

# Lummer-Gehrckeov interferometar

---

**Zlojtro, Melani**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2014**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:045939>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-23**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Melani Zlojtro

Lummer-Gehrckeov interferometar

Diplomski rad

Zagreb, 2014.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

SMJER: Profesor fizike

**Melani Zlojtro**

Diplomski rad

## Lummer-Gehrckeov interferometar

Voditelj diplomskog rada: prof.dr.sc. Damir Veža

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo:           1. \_\_\_\_\_  
                                  2. \_\_\_\_\_  
                                  3. \_\_\_\_\_  
                                  4. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

**Zagreb, 2014.**

## *Zahvale*

*Zahvaljujem se svom mentoru prof.dr.sc Damiru Veži na pruženoj pomoći, znanju i vodstvu prilikom pisanja ovog rada.*

*Na korisnim savjetima i pruženom znanju tijekom pisanja metodičkog dijela, ali i tijekom studija posebno hvala v. pred. dr. sc. Maji Planinić.*

*Također, zahvaljujem se svima profesorima i asistentima od kojih sam imala priliku puno naučiti, a posebno prof. dr. sc. Mirku Planiniću.*

*Veliko hvala i svim djelatnicima studentske referade, koji su mi uvijek izlazili u susret.*

*Hvala kolegama koji su mi pružili lijepo trenutke i podršku tijekom studija, a posebno Lei, Petri, Ivi i Matiji.*

*Najviše se zahvaljujem svojoj obitelji na podršci i strpljenju.*

## Sažetak

Tema ovog diplomskog rada je Lummer-Gehrckeov interferometar koji u istraživanjima iz optike i atomske fizike zauzima posebno mjesto zbog svoje izuzetne jednostavnosti i visoke moći razlučivanja.

U prvom su dijelu diplomskog rada opisane fizičke osnove rada interferometara općenito. Posebno je obrađen Lummer-Gehrcke interferometar kao i njemu najbliži Fabry-Perot interferometar, te je dana usporedba ova dva interferometra.

U drugom dijelu su dani primjeri primjene u spektroskopskim istraživanjima fine i hiperfine strukture atomskih linija.

# Sadržaj

1 Uvod.....	1
2 Teorijski dio.....	2
2.1 Interferometri višestrukih snopova svjetlosti .....	2
2.2 Fabry-Perot interferometar.....	7
2.3 Lummer – Gehrcke interferometar.....	13
2.4 Usporedba LG i FP interferometara.....	18
3 Primjena LGI.....	20
3.1 Hiperfina struktura atomskih linija .....	20
3.2 Primjeri primjene interferometara višestrukih snopova svjetlosti .....	22
4 Zaključak.....	28
5 Metodički dio.....	29
5.1 Uvod .....	29
5.2 Istraživanja studentskih poteškoća kod usvajanja valne optike.....	29
5.3 Koncept interferencije u srednjoškolskoj nastavi.....	44
Popis literature.....	46

## 1 Uvod

Interferencija valova svjetlosti je pojava koja se može vidjeti svuda oko nas, tipični primjer je spektar boje na mrlji ulja ili mjehuriću od sapunice.

Optička interferometrija kao laboratorijska tehnika se koristi već gotovo stotinu godina i ima širok spektar primjene. Razvojem lasera, fotodetektora i digitalne elektronike još se više razvila i proširila primjena interferometara kod raznih mjerenja. Interferometrijska su mjerenja imala i značajnu ulogu pri redefiniranju međunarodne jedinice za duljinu, metra. Interferencijske pruge nastale superpozicijom dvije ili više zraka mogu se mjeriti te se iz tih podataka mogu saznati veličine kao što su valne duljine ili indeksi loma te vrlo male udaljenosti. Interferometrija se upotrebljava u astronomiji za određivanje udaljenosti između zvijezda, u spektroskopiji za proučavanje spektralnih linija atoma, te ima svoju primjenu i kod testiranja optičkih sustava, proučavanja plazme, čak i topografije površine Zemlje kao i kod mjerenja temperature, tlaka, električnih i magnetskih polja...[3]

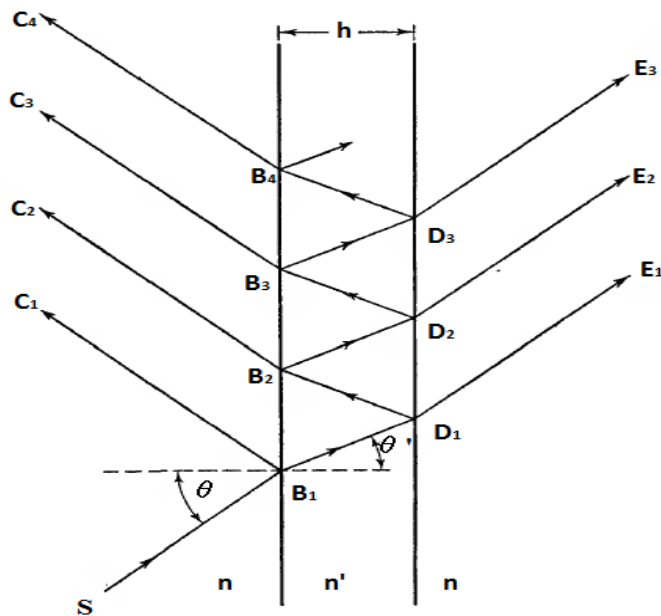
Interferometar je uređaj koji radi na principu interferencije tako što dijeli ulaznu zraku na dvije ili više zraka koje putuju različitim putanjama zatim međusobno interferiraju te stvaraju interferencijski uzorak.

Američki fizičar A.A. Michelson je konstruirao interferometar koristeći najmanji mogući broj zraka, dvije. Kod difrakcijske se rešetke javlja interferencija mnogo zraka, ali još uvijek konačan broj dok kod interferometara kao što je Fabry-Perot interferometar taj je broj neograničen. Lummer-Gehrcke interferometar je također jedan od primjera interferometara višestrukih snopova svjetlosti. Uz pomoć takvih interferometara u spektroskopiji se može proučavati fina i hiperfina struktura atoma iz atomskih spektralnih linija. Fabry-Perot i Lummer-Gehrcke interferometar se mogu koristiti kao spektroskopi u ograničenim spektralnim područjima, ali uz veliki stupanj preciznosti. Danas je Lummer-Gehrcke interferometar zamijenjen fleksibilnijim Fabry-Perot interferometrom.[10]

## 2 Teorijski dio

### 2.1 Interferometri višestrukih snopova svjetlosti

Kada zraka svjetlosti upada na prozirnu ploču dolazi do višestrukih refleksija na površini ploče što rezultira serijom zraka umanjujuće amplitude koje izlaze na svakoj strani ploče (slika 2.1). Svjetlost upada na planparalelne staklene ploče pod kutom  $\theta$ , i tu zraku ćemo označiti  $SB_1$ . Na prvoj površini u točki  $B_1$  zraka se djelomično lomi u smjeru  $B_1D_1$  i djelomično reflektira u smjeru  $B_1C_1$ . Zraka  $B_1D_1$  upada na drugu površinu pod kutom  $\theta'$  gdje se opet djelomično lomi u smjeru  $D_1E_1$  i djelomično reflektira u smjeru  $D_1B_2$ . Te se taj proces nastavlja do kraja ploče.



Slika 2.1: Višestruke refleksije u planparalelnoj ploči

Sa svakom refleksijom i transmisijom faza valne funkcije se mijenja za faznu razliku  $\delta$

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda_0} n' h \cos \theta' \quad , \quad (1)$$

gdje su  $h$  debljina ploče,  $\lambda_0$  valna duljina u vakuumu, a  $n'$  indeks loma ploče. Amplituda reflektirane svjetlosti nakon  $p$  refleksija je dana izrazom

$$A^{(r)}(p) = (r + tt' r' e^{i\delta} (1 + \dots + r'^{2(p-2)} e^{i(p-2)\delta})) A^{(i)} \quad , \quad (2)$$

$$A^{(r)}(p) = \left( r + \frac{1 - r'^{2(p-1)} e^{i(p-1)\delta}}{1 - r'^2 e^{i\delta}} tt' r' e^{i\delta} \right) A^{(i)} \quad . \quad (3)$$



Koeficijent refleksije za val koji ulazi iz nekog medija u ploču označavamo sa  $r$  (omjer reflektirane i ulazne amplitude), a koeficijent refleksije vala koji izlazi iz ploče u okolni medij označavamo sa  $r'$ . Koeficijent transmisije označavamo sa  $t$  za val koji ulazi iz nekog medija u ploču i  $t'$  za val koji izlazi iz ploče u okolni medij. Transmisivnost je povezana s koeficijentima transmisije izrazom

$$tt' = \mathcal{T} \quad , \quad (4)$$

te je refleksivnost povezana sa koeficijentima refleksije

$$r^2 = r'^2 = \mathcal{R} \quad . \quad (5)$$

Ako se zna da su refleksivnost  $\mathcal{R}$  i transmisivnost  $\mathcal{T}$  međusobno povezani sa jednadžbom

$$\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1 \quad , \quad (6)$$

tada za amplitudu reflektirane svjetlosti kada je broj reflektiranih valova velik ( $p \rightarrow \infty$ )

$$A^{(r)} = \frac{(1 - e^{i\delta})\sqrt{\mathcal{R}}}{1 - e^{i\delta}\mathcal{R}} A^{(i)} \quad . \quad (7)$$

Iz amplitude se dobije intenzitet reflektiranih valova

$$I^{(r)} = \frac{4R \sin^2 \frac{\delta}{2}}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\delta}{2}} I^{(i)} \quad , \quad (8)$$

gdje je  $I^{(i)}$  intenzitet upadne svjetlosti.

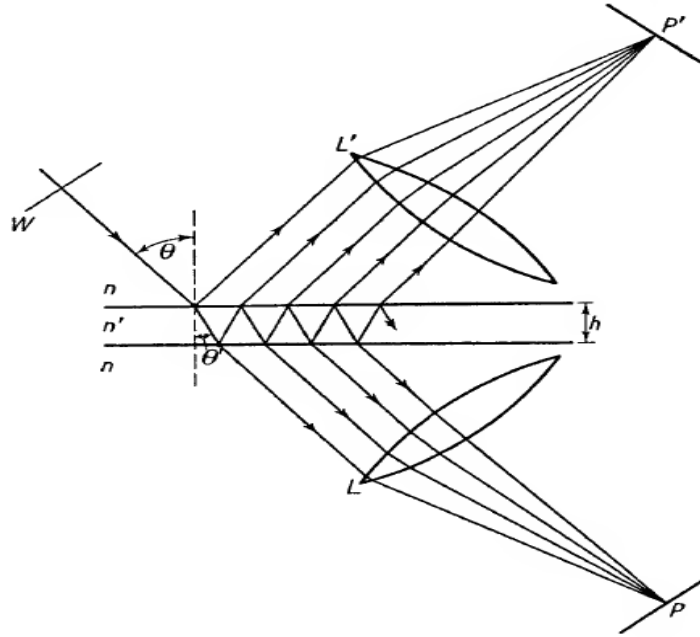
Na sličan se način dobije i amplituda transmitsirane svjetlosti, a konačni izraz glasi

$$A^{(t)} = \frac{T}{1 - R e^{i\delta}} A^{(i)} \quad . \quad (9)$$

Intenzitet transmitsirane svjetlosti jednak je

$$I^{(t)} = \frac{\mathcal{T}^2}{(1 - \mathcal{R})^2 + 4\mathcal{R} \sin^2 \frac{\delta}{2}} I^{(i)} \quad . \quad (10)$$

Formule (8) i (10) su poznate kao Airyjeve formule.



Slika 2.2: Shematski prikaz nastajanja interferencijskog uzorka višestrukih snopova svjetlosti [1]

Valovi izlaze iz površine pod kutom  $\theta'$  i transmitirana svjetlost se skuplja lećom L u točki P koja je u žarišnoj daljini leće (slika 2.2) gdje je intenzitet maksimalan ili minimalan kada je red interferencije  $m$  definiran sa

$$m = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{2n' h \cos \theta'}{\lambda_0} \quad (11)$$

Maksimumi se javljaju kada je  $m$  cijeli broj (1,2,3,...), a minimumi kada je pola cijelog broja (1/2, 3/2, 5/2,...). Distribuciju intenziteta reflektiranih i transmitiranih valova dobivamo tako da uz pomoć formule (4) zapisujemo formule (8) i (10) :

$$\frac{I^r}{I^i} = \frac{F \sin^2 \frac{\delta}{2}}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}} \quad , \quad (12)$$

$$\frac{I^t}{I^i} = \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}} \quad , \quad (13)$$

gdje je parametar  $F$  definiran kao

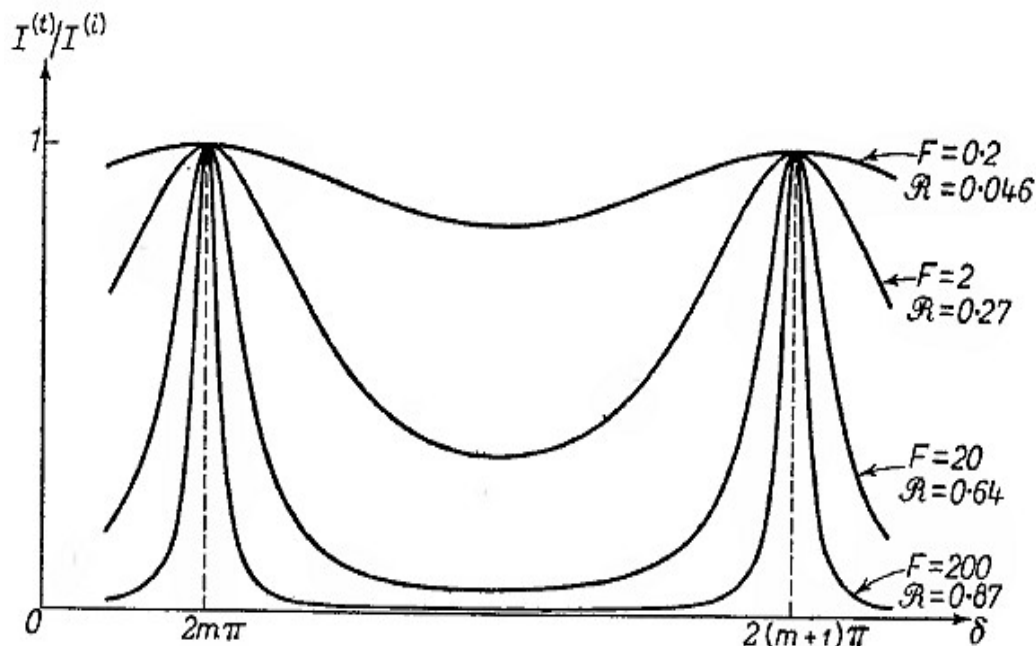
$$F = \frac{4\mathcal{R}}{(1-\mathcal{R})^2} \quad . \quad (14)$$

S obzirom da je  $R$  mali u odnosu na jedinicu onda je i  $F$  jako mali pa se formule (12) i (13) mogu napisati

$$\frac{I'}{I^i} \sim F \sin^2 \frac{\delta}{2} = \frac{F}{2} (1 - \cos \delta) \quad , \quad (15)$$

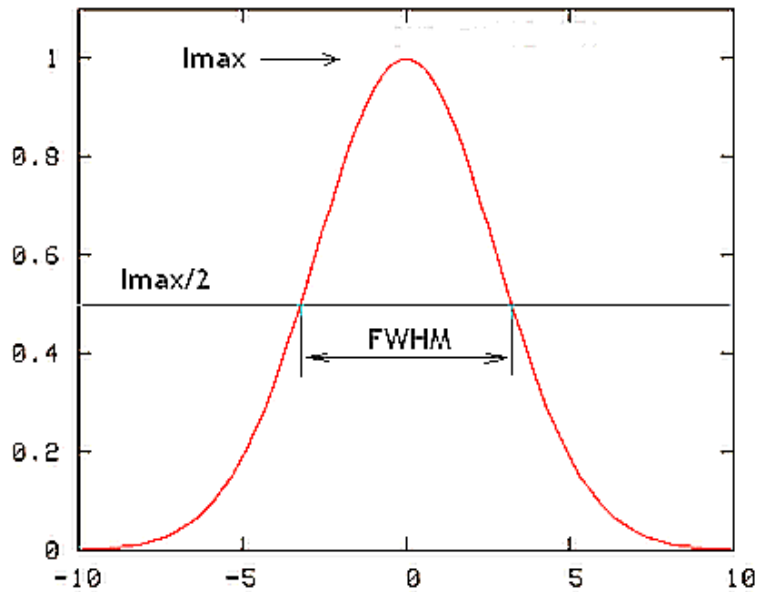
$$\frac{I'}{I^i} \sim 1 - F \sin^2 \frac{\delta}{2} = 1 - \frac{F}{2} (1 - \cos \delta) \quad . \quad (16)$$

Ako se poveća  $R$ , intenzitet minimuma transmitirane svjetlosti pada, a maksimum postaje oštriji. Kad se  $R$  približi jedinici  $F$  postaje veći što znači da je intenzitet transmitirane svjetlosti sve manji što se više udaljava od maksimuma. Tada se uzorak sastoji od vrlo tankih linija na gotovo potpuno tamnoj podlozi. Za reflektiranu svjetlost se pojavljuju uske tamne pruge na gotovo uniformno osvijetljenoj podlozi. Ponašanje  $I^{(t)} / I^{(i)}$  kao funkcije fazne razlike  $\delta$  za različite vrijednosti  $F$  vidimo na slici 2.3.



Slika 2.3: Omjer transmitiranih i upadnih intenziteta svjetlosti kao funkcija fazne razlike [1]

Oštrina pruga se mjeri pomoću pune širine na pola maksimuma (engl. full width at half maximum ili FWHM). FWHM je udaljenost između točaka koje se nalaze na pola od maksimalnog intenziteta sa svake strane maksimuma (Slika 2.5).



Slika 2.5: Puna širine na pola maksimuma (FWHM) [4]

Definiramo finesu  $\mathcal{F}$  kao omjer razmaka između susjednih pruga i FWHM transmitirane svjetlosti. Točke gdje su intenziteti na polovici maksimuma (za pruge reda  $m$ ) nalaze se na

$$\delta = 2m\pi \pm \frac{\varepsilon}{2} \quad (17)$$

Kada ovaj izraz uvrstimo u izraz za distribuciju intenziteta (13) dobijemo

$$\frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\varepsilon}{4}} = \frac{1}{2} \quad (18)$$

Kada je  $F$  dovoljno velik i  $\varepsilon$  je toliko malen da vrijedi  $\sin \alpha \approx \alpha$  u izrazu (18) tada dobijemo poluširinu

$$\varepsilon = \frac{4}{\sqrt{F}} \quad (19)$$

Razmaci susjednih pruga se mijenjaju za  $2\pi$  i nakon što se uvrsti dobivena poluširina  $\varepsilon$ , za finesu se dobiva

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi}{\varepsilon} = \frac{\pi\sqrt{F}}{2} \quad (20)$$

Do sada smo pretpostavljali da je svjetlost monokromatska. Ako imamo kvazi-monokromatsku svjetlost distribucija intenziteta je zbroj distribucija intenziteta svake

komponente dane izrazima (12) i (13) . Komponente imaju raspon valnih duljina  $\Delta\lambda_0$  sa srednjom valnom duljinom  $\bar{\lambda}_0$ , a maksimum reda  $m$  prekriva duljinu  $|\Delta\delta|$  uzorkom valne duljine  $\bar{\lambda}_0$ . Ako se zanemari ovisnost  $n'h$  o valnoj duljini u izrazu (11) za  $|\Delta\delta|$  dobije se

$$|\Delta\delta| = \frac{2\pi m \Delta\lambda_0}{\bar{\lambda}_0} \quad . \quad (21)$$

Kako bi se resultantna distribucija intenziteta mogla poistovjetiti sa onom nastalom iz monokromatskog izvora uzima se da su uzorci svih komponenata na istom mjestu pa je i  $|\Delta\delta|$  zanemarivo mali s obzirom na poluširinu monokromatske pruge. Iz izraza (20) proizlazi uvjet

$$m \mathcal{F} \ll \frac{\bar{\lambda}_0}{\Delta\lambda_0} \quad , \quad (22)$$

odnosno

$$\mathcal{F} \Delta \mathcal{S} \ll \frac{\bar{\lambda}_0^2}{\Delta\lambda_0} \quad , \quad (23)$$

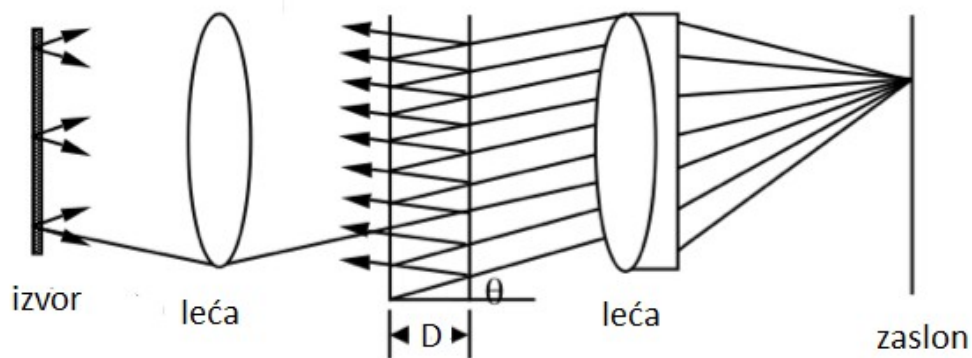
gdje je  $\Delta\mathcal{S}$  razlika optičkih puteva uzastopnih zraka koje interferiraju:

$$\Delta\mathcal{S} = \frac{\bar{\lambda}_0}{2\pi} \delta = m \bar{\lambda}_0 \quad . \quad (24)$$

Iz gore navedenih uvjeta se vidi da se povećavanjem finese mogu bolje mjeriti pozicije pruga iz distribuciji intenziteta i pruge nastale zbog različitih monokromatskih komponenti postaju sve vidljivije i jasnije definirane u transmitiranom uzorku.

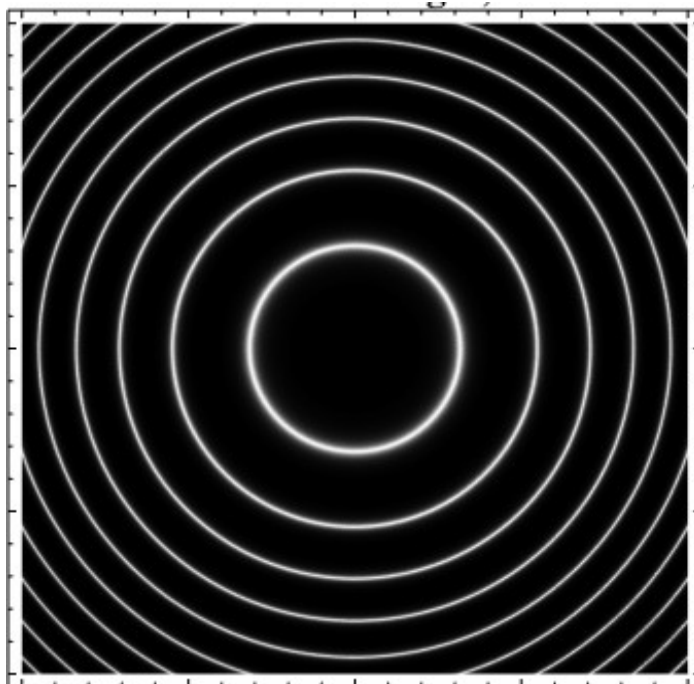
## ***2.2 Fabry-Perot interferometar***

Fabry-Perot interferometar (FPI) je optički interferometar koji radi na principu višestrukih refleksija. Sastoji se od dvije planparalelne staklene ploče koje su premazane djelomično propusnim visokoreflektivnim slojem na koje pod nekim kutem upada svjetlost.



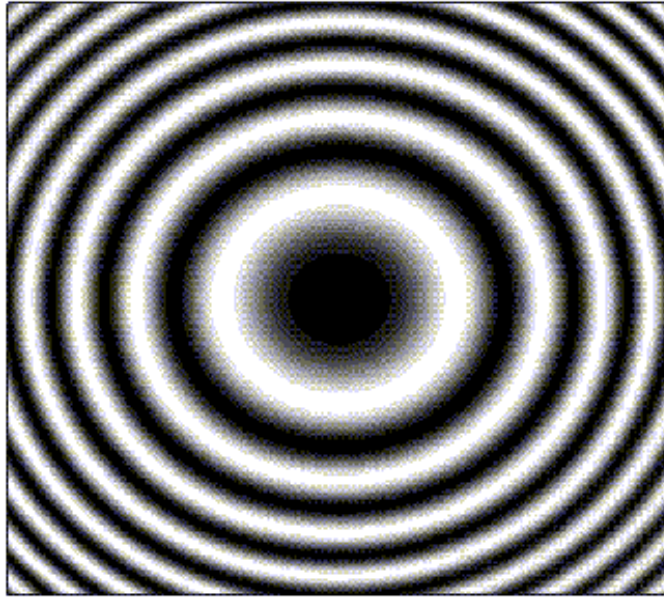
Slika 2.6: Fabry-Perot interferometar[5]

Dio zrake se transmitira to jest prolazi kroz ploču dok se drugi dio reflektira na drugu ploču gdje se opet događa isto. Zrake koje prođu kroz ploču međusobno interferiraju i na zaslonu se može vidjeti interferencijski uzorak. (Slika 2.7)



Slika 2.7: Interferencijski uzorak dobiven Fabry-Perot interferometrom[6]

Ako usporedimo dobiveni uzorak s onim koji dobijemo upotrebom Michelsonovog interferometra vidimo da su kod Fabry-Perota pruge puno uže.



Slika 2.8: Interferencijski uzorak dobiven Michelsonovim interferometrom [6]

Red interferencije je dan sa

$$m = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{2n'h \cos \theta'}{\lambda_0} + \frac{\phi}{\pi} \quad , \quad (25)$$

gdje je  $n'$  indeks loma zraka između ploča,  $h$  je razmak između reflektivnih površina,  $\theta'$  je kut refleksije i  $\phi$  je promjena faze. Svjetle pruge koje odgovaraju integralnim vrijednostima  $m$  su tada krugovi sa zajedničkim centrom u žarišnoj točki. U toj točki  $m$  ima svoj maksimum  $m_0$

$$m_0 = \frac{2n'h}{\lambda_0} + \frac{\phi}{\pi} \quad . \quad (26)$$

Općenito  $m_0$  nije cijeli broj pa se piše

$$m_0 = m_1 + e \quad , \quad (27)$$

gdje je  $m_1$  red unutarnje svijetle pruge, a  $e$  koji je manji od jedinice označava djelomičan red u centru. Karakteristika koja je od praktične važnosti je finesa  $\mathcal{F}$  već ranije definirana kao omjer razmaka između pruga i poluširine. Uvrštavajući u formulu (20) iz prethodnog poglavlja izraz (14) za parametar  $F$  dobiva se izraz za finesu

$$\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{\mathcal{R}}}{1 - \mathcal{R}} \quad . \quad (28)$$

Tanki film kojim su presvučene prozirne pločice je ili metalni ili dielektrik. Reflektivnost tankog filma je dana omjerom intenziteta reflektirane i upadne svjetlosti i konačan izraz je

$$\mathcal{R} = \frac{F \sin^2 \delta/2}{1 + F \sin^2 \delta/2} \quad , \quad (29)$$

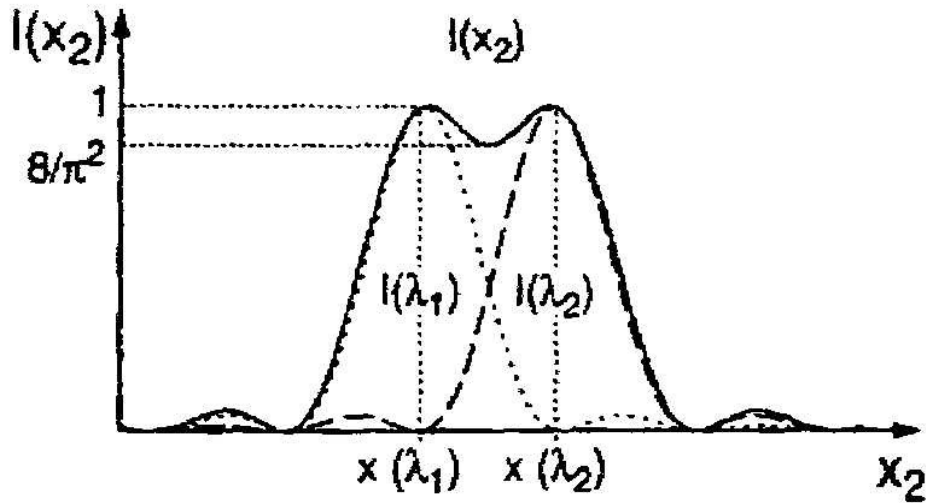
gdje je F parametar pod nazivom koeficijent finese. Transmittivnost za tanki film je omjer intenziteta transmitirane svjetlosti i upadne svjetlosti, a glasi

$$\mathcal{T} = \frac{1}{1 + F \sin^2 \delta/2} \quad . \quad (30)$$

Kada bi imali izvor svjetlosti sa dvije monokromatske komponente sličnih intenziteta mogli bismo njihovu prisutnost uočiti kao dva sustava međusobno razmaknutih koncentričnih krugova u interferencijskom uzorku. Interferometar razlučuje te dvije komponente i na taj način se može direktno promatrati fina struktura atomskih linija i iz tog razloga Fabry-Perot interferometar ima značajnu ulogu u spektroskopiji.

Kako bi mogli odrediti koliko dobro neki instrument može odrediti spektralnu strukturu u obzir se uzimaju slučajevi kada su dvije komponente istih intenziteta. Ako su valne duljine dviju komponenti  $\lambda_0 \pm \frac{1}{2}\Delta\lambda_0$ , tada je moć razlučivanja tog instrumenta jednaka  $\lambda_0/\Delta\lambda_0$ . Moć razlučivanja (rezolucija) kaže kolika je minimalna razlika dviju valnih duljina ( $\Delta\lambda$ ) koje interferometar može razlučiti. Rayleighy-jev kriterij razlučivanja kaže da kada minimum jednog izvora padne u maksimum drugog, tj. kad su maksimumi pojedinih izvora barem toliko udaljeni koliko je udaljen prvi minimum jednog izvora od maksimuma tog izvora. Na slici 2.7 vidimo graf ovisnosti intenziteta o položaju za dvije linije koje su razlučene.





Slika 2.9: Rayleigh-jev kriterij razlučivanja

Distribucija intenziteta za jednu komponentu monokromatske svjetlosti može se napisati kao

$$I(\delta) = \frac{I_0}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}}, \quad (31)$$

a ukupni je intenzitet tada rezultat superpozicije dviju takvih komponenti čiji relativni pomak odgovara promjeni  $\delta$  za iznos  $\varepsilon$

$$I_{ukupno}(\delta, \varepsilon) = I\left(\delta + \frac{1}{2}\varepsilon\right) + I\left(\delta - \frac{1}{2}\varepsilon\right) = \frac{I_0}{1 + F \sin^2 \frac{\delta + \frac{1}{2}\varepsilon}{2}} + \frac{I_0}{1 + F \sin^2 \frac{\delta - \frac{1}{2}\varepsilon}{2}}. \quad (32)$$

Ukupni intenzitet na sredini između maksimuma dviju komponenti je  $I_{uk}(2m\pi, \varepsilon)$  gdje je  $m$  cijeli broj. Kada se komponente mogu razlučiti uzimamo da se maksimum ukupnog intenziteta preklapa sa maksimumom intenziteta komponenti, a ukupni intenzitet u maksimumu je  $I_{uk}(2m\pi \pm \frac{1}{2}\varepsilon, \varepsilon)$ . Uzevši u obzir Rayleighov kriterij, dvije linije su razlučene kada je  $\varepsilon$  takav da zadovoljava

$$\frac{2I_0}{1 + F \sin^2 \frac{\varepsilon}{4}} = 0,81 \left( I_0 + \frac{I_0}{1 + F \sin^2 \frac{\varepsilon}{2}} \right). \quad (33)$$

Ako je finesa velika tada je  $\varepsilon$  mali u usporedbi sa  $\pi/2$  pa možemo  $\sin \varepsilon$  aproksimirati sa  $\varepsilon$ , pa se jednačba (33) reducira na

$$F^2 \varepsilon^4 - 15,5 F \varepsilon^2 - 30 = 0 \quad . \quad (34)$$

Iz toga se dobije poluširina:

$$\varepsilon = \frac{4,15}{\sqrt{F}} = 2,07 \frac{\pi}{\mathcal{F}} \quad . \quad (35)$$

Dakle, pruge postaju oštrije kako se  $F$  povećava, što znači da se povećava i moć razlučivanja interferometra.

Iz izraza (25), ako je  $n'$  neovisan o valnoj duljini i ako je  $h$  toliko velik da možemo zanemariti  $\Phi$  u usporedbi sa  $\delta$ , dobivamo

$$|\Delta \delta| = \frac{4 \pi n' h \cos \theta'}{\lambda_0^2} \Delta \lambda_0 = 2 \pi m \frac{\Delta \lambda_0}{\lambda_0} \quad . \quad (36)$$

Na granici rezolucije  $|\Delta \delta|$  je jednak vrijednosti  $\varepsilon$  danoj sa izrazom (35) pa je moć razlučivanja interferometra

$$\frac{\lambda_0}{\Delta \lambda_0} = 0,97 m \mathcal{F} \quad . \quad (37)$$

Prema analogiji za moć razlučivanja kod optičke rešetke gdje se uzima konačan broj zraka istog intenziteta koje interferiraju,  $0,97 \mathcal{F}$  predstavlja efektivan broj zraka koje interferiraju. Pri kutu upada koji je gotovo okomit,  $m$  je proporcionalan sa  $2n'h/\lambda_0$  i tada je moć razlučivanja

$$\frac{\lambda_0}{\Delta \lambda_0} \sim \frac{2 \mathcal{F} n' h}{\lambda_0} \quad . \quad (38)$$

Vidimo da je moć razlučivanja interferometra proporcionalna s finesom i sa razmakom između ploča. U spektroskopiji se definira valni broj  $\kappa_0 = 1/\lambda_0$ , a interval  $\Delta \kappa_0$  odgovara najmanje razlučivoj razlici valnih duljina  $\Delta \lambda_0$ :

$$\Delta \kappa_0 = \frac{\Delta \lambda_0}{\lambda_0^2} \sim \frac{1}{2 \mathcal{F} n' h} \quad . \quad (39)$$

Broj  $\Delta \kappa_0$  se ponekad naziva granica razlučivanja interferometra.

Razlika valnih duljina koja odgovara pomaku za jedan red ( $\Delta\delta=2\pi$ ) se naziva slobodno spektralno područje interferometra i iznosi

$$(\Delta\lambda_0)_{SR} = \frac{\lambda_0}{m} \sim \frac{\lambda_0^2}{2n'h} \quad (40)$$

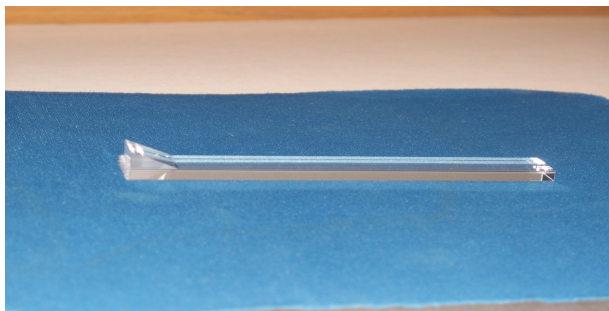
Ako se uzme u obzir spektroskopski valni broj tada iznosi

$$(\Delta\kappa_0)_{SR} = \frac{(\Delta\lambda_0)_{SR}}{\lambda_0^2} \sim \frac{1}{2n'h} \quad (41)$$

Slobodno spektralno područje Fabry Perot interferometra je obrnuto proporcionalno razmaku između pločica pa tako povećanje razmaka koje uzrokuje povećanje moći razlučivanja smanjuje spektralno područje. Za vrijednosti finese koje je moguće izvesti u praksi spektralno područje je jako malo ako je moć razlučivanja velika. FPI može razlučiti valne duljine koje se razlikuju za  $10^{-3}$  Å.

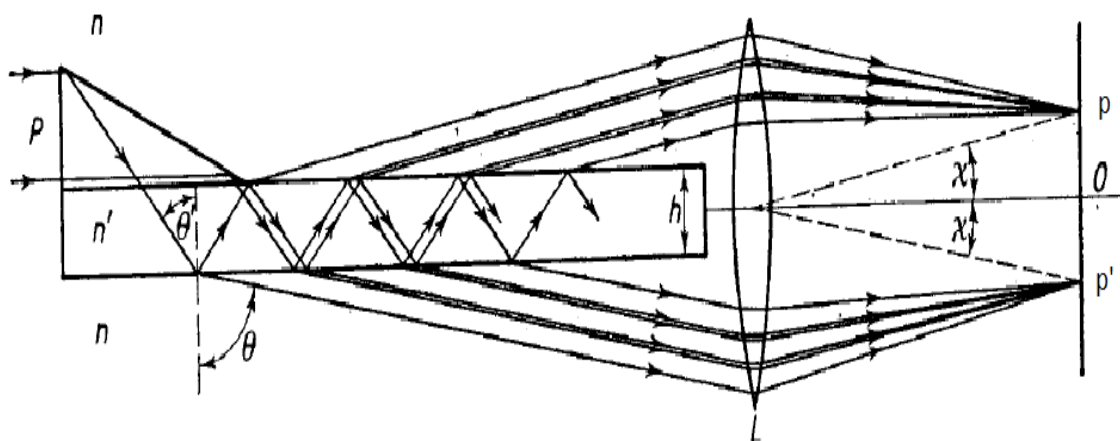
### 2.3 Lummer – Gehrcke interferometar

Lummer–Gehrcke interferometar (LGI) sastoji se od duge planparalelne ploče od kvarca ili stakla na čiji je početak pričvršćena prizma.



Slika 2.10:Lummer-Gehrcke ploča [7]

Svjetlost upada na prizmu i nakon totalne refleksije unutar prizme zraka dolazi na ploču pod nekim kutem  $\theta'$  koji je malo manji od graničnog kuta totalne refleksije. Zato dio zrake izlazi iz ploče pod kutem  $\theta$  dok se drugi dio reflektira na unutarnjem djelu ploče i upada pod nekim kutem na donju plohu ploče gdje se isto tako dio reflektira, a dio izlazi iz ploče. Transmitirani dio zrake je malog intenziteta, dok je reflektirani dio sa svakom refleksijom sve slabijeg intenziteta.



Slika 2.11: Shematski prikaz nastajanja interferencijskog uzorka kod Lummer-Gehrcke interferometra [1]

S obzirom da se refleksije događaju na obje plohe ploče i zrake izlaze na obje strane pa imamo dva sustava koja tvore sliku. Zrake koje su transmitirane međusobno interferiraju i upadaju na leću koja ih fokusira i interferencijsku sliku vidimo na zaslonu koji se nalazi u žarišnoj ravnini leće.

Za monokromatsku svjetlost koja upada na Lummer-Gehrcke ploču valne duljine  $\lambda$  fazna razlika  $\delta$  između uzastopnih zraka je

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} n' h \cos \theta' = \frac{4\pi h}{\lambda} \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 \theta} \quad , \quad (42)$$

gdje je h debljina ploče,  $n'$  je indeks loma ploče,  $n$  je indeks loma okolnog zraka,  $\theta'$  je kut refleksije unutar ploče, a  $\theta$  je kut pod kojim zraka izlazi iz ploče. Odgovarajući red interferencije je tada

$$m = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{2h}{\lambda} \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 \theta} \quad . \quad (43)$$

Uvodi se koeficijent transmitivnosti  $\tau$  i koeficijent reflektivnosti  $\rho$  kako bi se opisala amplituda transmitirane zrake

$$\tau = \frac{A_{transmitirane}}{A_{upadne}} \quad , \quad (44)$$

$$\rho = \frac{A_{reflektirano}}{A_{upadne}} \quad . \quad (45)$$

Amplituda u točki P dobivena superpozicijom amplituda p zraka je

$$A(p) = \frac{1 - \mathcal{R}^p e^{ip\delta}}{1 - \mathcal{R} e^{i\delta}} \mathcal{J} A \quad . \quad (46)$$

Ako se za broj zraka uzme  $p \rightarrow \infty$  tada je amplituda

$$A(\infty) = \frac{\mathcal{J}}{1 - \mathcal{R} e^{i\delta}} A \quad . \quad (47)$$

Slično je i za točku P' pa je amplituda za p zraka jednaka

$$A(p) = \frac{1 - \mathcal{R}^p e^{ip\delta}}{1 - \mathcal{R} e^{i\delta}} \sqrt{\mathcal{R}} \mathcal{J} A \quad , \quad (48)$$

a za  $p \rightarrow \infty$  amplituda je

$$A(\infty) = \frac{\sqrt{\mathcal{R}} \mathcal{J}}{1 - \mathcal{R} e^{i\delta}} A \quad . \quad (49)$$

Intenzitet u točki P je  $I = AA^*$  što znači da je

$$I(\infty) = \frac{\mathcal{J}^2}{1 + \mathcal{R}^2 - 2\mathcal{R} \cos \delta} I = \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}} I \quad , \quad (50)$$

gdje je I intenzitet u točki P kada nema ploče, a parametar F je

$$F = \frac{4\mathcal{R}}{(1 - \mathcal{R})^2} \quad . \quad (51)$$

Na sličan način se dobije i intenzitet u točki P'

$$I'(\infty) = \frac{\mathcal{R} \mathcal{J}^2}{1 + \mathcal{R}^2 - 2\mathcal{R} \cos \delta} I = \mathcal{R} I(\infty) \quad . \quad (52)$$

S obzirom da se zna razmak između dviju uzastopnih zraka koje izlaze iz ploče ( $2h \tan \theta'$ ) pa je za ploču duljine l broj zraka

$$p \sim \frac{l}{2h} \cot \theta' = \frac{l}{2h} \sqrt{\frac{n'^2}{n^2 \sin^2 \theta} - 1} \quad . \quad (53)$$

Distribucija intenziteta za gornju polovicu se zato dobije iz formule za amplitudu za

konačan broj zraka (5) , konačan rezultat je

$$I(p) = \frac{1 + G_p \sin^2 \frac{p\delta}{2}}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}} (1 - \mathcal{R}^p)^2 I \quad , \quad (54)$$

Gdje je

$$G_p = \frac{4 \mathcal{R}^p}{(1 - \mathcal{R}^p)^2} \quad . \quad (55)$$

Finesa  $\mathcal{F} = 2\pi/\varepsilon$  ovisi o reflektivnosti  $\mathcal{R}$  i broju zraka p. Distribucija intenziteta I(p) je na polovici maksimalne vrijednosti u točki koja se nalazi na  $\delta = 2m\pi \pm \varepsilon/2$  uz pretpostavku da je reflektivnost konstantna, a m je cijeli broj, što znači da se formula (13) može zapisati kao :

$$\frac{1 + G_p \sin^2 \left( \frac{p\varepsilon}{4} \right)}{1 + F \sin^2 \left( \frac{\varepsilon}{4} \right)} = \frac{1}{2} \quad . \quad (56)$$

Sređivanjem ovog izraza dobivamo jednadžbu

$$\sin^2 \left( \frac{p\varepsilon}{4} \right) - \frac{F}{2G_p} \sin^2 \left( \frac{\varepsilon}{4} \right) + \frac{1}{2G_p} = 0 \quad . \quad (57)$$

Prema izrazu (12) broj zraka je određen omjerom l/h dok je  $\mathcal{R}$  funkcija upadnog kuta. U graničnom slučaju kada je  $p \rightarrow \infty$  što odgovara beskonačno dugoj ploči distribucija intenziteta je slična onoj kod Fabry-Perot interferometra pa je u tom slučaju i finesa dana izrazom (4) u prethodnom poglavlju. Kod konačne dimenzije ploče postoji i konačni broj zraka p. Kada povećavamo reflektivnost interferencijske pruge postaju uže i bolje definirane. Povećavanjem reflektivnosti zapravo povećavamo broj zraka koje sudjeluju u stvaranju interferencijskog uzorka. Obzirom da je  $\mathcal{R}$  ovisan o upadnom kutu za koji se zna da je kontroliran uz pomoć prizme čiji se kut  $\alpha$  može tako namjestiti da je za određenu valnu duljinu izvora kut upada nakon što napusti prizmu samo malo manji od graničnog kuta totalne refleksije i tada je  $\mathcal{R}$  gotovo jedinica. U slučaju kada je  $\mathcal{R}$  gotovo jedan finesa postaje znatno veća od jedinice i tada su interferencijske pruge vrlo oštre. Za vrijednosti  $\mathcal{R}$  i  $\mathcal{R}^p$  takve da su gotovo zanemarive sva svjetlost koja uđe u ploču i izlazi iz ploče tako da tvori pruge. Za veće vrijednosti  $\mathcal{R}$  finesa postaje manja od finese koja

odgovara beskonačnom broju zraka i kako se  $\mathcal{R}$  približava jedinici finesa postiže maksimalnu vrijednost

$$\mathcal{F}_1 = \frac{2\pi}{\varepsilon_l} \quad , \quad (58)$$

gdje se granična vrijednost za  $\varepsilon_l$  dobije iz izraza (57) tako da se uzme mali  $\mathcal{J}$  zbog čega je  $1 - \mathcal{R}^p \sim p \mathcal{J}$ . Uvrstimo izraz za  $F/G_p = (1 - \mathcal{R}^p)^2 / \mathcal{R}^{p-1} (1 - \mathcal{R})^2 \sim p^2 / (1 - \mathcal{J})^{p-1}$ , a kako je  $\mathcal{J} \rightarrow 0$   $F/G_p \sim p^2$  dok je  $1/G_p \rightarrow 0$  i dobivamo:

$$\sin^2\left(\frac{p\varepsilon_l}{4}\right) - \frac{p^2}{2} \sin^2\left(\frac{\varepsilon_l}{4}\right) = 0 \quad . \quad (59)$$

Za jako mali  $\varepsilon_l$

$$\frac{\sin\frac{p\varepsilon_l}{4}}{\frac{p\varepsilon_l}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad (60)$$

$$\frac{p\varepsilon_l}{4} = 0,45 \pi \quad , \quad (61)$$

pa je finesa

$$\mathcal{F}_1 = 1,1 p \quad . \quad (62)$$

Veliki dio svjetlosti koji ulazi u pločicu se nakon zadnje refleksije gubi na kraju ploče ako je  $\mathcal{R} \rightarrow 1$ , što se vidi iz distribucije intenziteta koja tada teži u nulu. Kako je tako velik gubitak svjetlosti neprihvatljiv interferometar se mora koristiti u području gdje vrijednost finese odgovara onoj koja se odnosi na beskonačan broj zraka  $p$  pa je najveća moguća finesa približno  $0,7p$ . U tom području je distribucija intenziteta slična onoj za Fabry -Perot interferometar stoga je i najmanja razlučiva razlika valnih duljina jednaka umnošku  $1/\mathcal{F}$  i spektralnog područja  $(\Delta\lambda)_{SR}$ . Za svaku promjenu valne duljine  $\Delta\lambda_0$  postoji i promjena reda interferencije  $m$  koja glasi

$$\Delta m = \frac{4 h^2 n' \frac{d n'}{d \lambda_0} - m^2 \lambda_0}{m \lambda_0^2} \Delta \lambda_0 \quad , \quad (63)$$

gdje je red interferencije za indeks loma okolnog zraka  $n=1$  dan sa

$$m^2 \lambda_0^2 = 4 h^2 (n'^2 - \sin^2 \theta) \quad , \quad (64)$$

pa je spektralno područje koje odgovara toj promjeni jednako

$$(\Delta \lambda_0)_{SR} = \frac{m \lambda_0^2}{\left| m \lambda_0 - 4 h^2 n' \frac{d n'}{d \lambda_0} \right|} \quad . \quad (65)$$

Ako se umjesto  $m$  uvrsti (23), a  $\sin \theta$  je približno jedan ako je kut koji zatvara zraka koja izlazi gotovo okomito na normalu površine ploče:

$$(\Delta \lambda_0)_{SR} \sim \frac{\lambda_0^2}{2h} \frac{\sqrt{n'^2 - 1}}{\left| n'^2 - n' \lambda_0 \frac{d n'}{d \lambda_0} - 1 \right|} \quad . \quad (66)$$

Slobodno spektralno područje je obrnuto proporcionalno debljini ploče. Moć razlučivanja za finesu  $\mathcal{F} \sim 0,7p$  uvrštavanjem broja zraka  $p$  i spektralnog područja u izraz dobiva se

$$\frac{\lambda_0}{\Delta \lambda_0} \sim \frac{0,7 p \lambda_0}{(\Delta \lambda_0)_{SR}} \sim \frac{0,7}{\lambda_0} \left| n'^2 - n' \lambda_0 \frac{d n'}{d \lambda_0} - 1 \right| \quad , \quad (67)$$

iz čega se uočava da moć razlučivanja ovisi samo o duljini ploče, a ne i o debljini.

#### **2.4 Usporedba LG i FP interferometara**

Osnovna razlika između LG i FP interferometra je u izvedbi, LGI ima jednu ploču u kojoj se događaju refleksije dok kod fpi su dvije razmaknute ploče koje su presvučene tankim filmom između kojih se događaju refleksije. U početku je bilo lakše izvesti LGI jer je bilo lakše proizvesti jednu prozirnú pločicu u kojoj se pod određenim kutom dio zraka reflektira, a dio transmitira van. Razvojem tehnologije razvijen je tanki film koji je bio dovoljno dobar da bi se događale refleksije i transmisije. LGI koristi unutarnje refleksije koje se događaju pri kutevima blizu graničnog pa je broj zraka koje izlaze i interferiraju konačan, tipično 10-30 zraka, što uzrokuje širenje linija i javljanje sekundarnih maksimuma oko glavnog. Kod FPI nema širenja linija i na javljaju se sekundarni maksimumi jer je broj zraka koji sudjeluje u stvaranju interferentne slike beskonačan. LGI je korisniji pri slabijim izvorima jer je intenzitet u centru svijetle pruge uvijek veći od



jedan za razliku od FPI kod kojeg je intenzitet maksimalno jedan. [10]

Ograničenje kod FPI je u tome što se ne može uzeti bilo koja debljina tankog filma jer iako se tako povećava reflektivnost dolazi i do znatnog smanjenja intenziteta transmitiranih zraka. Te poteškoće nema kod LGI jer nema tankog filma.

Glavna sličnost tih interferometara je u principu dobivanja interferencijskog uzorka tako da se upadna zraka višestruko reflektira i veći broj paralelnih zraka koje izlaze iz pločica međusobno interferiraju. Oba interferometra također imaju primjenu u spektroskopiji za proučavanje hiperfine strukture spektralnih linija atoma.

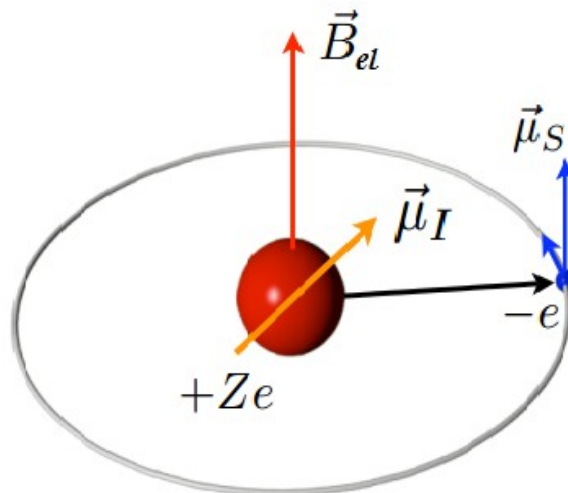
### 3 Primjena LGI

#### 3.1 Hiperfina struktura atomskih linija

Cijepanje atomskih energetskih nivoa koje je posljedica međudjelovanja elektrona i jezgre rezultira nastankom hiperfine strukture spektralnih linija. Hiperfina se struktura ne može uočiti uobičajenim spektroskopima s prizmom ili rešetkom čija je rezolucija tipično  $R \leq 10^4$  već samo uz pomoć interferometara koji imaju veću rezoluciju  $R \approx 10^6$ .

Hiperfina struktura nastaje zbog izotopnog cijepanja i hiperfinog cijepanja atomskih linija. Na primjer kada primijenimo Fabry-Perotov ili Lummer-Gehrckeov interferometar za proučavanje spektralnih linija uočavamo nekoliko linija na mjestu gdje se nalazi samo jedna linija ako isti spektar proučavamo spektroskopom s prizmom ili rešetkom. Znači da se linije cijepaju na veći broj komponenti i to se naziva hiperfina struktura spektralnih linija.

Interakcija elektrona i jezgre može se zamisliti kao interakcija magnetskog momenta jezgre i magnetskog momenta elektrona.



Slika 3.1: Ilustracija interakcije elektrona i jezgre [8]

Jezgru predstavljamo kao jednu česticu spina

$$\vec{I} = \sqrt{I(I+1)} \hbar \quad (68)$$

i magnetskog momenta  $\mu_I$ ,

$$\vec{\mu}_I = g_I \frac{\mu_N}{\hbar} \vec{I} \quad , \quad (69)$$

gdje je  $\mu_N$  nuklearni magneton

$$\mu_N = \frac{e}{2m_p} \hbar = \frac{m_e}{m_p} \mu_B = \frac{\mu_B}{1836} = 3,15 \cdot 10^{-8} eV/T \quad . \quad (70)$$

Između magnetskog momenta jezgre  $\mu_I$  i magnetskog polja elektrona  $B_{el}$  javlja se magnetsko međudjelovanje na mjestu gdje se nalazi jezgra:

$$\Delta E_{hfs} = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_{el} = -|\vec{\mu}_I| B_{el} \cos(\angle \vec{J}, \vec{I}) \quad . \quad (71)$$

Ukupni angularni moment atoma dobijemo zbrajanjem angularnog momenta J i spina I

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} \quad . \quad (72)$$

Cijepanje energetskih nivoa je

$$\Delta E_{hfs} = \frac{A}{2} [F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)] \quad , \quad (73)$$

gdje je A konstanta hiperfine strukture

$$A = \frac{g_I \mu_N B_{el}}{\sqrt{J(J+1)}} \quad (74)$$

Drugo svojstvo jezgre koje doprinosi hiperfinoj strukturi atomskih linija je masa jezgre koja je različita za različite izotope pa se taj efekt naziva izotopno cijepanje. Izotopi istog elementa imaju isti broj elektrona i protona njihovi spektri se razlikuju zbog različitih masa jezgara. Spektralne linije izotopa su pomaknute u odnosu jedna na drugu i moguće je detektirati razlike u pomacima između linija koje pripadaju različitim izotopima. Izotopni pomak je uzrokovan konačnom masom kod lakih elemenata, ali i konačnom veličinom jezgre kod težih elemenata. Ako se radi o atomima ili izotopima koji su vodiku slični, njihovi energetski nivoi se mogu opisati jednačinom

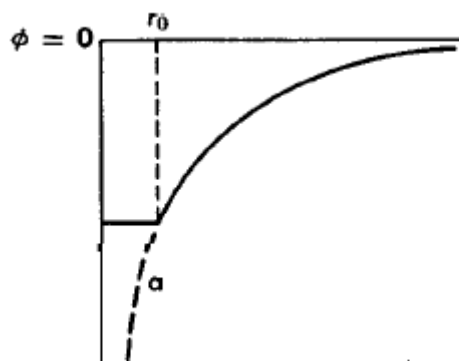
$$E_n = \frac{hc R_\infty Z^2}{n^2} \left( 1 - \frac{m}{M} \right) \quad . \quad (75)$$

Razlika energetskih nivoa dva izotopa je dana

$$\Delta E_n = \frac{hc R_\infty Z^2}{n^2} \frac{m}{m_p} \frac{\Delta A}{A^2} \quad , \quad (76)$$

gdje je A atomski broj izotopa.

Za teže elemente efekt uzrokovan konačnom masom dan prethodnom jednačinom smanjuje se kao  $1/A^2$  i dominantan postaje efekt uzrokovan konačnom veličinom jezgre. Na slici 3.1 vidimo iscrtkanu krivulju  $a$  koja prikazuje Coulombov potencijal točkastog naboja.



Slika 3.1: Coulombov potencijal jezgre u ovisnosti o udaljenosti [13]

Pretpostavimo da se električni naboj nalazi raspoređen na sfernoj površini radijusa  $r_0$  tada će potencijal biti konstantan za  $r \leq r_0$ . Potencijal koji vidi elektron je prikazan krivuljom pune linije na slici 3.1. Može se pokazati da će energija nivoa biti pomaknuta zbog promjene  $\Delta r_0$  u promjeru jezgre  $r_0$  za iznos [3]

$$\Delta E \simeq \frac{hc R_\infty Z^2}{n^3} F(Z, r_0) \frac{\Delta r_0}{r_0} \quad (77)$$

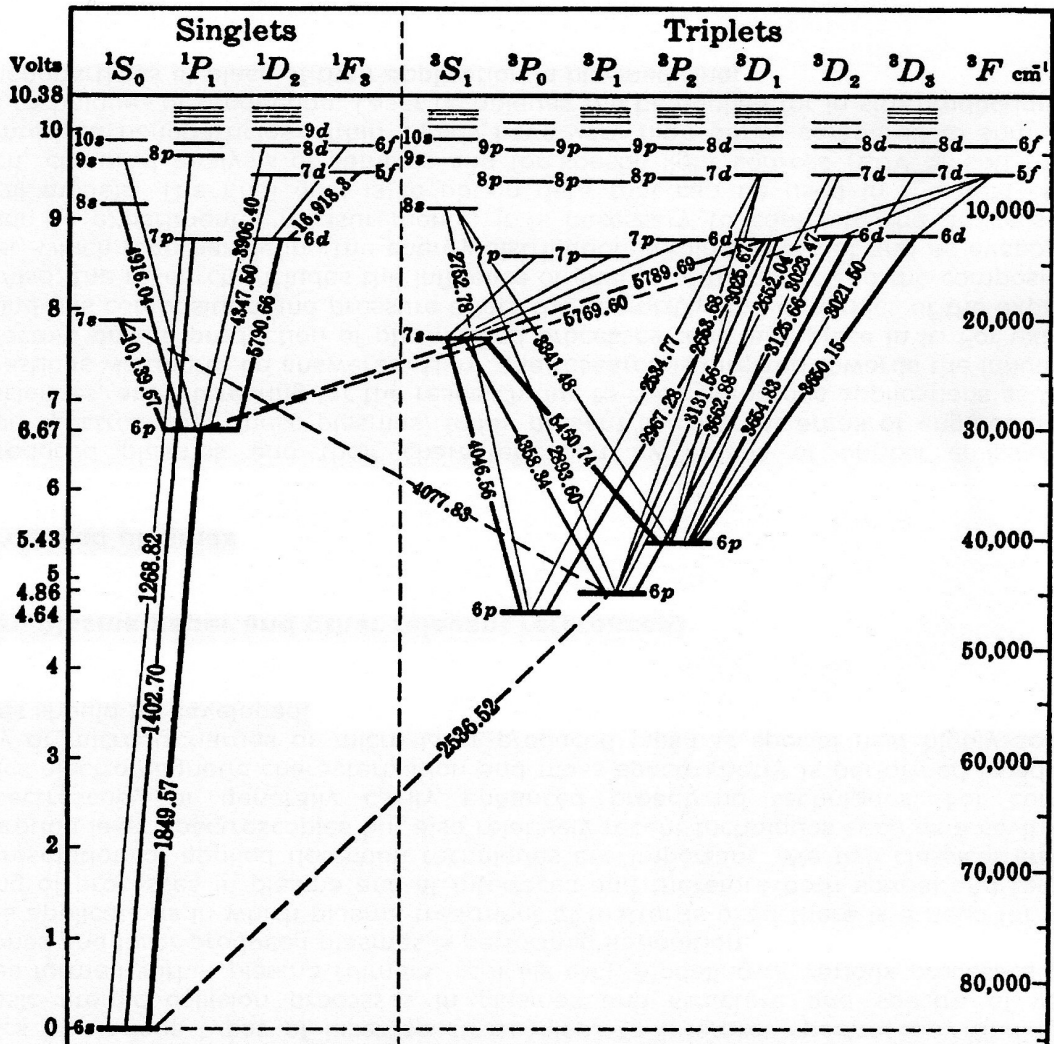
Radijus jezgre je izražen

$$r_0 = A^{1/3} \times 1.2 \times 10^{-13} \text{ cm} \quad , \quad (78)$$

pa je  $\Delta r_0 / r_0 = \Delta A / 3A$ .

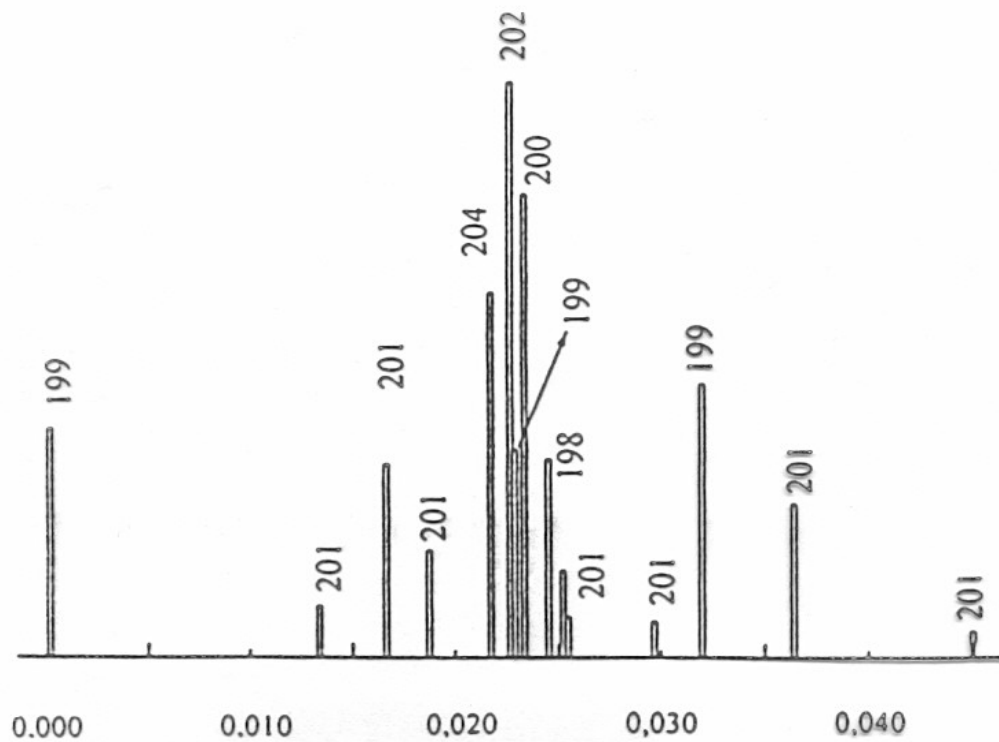
### 3.2 Primjeri primjene interferometara višestrukih snopova svjetlosti

Dobar primjer hiperfinog i izotopnog cijepanja atomskih linija je linija atoma/izotopa žive na 546 nm koja nastaje u prijelazu između stanja  $6p^3P_2$  i  $7s^3S_1$  (Slika 3.2).



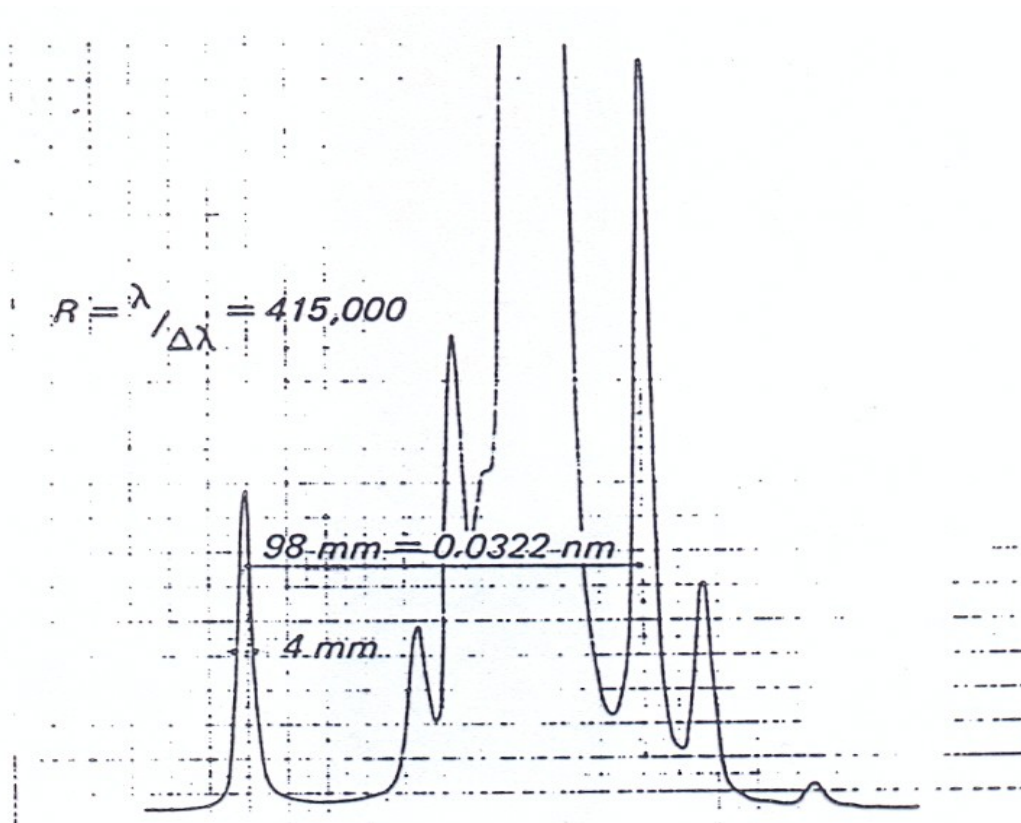
Slika 3.2: Dijagram energetske nivoa neutralnog živeg atoma

Na slici 3.3 vidimo teoretsku hiperfinu i izotopnu strukturu žive linije valne duljine 546 nm. Linije označene brojevima 199 i 201 odgovaraju hiperfinom cijepanju jer samo jezgre sa neparnim brojem nukleona imaju spin različit od nule što je uvjet da bi se hiperfino cijepanje moglo dogoditi. Za uočavanje hiperfinog cijepanja je dovoljan samo jedan izotop pa se zato za izotop masenog broja 199 vide 3 linije i za izotop masenog broja 201 se vidi 7 linija. Linije označene parnim brojevima su nastale zbog izotopnog pomaka, koji se javlja kod jezgara ukupnog spina jednakog nuli. Kako bi uočili cijepanje nastalo zbog izotopnog efekta potrebno je više izotopa pa svaka nastala linija pripada različitom nukleonskom broju. Parne linije su poredane od veće prema manjoj s lijeva na desno.



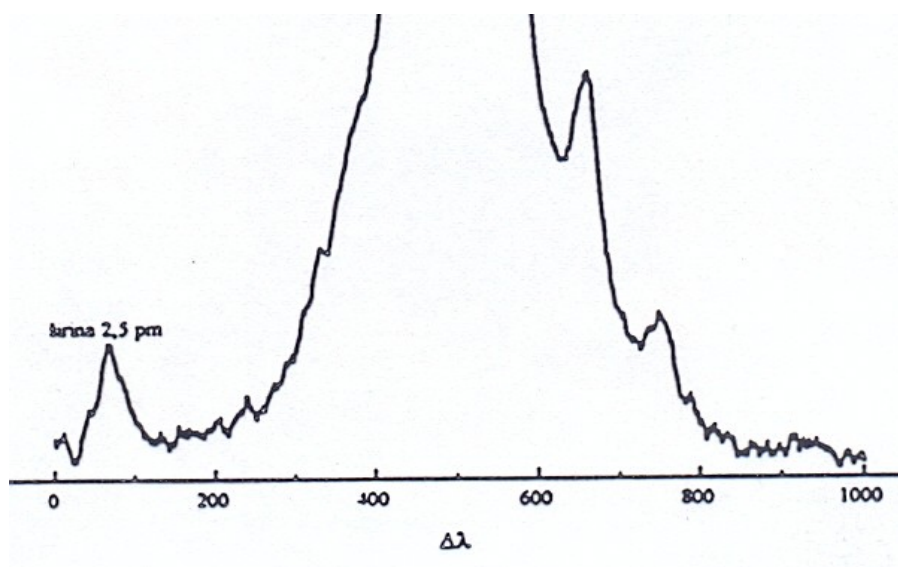
Slika 3.3: Ilustracija hiperfina strukture živne atomske linije [14]

Na slici 3.4 vidimo živinu liniju na 546,1 nm snimljenu monokromatorom velike moći razlučivanja (415000) u laboratoriju proizvođača monokromatora. Na dobivenoj slici se vide vrhovi koji odgovaraju linijama na slici 3.3. Može se primijetiti da ne postoji za sve prikazane linije odgovarajući vrh što znači da se tim monokromatorom ne može u potpunosti vidjeti hiperfina struktura živine linije.



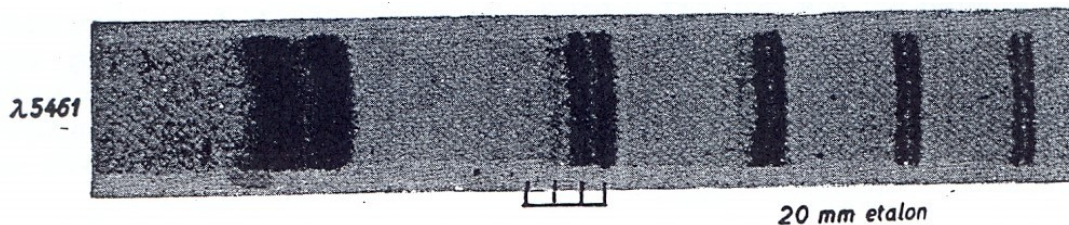
Slika 3.4: Spektar Hg linije 546 nm ( $R=415000$ ) [14]

Slika 3.5 predstavlja strukturu iste živine linije kao i u prethodnom slučaju samo je rezolucija istog monokromatora manja pa se hiperfina struktura te linije slabije razlučuje.

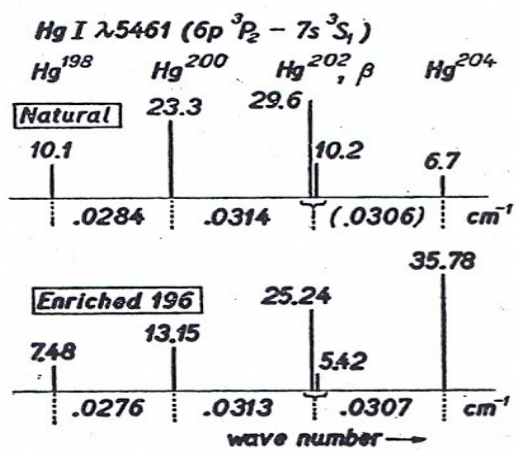


Slika 3.5: Živina linija 546 nm ( $R=218000$ )[14]

U oba slučaja monokromatori koji su vrlo visokih rezolucija ne mogu razlučiti hiperfinu strukturu. Za to je potreban uređaj koji ima mnogo veću moć razlučivanja. Takvi uređaji su interferometri kao što su Lummer-Gehrckeov ili Fabry-Perotov. Interferencijski uzorak živine linije valne duljine 546 nm dobiven FP interferometrom je prikazan na slici 3.6 dok na slici 3.7 vidimo analizu dijela uzorka označenog ("češalj") na slici 3.6.



Slika 3.6: interferencijski uzorak spektra žive[15]



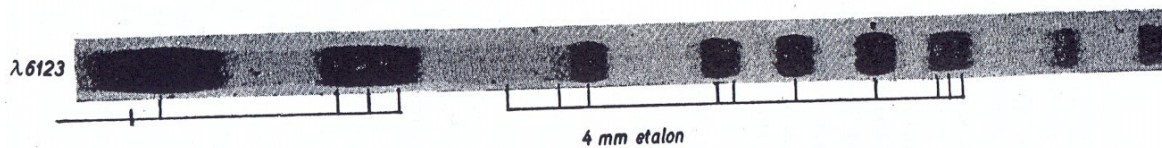
Slika 3.7: Analiza slike 3.6[15]

Primjer interferencijskog uzorka dobivenoga FP interferometrom za jednu drugu živinu liniju (valne duljine 612,3nm) vidimo na slici 3.8, dok je na slici 3.9 uzorak za istu valnu duljinu dobiven LG interferometrom.



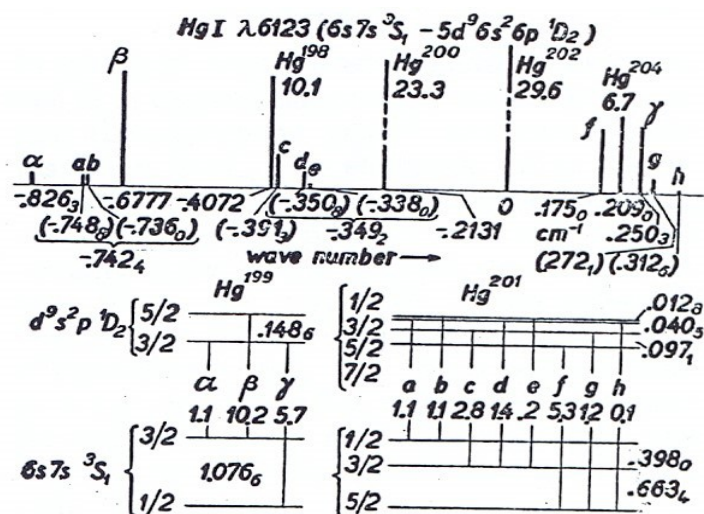
Slika 3.8: Fabry-Perot interferometar[16]





Slika 3.9: Lummer-Gehrcke interferometar[15]

Analiza hiperfine strukture dobivene na obje prethodno navedene slike se nalazi na slici 3.9.



Slika 3.10 : Analiza hiperfine strukture linije valne duljine 612,3 nm[15]

#### **4 Zaključak**

U ovom su radu objašnjeni fizikalni principi rada interferometara višestrukih snopova svjetlosti, a poseban je naglasak bio na Lummer-Gehrcke interferometru. Ovaj interferometar ima sve manju ulogu u raznim istraživanjima iako je jednostavne izvedbe i velike razlučivosti. Njegovu ulogu kod spektroskopskih istraživanja preuzima Fabry-Perot interferometar čiji je princip rada isti kao i kod Lummer-Gehrcke interferometra, s razlikom u tehničkoj izvedbi koja je u početku bila kompliciranija, ali se razvojem tehnologija to promijenilo.

U danim primjerima primjene ranije navedenih interferometara vidi se njihova važnost kod istraživanja u spektroskopiji i atomskoj fizici. Zahvaljujući razvoju interferometara mogu se proučavati i fine strukture spektralnih linija.

Interferometrija ima široku primjenu, pa se i interferometri stalno usavršavaju i prilagođavaju.

## 5 Metodički dio

### 5.1 Uvod

U nastavi fizike interferencija i ogib su vrlo važni koncepti koji se obrađuju u sklopu dvogodišnjih i četverogodišnjih programa srednjoškolskog obrazovanja. Kod učenika se često razvijaju alternativne koncepcije koje mogu proizaći iz iskustva i ranije stečenih znanja.

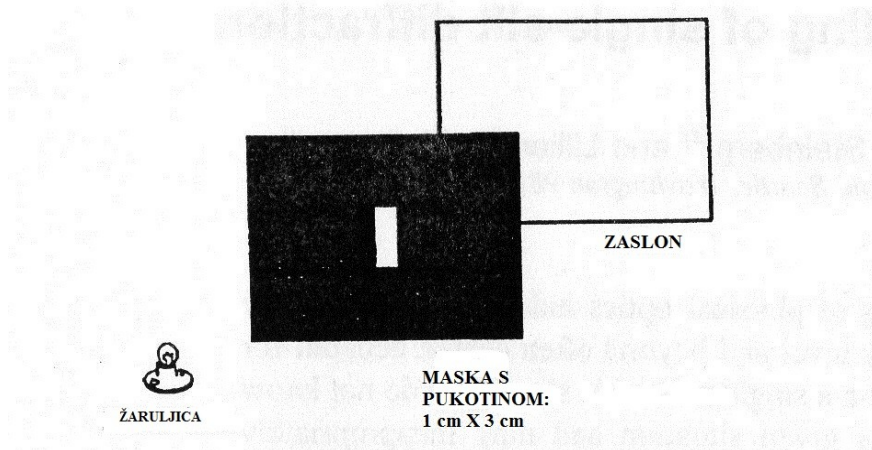
### 5.2 Istraživanja studentskih poteškoća kod usvajanja valne optike

Kako bi bolje razumjeli koje su to konceptualne i proceduralne pogreške koje se najčešće javljaju kod učenika provedena su istraživanja. Dva će takva istraživanja biti komentirana u ovom radu. Predmet jednog od istraživanja bilo je razumijevanje ogiba na uskoj pukotini i interferencije na dvije pukotine. U istraživanju je sudjelovalo 410 studenata Sveučilišta u Washingtonu i 280 studenata Sveučilišta u Marylandu.[19] Motivacija za ovo istraživanje je nedostatak konceptualnog razumijevanja prirode svjetlosti koji je primijećen kod studenata.

Studenti su tokom školovanja upoznati s dva modela ponašanja svjetlosti. U geometrijskoj su optici obrađivali refleksiju i lom svjetlosti, crtali zrake svjetlosti i rješavali numeričke zadatke vezane uz jednostavne optičke sustave. U fizikalnoj su optici učili da je svjetlost elektromagnetski val koji se širi prostorom, te su upoznati s interferencijom, ogibom i polarizacijom. Kasnije su učili i o svjetlosti kao čestici, to jest upoznati su s dualnošću prirode svjetlosti.

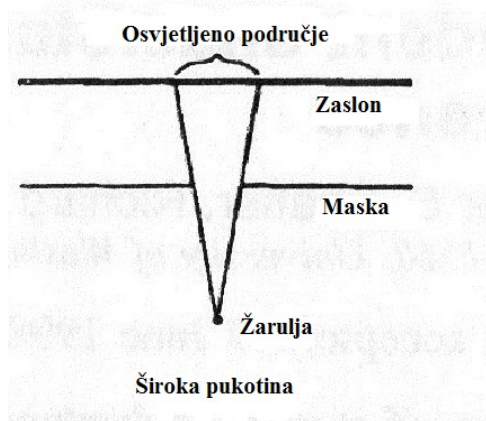
Istraživanje se sastojalo od intervjua i pismenih testova. U inicijalnim intervjuima na manjem su se uzorku (46 studenata) trebali identificirati problemi koji se javljaju kod studenata kako bi se mogla sastaviti odgovarajuća pitanja koja će se postaviti većem broju studenata. U tim su intervjuima korištena tri glavna pitanja:

- Što biste vidjeli na zaslonu ako se zaslon, žarulja i maska s prorezom veličine 1 cm x 3 cm postave kao na slici 5.1?
- Što predviđate da će se promijeniti ako se žarulja sve više udaljava od maske?
- Uz pretpostavku da je žarulja jako daleko od maske, koje je vaše predviđanje vezano za sliku na zaslonu ako se pukotina sve više smanjuje?



Slika 5.1: Slika postava korištenog u pitanjima kod inicijalnih intervjuja

Točni odgovori na prva dva pitanja mogu se dati crtanjem linija od žarulje do zaslona (Slika 5.2), dok su kod pomicanja žarulje sve dalje od maske te zrake sve paralelnije da bi na kraju na zaslonu vidjeli osvijetljeni dio koji je veličine pukotine.



Slika 5.2: Ilustracija točnog odgovora na prvo pitanje

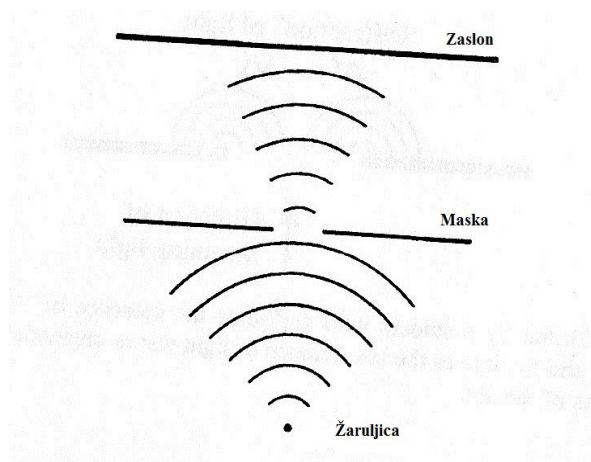
Kod trećeg je pitanja trebalo uočiti da tu geometrijska optika više ne vrijedi, što znači da se na zaslonu može uočiti ogibna slika. Prvi ogibni minimum sve se više udaljava od centra kad se smanjuje širina pukotine, dok centralni maksimum postaje sve širi. Ako je širina pukotine veća od valne duljine uočavamo minimum, a ako je širina pukotine manja od valne duljine više se ne vidi minimum.

Iz danih studentskih odgovora na ranije navedena pitanja mogu se uočiti tri kategorije poteškoća:

- pogrešna upotreba geometrijske ili fizikalne optike
- nedostatak razumijevanja valnog modela svjetlosti
- poteškoće kod razumijevanja koncepata moderne fizike

U prvu kategoriju pripadaju:

1. Upotreba ideja iz fizikalne optike za svjetlost koja prolazi kroz široku pukotinu  
Studenti su pogrešno pretpostavljali da će se na zaslonu pojaviti ogibna slika oko geometrijske jer nisu prepoznali da je širina pukotine dovoljno velika da bi se vidjela samo geometrijska slika. Ova pogreška proizlazi iz pogrešnog uvjerenja da se svaka pukotina bez obzira na veličinu može tretirati kao jedan sekundarni točkasti izvor svjetlosti. Primjer koji to ilustrira prikazan je na slici 5.3 koju je nacrtala studentica koja je na to pitanje odgovorila da se svjetlost širi iz pukotine i zaključila da će osvijetljeni dio na zaslonu biti veći od geometrijske slike pukotine.



Slika 5.3: Ilustracija odgovora studentice koja je pogrešno odgovorila na prvo pitanje

Također je smatrala da će osvijetljeni dio na zaslonu biti okruglog oblika bez obzira što je pukotina pravokutna, te da oblik pukotine nije važan jer bi u svakom slučaju bila okrugla. Ista studentica nije predvidjela pojavu minimuma i maksimuma kod sužavanja pukotine.

2. Upotreba geometrijske optike kod svjetlosti koja pada na usku pukotinu  
Neki su od studenata napravili pogreške suprotne onima u prethodnom slučaju, pokušali su primijeniti geometrijsku optiku na slučaj kada je pukotina dovoljno uska da bi se mogla uočiti ogibna slika. Jedan primjer takve pogreške dobiven je iz rezultata testiranja 410 studenata kojima je prikazana ogibna slika s nekoliko minimuma i maksimuma [19]. Studenti su trebali predvidjeti što će se dogoditi ako se desna strana pukotine prekrije ili ako se pukotina suzi. Pogrešno je uvjerenje da uža pukotina daje užu centralni maksimum koje proizlazi iz primjene geometrijske optike, gdje se sužavanjem pukotine dobiva uža slika. Na ovo je pitanje pogrešno odgovorilo oko 20% studenata, iako su taj eksperiment mogli vidjeti ranije tijekom studiranja.

### 3. Upotreba hibridnog modela s elementima geometrijske i fizikalne optike

Jedna od pogrešaka nastaje zbog istodobne primjene oba modela kako bi se objasnio ogib. Studenti su često primjenjivali geometrijsku optiku na sredinu pukotine dok su za rubove primjenjivali fizikalnu optiku. Ogib su pripisivali interakciji upadne svjetlosti i rubova, što proizlazi iz pogrešnog vjerovanja da je centralni maksimum zapravo geometrijska slika pukotine i da ogibna slika može nastati samo kada svjetlost udara o rubove pukotine.

Problemi su uočeni i kod interferencije na dvije pukotine. Od 200 studenata samo 40% njih je dalo točan odgovor na pitanje kako predviđaju da će se promijeniti slika ako se jedna pukotina prekrije (ranije im je pokazana fotografija interferencijskog uzorka dvije pukotine). Točan odgovor da će čitav zaslon biti jednoliko osvjetljen bez vidljivih minimuma kod 60% ispitanika je zamijenjen jednim od dva pogrešna odgovora. Jedan je da će jedna pukotina davati istu, ali manje svijetlu sliku, kao i dvije pukotine. Drugo je pogrešno uvjerenje da svaka od pukotina daje samo polovicu uzorka. Oko 20% studenata mislilo je da prekrivanjem jedne pukotine nestaje polovica uzorka, dok druga ostaje nepromijenjena. No, samo je kod geometrijske optike moguće pripisati jedno osvjetljeno područje jednoj pukotini.

U drugu kategoriju pogrešaka spada nerazumijevanje valnog modela svjetlosti. Čak i kada bi studenti točno prepoznali o kojem se modelu radi, imali bi poteškoća primijeniti ga na dani problem. Neke od tipičnih grešaka su:

#### 1. Nerazumijevanje veze između širine pukotine i valne duljine

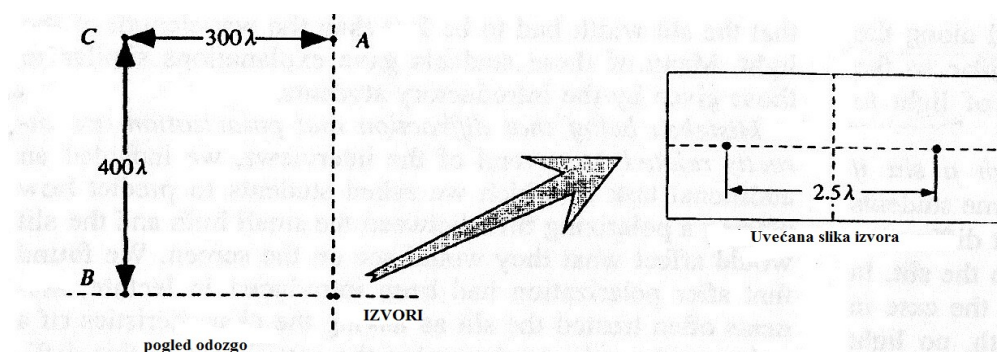
Studenti koji su prepoznali da postoji veza između širine pukotine i ogibne slike su često griješili u zaključivanju kakva je ta veza. Mnogi su ogib pripisivali tome što svjetlost "ne stane" u pukotinu. Jedan primjer pogrešne ideje je taj da svjetlost uopće ne prolazi kroz pukotinu ako je širina pukotine manja od valne duljine: iz formule  $a \sin \theta = \lambda$  koju je student napisao, zaključuje da ako želimo da širina pukotine  $a$  bude manja od valne duljine,  $\sin \theta$  mora biti veći od 1 što je nemoguće. Kada je taj student upitan kakav je njegov zaključak na temelju toga, odgovorio je da svjetlost ne može proći kroz pukotinu koja je manja od valne duljine. Suprotno toj ideji kod nekih se studenata javljalo pogrešno uvjerenje da se ogib događa samo kod pukotina čije su širine manje od valne duljine. Studentica koja je točno odgovorila na prva dva pitanja vezana uz široku pukotinu smatrala je da sužavanjem pukotine na svega 1 nm veću širinu od valne duljine još uvijek vrijedi geometrijska optika, dok je za širinu 1 nm manju od valne duljine smatrala da dolazi do ogiba, jer se svjetlost "mora saviti" kako bi mogla proći kroz pukotinu.

Da su ogib i polarizacija direktno povezani još je jedno od pogrešnih uvjerenja kod studenata. Studentima je pokazan dijagram koji se sastojao od jednog izvora svjetlosti i jedne vertikalno postavljene uske pukotine. Pitanje je bilo kako će na ogibnu sliku utjecati vertikalni i horizontalni polarizator ako se stave ispred pukotine. Samo je oko 25% studenata točno predvidjelo da se na uzorku ništa neće promijeniti, nego će se samo intenzitet smanjiti za obje orijentacije polarizatora. Oko 40% studenata je pogrešno tretiralo pukotinu kao polarizator, zbog čega su odgovorili da se slika ne mijenja kod vertikalne polarizacije, ali kod horizontalne postaje slaba ili potpuno nestaje.

Druga je najčešća pogreška bila ideja da orijentacija polarizatora određuje da li se primjenjuje geometrijska ili fizikalna optika. Oko 10% studenata smatralo je da neće biti ogiba ako je polarizator paralelan s pukotinom, te da će se tada pojaviti geometrijska slika na zaslonu za što je objašnjenje bilo da se vertikalni valovi ne ogibaju.

## 2. Nепрепознавање улоге разлике путова или фазне разлике

Ova je poteškoća uočena na dvama pitanjima postavljenim u pisanom testu. Pitanje je bilo vezano uz interferencijski uzorak dobiven na vodi uz pomoć dva vibrirajuća malena objekta. Studentima je dana slika (Slika 5.4) na kojoj je prikazana posuda s vodom na čijoj su površini vibracijama dobiveni valovi. Dva su izvora razmaknuta za  $2.5\lambda$ , označene su tri točke u kojima su studenti trebali predvidjeti konstruktivnu ili destruktivnu interferenciju ili nema interferencije, te su također trebali odrediti faznu razliku u svakoj od točaka.



Slika 5.4:

Točan odgovor da je u točki A razlika puteva nula, što znači da je u toj točki maksimum konstruktivne interferencije, i da je razlika puteva u točki B jednaka razmaku izvora  $2.5\lambda$ , što znači da u toj točki dolazi do potpune destruktivne interferencije, dalo je samo 35% studenata.

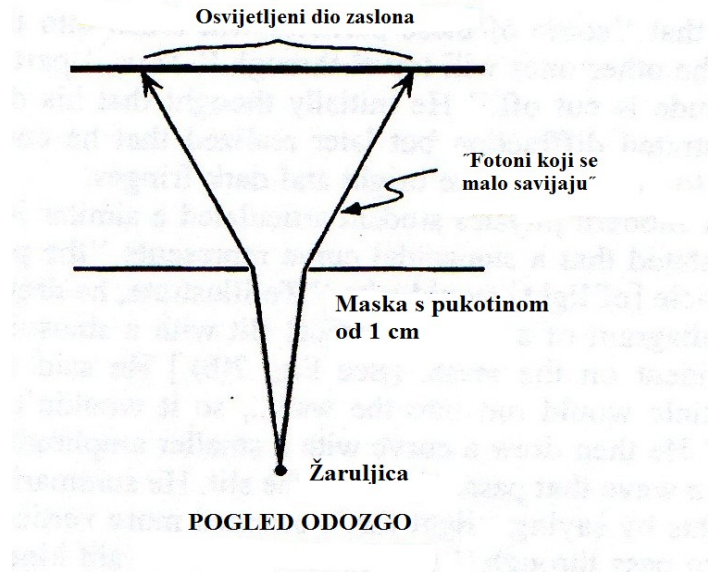
Na pitanje za točku C pokušalo je odgovoriti samo 10% studenata. Do odgovora se moglo doći na dva načina, a točan odgovor je  $1.5\lambda$  te u toj točki dolazi do destruktivne interferencije. Studenti su najčešće griješili smatrajući da je duljina puta, a ne razlika puteva, dovoljna da se odredi kakva će biti interferencija u nekoj točki ili da smjer iz kojeg se širi val utječe na interferenciju. Drugi najčešći pogrešan odgovor je da na velikim udaljenostima razlika puteva postaje zanemariva. Jedan je student odgovorio da je razmak između dva izvora jako mali u usporedbi s udaljenošću točke C pa ta dva izvora djeluju kao jedan.

### 3. Učenje formula napamet bez razumijevanja

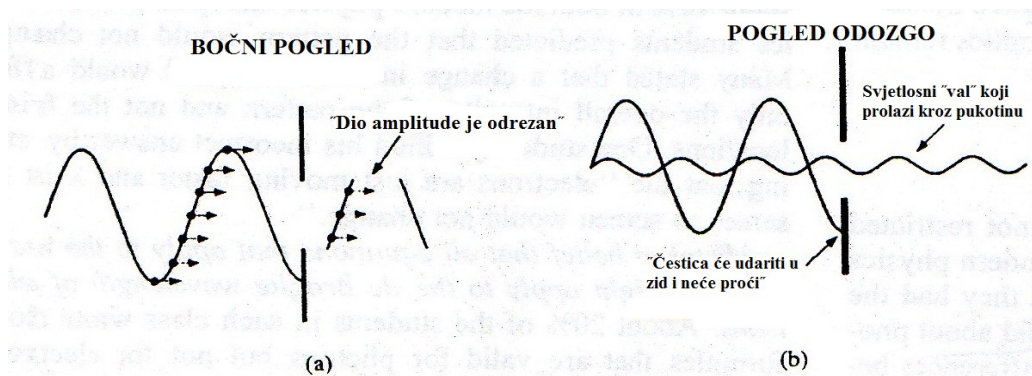
Studenti su imali zadanu valnu duljinu 500 nm koja pada na dvije pukotine razmaknute za 30  $\mu\text{m}$ , te razmak između sredine zaslona i prve tamne pruge 1,5 cm. Trebali su odrediti udaljenost između zaslona i pukotina. Ovaj je zadatak dan studentima na Sveučilištu Maryland gdje je dio studenata (165) imao klasične vježbe koje su se bazirale na matematičkom rješavanju zadataka. Drugi je dio studenata (115) imao tutorijale koji su se fokusirali na rješavanje konceptualnih zadataka u malim grupama. Samo je 15% od 165 studenata točno uočilo vezu između razlike puteva ( $\Delta D = \lambda/2$ ) i položaja prvog minimuma koja je dana izrazom  $\Delta D = d \sin \theta$  ili  $\Delta D = d \tan \theta$ , gdje je razmak između pukotina  $d = 30\mu\text{m}$ . Uvrštavanjem  $x/L$ , gdje je udaljenost između sredine zaslona i prve tamne pruge  $x = 1.5\text{cm}$ , umjesto  $\tan \theta$  dobiva se  $L = 1.8\text{m}$ . Najviše netočnih odgovora  $L = 0.9\text{m}$  je bilo vezano uz pogrešnu upotrebu formule  $d \sin \theta = m\lambda$ , što proizlazi iz toga da je gotovo 40% studenata naučilo napamet formulu za poziciju maksimuma i samo uvrstilo brojeve. Druga skupina studenata je imala puno bolje rezultate i 60% od njih 115 je točno odgovorilo na ovo pitanje i samo je 10% od netočnih odgovora bilo je  $L = 0.9\text{m}$ .

Posljednja kategorija pogrešaka spada u poteškoće s razumijevanjem koncepata moderne fizike. Mnogi su studenti moderne fizike u inicijalnim intervjuima interferenciju pokušavali objasniti pomoću fotona. Nekoliko primjera koji to ilustriraju su: pogrešno uvjerenje da se fotoni gibaju po ravnim putanjama, koje se svinu u blizini rubova pukotine ili pogrešno uvjerenje da se fotoni gibaju po sinusoidalnim putanjama što su neki od studenata i prikazali crtežom (slika 5.5, slika 5.6), te pogrešno uvjerenje da su potrebna dva ili više fotona kako bi došlo do interferencije.





Slika 5.5: Dijagram koji je nacrtala studentica moderne fizike



Slika 5.6: Dijagrami koje su nacrtali studenti koji su smatrali da fotoni putuju po sinusoidalnim putanjama

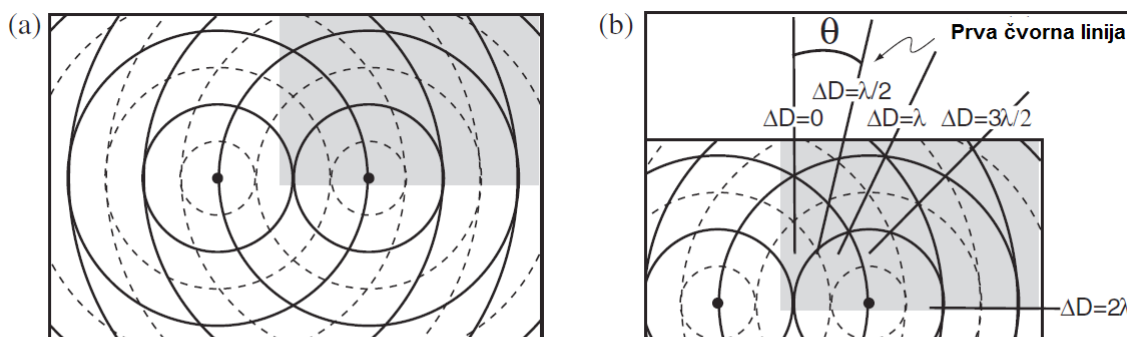
Primjer je za ovo posljednje pogrešno razmišljanje odgovor studenta na pitanje što bi se vidjelo na fotografskoj ploči kada bi svjetlost prigušili. Odgovor je glasio da bismo na ploči vidjeli samo nasumično razbacane točkice. Na taj odgovor mu je postavljeno potpitanje, što ako bi eksperiment provodimo u vremenu od mjesec dana, odgovor je bio da će se tada vidjeti mnogo točkica, to jest cijela ploča će biti osvijetljena. Mnogi od studenata nisu shvatili da se svaki foton može tretirati kao zasebni val koji dolazi na pukotinu. Ovakve pogreške su navele istraživače da sastave pitanja i o elektronima kao valovima. Studenti su imali problema s razlikovanjem valne duljine svjetlosti i de Broglieove valne duljine za čestice koje imaju masu. Najviše netočnih odgovora se odnosi na ideje o elektronima koji putuju po sinusoidalnim putanjama, što proizlazi iz ranije

pogrešno stečene ideje o fotonima koji se gibaju po sinusoidalnim putanjama, te iz neshvaćanja da de Broglieva valna duljina ovisi o količini gibanja, a nije svojstvo elektrona. Pitanja postavljena vezana uz ovaj problem odnosila su se na utjecaj promjene brzine elektrona na ogibnu sliku, te kako promjena mase utječe na ogibnu sliku. Na ta je dva pitanja netočno odgovorilo gotovo 75% studenata. Analizom njihovih odgovora dolazi se do dva tipična ranije spomenuta problema koja su uočena i u inicijalnim intervjuima.

Studenti koji su sudjelovali u istraživanju bili su upoznati s dva modela prirode svjetlosti, ali su bez obzira na to mnogi bili u nemogućnosti točno odgovoriti na pitanja vezana uz interferenciju i ogib iz čega se zaključuje da tradicionalan način nastave nije najpogodniji za usvajanje koncepata vezanih uz valnu prirodu svjetlosti.

Drugo istraživanje [20] je provedeno kako bi se uočio razlog zašto studenti imaju problem s izražavanjem udaljenosti preko valne duljine. To je važno za interferometriju jer ona se oslanja na primjenu veze između frekvencije, valne duljine i brzine širenja valova ( $v = \lambda f$ ), te veze između fazne razlike i razlike duljine puteva. Istraživanje je provedeno na dvama sveučilištima, University of Washington, gdje su studenti poučavani u malim skupinama i North Dakota State University, gdje su studenti koristili iste materijale u interaktivnim predavanjima. Svi su studenti bili upoznati s gradivom čije je razumijevanje kasnije testirano, kao što je interferencija svjetlosti iz dvaju izvora, valna svojstva svjetlosti i interferencija na tankom filmu. Kako bi se otkrilo koji su najčešći problemi pri razumijevanju interferencije, sastavljeni su zadaci koji ispituju promjene u interferentnoj slici kada se neki dio u eksperimentalnom postavu izmijeni.

Prvi je zadatak vezan uz interferenciju valova iz dvaju izvora. Na slici su im prikazani periodični valovi iz dva točkasta izvora u fazi na površini vode.



Slika 5.7: Dijagrami dani studentima vezano za prva tri pitanja

Ovaj se zadatak sastojao od 5 pitanja od kojih se prva tri odnose na situaciju prikazanu na dijagramu, a posljednja dva ispituju kako utječu neke promjene u odnosu na početni postav problema:

1. Izraziti udaljenost između izvora preko valne duljine

Točan odgovor  $2\lambda$  mogao se dobiti jednostavnim prebrojavanjem brijegova i dolova između dva izvora što je više od 90% studenata na oba sveučilišta i odgovorilo. (Tablica 5.1)

2. Odrediti broj čvornih linija i linija maksimalne konstruktivne interferencije u osjenčanom djelu dijagrama.

Čvorne linije spajaju točke u kojima se događa destruktivna interferencija i nalaze se na mjestima gdje je razlika puteva  $\Delta D = \lambda/2 ; 3\lambda/2$ , dok se linije maksimalne konstruktivne interferencije nalaze na mjestima gdje je  $\Delta D = 0 ; \lambda$ . Na ovo je pitanje većina studenata točno odgovorila (Tablica 5.1).

3. Izračunati kut  $\theta$  koji zatvaraju linija koja prolazi točkom na sredini između dva izvora i prva čvorna linija.

Koristeći vezu  $d \sin\theta = \Delta D$  može se izračunati kut  $\theta$ , tako da se uvrsti razmak između izvora  $d = 2\lambda$  i razliku puteva za prvu čvornu liniju  $\Delta D = \lambda/2$ . Točan rezultat  $\theta = 14,5^\circ$  znalo je izračunati nešto više od polovice studenata na UW, dok su puno lošije sa samo 18% prošli studenti NDSU. (Tablica 5.1)

4. Što će se dogoditi s prvom čvornom linijom ako brzinu širenja valova smanjimo dva puta ( $v_{novo} = v_{prvobitno} / 2$ ), a sve ostalo ostaje isto?

Razlika puteva  $\Delta D$  u prvobitnom slučaju iznosi  $\Delta D = \lambda_{prvobitno}/2$ . Kada se uvrsti nova brzina u  $v = \lambda f$ , dok je frekvencija konstantna dobiva se nova valna duljina  $\lambda_{novo} = \lambda_{prvobitno} / 2$ , pa je razlika puteva u tom slučaju  $\Delta D = \lambda_{novo}$ . Zbog te promjene u razlici puteva točke kroz koje je u prethodnom slučaju prolazila čvorna linija sada postaju točke maksimalne konstruktivne interferencije. Na oba sveučilišta studenti su na ovo, kao i na peto pitanje odgovorili s mnogo više netočnih odgovora nego na prva tri pitanja. (Tablica 5.1)

5. Što će se dogoditi s prvom čvornom linijom ako prepolovimo frekvenciju izvora, a sve ostalo ostaje isto?

U ovom slučaju je brzina ostala ista, a frekvencija se smanjila na polovicu što dovodi do promjene u valnoj duljini koja se tada povećala dva puta. Kako je  $\lambda_{novo} = 2 \lambda_{prvobitno}$ , razlika puteva postaje  $\Delta D = \lambda_{novo} / 4$ . Rezultat toga je da razlika puteva više nije cjelobrojni višekratnik  $\lambda/2$ , pa tamo gdje je bila čvorna linija više nije ni čvorna linija, ni linija

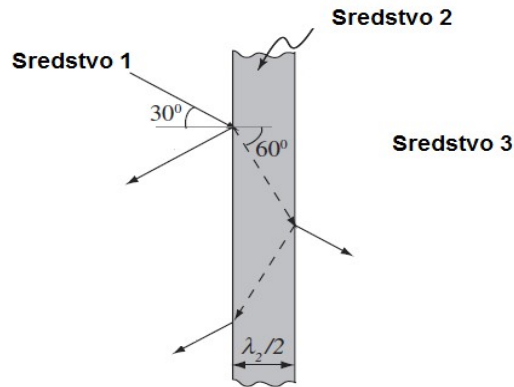
maksimalne konstruktivne interferencije.

	UW (N=153)	NDSU (N=90)
1.pitanje: točan odgovor i objašnjenje	94%	91%
2.pitanje:točan odgovor i objašnjenje	68%	61%
3.pitanje:točan odgovor i objašnjenje	56%	18%
Točan odgovor na jedno od zadnja dva pitanja	22%	20%
Točan odgovor na 4. i 5. pitanje i potpuna objašnjenja	22%	6%
Točan odgovor na 4. i 5. pitanje i djelomično objašnjenje	0%	14%

Tablica 5.1: rezultati istraživanja

Najčešće pogreške kod zadnja dva pitanja uključivale su pogrešnu primjenu formule  $v = \lambda f$ , nerazumijevanje koncepta interferencije ili netočno određene udaljenosti preko valne duljine. Neshvaćanje veze brzine, frekvencije i valne duljine vidi se u tome što je oko 25% studenata odgovorilo da se zbog promjene brzine, mora promijeniti i frekvencija i valna duljina ili u slučaju kada se mijenja frekvencija, mora se promijeniti i brzina širenja i valna duljina. Primjer jednog takvog razmišljanja je i odgovor jednog od studenata koji je zaključio da zbog promjene brzine za oba izvora nema promjene u interferencijskom uzorku, to jest čvorne linije ostaju tamo gdje su i bile. U drugu kategoriju netočnih odgovora spadaju pogrešno određeni razmak između dva izvora preko valne duljine, kada se valna duljina promijeni. Neki su od studenata u svoj točno određeni razmak  $d = 2\lambda$  ubacili novu valnu duljinu, te na taj način pogrešno zaključili da se razmak između izvora smanjio u apsolutnom iznosu. Iako je većina studenata na prvo pitanje, gdje je trebalo odrediti udaljenost preko valne duljine, odgovorilo točno iz ostalih odgovora se primjećuje da ipak puno studenata ima problema s razumijevanjem tog koncepta, te je bilo potrebno bolje istražiti taj problem u drugim sličnim fizikalnim situacijama.

Kako bi razumjeli interferenciju na tankom filmu potrebno je primijeniti koncepte vezane uz ponašanje valova na granici sredstva, te povezati udaljenosti prijedene u sredstvu s valnom duljinom u sredstvu. Zadatak koji su studenti dobili prikazan je na slici 5.8. Ona prikazuje periodični val koji upada iz sredstva 1 na tanki film te prolazi kroz sredstvo 2 nakon čega ulazi u sredstvo 3. U ovom su pitanju studenti trebali zaključiti da je sredstvo 1 zamijenjeno drugim sredstvom tako da se valna duljina upadnog vala udvostručila, dok je kut upada i izvor svjetlosti ostao isti. Trebalo je odrediti kako će se udaljenost izražena preko valne duljine koju prijeđe val unutar sredstva promijeniti.



Slika 5.8: Ilustracija zadatka s tankim filmom

Kako bi ispravno odgovorili studenti su morali uočiti da se povećanjem valne duljine, to jest promjenom sredstva kojim val putuje, mijenja i brzina širenja upadnog vala te da je frekvencija upadnog vala ostala ista, jer se izvor nije promijenio. Zaključak je da se kut loma na izlazu iz sredstva 2 morao smanjiti, pa je i put koji je prešla svjetlost unutar sredstva 2 manji u apsolutnom iznosu. Kako valna duljina  $\lambda_2$  unutar sredstva 2 ostaje ista, udaljenost izražena preko valne duljine u tom sredstvu se smanjuje. Kako rješavanje ovog problema zahtijeva nekoliko koraka nije iznenađujuće da je samo 4% studenata točno riješilo i objasnilo ovaj zadatak. (Tablica 5.2)

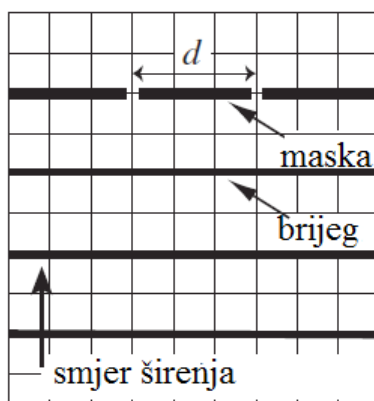
Zadatak s tankim filmom	UW (N=124)
Točno odgovoreno s točnim objašnjenjem	4%
Pogrešna upotreba relacije $v=\lambda f$ ; $\lambda_2$ se mijenja	27%
Uzeli u obzir samo fizičku promjenu udaljenosti	30%
Uzeli u obzir samo kako promjena utječe na valnu duljinu u sredstvu 2	16%
Uzeli u obzir promjenu $d$ i $\lambda$ , ali napravili druge pogreške	24%

Tablica 5.2: rezultati istraživanja za zadatak interferencije na tankom filmu

I u ovom je zadatku najveći problem kod studenata bilo nerazumijevanje relacije  $v = \lambda f$ . Većina od tih studenata je zaključila da se valna duljina u drugom sredstvu mijenja zbog drugačije upadne valne duljine. Gotovo trećina studenata je točno pretpostavila promjenu fizičke udaljenosti, ali tu udaljenost nisu znali izraziti preko valne duljine. (Tablica 5.2) Jedan je od primjera odgovor da se udaljenost prijeđena u sredstvu 2 mora smanjiti zbog promjene upadnog kuta koji je manji u novoj situaciji, ali je odgovor nepotpun jer nije odgovoreno što se događa s putom izraženim preko valne duljine. Neki su od studenata (16%) točno zaključili da se valna duljina u sredstvu 2 ne mijenja, ali nisu

uzeli u obzir da je ukupna udaljenost koju prijeđe svjetlost u sredstvu 2 manja. (Tablica 5.2) Samo 28% studenata je uzelo u obzir da se valna duljina u sredstvu 2 ne mijenja i da se mijenja fizička udaljenost, ali je samo 4% odgovorilo točno dok su ostali pogriješili u nekom od koraka.(Tablica 5.2)

Za bolje razumijevanje naravi studentskih poteškoća smišljeni su zadaci u kojima je bilo potrebno izraziti udaljenost preko valne duljine. Jedan je takav zadatak s paralelnim valnim frontama, koje upadaju na dvije pukotine, prikazan na slici 5.9.



Slika 5.9: Dijagram u mjerilu za zadatak s dvije pukotine

Periodični valovi na vodi upadaju na dvije pukotine, razmaka  $d$ , koji su studenti trebali izraziti preko valne duljine. Podebljane horizontalne crte označavaju brijeg vala što znači da je jedna valna duljina prikazana s dva kvadratića, pa je razmak  $d = 1.5 \lambda$ . Pitanje je bilo dano na oba sveučilišta nakon što su obradili gradivo vezano uz interferenciju svjetlosti iz dvaju izvora i valna svojstva svjetlosti. Na oba je sveučilišta oko 60% studenata točno odgovorilo i objasnilo svoj odgovor.(Tablica 5.3)

	UW N=484	NDSU N=161
Točni odgovori	58%	61%
-s točnim objašnjenjem	58%	61%
-s pogrešnim objašnjenjem	-	-
Netočni odgovori	40%	40%
-s dobrim pristupom	~0%	<5%
-s raznim matematičkim izrazima	31%	16%
-netočno izražen $d$ preko $\lambda$	4%	10%
Nedovoljno informacija	~0%	-
Ostalo ili neriješeno	5%	12%

Tablica 5.3: rezultati istraživanja za zadatak s dvije pukotine

Kod studenata koji su pogrešno odgovorili, najčešće su se javljale pogreške koje su uključivale matematičke izraze (Tablica 5.3). Studenti su se više oslanjali na matematičke izraze koje su naučili vezane za interferenciju svjetlosti iz dva izvora nego na konceptualno zaključivanje što ne znači da ih nisu razumjeli, već su samo dali prednost matematičkim formulama koje su ih navodile na pogrešne zaključke. Daljnjim istraživanjem tog problema, tako što su studenti odgovarali na pitanja prije nego su upoznati s matematičkim pristupom rješavanja zadatka, utvrđeno je da nema veće razlike u broju točnih odgovora, već su greške koje čine druge prirode (Nakon-prije u tablici 5.4). U tablici 5.4 su rezultati istraživanja kako poučavanje utječe na pogreške koje čine studenti. Zadaci su zadavani u različitim fazama instrukcija, kao što je prije nego su upoznati s temom uopće ili nakon što su obradili konceptualni pristup, a prije matematičkog pristupa.

UW		
Vremenski okvir davanja pitanja u odnosu na pojedini pristup:		
Konceptualan pristup	Prije	Nakon
Matematički pristup	Prije	Prije
	N=315	N=158
Točni odgovori	49%	49%
-s točnim objašnjenjem	35%	41%
-s pogrešnim objašnjenjem	14%	8%
Netočni odgovori	51%	51%
-s dobrim pristupom	3%	8%
-s raznim matematičkim izrazima	0%	<5%
-netočno izražen $d$ preko $\lambda$	39%	26%
“Nedovoljno informacija”	9%	10%
Ostalo ili neriješeno	~0%	~0%
Ukupno s dobrim pristupom	38%	49%

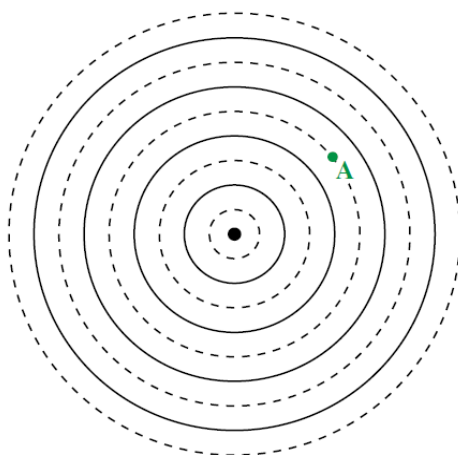
Tablica 5.4: Rezultati istraživanja kako poučavanje utječe na pogreške studenata

Ukupan je uspjeh (41% točnih odgovora) manji nego kada je zadatak zadan studentima koji su obradili gradivo u cijelosti (58% točnih odgovora). Odgovora koji su uključivali matematičke izraze gotovo i nema kada je zadatak dan prije upoznavanja studenata s matematičkim pristupom (Tablica 5.4).

Kada je zadatak s razmakom između pukotina dan nakon u potpunosti završenih predavanja, gotovo nijedan student nije ponudio odgovor da nema dovoljno informacija za

rješavanje zadatka, dok je to prije uvođenja matematičkih formula, odgovorilo 10% studenata. Jedan je od studenata objasnio takav odgovor tako da razmak između pukotina ne ovisi o valu koji upada na njih. Iz ovakvog se odgovora može primijetiti da neki studenti smatraju da se samo varijable koje su ovisne međusobno mogu izraziti jedne preko drugih. Iz rezultata prije uvođenja koncepata vezanih za interferenciju svjetlosti iz dvaju izvora (35 % točnih odgovora) i onih nakon (41% točnih odgovora), vidi se da studente ne zbunjuje koncept interferencije pri rješavanju ovog zadatka.

Prethodno navedena dva pogrešna pristupa nisu objasnila razliku između rezultata dobivenih za interferenciju dva izvora u odnosu na val koji upada na dvije pukotine. Kreiran je zadatak koji ispituje ulogu prikaza situacije koja se ispituje. Zadatak je bio odrediti udaljenost od izvora do točke izraženu preko valne duljine za val dobiven iz jednog izvora na vodi. Studenti su dobili ilustraciju s kružnim valnim frontama. Točan odgovor je  $D = 5\lambda / 2$ .

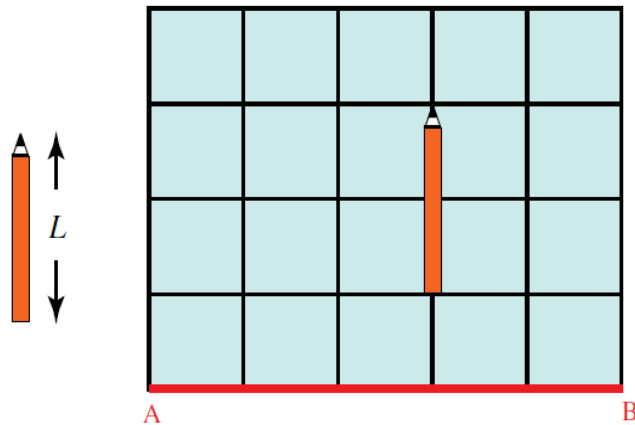


Slika 5.10: kružne valne fronte

Na ovaj zadatak je dano 77% točnih odgovora što je znatno više od 60% za zadatak s dvije pukotine.

Fizikalna terminologija i kontekst također su mogli prouzročiti probleme kod izražavanja udaljenosti zato je zadan zadatak s olovkom u kojem je trebalo odrediti duljinu papira (od točke A do točke B) i izraziti ju preko duljine olovke. (Slika 5.11)





Slika 5.11: zadatak s olovkom

Postojala su dva razloga za ovaj zadatak. Prvi je bio provjera kako će studenti odgovoriti ako je za mjerenje duljine upotrebljeno nešto sličnije metru ili ravnalu. Drugi razlog je bila provjera da li će takav zadatak potaknuti studente na slično razmišljanje kada je u pitanju izražavanje udaljenosti preko valne duljine. Zadatak s olovkom je dan prije upoznavanja studenata s interferencijom svjetlosti iz dvaju izvora. Ovaj zadatak je riješilo između 85% i 95% studenata na oba sveučilišta što je slično rezultatima za zadatak s jednim izvorom što znači da fizikalni kontekst nema toliko veliki utjecaj na rezultate. Olovka i razmak između pukotina se razlikuju u jednome važnom segmentu, a to je da je olovka nepromjenjive duljine što je sličnije tipičnim mjernim uređajima dok je valna duljina promjenjiva i stoga je studenti doživljavaju kao apstraktni pojam koji ne mogu povezati s duljinom. Mogućnost da neki studenti imaju problem sa stavljanjem zadatka u kontekst realne situacije je ispitana tako da je studentima prikazan video u kojem je snimljen periodični ravni val na vodi. Iako su rezultati bolji za 18% (UW) od onih gdje studentima nije prikazan video, još uvijek postoji velika razlika u točnim odgovorima između zadatka s razmakom između pukotina i zadatka s olovkom. Iako nije bilo vidljivih razlika u rezultatima kod studenata koji su u predtestu dobili zadatak s olovkom i onih koji nisu, kada je zadatak s olovkom bio diskutiran u predavanjima rezultati zadatka s dva izvora su bili značajnije bolji od onih kada se olovka nije spominjala.

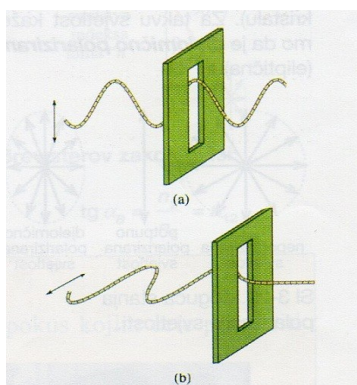
Dolazi se do zaključka da je problem kod izražavanja udaljenosti preko valne duljine djelomično proizašao iz neshvaćanja koncepta valne duljine te nemogućnosti povezivanja valne duljine s udaljenostima.

S obzirom da su interferencija i ogib važni koncepti trebalo bi se više pozornosti dati razumijevanju nego matematičkim izrazima i zadacima u kojima je samo potrebno uvrstiti

brojeve. Kao što je vidljivo iz rezultata istraživanja mnogi studenti su imali problema s razlučivanjem kada se primjenjuje koji od naučenih modela za koji zadatak što ukazuje na nedovoljno razumijevanje modela koje su trebali usvojiti.

### 5.3 Koncept interferencije u srednjoškolskoj nastavi

U udžbenicima za gimnazije razlika između dva modela prirode svjetlosti nije dovoljno naglašena. U udžbeniku za treći razred gimnazije [21] kod ogiba se na pukotini spominje veza širine pukotine i pojave ogiba, ali nije dovoljno pojašnjeno koja je to širina kod koje se može uočiti ogibna slika te kako utječe daljnje smanjivanje te pukotine. U druga dva udžbenika[22],[23] je taj problem malo jasnije pojašnjen. Uvjeti za konstruktivnu i destruktivnu interferenciju u svim su udžbenicima objašnjeni preko matematičkih primjera, što je za učenike, kao i sama interferencija kao pojava vrlo apstraktno. Bolje razumijevanje kod učenika bi se postiglo tako da oni samo dođu do zaključaka kad se javlja konstruktivna, a kada destruktivna interferencija, te da sami izvedu matematičke izraze. Jedan od problema, koji je uočen u istraživanju, vezanih za ogib je ideja da samo rubovi pukotine utječu na upadnu svjetlost tako da se javlja ogib, a sama pukotina daje geometrijsku sliku koju pripisuju centralnom maksimumu. U udžbenicima za 4. razred gimnazije [22],[23] ogib je prikazan tako da se jasno vidi da svi valovi koji prolaze sudjeluju u interferenciji. Za učenike bi bilo razumljivije kada bi sami došli do zaključka da se jedna uska pukotina može zamisliti kao mnogo malih pukotina koje djeluju kao zasebni točkasti izvori i valovi koji izlaze iz njih međusobno interferiraju, te na taj način čine ogibnu sliku. U istraživanju je uočeno da nakon uvođenja koncepta polarizacije mnogi studenti pogrešno počinju tretirati svaku pukotinu kao polarizator. U svim udžbenicima je polarizacija prezentirana na način prikazan na slici 5.12.



Slika 5.12: Prikaz polarizacije[23]

Ovakav način ilustriranja polarizacije je dobar kod uvođenja polarizacije jer vrlo zorno prikazuje da se samo transversalni valovi mogu polarizirati, ali kod učenika bi to moglo izazvati pogrešne zaključke da je svaka pukotina polarizator. Kako bismo to izbjegli nakon upoznavanja učenika s polarizacijom mogli bismo izvesti pokus koji bi im prikazao kako polarizator utječe na ogibnu sliku. Na ranije spomenute probleme razumijevanja koncepata kod učenika i studenata se može reagirati tako da se poučavanju interferencije i ogiba pristupi na način koji je usmjeren na konceptulano razmišljanje jer učenici koji ne usvoje koncept interferencije, koji se uvodi u sklopu valne prirode svjetlosti imat će problema i kod nekih drugih valnih pojava kao što su valovi materije. Jedan od primjera kako se taj problem može što više umanjiti je da se nakon interaktivnog uvoda u valnu prirodu svjetlosti učenicima podijele radni listići koje bi rješavali u parovima ili grupama, te na taj način vođeni pomno odabranim pitanjima sami dolazili do nekih zaključaka koji bi bili komentirani s nastavnikom, ili unutar grupe ili s cijelim razredom.

Tip nastave koji bi značajno povećao učeničko razumijevanje ovih, pa tako i drugih fizikalnih koncepata je konstruktivistički koji uključuje interaktivnu, problemski i istraživački usmjerenu nastavu, to jest nastavu koja je usmjerena na učenika.

## Popis literature

- [1] Born M.; Wolf E. Principles of optics, 4<sup>th</sup> ed, London, Pergamon Press, 1970.
- [2] Marchenko O.; Kazantsev S.; Windholz L. Demonstrational Optics: Part 2, Coherent and Statistical Optics, 1<sup>st</sup> ed, New York, Springer, 2007.  
[http://books.google.hr/books?  
hl=hr&id=YjsJtQzmAykC&q=lummer#v=snippet&q=lummer&f=false](http://books.google.hr/books?hl=hr&id=YjsJtQzmAykC&q=lummer#v=snippet&q=lummer&f=false)
- [3] Hariharan P. Basics of interferometry, 2<sup>nd</sup> ed, London, Academic Press, 2010.  
[http://books.google.hr/books?  
id=sWbGSSQ6fPYC&printsec=frontcover&dq=interferometry&hl=hr&sa=X&ei=  
9bZrU7rvAaHhywOi6oHoAQ&ved=0CEIQ6AEwAg#v=onepage&q=interferomet  
ry&f=false](http://books.google.hr/books?id=sWbGSSQ6fPYC&printsec=frontcover&dq=interferometry&hl=hr&sa=X&ei=9bZrU7rvAaHhywOi6oHoAQ&ved=0CEIQ6AEwAg#v=onepage&q=interferometry&f=false)
- [4] [http://www.bdnyc.org/tag/fwhm/\(10.4.2014\)](http://www.bdnyc.org/tag/fwhm/(10.4.2014))
- [5] [http://wyant.optics.arizona.edu/MultipleBeamInterference/MultipleBeamInterferen  
ceNotes.html](http://wyant.optics.arizona.edu/MultipleBeamInterference/MultipleBeamInterferenceNotes.html) (6.3.2014.)
- [6] [http://skullsinthestars.com/2008/10/16/fabry-perot-and-their-wonderful-  
interferometer-1897-1899/](http://skullsinthestars.com/2008/10/16/fabry-perot-and-their-wonderful-interferometer-1897-1899/) (10.4.2014.)
- [7] <http://physwiki.apps01.yorku.ca/images/0/0f/ZELummer.JPG> (10.3..2014)
- [8] [http://www.uni-leipzig.de/~mona/EXPIV/Lecture\\_16.pdf](http://www.uni-leipzig.de/~mona/EXPIV/Lecture_16.pdf) (15.4.2014)
- [9] Sharma K.K. Optics: Principles and Applications, 1<sup>st</sup> ed, Academic Press, 2006,  
[http://books.google.hr/books?  
id=d8QU7tbzLKwC&printsec=frontcover&hl=hr&source=gbs\\_ge\\_summary\\_r&ca  
d=0#v=onepage&q=lummer&f=false](http://books.google.hr/books?id=d8QU7tbzLKwC&printsec=frontcover&hl=hr&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q=lummer&f=false)
- [10] Cervantes M.A.; Kurmysilev E.V. Comparative analysis of Lummer-Gehrcke and Fabry-Perot interferometers//Revista Mexicana de Física 43, No. 6 (1997) str. 1010-1020 [http://rmf.smf.mx/pdf/rmf/43/6/43\\_6\\_1010.pdf](http://rmf.smf.mx/pdf/rmf/43/6/43_6_1010.pdf) (10.3.2014.)

- [11] Herzberg G. Atomic spectra and atomic structure 2<sup>nd</sup> ed, New York: Dover Publications, 1944.
- [12] Kuhn H.G. Atomic spectra, 2<sup>nd</sup> ed, London: Longmans, 1960.
- [13] Melissinos A.C. Experiments in modern physics, 1<sup>st</sup> ed, New York: Academic Press, 1966.
- [14] osobna informacija Damir Veža
- [15] Murakawa,K. J. Phys.Soc.Japan (1959), Vol. 14, str. 1624-1633
- [16] Murakawa K.; Suwa S., J. Phys.Soc.Japan (1950), Vol. 5, str. 429-434
- [17] <http://newton.physics.metu.edu.tr/~mdogruel/pro443.htm>
- [18] <http://uni-leipzig.de/~energy/pdf/freusel.pdf>
- [19] Ambrose, B.;Shaffer, P.; Steinberg, R.; McDermott, L.; An investigtaiion of students understanding of single-slit diffraction and double-slit interference //American Journal of Physics. Vol. 67 2 (1999.), str. 146.-154.
- [20] Kryjevskaiia, M.; Stetzer, M.R.; Heron, P.R.L.; Student difficulties measuring distances in terms of wavelength: Lack of basic skills or failure to transfer? /Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res. Vol. 9 1 (2013.)  
<http://journals.aps.org/prstper/pdf/10.1103/PhysRevSTPER.9.010106>
- [21] Paar, V. Fizika 3: udžbenik za treći razred gimnazije (A inačica programa), 4. izdanje,Zagreb, Školska knjiga, 2002.
- [22] Krsnik, R. Fizika 4,udžbenik za 4. razred gimnazije (B inačica programa),1. Izdanje, Zagreb, Školska knjiga, 2000.
- [23] Andreis, T.; Plavčić, M.; Simić, N. Fizika 4,udžbenik za 4. razred gimnazije (B inačica programa), 7. izdanje, Zagreb, Profil, 2007.