

# Optomehanika hladnih atoma uzrokovana femtosekundnim laserskim zračenjem

---

**Buhin, Danijel**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:110760>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-29**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Danijel Buhin

Optomehanika hladnih atoma uzrokovana  
femtosekundnim laserskim zračenjem

Diplomski rad

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ  
FIZIKA; SMJER ISTRAŽIVAČKI

**Danijel Buhin**

Diplomski rad

**Optomehanika hladnih atoma uzrokovana  
femtosekundnim laserskim zračenjem**

Voditelj diplomskog rada: dr. sc. Ticijana Ban

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2017.

*Zahvaljujem metorici dr. Tacijani Ban na uloženom trudu, prenesenom znanju i beskonačnoj količini strpljenja u izradi diplomskog rada.*

*Nevenu Šantiću i dr. Ivoru Krešiću zahvaljujem na pomoći u radu u laboratoriju, brojnim savjetima i količini prenesenog znanja.*

*Zahvaljujem dr. Damiru Aumileru na brojim savjetima vezanim uz teoriju hlađenja.*

*Konačno, zahvaljujem roditeljima i Patriciji što su mi bili velika podrška u studiju.*

## Sažetak

U ovom radu proučavala se sila zračenja niza femtosekundnih pulseva na oblak hladnih atoma rubidija. Atomi rubidija hladili su se pomoću magneto-optičke stupice. Osim mjerenja ispitana je teorijska pozadina sile zračenja na atome koju stvara jedan niz femtosekundnih pulseva te dva niza suprotnopropagirajuća niza femtosekundnih pulseva. U slučaju s dva niza femtosekundnih pulseva promatrane su dva slučaja faznog odnosa između pulseva, slučaj kada su pulsevi u fazi i kada su pulsevi u protufazi. Mjerenja sile zračenja provedena su za jednu granu femtosekundnih pulseva te za dvije grane femtosekundnih pulseva koji se propariraju u suprotnim smjerovima. Sila zračenja jedne grane pulseva slaže se s teorijskim modelom. U slučaju mjerenja s dvije grane, mjerili smo u dvije konfiguracije, u konfiguraciji "u fazi" i "u protufazi". Za konfiguraciju "u protufazi" očekujemo da na atom ne djeluje sila zračenja. Mjerenjima smo pokazali kako u slučaju "u fazi" pomak centra mase oblaka hladnih atoma posljedina je geometrije laserskih zrake te nejednakih intenziteta. Osim što smo proučavali silu izmjerili smo spektralne širine lasera koje koristimo u eksperimentu.

Ključne riječi: magneto-optička stupica, femtosekundni laser, sila zračenja, atom rubidija, spektralna širina

# Femtosecond laser optomechanics in cold atoms

## Abstract

In this thesis, we studied radiation force of a femtosecond pulse train on cold rubidium atoms. Cooling of rubidium atoms is established by magneto-optic trap. We also studied theory of radiation force on atoms made by one femtosecond pulse train and two counter-propagating pulse trains. In case of two counter-propagating pulse trains we studied two cases of phase differences between pulses, case when pulses are in phase and when they are out of phase. Radiation force is measured for one femtosecond pulse train and for two counter-propagating pulse trains. In case of one pulse train measured radiation force matches theoretical model. In case of two pulse trains we made measurement in two configurations: "in phase" and "out of phase". For "out of phase" configuration, it is expected that there is no radiation force on atoms. For "in phase" configuration, displacement of the cold atoms cloud center of mass is effect of femtosecond beams imbalance. We also measured spectral width of lasers that are used in experiment.

Keywords: magneto-optic trap, femtosecond laser, radiation force, rubidium atom, spectral width.

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Sila zračenja na neutralne atome</b>	<b>4</b>
2.1	Opis međudjelovanja lasera i atoma koristeći formalizam matrice gustoće	4
2.2	Sila zračenja na atome u međudjelovanju s kontinuiranim laserom . . .	8
2.3	Sila zračenja na atome uslijed međudjelovanja s femtosekundnim laserom . . . . .	12
2.3.1	Femtosekundni pulsevi . . . . .	12
2.3.2	Model međudjelovanja atoma s nizom femtosekundnih pulseva	14
2.3.3	Model međudjelovanja atoma s dva niza femtosekundnih pulseva	16
<b>3</b>	<b>Stvaranje oblaka hladnih atoma</b>	<b>20</b>
3.1	Atom Rubidija . . . . .	20
3.2	Magneto-optička stupica . . . . .	21
3.3	Eksperimentalni postav . . . . .	23
3.4	Magnetska polja . . . . .	27
3.4.1	Anti-Helmholtzove zavojnice . . . . .	27
3.4.2	Kompenzacijske zavojnice . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Rezultati mjerenja</b>	<b>34</b>
4.1	Mjerenje spektralne širine lasera . . . . .	34
4.2	Mjerenje sile zračenja niza femtosekundnih pulseva na atom . . . . .	38
4.2.1	Femtosekundni laser . . . . .	38
4.2.2	Postav za mjerenje sile zračenja niza femtosekundnih pulseva .	39
4.2.3	Mehanički zatvarač snopa . . . . .	40
4.2.4	Vremenska kontrola eksperimenta . . . . .	42
4.2.5	Mjerenje sile zračenja u konfiguraciji jedne grane frekventnog češlja . . . . .	44
4.2.6	Mjerenje sile zračenja u konfiguraciji s dvije grane frekventnog češlja . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Zaključak</b>	<b>54</b>
	<b>Literatura</b>	<b>56</b>

# 1 Uvod

Lasersko hlađenje i zarobljavanje omogućava stvaranje hladnih atomskih plinova s karakterističnim temperaturama atoma u području oko desetak  $\mu K$ . Ovakvi hladni sustavi imaju vrlo širok spektar primjene te predstavljaju atraktivno i dinamično područje istraživanja usmjereno prema novim kvantnim tehnologijama.

Kvantne tehnologije su tehnologije zasnovane na zakonima kvantne mehanike, koji upravljaju fizikom na atomskoj razini, a dovest će do niza novih primjena koje će značajno utjecati na rješavanje mnogih problema suvremenog društva [1]. QT su proglašene strateškim smjerom istraživanja za EU, te će u budućnosti biti potpomognute značajnim novčanim ulaganjem.

Laserskog hlađenje je po prvi puta predloženo 1975. godine u radu T. W. Hänscha i A. L. Schawlowa [2], dok je prva demonstracija hlađenja u postavu optičke melase predstavljena 1985. godine [3]. Za razvoj te usavršavanje metode hlađenja neutralnih atoma S. Chu, C. Cohen-Tannoudji te W. D. Phillips primili su 1997. godine Nobelovu nagradu. Danas se u laboratorijima uobičajeno postižu temperature od nekoliko mikrokelvina, a hlađenje atoma pomoću magneto-optičke stupice prvi je korak u svim eksperimentima koji koriste hladne i ultrahladne atomske sutave.

Primjene hladnih atomskih sustava su mnogobrojnom, uključuju proučavanje hladnih atoma s ciljem razumijevanja kemijskih reakcija [4]; mjerenje vremenske ovisnosti fundamentalnih fizikalnih konstanti s ciljem testiranja zakonitosti kvantne elektrodinamike, mjerenje vrlo malih magnetskih polja i inercijalnih sila za razvoj visoko preciznih senzora s primjenama u naftnoj industriji, geologiji i medicini.

Jedna od najvažnijih primjena hladnih atoma su atomski satovi kojima se mjeri i čuva vremenski standard, tj. sekunda koja se definirana preko frekvencije hiperfinog prijelaza u atomima  $^{133}\text{Cs}$ . Atomski satovi u konfiguraciji atomske fontane s atomom cezija mjere vrijeme s vrlom velikom točnošću, preciznošću i reproducibilnosti. [5]. Ova primjena hladnih atoma dovela je snažnog razvoja tehnologija kao što su: globalni pozicijski sustav, komunikacijske tehnologije, radioastronomije te interferometrije. Osim atomskih satova koji koriste atomske prijelaze u mikrovalnom području nedavno su se razvili i optički satovi koji koriste atomske prijelaze u optičkom području. Oni pružaju do nekoliko redova veličine veću točnost i stabilnost [6] te se nameću kao moguća zamjena atomskih satova u svrsi primarnog vremenskog stan-



darda.

Osim atoma, laserskim hlađenjem mogu se ohladiti i molekule. Dosad su ohlađene dvoatome molekule [7] te troatomne molekule [8].

Minimalna temperatura koja se postiže upotrebom tehnika laserskog hlađenja naziva se temperatura odboja i nalazi se u području stotinjak  $nK$  u slučaju alkalijskih metala. Upotrebom tehnike evaporativnog hlađenja oblak se dodatno hladi do kritične temperature  $T_c$  koja označava fazni prijelaz iz klasičnog u kvantni plin. Otkriće kvantnih plinova kao što je Bose-Einsteinov kondenzat ili Fermi degenerirani plin najvažnija je primjena laserskog hlađenja. 2001. godine dodjeljena je Nobelova nagrada E. A. Cornellu, W. Ketterleu te C. E. Wiemanu za eksperimentalnu realizaciju Bose-Einsteinovog kondenzata.

Hlađenje atoma pulsnim femtosekundnim laserom koji u frekventnoj domeni stvara optički frekventni češalj privlači u posljednje vrijeme sve veću pažnju znanstvenika. Frekventni češalj je predložen kao sredstvo koje bi pomoglo riješiti neke od trenutnih nedostataka tehnika laserskog hlađenja koje su temeljene na kontinuiranim laserima. Osim hlađenja molekula i atoma s kompleksnom energijskom strukturom, frekventni češalj se predlaže za istovremeno hlađenje više vrsta atoma, što bi moglo dovesti do novih spoznaja u području hladnih sudara [9, 10] Tek nedavno pojavila se ideja da se frekventni češalj može koristiti za hlađenje atoma s jakim rezonantnim prijelazima u ultraljubičastom području spektra, koji imaju veliki potencijal za primjenu u budućim optičkim satovima. Prve eksperimentalne demonstracije hlađenja frek. cesljem (reference Udem i Cambell) ukazuju na opravdanost ove ideje, no u svrhu potpunog razumijevanja potrebna su dodatna eksperimentalna istraživanja i karakterizacija sile zračenja na neutralne atome uslijed međudjelovanja s frekventnim cesljem. U suprotnosti sa silom zračenja na atome uslijed međudjelovanja s kontinuiranim laserom, sila zračenja na atome uzrokovana femtosekundnim pulsevima vrlo je oskudno istražena u literaturi.

U posljednje vrijeme postaje aktivno područje hlađenja atoma s prijelazima u spektru bliskom ultraljubičastom. Za atome s elektronskim prijelazima u tom području hlađenje je teško izvedivo zbog nedostatka kontinuiranih lasera s odgovarajućom valnom duljinom. Rješenje tog problema leži u pulsnom laserskom izvoru tj. u frekventnom češlju. Pomoću metoda generacije viših harmonika pomoću frekventnog češlja moguće je hladiti atome s prijelazima u UV području. Hlađenje pomoću

pulsnog laserskog izvora prvi puta je predstavljeno u radu [9]. Pokazano je kako je pomoću frekventnog češlja ostvarivo hladiti mješavinu atomskih plinova istovremeno [10] što otvara nove mogućnosti laserskog hlađenja.

Cilj ovog diplomskog rada je istražiti silu zračenja na atome rubidija uslijed međudjelovanja s femtosekundnim (fs) laserom, odnosno frekventnim češljem, u konfiguraciji jedne i dvije suprotno-propagirajuće zrake fs lasera te navedene rezultate usporediti sa slučajem kontinuiranog lasera.

U tu svrhu razvit će se teorijski model međudjelovanja atoma s dva energijska nivoa i električnog polja fs lasera u konfiguraciji jedne i dvije suprotno-propagirajuće zrake te će se rezultati modela usporediti s eksperimentalnim rezultatima mjerenja sile zračenja na hladne atome rubidija uzrokovane frekventnim češljem.

U ovom radu promatrati ćemo interakciju optičkog frekventnog češlja i atoma rubidija  $^{87}\text{Rb}$ , tj. silu koju stvara lasersko zračenje na atome. Cilj rada je promatrati silu u slučaju jednog niza pulseva te u slučaju dva niza pulseva te promotriti postoji li razliku između dva spomenuta scenarija.

## 2 Sila zračenja na neutralne atome

### 2.1 Opis međudjelovanja lasera i atoma koristeći formalizam matrice gustoće

Vremenska evolucija sustava određena je vremenski ovisnom Schrödingerovom jednačinom:

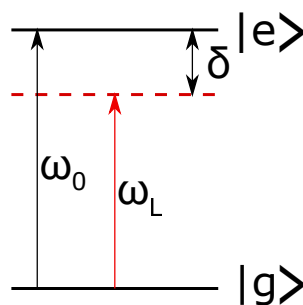
$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(\mathbf{r}, t), \quad (2.1)$$

gdje je  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$  ukupni hamiltonijan atoma u polju laserskog zračenja.  $\hat{H}_0$  je hamiltonijan slobodnog atoma. Hamiltonijanom  $\hat{H}' = \hat{d} \cdot E$  opisujemo interakciju atoma s električnim poljem laserskog zračenja, gdje su  $\hat{d}$  dipolni moment atoma, a  $E$  električno polje laserskog zračenja. Valnu funkciju atoma s dva nivoa  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  može se zapisati kao:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = c_g(t) |g\rangle + c_e(t) |e\rangle e^{-i\omega_0 t}, \quad (2.2)$$

gdje  $c_g(t)$  i  $c_e(t)$  koeficijenti predstavljaju amplitude prijelaza, dok njihovi kvadrati, odgovaraju vjerojatnostima prijelaza. Rezonantna frekvencija atomskog prijelaza  $\omega_0$  definirana je kao  $\omega_0 = \frac{E_e - E_g}{\hbar}$ , gdje su  $E_g$  i  $E_e$  energije osnovnog i pobuđenog stanja atoma. Atom s dvije razine shematski je prikazan na slici 2.1.

Uvrstimo li valnu funkciju (2.2) u Schrödingerovu jednačinu (2.1) dobivamo sus-



Slika 2.1: Shematski prikaz atoma s dvije razine. Prikazane su energetske razine, rezonantna frekvencija atomskog prijelaza, frekvencija laserskog zračenja te razlika frekvencije lasera i atomskog prijelaza.

tav vezanih diferencijalnih jednadžbi za koeficijenate  $c_g$  i  $c_e$ :

$$i\hbar \frac{dc_g(t)}{dt} = c_e(t) \langle g | \hat{d} \cdot \hat{E} | e \rangle e^{-i\omega_0 t}, \quad (2.3)$$

$$i\hbar \frac{dc_e(t)}{dt} = c_g(t) \langle e | \hat{d} \cdot \hat{E} | g \rangle e^{+i\omega_0 t}. \quad (2.4)$$

Električno polje kontinuiranog lasera može se napisati kao

$$\hat{E} = \hat{e} E_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_L t). \quad (2.5)$$

$\hat{e}$  je vektor polarizacije,  $E_0$  je amplituda električnog polja, dok su  $\mathbf{k}$  i  $\omega_L$  valni vektor i frekvencija laserskog zračenja. Kako je valna funkcija elektrona lokalizirana unutar nanometra, a valna duljina svjetlosti je reda veličine nekoliko stotina nanometara vrijedi  $\mathbf{k}r \ll 1$ . Kako je  $e^{i\mathbf{k}r} \approx 1$  uvodimo dipolnu aproksimaciju te zanemarujemo prostornu promjenu električnog polja [11].

Uvrstimo li izraz za električno polje (2.5) u diferencijalne jednadžbe (2.3, 2.4) dobivamo:

$$i\hbar \frac{dc_g(t)}{dt} = c_e(t) \hbar \Omega^* \left( \frac{e^{i(\omega_L - \omega_0)t} + e^{-i(\omega_L + \omega_0)t}}{2} \right), \quad (2.6)$$

$$i\hbar \frac{dc_e(t)}{dt} = c_g(t) \hbar \Omega \left( \frac{e^{i(\omega_0 \omega_L)t} + e^{-i(\omega_L - \omega_0)t}}{2} \right). \quad (2.7)$$

te vidimo kako imamo članove proporcionalne s  $e^{i(\omega_0 + \omega_L)t}$  te  $e^{i(\omega_0 - \omega_L)t}$ . Frekvencija rezonantnog prijelaza te frekvencija lasera vrlo su bliske pa članovi koji osciliraju frekvencijom  $\omega_0 + \omega_L$  osciliraju puno brže u odnosu na članove  $\omega_0 - \omega_L$  te se njihov doprinos zanemaruje [12]. Ova aproksimacija naziva se aproksimacija rotirajućih vektora (eng. *rotating wave approximation*).

Nakon primjene navedenih aproksimacija evolucija koeficijenata  $c_g$  i  $c_e$  dana je izrazima:

$$i\hbar \frac{dc_g(t)}{dt} = c_e(t) \hbar \Omega^* \frac{e^{i\delta t}}{2}, \quad (2.8)$$

$$i\hbar \frac{dc_e(t)}{dt} = c_g(t) \hbar \Omega \frac{e^{-i\delta t}}{2}, \quad (2.9)$$

gdje je Rabijska frekvencija  $\Omega$  opisuje snagu vezanja između električnog polja lasera i

atoma, a dana je izrazom [13]:

$$\Omega = \frac{E_0}{\hbar} \langle e | \hat{d} \cdot \hat{\epsilon} | g \rangle. \quad (2.10)$$

Frekventni pomak (eng. *detuning*)  $\delta = \omega_L - \omega_0$ , jednak je razlici frekvencije laserskog zračenja i frekvencije rezonantnog atomskog prijelaza. Energije  $E_g$  i  $E_e$  nisu svojstvena stanja ukupnog hamiltonijana. Zbog toga ukloniti eksplicitnu ovisnost o vremenu s desne strane jednadžbe, tj. napraviti ćemo transformaciju u rotirajući sustav pa definiramo nove koeficijente:  $c'_g = c_g$  i  $c'_e = c_e e^{-i\delta t}$ . Koristeći ove definicije izrazi (2.8, 2.9) postaju:

$$i\hbar \frac{dc'_g(t)}{dt} = c'_e(t) \frac{\hbar\Omega}{2}, \quad (2.11)$$

$$i\hbar \frac{dc'_e(t)}{dt} = c'_g(t) \frac{\hbar\Omega}{2} - c'_e(t) \hbar\delta. \quad (2.12)$$

Usporedbom ovih izraza s vremenski ovisnom Schrödingerovom jednadžbom (2.1) vidimo kako hamiltonijan koji opisuje interakciju elektromagnetskog polja lasera te atoma možemo zapisati kao:

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & \Omega \\ \Omega & -2\delta \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Dosad smo promatrali jednadžbe koje opisuju koherentnu evoluciju amplituda vjerojatnosi za atom s dva nivoa u polju zračenja. Dosad nismo uključivali efekt spontane emisije, no njega nemožemo opisati kao koherentnu evoluciju svojstvenih stanja sustava. [11]. Zbog toga uvodimo formalizam matrice gustoće u kojoj efekte spontane emisije uvodimo fenomenološki.

Operator gustoće za sustav atoma dan je izrazom:

$$\hat{\rho} = |\Psi\rangle \langle \Psi|. \quad (2.14)$$

Operator gustoće češće se zapisuje u obliku matrice gustoće, a za sustav atoma s dva

nivoa glasi:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{gg} & \rho_{ge} \\ \rho_{eg} & \rho_{ee} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_g c_g^* & c_g c_e^* \\ c_e c_g^* & c_e c_e^* \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Dijagonalni matrični elementi  $\rho_{gg}$  i  $\rho_{ee}$  su populacije osnovnog i pobuđenog stanja, a nedijagonalni matrični elementi  $\rho_{eg}$  i  $\rho_{ge}$  su koherencije. Vremenska evolucija matrice gustoće opisuje se Liouvilleovom jednađžbom:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}, \hat{H}]. \quad (2.16)$$

Vremenska evolucija populacija zbog efekta spontane emisije uključuje se u Liouvilleovu jednađžbu na način:

$$\frac{d\rho_{ee}}{dt} = -\frac{d\rho_{gg}}{dt} = -\gamma\rho_{ee}, \quad (2.17)$$

dok je evolucija koherencija dana izrazima:

$$\frac{d\rho_{eg}}{dt} = -\frac{\gamma}{2}\rho_{eg}, \quad \frac{d\rho_{ge}}{dt} = -\frac{\gamma}{2}\rho_{ge}. \quad (2.18)$$

$\gamma$  je konstanta raspada pobuđenog stanja te opisuje relaksaciju sustava, a inverzno je proporcionalna vremenu života pobuđenog stanja.

Ukupna evolucija matrice gustoće interakcije polja i atoma te uključenog efekta spontane emisije dana je izrazom:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}, \hat{H}] - \begin{pmatrix} -\gamma\rho_{ee} & \frac{\gamma}{2}\rho_{ge} \\ \frac{\gamma}{2}\rho_{eg} & \gamma\rho_{ee} \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

gdje je matrica gustoće dana izrazom (2.15), a hamiltonijan (2.13). Raspisom pret-hodnog izraza dobivamo sustav vezanih diferencijalnih jednađžbi:

$$\dot{\rho}_{ee} = \frac{i}{2}(\Omega^* \rho_{eg} - \Omega \rho_{ge}) - \gamma\rho_{ee}, \quad (2.20)$$

$$\dot{\rho}_{eg} = \frac{i\Omega}{2}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) + (i\delta - \frac{\gamma}{2})\rho_{eg}. \quad (2.21)$$

Ove vezane diferencijalne jednađžbe nazivamo optičke Blochove jednađžbe, a uz

njih dolaze dva uvjeta. Trag matrice gustoće, odnosno zbroj populacija mora biti  $\text{Tr}(\rho) = \rho_{gg} + \rho_{ee} = 1$ , a nedijagonalni elementi matrice gustoće, tj. koherencije moraju biti kompleksno konjugirane vrijednosti  $\rho_{ge} = \rho_{eg}^*$ .

## 2.2 Sila zračenja na atome u međudjelovanju s kontinuiranim laserom

Sila na atom uslijed djelovanja kontinuiranog laserskog zračenja definirana je kao očekivana vrijednost kvantno-mehaničkog operatora sile:

$$F = \langle \mathcal{F} \rangle = \frac{d}{dt} \langle p \rangle. \quad (2.22)$$

Vremenska evolucija očekivane vrijednosti operatora  $\mathcal{A}$  dana je Ehrenfestovim teoremom:

$$\frac{d}{dt} \langle \mathcal{A} \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [H, \mathcal{A}] \rangle + \left\langle \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} \right\rangle. \quad (2.23)$$

Operator impulsa ne ovisi eksplicitno o vremenu pa je drugi član desne strane jednadžbe jednak nuli. Komutator hamiltonijana i operatora impulsa dan je izrazom [11]  $[H, p] = i\hbar\partial_z H$ . Sila na atom dana je izrazom:

$$F = - \left\langle \frac{\partial H}{\partial z} \right\rangle, \quad (2.24)$$

a iz izraza vidimo kako Ehrenfestov teorem formira kvantno-mehanički analogon klasičnog izraza da je sila dana negativnim gradijetnom potencijala. Ukupni hamiltonijan je dan zbrojem prostorno neovisnog atomskog hamiltonijana te hamiltonija interakcije atoma i laserskog zračenja. Koristeći električnu dipolnu aproksimaciju sila je dana izrazom [11]:

$$F = \frac{\partial}{\partial z} \left( \langle \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} \rangle \right). \quad (2.25)$$

Korištenjem izraza  $\langle \mathcal{A} \rangle = \text{Tr}(\rho\mathcal{A})$  te Rabijeve frekvencije čiju derivaciju zapišemo

pomoću realnog i imaginarnog dijela  $\frac{\partial \Omega}{\partial z} = (q_r + iq_i)\Omega$ , izraz za silu postaje:

$$F = \hbar q_r (\Omega \rho_{eg}^* + \Omega^* \rho_{eg}) + i \hbar q_i (\Omega \rho_{eg}^* - \Omega^* \rho_{eg}). \quad (2.26)$$

Za električno polje dano izrazom (2.5) koeficijenti  $q_r$  i  $q_i$  uz Rabijevu frekvenciju jednaki su  $q_r = 0$  te  $q_i = k$ . Uvrstimo li rješenje optičkih Blochovih jednačbi [11] u prethodni izraz za silu te koeficijente  $q_r, q_i$  dobivamo konačan izraz za silu zračenja lasera na atom koji miruje glasi:

$$\mathbf{F}_{rad} = \hbar \mathbf{k} \gamma \rho_{ee}. \quad (2.27)$$

Procesom apsorpcije fotona impuls koju foton prenese na atom jednaka je  $\hbar k_L$ . Atom procesom spontane emisije emitira foton u nasumičnom smjeru pa je i promjena impulsa u nasumičnom smjeru. Nakon mnogo procesa spontane emisije usrednjena promjena impulsa jednaka je nuli zbog nasumičnosti procesa. Zbog toga je ukupna sila na atom posljedica prijenosa impulsa zbog procesa apsorpcije fotona. Uvrštavanjem izraza za naseljenost pobuđenog stanja koji se dobije kao rješenje OBE, izraz za silu zračenja glasi:

$$F_{rad} = \frac{\hbar k s_0 \gamma / 2}{1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2}, \quad (2.28)$$

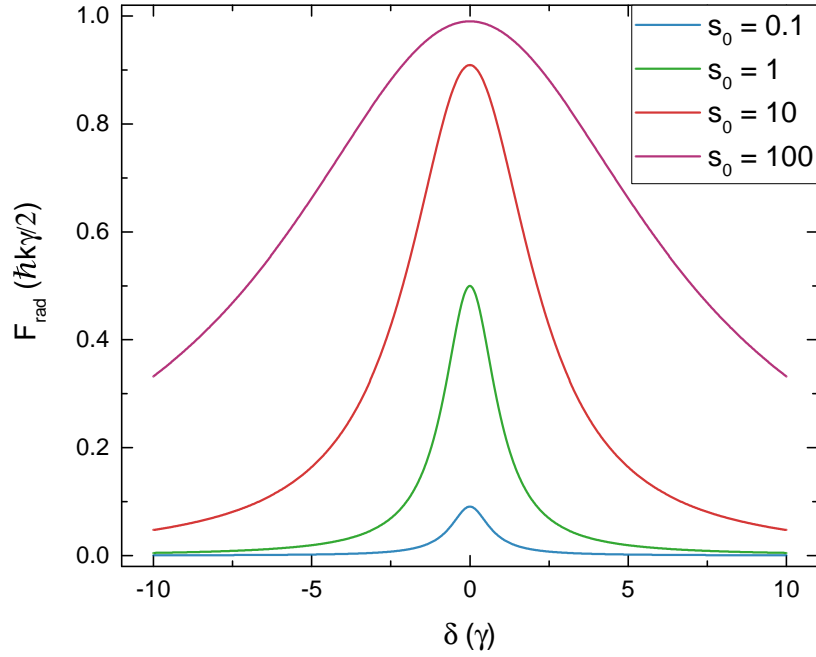
gdje je saturacijski parametar  $s_0 = 2|\Omega|^2/\gamma^2$ . Ovisnost sile zračenja o frekventnom pomaku lasera za nekoliko vrijednosti saturacijskog parametra prikazana je na slici 2.2. Za male vrijednosti saturacijskog parametra sila ima oblik lorentzijana, dok za veće vrijednosti vide se efekti širenja linije zbog povećanog intenziteta laserskog zračenja.

Sila zračenja odgovorna je za hlađenje atoma u magneto-optikim stupicama. Frekvencija lasera pomaknuta u crveno u odnosu na rezonantni atomski prijelaz za  $\delta$ . Zbog Dopplerovog efekta frekvencija laserskog zračenja koju osjećaju atomi iznosi:

$$\omega'_L = \omega_L - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}, \quad (2.29)$$

gdje je  $\mathbf{k}$  valni vektor laserskog zračenja, a  $\mathbf{v}$  brzina atoma. Zbog toga samo atomi koji se gibaju u smjeru suprotnom od smjera laserskog zračenja apsorbiraju fotone te





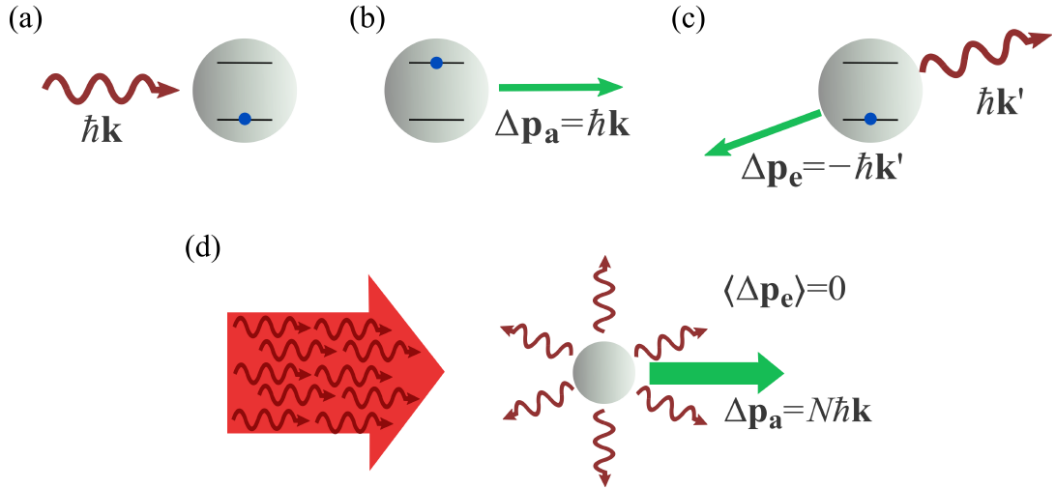
Slika 2.2: Ovisnost sile o frekventnom pomaku lasera za različite vrijednosti saturacijskog parametra.

im se smanjuje brzina. Efekt spontane emisije usrednjen preko mnogo ciklusa ne doprinosi promjeni brzine jer su fotoni emitirani u nasumičnom smjeru pa je promjena impulsa jednaka nuli. Shematski prikaz procesa hlađenja atoma prikazan je na slici 2.3

Kako bismo uključili Dopplerov efekt u izraz za silu potrebno je napraviti zamjenu  $\delta \rightarrow \delta + \omega_D$ , gdje je  $\omega_D = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ . Za hlađenje atoma u jednoj dimenziji potrebne su dvije laserske zrake koje se propagiraju u međusobno suprotnom smjeru. Sile koju proizvode laserske zrake koje se propagiraju u  $+z$  i  $-z$  smjeru na atom dane su izrazom:

$$\mathbf{F}_{rad}^{\pm} = \pm \frac{\hbar \mathbf{k} \gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + [2(\delta \mp |\omega_D|)/\gamma]^2}. \quad (2.30)$$

Na slici 2.4 crtkano su prikazane sile zračnja laserskih zrake koje se propagiraju u  $+z$  i  $-z$  smjeru u ovisnosti o brzini atoma. Sa slike vidimo kako sila zračenja pojedinih lasera ima oblik lorenzijana s pomaknutim centrom zbog Dopplerovog pomaka. Ukupna sila koja djeluje na atome jednaka je  $F_{OM} = F_{rad}^+ + F_{rad}^-$ . Sa slike vidimo kako je za atome koji se gibaju pozitivnom brzinom sila negativna, tj. atomi koji se gibaju u  $-z$  smeru osjećaju silu od lasera koji se propagira u  $+z$  smjeru, što uzrokuje smanjenje njihove brzine. Analogno vrijedi za atome koji se gibaju u  $+z$  smjeru. Iz



Slika 2.3: (a) Atom apsorbira foton impulsa  $\hbar\mathbf{k}$ . (b) Promjena impulsa atoma uslijed procesa apsorpcije je u smjeru propagacije fotona. (c) Atom spontanom emisijom emitira foton u nasumičnom smjeru, a impuls mu se promijeni za  $\hbar\mathbf{k}'$ . (d) Nakon mnogo ciklusa apsorpcije i spontane emisije ukupna promjena impulsa jednaka je  $N\hbar\mathbf{k}$ , gdje je  $N$  broj ciklusa, jer je usrednjena promjena impulsa zbog spontane emisije jednaka nuli. Preuzeto iz [14].

slike 2.4 vidljivo je da je ukupna sila na atom koji miruje jednaka je nuli, dok za atome s malim brzinama, tj.  $kv \ll \delta, \gamma$  izraz za ukupnu silu možemo razviti u red te iznosi:

$$\mathbf{F}_{OM} \approx \frac{8\hbar k^2 \delta s_0}{\gamma[1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2]^2} \mathbf{v} \equiv -\beta \mathbf{v}. \quad (2.31)$$

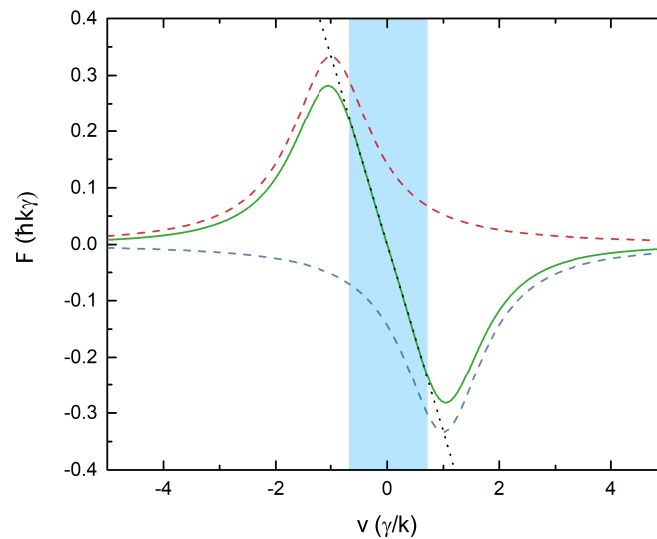
Na slici 2.4 također vidimo kako u području malih brzina sila proporcionalna brzini atoma. U slučaju kada je frekventni pomak lasera jednak nuli tada na atome ne djeluje sila, a kada je frekventni pomak veći od nule, tj. laser je postavljen u plavo od rezonante frekvencije, dolazi do grijanja jer pozitivna sila djeluje na atome s pozitivnom brzinom, a negativna sila na atome s negativnom brzinom.

Zbog analogije sile hlađenja na atome s silom koju osjeća čestica koja se giba kroz viskozni medij, ova tehnika hlađenja nazvana je optička melasa. Ukoliko postavimo tri para ortogonalnih laserskih zraka dobivamo optičke melase u 3D.

## 2.3 Sila zračenja na atome uslijed međudjelovanja s femtosekundnim laserom

### 2.3.1 Femtosekundni pulsevi

Femtosekundni laser emitira ultrakratke pulseve trajanja desetak do stotinjak femtosekundi. Ultrakratki pulsevi stvaraju se tehnikom sprezanja modova (eng. *mode locking*). Najbitniju ulogu prilikom sprezanja modova imaju longitudinalni modovi unutar laserskog rezonatora. Kada se u jednoj točki rezonatora postigne konstantni fazni odnos između različitih longitudinalnih modova nastaje ultrakratki puls. U vremenskoj domeni to znači da će u jednoj točki prostora svi modovi rezonatora konstruktivno interferirati pa se stvara kratak i snažan puls svjetlosti. Detaljnije opis stvaranja ultrakratkih pulseva dan je u [15]. Osim samog trajanja pulsa, pulsne lasere određuje i period repeticija pulseva. On ovisi o duljini laserskog rezonatora. Frekvencija repeticije jednaka je  $f_R = 1/T_R$ , a za tipični femtosekundni laser iznosi oko

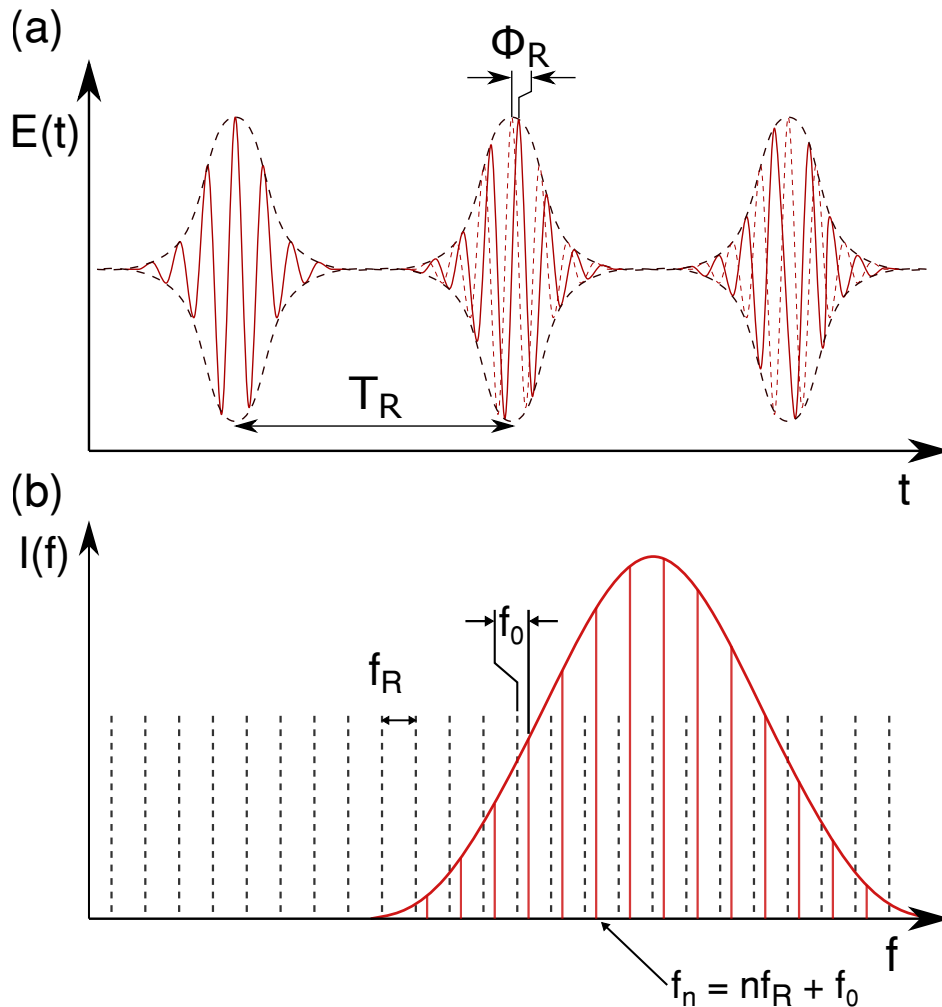


Slika 2.4: Ovisnost sile zračenja o brzini atoma. Crvenom crtkanom linijom prikazana je sila koju stvara laserska zraka koja se propagira prema  $z > 0$ , a plavom crtkanom linijom sila koju stvara laserska zraka koja se propagira prema  $z < 0$ . Plavom linijom prikazan je zbroj sila koje stvaraju laserske zrake. U području obojanom plavom bojom vrijedi aproksimacija malih brzina, dok je crnom linijom prikazana linearna ovisnost sila o brzini. Sila je izračunata za parametre  $s_0 = 2$  i  $\delta = -\gamma$ .

80 – 250 MHz.. Električno polje niza fs pulseva može se napisati kao [10]:

$$E(t) = \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon(t - z/c - nT_R) e^{in\Phi_R} \right] e^{i(\omega_L t - kz)}, \quad (2.32)$$

gdje su  $\varepsilon(t)$  envelope pulsa,  $\Phi_R$  fazni pomak dva uzastopna pulsa,  $k$  valni vektor lasera, a  $\omega_L$  centralna frekvencija. Električno polje pulseva u vremenskoj domeni prikazano je na slici 2.5(a).



Slika 2.5: (a) Prikaz električnog polja ultrakratkih pulseva u vremenskoj domeni s označenom faznom razlikom uzastopnih pulseva te vremenom repeticije pulseva. (b) Spektar frekventnog češlja koji je Fourierov transformat ultrakratkih pulseva. Označena je frekvencija repeticije pulseva te frekvencija pomaka.

Fourierov transformat niza ultrakratkih pulseva naziva se frekventni češalj (eng. *frequency comb*) te je prikazan na slici 2.5(b). Frekvencija repeticija jednaka je spektralnoj udaljenosti dva susjedna moda frekventnog češlja, dok se fazni pomak u spektru očituje kao frekventni pomak. Frekvencija  $n$ -te linije frekventnog češlja dana

je izrazom:

$$f_n = nf_R + f_0. \quad (2.33)$$

Frekvencija repeticije te frekventni pomak su frekvencije u radio-frekventnom (RF) području ( $\sim 100 \text{ MHz}$ ) dok se frekvencija n-te linije frekventnog češlja nalazi se u optičkom području ( $\sim 100 \text{ THz}$ ). Te frekvencije povezane su putem rednog broja moda frekventnog češlja koji može biti u rasponu  $10^5 - 10^7$ , ovisno o frekvenciji repeticije.

### 2.3.2 Model međudjelovanja atoma s nizom femtosekundnih pulseva

Optičke Blochove jednadžbe (2.20- 2.21) opisuju međudjelovanje atoma s kontinuiranim laserom. U slučaju međudjelovanja atoma s nizom fs pulseva potrebno je modificirati navedene OBE na način da se u hamiltonijan interakcije uključi električno polje niza ultrakratkih pulseva dano relacijom (2.32).

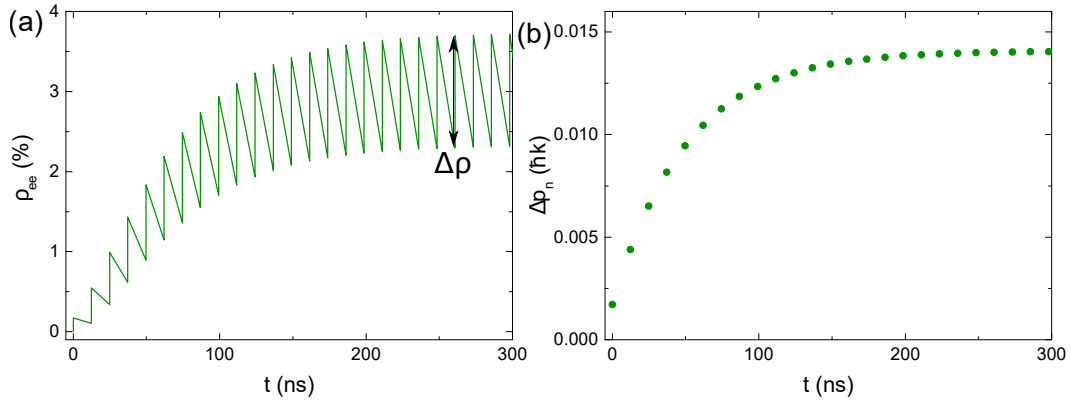
Vremensku dinamiku populacija i koherencija u vremenu između dva pulsa možemo rastaviti na dva procesa koji se odvijaju u dva različita vremenska intervala. U prvom intervalu modelira se pobuđenje atoma s kratkim laserskim pulsom te s obzirom da se radi o ultrakratkom pulsu čije je vrijeme trajanja puno kraće od svih ostalih karakterističnih vremena u sistemu, u ovom intervalu zanemarujemo relaksaciju uslijed spontane emisije. Drugi interval opisuje samo relaksaciju pobuđenog stanja bez interakcije s laserom.

Vrijeme trajanja pulsa je puno kraće od vremena repeticije lasera  $T_R = 12.42 \text{ ns} \gg T_{TR} \approx 200 \text{ fs}$ . Zbog toga električno polje laserskih pulseva možemo opisati nizom  $\delta$  funkcija [16]. Bitan parametar u aproksimaciji je efektivna površina pulsa [17]:

$$\Theta = \frac{\mu_{eg}}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(t) dt. \quad (2.34)$$

Površina pulsa je analogon Rabijevoj frekvenciji za pulsne lasere.

Vremenska evolucija populacije pobuđenog stanja prikazana je na slici 2.6(a). Populaciju pobuđenog stanja u interakciji s nizom fs pulseva izračunali smo pomoću analitičkog rješenja OBE koja su dana u [16]. Parametri koje smo koristili u računu populacije pobuđenog stanja su:  $2\Theta = \pi/38$ ,  $T_{rep} = 12.42 \text{ ns}$ ,  $\delta = 0 \text{ MHz}$  i  $\gamma =$



Slika 2.6: (a) Vremenska evolucija populacije pobuđenog stanja u međudjelovanju atoma s nizom ultrakratkih pulseva. Efektivna površina pulsa iznosi  $2\Theta = \pi/38$ , a vrijeme repeticije pulseva iznosi  $T_{rep} = 12.42$  ns. (b) Promjena impulsa atoma u ovisnosti o vremenu. Konstanta relaksacije populacije za atom  $^{87}\text{Rb}$  jednaka je  $\gamma = 38.117 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  [18].

$38.117 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ . Period repeticije odgovara femtosekundnom laseru kojeg koristimo u ekperimentu, dok konstanta relaksacije populacije odgovara vrijednosti za atom  $^{87}\text{Rb}$ . Populacija pobuđenog stanja pokazuje tipične karakteristike pobude s fazno koherentnim fs pulsevima. Nakon pobuđenja s jednim fs pulsem slijedi relaksacija populacije uslijed spontane emisije. Međutim, s obzirom da je vrijeme dolaska fs pulseva manje od vremena relaksacije populacije, drugi fs puls dođe prije nego što se populacija u potpunosti relaksirala. S obzirom da su fs pulsevi koherentni, ta se koherentnost preslika i na populacije. Nakon određenog vremena interakcije dolazi do stacionarnog stanja, tj. populacija pobuđenog stanja se ne mijenja s daljnjom interakcijom s fs pulsevima.

Model [16] razmatra silu na atome uslijed međudjelovanja s femtosekundnim laserom. Električno polje lasera prisutno je samo tijekom pulseva pa dolazi do trenutnog odziva atoma na pobudu. Promjena impulsa zbog međudjelovanja s laserskim pulsom dana je izrazom:

$$\Delta \mathbf{p}_n = \Delta(\rho)_n \hbar \mathbf{k}, \quad (2.35)$$

gdje je  $\Delta(\rho)_n$  razlika populacije pobuđenog stanja neposredno nakon i prije djelovanja  $n$ -tog pulsa, a  $\hbar \mathbf{k}$  je impuls fotona. Promjena impulsa atoma uslijed interakcije s nizom fs pulseva prikazana je na slici 2.6(b). Analogno slučaju kontinuiranih lasera, promjena impulsa atoma zbog velikog broja optičkih ciklusa potrebnih da bi se dostiglo stacionarno stanje usrednji se u nulu. Sila zračenja koju stvara niz femtose-

kundnih pulseva dana je izrazom [16]:

$$F_{rad} = \frac{\Delta p_n}{T_R}. \quad (2.36)$$

Za dane parametre modela ( $2\Theta = \pi/38$ ,  $T_{rep} = 12.42 \text{ ns}$ ,  $\gamma = 38.117 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ ) i uz navedene aproksimacije razlika populacije u stacionarnom stanju neposredno nakon i prije djelovanja fs pulsa jednaka  $\Delta\rho = 0.0141$ .

Koristeci relaciju (2.35) i (2.36) može se izračunati sila zračenja za navedeni sistem te ona iznosi  $9.6 \times 10^{-22} \text{ N}$ , a odgovara akceleraciji od  $6654 \text{ m/s}^2$ .

### 2.3.3 Model međudjelovanja atoma s dva niza femtosekundnih pulseva

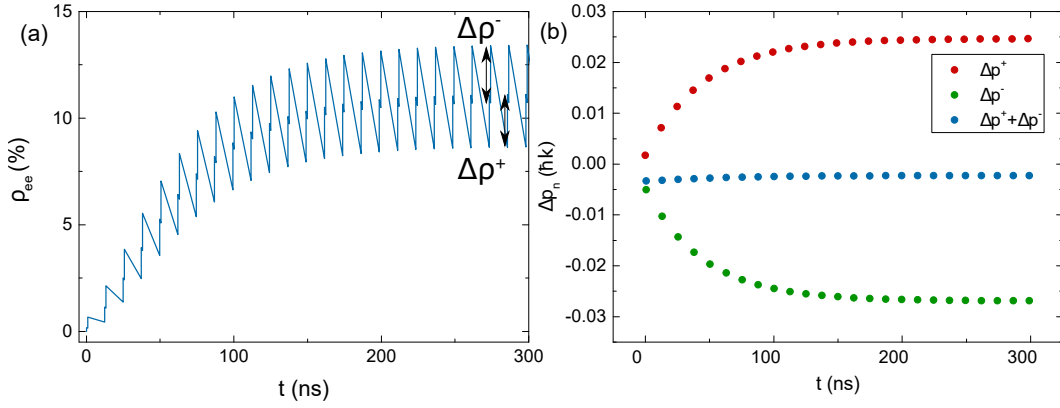
U ovom poglavlju razmatrati ćemo silu zračenja koju na atome stvaraju dva niza femtosekundnih pulseva koji se propagiraju u međusobno suprotnom smjeru. Ovakva konfiguracija fs pulseva zanimljiva je jer je analogna konfiguraciji 1D optičke melase. Električno polje pulseva koji se propagiraju u  $+z$  i  $-z$  smjeru dano je izrazima [10]:

$$E_+(t) = \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon(t - z/c - nT_R) e^{in\Phi_R} \right] e^{i(\omega_L t - kz)}, \quad (2.37)$$

$$E_-(t) = \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon(t - \tau + z/c - nT_R) e^{in\Phi_R} \right] e^{i(\omega_L t + kz + \phi)}. \quad (2.38)$$

Vremenski razmak između  $'+'$  i  $'-'$  pulsa dan je vremenom  $\tau$ , dok  $\phi$  opisuje faznu razliku između dva pulsa iz suprotno propagirajućih zraka. Promatrat ćemo silu zračenja koje proizvode dva suprotno propagirajuća niza pulseva kojima je električno polje u fazi  $\phi = 0$  ili u protufazi  $\phi = \pi$ . Vremensku evoluciju populacija i koherencija uslijed međudjelovanja s dva niza pulseva izračunat ćemo pomoću OBE gdje ćemo u hamiltonijan interakcije uvrstiti ukupno električno polje, tj.  $E_+ + E_-$ . Za dano električno polje postoje analitički izrazi [10] iz kojih smo izračunali populaciju pobuđenog stanja.

Radi lakšeg računanja međudjelovanje ćemo promatrati u četiri intervala. U prvom intervalu promatramo međudjelovanje s  $'+'$  pulsom, gdje zanemarujemo relaksaciju sustava jer je vrijeme trajanja pulsa puno kraće od vremena relaksacije. Nakon međudjelovanja s  $'+'$  pulsom slijedi relaksacija sustava za vrijeme  $\tau$ . U trećem intervalu promatramo međudjelovanje s  $'-'$  pulsom te konačno u četvrtom intervalu



Slika 2.7: (a) Vremenska evolucija populacije pobuđenog stanja u interakciji atoma s dva niza pulseva koji su međusobno u fazi. Površina pulsa iznosi  $2\theta = \pi/38$ , vrijeme repeticije  $T_{rep} = 12.42 \text{ ns}$ , a vremenski razmak između pulseva iznosi  $\tau = 0.9 \text{ ms}$ . (b) Promjena impulsa atoma u ovisnosti o vremenu. Prikazana je promjena impulsa za '+' te '-' puls te njihov zbroj. Konstanta relaksacije populacije za atom  $^{87}\text{Rb}$  jednaka je  $\gamma = 38.117 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  [18].

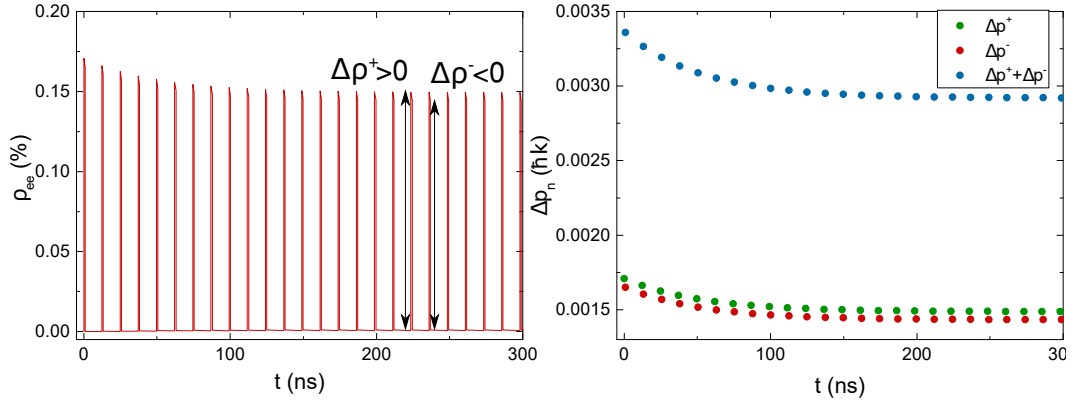
relaksaciju sustava za vrijeme jednako  $T_R - \tau$ . U slučaju interakcije s dva pulsa radijativna sila dana je izrazom [19]:

$$F_{rad} = \frac{\Delta p^+ + \Delta p^-}{\Delta t_R}, \quad (2.39)$$

U slučaju niza pulseva međusobno u fazi vremenska evolucija populacije pobuđenog stanja prikazana je na slici 2.7(a). Za dane parametre sistema ( $2\theta = \pi/38$ ,  $T_R = 12.42 \text{ ns}$ ,  $\tau = 0.9 \text{ ms}$ ,  $\gamma = 38.117 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ ), sa slike se može iscitati promjena populacije pobuđenog stanja u stacionarnom stanju uslijed djelovanja '+' pulsa i ona iznosi  $\Delta\rho^+ = 0.0247$ . Promjena impulsa atoma je prema relaciji (2.35) u smjeru propagacije lasera, tj. u +z smjeru. U slučaju interakcije s nizom pulseva koji se propagiraju duž -z smjera promjena populacije pobuđenog stanja u stacionarnom stanju iznosi  $\Delta\rho^- = 0.0269$ . Promjena impulsa atoma je prema relaciji (2.35) ponovo u smjeru propagacije lasera, tj. u -z smjeru. Na slici 2.7(b) prikazane su promjene impulsa uslijed međudjelovanja s '+' te '-' pulsem te njihov zbroj. Sila zračenja na atome uslijed interakcije sa dva niza fs pulseva koji su u fazi iznosi  $-1.5 \times 10^{-22} \text{ N}$ . Odgovarajuća akceleracija iznosi  $-1040 \text{ m/s}^2$  Primjetimo da je sila negativna, tj. u smjeru propagacije zrake čiji pulsevi dolaze kasnije na atome.

Vremenska evolucija pobuđenog stanja u slučaju kada su pulsevi u protufazi prikazana je na slici 2.8 (a). Karakterizira je tzv. pump-dump dinamika, tj. jedan puls uzrokuje apsorpciju, a drugi stimuliranu emisiju. Sa slike vidimo kako je u





Slika 2.8: (a) Vremenska evolucija populacije pobuđenog stanja u interakciji atoma s dva niza pulseva koji su međusobno u protufazi. Površina pulsa iznosi  $2\theta = \pi/38$ , vrijeme repeticije  $T_{rep} = 12.42 \text{ ns}$ , a vremenski razmak između pulseva iznosi  $\tau = 0.9 \text{ ms}$ . (b) Promjena impulsa atoma u ovisnosti o vremenu. Prikazana je promjena impulsa za '+' te '-' puls te njihov zbroj. Konstanta relaksacije populacije za atom  $^{87}\text{Rb}$  jednaka je  $\gamma = 38.117 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  [18].

staracionarnom stanju promjena populacije pobuđenog stanja za '+' puls jednaka  $\Delta\rho^+ = 0.00149$ , a za '-' puls  $\Delta\rho^- = -0.00144$ . Prilikom apsorpcije fotona, impuls atoma promijeni se u smjeru dolaznog fotona, a kod stimulirane emisije impuls atoma promijeni se u smjeru suprotnom od dolaznog fotona. U slučaju međudjelovanja s '+' pulsom promjena impulsa atoma je u '+' smjeru, dok je u slučaju međudjelovanja s '-' pulsom promjena impulsa atoma u '-' smjeru. Prema relaciji (2.35) promjena impulsa u međudjelovanju s laserom koji se propagira u +z (+ puls) i -z (- puls) smjeru je u istom smjeru za oba pulsa. Na slici 2.8(b) prikazane su promjene impulsa atoma uslijed međudjelovanja s '+' te '-' pulsom te njihov zbroj. Za dane parametre sustava ( $2\theta = \pi/38$ ,  $T_{rep} = 12.42 \text{ ns}$ ,  $\tau = 0.9 \text{ ms}$ ,  $\gamma = 38.117 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ ) sila zračenja uslijed interakcije s dva niza suprotno propagirajućih ultrakratkih pulseva koji su u protufazi iznosi  $2 \times 10^{-22} \text{ N}$ , a akceleracija iznosi  $1386 \text{ m/s}^2$ .

Kako je veličina oblaka hladnih atoma puno veća od valne duljine laserskog zračenja, što je karakteristična veličina na kojoj se faza između pulseva promijeni za  $2\pi$ , sila koju mozemo očekivati u eksperimentu bit će usrednjena sila po svim fazama između dva niza fs pulseva. Usrednjena sila između ovih dviju faza iznosi  $2.5 \times 10^{-23} \text{ N}$ . S obzirom na navedeno iz teorijskog modela moguće je zaključiti o intervalu unutar kojeg bi se mogla očekivati sila u eksperimentu. S obzirom da se radi o vrlo malim silama i aproksimaciji atoma s dva nivoa umjesto apsolutnih vrijednosti puno je točnije razmišljati o omjerima sile zračenja na atoma uzrokovane jednim i dva suprotno pro-

pagirajuca niza fs pulseva.

$$\frac{F_{rad}^{2a}}{F_{rad}^1} = \frac{-1.5 \times 10^{-22}}{9.6 \times 10^{-22}} = -0.156, \quad (2.40)$$

$$\frac{F_{rad}^{2b}}{F_{rad}^1} = \frac{2 \times 10^{-22}}{9.6 \times 10^{-22}} = 0.208, \quad (2.41)$$

$$(2.42)$$

gdje je  $F_{rad}^{2a}$  sila zračenja na atome za električno polje dva suprotno-propagirajuća pulsa u fazi, a  $F_{rad}^{2b}$  u protufazi.

### 3 Stvaranje oblaka hladnih atoma

Oblak hladnih atoma rubidija  $^{87}\text{Rb}$  polazna je točka u provođenju mjerenja sile zračenja femtosekundnog lasera. Atomi se hlade kontinuiranim laserima u konfiguraciji 3D optičkoj melasi koja je analogna 1D optičkoj melasi objašnjenjnoj u poglavlju 2.2. Laserom ohlađeni atomski plin koji se nalazi u volumenu presjecišta zraka za hlađenje, oko  $1\text{ cm}^3$ , ima vrlo malu gustoću, te mu je za potrebe eksperimenta potrebno dodatno povećati gustoću, tj. smanjiti volumen. U tu svrhu koristimo magneto-optičku stupicu. U narednom poglavlju ukratko ćemo opisati princip rada MOTa, nakon čega će biti predstavljen eksperimentalni postav za stvaranje hladnih atoma i detaljnije objašnjeni neki djelovi tog postava.

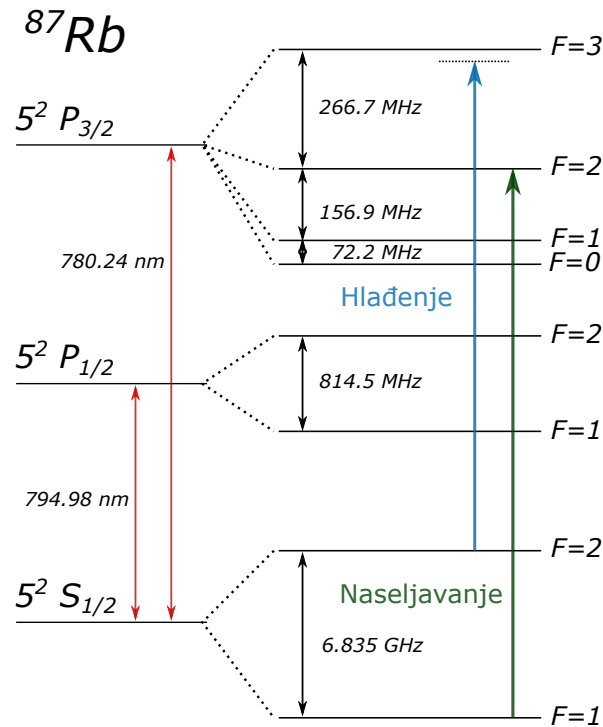
#### 3.1 Atom Rubidija

U eksperimentu hladimo izotop atoma rubidija  $^{87}\text{Rb}$ . Prirodni rubidij je smjesa dva izotopa:  $^{85}\text{Rb}$ , jedinog stabilnog koji sačinjava 72% rubidija. Ostalih 28% je neznatno radioaktivni  $^{87}\text{Rb}$  koji ima vrijeme poluraspada od 49 milijardi godina, tri puta duže od procijenjene starosti svemira [18].

Rubidij je alkalijski metal s atomskom strukture  $[Kr]5s^1$ . Dosadašnju teoriju napravili smo na modelu atoma s dva nivoa. Međutim, kao što se vidi sa slike 3.1 energijska struktura atoma rubidija puno je kompleksnija. Osnovni energijski nivo  $5^2P$  cijepaja se zbog fine interackije na  $5^2P_{1/2}$  i  $5^2P_{3/2}$ , a uključivanje hiperfine interackije dodatno cijepa energijske nivoe. Nivoi hiperfine strukture označavaju se kvantnim brojem  $F$ , tj. iznosom projekcije ukupnog angularnog momenta atoma na os kvantizacije.

Prijelaz koji se koristi za hlađenja atoma rubidija jest  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$  te ga pobuđujemo s laserom za hlađenje (eng. *cooling laser*), a na slici je prikazan plavom strelicom. Izborna pravila za spontanu emisiju [11]  $\Delta F = \pm 1$  govore kako se elektron iz stanja  $5^2P_{3/2}(F' = 3)$  može relaksirati samo u stanje  $5^2S_{1/2}(F = 2)$ . Takvu vrstu prijelaza nazivamo optičkim zatvorenim prijelazom. Kako je frekvencija laserskog zračenja frekventno pomaknuta od rezonantnog prijelaza, postoji nezanemariva vjerojatnost pobude stanja  $5^2P_{3/2}(F' = 2)$ . Iz tog stanja atom se može relaksirati u stanje  $5^2S_{1/2}(F = 1)$ , a time izlazi iz ciklusa hlađenja. Iz tog razloga postoji još jedan laser kojime vraćamo atome u zatvoreni ciklus, tzv. laser za naseljavanje (eng. *re-*

pumping laser) Taj laser najčešće pobuđuje prijelaz  $5^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 2)$ , a na slici je prikazan zelenom bojom.



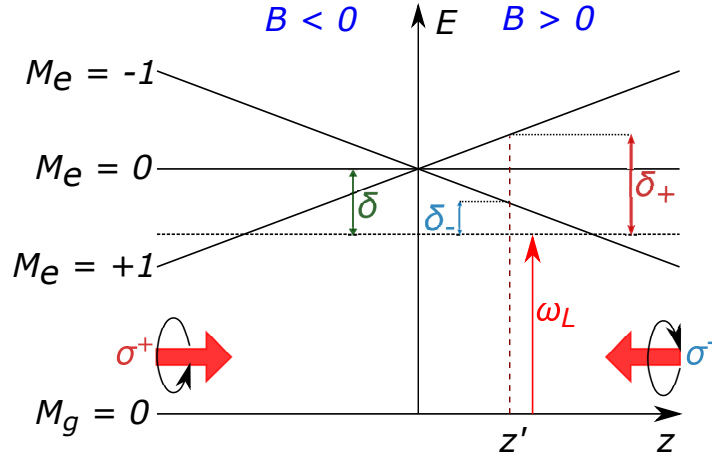
Slika 3.1: Hiperfine strukture izotopa  $^{87}\text{Rb}$  s naznačenim frekvencijama cijepanja hiperfinih nivoa. Prikazani su prijelazi koji se koriste za hlađenje atoma te naseljavanje.

### 3.2 Magneto-optička stupica

Magneto-optička stupica (eng. *magneto-optical trap*) je metoda zarobljavanja atoma pomoću gradijenta magnetskog polja i kružno polariziranih laserskih zraka. Magnetsko polje stvaramo pomoću para zavojnica spojenih u anti-Helmholtz konfiguraciji. Takav par zavojnica stvara magnetsko polje koje linearno ovisi o udaljenosti od centra stupice, a u samom centru stupice jednako je nuli.

Postojanje magnetskog polja različitog od nule dovodi do cijepanja atomskih nivoa, tj. Zeemanovog efekta [20]. Princip zarobljavanja atoma objasnit ćemo na primjeru atomskog prijelaza  $J_g = 0 \rightarrow J_e = 1$ . Pobuđeno stanje atoma ima tri Zeemanove komponente, a njihovo cijepanje linearno ovisi o jačini magnetskog polja. Frekventni pomak laserskog zračenja jest negativan tj. frekvencija lasera manja je od frekvencije rezonantnog atomskog prijelaza. Izborna pravila za apsorpciju kružno polariziranog laserskog zračenja glase:  $\Delta M = M_e - M_g = -1$  za  $\sigma^-$  te  $\Delta M = +1$  za  $\sigma^+$  polarizirano polje, gdje su s  $M_e$  i  $M_g$  označene projekcije angularnog momenta

pobuđenog i osnovnog stanja. Na slici 3.2 shematski je prikazan princip zarobljavanja atoma.



Slika 3.2: Shematski prikaz principa zarobljavanja atoma u magneto-optičkoj stupici.

U točki  $z'$  prikazanoj na slici 3.2 frekvencija prijelaza  $M_e = -1$  bliža je frekvenciji lasera nego frekvencija prijelaza  $M_e = +1$ , tj.  $\delta_- < \delta_+$ . Stoga u toj točki atomi preferirano apsorbiraju lasersku zraku polarizacije  $\sigma^-$  pa na njih djeluje sila koja ih gura prema centru stupice. U točki  $z'' < 0$  atomi preferirano apsorbiraju lasersku zraku polarizacije  $\sigma^+$  koja ih također gura prema centru stupice. Ukupna prostorno ovisna sila koja djeluje na atome dana je izrazom [11]:

$$\mathbf{F}_{\pm} = \pm \frac{\hbar \mathbf{k} \gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2\delta_{\pm}/\gamma)^2}, \quad (3.1)$$

gdje je  $\delta_{\pm} = \delta \mp \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \pm \frac{\mu' B}{\hbar}$  ukupni frekventni pomak laserskog zračenja od frekvencije atomskog prijelaza.  $\mu' = (g_e M_e - g_g M_g) \mu_B$  je efektivni magnetski moment prijelaza,  $g_g$  i  $g_e$  su Landé g-faktori za osnovno te pobuđeno stanje, a  $\mu_B$  je Bohrov magneton.

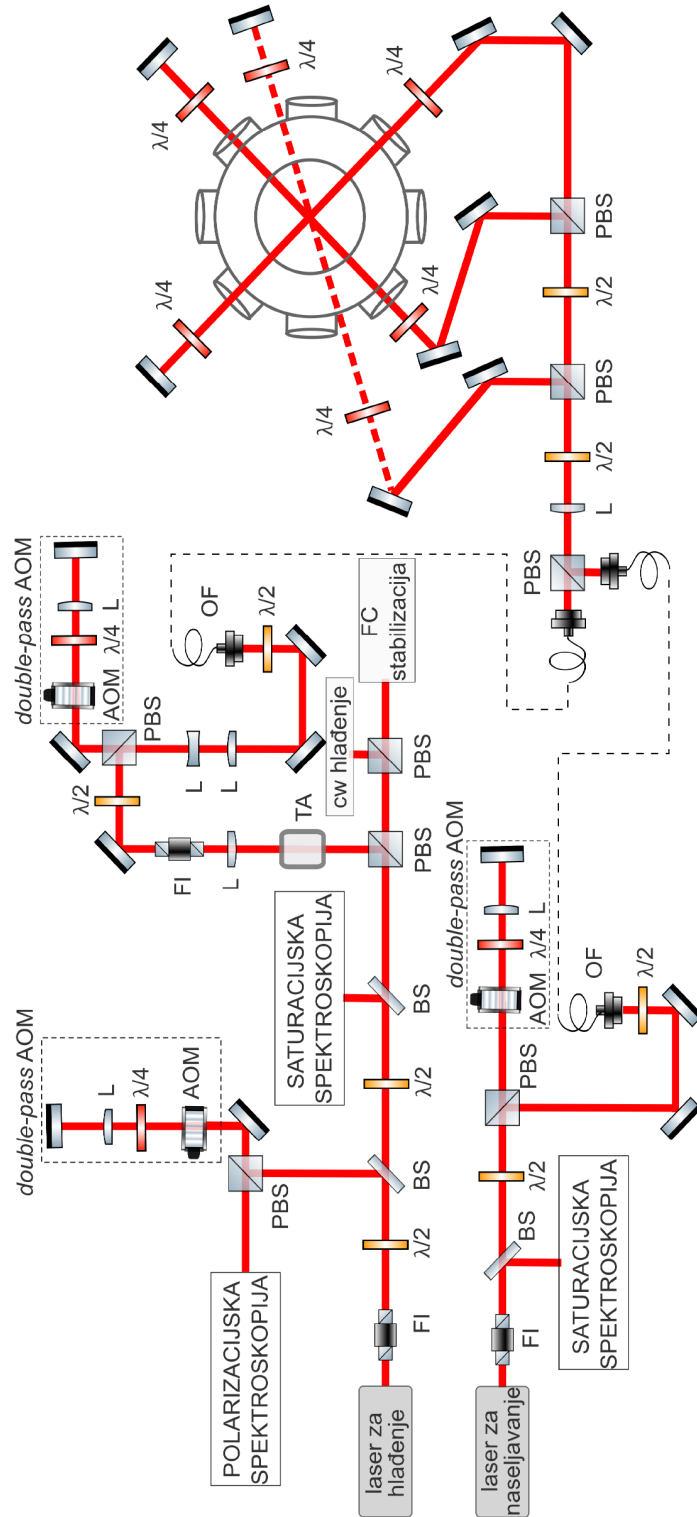
Za male udaljenosti od centra stupice te male brzine atoma, sila koja djeluje na atome u magneto-optičkoj stupici može se opisati silom gušenog harmoničkog oscilatora:

$$\mathbf{F} = -\beta \mathbf{v} - \kappa \mathbf{r}, \quad (3.2)$$

gdje je koeficijent  $\beta$  definiran u izrazu (2.31), a koeficijent  $\kappa = \frac{\mu' \partial_z B}{\hbar k} \beta$ . Sila koja djeluje na atome istovremeno hladi atome te ih gura prema centru stupice, tj. prostorno ih zarobljava.

### 3.3 Eksperimentalni postav

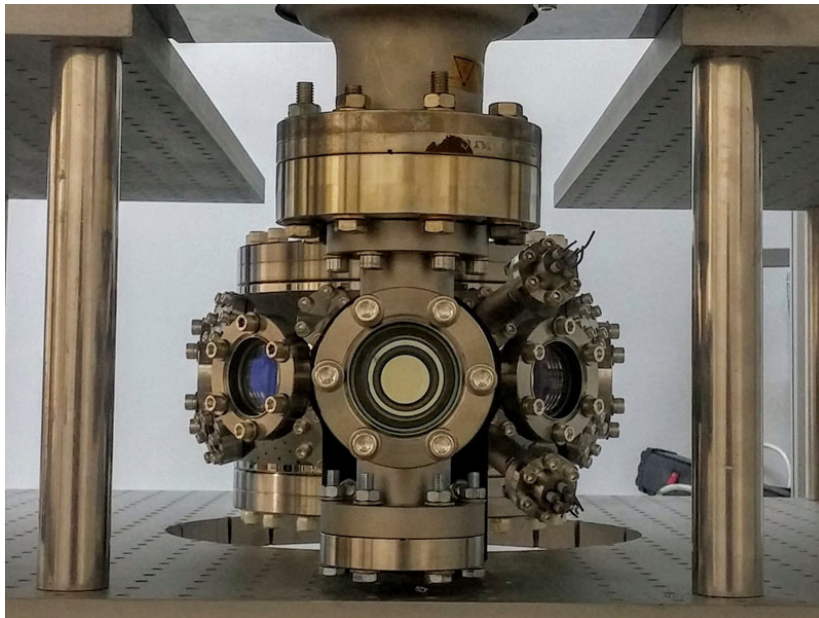
Na slici 3.3 prikazan je eksperimentalan postav za stvaranje oblaka hladnih atoma. Sada ćemo objasniti najbitnije djelove eksperimentalnog postava.



Slika 3.3: Eksperimentalni postav za stvaranje oblaka hladnih atoma. Oznake: FI - Faradayev izolator, PBS - polarizacijski djelitelj snopa, BS - djelitelj snopa, L - leća,  $\lambda/2$ ,  $\lambda/4$  polarizacijske pločice, TA - optičko pojačalo, OF - optičko vlakno. Preuzeto iz [14].

## Vakuumski sustav

Oblak hladnih atoma stvaramo u vakuumskoj komori (slika 3.4) koja je spojena s ionskom pumpom. Pomoću ionske pumpe održava se visoki vakuum koji iznosi  $p \approx 10^{-8}$  mbar. Ionska pumpa koja se koristi je VacIon Plus 55 StarCell proizvođača Agilent Varian. Rubidij u komoru dovodimo pomoću dispENZERA kroz koje se pušta struja od 5.5 A te se tako oslobađa rubidij. Komora je izrađena od nemagnetičnog čelika, a smještena je na aluminijsku ploču koja je pričvršćena na optički stol. Na komoru su montirani prozori kroz koje prolaze laserske zrake za stvaranje oblaka hladnih atoma te zrake femtosekundnog lasera. Na jedan prozor postavljena je CMOS kamera kojom se snima fluorescencija atoma.



Slika 3.4: Vakuumska komora postavljena na aluminijsku ploču.

## Laserski sustavi

Kako bismo stvorili oblak hladnih atoma rubidija potrebna su nam dva lasera, laser za hlađenje te laser za naseljavanje. U eksperimentima s hladnim atomima koriste su poluvodički laseri s vanjskim rezonatorom (eng. *External Cavity Diode Laser*, ECDL).

Model lasera za hlađenje je CEL002 proizvođača MOGLabs [21]. Laser za hlađenje frekventno stabiliziramo pomoću polarizacijske spektroskopije [22], dok pomoću saturacijske spektroskopije [23] kalibriramo frekventnu skalu. Frekvencija lasera za hlađenje namještena je u crveno od frekvencije rezonantnog prijelaza  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ . Osim za frekventnu stabilizaciju, dio snage lasera za hlađenje

koristi se u postavu za frekventnu stabilizaciju frekventnog češlja. Kako bi povećali intenzitet laserske zrake za hlađenje postavljeno je optičko poluvodičko pojačalo (eng. *tapered amplifier*). Snaga lasera za hlađenje izmjerena je prije polarizacijskog djelitelja pomoću kojeg razdvajamo zrake za hlađenje, a iznosi  $16 \text{ mW}$ .

Model lasera za naseljavanje je DL 100 proizvođača Toptica Photonics [24]. Laser frekventno stabiliziramo metodom saturacijske spektroskopije na frekvenciju preklopa (eng. *cross-over*)  $CO_{12}$  koja se nalazi točno na polovici između frekvencija prijelaza  $5^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 1)$  i  $5^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 1)$ , tzv. cross-over rezonancija. Sa slike 3.1 vidimo kako su ti prijelazi udaljeni za  $156.9 \text{ MHz}$  pa je frekvencija prijelaza udaljena za  $78.45 \text{ MHz}$  od rezonantnih prijelaza. Snagu lasera za naseljavanje izmjerili smo na istom mjestu kao snagu lasera za hlađenje, a iznosi  $3.6 \text{ mW}$ .

### Akusto-optički modulator

Akusto-optički modulator (eng. *acusto-optic modulator, AOM*) ili Braggova ćelija je uređaj pomoću kojeg se može modulirati frekvencija, intenzitet i smjer laserske zrake. AOM-ovi se uobičajeno koriste u laserima za Q-prekidanje (eng. *Q-switching*) [25], za aktivno sprezanje modova [26] te kontrolu frekvencije u spektroskopiji [27]. AOM u eksperimentu se koristi kako bismo frekventno pomaknuli laserske frekvencije te kako bismo brzo prekidali snop laserskih zraka.

Rad AOM-a bazira se na akusto-optičkom efektu, tj. periodičnoj promjeni indeksa loma medija uzrokovanu oscilacijama tlaka zvučnih valova. Medij u kojem se indeks loma mijenja periodično omogućuje Braggovu difrakciju laserskom zračenju. Difrakcijski kut definiran je izrazom [28]:

$$2\lambda_s \sin \theta_d = \frac{\lambda_L}{n}, \quad (3.3)$$

gdje je  $\lambda_s$  valna duljina zvučnih valova,  $\lambda_L$  je valna duljina laserskog zračenja, a  $n$  je indeks loma medija. Za razliku od difrakcije na kristalnoj ravnini gdje su atomske ravnine lokalizirane, zbog sinusoidalna prirode akustičkih valova nema difrakcije na kutevima viših redova, tj. jedini dozvoljni kut odboja iznosi  $\Theta = 2\theta_d$ . To vrijedi u slučaju da su valne fronte akustičkih valova i laserskog zračenja ravni valovi. Kako su u relanom slučaju akustički valovi konačno široki te je sustav optimiziran za mak-



simalnu snagu zrake u prvom redu, postojat će difrakcija s kutem odboja  $m\Theta$ , gdje  $m$  cijeli broj koji označava više redove difrakcije [29]. Osim što se difrakcijom mijenja smjer laserske zrake mijenja se i frekvencija. Frekvencija  $m$ -tog reda difraktirane laserske zrake iznosi:

$$f_m = f_L + mf_s. \quad (3.4)$$

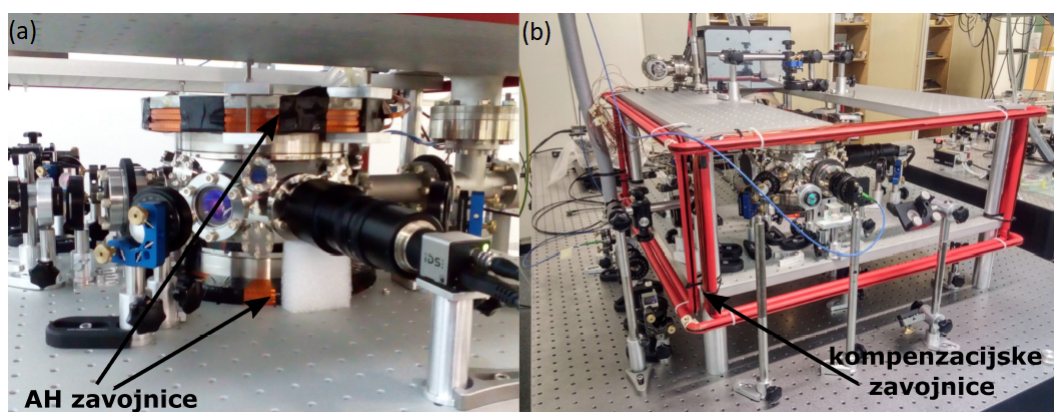
U postavu za polarizacijsku spektroskopiju lasera za hlađenje postavljen je AOM s frekvencijom  $f_s^{(1)} = 90 \text{ MHz}$  u konfiguraciji dvostrukog prolaska (eng. *double-pass*) [30]. Najbitnija značajka konfiguracije dvostrukog prolaska je što je optički put izlazne zrake frekvencije  $f_L + 2mf_s$  jednak optičkom putu ulazne zrake. Prolaskom kroz takvu konfiguraciju AOM-ova frekvencija lasera koju stabiliziramo je pomaknuta za  $\Delta f_L^{(1)} = 180 \text{ MHz}$  u crveno od rezonantnog prijelaza  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ . Nakon optičkog pojačala postavljen je drugi AOM frekvencije  $f_s^{(2)} = 82 \text{ MHz}$  također u konfiguraciji dvostrukog prolaska pa frekvenciju lasera pomiče za  $\Delta f_L^{(2)} = 164 \text{ MHz}$  u plavo. Sustav ova dva AOM-a definira nam frekventni pomak lasera za hlađenje od rezonantnog prijelaza koji iznosi  $\delta = 164 \text{ MHz} - 180 \text{ MHz} = -16 \text{ MHz}$ . Mijenjanjem frekvencija zvučnih valova na ova dva AOM-a mijenjamo frekventni pomak lasera za hlađenje. AOM smješten nakon optičkog pojačala koristimo za brzo prekidanje laserske zrake za hlađenje prilikom postupka mjerenja.

U dijelu eksperimentanog postava za laser za naseljavanje nalazi se još jedan AOM u konfiguraciji dvostrukog prolaska. Taj AOM također služi za prekidanje zrake lasera za naseljavanje no i za pomak frekvencije budući da je laser stabiliziran na frekvenciji između dvije rezonancije  $CO_{12}$ .

### 3.4 Magnetska polja

Kao što je opisano u poglavlju 3.2 za stvaranje oblaka hladnih atoma u centru stupice nužno je postojanje gradijenta magnetskog polja. Gradijent se stvara pomoću para zavojnica postavljenih u anti-Helmholtz konfiguraciju. U stvarnosti se osim magnetskog polja kojeg stvaraju anti-Helmholtzove zavojnice pojavljuju i neželjena magnetska polja koja su posljedica magnetskog polja Zemlje te magnetskog polje koje proizvode magneti unutar ionske pumpe. U sklopu diplomskog rada napravljene su simulacije magnetskih polja te su izrađene kompenzacijske zavojnice.

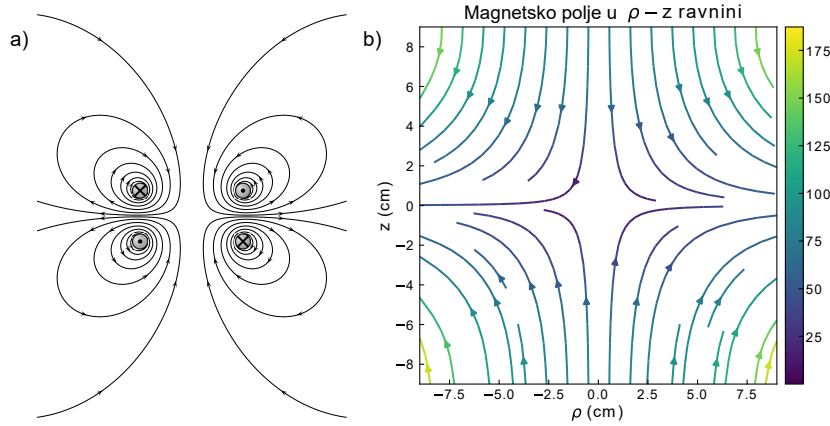
U nastavku će biti prikazana simulacija magnetskog polja anti-Helmholtz zavojnica koje se koriste u eksperimentu, simulaciju magnetskog polja zavojnica za kompenzaciju neželjenih polja te procjenu neželjenih magnetskih polja. Na slici 3.5 prikazane su anti-Helmholtzova zavojnicae (a) te kompenzacijske zavojnice (b).



Slika 3.5: (a) Položaj anti-Helmholtzovih zavojnica u odnosu na vakuumsku komoru. Na slici se vidi i sustav vodenog hlađenja zavojnica. (b) Položaj kompenzacijskih zavojnica u odnosu na komoru. Preuzeto iz [14]

#### 3.4.1 Anti-Helmholtzove zavojnice

Anti-Helmholtzove zavojnice su par solenoidnih zavojnica kojima je radijus te udaljenost između njih jednaka  $R$ . Struja kroz te zavojnice teče u suprotnom smjeru. Za razliku od Helmholtzove konfiguracije u kojoj je magnetsko polje u sredini homogeno, magnetsko polje AH zavojnica jednako je magnetskom kvadrupolu, tj. u sredini postoji prostorni gradijent magnetskog polja. Silnice magnetskog polja anti-Helmholtzovih zavojnica prikazan je na slici 3.6 (a). Zavojnice u eksperimentu napravljane su od bakrene žice pravokutnog profila dimenzija  $1.4 \times 5.5$  mm.



Slika 3.6: (a) Silnice magnetskog polja kojeg stvara par zavojnica u anti-Helmholtzovoj konfiguraciji. Preuzeto iz [31] (b) Simulacija magnetskog polja kojeg stvaraju zavojnice postavljene u eksperimentu. Linije prikazuju smjer magnetskog polja dok boja predstavlja intenzitet polja.

Zbog geometrije same vakuumske komore zavojnice su postavljene u konfiguraciju bliskoj anti-Helmholtzovoj. Unutarnji promjer zavojnica iznosi 203 mm dok je udaljenost između zavojnica 112 mm, a svaka ima 100 namotaja smještenih u 4 reda po 25 namotaja. Duljina žice koja je iskorištena je 153 m, a otpor zavojnica iznosi  $0.62 \Omega$  pri radnoj temperaturi zavojnica od  $75^\circ C$ .

Magnetsko polje koje stvara tanki prsten smješten u ravninu  $z = 0$  dan je izrazom [32]:

$$B_\rho(\rho, z, I) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{z}{\rho \sqrt{(\rho + a)^2 + z^2}} \left[ \frac{a^2 + \rho^2 + z^2}{(a - \rho)^2 + z^2} E(k) - K(k) \right], \quad (3.5)$$

$$B_z(\rho, z, I) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\rho \sqrt{(\rho + a)^2 + z^2}} \left[ \frac{a^2 - \rho^2 - z^2}{(a - \rho)^2 + z^2} E(k) + K(k) \right], \quad (3.6)$$

gdje su  $\rho$  i  $z$  koordinate cilindričnog koordinatnog sustava,  $I$  je struja koja prolazi kroz zavojnice,  $a$  je radijus zavojnice,  $k = \frac{4a\rho}{(a+\rho)^2+z^2}$ , dok su  $E(k)$  i  $K(k)$  eliptični integrali prve i druge vrste. Magnetsko polje koje stvara solenoidna zavojnica dobiva se tako da se struja koja teče kroz zavojnice pomnoži s brojem namotaja  $I \rightarrow nI$ . Ukupno magnetsko polje koje stvaraju zavojnice u anti-Helmholtz konfiguraciji smještene u ravnine  $\pm d$  u smjeru z-osi jednako je:

$$B_\rho^{tot} = B_\rho(\rho, z + d, nI) + B_\rho(\rho, z - d, -nI), \quad (3.7)$$

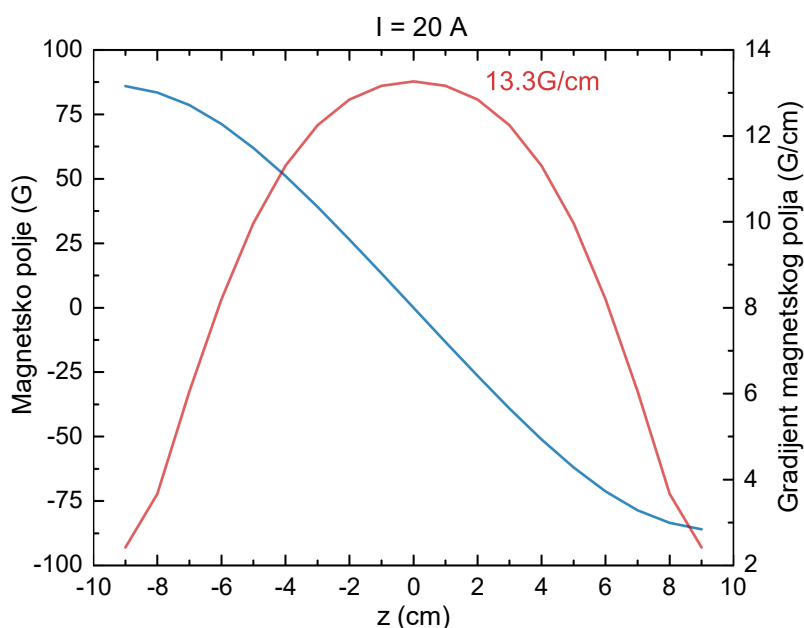
$$B_z^{tot} = B_z(\rho, z + d, nI) + B_z(\rho, z - d, -nI), \quad (3.8)$$

gdje je  $d$  udaljenost između zavojnica.

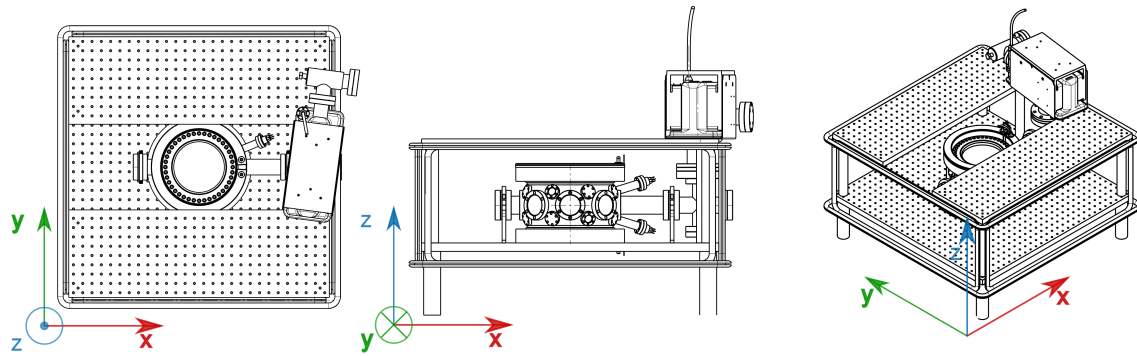
Jakost i smjer magnetskog polja zavojnica prikazana je na slici 3.6 (b). U eksperimentu bitan parametar je gradijent magnetskog polja. U vakuumu vrijedi  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ , a zbog simetrije sustava je  $\partial_x B_x = \partial_y B_y$ , slijedi da je gradijent u smjeru okomitom na z-os dvostruko manji od gradijenta na z-osi. Simulacija magnetskog polja i gradijenta magnetskog polja prikazane su na slici 3.7. Gradijent magnetskog polja u točki centra stupice iznosi  $\partial_z B/I = 0.665 \text{ G/cmA}$ .

Struja koja se koristi u eksperimentu iznosi 17 A, a napon 10.5 V. Gradijent magnetskog polja za dane vrijednosti struje u z smjeru iznosi 11.3 G/cm. Kako se kroz zavojnice pušta prilično jaka struja, grijanje zavojnica je značajno pa zavojnice hladimo pomoću vodenog hlađenja.

Uočeno je kako se prilikom gašenja struje kroz anti-Helmholtzove zavojnice induciraju vrtložne struje kroz aluminijsku ploču na kojoj je smještena vakuumska komora [14]. One značajno usporavaju gašenje magnetskog polja pa prilikom provedenih mjerenja struju kroz anti-Helmholtz zavojnice ne gasimo.



Slika 3.7: Ovisnost magnetskog polja (plava linija) i gradijenta magnetskog polja (crvena linija) anti-Helmholtz zavojnica o udaljenosti od centra stupice u vertikalnom smjeru.



Slika 3.8: Nacrt optičkog stola, komore te položaja kompenzacijskih zavojnica. Uz svaku prikazanu orijentaciju naznačen je koordinatni sustav svojstven za laboratorij. Autor nacрта: Altus, D.

### 3.4.2 Kompenzacijske zavojnice

U eksperimentu se javljaju dva glavna izvora neželjenih magnetskih polja. Ionska pumpa u sebi sadrži sustav dva para magneta koje stvara dodatno magnetsko polje u prostoru oko centra komore gdje se generira hladan oblak atoma. Opis magnetskog polja ionske pumpe dan je u uputstvu proizvođača [33]. Drugi glavni izvor neželjenih magnetskih polja jest magnetsko polje Zemlje. To polje je u prvoj aproksimaciji opisano poljem magnetskog dipola, a mijenja se u ovisnosti o geografskoj širini i dužini. Za mala područja polje Zemlje je konstantno. Zbog prisustva neželjenih magnetskih polja oblak hladnih atome se ne generira u centru stupice nego je pomaknut.

U svrhu kompenziranja neželjenih magnetskih polja konstruirana su tri para zavojnica.

Zavojnice su pravokutnog profila, a smještene su uz aluminijske ploče na kojoj je smještena vakuumska komora. Za izradu je korištena bakrena žica kružnog profila promjera  $0.75 \text{ mm}$ . Zavojnice u x smjeru<sup>1</sup> imaju 150 odnosno 120 namotaja, u y smjeru imaju 50 namotaja, dok u z smjeru imaju 40 namotaja. Otpor koji zavojnice pružaju jednak je  $R_x = 23 \Omega$ ,  $R_y = 8.5 \Omega$  i  $R_z = 10.7 \Omega$  pri temperaturi  $T = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ .

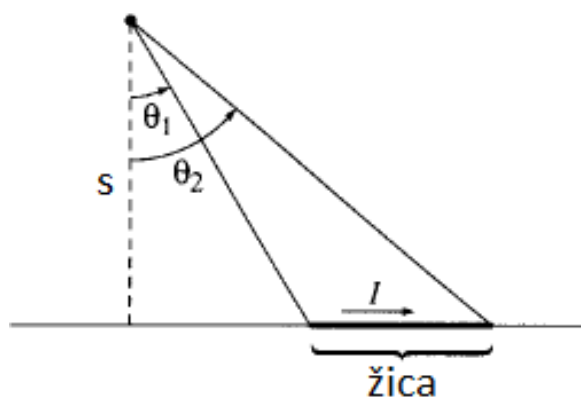
Simulacija magnetskog polja zavojnica napravljena je koristeći izraz za magnetsko polje konačno duge žice [34]:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi s} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1). \quad (3.9)$$

Na slici 3.9 prikazana je točka u kojoj se računa magnetsko polje konačno duge žice

<sup>1</sup>Zavojnice u x smjeru nazivamo par koji kompenzira magnetsko polje u x smjeru te analogno za ostale smjerove.

te su označeni parametri  $s$ ,  $\theta_1$  i  $\theta_2$ .



Slika 3.9: Točka u kojoj se računa iznos magnetskog polja konačno duge žice te označeni parametri  $s$ ,  $\theta_1$  i  $\theta_2$ .

Simulacija magnetskog polja prikazana je na slici 3.10. Na slikama (a)-(c) prikazana je  $B_x$  komponenta magnetskog polja po presjecima ravnina za struju kroz zavojnice  $I = 3$  A. Na slikama (d)-(f) prikazana je  $B_y$  komponenta, a na slikama (g)-(h)  $B_z$  komponenta magnetskog polja po presjecima ravnina. Magnetsko polje koje zavojnice proizvode u centru komore iznose:

$$B_x/I = 1.08 \text{ G/A}, \quad B_y/I = 0.40 \text{ G/A}, \quad B_z/I = 1.03 \text{ G/A}. \quad (3.10)$$

Sa slike 3.10 vidimo kako je polje homogeno do na malu promjenu unutar prostora u kojem se generira hladan oblak atoma. Kako je par zavojnica u x smjeru napravljen s nejednakim brojem namotaja, magnetsko polje koje stvaraju najviše se mijenja u području interesa. U prostoru od 12 mm magnetsko polje se promijeni za 0.8 %. Parovi zavojnica u y i z smjeru napravljeni su od jednakog broja namotaja pa je promjena polja u prostoru manja za te parove zavojnica.

Kako bismo ugrubo odredili koliki je iznos polja kojeg trebamo kompenzirati potrebno je izmeriti jakost i smjer magnetskog polja u centru magneto-optičke stupice. To nije moguće jer je u u komori visoki vakuum pa magnetometar nemožemo smjestiti u komoru. Magnetsko polje ionske pumpe otprilike je jednako polju magnetskog dipola. Zbog toga možemo mjeriti jakost i smjer magnetskog polja u točki koja se nalazi simetrično od centra stupice u odnosu na longitudinalnu os ionske pumpe. Za mjerenje smo koristili smo magnetometarski čip HMC5883L kojeg smo prethodno

kalibrirali [35].

Izmjerali smo magnetsko Zemljino magnetsko polje, a iznosi:

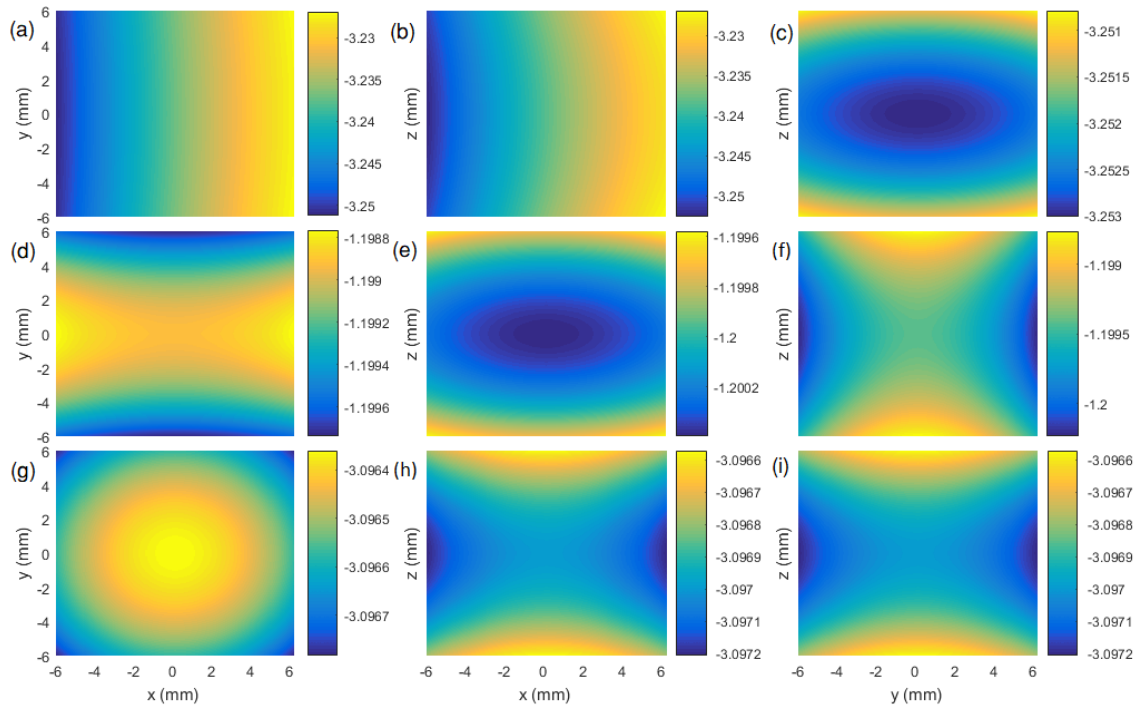
$$B_x = 0.309 \text{ G}, \quad B_y = -0.002 \text{ G}, \quad B_z = -0.255 \text{ G}. \quad (3.11)$$

U literaturi [36] za Zagreb se procjenjuje magnetsko polje:

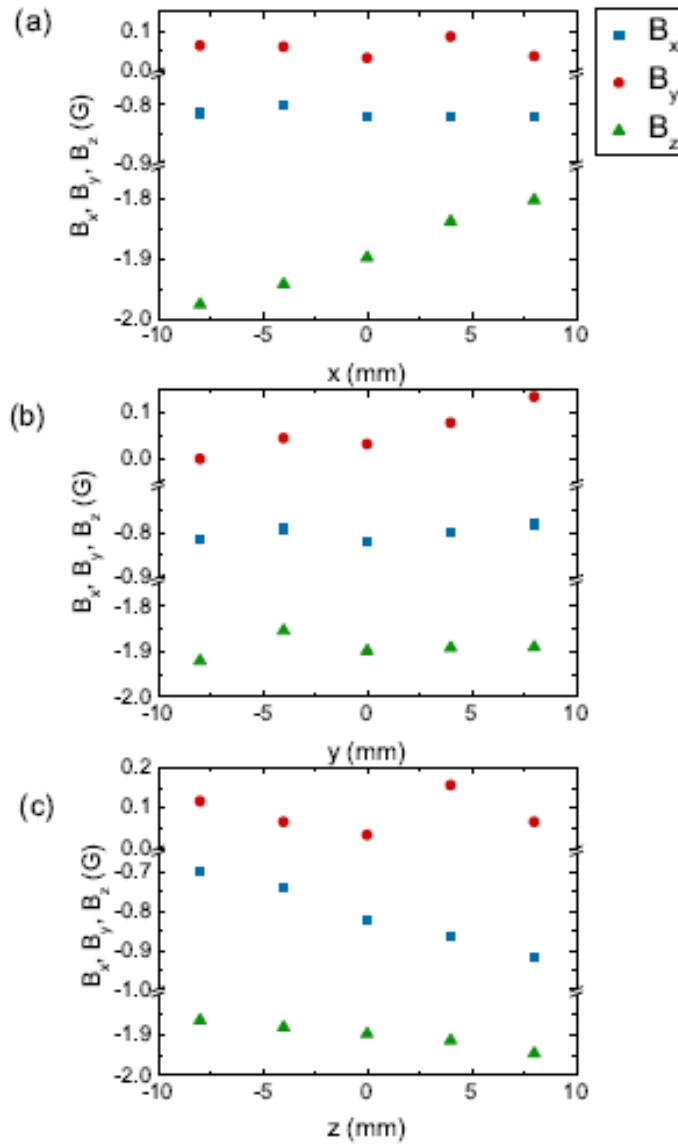
$$B_{NS} = (0.222 \pm 0.001) \text{ G}, \quad B_{EW} = (0.0151 \pm 0.0009) \text{ G}, \quad B_{UD} = (-0.425 \pm 2) \text{ G}, \quad (3.12)$$

gdje je  $B_{NS}$  sjeverna komponenta,  $B_{EW}$  istočna komponenta, a  $B_{UD}$  vertikalna komponenta, s definiranim plus smjerom prema gore. Usporedbom izmjerenog magnetskog polja Zemlje te vrijednosti dane u literaturi može se procijeniti greška mjerenja.

Izmjerene vrijednosti jakosti magnetskog polja kojeg stvaraju magneti ionske pumpe te polje Zemlje prikazane su na slici 3.11.



Slika 3.10: Simulacija magnetskog polja kompenzacijskih zavojnica po presjecima ravnina pri struji od  $I = 3 \text{ A}$ . (a)-(c)  $B_x$  komponenta polja u presjecima ravnina x-y, x-z i y-z. (d)-(f)  $B_y$  komponenta polja u presjecima ravnina x-y, x-z i y-z. (g)-(i)  $B_z$  komponenta polja u presjecima ravnina x-y, x-z i y-z.



Slika 3.11: Izmjerene vrijednosti jakosti neželjenih magnetskog polja u području centra stupice. Jakost magnetskog polja u: (a) x smjeru (transverzalni smjer); (b) y smjeru (longitudinalni smjer); (c) z smjeru (vertikalni smjer).



## 4 Rezultati mjerenja

### 4.1 Mjerenje spektralne širine lasera

Eksperimenti s hladnim atomima zahtjevaju visoku rezoluciju, odnosno lasere iznimno uske spektralne širine. Stoga je određivanje spektralne širine lasera jedan od važnih eksperimentalnih parametara. U eksperimentu se koriste se diodni laseri koji imaju vrlo usku širinu linije te frekventni češalj čija je širina  $n$ -tog moda također vrlo uska. Za mjerenje spektralne širine lasera ne možemo koristiti spektrometar jer nemaju dovoljnu spektralnu razlučivost. Tipični spektrometar koji radi u blisko-infracrvenom području ima spektralnu razlučivost  $\approx 2 \text{ pm}$  [37]. Prevedemo li spektralnu razlučivost u frekvenciju vidimo kako ona  $\approx 1 \text{ GHz} \gg 100 \text{ kHz}$ , tj. očekivana širina lasera je oko 4 reda veličine manja od dostupne razlučivosti spektrometra.

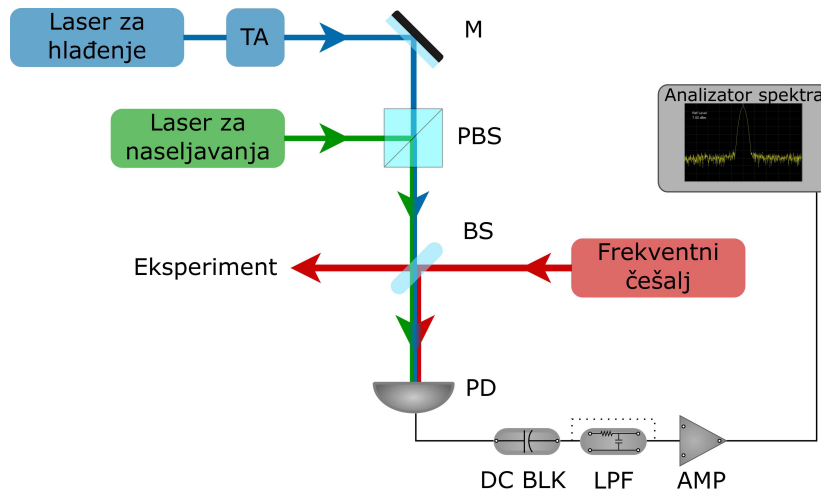
Ako je poznata spektralna širina jednog lasera, može se koristiti metoda heterodine spektroskopije (eng. *heterodyne spectroscopy*) za mjerenje nepoznate širine drugog laserskog izvora. Ukoliko nisu poznate spektralne širine laserskih zraka, potrebno je koristiti tri laserska izvora kako bi se izračunale spektralne širine tih lasera.

Metoda heterodine spektroskopije je metoda u kojoj dvije laserske zrake interferiraju na površini detektora, tj. fotodiode [38]. Rezultantni signal sadži dvije komponente,  $f_1 + f_2$  te  $f_1 - f_2$ , a ti signali nazivaju se heterodine frekvencije. Razlika frekvencija dva lasera, koju ćemo nadalje nazivati frekvencija udara, ima amplitudu proporcionalnu produktu električnog polja laserskih izvora. Laserski izvori imaju određenu spektralnu širinu pa frekvencija udara također ima određenu spektralnu širinu [39]:

$$w_{ij}^2 = w_i^2 + w_j^2, \quad i, j = 1, 2, 3; i \neq j, \quad (4.1)$$

gdje je  $w_{ij}$  spektralna širina udara između laserskih izvora spektralnih širina  $w_i$  i  $w_j$ .

Eksperimentalni postav za mjerenje frekvencije udara prikazan je na slici 4.1. Kontinuirani laserski izvori koje smo koristili za mjerenje su laser za hlađenje i laser za naseljavanje. Treći laserski izvor je frekventni češalj. Prilikom mjerenja frekvencija udara sva tri laserska izvora bila su frekventno stabilizirana. Detekciju frekvencije udara napravili smo pomoću fotodiode. Signal smo elektronički pojačali, a ukoliko



Slika 4.1: Shema postava za mjerenje frekvencije udara između dva lasera. Kada smo mjerili frekvenciju udara između dva laserska izvora, prekrili bismo zraku trećeg. Oznake: TA - optičko pojačalo, M - zrcalo, PBS - polarizacijski djelitelj snopa, BS - djelitelj snopa, PD - fotodioda, DC BLK - DC bloker, LPF - nisko-propusni filter, AMP - pojačalo.

smo mjerili s frekventnim češljom koristili smo nisko propusni filter kako bismo uklonili frekvencije udara sa susjednim modovima frekventnog češlja koje se nalaze na višim frekvencijama. Prilikom mjerenja udara između dva laserska izvora prekinuli smo snop trećeg laserskog izvora.

Pretpostavili smo da se spektralni profil svih lasera može prikazati gausovom funkcijom, što znači da frekvencija udara također ima oblik gausijana. Parametar širine linije može se definirati na nekoliko načina, a mi koristimo punu širinu na pola maksimuma (eng. *full width at half maximum*, FWHM). Za prilagodbu izmjerenih podataka koristimo gausovu raspodjelu:

$$y = y_0 + \frac{A}{w\sqrt{\pi/4\ln(2)}} \exp\left(-\frac{4\ln(2)(x - x_c)^2}{w}\right), \quad (4.2)$$

gdje su  $y_0$  pomak gausijana u  $y$  smjeru,  $A$  amplituda,  $w$  puna širina na pola maksimuma, a  $x_c$  pomak centra gausijana.

Na slici 4.2 prikazani su izmereni spektri udara između laserskih izvora.

Frekvencije udara mjerili smo nekoliko puta kako bismo što točnije odredili spektralnu širinu udara. Radi jednostavnosti notacije laser za hlađenje obilježavat ćemo brojem 1, laser za naseljavanje brojem 2, a frekventni češalj brojem 3. Izmjerene

spektralne širine udara iznose:

$$w_{12} = (2.43 \pm 0.02) \text{ MHz}, \quad (4.3)$$

$$w_{23} = (2.43 \pm 0.02) \text{ MHz}, \quad (4.4)$$

$$w_{13} = (0.1658 \pm 0.0008) \text{ MHz}. \quad (4.5)$$

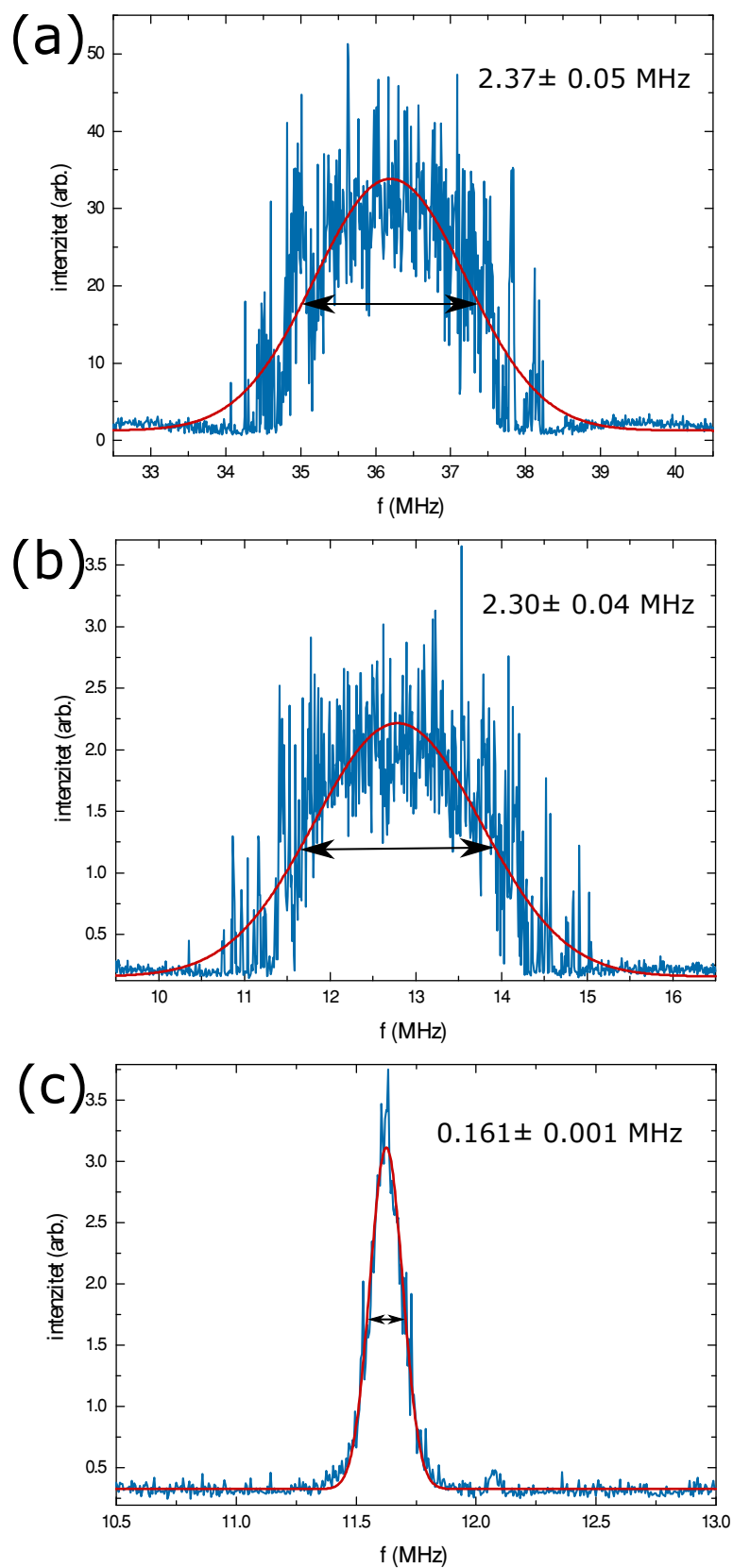
Koristeći izraz (4.1) za spektralnu širinu udara između dva laserska izvora te za sve kombinacije dobivamo spektralne širine lasera:

$$\text{Laser za hlađenje } w_1 = (0.1 \pm 0.3) \text{ MHz}, \quad (4.6)$$

$$\text{Laser za naseljavanje } w_2 = (2.43 \pm 0.01) \text{ MHz}, \quad (4.7)$$

$$\text{Frekventni češalj } w_3 = (0.1 \pm 0.3) \text{ MHz}, \quad (4.8)$$

Dobiveni rezultat slaze se s očekivanjima. Laser za hlađenje stabiliziran je polarizacijskom spektroskopijom koja je puno osjetljivija na promjene frekvencije lasera nego u slučaju saturacijske spektroskopije kojom je stabiliziran laser za naseljavanje. Dodatno, polarizacijska spektroskopija ne zahtijeva dodatno moduliranje frekvencije lasera, što se očituje u manjoj širini spektralne linije. Velika spektralna širina lasera za naseljavanje određuje i širinu udara s  $n$ -tim modom frekventnog češlja. Širina  $n$ -tog moda frekventnog češlja može se procijeniti iz udara lasera za hlađenje i frekventnog češlja, tj. iz  $\omega_{13}$ . Može se zaključiti da je  $n$ -ti mod frekventnog češlja užzi od  $165.8 \text{ kHz}$ , što je vrijednost koja bi se dobila za beskonačno uzak laser za naseljavanje.



Slika 4.2: Spektri udara mjereni za sve kombinacije korištenih lasera. (a) Udar između lasera za hlađenje i lasera za naseljavanje (b) Udar između frekventnog češlja i lasera za naseljavanje. (c) Udar između lasera za hlađenje i frekventnog češlja.

## 4.2 Mjerenje sile zračenja niza femtosekundnih pulseva na atom

### 4.2.1 Femtosekundni laser

Za stvaranje niza femtosekundnih pulseva koristimo femtosekundi laser s optičkim vlakom dopiranim erbijevim ionima, Femtofiber Scientific FFS Laser System proizvođača Toptica Photonics AG, (slika 4.1 desno). Spomenuti laser sastoji se od oscilatora i pojačala. Rezonator lasera sastoji se od optičkog vlakna dok je aktivni medij već spomenut ion erbijia  $Er^{3+}$ . Na jedno od zrcala u laserskom rezonatoru postavljen je piezoelektrični element kojim se mijenja duljina rezonatora, a time se mijenja frekvencija repeticije pulseva. Aktivni medij se pumpa pomoću laserske diode koja emitira lasersko zračenje valne duljine 980 nm, a laserska akcija se događa pri valnoj duljini od 1550 nm.

Ultrakratki pulsevi u laseru nastaju metodom pasivnog sprežanja modova pomoću efekta rotacije polarizacije [40]. Nakon oscilatora lasersko zračenje ulazi u pojačalo u kojem se povećava intenzitet. Detaljniji opis načina rada lasera te metode sprežanja modova dan je u radu [41].

Femtosekundi laser emitira lasersko zračenje centralne valne duljine 1560 nm, frekvencije repeticije 80.53 MHz te vremena trajanja pulsa oko 200 fs [42]. Za dobivanje pulseva valne duljine oko 780 nm, što nam je potrebno za pobuđivanje  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$  prijelaza u rubidiju, frekvencija lasera se u jedinici za stvaranje drugog harmonika (eng. *second harmonic generator*, SHG, slika 4.1 lijevo) udvostručava. Drugi harmonik se stvara nelinearnim procesom u kojem se lasersko zračenje propagira kroz nelinearni medij, za detalje o generaciji drugog harmonika pogledati u [43]. Na takav način se od laserskog zračenja centralne valne



Slika 4.1: Femtosekundni laser (desno) te jedinica za generiranje drugog harmonika (lijevo).

duljine  $1560 \text{ nm}$  dobiva zračenje centralne valne duljine od  $780 \text{ nm}$ .

Niz femtosekundnih pulseva u vremenskoj domeni stvara frekventni češalj u frekventnoj domeni. Frekvencija  $n$ -tog moda dana je izrazom (2.33).  $n$ -ti mod stabiliziramo tako da se stabilizira frekvencija repeticije, a frekvenciju pomaka stabiliziramo indirektno pomoću stabilizacije frekvencije moda  $f_n$ .  $n$ -ti mod stabiliziramo stabilizacijom frekvencije udara između  $n$ -tog moda frekventnog češlja i stabiliziranog lasera za hlađenje koja se detektira heterodinom spektroskopijom. Stabilizacija frekventnog češlja detaljnije je opisana u [44]

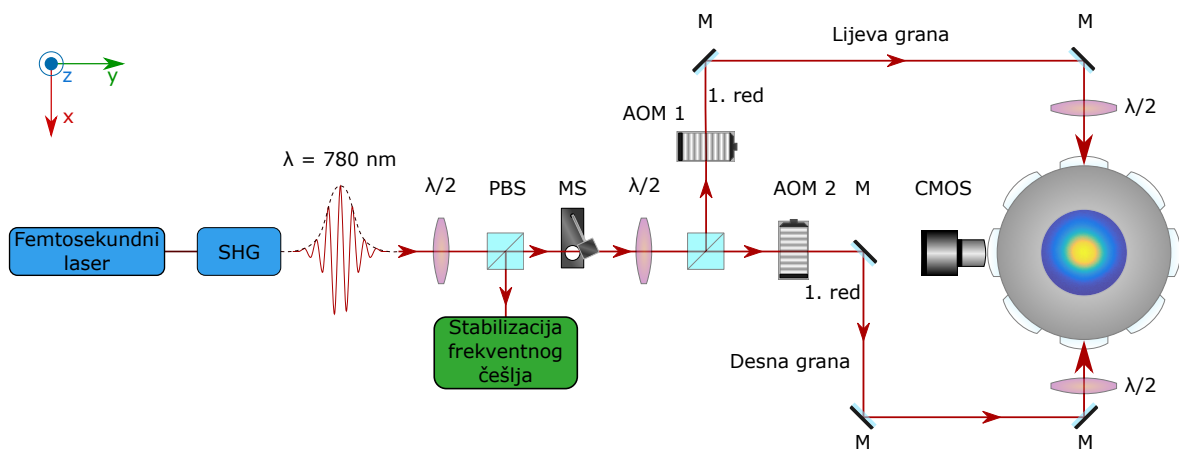
Snaga femtosekundnog lasera mjeri se prije mehaničkog prekidača, iznosi  $42 \text{ mW}$ .

#### 4.2.2 Postav za mjerenje sile zračenja niza femtosekundnih pulseva

Na slici 4.2 prikazan je eksperimentalni postav za mjerenje sile zračenja koju stvara niz femtosekundnih pulseva na hladne atome rubidija.

Odmah nakon izlaza iz SHG jedinice postavljena je  $\lambda/2$  polarizacijska pločina kojom namještanje intenzitet laserskog zračenja nakon polarizacijskog djelitelja snopa koji nam služi za odvajanje dijela lasera za stabilizaciju FCa. Mehanički zatvarač snopa prekida snop tijekom vremena stvaranja hladanog oblaka u komori.  $\lambda/2$  pločica nakon zatvarača služi kako bismo kontrolirali intenzitet laserskih zraka frekventnog češlja u lijevoj i desnoj grani nakon polarizacijskog djelitelja snopa.

Akusto-optički modulatori lijeve i desne grane koriste se za brzo prekidanje laserskih snopova. Frekvencija zvučnih valova jednaka je za oba AOM-a te iznosi

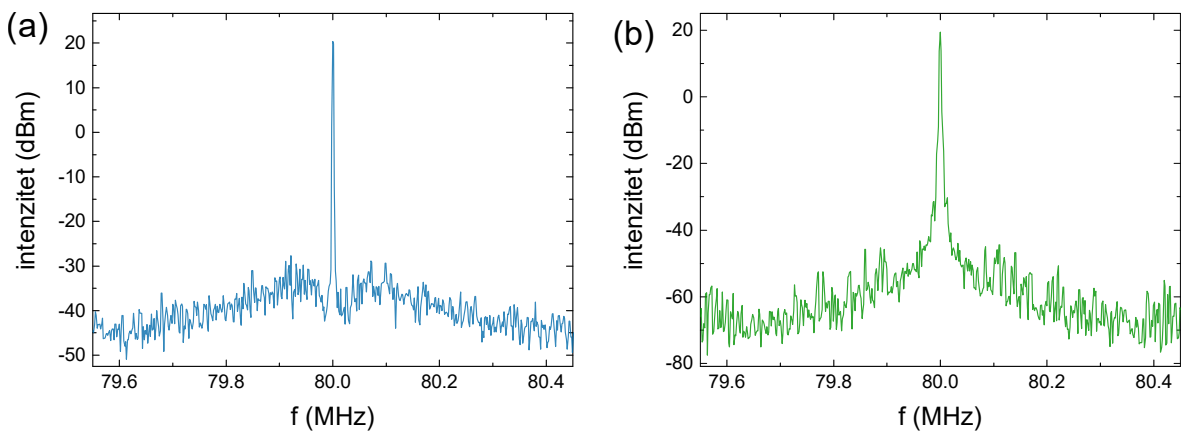


Slika 4.2: Shematski prikaz postava za mjerenje sile zračenja niza femtosekundnih pulseva na oblak hladnih atoma rubidija. Oznake: SHG - generator drugog harmonika,  $\lambda/2$  - polarizacijska pločica, PBS - polarizacijski djelitelj snopa, MS - mehanički zatvarač, AOM - akusto-optički modulator, M - zrcalo, CMOS - kamera

$f_{RF} = 80 \text{ MHz}$ . Spektar zvučnih valova snimljen na frekventnom analizatoru spektra prikazan je na slici 4.3

$\lambda/2$  pločicama ispred komore namješta se polarizacija lijevog i desnog snopa. U eksperimentu su korištene paralelne lin—lin polarizacije u smjeru osi z. Osim navedenog, bilo je važno odrediti duljinu optičkog puta lijeve i desne grane, odnosno njihovu razliku. Optički put lijeve grane duži je od desne grane za  $\Delta x = 14 \text{ cm}$ . S obzirom da se lasersko zračenje propagira brzinom svjetlosti, pulsevi u lijevoj grani dolaze  $\tau \approx 0.5 \text{ ns}$  kasnije od pulseva u lijevoj grani.

Fluorescencija se snima CMOS kamerom koja snima xz ravninu.

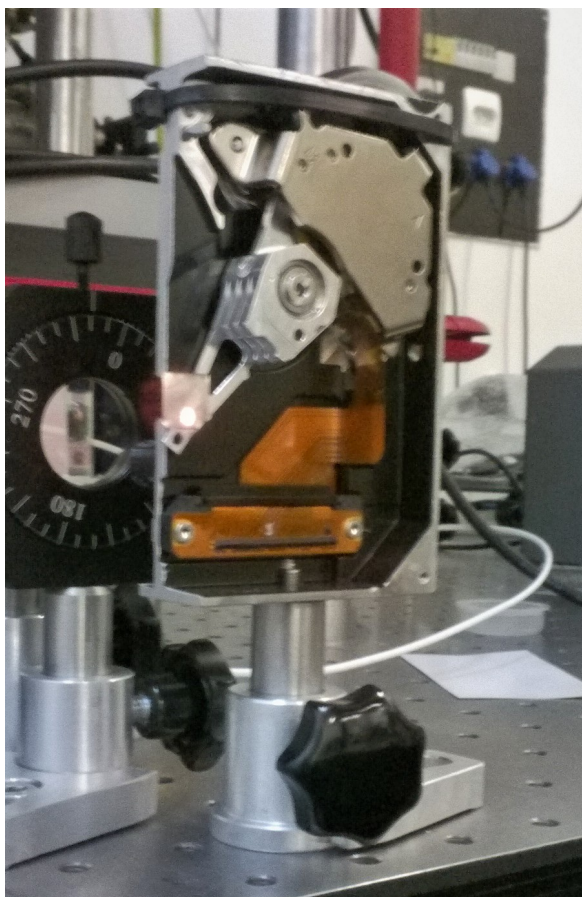


Slika 4.3: Spektar zvučnih valova za akusto-optičke modulatore koji se nalaze na (a) lijevoj grani i (b) desnoj grani zraka frekventnog češlja.

### 4.2.3 Mehanički zatvarač snopa

U svrhu prekidanja laserske zrake femtosekundnog lasera izrađen je mehanički zatvarač snopa (eng. *mechanical shutter*, slika 4.4). Mehanički zatvarač napravljen je pomoću dijelova tvrdog diska, tj. kučišta, aktuatora te aktuatorске ručice, a prikazan je na slici 4.4. Detaljno opisan rad zatvarača dan je u radu [45]. Radni napon je u rasponu  $12 - 30 \text{ V}$ , dok se aktuatorska ručica pomiče TTL signalom. Na slici 4.5 prikazana su vremena karakteristična za izrađeni zatvarač.

Prilikom paljenja aktuatorске ručice vrijeme kašnjenja (eng. *delay time*) jednako je  $t_{raise}^{(delay)} = 7.7 \text{ ms}$ , dok je samo vrijeme paljenja jednako  $t_{raise} = 4.5 \text{ ms}$ . Kod gašenja mehaničkog zatvarača vrijeme kašnjenja iznosi:  $t_{fall}^{(delay)} = 25.3 \text{ ms}$  dok je vrijeme gašenja jednako  $t_{fall} = 2.6 \text{ ms}$ . Vremena kašnjenja mogu se mijenjati položajem samog zatvarača, a postoje zbog konačne brzine aktuatorске ručice zatvarača.

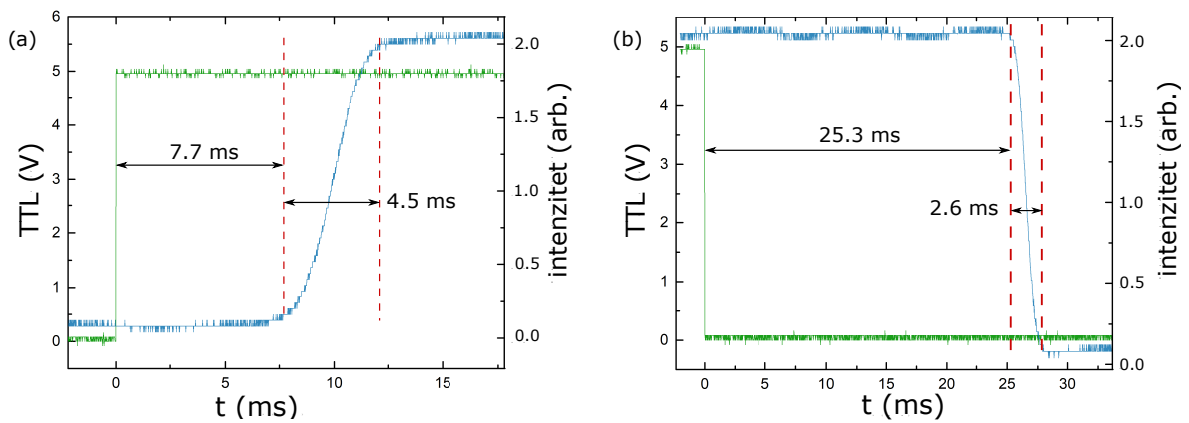


Slika 4.4: Mehanički zatvarač snopa u ugašenom stanju, tj. u stanju kada aktuatora ručica blokira prolazak zrake frekventnog češlja.

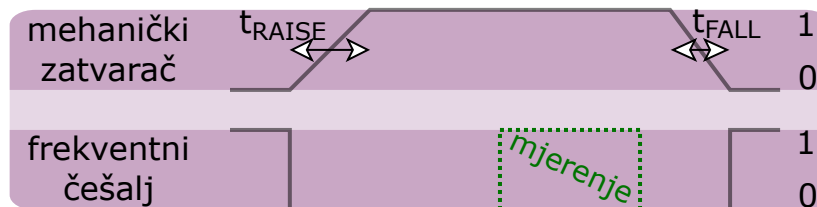
Iz mjerenja uočavamo kako su karakteristična vremena usporediva s vremenima snimanja oblaka pa ovaj mehainčki zatvarač nije pogodan za korištenje kod vrlo brzih prekidanja laserskog snopa.

Za brzo prekidanje laserskih spovopa koristimo AOM-ove. Efikasnost rada AOM-a ovisi o vremenu kroz koje je AOM upaljen. Ukoliko bi AOM radio samo kroz vrijeme međudjelovanja pulseva s atomom, njegova efikasnost bi bila mala. Zbog toga je AOM upaljen kroz vrijeme u kojem se stvara oblak hladnih atoma, a lasersko zračenje prekida upravo mehanički zatvarač. Na takav način postigli smo da AOM radi većinu vremena pa je njegova efikasnost velika, a pritom femtosekundni pulsevi ne utječu na stvaranje oblaka hladnih atoma. Neposredno prije mjerenja gasimo AOM, te dižemo aktuatora ručicu zatvrača kako bismo omogućili prolazak laserskog zračenja. Protokol paljenja i gašenja mehainčkog zatvrača i zrake frekventnog češlja prikazan je na slici 4.6.





Slika 4.5: (a) Vrijeme kašnjenja te vrijeme paljenja mehaničkog zatvarača (b) Vrijeme kašnjenja te vrijeme gašenja mehaničkog zatvarača. Zelenom linijom je prikazan TTL signal kojim se pokreće aktuatora ručica, a plavom bojom je prikazan intenzitet laserske zrake.



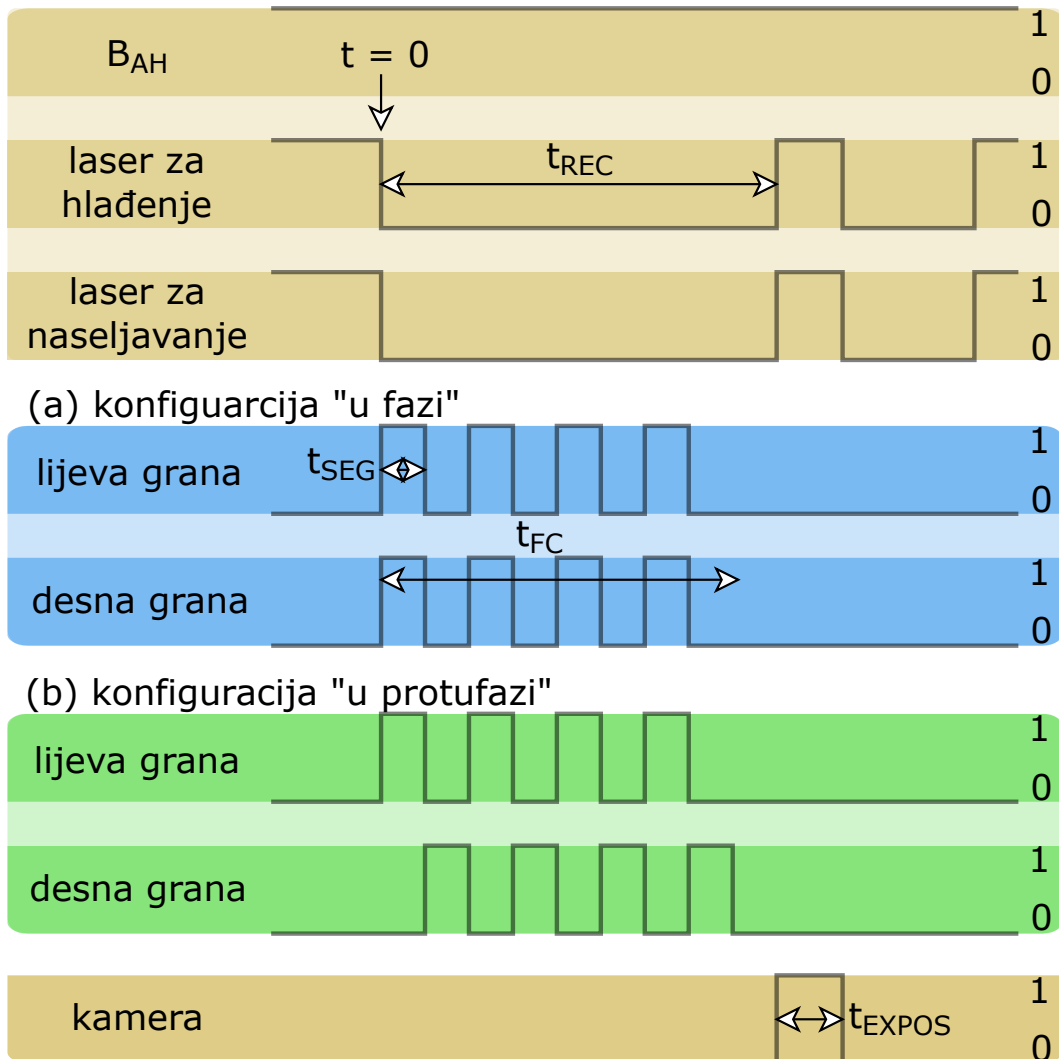
Slika 4.6: Protokol paljenja i gašenja mehaničkog zatvarača i zrake frekventnog češlja. Ukoliko zatvarač dozvoljava prolazak zrake on je upaljen (1), a kada onemogućuje prolazak zrake je ugašen (0).

#### 4.2.4 Vremenska kontrola eksperimenta

Vremenska kontrola eksperimenta vrlo je bitna, a vršimo je pomoću programskog paketa Labview. Protokol jednog ciklusa mjerenja sile zračenja femtosekundnih pulseva na hladne atome rubidija prikazan je na slici 4.7. Vremensko ishodište protokola mjerenja definiramo trenutkom gašanja zrake lasera za hlađenje. U tom trenutku gasi se laser za naseljavanje, a pokreće se niz paljenja i gašanje lijeve i desne grane frekventnog češlja.

Postoje dvije konfiguracije paljenja odnosno gašenja. Prva konfiguracija nazvana je "u fazi" (eng. *in phase*), a u njoj dva niza suprotno propagirajućih pulseva istovremeno međudjeluju s hladnim atomima, a prikazana je na slici 4.7 (a). U ovoj konfiguraciji na oblak hladnih atoma djeluje sila zračenja koju proizvode dva niza femtosekundnih pulseva istovremeno. Druga konfiguracija nazvana je "u protufazi" (eng. *out of phase*), a u njoj dva niza suprotno propagirajućih pulseva naizmjenice se pale i gase. Prilikom međudjelovanja s oblakom hladnih atoma rubidija u ovoj konfiguraciji u svakom segmentu djeluje sila zračenja s jednim nizom femtosekundnih pulseva. Nazivi ovih konfiguracija dolaze od vremenske ovisnosti paljenja, odnosno

gašenja TTL signala kojim se upravljala paljenje, tj. gašenje AOM-a.



Slika 4.7: Protokol mjerenja sile optičkog frekventnog češlja na hladne atoma. Postoje dva različita niza mjerenja sile: (a) "u fazi", gdje lijeva i desna grana interagiraju istovremeno, (b) "u protufazi", gdje lijeva i desna grana interagiraju naizmjenice.

U trenutku  $t = 0$  ugase se laseri za hlađenje i naseljavanje, a pali se femtosekundni laser u konfiguraciji "u fazi" ili "u protufazi". Atomi međudjeluju s femtosekundnim laserom određeno vrijeme  $t_{FC}$ . Unutar tog vremena dogodi se određen broj perioda paljenja i gašenja lijevog i desnog snopa laserskih zraka. Vrijeme jednog perioda dan je s  $2t_{SEG}$ . Nakon vremena  $t_{REC}$  pale se kamera, laser za hlađenje i laser za naseljavanje kako bi se snimila florescencija atoma, tj. oblak se slika. Nakon toga ponavlja se ciklus mjerenja.

Sila zračenja femtosekundnog lasera izračuna se iz mjerenja pomaka CM oblaka uslijed interakcije s fs laserom. Pomak centra mase oblaka može se opisati klasičnim jednadžbama gibanja. Tijekom djelovanja sile zračenja na atome, tj. tijekom vremena

međudjelovanja atoma i fs lasera, atomi u hladnom oblaku gibaju se jednoliko ubrzano. U vremenskom intervalu nakon gašenja femtosekundnog lasera do paljenja lasera za hlađenje, tj. slikanja oblaka, centar mase oblaka giba se jednoliko pravocrtno s brzinom koju je imao na kraju interakcije s femtosekundnim laserom. Jednadžba gibanja koja opisuje ukupan pomak centra mase u vremenu  $t_{REC}$  glasi:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at_{FC}^2 + (at_{FC})(t_{REC} - t_{FC}), \quad (4.1)$$

gdje je  $a$  akceleracija centra mase oblaka nastala silom zračenja. Prvi član u desnoj strani jednadžbe jednak je jednolikom ubrzanom gibanju, dok je drugi član s desne strane jednadžbe jednak jednolikom pravocrtnom gibanju s brzinom  $at_{FC}$ .

Silu zračenja izračunamo iz drugog Newtonovog zakona  $F = ma$ , gdje je  $m$  masa rubidija  $m(^{87}Rb) = 1.443 \times 10^{-25} \text{ kg}$  [18]. Akceleraciju izračunamo pomoću izraza (4.1). Kako tijekom međudjelovanja femtosekundnog lasera i hladnih atoma je laser polovicu vremena ugašen, efektivna snaga je jednaka polovici snage femtosekundne zrake, a taj efekt u računamo tako da izraz za akceleraciju podjelimo s faktorom 2. Konačan izraz za silu zračenja dan je izrazom:

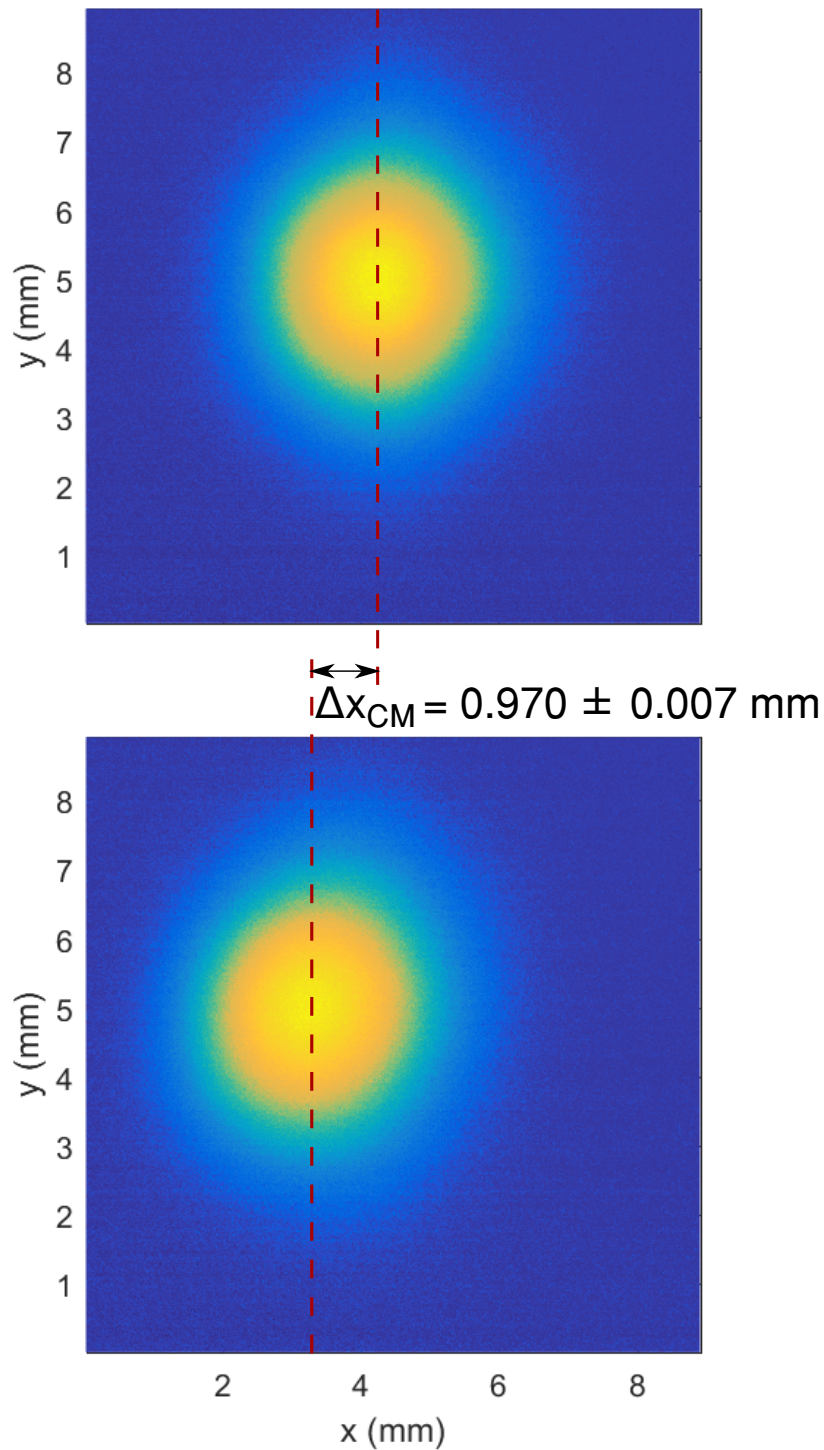
$$F_{rad} = \frac{m\Delta x/2}{2t_{FC}t_{REC} - t_{FC}^2}. \quad (4.2)$$

Primjer određivanja pomaka centra mase oblaka dan je na slici 4.8. Na gornjoj slici prikazani je oblak kada na njega ne djeluje sila zračenja, dok je na slici dolje oblak pomaknut od početnog položaja jer na njega djeluje sila zračenja. Na slici je prikazani maksimalni pomak centra masa, tj. slučaj kada je frekvencija  $(n+2)$ -moda FC u rezonanciji s prijelazom  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ .

#### 4.2.5 Mjerenje sile zračenja u konfiguraciji jedne grane frekventnog češlja

Sila zračenja koja nastaje kao rezultat međudjelovanja jednog niza fs pulseva (jedna grana) u ovisnosti o frekvenciji pomaka modova frekventnog češlja, prikazana je na slici 4.9 plavim simbolima.

Prilikom mjerenje poklopili smo lijevu granu FC (vidi sliku 4.2). Interakcija FC-a i atoma trajala je  $t_{FC} = 1 \text{ ms}$ , dok je ukupno vrijeme gibanja oblaka do uključanja kamere, tj. do snimanja jednako  $t_{REC} = 6 \text{ ms}$ . Mjerenje je provedeno bez prekidanja



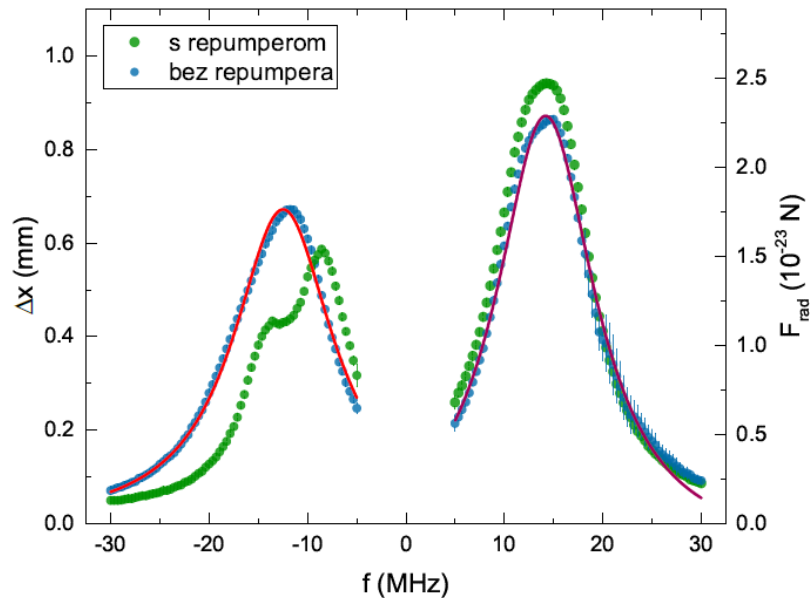
Slika 4.8: Primjer određivanja pomaka CM oblaka (lijeva y-os) i FC sila zračenja (lijeva y-os). Na slici gore prikazan je oblak kada na njega ne djeluje sila zračenja FC, dok je na slici dolje CM oblaka pomaknut za  $\Delta x_{CM}$  zbog djelovanja sile zračenja FC.

zrake FC-a pa u računu sile (4.2) akceleraciju ne dijelimo s faktorom 2.

n-ti mod frekventnog češlja stabiliziran je na 180 MHz od rezonantnog prijelaza  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ . Frekventna skala u mjerenjima sile zračenja kalibrirana je u odnosu na frekvenciju n-tog moda. Frekvencija modova FC se mijenja mijenjanjem frekvencije udara na koju se stabilizira frekvencija n-tog moda. Na slici

4.9 opažaju se dvije linije, koje odgovaraju sili zračenja uslijed pobudjivanja atoma  $^{87}\text{Rb}$  prijelaza  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$  (n+2)-im modom FC (frekventna skala na slici 5-30 MHz), odnosno pobudjivanje  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 2)$  prijelaza (n-3)-im modom FC (frekventna skala od -5 do -30 MHz). Sile su oblika Lorentziana, s širinom koja je veća od prirodne širine Rb linije zbog Zeemanovog efekta koji je rezultat nedovoljno precizne kompezacije neželjenih magnetskih polja u centru stupice. Prilagodbom izmjerenih podataka širine su jednake:  $12.2 \pm 0.3$  MHz za prijelaz  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$  te  $12.4 \pm 0.2$  MHz za prijelaz  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 2)$ . Detalji o frekventnoj skali mogu se naći u [14].

Na istoj slici, zelenim simbolima prikazana je sila zračenja izmjerena u slučaju kada je laser za naseljavanje uključen tijekom međudjelovanja atoma i fs lasera. Cilj je bio ispitati utjecaj lasera za naseljavanje na silu zračenja FC. Laser za naseljavanje propagira se okomito u odnosu na fs laser pa je izmjerena razlika u sili posljedica promjene populacije osnovnog i pobuđenog stanja atoma rubidija, a ne može biti posljedica mehaničkog efekta (sile) zbog prijenosa impulsa s lasera za naseljavanje na atom. U slučaju 2-3 rezonancije prisustvo lasera za naseljavanje povećava silu FC. To je i očekivano, s obzirom da laser za naseljavanje vraća atome natrag u optički



Slika 4.9: Ovisnost pomaka centra mase oblaka, tj. radijativne sile o frekventnom pomaku frekventnog češlja za prijelaze  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$  (frekventno područje 5-30 MHz) te  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 2)$  (frekventno područje (-30)-(-5) MHz) u uvjetima isključenog (plavo) i uključenog (zeleno) lasera za naseljavanje. Crvenom i ljubičastom linijom prikazana je prilagodba Lorentzove funkcije na izmjerene vrijednosti. Izmjerene širine linija iznose  $12.2 \pm 0.3$  MHz za prijelaz  $F=2$  u  $F'=3$  te  $12.4 \pm 0.2$  MHz za prijelaz  $F=2$  u  $F'=2$ .

zatvoreni ciklus, tj. u ciklus apsorpcije i spontane emisije uslijed FC interakcije. U slučaju 2-2 rezonancije, sila se ne ponaša prema očekivanjima. Sila je uz prisustvo lasera za naseljavanje manja, te joj se promijeni oblik. S obzirom da u slučaju 2-2 rezonancije (n-3) mod frekventnog češlja i laser za naseljavanje dijele isti pobuđeni nivo,  $F'=2$ , pretpostavlja se da dolazi do vezanja ova dva laserska polja i do nelinearnih interakcija između atoma i lasera. Ovaj problem bit će detaljno proučen u budućim istraživanjima, međutim izlazi iz okvira ovog diplomskog rada.

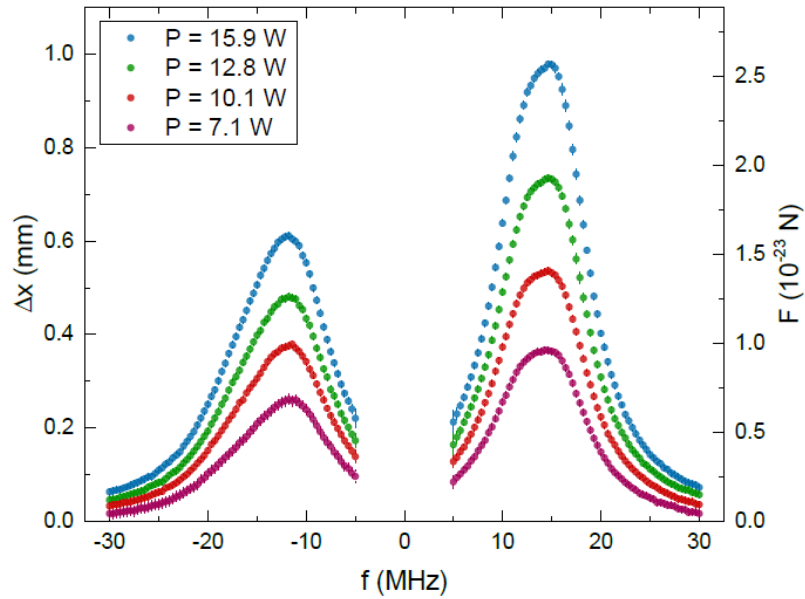
Maksimalna sila na atome izmjerena je u slučaju kada je frekvencija (n-3)-eg moda u rezonanciji s atomskim prijelazom  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  i frekvencija (n-2)-gog moda rezonantna s prijelazom  $F = 2 \rightarrow F' = 2$  iznosi  $F_{2 \rightarrow 3} = (2.57 \pm 0.02) \times 10^{-23} \text{ N}$   
 $F_{2 \rightarrow 3} = 1.75 \times 10^{-23} \text{ N}$ .

Osim ovisnosti o utjecaju lasera za naseljavanje, izmjerili smo ovisnost sile zračenja o snazi laserske zrake frekventnog češlja. Eksperimentalni parametri jednaki su kao i za prethodno mjerenje. Tijekom interakcije frekventnog češlja s atomima laser za naseljavanje je ugašen. Snagu laserske zrake mjerili smo neposredno ispred prozora vakuumske komore, a pomaci centra mase su izmjereni za četiri snage laserske zrake. Snagu laserske zrake mijenjali smo pomoću filtera kojeg smo postavili ispred mehaničkog zatvarača snopa. Ovisnost sile zračenja o frekvenciji FC za različite snage lasera prikazana je na slici 4.10.

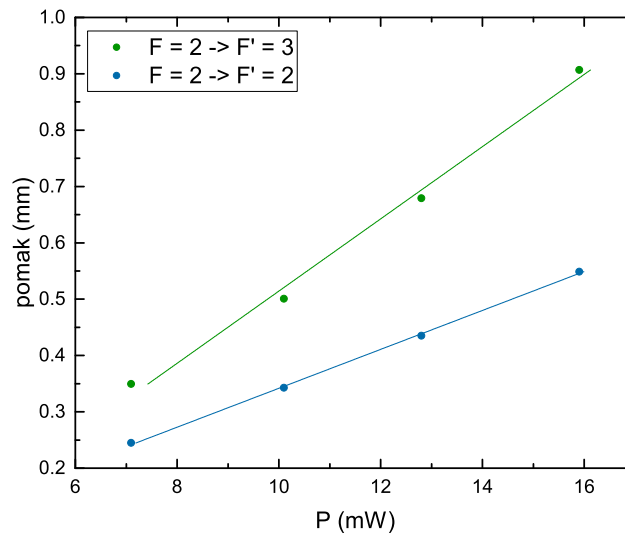
Na slici 4.11 prikazana je ovisnost pomaka centra mase oblaka o snazi laserske zrake za frekvencije n+2 te n-3 moda FC koji odgovaraju rezonantnim prijelazima  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$  te  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 2)$ . Uočavamo kako s porastom snage FC linearno se povećava pomak centra mase oblaka hladnih atoma, odnosno sila zračenja na atome. Takvo ponašanje ovisnosti sile o snazi laserske zrake u skladu je s teorijom za cw silu, u slučaju vrlo malih intenziteta kontinuiranih lasera. Iz dobivenih rezultata može se zaključiti da se FC sila zračenja ponaša analogno sili zračenja cw lasera, te se jedan mod frekventnog češlja može promatrati kao jedan cw laser [16].

#### 4.2.6 Mjerenje sile zračenja u konfiguraciji s dvije grane frekventnog češlja

Cilj ovog mjerenja bio je ispitati ponašanje sile zračenja za suprotno propagirajuće zrake za konfiguraciju "u fazi" te konfiguraciju "u protufazi" te utvrditi je li FC sila zračenja i u tim konfiguracijama analogna sili zračenja cw. S obzirom da su suprotno-



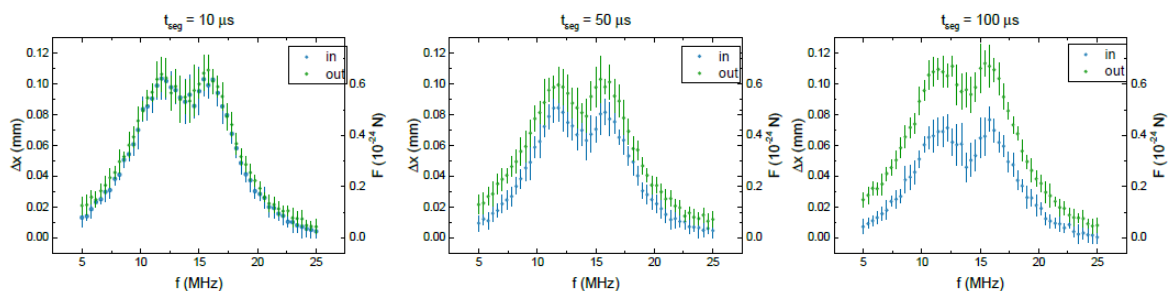
Slika 4.10: Ovisnost pomaka centra mase oblaka hladnih atoma rubidija o frekventnom pomaku frekventnog češlja te intenzitetu, tj. snage laserske zrake. Tijekom interakcije frekventnog češlja i atoma, laser za naseljavanje je ugašen.



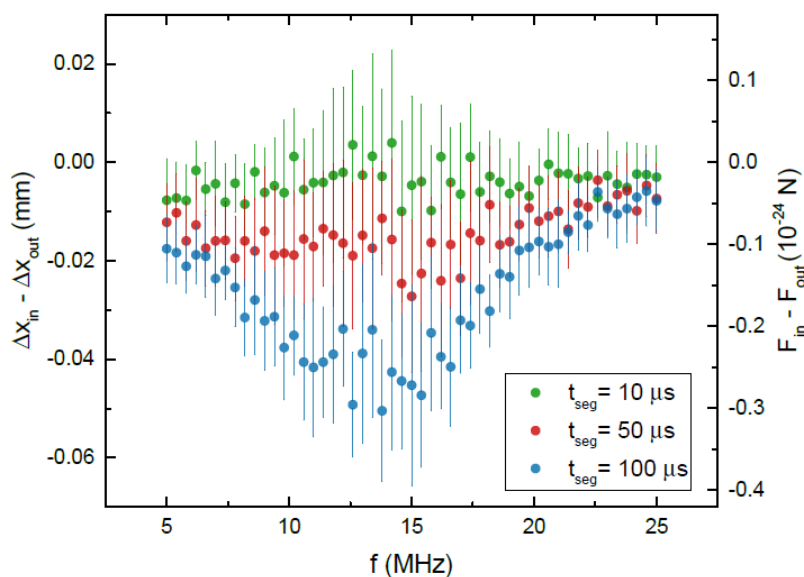
Slika 4.11: Ovisnost pomaka centra mase oblaka (lijeva y-os) i FC sila zračenja (lijeva y-os) hladnih atoma rubidija o snazi femtosekundnog lasera uzeta za frekvenciju maksimalnog pomaka CM, tj. u slučaju kada je frekvencija  $n+2$  moda  $n+2$  moda FC jednaka je rezonantnoj frekvenciji prijelaza  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ , a frekvencija  $n-3$  moda FC jednaka je frekvenciji prijelaza  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 2)$ .

propagirajuće zrake temelj magneto-optičkih stupica, dokazivanjem analogije FC sile i cw sile u navedenoj konfiguraciji otvorilo bi vrata za buduće eksperimente laserskog hlađenja i zarobljavanja koristeći FC.

U konfiguraciji "u fazi" kada obje zrake istovremeno upaljene, događa se međudjelovanje



Slika 4.12: Ovisnost pomaka centra mase, tj. sile zračenja FC na oblak hladnih atoma o frekvenciji za konfiguracije ”u fazi” i ”u protufazi” frekventnog češljaza tri vrijednosti trajanja segmenta paljenja, tj. gašenja zraka.

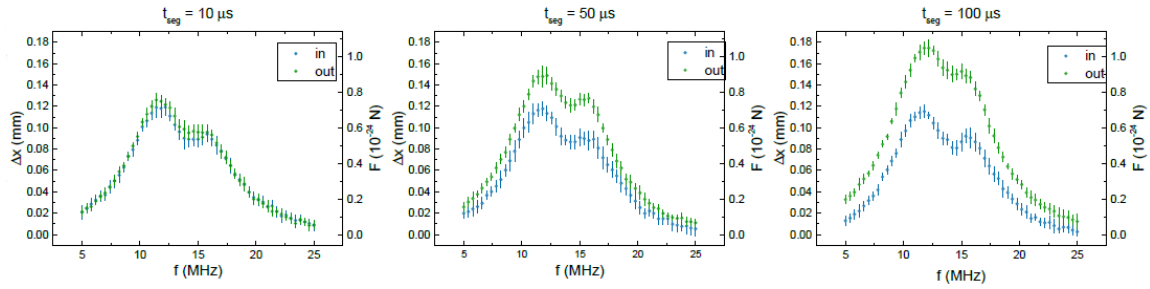


Slika 4.13: Razlika sile zračenja za konfiguraciju ”u fazi” i ”u protufazi” o frekventnom pomaku frekventnog češlja za različita trajanja segmenta paljenja i gašenja lijeve te desne grane laserske zrake.

atoma s dva niza pulseva, dok u konfiguraciji ”u protufazi” kada su zrake naizmjenice upaljenje, događa se interakcia atoma s jednim nizom pulseva. Ove dvije konfiguracije omogućuju nam da istražimo postoji li razlika između ove dvije vrste interakcije frekventnog češlja s atomima. U konfiguraciji u ”protufazi” tijekom jednog semgneta laserska zraka pomakne oblak hladnih atoma, dok u slijedećem segmentu, druga laserska zraka vrati oblak atoma u početni položaj. Za dugačko vrijeme interakcije, a sukladno teoriji prikazanoj u poglavlju 2.3, kao i teoriji u slučaju cw sile, očekujemo da je rezultatna sila jednaka nuli.

Vrijeme interakcije frekventnog češlja s atomom u narednim mjerjenjima iznosi  $F_{FC} = 6 \text{ ms}$ , dok je ukupno vrijeme gibanja oblaka do trenutka slikanja jednako  $t_{REC} = 7 \text{ ms}$ . Mjerenja promatramo samo u frekventnom prozoru  $5 - 25 \text{ MHz}$ , tj.

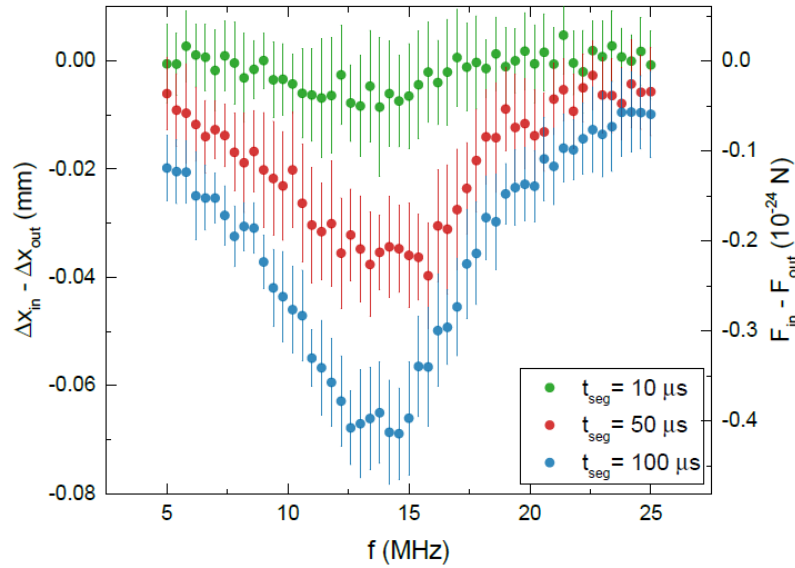




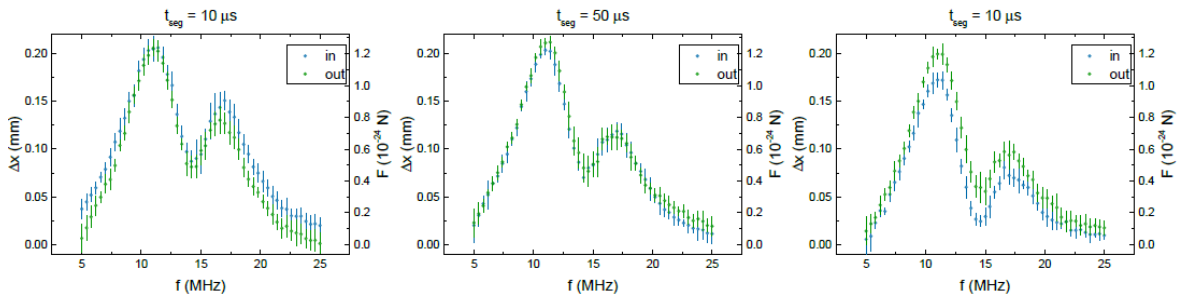
Slika 4.14: Ovisnost pomaka centra mase, tj. sile zračenja o frekvenciji za konfiguracije ”u fazi” i ”u protufazi” frekventnog češlja za tri vrijednosti trajanja segmenta paljenja, tj. gašenja zraka. Optički put desne grane zraka je produžen pa pulsevi iz desne grane kasne za  $\approx 0.5 ns$  u odnosu na pulseve iz lijeve grane.

kada je mod FC rezonantan s prijelazom  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ . Tijekom međudjelovanja frekventnog češlja s atomima laser za naseljavanje je ugašen, a protokol mjerenja prikazan je na slici 4.7. Mjerali smo ovisnost pomaka centra mase oblaka atoma o frekventnom pomaku frekventnog češlja za konfiguraciji ”u fazi” i ”u protufazi” za tri različita vremena trajanja segmenta paljenja, odnosno gašenja lijeve i desne grane zrake. Mjerenja su vršena za vremena trajanja segmenta  $t_{seg} = 10, 50, 100 \mu s$ . Pomaci centra mase, odnosno FC sila zračenja za svaku pojedinu konfiguraciju u ovisnosti o trajanju vremenskog segmenta prikazana je na slici 4.12. Sa slike je vidljivo da za segment od  $10 \mu s$  ne postoji razlika u sili za ”u fazi” i ”u protufazi” konfiguraciju. Razlika se povećava kako se povećava vrijeme trajanja jednog segmenta. S obzirom da su očekivane promjene u sili između dvije konfiguracije vrlo male, na slici 4.15 prikazana je razlika izmjerenih pomaka CM, tj. sila zračenja za tri različita segmenta paljenja/gašenja fs lasera. Razlika se povećava s povećanjem duljine trajanja segmenta.

Kako bismo provjerili je li izmjerena razlika u sili fizikalna ili se radi o nekom artefaktu, moramo se prisjetiti teorije u kojoj smo pokazali da je u konfiguraciji suprotno-propagirajućih fs pulseva rezultatna sila u smjeru vektora propagacije niza pulseva koji kasnije dolazi do atoma, vidi sliku 2.7. Da bismo to provjerili eksperimentalno, pomaknuli smo zrcala desne grane na način da smo produžili optički put u desnoj grani za  $\approx 30 cm$  pa sad pulsevi iz desne grane dolaze kasnije. Mjerenje je provedeno identično kao i prethodno. Na slici 4.14 prikazani su pomaci centra mase, tj. sila zračenja, dok je na slici 4.15 prikazana razlika sile u ovisnosti o frekventnom pomaku frekventnog češlja. Iz eksperimenta se dobiva kako su ”sile” za oba položaja zrcala, tj. za različite vrijednosti duljina optičkih puteve u istom smjeru.



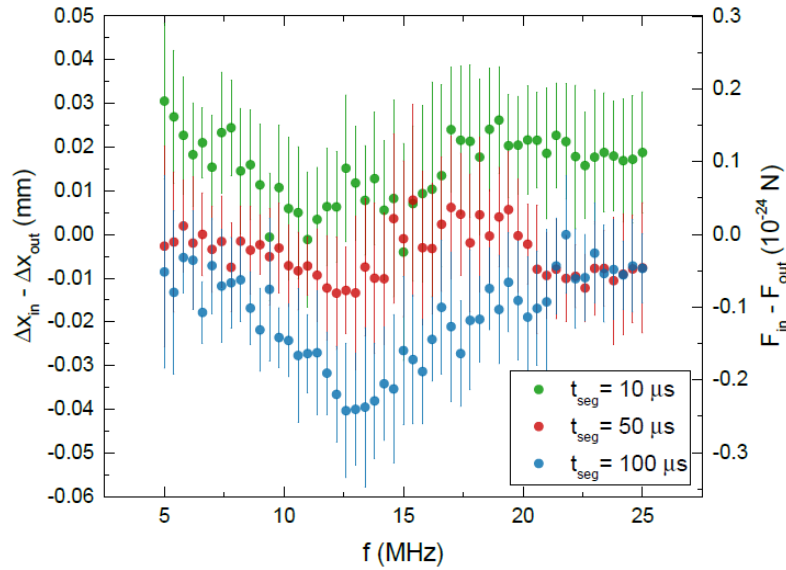
Slika 4.15: Razlika radijativne sile za konfiguraciju u fazi i van faze o frekventnom pomaku frekventnog češlja za različita trajanja segmenta paljenja i gašenja lijeve i desne grane zrake.



Slika 4.16: Ovisnost pomaka centra mase, tj. radijativne sile o frekvenciji za dvije konfiguracije paljenja lijeve i desne grane frekventnog češlja za tri vrijednosti trajanja segmenta paljenja, tj. gašenja zraka. Djelovanje lasera za naseljavanje isključeno je prilikom interakcije frekventnog češlja s atomima te vremena ekspozicije kamere.

Zbog toga zaključujemo da je ovisnost mjerene razlike pomaka CM između dvije konfiguracije o duljini trajanja segmenta uključivanja/isključivanja  $f_s$  lasera posljedica eksperimentalnih sistematskih grešaka, npr. nedovoljno precizno izjednačavanje intenziteta lijeve i desne grane FC. Dodatno, primjećeno je da na rezonanciji oblak promijeni oblik zbog toga jer veliki broj atoma izleti iz oblaka (uslijed interakcije s  $f_s$  laserom atomi dobiju značajnu brzinu), što može utjecati na točnost određivanja CM. I na kraju da bismo naglasili o kakvim se malim silama radi, tj. koliko je visoko osjetljivi naš "uređaj" za mjerenje sile zračenja, primjećujemo da je maksimalna izmjerena razlika između dviju konfiguracija je oko  $70 \mu m$ , što je pomak od otprilike 5 piksela.

Konačno mjerenje smo ponovili na način da je tijekom vremena u kojem snimamo



Slika 4.17: Razlika radijativne sile za konfiguraciju u fazi i van faze o frekventnom pomaku frekventnog češlja za različita trajanja segmenta paljenja i gašenja lijeve i desne grane zrake. Djelovanje lasera za naseljavanje isključeno je prilikom interakcije frekventnog češlja s atomima te vremena ekspozicije kamere.

oblak laser za naseljavanje bio ugašen. Mjerenja su provedena na identičan način kao i prethodno opisana dva. Pomaci centra mase oblaka atoma, tj. sila zračenja prikazani su na slici 4.16, dok je razlika sila za dvije konfiguracije paljenja zraka dana na slici 4.17.

Sa slike 4.17 ne uočavamo odstupanje ponašanja pomaka centra mase u odnosu na prva dva provedena mjerenja prikazana na slikama 4.13 i 4.15.

Možemo zaključiti da u provedenom eksperimentu nije opažena razlika u sili zračenja između konfiguracija kada atom djeluje istovremeno (konfiguracija "u fazi") ili naizmjenično (konfiguracija u "protu-fazi") s dva niza suprotno-propagirajućih fs pulseva. Kako iz teorijskog razmatranja slijedi da je očekivana sila u konfiguraciji suprotno-propagirajućih naizmjeničnih pulseva jednaka nuli, onda zaključujemo da je i sila u konfiguraciji kada atom istovremeno međudjeluje s dva niza fs pulseva također jednaka nuli. Ovaj zaključak je u suprotnosti s teorijskim očekivanjima, vidi poglavlje 2.3, koja su temeljena na modelu razvijenom od strane [16]. Razlog ovog neslaganja može biti dvojak: a) Teorijski model predstavljen u poglavlju 2.3 razmatra silu kao klasičnu veličinu. U tom su pristupu efekti međusobnog sprezanja unutrašnjih (atomske nivou) i vanjskih (impuls atoma) stupnjeva slobode atoma zanemarivi, tj. ne postoje. Kako se radi o pobudi atoma s vrlo kratkim pulsevima, moguće je da koherencija između unutrašnjih i vanjskih stupnjeva slobode preživi

neko određeno vrijeme te da to onda modificira silu. Kako bi se provjerila ova pretpostavka potrebno je napraviti pun kvantno mehanički opis interakcije i odgovarajuće sile. (b) Iznos sile manji je od eksperimentalne točnosti mjerenja sile. U nepouzdanost mjerenja sile ulazi statistička pogreska određivanja pomaka CM (dobivena iz srednje vrijednosti 10 jednakih mjerenja), sistematska pogreška kao što je nedovoljno precizno izjednačavanje intenziteta lijeve i desne zrake, promjena oblika oblaka na rezonancij te neželjena vanjska magnetska polja Problem se može riješiti usavršavanjem eksperimentalne tehnike, korištenjem duljeg vremena interakcije između atoma i fs lasera, kao i otklanjanjem svih neželjenih magnetskih polja. Istraživanja u ovom dijelu diplomskog rada otvorila su niz novih pitanja te su pokazala koliko puno eksperimentalnog napora treba uložiti da bi se izmjerile sile koje su iznosa u području  $10^{-25}$  N.

## 5 Zaključak

U ovom radu proučavali smo silu zračenja na hladne atome rubidija uslijed međudjelovanja s nizom fs pulseva u konfiguraciji jedne i dvije suprotno propagirajuće fs zrake. Prije međudjelovanja s fs laserom, pripremili smo hladne atome  $^{87}\text{Rb}$  u magneto-optičkoj stupici koristeći tehniku laserskog hlađenja i zarobljavanja.

Silu zračenja određivali smo iz mjerenja pomaka centra masa oblaka hladnih atoma nakon međudjelovanja s fs laserom. U slučaju međudjelovanja s jednom fs zrakom izmjerena je sila najjaca kada je jedan mod frekventnog češlja u rezonanciji s  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$ , odnosno  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 2)$  prijelazom.

Za prijelaz  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$  sila zračenja iznosi  $F_{rad} = (2.57 \pm 0.02) \times 10^{-23} \text{ N}$ , a za prijelaz  $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 2)$  iznosi  $F_{rad} = (1.604 \pm 0.007) \times 10^{-23} \text{ N}$ . Dodatno smo izmjerili ovisnost o snazi fs lasera te ovisnost o laseru za naseljavanje tijekom interakcije frekventog češlja s oblakom hladnih atoma. Izmjerena sila zračenja u skladu je s teorijskim modelom te je analogna sili koja se očekuje u slučaju međudjelovanja atoma s kontinuiranim laserom.

U konfiguraciji dvije suprotno propagirajuće fs zrake mjerila se sila zračenja u uvjetima kada atomi istovremeno međudjeluju s obje fs zrake (konfiguracija "u fazi") i kada naizmjenično međudjeluju sa fs zrakama koje dolaze iz dva suprotno-propagirajuća smjera (konfiguracija "u protufazi"). Konfiguracija "u protufazi" analogna je međudjelovanju atoma s dva suprotno propagirajuća kontinuirana lasera, pa je za tu konfiguraciju očekivana resultantna sila jednaka nuli. Cilj ovog mjerenja bilo je utvrditi postoji li razlika mjerenih sila između promatranih konfiguracija, tj. dovodi li istovremeno međudjelovanje dva fs niza do novih efekata koji uzrokuju silu koja bi bila različita od nule. Navedena sila predviđena je predstavljenim teorijskim modelom, no njezin je iznos vrlo mali, čak dva reda veličine manji od sile u slučaju međudjelovanja s jednim nizom fs pulseva.

U eksperimentu se nije potvrdilo postojanje sile zračenja u slučaju kada atomi istovremeno međudjeluju s dva niza fs pulseva. S obzirom da se radi o vrlo maloj sili, mogući je razlog nedovoljna rezolucija određivanja pomaka centra masa kao i utjecaj promjene oblika oblaka na određivanje centra masa.

Istraživanja u ovom diplomskom radu otvorila su niz novih pitanja koja nadilaze

sadržaj ovog diplomskog rada na kojima će se u laboratoriju za hladne atome nastaviti raditi.

## Literatura

- [1] Quantum Manifesto, A New Era of Technology. 2016. [http://querope.eu/system/files/u7/93056\\_Quantum%20Manifesto\\_WEB.pdf](http://querope.eu/system/files/u7/93056_Quantum%20Manifesto_WEB.pdf) (28.6.2017)
- [2] Hänsch, T. A.; Schawlow, A. L. Cooling of gases by laser radiation // Opt. Commun. 13, 68(1975)
- [3] Chu, S. et al. Three-Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure // Phys. Rev. Lett. 55, 48(1985)
- [4] Weiner, J.; Bagnato, V.; Zilio, S.; Julienne, P. Experiments and theory in cold and ultracold collisions // Rev. Mod. Phys. 71, 1(1999)
- [5] Heavner, T. P. et al. First accuracy evaluation of NIST-F2 // Metrologia 51, 174(2014).
- [6] Bloom, B. J. et al. An optical lattice clock with accuracy and stability at the  $10^{-18}$  level // Nature 506, 71(2014)
- [7] Shuman, E. S.; Barry, J. F.; DeMille, D. Laser cooling of a diatomic molecule // Nature 467, 820(2010)
- [8] Kozyryev, I. et al. Sisyphus Laser Cooling of a Polyatomic Molecule // Phys. Rev. Lett. 118, 173201(2017)
- [9] Kielpinski, D. Laser cooling of atoms and molecules with ultrafast pulses // Phys. Rev. A 73, 063407 (2006)
- [10] Aumiler, D.; Ban, T. Simultaneous Laser Cooling of Multiple Species Using an Optical Frequency Comb // Phys. Rev. A 85, 063412 (2012).
- [11] Metcalf, H. J.; van der Straten, P Laser Cooling and Trapping. Springer, 1999.
- [12] Cappellaro, P. Quantum Theory of Radiation Interactions, 2012 // [https://ocw.mit.edu/courses/nuclear-engineering/22-51-quantum-theory-of-radiation-interactions-fall-2012/lecture-notes/MIT22\\_51F12\\_Notes.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/nuclear-engineering/22-51-quantum-theory-of-radiation-interactions-fall-2012/lecture-notes/MIT22_51F12_Notes.pdf) (17.6.2017)

- [13] Jones, M. P. A. Atom-Light Interactions // [http://community.dur.ac.uk/thomas.billam/PreviousNotes\\_MPAJones.pdf](http://community.dur.ac.uk/thomas.billam/PreviousNotes_MPAJones.pdf) (16.6.2017)
- [14] Cipriš, A. Hlađenje atoma optičkim frekventnim češljem. Diplomski rad. Zagreb: Prirodoslovno-matematički fakultet, 2017.
- [15] Cundiff, S. T.; Ye, J. Colloquium: Femtosecond optical frequency combs // *Rev. Mod. Phys.* 75, 325(2003)
- [16] Ilinova, E.; Ahmad, M.; Derevianko, A. Doppler cooling with coherent trains of laser pulses and a tunable velocity comb // *Phys. Rev. A* 84, 033421(2011)
- [17] Felinto, D.; Bosco, C. A. C.; Acioli, L. H.; Vianna, S. S. Coherent accumulation in two-level atoms excited by a train of ultrashort pulses // *Opt. Commun.* 255, 69(2003)
- [18] Steck, D. A. Rubidium 87 D Line Data, <http://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.1.6.pdf> (28.6.2017)
- [19] Kregar, G.; Šantić, N.; Aumiler, D.; Buljan, H.; Ban, T. Frequency-comb-induced radiative force on cold rubidium atoms // *Phys. Rev. A* 89, 053421(2014)
- [20] Griffiths, D. J. *Introduction to Quantum Mechanics*, 2nd ed., Prentice Hall, 2004.
- [21] Cateye External Cavity Diode Laser Model CEL002, MOGLabs, [http://www.moglabs.com/uploads/2/4/2/1/24212474/moglabs\\_cel002\\_manual\\_rev108.pdf](http://www.moglabs.com/uploads/2/4/2/1/24212474/moglabs_cel002_manual_rev108.pdf)(22.6.2017)
- [22] Pearman, C. P. et al. Polarization spectroscopy of a closed atomic transition: applications to laser frequency locking // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 35, 24(2002)
- [23] Preston, D. W. Doppler-free saturated absorption: Laser spectroscopy // *Am. J. Phys.* 64, 11(1996)
- [24] Diode Laser Series DL 100 for spectroscopic applications in physics and chemistry, Toptica Photonics, [https://wiki.kip.uni-heidelberg.de/KIPwiki/images/1/18/Toptica\\_DL100\\_Werbung.pdf](https://wiki.kip.uni-heidelberg.de/KIPwiki/images/1/18/Toptica_DL100_Werbung.pdf)(22.6.2017)



- [25] Delgado-Pinar, M. et al. Q-switching of an all-fiber laser by acousto-optic modulation of a fiber Bragg grating // Opt. Express 14, 3(2006)
- [26] Keller, U et al. Two-gigahertz repetition-rate, diode-pumped, mode-locked Nd:YLF laser // Opt. Lett. 15, 45(1990)
- [27] Paladus, B. A. et al. Laser diode cavity ring-down spectroscopy using acousto-optic modulator stabilization // J. Appl. Phys. 82, 7(1997)
- [28] Milonny, P. W.; Eberly, J. H. Laser Physics. Willey, 2010.
- [29] Yariv, A. Quantum Electronics. Willey, 1989.
- [30] Donley, E. A. et al. Double-pass acousto-optic modulator system // Rev. Sci. Instrum. 76, 063112(2005)
- [31] Anti-Helmholtz coil vector field plot, [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:VFpT\\_anti-helmholtz\\_coil\\_thumb.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:VFpT_anti-helmholtz_coil_thumb.svg) (22.6.2017)
- [32] DeTroye, D. J.; Chase, R. J. The Calculation and Measurement of Helmholtz Coil Fields, 1994.
- [33] VacIon Plus 40/55/75 pumps User Manual, Agilent Technologies, [http://cn.agilent.com/cs/library/usermanuals/public/VacIon\\_Pumps\\_40\\_55\\_75\\_Manual.pdf](http://cn.agilent.com/cs/library/usermanuals/public/VacIon_Pumps_40_55_75_Manual.pdf) (21.6.2017)
- [34] Griffiths, D. J. Introduction to Electrodynamics, 4th edition, Pearson Education, 2014.
- [35] Matselenak, Y. Advanced hard and soft iron magnetometer calibration for dummies, <http://diydrone.com/profiles/blogs/advanced-hard-and-soft-iron-magnetometer-calibration-for-dummies> (22.6.2017)
- [36] Magnetic Field Calculators, Magnetic Field Estimated Value. <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag-web/#igrfwmm> (3.7.2017)
- [37] Hyperfine spectrometer, Specifications <https://lightmachinery.com/spectrometers/hyperfine-spectrometer/?gclid=CJ30rsHG6NQCFYTGGw0dx7c0UA> (1.7.2017)

- [38] Optical Heterodyne Detection, [https://www.rp-photonics.com/optical\\_heterodyne\\_detection.html](https://www.rp-photonics.com/optical_heterodyne_detection.html) (1.7.2017)
- [39] Broiley, P. A. Products and Convolutions of Gaussian Probability Density Functions, [http://129.173.120.78/~kreplak/wordpress/wp-content/uploads/2010/12/gaussians\\_convolutions\\_lecture3.pdf](http://129.173.120.78/~kreplak/wordpress/wp-content/uploads/2010/12/gaussians_convolutions_lecture3.pdf) (26.6.2017)
- [40] Fermann, M. E.; Andrejco, M. J.; Silberberg, Y.; Stock, M. L. Passive mode locking by using nonlinear polarization evolution in a polarization-maintaining erbium-doped fiber // Opt. Lett. 18, 11(1993)
- [41] Vujičić, N. Utjecaj magneto-optičkih efekata na rezonantne linije rubidijevih atoma. Doktorski rad. Zagreb: Prirodoslovno-matematički fakultet, 2011.
- [42] Kovačić, D. Stvaranje superkontinuumu u nelinearnom optičkom vlaknu. Diplomski rad. Zagreb: Prirodoslovno-matematički fakultet, 2017. (u izradi)
- [43] Franken, P. A.; Hill, A. E.; Peters, C. W.; Weinreich, G. Generation of Optical Harmonics // Phys. Rev. Lett. 7, 118(1961)
- [44] Kovačić, D. Stabilizacija optičkog frekventnog češlja. Seminarski rad. Zagreb: Prirodoslovno-matematički fakultet, 2017.
- [45] Bensa, G. Razvoj hitrih zaslonk za laserske žarke. Diplomski rad. Ljubljana: Fakultet za matematiku i fiziku, 2013.