THC detektor koji radi pri tlaku nižem od praga za protone koristi u antikoincidenciji. Međudjelovanje u meti definira se antikoincidencijom ulaznog snopa s brojačem S4, promjera 2 cm, postavljenim iza VTPC-1 detektora. Položaji i dimenzije scintilatorskih brojača sumirani su u tablici 2.1.

Sustav za okidanje izveden je tako da omogućava istodobno prikupljanje podataka s nekoliko različitih okidača. Tijekom mjerenja p+C sudara 2009. godine korištena su 4 okidača (T1-4). T1 okidač odgovora pozitivno identificiranim protonima snopa, dok se T2 okidačem selektiraju događaji u kojima je došlo do interakcije protona s metom. Pozitivan signal T1 i T2 okidača može se prikazati kao:



Slika 2.3: Shematski prikaz sustava za okidanje i BPD detektora. Zeleni brojači koriste se u koincidenciji, dok se crveni koriste u antikoincidenciji.

	Dimenzije [cm]	Položaj [cm]
S1	6 imes 6 imes 0.5	-3638
S2	$\emptyset = 2.8, l = 0.2$	-1442
V0	$\emptyset = 8$, $l = 1$, rupa $\emptyset = 1$	-1413
V1	$10 \times 10 \times 1$, rupa $\emptyset = 1$	~ -675
$V1^p$	$30 \times 30 \times 1$, rupa $\emptyset = 2$	~ -678
S4	$\emptyset = 2, l = 1$	-212

Tablica 2.1: Dimenzije i položaj scintilatorskih brojača.

$$\underbrace{\underbrace{CEDAR \land \overline{THC} \land S1 \land S2 \land \overline{V0} \land \overline{V1} \land \overline{V1^{p}} \land \overline{S4}}_{T1}}_{T2}$$
(2.1)

Događaji selektirani T3 i T4 okidačem koriste se za istraživanje različitih sistematskih efekata. Konfiguracija ovih okidača mijenjala se tijekom prikupljanja podataka.

2.2.2 Meta

Prilikom referentnih mjerenja za T2K kolaboraciju korištene su dvije grafitne mete, tzv. tanka meta, dimenzija $2.5 \times 2.5 \times 2$ cm, te kopija 90cm duge mete koja se na J-PARC ubrzivaču koristi za produkciju neutrinskog snopa. Najvažniji parametri tanke i duge mete sumirani su u tablici 2.2. Tanka meta služi za određivanje produkcije hadrona koji daju direktni doprinos toku neutrina, dok duga meta [33] služi za određivanje indirektne komponente u toku neutrina. Prilikom mjerenja p+C sudara, analiziranih u okviru ovoga rada, korištena je tanka meta.

2.2.3 BPD

Položaj svake čestica snopa u transverzalnoj ravnini mjeri se pomoću tri BPD (od engl. Beam Position Detector) detektora čiji je položaj u liniji snopa prikazana na slici 2.3. To su višežičane proporcionalne komore ispunjene mješavinom plinova Ar/CO₂ u omjeru 85/15. Sastoje se od dviju okomitih anodnih ravnina, postavljenih između tri

	Tanka meta	Duga meta
Materijal	Izotropni grafit	Izotropni grafit
Gustoća [g/cm ³]	1.8395	1.831
Dimenzije [cm]	$2.5\times2.5\times2$	$\emptyset = 2.6, l = 90$
Interakcijska dužina	$\sim 0.04\lambda$	$\sim 1.9\lambda$
z-položaj [cm]	-580.4	-607.7

Tablica 2.2: Svojstva tanke i duge mete.

katodne ravnine. Vanjske katodne ravnine, s kojih se očitava signal, podijeljene su u trake širine 1.6 mm. Prolaskom nabijene čestice kroz detektor inducira se signal na nekoliko (~ 5) katodnih traka. Iz dobivenih signala određuju se transverzalne koordinate (x i y) čestice snopa, dok je z koordinata određena položajem BPD detektora u liniji snopa. Prilagodbom linearne funkcije na dobivene koordinate čestice snopa, određuje se njezina putanja. Ekstrapoliranjem rekonstruirane putanje do mete, određuju se transverzalne koordinate glavnom verteksa s točnošću od ~100 μ m.

2.2.4 TPC detektori

TPC je plinski detektor koji omogućava rekonstrukciju trodimenzionalne putanje nabijenih čestica, te njihovu identifikaciju mjerenjem specifične ionizacije, dE/dx. Sastoji se od plinske kutije, komora za očitavanje signala te električnog kaveza koji definira aktivni volumen detektora i stvara homogeno električno polje (slika 2.4). TPC detektori NA61/SHINE eksperimenta su pravokutnog oblika s komorama za očitavanje smještenim na vrhu detektora. Homogeno električno polje stvara se nizom aluminiziranih traka mylar folije smještenih na dnu te oko detektora. Nabijena čestica prolaskom kroz aktivni dio TPC detektora ionizira molekule plina. Nastali elektroni kreću se pod utjecajem uniformnog električnog polja prema komorama za očitavanje. U komorama za očitavanje, koje rade na principu višežičanih proporcionalnih brojača, dolazi do ubrzavanja elektrona, te stvaranja lavine. Nastali pozitivni ioni induciraju signal u katodnoj ravnini koja je podijeljena na velik broj pločica površine oko 1 cm². Iz položaja signala u katodnoj ravnini određuju se x i z koordinate točke na tragu, dok se v koordinata određuje iz vremena potrebnog da elektroni dođu do katodne ravnine (vrijeme drifta). Glavni parametri TPC detektora NA61/SHINE eksperimenta prikazani su u tablici 2.3.

2.3 Sustav za prikupljanje podataka

Sustav za prikupljanje podataka, shematski prikazan na slici 2.5, sastoji se od 3 dijela:



Slika 2.4: Osnovni dijelovi TPC detektora.

	VTPC-1/2	MTPC-1/2	GTPC
Volumen [m ³]	$2\times2.5\times0.98$	3.9 imes 3.9 imes 1.8	$0.384 \times 0.196 \times 0.590$
Plin	Ar/CO ₂ (90/10)	Ar/CO $_2$ (95.5/5.5)	$Ar/CO_2 (90/10)$
Napon [kV]	13	19	11
Brzina drifta [cm/ μ s]	1.4	2.3	~ 1.2
Broj blokova	27648	63360	672
Dimenzije blokova [mm]	$3.5\times16/28$	3.6/5.5 imes 40	4×28

Tablica 2.3: Tehničke karakteristike TPC detektora.

- elektronike za mjerenje signala iz TPC komora,
- elektronike za mjerenje signala iz ToF detektora bazirane na FASTBUS [34] standardu,
- elektronike za očitavanje BPD detektora koja se bazira na CAMAC [35] standardu.

Signali iz TPC detektora očitavaju se pomoću FEE (od engl. Front End Electronics) kartica smještenih na samom detektoru. FEE kartice služe za pojačanje i oblikovanje te digitalizaciju signala. Upravljanje se vrši pomoću matičnih ploča (od engl. Mother

Board) koje šalju vremenski signal. Kada FEE kartica dobije signal okidača počinje snimati analogni signal s katodne ploče na niz kondenzatora integriranih u ADC pretvaraču. Nakon digitalizacije, podaci se prikupljaju u matičnim pločama, a zatim šalju prema centralnom DAQ (od engl. Data Acquisition) računalu.

Za ToF sustav i BPD detektore koristi se FASTBUS-VME odnosno CAMAC-VME most. U dvjema VME kutijama smješteni su FIC8234 kontrolori koji mogu primiti vanjski stop signal. ToF i BPD detektori započinju s mjerenjem nakon primitka signala iz S1 detektora, ali se mjerenja očitavaju samo ako se u dovoljno kratkom vremenskom intervalu primi signal okidača. U tom slučaju stop signal se šalje FIC8234 kontroloru koji započinje s očitavanjem signala. Iz VME kutija signali se šalju u centralni DAQ kompjuter.

Centralno DAQ računalo sastoji se od 64 bitne matične ploče X7DB8-X, 8–jezgrenog Intel Xeon procesora na 2 GHz, 8 GB radne memorije, 10 PCI-X ulaza, 4 USB ulaza i 1 serijskim ulazom.



Slika 2.5: Sustav za prikupljanje podataka [30].

2.4 Rekonstrukcija događaja

Događaji prikupljeni u NA61/SHINE eksperimentu, rekonstruiraju se na CERN-ovom računalnom grozdu. Prije same rekonstrukcije vrši se kalibracija podataka koja uključuje određivanje (za detalje vidi [36])

- položaja BPD i TPC detektora,
- driftne brzine u TPC komorama,
- faktora skaliranje jakosti magnetskog polja,

- korekcija potrebnih za izračun vremena preleta,
- korekcija potrebnih za izračun specifične ionizacije u TPC komorama.

2.4.1 Rekonstrukcijski lanac

Rekonstrukcija događaja odvija se u nekoliko koraka, shematski prikazanih na slici 2.6. U prvom koraku, rekonstruiraju se signali u BPD detektorima i određuje putanja protonskog snopa. Zatim se rekonstruiraju prostorne točke u TPC detektorima. Iz dobivenih točaka rekonstruiraju se tragovi i određuje njihov impuls u prvoj mjerenoj točki. Ekstrapoliranjem tragova i putanje snopa u smjeru mete određuje se položaj glavnog verteksa, a nakon toga impulsi tragova u točki glavnog verteksa. Nakon toga rekonstruiraju se i identificiraju strani hiperoni. U posljednjem koraku rekonstruiraju se signali u ToF detektorima te određuje specifični gubitak energije u TPC detektorima. Za više detalja pogledaj [37].



Slika 2.6: Shematski prikaz rekonstrukcijskog lanca.

2.4.2 Rekonstrukcija V⁰ čestica

Osim nabijenih čestica u NA61/SHINE eksperimentu moguće je identificirati i Λ hiperone. Λ hiperon je neutralna čestica kvarkovskog sastava *uds*, mase 1.1157GeV/c² i vremena života od 2.631×10^{-20} s [38] koja ima dva kanala raspada:

$$\Lambda \to p\pi^-, \tag{2.2}$$

$$\Lambda \to n\pi^0. \tag{2.3}$$

Λ hiperoni detektiraju se u NA61/SHINE eksperimentu preko nabijenog kanala raspada za koji omjer grananja iznosi 63.9%. Zbog karakterističnog oblika ovog raspada (slovo V), Λ hiperoni nazivaju se i V^0 česticama.

Postupak identifikacije Λ hiperona, shematski prikazan na slici 2.7, temelji se na pronalaženju točke raspada (sekundarni verteks). Parovi tragova, koji odgovaraju česticama suprotnog naboja, ekstrapoliraju se u smjeru mete s korakom $\Delta z = 2$ cm, te se u svakoj točki određuje njihova udaljenost. Ukoliko je u točki, u kojoj je razmak tragova najmanji, udaljenost u x i y smjeru manja od 5 cm, pretpostavlja se da su tragovi nastali raspadom Λ hiperona. Za sve pronađene kandidate Λ hiperona, položaj sekudarnog verteksa i impulsi čestica kćeri u točki sekundarnog verteksa preciznije se određuju minimiziranje 9 parametarske (3 koordinate sekundarnog verteksa i 3 komponente impulsa svake čestice kćeri) χ^2 funkcije, primjenom Levenberg-Marquardt metode [39].



Slika 2.7: Shematski prikaz rekonstrukcije V^0 kandidata.

2.4.3 Simulacijski lanac

Monte Carlo simulacija koristi se kako bi se odredili gubitci do kojih dolazi zbog konačne veličine TPC detektora, neefikasnosti rekonstrukcije te zbog rezova korištenih u analizi. Simulacijski lanac NA61/SHINE eksperimenta shematski je prikazan na slici 2.8. Fizikalni p+C sudari simuliraju se Monte Carlo generatorom. Programom GNA49, baziranom na GEANT [40] programskom paketu, simulira se prolazak čestica kroz NA61/SHINE detektore uzimajući u obzir sve relevantne fizikalne procese. Dobivene prostorne točke transformiraju su u signale istovjetne stvarnom odzivu detektora, a zatim su događaji rekonstruirani na isti način kao i mjereni događaji. U posljednjem koraku simulacijskog lanca povezuju se originalne i rekonstruirane veličine.



Slika 2.8: Shematski prikaz simulacijskog lanca.

3 Analiza

3.1 Uzorci

3.1.1 Eksperimentalni uzorci

Rezultati prikazani u ovom radu dobiveni su na uzorku od oko 4.43 milijuna događaja izmjerenih 2009. godine. Ovaj uzorak nazivamo TI (od engl. Target Inserted) uzorkom. Osim stvarnih p+C interakcija, TI uzorak sadrži i pozadinske događaje koji nastaju međudjelovanjem upadnog protona s materijalom u eksperimentalnom postavu. Kako bi se korigirao doprinos ovih događaja, prikupljeno je oko 615000 TR (od engl. Taget Removed) događaja. Iz eksperimentalnog postava je uklonjena meta, a zatim su mjerenja vršena u identičnim uvjetima kao u slučaju TI uzorka.

3.1.2 Monte Carlo uzorci

Za određivanje Monte Carlo korekcijskih faktora, VENUS [41] Monte Carlo generatorom simulirano je 4.95 milijuna p+C događaja, koji su rekonstruirani simulacijskim lancem NA61/SHINE eksperimenta opisanim u potglavlju 2.4.1. Kako bi se provjerilo postoji li utjecaj Monte Carlo generatora na konačne rezultate, u analizi je korišten i MC uzorak (10 milijuna događaja) u kojem su p+C događaji simulirani FLUKA Monte Carlo generatorom [42].

3.2 Odabir događaja

U prvom koraka analize iz uzoraka se izdvajaju događaji u kojima je došlo do interakcije. To su događaji koji zadovoljavaju uvjete T2 okidača (vidi jednadžbu 2.1). Osim toga, iz uzorka se izbacuju događaji u kojima nije određen položaj glavnog verteksa i/ili putanja protona koji je izazvao pozitivan signal sustava za okidanje nije precizno rekonstruirana.

To se postiže postavljanjem nekoliko uvjeta:

- nepostojanje dodatnih čestica snopa u vremenskom prozoru od $\pm 1\mu s$ oko okidača (engl. WFA cut),
- točno određena putanja snopa protona (engl. BPD cut) i
- postojanje mjesta interakcije (engl. main vertex).

Prilikom mjerenja p+C sudara, intenzitet snopa (broj čestica snopa koje u jedinici vremena prolaze brojačem S1) iznosio je ~1500. Pri ovoj vrijednosti intenziteta može se dogoditi da dva ili više protona induciraju signal u BPD komorama, što onemogućava preciznu rekonstrukciju putanje. Ovi događaji isključuju se iz analize postavljanjem tzv. WFA (od engl. Wave Form Analyzer) uvjeta. WFA bilježi vrijeme prolaska čestica snopa kroz brojač S1, u intervalu $\pm 25\mu$ s oko okidača. Rezulucija WFA

je 100 ns, pa za protone koji izazivaju pozitivan signal sustava za okidanje zabilježeno vrijeme t iznosi t = 0 ns ili t = -100 ns. Iz analize se odbacuju događaji u kojima postoji dodatni proton u vremenskom intervalu $\pm 1 \ \mu s$ oko T2 okidača. Na slici 3.1 prikazano je vrijeme prolaska protona snopa kroz brojač S1 prije i nakon primjene WFA uvjeta. Istaknuti vrh u raspodjelama odgovara protonima koji su izazvali pozitivan signal sustava za okidanje.

Drugim uvjetom zahtjeva se postojanje signala u sva tri BPD detektora, te da je putanja snopa rekonstruirana, dok se trećim uvjetom osigurava da je u svakom događaju rekonstruiran glavni verteks. Ovi uvjeti koriste se u analizi TI i TR uzorka, dok se za Monte Carlo uzorak koriste nešto izmijenjeni uvjeti:

- modificirani T2 uvjet,
- postojanje rekonstruiranog glavnog verteksa.

VENUS generatorom simulirani su samo p+C sudari, pa svaki događaj u MC uzorku automatski zadovoljava definiciju T2 okidača. Modificiranim T2 uvjetom, simuliraju se gubitci do kojih dolazi u eksperimentalnom uzorku kada putanja neke od produciranih čestica prolazi S4 detektorom. U tom slučaju dobiva se pozitivan signal na S4 detektoru, pa se događaj neće zabilježiti iako je došlo do interakcije. U MC uzorku, stoga se, iz analize isključuju događaji u kojima neka od produciranih čestica prolazi S4 detektorom. Drugim uvjetom, slično kao i u eksperimentalnom uzorku, iz analize se isključuju događaji u kojima položaj glavnog verteksa nije određen.

U tablici A.1 prikazan je broj događaja u TI, TR i Monte Carlo uzorcima prije i nakon primjene pojedinih selekcijskih uvjeta.



Slika 3.1: Broj protona u vremenskom intervalu $\pm 10 \ \mu$ s oko okidača prije i nakon primjene WFA uvjeta.

3.3 Odabir V0 kandidata

 V^0 kandidati, identificirani metodom opisanom u poglavlju 2.4.2, mogu biti Λ hiperoni ili njihove antičestice ($\overline{\Lambda}$), K_S^0 mezoni, e^+e^- parovi nastali konverzijom fotona

ili pozadina nastala slučajnim križanjem produciranih čestica i/ili njihovim međudjelovanjem s materijalom u eksperimenalnom postavu. Kako se za pojedini V^0 kandidat ne može točno utvrditi njegov identitet, broj detektiranih Λ hiperona određuje se korištenjem raspodjela invarijatne mase. Za svaki kandidat, invarijantna masa izračunava se pomoću izraza

$$m_{inv} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p_1} + \vec{p_2})^2},$$
(3.1)

gdje je E_1 energija pozitivne čestice kojoj se pridjeljuje masa protona, E_2 je energija negativne čestice kojoj se pridjeljuje masa piona, a $\vec{p_1}$ i $\vec{p_2}$ su impulsi pozitivne, odnosno negativne čestice.

Na slici 3.2 prikazana je raspodjela invarijantne mase za sve kandidate u TI uzorku. Na slici se uočava vrh koji odgovara Λ hiperonu, međutim broj pozadinskih kandidata je vrlo velik. Linijom je naznačena masa Λ hiperona navedena u PDG-u (od engl. Particle Data Booklet) [38] koja iznosi $m = 1.11568 \pm 0.00006 \text{ GeV/c}^2$. Omjer signala i pozadine poboljšava se uvođenjem nekoliko rezova. Uvedene rezove možemo podijeliti u dvije grupe:

- uvjeti na karakteristike V^0 kandidata,
- uvjeti koje moraju zadovoljiti tragovi koji tvore V^0 kandidat.



Slika 3.2: Raspodjela invarijantne mase za sve kandidate u TI uzorku. Linijom je označena masa Λ hiperona navedena u PDG-u.

3.3.1 Odabir V⁰ kandidata

Udio pozadine u raspodjelama invarijantne mase smanjuje se postavljanjem sljedećih uvjeta na karakteristike V^0 kandidata:

• uvjeti na b_x i b_y parametre V^0 kandidata

$$|b_x| < 4 \,\mathrm{cm},\tag{3.2}$$

$$|b_y| < 2 \text{ cm}, \tag{3.3}$$

• uvjet na razliku z koordinate glavnog (z_{main}) i V^0 (z_{V^0}) verteksa

$$z_{V^0} - z_{main} > 3.5 \text{ cm.}$$
 (3.4)

Parametri b_x i b_y mjere transverzalnu udaljenost putanje čestice od glavnog verteksa i definirani su izrazima:

$$b_x = x_{ex} - x_{main},\tag{3.5}$$

$$b_y = y_{ex} - y_{main}.\tag{3.6}$$

 x_{ex} i y_{ex} su x i y koordinate (ekstrapolirane) putanje čestice u z ravnini glavnog verteksa $z = z_{main}$, dok su x_{main} i y_{main} odgovarajuće koordinate glavnog verteksa. Za primarno producirane Λ hiperone, vrijednosti b_x i b_y parametara bliske su nuli, dok za pozadinske kandidate one mogu biti znatno veće. Stoga se rezovima 3.2 i 3.3 može eliminirati dio pozadine u raspodjelama invarijantne mase. Raspodjele b_x i b_y parametara u TI, te u MC uzorku prikazane su na slikama 3.3 odnosno 3.4. Crvenom bojom označeni su kandidati korišteni u daljnjoj analizi.

Najveći dio pozadinskih kandidata nastaje slučajnim križanjem primarno produciranih čestica. Pozadinski kandidati ovog tipa koncentrirani su u blizini glavnog verteksa, pa se uvjetom 3.4 na razliku *z* koordinate glavnog i V^0 verteksa može znatno potisnuti pozadina u raspodjelama invarijante mase. $z_{V^0} - z_{main}$ raspodjele za TI, te za MC uzorak prikazane su na slikama 3.5a odnosno 3.5b. Crvenom bojom označeni su kandidati korišteni u daljnjoj analizi.

Broj V^0 kandidata koji su prošli selekcijske uvjete dan je u dodatku A u tablici A.2.

3.3.2 Odabir tragova čestica kćeri

U sljedećem koraku analize postavljaju se rezovi na tragove koji tvore V^0 kandidate. Cilj je dodatno smanjiti pozadinu u raspodjelama invarijantne mase, ali i isključiti kratke tragove lošije razlučivosti impulsa. Na tragove koji tvore V^0 kandidate postavljaju se sljedeći uvjeti:

• uvjet na broj točaka u TPC komorama (N_{TPC})

$$N_{TPC} > 20,$$
 (3.7)



Slika 3.3: b_x i b_y raspodjele u TI uzorku. Crvenom bojom označeni su kandidati koji su odabrani za daljnju analizu.



Slika 3.4: b_x i b_y raspodjele u MC uzorku. Crvenom bojom označeni su kandidati koji su odabrani za daljnju analizu.



Slika 3.5: Raspodjela udaljenosti sekundarnog od glavnog verteksa. Crvenom bojom označeni su kandidati koji su odabrani za daljnju analizu.

 uvjet na udaljenost tragova od sekundarnog verteksa u transverzalnom smjeru (d)

$$d < 0.5 \,\mathrm{cm},$$
 (3.8)

• uvjet na kut između impulsa pozitivne čestice kćeri (protona) u sustavu centra mase V^0 kandidata i impulsa V^0 kandidata u laboratorijskom sustavu ($cos\theta^*$)

$$-0.8 < \cos\theta^* < 0.95, \tag{3.9}$$

• uvjet na invarijantnu masu



$$1.086 \ GeV/c^2 < m_{inv} < 1.215 \ GeV/c^2.$$
 (3.10)

Slika 3.6: Raspodjela broja točaka u TPC komorama u TI uzorku. Crvenom bojom označeni su kandidati koji su odabrani za daljnju analizu.



Slika 3.7: Raspodjela broja točaka u TPC komorama u Monte Carlo uzorku. Crvenom bojom označeni su kandidati koji su odabrani za daljnju analizu.

Uvjetom na broj točaka u TPC komorama iz analize se isključuju kratki tragovi lošije razlučivosti impulsa. Raspodjele broja točaka za tragove koji odgovaraju pozitivnim i

negativnim česticama u TI uzorku prikazane su na slici 3.6, dok su raspodjele za MC uzorak prikazane na slici 3.7. Crvenom bojom označeni su tragovi koji se koriste u daljnjoj analizi.

Tijekom rekonstrukcije, kao V^0 kandidati, prihvaćeni su parovi tragova za koje je udaljenost u točki minimuma manja od 5 cm. Tim uvjetom u analizu je uključen i znatan broj pozadinskih kandidata. Njihov udio u raspodjelama invarijantne mase, može se smanjiti postavljanjem reza na udaljenost tragova od sekundarnog verteksa u transverzalnom smjeru definiranog izrazom:

$$d = \sqrt{(x_{ex} - x_{V^0})^2 + (y_{ex} - y_{V^0})^2}.$$
(3.11)

 x_{ex} i y_{ex} su x i y koordinate ekstrapolirane putanje čestice u z ravnini V^0 verteksa $z = z_{V^0}$, dok su x_{V^0} i z_{V^0} odgovarajuće koordinate V^0 verteksa. Prilikom ekstrapolacije tragova koristi se vrijednost impulsa u prvom mjerenoj točki. Raspodjele varijable d za tragove koji odgovaraju pozitivnim i negativnim česticama u TI uzorku prikazane su na slici 3.8, dok su raspodjele za MC uzorak prikazane na slici 3.9. Crvenom bojom označeni su tragovi koji se koriste u daljnjoj analizi.



Slika 3.8: Raspodjela transverzalne udaljenosti tragova od sekundarnog verteksa u TI uzorku. Crvenom bojom označeni su kandidati koji su odabrani za daljnju analizu.

Uvjet 3.9 temelji se na pretpostavci da je u sustavu mirovanja Λ hiperona raspad izotropan. Uz ovu pretpostavku, $\cos\theta^*$ raspodjela za stvarne Λ čestice je uniformna. θ^* označava kut između impulsa pozitivne čestice kćeri (protona) i impulsa V^0 kandidata u laboratorijskom sustavu. Na slici 3.10 prikazana je $\cos\theta^*$ raspodjela za TI, te za MC uzorak. Sa slika je vidljivo da je vrijednost kuta θ^* za pozadinske kandidate $\theta^* \approx 0^\circ$ ili $\theta^* \approx 180^\circ$. Stoga se uvjetom 3.9 učinkovito reducira pozadina u raspodjelama invarijantne mase.

Posljednim uvjetom 3.10 definira se područje koje će se koristiti u postupku prilagobe¹. Prilagodbom se iz dobivenih raspodjela invarijantne mase određuje broj detektiranih Λ čestica. Uvjetom 3.10 ne smanjuje se pozadina u okolini Λ vrha.

¹Postupak prilagodbe opisan je u odjeljku 3.6.1


Slika 3.9: Raspodjela transverzalne udaljenosti tragova od sekundarnog verteksa u Monte Carlo uzorku. Crvenom bojom označeni su kandidati koji su odabrani za daljnju analizu.

Potpuno isti selekcijski uvjeti koriste se u analizi TI, TR i MC uzoraka. Broj kandidata u TI, TR i MC uzoraku koji su prošli svaki od uvjeta nametnutih na tragove čestica kćeri prikazan je u tablici A.3.



Slika 3.10: $\cos \theta^*$ raspodjela za TI i MC uzorak. Crvenom bojom označeni su kandidati koji su odabrani za daljnju analizu.

3.4 Fazni prostor

U T2K kolaboraciji, kao kinematske varijable koriste se ukupni impuls čestice p i kut koji ukupni impuls zatvara sa z osi, θ . Kako je primarni cilj analize provedene u okviru ovog rada, dobivanje referentnih podataka potrebnih za preciznije određivanje toka neutrina u T2K eksperimentu, prilikom određivanja kinematskih raspodjela Λ hiperona kao varijable korišteni su ukupni impuls p i kut θ .

Na slikama 3.11a i 3.11b prikazan je broj Λ hiperona u TI uzorku u ovisnosti o ukupnom impulsu p i kutu θ , prije i nakon primjene rezova opisanih u potpoglavljima 3.3.1 i 3.3.2, dok su na slikama 3.12a i 3.12b prikazane raspodjele za MC uzorak. Raspodjele kandidata u TI i MC uzoraku su vrlo slična, ali postoje određene razlike koje će se podrobnije razmotriti u potpoglavlju o sistematskim pogreškama.



(a) Prije postavljanja uvjeta na čestice kćeri.

(b) Nakon postavljanja uvjeta na čestice kćeri.

Slika 3.11: Broj V^0 kandidata u ovisnosti o ukupnom impulsu p i polarnom kutu θ za TI uzorak.



Slika 3.12: Broj V^0 kandidata u ovisnosti o ukupnom impulsu p i polarnom kutu θ za MC uzorak.

Fazni prostor podijeljen je na $p - \theta$ intervale, čija veličina ovisi o broju kandidata u tom dijelu faznog prostora. Što je broj kandidata veći moguće je uzeti manji interval u faznom prostoru kao što je vidljivo na slici 3.13. Fazni prostor podijeljen je na 7 θ intervala čija širina iznosi 0.05 rad za $0.00 < \theta < 0.30$ rad i 0.12 rad za zadnji interval $0.30 < \theta < 0.42$ rad. Broj i širini p intervala različita je za različite θ intervale.

3.5 Armenteros-Podolanski graf

Armenteros i Podolanski [43] pokazali su da je prilikom analize raspada instruktivno koristiti kinematske varijable p_T i α

$$\alpha = \frac{p_L^+ - p_L^-}{p_L^+ + p_L^-}.$$
(3.12)



Slika 3.13: Fazni prostor s numeriranim intervalima korištenima u analizi.

 p_T je transverzalna komponenta, a p_L^+ i p_L^- longitudinalne komponente impulsa pozitivne i negativne čestice kćeri. Komponente impulsa računaju se u odnosu na smjer čestice koja se raspada. Za produkte raspada, varijable p_T i α zadovoljavaju jednadžbu elipse (odnosno zbog konačne razlučivosti mjerenih impulsa leže u uskom pojasu oko elipse), dok za pozadinske kandidate ovaj uvjet ne vrijedi, te se oni mogu, ovisno o tipu, nalaziti u različitim dijelovima p_T - α prostora. Ako su produkti raspada čestice jednakih masa kao u slučaju K_s^0 mezona, elipsa je simetrična s obzirom na pravac $\alpha = 0$.

Kao neizostavni dio analize bitno je pogledati Armenteros-Podolanski graf prije i nakon primjene selekcijskih uvjeta. Na slikama 3.14a i 3.15a prikazan je Armenteros-Podolanski graf za TI i MC uzorak prije, a na slikama 3.14b i 3.15b nakon primjene uvjeta 3.7-3.10. Prije primjene selekcijskih uvjeta 3.7-3.10, u grafu se osim Λ hiperona jasno uočava doprinos njegove antičestice ($\overline{\Lambda}$) kao i K_s^0 mezona, te doprinos procesa $\gamma \gamma \rightarrow e^+e^-$ koji je koncentriran na malim vrijednostima transverzalnog impulsa. Najveći dio pozadinskih kandidata eliminiran je uvjetom 3.9. Polukružni oblik grafa nakon primjene selekcijskih uvjeta posljedica je zahtjeva 3.10 na vrijednost invarijantne mase. Iz slika 3.14b i 3.15b vidljivo je da i nakon primjene selekcijskih uvjeta 3.2-3.4 i 3.7-3.10, još uvijek postoji doprinos K_s^0 mezona, koji bi se mogao potisnuti uvođenjem dodatnih rezova. No, kako ćemo vidjeti u sljedećem potpoglavlju omjer signal i pozadine već je na ovom stupnju analize iznimno povoljan, pa se dodatni rezovi ne uvode.

3.6 Raspodjela invarijantne mase

Raspodjele invarijantne mase, nakon primjene selekcijskih uvjeta opisanih u potpoglavljima 3.3.1 i 3.3.2, prikazane su na slici 3.16. Na slici 3.16a prikazana je raspodjela za TI, a na slici 3.16b za MC uzorak. U obje raspodjele jasno je vidljiv vrh koji odgovara Λ hiperonu. U obje raspodjele invarijantne mase, omjer signala i



Slika 3.14: Armenteros-Podolanski graf za TI uzorak.



(a) Prije postavljanja uvjeta na čestice kćeri.

(b) Nakon postavljanja uvjeta na čestice kćeri.

Slika 3.15: Armenteros-Podolanski graf za Monte Carlo uzorak.

pozadine je vrlo povoljan, i iznosi \sim 5 za TI, te \sim 8 za MC uzorak.



Slika 3.16: Raspodjela invarijantne mase nakon primjene rezova.

3.6.1 Prilagodba signala i pozadine

Broj detektiranih Λ hiperona u pojedinim $p - \theta$ intervalima, određuje se prilagodbom funkcije koja opisuje signal i pozadinu na odgovarajuće raspodjele invarijantne mase. Λ hiperon raspada se slabim raspadom ($\tau = (2.631 \pm 0.020) \cdot 10^{-10}$ s). Stoga su oblik i širina Λ vrha u potpunosti određeni razlučivošću detektora. Pokazalo se da se utjecaj razlučivosti detektora na oblik i širinu Λ vrha ne može opisati jednom Gaussovom funkcijom. Stoga su za opis signala korištene dvije Gaussove funkcije, dok je pozadina opisana pomoću prva 3 Čebiševljeva polinoma. Funkcija koja se koristi u prilagodbi dana je izrazom:

$$L(m) = N_{\Lambda}^{i}(f \cdot G_{1}(m; m_{\Lambda}, \sigma_{1}) + (1 - f) \cdot G_{2}(m; m_{\Lambda}, \sigma_{2})) + N_{bgr}^{i}P(m; c_{0}, c_{1}, c_{2}),$$
(3.13)

gdje su:

- N^i_Λ broj Λ hiperona u
 i-tom intervalu u faznom prostoru,
- N_{bar}^i broj pozadinskih kandidata u *i*-tom intervalu u faznom prostoru,
- $G_1(m;m_\Lambda,\sigma_1)$, $G_2(m;m_\Lambda,\sigma_2)$ Gaussove funkcije koje opisuju širinu spektra Λ hiperona,
- P(m; c₀, c₁, c₂) linearna kombincija prva 3 Čebiševljeva polinoma s koeficijentima c₀, c₁ i c₂,
- f udio pojedine Gaussove funkcije u signalu koji je fiksiran na vrijednost f = 0.2,
- m_{Λ} masa Λ bariona koja je fiksirana na vrijednost od 1.11568 GeV/c² i
- σ_{1,2} su širine pojedinih Gaussovih funkcija, parametar σ₁ je fiksiran na vrijednost od 0.006 GeV/c².

Prilagodba je provedena pomoću RooFit programskog paketa [45], korištenjem ELL (od engl. extended log likelihood) metode. Zbog velikog broja parametara te osjetljivosti na početne vrijednosti prilagodba je vršena rekurzivno. Svi parametri postavljeni su na početne vrijednosti te je proveden postupak prilagodbe. Dobivene vrijednosti parametara, korištene su kao početne vrijednosti u sljedećoj prilagodbi. Postupak je ponovljen 10-ak puta kako bi se utvrdilo da je prilagodba stabilna. Isti oblik funkcije i postupak korišteni su u analizi TI i MC uzoraka. Rezultati prilagodbe za sve $p - \theta$ intervale, za TI i MC uzorke, prikazani su u dodatku B, dok je broj Λ hiperona prikazan na slikama u dodatku C.

3.6.2 Određivanje broja A hiperona u TR uzorku

Broj događaja u TR uzoku znatno je manji od broja događaja u TI uzorku. Zbog malog broja događaja, broj Λ hiperona u pojedinim $p - \theta$ intervalima za TR uzorak ne može se dobiti postupkom prilagodbe opisanim u prethodnog potpoglavlju. Da bi odredili broj Λ hiperona u pojedinim $p - \theta$ intervalima u TR uzorku, pretpostavlja se da se pozadina može opisati linearnom funkcijom. Ova pretpostavka vrijedila je

za većinu $p - \theta$ intervala u TI uzorku. Postupak oduzimanja pozadine u TR uzorku ilustriran je na slici 3.17. Oko mase Λ hiperona odabran je interval širine $\pm 4\Gamma$, gdje je $\Gamma = 0.006 \text{ GeV/c}^2$. Ovaj parametar jednak je širini prvog Gaussijana u funkciji koja opisuje signal u TI uzorku. Broj Λ hiperona dobiva se oduzimanjem broj događaja u pozadinskim intervalima BGR1 ($[m_{\Lambda} - 4\Gamma, m_{\Lambda} - 2\Gamma]$) i BGR2 ($[m_{\Lambda} + 2\Gamma, m_{\Lambda} + 4\Gamma]$) od broja događaja u centralnom području. Naime, centralno područje širine $\pm 2\Gamma$ oko mase Λ hiperona sadrži signal i pozadinske kandidate, dok se u intervalima BGR1 i BGR2 nalaze samo pozadinski kandidati. Iz pretpostavke da se pozadina može opisati linearnom funkcijom slijedi da je broj pozadinskih kandidata u centralnom području jednak broju pozadinskih kandidata u područjima BGR1 i BGR2. Stoga je broj Λ hiperona jednak:

$$N_{\Lambda} = N - N_{bgr}, \tag{3.14}$$

gdje je N broj kandidata u centralnom području, dok je N_{bgr} ukupni broj kandidata u pozadinskim područjima. Greška u broju Λ hiperona može se izračunati na slijedeći način:

$$\Delta N_{\Lambda} = \sqrt{N + N_{bgr}}.$$
(3.15)



Slika 3.17: Postupak oduzimanja pozadine u TR uzorku

Koristeći opisanu metodu, za neke intervale dobivamo negativan broj Λ hiperona što je posljedica male statistike. U tom slučaju za taj interval uzima se da je broj Λ hiperona jednak 0. Ukupni broj Λ hiperona za svaki interval prikazan je na slici 3.18.

3.7 Monte Carlo korekcijski faktori

Da bi se odredio udarni presjek za produkciju Λ hiperona broj detektiranih Λ čestica potrebno je korigirati za niz gubitaka. Gubitci nastaju zbog konačne veličine detektora (detektor nema 4π konstrukciju), ali i zbog nesavršenosti samog detektora i



Slika 3.18: Broj Λ hiperona u $p - \theta$ intervalima u TR uzorku.

neučinkovitosti programa za rekonstrukciju. Broj detektiranih Λ hiperona smanjuje se uvođenjem selekcijskih uvjeta opisanih u prethodnim potpoglavljima. Osim toga, potrebno je korigirati broj događaja jer S4 detektor odbacuje dio neelastičnog udarnog presjeka. Ukupni korekcijski faktor C, može se podijeliti na 2 dijela:

- korekcijski faktor α koji uzima u obzir gubitke u broju događaja,
- korekcijski faktor β koji uzima u obzir gubitke u broju Λ hiperona.

3.7.1 Korekcija broja događaja

Korekcijski faktor α definiran je kao

$$\alpha = \frac{N^{acc}}{N^{gen}},\tag{3.16}$$

gdje je N^{acc} broj događaja u MC uzorku koji su prošli modificirani T2 rez, a N^{gen} je broj generiranih događaja. Pogreška za korekcijski faktor α računa se kao pogreška za binarne događaje, jer nepostojanje simuliranog događaja povlači nepostojanje rekonstruiranog događaja. Pogreška je:

$$\Delta \alpha = \sqrt{\frac{\alpha(1-\alpha)}{N^{gen}}}.$$
(3.17)

3.7.2 Korekcija broja A hiperona

Korekcijski faktor β definiran je izrazom:

$$\beta = \frac{n(\Lambda)^{sim, rec, fit}}{n(\Lambda)^{sim}},$$
(3.18)

gdje je $n(\Lambda)^{sim,rec,fit}$ broj Λ hiperona dobivenih iz prilagod
be simuliranog spektra, a $n(\Lambda)^{sim}$ je broj simulirani
h Λ hiperona. Pogreška za korekcijski faktor
 β iznosi

$$\Delta\beta = \sqrt{\left(\frac{\Delta n^{sim,rec,fit}}{n^{sim}}\right)^2 + \left(\frac{n^{sim,rec,fit}\sqrt{n^{sim}}}{n^{sim}}\right)^2},$$
(3.19)

gdje je $\Delta n^{sim,rec,fit}$ greška u broj
u Λ hiperona dobivena iz prilagodbe.

3.7.3 Ukupni korekcijski faktor

Ukupni korekcijski faktor je:

$$C = \frac{\beta}{\alpha},\tag{3.20}$$

a pogreška ukupnog korekcijskog faktora je:

$$\Delta C = \sqrt{\left(\frac{\Delta\alpha}{\beta}\right)^2 + \left(\frac{\alpha \cdot \Delta\beta}{\beta}\right)^2}.$$
(3.21)

Korekcijski faktor interpretira se kao ukupna učinkovitost rekonstrukcije. Tipične vrijednosti su oko 10%. U dodatku D na slici D.1 navedeni su korekcijski faktori za sve intervale u faznom prostoru.

3.8 Diferencijalni multiplicitet

3.8.1 Dvostruki diferencijalni udarni presjek

Dvostruki diferencijalni udarni presjek za proces $p + C \rightarrow \alpha + X$ dan je izrazom:

$$\frac{d^2\sigma_{\alpha}}{dpd\theta} = \frac{A}{\rho L N_A} \frac{1}{N_{beam}} \frac{N_{\alpha}}{\Delta p \Delta \theta},$$
(3.22)

gdje je α vrsta čestice, p i θ su ukupni impuls i kut koji vektor impulsa zatvara sa z-osi, a Δp i $\Delta \theta$ su širine p i θ intervala. ρ je gustoća, a L duljina mete, N_A je Avogadrov broj, A je atomski broj, N_{beam} je broj čestica snopa, a N_{α} je broj produciranih α čestica. Jednadžbu 3.22 možemo napisati u obliku:

$$\frac{d^2\sigma_{\alpha}}{dpd\theta} = \frac{\sigma_{trig}}{N_{trig}} \frac{N_{\alpha}}{\Delta p\Delta\theta},\tag{3.23}$$

gdje je N_{trig} broj p+C događaja, a σ_{trig} je udarni presjek okidača (engl. trigger cross section) koji iznosi:

$$\sigma_{trig} = \frac{A}{\rho L N_A} \frac{N_{trig}}{N_{beam}}.$$
(3.24)

Omjer $\frac{N_{trig}}{N_{beam}}$ naziva se interakcijska vjerojatnost i označava slovom *P*. Prilikom proračuna udarnog presjeka okidača potrebno je uzeti u obzir da TI uzorak, osim događaja u kojima protoni snopa međudjeluju u meti, sadrži i pozadinske događaje

nastale međudjelovanjem upadnih protona s materijalom u eksperimentalnom postavu. Udio ovih događaja određuje se korištenjem TR uzorka, pa se interakcijska vjerojatnost može prikazati izrazom

$$P = \frac{N_{trig}^{TI}}{N_{beam}} - \frac{N_{trig}^{TR}}{N_{beam}} = P_{TI} - P_{TR},$$
(3.25)

gdje su P_{TI} i P_{TR} interakcijske vjerojatnosti za TR i TI uzorak, dok su N_{trig}^{TI} i N_{trig}^{TR} broj događaja u TR i TI uzorak, koji su prošli T2 uvjet. Pri proračunu udarnog presjeka okidača potrebno je uzeti u obzir i eksponencijalno gušenja snopa pri prolasku kroz metu. U izrazu 3.24 duljina mete L zamjenjuje se efektivnom duljinom L_{eff} koja je definirana izrazom:

$$L_{eff} = \lambda_{abs} (1 - e^{-\frac{L}{\lambda_{abs}}}), \qquad (3.26)$$

gdje je λ_{abs} apsopr
cijska dužina:

$$\lambda_{abs} = \frac{A}{\rho N_A \sigma_{trig}}.$$
(3.27)

Efektivna duljina mete i udarni presjek okidanja računaju se rekurzivno. Udarni presjek okidača potrebno je korigirati i za gubitke do kojih dolazi zbog toga što S4 detektor odbacuje dio neelastičnih događaja.

Izmjerena vrijednost udarnog presjeka okidača iznosi:

$$\sigma_{trig} = 305.7 \pm 2.7(stat) \pm 1.2(syst) \,\mathrm{mb.}$$
 (3.28)

Prilikom određivanje omjera $\frac{N_{\alpha}}{N_{trig}}$ u formuli 3.23, također je potrebno uzeti u obzir da TI uzorak sadrži pozadinske interakcije. Vrijedi:

$$P\left(\frac{N_{\alpha}}{N_{trig}}\right) = P_{TI}\left(\frac{N_{\alpha}^{TI}}{N_{trig}^{TI}}\right) - P_{TR}\left(\frac{N_{\alpha}^{TR}}{N_{trig}^{TR}}\right),$$
(3.29)

Uz definiciju veličine ϵ :

$$\epsilon = \frac{P_{TR}}{P_{TI}} \tag{3.30}$$

koja je omjer interakcijskih vjerojatnosti za TI i TR uzorak, relacija 3.29 može se prikazati u obliku:

$$\left(\frac{N_{\alpha}}{N_{trig}}\right)^{C} = \frac{1}{1-\epsilon} \left(\frac{N_{\alpha}^{TI}}{N_{trig}^{TI}} - \epsilon \frac{N_{\alpha}^{TR}}{N_{trig}^{TR}}\right).$$
(3.31)

Ako se uzme u obzir da je $\frac{N_{\Lambda}}{N_{trig}} = \frac{1}{C} \frac{n_{\Lambda}}{N_{trig'}}$, gdje je n_{Λ} broj detektiranih Λ hiperona, $N_{trig'}$ je broj događaja koji su prošli T2 uvjet, a C Monte Carlo korekcijski faktor, dvostruki diferencijalnu udarni presjek za *i*-ti interval u faznom prostoru iznosi:

$$\frac{d\sigma_i}{dpd\theta} = \sigma_{trig} \frac{1}{1-\epsilon} \cdot \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{(\Delta p)_i (\Delta \theta)_i} \left(\frac{n_i^{TI}(\Lambda)}{N_{trig'}^{TI}} - \epsilon \frac{n_i^{TR}(\Lambda)}{N_{trig'}^{TR}} \right)$$
(3.32)

3.8.2 Diferencijalni multiplicitet

Ukupni udarni presjek za neelastične interakcije može se izraziti u obliku:

$$\sigma_{inel} = \sigma_{trig} - \sigma_{el, out of S4} + \sigma_{loss-p} + \sigma_{loss-\pi/K}, \qquad (3.33)$$

gdje je $\sigma_{el, out of S4}$ udarni presjek za elastične događaje u kojima protoni ne prolaze S4 detektorom, σ_{loss-p} i $\sigma_{loss-\pi/K}$ su udarni presjeci za događaje u kojima producirani protoni odnosno pioni ili kaoni prolaze S4 detektorom. Elastični doprinos u udarnom presjeku okidanja iznosi oko 15.5%, dok ukupna korekcija udarnog presjeka okidanja zbog prolaska produciranih čestica kroz S4 detektor iznosi oko 1% (vidi tablicu 3.1). Iz neelastičnog udarnog presjeka može se izračunati produkcijski udarni presjek:

$$\sigma_{prod} = \sigma_{inel} - \sigma_{qel}, \tag{3.34}$$

gdje je σ_{qel} udarni presjek za kvazielastične događaje. To su događaji u kojima transfer energije nije dovoljan za produkciju čestica, primjerice proton može pobuditi jezgru u viši nivo. Kvazielastični doprinos neelastičnom udarnom presjeku iznosi oko 11%. Produkcijski udarni presjek iznosi:

Doprinos	Iznos [mb]	Δ (stat) [mb]	Δ (syst) [mb]
$\sigma_{el,outofS4}$	47.45	0.42	2.14
σ_{loss-p}	2.7	0.07	0.26
$\sigma_{loss-\pi/K}$	0.39	0.027	0.042
σ_{qel}	27.8	0.22	-

 $\sigma_{prod} = 233.5 \pm 2.8(stat.) \pm 4.2(model) \pm 1.0(trigger) \,\mathrm{mb}$ (3.35)

Tablica 3.1: Korekcije pri određivanju produkcijskog udarnog presjeka.

Normalizacijom dvostrukog diferencijalnog udarnog presjeka s produkcijskim udarnim presjekom dobiva se izraz za dvostruki diferencijalni multiplicitet:

$$\frac{dn_{\alpha}}{dpd\theta} = \frac{1}{\sigma_{prod}} \frac{d\sigma_{\alpha}}{dpd\theta}$$
(3.36)

U T2K kolaboraciji rezultati se prikazuju u formi diferencijalnog multipliciteta koji se dobije integriranjem jednadžbe 3.36 po pojedinom θ intervalu. Diferencijalni multiplicitet ima oblik:

$$\frac{dn_i(\Lambda)}{dp} = \frac{\sigma_{trig}}{\sigma_{prod}} \frac{1}{1 - \epsilon} \cdot \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{(\Delta p)_i} \left(\frac{N_i^{TI}(\Lambda)}{N_{trig'}^{TI}} - \epsilon \frac{N_i^{TR}(\Lambda)}{N_{trig'}^{TR}} \right).$$
(3.37)

Prilikom izračunavanje statističke pogreške za diferencijalni multiplicitet pogreške za σ_{trig} i σ_{prod} nisu propagirane.

3.9 Sistematske greške

Selekcijski uvjeti primijenjeni u analizi, oblik polaznih MC raspodjela korištenih za određivanje korekcijskih faktora kao i postupak prilagodbe kojim se određuje broj detektiranih Λ hiperona mogu utjecati na konačne rezultate. Da bi se procijenio njihov doprinos provedena je dodatna analiza koristeći različite Monte Carlo generatore, modificirane selekcijske uvjete te različite funkcije za opis signala i pozadine. Tako dobiveni diferencijalni multipliciteti prikazani su u odjeljku E i uspoređeni s diferencijalnim multipliciteta, na temelju kojih je procijenjena sistematska greška. Sistematske pogreške određena usrednjavanjem za svaki θ interval. U pojedinom θ

sistematske pogreske odredena usrednjavanjem za svaki θ interval. U pojedinom θ intervalu srednja sistematska greška izračunata je kao:

$$\left(\Delta \frac{dn}{dp}\right)_{i} [\%] = \frac{100}{n_{i}} \sum_{j=1}^{n_{i}} |\eta_{j} - 1|, \qquad (3.38)$$

gdje *i* označava θ interval, n_i je broj *p* intervala u *i*-tom θ intervalu, a η_j je omjer diferencijalnih multipliciteta dobivenih dodatnom i standardnom analizom za *p* interval. Ako je za neki uvjet korišteno više od 2 vrijednosti, npr. za broj točaka u TPC komorama ($N_{TPC} > 15$, $N_{TPC} > 20$, $N_{TPC} > 25$), sistematska pogreška je dobivena usrednjavanjem.

Za ukupnu sistematsku grešku koja dolazi zbog primjene selekcijskih uvjeta uzeta je greška čija je vrijednost maksimalna. Sistematske pogreške uvjetovane oblikom polaznih MC raspodjela $\left(\Delta \frac{dn}{dp}\right)_{MC}$, postupkom prilagodbe $\left(\Delta \frac{dn}{dp}\right)_{fit}$, te maksimalna sistematska greška zbog selekcijskih uvjeta $\left(\Delta \frac{dn}{dp}\right)_{cuts,max}$ tretirane su kao nezavisne te je ukupna sistematska pogreška izračunata pomoću izraza:

$$\left(\Delta \frac{dn}{dp}\right)_{syst} = \sqrt{\left(\Delta \frac{dn}{dp}\right)^2_{MC} + \left(\Delta \frac{dn}{dp}\right)^2_{fit} + \left(\Delta \frac{dn}{dp}\right)^2_{cuts,max}}.$$
(3.39)

3.9.1 Doprinos Monte Carlo generatora

Kako je veličina $p - \theta$ intervala u analizi konačna, oblik polaznih MC raspodjela korištenih za određivanje korekcijskih faktora može utjecati na dobivene rezultate. Zbog toga je potrebno testirati mijenjaju li se konačni rezultati, u ovom slučaju korekcijski faktori, s promjenom Monte Carlo generatora. U idealnom slučaju utjecaj ne bi smio postojati. Razlike se mogu pojaviti zbog toga što kinematske raspodjele u Monte Carlo uzorku ne odgovaraju raspodjelama u eksperimentalnom uzorku. Na slici 3.19 prikazane su raspodjela ukupnog impulsa i kuta θ za sve Λ kandidata u VENUS MC (crvena linija), te u eksperimentalnom uzorku (plava linija). Vidljivo je da su p i θ raspodjele u eksperimentalnom uzorku strmije nego u MC uzorku. Da bi se procijenila sistematska pogreška koja se time unosi, analiziran je dodatni MC uzorak u kojem su p+C događaji simulirani FLUKA Monte Carlo generatorom.



Slika 3.19: Raspodjela V^0 kandidata u podacima i VENUS Monte Carlo uzorku.

Rezultati dobiveni za diferencijalni multiplicitet korištenjem dvaju MC uzoraka, kao i njihov omjer prikazani su na slici E.1. Omjer diferencijalnih multipliciteta jednak je omjeru korekcijskih faktora, jer su u obje analize ostali faktori isti pa se krate. Omjer korekcijskih faktora pokazuju približno linearno ponašanje pa je sistematska pogreška za svaki θ interval određena linearnom prilagodbom (slika E.2) i usrednjavanjem dobivenih vrijednosti. Vrijednost sistematske pogreške iznosi 6 - 15%.

3.9.2 Doprinos prilagodbe

Broj detektiranih Λ hiperona u pojedinim $p - \theta$ intervalima određen je prilagodom funkcije koja opisuje signal i pozadinu na raspodjele invarijantne mase. Pri tome su za opis signala korištene dvije Gaussova funkcija, dok je pozadina parametrizirana pomoću Čebiševljevih polinoma 3. reda. Kako ovaj izbor nema posebnu fizikalnu pozadinu, potrebno je provjeriti kakav utjecaj ima izbor funkcija na konačne rezultate. Postupak prilagodbe stoga je ponovljen, pri čemu su korištene sljedeće funkcije za opis signala i pozadine

- Lorenzova funkcija (signal) i Čebiševljev polinom 3. reda (pozadina),
- Lorenzova funkcija (signal) i polinom 4. reda (pozadina).

Usporedba diferencijalnih multipliciteta dobivenih korištenjem navedenih funkcija u postupku prilagodbe prikazane su na slici E.3. Srednja vrijednost pogreške iznosi 7 - 22%.

3.9.3 Doprinos uvjeta

Kako bi se odredila sistematska pogreška koja nastaje zbog primjene selekcijskih uvjeta, analiza je ponovljena nekoliko puta pri čemu je u svakoj od dodatnih analiza promijenjena vrijednost jednog od rezova. Izuzetak čine b_x i b_z rezovi, gdje je vrijednost obaju rezova promijenjena istodobno.

U dodatnim analizama korištene su sljedeće vrijednosti selekcijskih uvjeta:

- udaljenost između sekundarnog i glavnog verteksa veća od 2.5 cm i 4.5 cm,
- transverzalna udaljenost između V^0 kandidata i glavnog verteksa: $b_x < 3.5 \text{ cm}, \quad b_y < 1.5 \text{ cm}$ i $b_x < 4.5 \text{ cm}, \quad b_y < 2.5 \text{ cm},$
- transverzalna udaljenost tragova čestica kćeri od sekundarnog verteksa: $d < 0.25~{\rm cm}$ i $d < 0.75~{\rm cm}$,
- minimalni broj točaka u TPC komorama: $N_{TPC} > 15$ i $N_{TPC} > 25$,
- kut između impulsa pozitivne čestice kćeri (protona) u sustavu centra mase V⁰ kandidata i impulsa V⁰ kandidata u laboratorijskom sustavu (cosθ*): −0.85 < cos θ* < 0.9.

Na taj način dobiveno je 5 sistematskih pogrešaka za svaki θ interval. Za ukupnu sistematsku grešku uzeta je greška čija je vrijednost maksimalna. Usporedbe rezultata dobivenih korištenjem modificiranih uvjeta prikazane su u dodatku E na slikama E.4-E.8. Vrijednost sistematske pogreške iznosi 4 - 20%.

3.9.4 Provjera rezultata neovisnom analizom

Svaku analizu potrebno je napraviti barem dva puta da bi se otkrile moguće pogreške. Provjeru ove analize napravila je Laura Zambelli sa Sveučilišta Pierre and Marie Curie u Parizu. Prilikom provjere korišteni su isti selekcijski uvjeti i isti Monte Carlo generator. No programi za analizu i prilagodbu razvijeni su neovisno. Usporedba rezultata prikazana je u dodatku E na slici E.9. Rezultati su u vrlo dobrom slaganju osim u prvom p intervalu unutar θ intervala $0.00 \le \theta < 0.05$. Ovaj interval ima veliku statističku i sistematsku pogrešku (obje oko 20%) te se razlika može pripisati programu za prilagodbu. Za sve ostale intervale razlika je manja od 10%. Opažene razlike nisu uključene u sistematsku pogrešku.

3.10 Rezultati

Rezultati za diferencijalni multiplicitet Λ hiperon prikazani su na slici 3.20, dok su numeričke vrijednosti sumirane u tablici 3.2. Ovisnost produkcije Λ hiperona o laboratorijskom impulsu prikazana je za 7 intervala laboratorijskog polarnog kuta θ (0 – 0.42 rad).

Iz Monte Carlo simulacije može se dobiti predviđanje diferencijalnog multipliciteta:

$$\frac{dn_i}{dp}(\Lambda) = \frac{1}{\Delta p} \frac{N_i^{sim}(\Lambda)}{N^{sim}},$$
(3.40)

gdje je Δp širina intervala impulsa, $N_i^{sim}(\Lambda)$ broj simuliranih Λ hiperona ui-tom θ intervalu, a N^{sim} je broj simuliranih događaja. Na slici 3.21 eksperimentalni rezultati

$\theta_{min} - \theta_{max}$ [rad]	$p_{min} - p_{max}$ [GeV/c]	#	$\frac{\frac{dn}{dp}}{\left[(\text{GeV/c})^{-1}\right]}$	Δ_{stat} [(GeV/c) ⁻¹]	Δ_{stat} [%]	Δ_{syst} [(GeV/c) ⁻¹]	$\Delta_{syst} [\%]$
0.00 - 0.05	0.40 - 3.40	1	0.0004544	0.0000003	10.0	0.00008/1	18.5
0.00 - 0.05	340 - 640	2	0.0004344	0.0000737	11.0	0.0000041 0.0000972	14.5
0.00 - 0.05	6.40 - 9.40	3	0.0011806	0.0000964	8.2	0.0001311	11.0
0.00 - 0.05	9.40 - 12.40	4	0.0012803	0.0000914	7.1	0.0001011	8.6
0.00 - 0.05	12.40 - 15.40	5	0.0012505	0.0000834	6.7	0.0001026	8.2
0.00 - 0.05	15.40 - 18.40	6	0.0008932	0.0000805	9.0	0.0000902	10.1
0.00 - 0.05	18.40 - 21.40	7	0.0007437	0.0000807	10.9	0.0000982	13.2
0.05 - 0.10	0.40 - 2.40	8	0.0006605	0.0001811	27.4	0.0001037	15.7
0.05 - 0.10	2.40 - 4.40	9	0.0015016	0.0001403	9.3	0.0002102	14.0
0.05 - 0.10	4.40 - 6.40	10	0.0017495	0.0001132	6.5	0.0002187	12.5
0.05 - 0.10	6.40 - 8.40	11	0.0017351	0.0001006	5.8	0.0002013	11.6
0.05 - 0.10	8.40 - 10.40	12	0.0012835	0.0000799	6.2	0.0001438	11.2
0.05 - 0.10	10.40 - 12.40	13	0.0008893	0.0000654	7.4	0.0001014	11.4
0.05 - 0.10	12.40 - 16.40	14	0.0004138	0.0000277	6.7	0.0000530	12.8
0.10 - 0.15	0.40 - 2.40	15	0.0016373	0.0002102	12.8	0.0001867	11.4
0.10 - 0.15	2.40 - 4.40	16	0.0021602	0.0001301	6.0	0.0002311	10.7
0.10 - 0.15	4.40 - 6.40	17	0.0013218	0.0000806	6.1	0.0001335	10.1
0.10 - 0.15	6.40 - 8.40	18	0.0007346	0.0000546	7.4	0.0000698	9.5
0.10 - 0.15	8.40 - 10.40	19	0.0003603	0.0000365	10.1	0.0000328	9.1
0.10 - 0.15	10.40 - 12.40	20	0.0001397	0.0000240	17.2	0.0000122	8.7
0.10 - 0.15	12.40 - 16.40	21	0.0000271	0.0000064	23.8	0.0000023	8.3
0.15 - 0.20	0.40 - 2.40	22	0.0018479	0.0001999	10.8	0.0003844	20.8
0.15 - 0.20	2.40 - 4.40	23	0.0016273	0.0000972	6.0	0.0002701	16.6
0.15 - 0.20	4.40 - 6.40	24	0.0008676	0.0000577	6.7	0.0001215	14.0
0.15 - 0.20	6.40 - 8.40	25	0.0003138	0.0000332	10.6	0.0000433	13.8
0.15 - 0.20	8.40 - 11.00	26	0.0000644	0.0000124	19.3	0.0000107	16.6
0.20 - 0.25	0.40 - 2.40	27	0.0016754	0.0002027	12.1	0.0003853	23.0
0.20 - 0.25	2.40 - 4.40	28	0.0014569	0.0000871	6.0	0.0002579	17.7
0.20 - 0.25	4.40 - 6.40	29	0.0003449	0.0000346	10.1	0.0000527	15.3
0.20 - 0.25	6.40 - 11.00	30	0.0000393	0.0000085	21.2	0.0000078	19.8
0.25 - 0.30	0.40 - 2.40	31	0.0016564	0.0002334	14.1	0.0004307	26.0
0.25 - 0.30	2.40 - 4.40	32	0.0009966	0.0000745	7.5	0.0002482	24.9
0.25 - 0.30	4.40 - 10.40	33	0.0000452	0.0000078	17.2	0.0000106	23.5
0.30 - 0.42	0.40 - 2.40	34	0.0030410	0.0004274	14.1	0.0010613	34.9
0.30 - 0.42	2.40 - 4.40	35	0.0010656	0.0001017	9.5	0.0002845	26.7
0.30 - 0.42	4.40 - 6.40	36	0.0001085	0.0000372	34.3	0.0000319	29.4

Tablica 3.2: Diferencijalni multiplicitet za sve intervale u θ i p uz pripadne statističke i sistematske greške.

uspoređeni su s predviđanjima VENUS i FLUKA Monte Carlo generatora. Vidljivo je veliko neslaganje između VENUS Monte Carlo modela i podataka za većinu $p-\theta$

intervala. U nekim dijelovima faznog prostora (npr. $0.00 \le \theta < 0.05$ rad) predviđanja su za faktor 2 veća od dobivenih rezultata. FLUKA model pokazuje nešto bolje slaganje, ali su i za ovaj model primijećena znatna odstupanja od mjerenih raspodjela (do 40%). Stoga je za preciznije određivanje broja produciranih π^- čestica, a time i neutrinskog toka u T2K eksperimentu, potrebno kinematsku raspodjelu Λ hiperona u FLUKA modelu, koji se koristi u simulacijskom programu T2K eksperimenta, prilagoditi na raspodjelu dobivenu u ovom rada.



Slika 3.20: Diferencijalni multiplicitet sa statističkim i sistematskim nepouzdanostima.



Slika 3.21: Usporedba diferencijalnog multipliciteta s predviđanjima Monte Carlo simulacija.

4 Zaključak

U diplomskog radu određen je diferencijalni multiplicitet Λ hiperona u p+C sudarima za impuls projektila 31 GeV/c. Mjerenje i analiza podataka rađeni su u okviru NA61/SHINE eksperimenta na CERN-u. Λ hiperoni identificirani su putem nabijenog kanala raspada $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$. Detektirani broj Λ hiperona korigiran je za geometrijske gubitke, gubitke zbog nesavršenosti samog detektora i neučinkovitosti programa za rekonstrukciju, te zbog rezova primijenjenih u analizi. Osim toga, od ukupnog broja Λ hiperona oduzet je doprinos nastao interakcijom upadnih protona s eksperimentalnim postavom. Diferencijalni multiplicitet Λ hiperona određen je u ovisnosti o ukupnom impulsu p i polarnom kutu θ . Ispitana je ovisnost dobivenih rezultata o rezovima primijenjenim u analizi, Monte Carlo generatoru korištenom pri određivanju korekcijskih faktora te o izboru funkcija korištenih u prilagodbi.

Monte Carlo modeli koriste se za određivanje broja produciranih čestica u mnogim neutrinskim eksperimentima. Iz usporedbe dobivenih rezultata s predviđanjima FLUKA i VENUS Monte Carlo generatora, otkrivene su velike razlike između mjerenja i modela. VENUS Monte Carlo model za neke dijelove faznog prostora (npr. $0.00 \le \theta < 0.05$ rad) daje predviđanja koja su za faktor 2 veća od dobivenih rezultata. FLUKA model pokazuje nešto bolje slaganje, ali su i za ovaj model primjećena znatna odstupanja od eksperimentalnih rezultata (do 40%). Stoga je potrebno kinematsku raspodjelu Λ hiperona u FLUKA modelu, koji se koristi u simulacijskom programu T2K eksperimenta, prilagoditi na raspodjelu dobivenu u ovom radu. To će doprinijeti preciznijem određivanju broja negativnih piona, a time i neutrinskog toka u T2K eksperimentu.

Dodaci

Dodatak A Broj događaja i V^0 kandidata

U ovome dodatku prikazan je broj događaja i V^0 kandidata u TI, TR i VENUS MC uzorku prije i nakon primjene selekcijskih uvjeta.

Uvjet	TI uzorak	%	TR uzorak	%	MC uzorak	%
Početni broj	4426090	-	614997	-	4952344	-
T2 okidač	3637474	82.2	320870	52.2	4908523	99.1
WFA uvjet	2794065	63.1	240523	39.1	-	-
BPD uvjet	1936440	43.8	99110	16.1	-	-
Postojanje glavog verteksa	1883291	42.5	96039	15.6	4670132	94.3

Tablica A.1: Broj događaja u TI, TR i MC uzorku prije i nakon primjene selekcijskih uvjeta.

Uvjet	TI uzorak	%	TR uzorak	%	MC uzorak	%
Početni broj	3463178	_	202762	_	6809228	—
$ b_x < 4 \text{ cm}, b_y < 2 \text{ cm}$	1885633	54.4	25294	12.4	6414146	94.2
d > 3.5 cm	991920	28.6	24368	12.0	2952357	43.4

Tablica A.2: Broj V^0 kandidata prije i nakon primjene uvjeta 3.2 - 3.4.

Uvjet	TI uzorak	%	TR Uzorak	%	MC uzorak	%
Početni broj	991920	-	24368	-	2952357	-
Broj točaka u TPC						
komorama > 20	571225	57.6	15582	63.4	1797095	60.9
$d_{SV} \leqslant 0.5 \ \mathrm{cm}$	228163	23.0	9535	39.1	761119	25.8
$-0.8 < \cos\theta < 0.95$	82695	8.3	5553	22.8	296086	10.0
$1.086~{\rm GeV} < m_\Lambda < 1.215~{\rm GeV}$	42709	4.3	1340	5.5	177910	6.0

Tablica A.3: Broj V0 kandidata prije i nakon primjene uvjeta 3.7 - 3.10.

Dodatak B Prilagodba signala i pozadine

B.1 TI uzorak

Prikazani su rezultati prilagodbe u TI uzorku. Konstantni parametri su:

- $m_{\Lambda} = 1.11568 \text{ GeV/c}^2$,
- $\sigma_1 = 0.006 \text{ GeV/c}^2$,















Slika B.1: Prilagodbe signala i pozadine na podatke.

B.2 Monte Carlo uzorak

Prikazani su rezultati prilagodbe u VENUS MC uzorku. Konstantni parametri su:

- $m_{\Lambda} = 1.11568 \text{ GeV/c}^2$,
- $\sigma_1 = 0.006 \text{ GeV/c}^2$,
- f = 0.5.















Slika B.2: Prilagodbe signala i pozadine na Monte Carlo simulaciju.

Dodatak C Broj A hiperona

Na slikama C.1 i C.2 prikazan je broj Λ hiperona za sve $p - \theta$ intervale u TI i MC uzorcima. Broj Λ hiperona dobiven je prilagodbom funkcije 3.13.

C.1 TI uzorak



Slika C.1: Broj Λ hiperona za sv
e $p-\theta$ intervale u TI uzorku.



Slika C.2: Broj Λ hiperona za sve $p - \theta$ intervale u MC uzorku.

Dodatak D Korekcijski faktori

Na slici D.1 prikazani su ukupni korekcijski faktori i pripadne statističke pogreške dobiveni korištenjem VENUS Monte Carlo generatora.



Slika D.1: Korekcijski faktori.

Dodatak E Sistemtske pogreške



E.1 Monte Carlo generatori

Slika E.1: Usporedba diferencijalnih multipliciteta dobivenih korištenjem različitih Monte Carlo generatora.



Na slici E.1 prikazana je usporedba diferencijalnih multipliciteta dobivenih korištenjem VENUS i FLUKA Monte Carlo generatora, te njihov omjer. Na slici E.2 prikazani su rezultati prilagodbe linearne funkcije na omjere korekcijskih faktora.

Slika E.2: Linearna prilagodba na omjer korekcijskih faktora dobivenih korištenjem VENUS i FLUKA Monte Carlo generatora.

E.2 Prilagodba

Na slici E.3 prikazana je usporedba diferencijalnih multipliciteta dobivenih korištenjem različitih funkcija tijekom prilagodbe.



Slika E.3: Usporedba diferencijalnih multipliciteta dobivenih korištenjem različitih funkcija tijekom prilagodbe.

E.3 Uvjeti

U ovom odjeljku uspoređeni su rezultati standardne analize s rezultatima modificiranih analiza dobivenih korištenjem modificiranih selekcijskih uvjeta.



Slika E.4: Usporedba diferencijalnih multipliciteta dobivenih korištenjem različitog uvjeta na udaljenost između glavnom i sekundarnog verteksa.



Slika E.5: Usporedba diferencijalnih multipliciteta dobivenih korištenjem različitih uvjeta na b_x i b_y parametre.



Slika E.6: Usporedba diferencijalnih multipliciteta dobivenih korištenjem različitog uvjeta na najmanju udaljenost čestica kćeri od sekundarnog verteksa.


Slika E.7: Usporedba diferencijalnih multipliciteta dobivenih korištenjem različitog uvjeta na broj točaka u TPC detektorima.



Slika E.8: Usporedba diferencijalnih multipliciteta dobivenih korištenjem različitog uvjeta na $\cos \theta_*$.

E.4 Rezultati neovisne analize

Na slici E.9 prikazana je usporedba rezultata dobivenih u ovoj analizi s rezultatima koje je dobila Laura Zambelli.



Slika E.9: Usporedba dobivenih rezultata s rezultatima neovisne analize.

Literatura

- K. Kaneyuki [T2K Collaboration], T2K experiment, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 145 (2005) 178.
- [2] Letter of intent: Neutrino oscillation experiment at JHF, 2003., http://neutrino.kek.jp/jhfnu/loi/loi_JHFcor.pdf.
- [3] A. Laszlo [NA61/SHINE Collaboration], The NA61/SHINE Experiment at the CERN SPS, Nucl. Phys. A **830** (2009) 559C [arXiv:0907.4493 [nucl-ex]].
- [4] C. L. Cowan, F. Reines, F. B. Harrison, H. W. Kruse and A. D. McGuire, Detection of the free neutrino: A Confirmation, Science **124** (1956) 103.
- [5] G. Danby, J. M. Gaillard, K. A. Goulianos, L. M. Lederman, N. B. Mistry, M. Schwartz and J. Steinberger, Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos, Phys. Rev. Lett. 9 (1962) 36.
- [6] M. L. Perl, G. S. Abrams, A. Boyarski, M. Breidenbach, D. Briggs, F. Bulos, W. Chinowsky and J. T. Dakin *et al.*, Evidence for Anomalous Lepton Production in e+ e- Annihilation, Phys. Rev. Lett. **35** (1975) 1489.
- [7] K. Kodama *et al.* [DONUT Collaboration], Observation of tau neutrino interactions, Phys. Lett. B **504** (2001) 218 [hep-ex/0012035].
- [8] D. Griffiths, Introduction to Elementary Particles, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co., 2. izdanje, 2008., str. 307-345.
- [9] Halzen, F.; Martin, A. D., Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics, John Wiley & and Sons, 1984., str. 335-341
- [10] B. Kayser and A. S. Goldhaber, CPT and CP Properties of Majorana Particles, and the Consequences, Phys. Rev. D **28** (1983) 2341.
- [11] B. Kayser, Neutrino Mass, Mixing, and Flavor Change, arXiv:0804.1497 [hep-ph].
- [12] R. Davis, Jr., D. S. Harmer and K. C. Hoffman, Search for neutrinos from the sun, Phys. Rev. Lett. 20 (1968) 1205.
- [13] S. M. Bilenky and B. Pontecorvo, Lepton Mixing and the Solar Neutrino Puzzle, Comments Nucl. Part. Phys. 7 (1977) 149.
- [14] E. Witten, Lepton number and neutrino masses, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 91 (2001) 3 [hep-ph/0006332].

- [15] L. -L. Chau and W. -Y. Keung, Comments on the Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix, Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 1802.
- [16] K. S. Babu, TASI Lectures on Flavor Physics, arXiv:0910.2948 [hep-ph].
- [17] A. Garfagnini, Neutrinoless double beta decay experiments, Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser. **31** (2014) 1460286.
- [18] K. Abe *et al.* [T2K Collaboration], Precise Measurement of the Neutrino Mixing Parameter θ_{23} from Muon Neutrino Disappearance in an Off-axis Beam, Phys. Rev. Lett. **112** (2014) 181801 [arXiv:1403.1532 [hep-ex]].
- [19] J-PARC TDR, KEK-Report 2002-13 and JAERI-Tech 2003-044, http://hadron.kek.jp/~accelerator/TDA/tdr2003/index2.html, 2003.
- [20] K. Abe *et al.* [T2K Collaboration], The T2K Experiment, Nucl. Instrum. Meth. A 659 (2011) 106 [arXiv:1106.1238 [physics.ins-det]].
- [21] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], The Super-Kamiokande detector, Nucl. Instrum. Meth. A **501** (2003) 418.
- [22] T2K experiment, http://t2k-experiment.org, 4.6.2014.
- [23] D. Renker and E. Lorenz, Advances in solid state photon detectors, JINST 4 (2009) P04004.
- [24] M. Yokoyama, T. Nakaya, S. Gomi, A. Minamino, N. Nagai, K. Nitta, D. Orme and M. Otani *et al.*, Application of Hamamatsu MPPC to T2K Neutrino Detectors, Nucl. Instrum. Meth. A 610 (2009) 128 [arXiv:0807.3145 [physics.insdet]].
- [25] N. Abgrall, Constraining neutrino flux predictions with hadron production data: the NA61/SHINE measurements for the T2K experiment. Doktorski rad. Genéve : University of Genéve, 2011.
- [26] K. Grebieszkow [NA61/SHINE Collaboration], Status and plans of the ion program of NA61/SHINE at the CERN SPS, Central Eur. J. Phys. 10 (2012) 1333 [arXiv:1201.0742 [nucl-ex]].
- [27] L. S. Esposito [NA61/SHINE and T2K Collaboration], NA61/SHINE data for T2K flux calculations, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 229-232 (2012) 507.
- [28] J. Abraham *et al.* [Pierre Auger Collaboration], Properties and performance of the prototype instrument for the Pierre Auger Observatory, Nucl. Instrum. Meth. A 523 (2004) 50.
- [29] T. Antoni *et al.* [KASCADE Collaboration], The Cosmic ray experiment KAS-CADE, Nucl. Instrum. Meth. A **513** (2003) 490.

- [30] N. Abgrall *et al.* [NA61/SHINE Collaboration], NA61/SHINE facility at the CERN SPS: beams and detector system, arXiv:1401.4699 [physics.ins-det].
- [31] D. Attie, TPC review, Nucl. Instrum. Meth. A 598 (2009) 89.
- [32] S. Afanasev *et al.* [NA49 Collaboration], The NA49 large acceptance hadron detector, Nucl. Instrum. Meth. A **430** (1999) 210.
- [33] N. Abgrall [NA61/SHINE Collaboration], The NA61/SHINE long target pilot analysis for T2K, J. Phys. Conf. Ser. 408 (2013) 012050 [arXiv:1110.1966 [hepex]].
- [34] An Introduction to FASTBUS, http://www-esd.fnal.gov/esd/catalog/ intro/introfb.htm, 3. 7. 2014.
- [35] W. R. Leo, Tecniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, Springer-Verlag Berlin, 1987., str. 327-341.
- [36] N. Abgrall *et al.* [NA61/SHINE Collaboration], Calibration and analysis of the 2007 data, CERN-SPSC-2008-018.
- [37] C. Strabel, Evaluation of Particle Yields in 30 GeV Proton-Carbon Interactions for Estimating the T2K Neutrino Flux, doktorski rad, ETH, Zurich.
- [38] J. Beringer *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Review of Particle Physics (RPP), Phys. Rev. D **86** (2012) 010001.
- [39] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing, Cambridge University Press, 2007.
- [40] S. Agostinelli *et al.* [GEANT4 Collaboration], GEANT4: A Simulation toolkit, Nucl. Instrum. Meth. A **506** (2003) 250.
- [41] K. Werner, Strings, pomerons, and the venus model of hadronic interactions at ultrarelativistic energies, Phys. Rept. **232** (1993) 87.
- [42] A. Fasso, A. Ferrari, S. Roesler, P. R. Sala, F. Ballarini, A. Ottolenghi, G. Battistoni and F. Cerutti *et al.*, The Physics models of FLUKA: Status and recent developments, eConf C 0303241 (2003) MOMT005 [hep-ph/0306267].
- [43] J. Podolanski, R. Armenteros, Analysis of V-Events, Philosophical Magazine Series 7 45 (1953) 13.
- [44] N. Abgrall *et al.* [NA61/SHINE Collaboration],
 Measurements of Production Properties of K⁰_S mesons and Lambda hyperons in Proton-Carbon Interactions at 31 GeV/c, Phys. Rev. C 89 (2014) 025205 [arXiv:1309.1997 [physics.acc-ph]].

[45] W. Verkerke and D. P. Kirkby, The RooFit toolkit for data modeling, eConf C 0303241 (2003) MOLT007 [physics/0306116].