

# Proučavanje supravodljivih fluktuacija i pseudoprocjepa u visokotemperaturnim supravodičima mikrovalnom metodom

---

Grbić, Mihael

Doctoral thesis / Disertacija

2011

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:392050>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-14**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)





SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO - MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Mihael Srđan Grbić

**PROUČAVANJE SUPRAVODLJIVIH  
FLUKTUACIJA I PSEUDOPROCJEPA U  
VISOKOTEMPERATURNIM  
SUPRAVODIČIMA MIKROVALNOM  
METODOM**

DOKTORSKI RAD

Zagreb, 2011.





UNIVERSITY OF ZAGREB  
FACULTY OF SCIENCE  
PHYSICS DEPARTMENT

Mihael Srđan Grbić

**INVESTIGATION OF SUPERCONDUCTING  
FLUCTUATIONS AND PSEUDOGAP IN  
HIGH TEMPERATURE  
SUPERCONDUCTORS BY MICROWAVE  
METHOD**

DOCTORAL THESIS

Zagreb, 2011.





SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO - MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Mihael Srđan Grbić

**PROUČAVANJE SUPRAVODLJIVIH  
FLUKTUACIJA I PSEUDOPROCJEPA U  
VISOKOTEMPERATURNIM  
SUPRAVODIČIMA MIKROVALNOM  
METODOM**

DOKTORSKI RAD

Mentor:  
prof. dr. sc. Miroslav Požek

Zagreb, 2011.



“For Man will hearken to his glozing lies,  
And easily transgress the sole command,  
Sole pledge of his obedience. So will fall  
He and his faithless progeny. Whose fault?  
Whose but his own? Ingrate, he had of me  
All he could have. I made him just and right,  
Sufficient to have stood, though free to fall.

Such I created all ethereal powers  
And spirits, both them who stood, and them who failed.  
Freely they stood who stood, and fell who fell.”

J. Milton, “*Paradise Lost*” [III., 93 – 102]





## TEMELJNA DOKUMENTACIJSKA KARTICA

Sveučilište u Zagrebu  
Prirodoslovno–matematički fakultet  
Fizički odsjek

Doktorska disertacija

### **Proučavanje supravodljivih fluktuacija i pseudoprocjepa u visokotemperaturnim supravodičima mikrovalnom metodom**

MIHAEL SRĐAN GRBIĆ

Prirodoslovno - matematički fakultet, Sveučilište u Zagrebu

U ovom radu je tehnikom mikrovalne apsorpcije proučavan doprinos fluktuacijske vodljivosti na temperaturama iznad temperature supravodljivog prijelaza ( $T_c$ ) u trima porodicama kuprata -  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ ,  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$  i  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ . Iz izračunatih vrijednosti  $\sigma_{ab(c)}$  određen je raspon temperaturnog prostiranja fluktuacija  $^{ab(c)}T'$ . Diskutirana je ovisnost  $^{ab(c)}T'$  o dopiranju i kakve implikacije ono nosi obzirom na trenutna teorijska predviđanja o supravodljivim fluktuacijama i pseudoprocjepu.

Za potrebe rada su izračunate raspodjele polja za modove eliptične cilindrične šupljine, raspodjela polja u beskonačno dugom pravokutnom anizotropnom uzorku, te je napravljen jednodimenzionalni numerički model za nelinearno širenje topline. Također, izrađeni su novi dijelovi eksperimentalnog postava kako bi se osigurala bolja stabilnost mjerenja, te su analizirana ranija mjerenja na uzorku  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ .

Disertacija sadrži 145 stranica, 57 slika, 13 tablica. Jezik izvornika: hrvatski.

Mentor:

Prof. dr. sc. M. Požek

Povjerenstvo za obranu:

Prof. dr. sc. S. Ž. Barišić

Prof. dr. sc. M. Požek

Dr. sc. M. Prester

Dr. sc. M. Horvatić

Prof. dr. sc. I. Batistić

Radnja prihvaćena: 18. siječnja 2011.



## MAIN DOCUMENTATION CARD

University of Zagreb  
Faculty of science  
Physics Department

Doctoral thesis

### **Investigation of superconducting fluctuations and pseudogap in high temperature superconductors by microwave technique**

MIHAEL SRĐAN GRBIĆ

Faculty of science, University of Zagreb

We study the response of superconducting fluctuations by microwave absorption technique, above the transition temperature ( $T_c$ ) in three families of cuprates -  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ ,  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$  and  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ . From the calculated values of  $\sigma_{ab(c)}$  with and without applied magnetic field we determine the temperature span of fluctuations  ${}^{ab(c)}T'$ . The doping dependence of  ${}^{ab(c)}T'(p)$  and the implications of the measured data are discussed. Obtained results are compared with current theoretical and experimental findings on superconducting fluctuations and pseudogap. Within the scope of the thesis we calculated the electromagnetic field distributions of our resonating cavity, magnetic field distribution in an infinite rectangular anisotropic rod, and developed a numerical model for one-dimensional nonlinear heat propagation. Also, new parts of the measurement setup were made to ensure a better stability of the measurement process, and earlier measurements of  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  were analyzed.

The thesis contains 145 pages, 57 figures, 13 tables. Language: Croatian.

Mentor:

Prof. dr. sc. M. Požek

Comission for defence:

Prof. dr. sc. S. Ž. Barišić

Prof. dr. sc. M. Požek

Dr. sc. M. Prester

Dr. sc. M. Horvatić

Prof. dr. sc. I. Batistić

Thesis accepted: January 18<sup>th</sup> 2011.



## ZAHVALE

Tijekom izrade ovog rada pokušao sam što kvalitetnije obuhvatiti i, u konačnici, prezentirati jedno bogato područje fizike čvrstog stanja. Kako bih primio što više znanja i razvio se kao kvalitetan znanstvenik, razgovarao sam, diskutirao, tražio savjet od mnogih suradnika, kolega i prijatelja koji su mi često bili uzor i motivacija za daljnji trud. Istinski sam im zahvalan i smatram se dužnikom njihovoj bezuvjetnoj želji da odgovore na sva moja pitanja i nejasnoće. U 5 godina ih se skupio popriličan broj, i pokušat ću sve spomenuti.

Hvala mentoru prof. dr. M. Požeku koji me uveo u svijet visokotemperaturnih supravodiča, čvrsto držao uzde na putu poslijediplomskog studija, i što je svaki put bez zamjerki podmetnuo svoja leđa kad je to bilo najpotrebnije. Hvala prof. dr. A. Dulčiću čija me staloznenost i upornost naučila kritičnom objektivnom pristupu makar se u danom trenutku to činilo teško. Hvala prof. dr. S. Ž. Barišiću i dr. E. Tutišu na mnogim diskusijama i objašnjenjima vezanim za sveobuhvatnu fiziku visokotemperaturne supravodljivosti. Velika hvala M. Basletiću i E. Tafri od kojih sam cijelo vrijeme “krao“ znanje, računalne kôdove, savjete, alate, čak i uže iz laboratorija. Kolege i prijatelji A. Ficnar, G. Nikšić i M. Sever su me spasili svaki put kada, opijen od pretjeranog rada, više ne bih vidio drvo od šume, te me osvježili malim i velikim životnim radostima. Istinski se zahvaljujem tehničkoj podršci koju su mi pružili M. Šušak, I. Čičko i K. Drvodelić, te pokojnom I. Badeniću koji je prvi uspio napraviti taj mali, ali kompliciran komad eksperimentalnog postava koji je prepotentno izišao iz moje glave.

Hvala mojoj obitelji i djevojci Ivani koji su me cijelo vrijeme podupirali i svojom ljubavlju svako jutro davali snage za dodatan trud. I na kraju, iako hvala nije dovoljno jaka riječ, hvala I. Kupčiću koji je točno znao kojim putem me treba navesti da bih upio što više njegovog znanja i iskustva.



# Sadržaj

<b>Sadržaj</b>	<b>xi</b>
<b>Popis slika</b>	<b>xvii</b>
<b>Popis tablica</b>	<b>xix</b>
<b>1 Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2 Teorijski pregled</b>	<b>5</b>
2.1 Drudeov model vodljivosti . . . . .	5
2.2 Boltzmannove jednačbe . . . . .	9
2.3 Električna vodljivost izvan pristupa klasične fizike . . . . .	10
2.3.1 Tenzor električne vodljivosti . . . . .	11
2.3.2 Emeryev model i utjecaj procjepa . . . . .	12
2.4 BCS teorija supravodljivosti . . . . .	19
2.5 Generalizirani model dva fluida . . . . .	24
2.6 Supravodljive fluktuacije . . . . .	25
<b>3 Dosadašnja eksperimentalna istraživanja</b>	<b>33</b>
<b>4 Eksperimentalni postav</b>	<b>39</b>
4.1 Mjerenje pomaka kompleksne frekvencije . . . . .	41
4.1.1 Metoda mikrovalne apsorpcije . . . . .	42
4.1.2 Detekcija frekvencije elektromagnetskog zračenja . . . . .	44
4.2 Mjerenje i kontrola temperature . . . . .	45
4.3 Izrada toplinskog nosača . . . . .	48



4.4	Modovi rezonantne šupljine eliptičnog poprečnog presjeka . . . . .	50
4.5	Raspodjela mikrovalnog magnetskog polja u beskonačno dugom pravokutnom uzorku . . . . .	55
4.6	Provjera toplinske stabilnosti mjerenja - simulacija nelinearnog širenja topline za 1D slučaj . . . . .	61
<b>5</b>	<b>Uzorci</b>	<b>67</b>
5.1	$\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ . . . . .	67
5.2	$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ . . . . .	69
5.3	$\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ . . . . .	71
5.4	$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ . . . . .	74
<b>6</b>	<b>Rezultati i diskusija</b>	<b>75</b>
6.1	Mjerenja uzoraka $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ . . . . .	76
6.2	Mjerenja uzoraka $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ . . . . .	80
6.3	Mjerenja uzoraka $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ . . . . .	83
6.4	Rezultat mjerenja uzorka $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ . . . . .	86
6.5	Mjerenja uzoraka u orijentaciji $H  ab$ . . . . .	89
6.6	Diskusija . . . . .	91
6.6.1	Kratki doseg fluktuacija . . . . .	91
6.6.2	Temperaturni doseg fluktuacija u $\text{CuO}_2$ ravninama i izvan njih . . . . .	91
6.6.3	Ovisnost širine fluktacijskog područja o dopiranju . . . . .	92
6.6.4	Anizotropija kritičnih polja . . . . .	93
6.6.5	Veza fluktuacija i pseudoprocjepa . . . . .	94
<b>7</b>	<b>Zaljučak</b>	<b>97</b>
	<b>Popis literature</b>	<b>99</b>
<b>A</b>	<b>Nacrti toplinskog nosača</b>	<b>105</b>
<b>B</b>	<b>Izvod svojstvenih vrijednosti i svojstvenih vektora za eliptičnu cilindričnu šupljinu</b>	<b>110</b>
B.1	Eliptični cilindrični koordinatni sustav [76] . . . . .	110

B.2	Svojstveni vektori za transverzalne električne (TE) i transverzalne magnetske (TM) modove . . . . .	114
B.3	Svojstvene vrijednosti - rezonantne frekvencije . . . . .	120
<b>C</b>	<b>Izvod raspodjele mikrovalnog magnetskog polja u beskonačno dugom pravokutnom uzorku</b>	<b>122</b>
<b>D</b>	<b>Program za izračunavanje vodljivosti iz mjerenih podataka</b>	<b>126</b>
<b>E</b>	<b>Račun za nelinearno širenje topline u nosaču uzorka</b>	<b>133</b>
<b>F</b>	<b>Vodljivost za slučaj <math>H \neq 0</math>, <math>\omega \neq 0</math></b>	<b>141</b>
F.1	Drudeov model . . . . .	141
F.2	Boltzmannove jednačbe . . . . .	142
<b>G</b>	<b>Popis radova</b>	<b>144</b>



# Popis slika

1.1	Standardni fazni dijagram visokotemperaturnih supravodiča. . . . .	2
2.1	Realan (puna linija) i imaginaran (crtkana linija) dio vodljivosti Drude-ova modela u slučaju periodične pobude. . . . .	8
2.2	Osnovni kanali preskoka u primitivnoj ćeliji Emeryeva modela korišteni u ovom računu. Razmatramo samo doprinos $\text{CuO}_2$ ravnine, te preskoke najbližih susjeda (kisik-bakar; $t_{pd}$ ) koji imaju najveće preklapanje. . . .	13
2.3	Cijepanje $d$ -orbitala za različite geometrije kompleksa. Slika preuzeta iz reference [6]. . . . .	14
2.4	a) Disperzije izračunate u ovom radu na različitim dijelovima $\mathbf{k}$ -prostora, b) izgled Fermijeve plohe za tri različite razine popunjenja; $\delta = -0.25, 0$ i $0.3$ . . . . .	15
2.5	Gustoća stanja u ovisnosti o: a) kemijskom potencijalu $E_F$ i b) popunjavanju vrpce $\delta$ . . . . .	16
2.6	Otvaranje procjepa u gustoći stanja na različitim temperaturama $T \leq T_{CDW}$ u ovisnosti o $E_F$ . . . . .	16
2.7	Vodljivost izračunata za $\hbar\omega = 0.05$ eV . . . . .	17
2.8	Ovisnost vodljivosti o frekvenciji prilikom otvaranja CDW procjepa za temperature $T \leq T_{CDW}$ . . . . .	17
2.9	Ovisnost $n_{\alpha\alpha}^{eff}$ o dopiranju za temperature $T \leq T_{CDW}$ . . . . .	18
2.10	Ovisnost BCS parametara $v_{\mathbf{k}}^2$ (vjerojatnost da par popunjava stanju $\mathbf{k}$ ) i $ v_{\mathbf{k}}   u_{\mathbf{k}} $ (vjerojatnost razbijanja para u stanju $\mathbf{k}$ ) o energiji para $\xi_{\mathbf{k}}$ , na temperaturi $T = 0$ K. . . . .	21
2.11	Gustoća stanja slobodnog elektronskog plina na $T = 0$ K s procjepom na Fermijevom nivou u okviru BCS teorije. . . . .	22

2.12	Eksperiment kojim je pokazano kako je simetrija supravodljivog parametra uređenja visokotemperaturnog supravodiča većinom $d$ -valna. Za potrebe mjerenja su izrađeni otvoreni prsteni od YBCO-a čiji je kut otvorenosti variran u pomacima za $5^\circ$ , a dva kraja prstena su spojena klasičnim supravodičem $s$ -simetrije (Nb). Slika preuzeta iz [4]. . . . .	23
2.13	Ilustracija temperaturne ovisnosti parametra uređenja za slučaj kvazi-3D GL funkcionala. . . . .	27
2.14	Ilustracija temperaturne ovisnosti parametra uređenja za slučaj kvazi-2D GL funkcionala gdje je $T_c$ malo potisnut regularnim fluktuacijama faze, a temperaturno područje fluktuacija prošireno anizotropijom. . . . .	28
2.15	Fazna čvrstoća u klasičnom supravodiču (Nb) na dvije različite frekvencije [16]. . . . .	30
2.16	Kvalitativan prikaz karakteristika parametra uređenja u ovisnosti o razini dopiranja ( $x$ ) i broju $\text{CuO}_2$ ravnina ( $i$ ). Temperatura supravodljivog prijelaza $T_c^i$ (puna linija), jakost amplitude parametra uređenja $\Delta_0$ (točka-crta), fazna čvrstoća $T_\theta^i$ (crtkana linija). Slika preuzeta iz [18]. . . . .	31
2.17	Ovisnost $\sigma_1(T)$ (pune linije) i $\sigma_2(T)$ (crtkane linije) za različite mjerne frekvencije u sklopu razmatranja Peligrad i sur. [20, 21] za $T_c = 87$ K. . . . .	32
3.1	Pad fazne čvrstoće na različitim mjernim frekvencijama u Bi2212, te interpolirana vrijednost za $\omega \rightarrow \infty$ . Manja slika pokazuje izračunato vrijeme relaksacije Cooperovih parova [17]. . . . .	33
3.2	Ovisnost superfluidne gustoće o temperaturi za 14 različitih dopiranja blizu granice supravodljivosti. Puna i crtkana linija označavaju predviđanja KT prijelaza. Slika preuzeta iz ref. [24]. . . . .	34
3.3	Oktet impulsa kvazičestičnog interferentnog uzorka iz ref. [26]. . . . .	35
4.1	Shema mjernog postava. Opis rada je u poglavlju 4.1.2. . . . .	40
4.2	Signal u vrhu Lorentziana . . . . .	46
4.3	Safirni nosač s uzorkom . . . . .	46
4.4	Raspodjela magnetskog (plave strelice) i električnog (crvene strelice) polja za ${}_eTE_{211}$ rezonantni mod šupljine. (lijevo) 3D prikaz, (desno) raspodjela magnetskog polja u $y = 0$ ravnini s naznačenim položajem uzorka. . . . .	47
4.5	Toplinski nosač . . . . .	49

4.6	Spojnica toplinskog nosača i rezonantne šupljine. . . . .	49
4.7	Fotografije toplinskog nosača i spojnice u konačnoj konfiguraciji na rezonantnoj šupljini. . . . .	50
4.8	Izračunata raspodjela magnetskog (plave strelice) i električnog (crvene strelice) polja za rezonantne modove šupljine: a) ${}^eTE_{111}$ , b) ${}^eTE_{112}$ . Rubovi pravokutnika su samo okviri crteža i ne predstavljaju granice rezonantne šupljine. . . . .	53
4.9	Dvodimenzionalna raspodjela polja u ravnini uzorka (naznačen crnim pravokutnikom) za modove ${}^eTE_{111}$ i ${}^eTE_{112}$ . Obratite pozornost da se u slučaju a) radi o raspodjeli električnog polja, a b) magnetskog polja. . .	54
4.10	Ovisnost frekvencije nekih TE (pod a)) i TM (pod b)) modova o parametru $u_0$ , tj. omjeru $b/a$ (gornja os). Naznačena je odgovarajuća vrijednost za mjernu šupljinu $u_0 = 0.75$ . . . . .	55
4.11	a) - c) Raspodjela i d)-f) profil uzduž $x = 0$ (crvena linija) i $y = 0$ (plava linija) prodiranja magnetskog polja za različite slučajeve anizotropije vodljivosti: a),d) $\sigma_x/\sigma_y = 1$ , b),e) $\sigma_x/\sigma_y = 10$ i c),f) $\sigma_x/\sigma_y = 100$ . . . . .	57
4.12	Realni i imaginarni dio disipacije u ovisnosti o dubini prodiranja, tj. vodljivosti sredstva. Vidljiv je maksimum disipacije za $2\delta = d$ . Vrijednosti su normirane na snagu ubačenu u prazan prostor, tj. $\text{Im}[P(\omega, \sigma_{x,y} \rightarrow 0)]$ . . . . .	58
4.13	Trodimenzionalan prikaz ovisnosti realnog i imaginarnog dijela disipacije o dubinama prodiranja s različitih stranica uzorka. Raspon boja od tamno plave do crvene odgovara rasponu brojevanih vrijednosti od 0 do 1. . . . .	59
4.14	Specifični toplinski kapacitet u ovisnosti o temperaturi. Podaci označeni simbolom $\bullet$ su iz reference [47], simbolom $\bullet$ iz reference [42], a punom linijom vrijednosti koje smo izračunali putem Debyevega modela. . . . .	63
4.15	Ovisnost toplinske difuzijske konstante o temperaturi. Izračunate vrijednosti dobro opisuju eksperimentalne vrijednosti u referencama. . . . .	64
4.16	Usporedba simulacija temperaturnih odstupanja u rasponu 30–300 K za slučaj grijanja a) jakošću od 1 K/min, b) jakošću 1 K/min do 200 K, te 0.5 K/min iznad 200 K. . . . .	65
5.1	Kristalna struktura spoja $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ . . . . .	68
5.2	Kristalna struktura spoja $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ . . . . .	69

5.3	Periodični uzorci i imena pripadnih faza Cu–O lanaca u YBCO kristalu. T označava nasumičan razmještaj kisika (tetragonalna simetrija), a O različite ortorompske faze Cu–O lanaca s tipičnim dopiranjem za pojedinu fazu. ○ su prazne, a ● popunjene pozicije kisika. . . . .	70
5.4	Kristalna struktura spoja $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ . . . . .	72
5.5	Fazni dijagram $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ . Slika je preuzeta iz [51]. . . . .	73
5.6	Kristalna struktura spoja $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ . . . . .	74
6.1	Temperaturna ovisnost apsorpcije za uzorke OD89 (zelena), UD87 (crna), UD57 (crvena) i UD36 (plava) bez primjenjenog vanjskog magnetskog polja u modu: a) $TE_{112}$ ( $ac$ –ravnina), b) $TE_{211}$ ( $ab$ –ravnina). . . . .	77
6.2	Prikaz utjecaja vanjskog magnetskog polja ( $B = 16$ T) orijentiranog duž $c$ osi uzorka na mjerenje $TE_{112}$ moda u uzorku OD89. Manja slika je uvećanje oko temperature prijelaza. . . . .	77
6.3	Izračunate vrijednosti a) $\rho_{ab(c)}$ bez vanjskog magnetskog polja (deblja linija) te u polju od 16 T za uzorke OD89 (crveno), UD87 (crno), UD57 (zeleno) (tanka linija), b) $\sigma_{ab(c)}$ uzorka UD87 u blizini temperature prijelaza u poljima 0 T (prazni simboli), 8 T (križići), 16 T (puni simboli). Manje slike prikazuju razliku $\sigma_{ab(c)}(0\text{ T})\sigma_{ab(c)}(16\text{ T})$ . . . . .	78
6.4	Mjerenja apsorpcije [55] uzorka OP95 u nultom polju u modu: a) $TE_{211}$ , b) $TE_{112}$ (struje u $bc$ smjeru), c) $TE_{112}$ (uzorak rotiran za $90^\circ$ ; struje u $ac$ smjeru). Manja slika u b) prikazuje apsorpciju u magnetskom polju 0 T (crna), 8 T (crvena) i 16 T (plava). . . . .	80
6.5	Izračunate vrijednosti a) $\rho_{1ab}$ , i b) $\rho_{1c}$ . . . . .	81
6.6	Mjerenja apsorpcije u raznim poljima uzoraka a) UD92 ( $T_c = 92$ K), i b) UD80 ( $T_c = 80$ K). . . . .	82
6.7	Izračunate vrijednosti $\rho_{1c}$ UD92 ( $T_c = 92$ K). Strelice označavaju temperaturu maksimalne apsorpcije na slici 6.6. . . . .	82
6.8	Izračunate vrijednosti $\rho_{1ab}$ (lijevo) i $\rho_{1c}$ (desno) za uzorak La12. $T_p$ označava temperaturu strukturalnog prijelaza. . . . .	84
6.9	Izračunate vrijednosti $\rho_{1ab}$ i $\rho_{1c}$ u ovisnosti o temperaturi i magnetskom polju. . . . .	85

6.10	Izmjerene vrijednosti apsorpcije (crno) i frekventnog pomaka (crveno) u polju 8 T (prazni simboli) i bez primjenjenog vanjskog magnetskog polja (puni simboli). . . . .	86
6.11	Izračunate vrijednosti $\sigma_{1ab}$ (crno) i $\sigma_{2ab}$ (crveno) bez primjenjenog vanjskog magnetskog polja. . . . .	87
6.12	Usporedba $\sigma_{1ab}$ (lijevo) i $\sigma_{2ab}$ (desno) bez primjenjenog magnetskog polja (puni simboli) i u magnetskom polju od 8 T (prazni simboli). . . . .	87
6.13	a) Temperaturna ovisnost apsorpcije za struju u $ac$ smjeru u magnetskom polju 0 T (crna), 8 T (crvena) i 16 T (plava). b) Određene vrijednosti $\mu_0 H_{c2}(T)$ za dvije različite orijentacije, te njihove linerane regresije. . .	89
6.14	Relativni intenziteti (u logaritamskoj skali) modulacijskih valnih vektora povezanih sa: (lijevo) fluktuirajućom fazom pruga, (desno) supravodljivim oktetom raspršenja Bogoliubovljevičestica. Zelena linija određuje $T'$ određen iz referenci [29, 62]. Na apsisci je razina dopiranja $x$ . . . . .	95
B.1	Eliptični koordinatni sustav . . . . .	110





# Popis tablica

4.1	Usporedba svojstvenih frekvencija za 10 različitih modova mjerne rezonantne šupljine. Vrijednosti su dobivene mjerenjem ( $\omega_{mj}$ ), numeričkim računom putem paketa Comsol Multiphysics ( $\omega_{CM}$ ), te analitički iz trenutnog računa ( $\omega_i$ ). . . . .	52
5.1	Karakteristike mjerenih uzoraka Hg1201. . . . .	69
5.2	Karakteristike mjerenih YBCO uzoraka. . . . .	71
5.3	Karakteristike mjerenih LSCO uzoraka. . . . .	72
6.1	Vrijednosti $T'$ određene iz mjerenja za različite YBCO uzorke. . . . .	79
6.2	Karakteristike mjerenih uzoraka Hg1201. . . . .	83
6.3	Anizotropija kritičnih polja u svim mjerenim uzorcima. . . . .	89
B.1	Veza koordinata i jediničnih vektora . . . . .	112
B.2	Multiplikativni faktori . . . . .	112
B.3	$Ce'_{n,r}(u_0, q) = 0$ . . . . .	120
B.4	$Se'_{n,r}(u_0, q) = 0$ . . . . .	120
B.5	$Ce_{n,r}(u_0, q) = 0$ . . . . .	121
B.6	$Se_{n,r}(u_0, q) = 0$ . . . . .	121

# Poglavlje 1

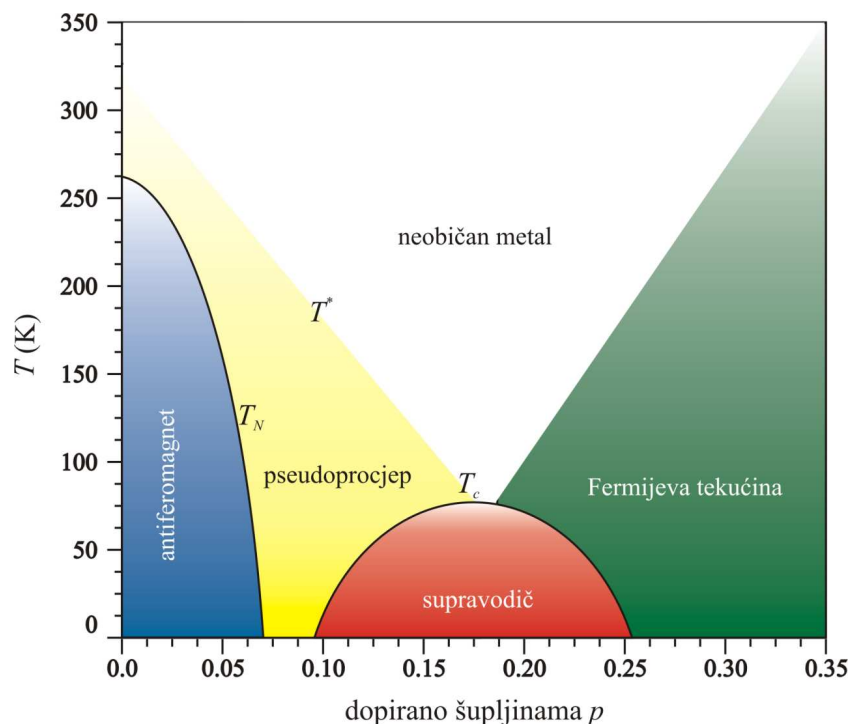
## Uvod

Visokotemperaturni supravodiči su zbog svoje bogate fizike vrlo zahvalno područje istraživanja, i trebalo je proći mnogo godina da se utvrdi prava složenost svojstava ovih materijala. Dok se za supravodljivost u metalima i njihovim legurama (klasični supravodiči) zna od 1911. g., supravodljivost u oksidnim spojevima je otkrivena tek 1964. g. i to s temperaturom prijelaza ( $T_c$ ) od 0.25 K. Naziv visokotemperaturni supravodič je prvi put [1] korišten 1973. g. kada je u spoju  $\text{Li}_{1+x}\text{Ti}_{2-x}\text{O}_4$  pronađena supravodljivost na 13 K, čime je  $T_c$  u oksidima postala usporediva najvišoj do tada poznatoj vrijednosti u klasičnim supravodičima (23 K). 1986. g. dolazi do prekretnice u istraživanju otkrićem [2] kupratnog spoja  $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$  s temperaturom prijelaza  $T_c = 30$  K, čime je prijeđena granica klasične supravodljivosti, ali i svih tadašnjih teorijskih predviđanja. Zato je pojam visokotemperaturne supravodljivosti tradicionalno vezan za kuprate (spojeve bakar oksida) s temperaturom prijelaza iznad  $\approx 20$  K. U njima, bakar oksid tvori ravnine koje se mogu dopirati unošenjem raznih drugih elemenata (Y, Ca, Nd, O...) u prostor između ravnina.

Dodatnu skupinu čine i novootkriveni spojevi željeznih pniktida čije su temperature prijelaza dosta niže, ali većina njihovih svojstava više nalikuje na ona kupratnih nego klasičnih supravodiča.

Općenito, kuprati mogu biti dopirani elektronima i šupljinama, no unutar ovog rada ćemo se ograničiti na one sa šupljinskim dopiranjem.

U klasičnim supravodičima je privlačna elektron - fonon interakcija dovoljno jaka da nadvlada Coulombsko odbijanje i elektroni tvore parove suprotnog momenta i spina ( $S = 0$ , valna funkcija  $s$ -simetrije). Tzv. Cooperovi parovi tada tvore kolektivno



Slika 1.1: Standardni fazni dijagram visokotemperaturnih supravodiča.

osnovno stanje gdje svaka valna funkcija pojedinog para ima jednaku fazu, i energija osnovnog stanja je odvojena od prvog pobuđenog stanja energijskim procjepom  $|\Delta(\mathbf{k})|$  koji je izotropan u recipročnom,  $\mathbf{k}$ –prostoru. Funkcija  $\Delta(\mathbf{k})$  se naziva parametrom uređenja supravodljivosti i njegova prostorna varijacija određuje duljinu korelacije ( $\xi$ ) elektrona u paru.

U kupratima je pojava supravodljivosti određena dopiranjem matičnog izolatorskog spoja. Kako bi se izbjeglo dodirno Coulombsko odbijanje, koje je početno lokaliziralo nosioce naboja, valna funkcija Cooperovog para  $\Delta(\mathbf{r})$  trebala bi imati najveću jakost na konačnoj udaljenosti. To znači da  $\Delta(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} \Delta(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$  ima konačan orbitalni angularni moment te da iščezava u ishodištu (u kupratima je ona  $d$ –simetrije). Ovo razmatranje pokazuje važnost jakih elektronskih korelacija i nekonvencionalne supravodljivosti, no još uvijek ne ukazuje na mogući mehanizam sparivanja.

Tipičan fazni dijagram ovih spojeva se nalazi na slici 1.1. Pri malim dopiranjima ti su materijali Mottovi izolatori s antiferomagnetskim uređenjem ispod neke temperature  $T_N$ . Postepenim unošenjem dopanada odbojna interakcija među nosiocima naboja se smanjuje i oni postaju delokalizirani; dolazi do potiskivanja antiferomagnetizma, te

materijal poprima svojstva lošeg metala. Na nekom dopiranju ( $\approx 0.05$  šupljina/ćeliji za YBCO) temperatura supravodljivog prijelaza postaje konačna ( $T_c > 0$  K) i raste s daljnjim povećanjem dopiranja.

Osim supravodljivosti, u ovom području (nižeg) dopiranja visokotemperaturne supravodiče obilježava niz neobičnih svojstava među kojima je i pseudoprocjep. Iako njezova uloga u ovim spojevima još nije razjašnjena, već je u ranim mjerenjima nuklearne magnetske rezonancije (NMR) i optičke vodljivosti uočeno ponašanje karakteristično za pojavu energijskog procjepa u spinskom i nabojnom spektru pobuđenja. Konkretno, u mjerenjima tehnikom NMR—a uočeno je smanjenje elektronske susceptibilnosti sa smanjenjem temperature, a u optičkoj vodljivosti je vidljivo smanjenje spektralne težine pri nižim frekvencijama. Veza pseudoprocjepa i supravodljivosti je i danas tema velikih rasprava gdje prednjače dvije struje: jedna koja tvrdi da pojava pseudoprocjepa prethodi supravodljivosti i ona je njen nužan preduvjet, i druga koja tvrdi da su pseudoprocjep i supravodljivost dvije neovisne kompetitivne pojave.

Temperatura na kojoj pseudoprocjep dolazi do izražaja ( $T^*$ ) postepeno opada s dopiranjem i približava se temperaturi supravodljivog prijelaza oko optimalnog dopiranja (gdje  $T_c(p)$  poprima najvišu vrijednost). Iznad  $T^*$  sustav ulazi u fazu tzv. neobičnog metala čija se svojstva ne mogu opisati sustavom efektivnih neinteragirajućih čestica (Fermijeva tekućina) kao što je to moguće u običnim metalima. U tom temperaturnom području otpor ima linearnu ovisnost o temperaturi ( $\rho_{ab} \propto T$ ) u širokom rasponu temperatura - ispod Debyeve temperature (gdje bi se trebala pojaviti ovisnost  $\propto T^2$ ) do visokih temperatura gdje je srednji slobodni put  $\ell$  kraći od parametra ćelije. Istovremeno, mjerenja Hallova kuta ukazuju na kvadratnu temperaturnu ovisnost ( $\vartheta_H \propto T^2$ ) u usporedivom temperaturnom rasponu. "Neobičnost" dolazi od neslaganja transportnog vremena relaksacije ( $1/\tau_t \propto T$ ) i Hallovog vremena relaksacije ( $1/\tau_H \propto T^2$ ) koje ukazuje da nosioci naboja nisu elektroni u smislu običnog metala.

Daljnjim dopiranjem iznad optimalnog  $T_c$  opada i na nekom dopiranju nestaje, faza pseudoprocjepa više nije prisutna, a svojstva materijala postupno poprimaju ona konvencionalnog metala.

Na temperaturama blizu  $T_c$  toplinska pobuđenja uzrokuju značajan broj prijelaza iz supravodljivog u normalno stanje (supravodljive fluktuacije), a visoke vrijednosti  $T_c$  (npr. 94 K za YBCO na optimalnom dopiranju), male korelacijske duljine  $\xi$  te značajna anizotropija ( $\xi_{c0} < \xi_{ab0}$ ) čine fluktuacijsko temperaturno područje širim i dostupnim

različitim mjernim metodama. Proučavanje ponašanja supravodljivih fluktuacija je iznimno zahtjevno jer zahtijeva dobro poznavanje supravodljivog i normalnog stanja, te na koji se način njihova dinamika manifestira u raznim mjernim metodama. Međutim, jedino se na taj način može odgovoriti na sva pitanja vezana za prirodu nekonvencionalne supravodljivosti i njenu vezu sa svim fenomenima normalnog stanja (faza pruga, pseudoprocjepa, antiferomagnetskih korelacija i sl.).

U ovom radu smo se koncentrirali na istraživanje supravodljivih fluktuacija kroz tehniku mikrovalne apsorpcije, pomoću koje promatramo odziv (vodljivost) sustava na vanjsko elektromagnetsko polje konačne frekvencije reda veličine 10 GHz. Zanima nas u kolikom temperaturnom rasponu je vidljiv doprinos supravodljivih fluktuacija u smjeru dobre ( $\sigma_{ab}$ ) i slabe ( $\sigma_c$ ) vodljivosti (uzduž, odnosno okomito na  $\text{CuO}_2$  ravnine), te koju informaciju možemo izvući iz načina na koji fluktuacije trnu s temperaturom. Za referentnu vrijednost normalnog stanja uzimamo vodljivost određenu mjerenjima u magnetskom polju koje potisne supravodljivi doprinos.

Kako bi čitatelj imao što bolji uvid u razne doprinose mjerenom signalu, u slijedećem poglavlju ćemo postupno uvesti vodljivost kao odzivnu funkciju, od sustava jednostavnih izotropnih metala do kvazidvodimenzionalnih sustava u kojima je prisutan energijski procjep. Također, pri kraju ćemo dati uvid u trenutna razmatranja vezana za supravodljive fluktuacije u kupratnim supravodičima. U trećem poglavlju su prikazani najznačajniji rezultati drugih znanstvenih grupa vezanih za temu disretacije, a u poglavlju četiri je dan pregled mjerne tehnike i metoda analize mjerenih signala za određivanje fizikalno relevantnih veličina. Zatim, u petom poglavlju prikazujemo svojstva materijala proučavanih u ovome radu, a u poglavljima šest i sedam prezentiramo rezultate mjerenja, njihovu diskusiju, te zaključak ovog istraživanja.

# Poglavlje 2

## Teorijski pregled

### 2.1 Drudeov model vodljivosti

Otkriće elektrona 1897. godine je potaknulo razvitak teorija koje su pokušavale opisati strukturu materije te ukazati na mogući mehanizam vodljivosti u metalima. Uskoro nakon toga (1900. godine) Paul Drude predlaže svoju teoriju električne i toplinske vodljivosti metala u čijoj osnovi je, tada vrlo uspješna, kinetička teorija plinova. Metal se razmatra kao plin slobodnih elektrona koji najviše doprinose vodljivosti, dok je pretpostavljeno da pozitivno nabijene čestice imaju mnogo veću masu i uglavnom su nepokretne. Osnovne pretpostavke Drudeova modela su:

1. Prilikom gibanja elektrona se, između dva sudara, zanemaruje interakcija s drugim elektronima i okolnim ionima. Stoga se, bez prisutnosti vanjskih elektromagnetskih polja, svaki elektron giba jednoliko po ravnoj liniji. U prisutnosti vanjskih polja, čestice se gibaju po Newtonovim zakonima gibanja, no bez uzimanja u obzir dodatnih polja uzrokovanih drugim elektronima ili ionima.
2. Sudari čestica su, kao i u kinetičkoj teoriji plinova, infinitezimalno kratki i naglo mijenjaju smjer gibanja elektrona. Drude je sudare pripisao odbijanju od sporih iona, umjesto međusobnim sudarima elektrona. Ovo je drugačiji pristup nego u teoriji plinova, no elektron–elektron raspršenje kod metala zaista ima zanemariv doprinos (osim u iznimnim slučajevima). Iako je pretpostavka raspršenja elektrona na ionima rešetke bila pogrešna, srećom to i nije bilo toliko važno, jer je za opis vodljivosti bitno da postoji neki uzrok raspršenja, bez njegovog detaljnog

opisa.

3. Raspršenje uvodimo u model tako da pretpostavimo kako u jedinici vremena postoji vjerojatnost raspršenja  $1/\tau$ , tj. u djeliću vremena  $dt$  ono će biti  $dt/\tau$ . Vrijeme  $\tau$  nazivamo vremenom relaksacije ili vremenom sudara i kasnije ćemo vidjeti kako ima značajnu ulogu u opisu vodljivosti. Drudeov model pretpostavlja da je  $\tau$  neovisno o brzini i položaju elektrona, što vrijedi u većini slučajeva.
4. Elektroni postizu toplinsku ravnotežu samo preko sudara i to na vrlo jednostavan način: brzina elektrona nakon sudara je neovisna od brzine prije sudara, te je nasumičnog smjera i iznosa određenog temperaturom u točki sudara. Dakle, što je mjesto gdje se sudar dogodi toplije, to su elektroni koji izlaze iz sudara brži.

Uzmimo da je u trenutku  $t$  impuls elektrona  $\mathbf{p}(t)$ , te odredimo njegov impuls u kasnijem trenutku  $t + dt$ , odnosno  $\mathbf{p}(t + dt)$ . Već smo ranije rekli da se unutar vremenskog pomaka  $dt$  elektron može raspršiti s vjerojatnošću  $dt/\tau$ , odnosno on se neće raspršiti s vjerojatnošću  $1 - dt/\tau$ . Ako se ne rasprši, tada se impuls elektrona promijeni u skladu sa silom  $\mathbf{f}(t)$  koja djeluje na njega (npr. zbog vanjskog električnog ili magnetskog polja) za iznos  $\mathbf{f}(t)dt - o(dt^2)$ . Doprinos svih elektrona koji se ne sudare između  $t$  i  $t + dt$  je stoga:

$$\mathbf{p}(t + dt) = \left(1 - \frac{dt}{\tau}\right) (\mathbf{p}(t) + \mathbf{f}(t)dt + o(dt^2)), \quad (2.1)$$

$$= \mathbf{p}(t) - \frac{dt}{\tau}\mathbf{p}(t) + \mathbf{f}(t)dt + o(dt^2). \quad (2.2)$$

Istovremeno, doprinos svih elektrona koji se rasprše je reda  $dt^2$ . Naime, oni zauzimaju udio  $dt/\tau$  u populaciji elektrona, a budući se rasprše, njihov impuls ima samo doprinos koji dolazi od djelovanja vanjske sile u vremenu  $dt$ . Dakle, njihov doprinos ukupnom impulsu je  $(dt/\tau)\mathbf{f}(t)dt$  i ne doprinosi članovima u linernom redu. Stoga možemo pisati:

$$\mathbf{p}(t + dt) - \mathbf{p}(t) = -\frac{dt}{\tau}\mathbf{p}(t) + \mathbf{f}(t)dt + o(dt^2), \quad (2.3)$$

gdje uzimamo u obzir sve elektrone. Ako sada izraz podijelimo s  $dt$  i uzmemo da  $dt \rightarrow 0$ , vrijedi:

$$\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = -\frac{\mathbf{p}(t)}{\tau} + \mathbf{f}(t). \quad (2.4)$$

Za slučaj istosmjerne struje polazimo od Ohmova zakona bez prisutnog vanjskog magnetskog polja<sup>1</sup>, gdje je gustoća struje ( $\mathbf{j}$ ) koja teče kroz neki vodič proporcionalna

---

<sup>1</sup>rješenje s prisutnim vanjskim magnetskim poljem se nalazi u dodatku F.



električnom polju ( $\mathbf{E}$ ) koje osigurava tok naboja, pri čemu je konstanta proporcionalnosti vodljivost  $\sigma$ ,

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (2.5)$$

S druge strane, ako se svi elektroni gibaju brzinom  $\mathbf{v}$  tada je gustoća struje koja teče kroz vodič

$$\mathbf{j} = -nev. \quad (2.6)$$

Ukupna brzina čestice  $\mathbf{v}$  je zbroj brzine  $\mathbf{v}_0$  koju je ona dobila odmah poslije sudara i dodatne brzine ( $-e\mathbf{E}t/m$ ) postignute u vremenu  $t$  djelovanjem vanjskog električnog polja. Kako su brzine čestica iza sudara nasumičnog smjera one ne doprinose srednjoj brzini, već doprinos dolazi od usrednjenja  $-e\mathbf{E}t/m$ :

$$\langle \mathbf{v} \rangle = -\frac{e\mathbf{E}\tau}{m}. \quad (2.7)$$

Odnosno, konačna gustoća struje je

$$\mathbf{j} = \frac{ne^2\tau}{m} \mathbf{E}, \quad (2.8)$$

pri čemu je istosmjerna vodljivost  $ne^2\tau/m$ .

Za slučaj vremenski promjenjivog električnog polja  $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}(\omega)e^{-i\omega t}$ , jednadžbu gibanja 2.4 možemo pisati

$$\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = -\frac{\mathbf{p}(t)}{\tau} - e\mathbf{E}(t). \quad (2.9)$$

Tražimo stacionarno rješenje oblika

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}(\omega)e^{-i\omega t}, \quad (2.10)$$

Uvrštavanjem izraza za  $\mathbf{p}(t)$  i  $\mathbf{E}(t)$ , dobijamo uvjet za  $\mathbf{p}(\omega)$

$$-i\omega\mathbf{p}(\omega) = -\frac{\mathbf{p}(\omega)}{\tau} - e\mathbf{E}(\omega). \quad (2.11)$$

Budući je  $\mathbf{j} = -ne\mathbf{p}/m$ , slijedi

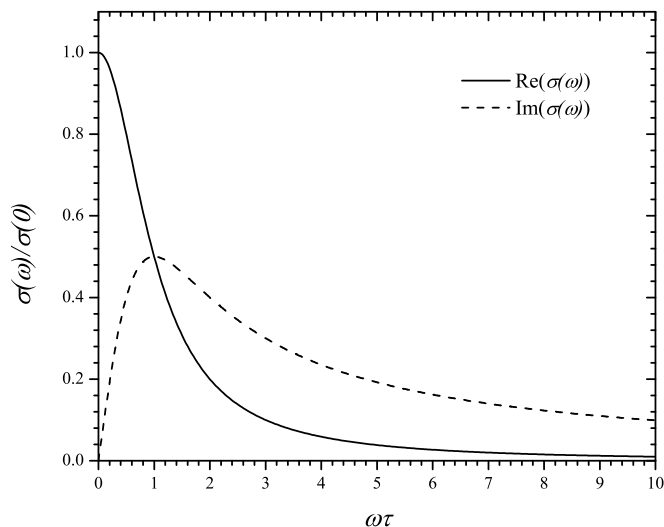
$$\mathbf{j}(\omega) = -\frac{ne\mathbf{p}(\omega)}{m} = \frac{ne^2\tau}{m} \frac{1}{1 - i\omega\tau} \mathbf{E}(\omega). \quad (2.12)$$

Iz zadnjeg izraza slijedi da je vodljivost

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}, \quad \sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}, \quad (2.13)$$

gdje je vodljivost  $\sigma_0$  upravo rezultat za slučaj istosmjerne pobude.

Najvažnija primjena računa vremenski promjenjive pobude je u propagaciji elektromagnetskog vala u metalu. Postoje dva važna pitanja koja se ovdje nameću [3]:



Slika 2.1: Realan (puna linija) i imaginaran (crtkana linija) dio vodljivosti Drudeova modela u slučaju periodične pobude.

1. koliko je korektan zadnji rezultat, obzirom da nismo uzeli u obzir prisutnost izmjeničnog magnetskog polja  $\mathbf{H}$  orijentiranog okomito na smjer  $\mathbf{E}$ ?
2. koje je ograničenje dobivenog rezultata obzirom da elektromagnetska polja variraju i u prostoru, dok je gornji rezultat proveden s pretpostavkom homogene raspodjele polja?

Prva se sumnja lako otkloni budući je doprinos uz  $\mathbf{H}$  uvijek zanemariv, te je čak i za velike jakosti struja on  $10^{10}$  puta manji od člana uz  $\mathbf{E}$ . Drugo pitanje međutim, zahtijeva nešto detaljnije razmatranje. U Drudeovu modelu smo pretpostavili da u svakoj točki prostora djeluje jednako električno polje, što nije istina ako se ono mijenja u prostoru. Ali, gustoća struje u točki  $\mathbf{r}$  je određena utjecajem električnog polja na čestice u vremenu proteklom od zadnjeg sudara. Što znači, jedino nam je bitna promjena električnog polja na udaljenostima reda veličine srednjeg slobodnog puta  $\ell$ . Ako je stoga, valna duljina polja  $\lambda$  mnogo veća od  $\ell$ , tada gustoću struje  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  u točki  $\mathbf{r}$  možemo odrediti pretpostavljajući da je polje  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  prisutno u svakoj točki prostora.

## 2.2 Boltzmannove jednađbe

Iz prethodnog razmatranja Drudeova modela je vidljivo da on ne može predvidjeti temperaturnu ovisnost vodljivosti, odnosno kako je sva ovisnost o temperaturi sabrana u vremenu relaksacije  $\tau$ . Fizikalno ispravniji pristup je preko Boltzmannovih jednađbi koji elektrone uzima u obzir s kvantnom Fermi–Diracovom raspodjelom. Osnovna ideja pristupa jest da je stanje sustava opisano raspodjelom  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , pri čemu je  $f d\mathbf{r} d\mathbf{p}$  broj čestica koji se nalazi u volumenu  $d\mathbf{r}$  oko položaja  $\mathbf{r}$ , te zauzima dio impulsnog prostora  $d\mathbf{p}$  oko impulsa  $\mathbf{p}$ . Ako se sustav zbog vanjskih utjecaja nađe izvan ravnoteže, njegov povratak u ravnotežu je opisan općenitom relacijom:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t}. \quad (2.14)$$

Budući su

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \mathbf{v}, \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = q(\mathbf{E} + \mu_0 \mathbf{v} \times \mathbf{H}), \quad (2.16)$$

$$\frac{df(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{dt} = -\frac{f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) - f_0(\mathbf{p})}{\tau}, \quad (2.17)$$

jednađba koju  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  treba zadovoljiti je

$$-\frac{f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) - f_0(\mathbf{p})}{\tau} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{v} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} q(\mathbf{E} + \mu_0 \mathbf{v} \times \mathbf{H}). \quad (2.18)$$

U prisutnosti pobude izmjeničnim (monokromatskim) električnim poljem može se pokazati da zadnja relacija prelazi u oblik

$$i(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}(\mathbf{p}) + i\Gamma)g(\mathbf{p}) = \sum_{\alpha} qE_{\alpha} v_{\alpha}(\mathbf{p}) \frac{\partial f_0(\mathbf{p})}{\partial \varepsilon(\mathbf{p})} + \sum_{\alpha, \beta} \frac{q\mu_0}{m_{\alpha, \beta}} (\mathbf{v} \times \mathbf{H})_{\alpha} \frac{\partial g(\mathbf{p})}{\partial v_{\beta}(\mathbf{p})}, \quad (2.19)$$

gdje je  $g(\mathbf{p})$  odstupanje od ravnotežne raspodjele  $f(\mathbf{p}) = f_0(\mathbf{p}) + g(\mathbf{p})$ , a  $\Gamma = 1/\tau$  brzina relaksacije definirana preko istog vremena  $\tau$  korištenog u Drudeovu modelu.

Preko Boltzmannovih jednađbi gustoća struje je definirana kao

$$\mathbf{j}(\mathbf{k}) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \sigma} q\mathbf{v}(\mathbf{p}) f(\mathbf{p}), \quad (2.20)$$

te slijedi da je vodljivost, u dugovalnoj granici ( $\mathbf{k} \rightarrow 0$ ) bez prisutnog vanjskog magnetskog polja ( $\mathbf{H} = 0$ ):

$$\sigma_{\alpha,\alpha} = \frac{n_{\alpha,\alpha}^* q^2 \tau}{m} \frac{1}{1 - i\omega\tau}, \quad (2.21)$$

$$n_{\alpha,\alpha}^* = \frac{m}{V} \sum_{\mathbf{p},\sigma} v_{\alpha}^2(-) \frac{\partial f_0(\mathbf{p})}{\partial \varepsilon(\mathbf{p})}. \quad (2.22)$$

Veličina  $n_{\alpha,\alpha}^*$  predstavlja efektivnu koncentraciju nosilaca naboja, no zapravo opisuje strukturu raspodjele kinetičke energije oko Fermijevog nivoa. Zgodno je vidjeti da parcijalnom integracijom izraza možemo dobiti oblik:

$$n_{\alpha,\alpha}^* = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p},\sigma} \frac{m}{m_{\alpha,\alpha}(\mathbf{p})} f_0(\mathbf{p}), \quad (2.23)$$

preko kojeg vidimo odstupanje od opisa slobodnog elektronskog plina. Za  $m/m_{\alpha,\alpha}(\mathbf{p}) = 1$  efektivni broj nosilaca  $n_{\alpha,\alpha}^*$  odgovara koncentraciji  $n$ . Drugim riječima, za slobodni elektronski plin dobivamo rezultat Drudeova modela.

Određivanje vodljivosti preko Boltzmannovih jednadžbi predstavlja poluklasični pristup rješavanju transportnih problema, no njihova struktura uključuje ovisnost o energijskim detaljima nosilaca naboja koje su u Drudeovom modelu zanemarene.

## 2.3 Električna vodljivost izvan pristupa klasične fizike

Cilj ovog dijela disertacije je omogućiti čitatelju da vidi ulogu električne vodljivosti kao odzivne funkcije u normalnom (nesupravodljivom) stanju visokotemperaturnih supravodiča preko Emeryeva modela tri vrpce. U razmatranju ćemo se ograničiti na osnovne principe, jer iako spada među najstarije eksperimentalne metode u istraživanju visokotemperaturne supravodljivosti, električna vodljivost je istovremeno i jedna od najtežih veličina za teorijsko razmatranje u ovom dijelu fizike čvrstog stanja.

Prilikom analize mjerenih podataka često se koriste pojednostavljeni modeli koji

koliko—toliko dobro opisuju našu problematiku uz neka približenja. Bitno je pri tome paziti na njihova ograničenja i koji sve artefakti mogu nastati njihovim korištenjem te doprinositi ukupnom rezultatu. Osobito je bitno imati na umu da visokotemperaturni supravodiči nisu jednostavni sustavi, te da se u njima nalazi mnoštvo fizike koja nas neopreznim pristupom može navesti na krivi put u razmišljanju.

### 2.3.1 Tenzor električne vodljivosti

Odredimo najprije strukturu tenzora vodljivosti. Vežanje vodljivih elektrona za elektromagnetsko polje se može opisati preko interakcijskog Hamiltonijana

$$\hat{H}_{int} = -\frac{1}{c} \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{A}(-\mathbf{k}) \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{k}), \quad (2.24)$$

gdje je  $\hat{\mathbf{J}}$  operator struje, a  $\mathbf{A}$  vektorski potencijal polja koji se dâ napisati u obliku

$$A_{\alpha}(\mathbf{x}, t) \approx -ct E_{\alpha}(\mathbf{k}, \omega) (e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}-i\omega t} + e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}+i\omega t}) e^{-\eta t}, \quad (2.25)$$

pri čemu je  $E_{\alpha}$  komponenta električnog polja koje djeluje na naš sustav. Interakcijski Hamiltonijan nam predstavlja smetnju za koju moramo odrediti nove valne funkcije koje će dati dobar opis našeg sustava. U adijabatskom približenju, kad polje polako uključujemo, ona je oblika

$$|\Psi_{\mathbf{p}}(t)\rangle = \sum_{\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'}(t) e^{\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(\mathbf{k}', t') dt'} |\mathbf{p}'(t)\rangle, \quad (2.26)$$

gdje je s  $E(\mathbf{k}', t')$  označena nesmetana vlastita energija problema. Kako bismo odredili koeficijente  $a_{\mathbf{p}'}(t)$  slijedimo vremenski ovisnu Schrödingerovu jednadžbu iz koje se može pokazati da se koeficijenti  $a_{\mathbf{p}'}(t)$  mijenjaju u vremenu na način

$$\dot{a}_{\mathbf{p}}(t) = - \sum_{\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'}(t) \langle \mathbf{p}(t) | \frac{\partial}{\partial t} | \mathbf{p}'(t) \rangle e^{\frac{i}{\hbar} \int_0^t \omega_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}(t') dt'}, \quad (2.27)$$

pri čemu struktura operatora

$$\langle \mathbf{p}'(t) | \frac{\partial}{\partial t} | \mathbf{p}''(t) \rangle = \frac{\langle \mathbf{p}'(t) | \partial \hat{H}_{int} / \partial t | \mathbf{p}''(t) \rangle}{E(\mathbf{p}'', t) - E(\mathbf{p}', t)} \quad (2.28)$$

slijedi iz nesmetane Schrödingerove jednadžbe. S  $\omega_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}(t')$  smo označili razliku energija  $E(\mathbf{p}'', t) - E(\mathbf{p}', t)$ .

Izraz za očekivanu vrijednost operatora struje je dan relacijom (2.29):

$$j_{\alpha}^{ind}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \sigma} \langle \Psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{x}, t) | \hat{J}_{\beta}^c | \Psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{x}, t) \rangle f(E(\mathbf{p})), \quad (2.29)$$

gdje je  $f(E(\mathbf{p}))$  oznaka Fermi–Diracove raspodjele. Sada možemo uvrstiti izraze za  $|\Psi_{\mathbf{p}}(t)\rangle$ ,  $a_{\mathbf{p}}(t)$  i  $A_{\alpha}(\mathbf{p})$ , te uvođenjem pojednostavljenja

$$E(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p}'), \quad (2.30)$$

$$j_{\alpha}(\mathbf{p}) = \left\langle \mathbf{p} \pm \hbar \mathbf{k} \left| \hat{J}_{\alpha}^c \right| \mathbf{p} \right\rangle \equiv ev_{\alpha}(\mathbf{p}), \quad (2.31)$$

slijedi da je tenzor vodljivosti za linearni odziv oblika

$$\sigma_{\alpha, \alpha}^c(\mathbf{k}, \omega) = \frac{i}{c} \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \sigma} |j_{\alpha}(\mathbf{p})|^2 \frac{\hbar}{E(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}, \mathbf{p})} \frac{f(E(\mathbf{p})) - f(E(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}))}{\hbar \omega + E(\mathbf{p}, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}) + i\eta}. \quad (2.32)$$

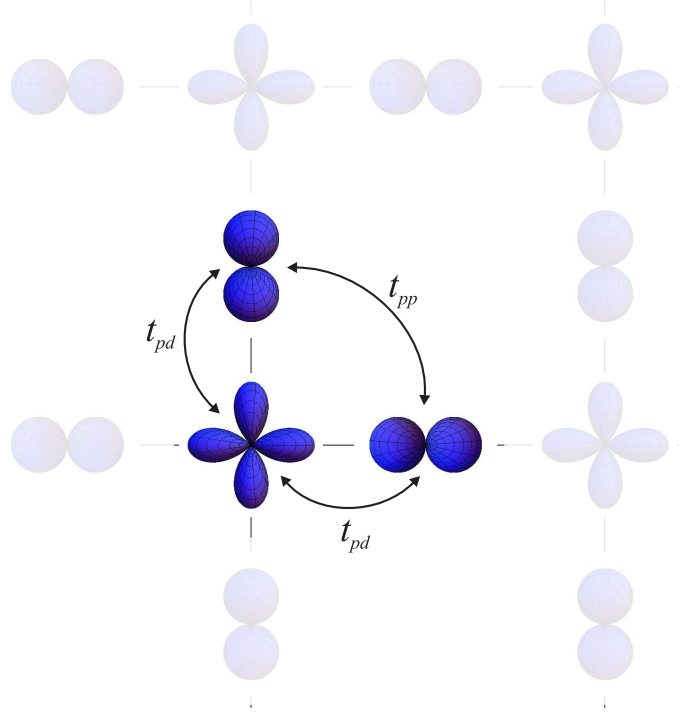
U zadnjoj relaciji je eksplicitno prikazana ovisnost vodljivosti o mikroskopskim svojstvima našeg sustava ( $E(\mathbf{p})$ ), te detaljima naše mjerne metode ( $\omega, \mathbf{k}$ ). Usporedimo li je s prethodnim rezultatom (2.21, 2.22) vidimo da je razmatranje putem Boltzmannovih jednadžbi sačuvalo njenu strukturu. Primijetimo da veličina  $\eta = \hbar/\tau$  (gdje je  $\tau$  vrijeme relaksacije nosilaca naboja), uvedena u adijabatskom približenju (2.25), opisuje gubitak informacije ravnoga vala, tj. Drudeovo raspršenje vodljivih elektrona u sredstvu. Iako bi njen izvod zahtijevao posebno teorijsko razmatranje, ono bi prelazilo opseg ovoga rada te ćemo ju dalje držati kao konstantnu veličinu.

### 2.3.2 Emeryev model i utjecaj procjepa

Kako je glavna tema rada proučavanje kuprata, ovdje ćemo koristiti standardni pristup koji se koristi u njihovom teorijskom razmatranju. Kao što je ranije rečeno, radi se o materijalima čiju osnovnu strukturu čine bakar–oksid ravnine između kojih su vezivni i/ili donorski elementi. Proračuni disperzija i metoda ARPES<sup>2</sup> otkrivaju da je struktura Fermijeve plohe kvazi–dvodimenzionalna, tj. da postoji slaba disperzija u  $z$ –smjeru. Zbog toga je u vodljivosti i ostalim svojstvima svih kuprata prisutna znatna anizotropija, pri čemu je, na optimalnom dopiranju, vodljivost unutar ravnina oko 1000 puta veća od vodljivosti izvan ravnina, a prilikom poddopiranja anizotropija dodatno raste.

<sup>2</sup>eng. Angle Resolved Photoemission Spectroscopy

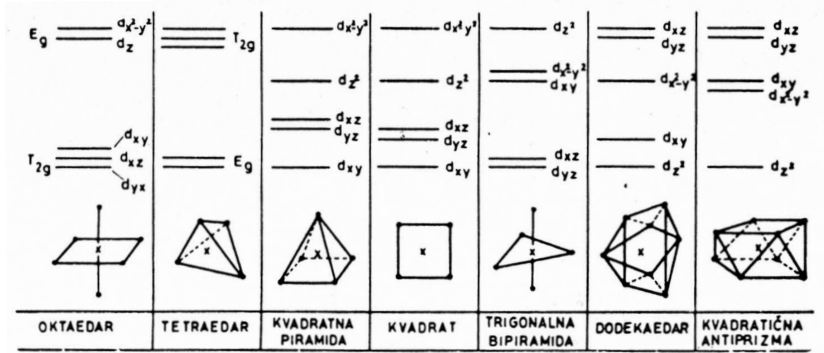
Sve ovo vodi na zaključak da je osnovni doprinos disperziji onaj iz  $\text{CuO}_2$  ravnine, pri čemu unošenje donora varira samo položaj kemijskog potencijala, tj. Fermijeve plohe, bez mijenjanja energijske strukture. U protivnom, fazni dijagram kao onaj prikazan na slici 1.1 ne bi imao smisla.



Slika 2.2: Osnovni kanali preskoka u primitivnoj ćeliji Emeryeva modela korišteni u ovom računu. Razmatramo samo doprinos  $\text{CuO}_2$  ravnine, te preskoke najbližih susjeda (kisik-bakar;  $t_{pd}$ ) koji imaju najveće preklapanje.

Za određivanje disperzijske relacije krećemo od Emeryevog [5] modela (slika 2.2) gdje u obzir uzimamo samo kisikove  $p$ - i bakrove  $d$ -orbitale. Zbog strukturne simetrije<sup>3</sup> i ionske prirode kemijske veze kristalno polje naruši degeneraciju bakrove  $3d^9$  elektronske konfiguracije te samo  $d_{x^2-y^2}$  orbitale ostaju djelomično popunjene (slika 2.3). U trenutnoj analizi ćemo, radi jednostavnosti, razmatrati samo preskoke između kisika i bakra ( $t_{pd}$ ) iako bi za ozbiljniji pristup trebalo uzeti u obzir i preskakanje između kisika ( $t_{pp}$ ).

<sup>3</sup>kisik u bakar-oksidi ravninama može biti razmješten u raznim geometrijama, npr.  $O_6$  oktaedar ( $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ ,  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ ),  $O_5$  kvadratna piramida ( $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ ) ili  $O_4$  kvadrat ( $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$ ).



Slika 2.3: Cijepanje  $d$ -orbitala za različite geometrije kompleksa. Slika preuzeta iz reference [6].

U približenju čvrste veze se za preskoke na slici 2.2 dobija kubna jednadžba s rješenjima:

$$\varepsilon_1(\mathbf{k}) = \varepsilon_p, \quad (2.33)$$

$$\varepsilon_{2,3}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \left[ (\varepsilon_p + \varepsilon_d) \pm \sqrt{(\varepsilon_p - \varepsilon_d)^2 + 16t_{pd}^2 \left( \sin^2 \left( \frac{k_x a}{2} \right) + \sin^2 \left( \frac{k_y a}{2} \right) \right)} \right], \quad (2.34)$$

gdje je  $a$  parametar ćelije (odabrali smo tetragonalnu simetriju),  $t_{pd}$  integral preskoka,  $k_{x,y}$  komponente valnog vektora u  $x, y$ -smjeru, a  $\varepsilon_{p,d}$  su svojstvena stanja  $p$ - i  $d$ -orbitala. Budući da želimo sustav prividno dopirati šupljinama, pomnije ćemo promatrati najnižu ( $\varepsilon_3(\mathbf{k})$ ) vrpce za koju ćemo izračunati gustoću stanja, te vodljivost ovisnu o frekvenciji pobude, popunjenju vrpce i temperaturi. Za potrebe računa odabiremo veličine parametara  $\varepsilon_p + \varepsilon_d = -0.66$  eV,  $\varepsilon_p - \varepsilon_d = 0.66$  eV,  $t_{pd} = 0.73$  eV i  $\eta = 30$  meV, koje su u skladu [7] s tipično korištenim vrijednostima za kupratne spojeve.

U kasnijim će nam razmatranjima biti korisno promatrati što se događa s vodljivošću u slučaju pojave energijskog procjepa u gustoći stanja, te ćemo opisati slučaj savršenog ugniježđenja (eng. perfect nesting), tj. CDW<sup>4</sup> uređenja. Za ovaj model pri valnom vektoru  $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$  dolazi do preslikavanja (dimerizacije) Fermijeve plohe te je efektivna disperzija oblika:

$$E_{\pm} = \frac{1}{2}(\varepsilon(\mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{p} \pm \mathbf{Q})) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(\varepsilon(\mathbf{p}) - \varepsilon(\mathbf{p} \pm \mathbf{Q}))^2 + \Delta^2}, \quad (2.35)$$

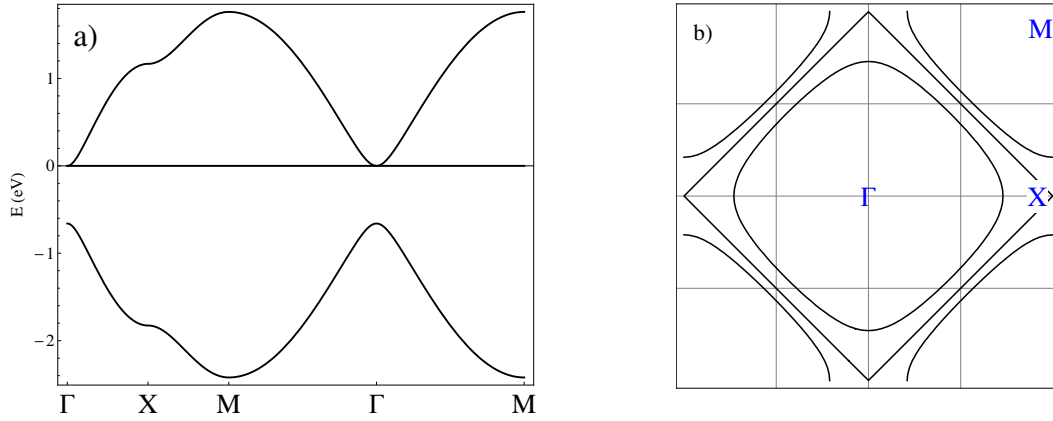
<sup>4</sup>eng. charge density wave



pri čemu je  $\Delta$  amplituda CDW procjepa koju ovdje uzimamo da je  $s$ -simetrije (neovisna o  $\mathbf{k}$ ). U realnom prostoru ovaj slučaj je opisan prisutnošću modulacije, tj. periodičnog potencijala s ovisnošću:

$$V(\mathbf{x}) = 2\Delta \cos(\mathbf{Q}\mathbf{x}). \quad (2.36)$$

Na slici 2.4 je prikaz vrpce ( $\varepsilon_i(\mathbf{k})$ ) na različitim položajima Brilluoinove zone. Vidljivo je kako u donjoj vrpce postoji lokalni maksimum oko točke  $\Gamma$  (0, 0) te da simetrično prelazi u lokalni minimum oko M ( $(\pm\pi/a, \pm\pi/a)$  i  $(\pm\pi/a, \mp\pi/a)$ ). Odredimo li sada



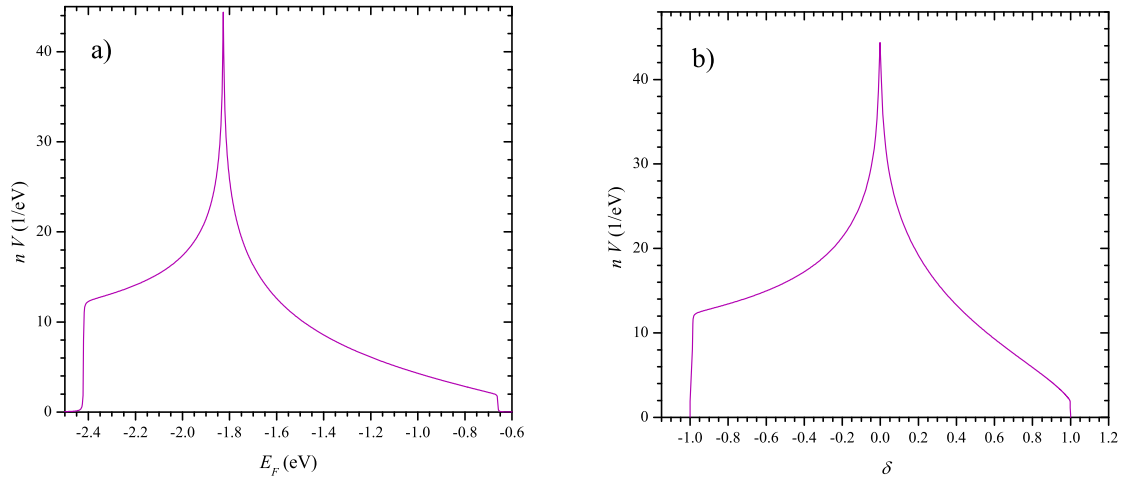
Slika 2.4: a) Disperzije izračunate u ovom radu na različitim dijelovima  $\mathbf{k}$ -prostora, b) izgled Fermijeve plohe za tri različite razine popunjenja;  $\delta = -0.25, 0$  i  $0.3$ .

ovisnost gustoće stanja ( $n(E) = V^{-1} \sum_{\mathbf{k}} \delta(E - E(\mathbf{k}))$ ) o Fermijevoj energiji, vidljiva je struktura tipična za dvodimenzionalnu disperziju, s tri Van Hoveova singulariteta (na rubovima vrpce te na točki infleksije). Divergirajući singularitet (kasnije ćemo se pri spomenu Van Hoveova singulariteta odnositi upravo na njega) ovdje odgovara energiji polupopunjenja vrpce (slika 2.5). Tada Fermijeva ploha ima oblik romba, pri čemu se točke infleksije nalaze u njegovim vrhovima (položaj X na slici 2.4 b)).

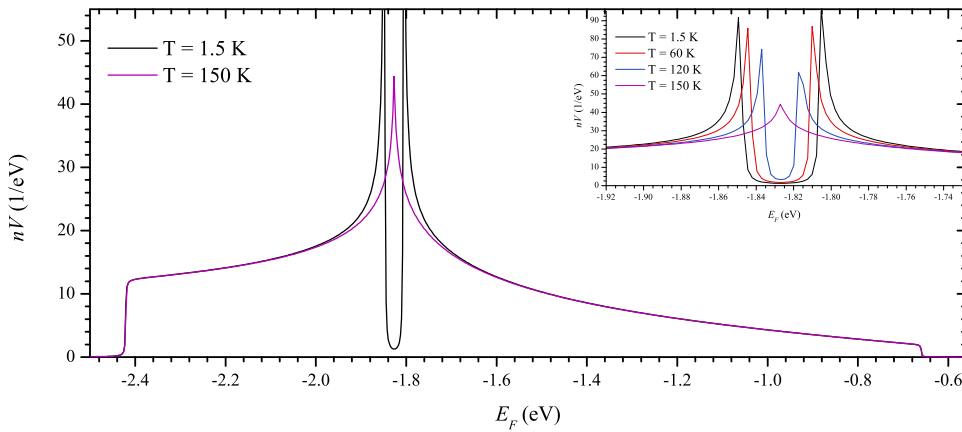
Osim preko Fermi-Diracove raspodjele, parametar temperature ulazi u proračun i preko otvorenosti CDW procjepa za koji pretpostavljamo jednostavnu ovisnost:

$$\Delta(T) = \Delta_0 \sqrt{1 - \frac{T}{T_{CDW}}}, \quad (2.37)$$

pri čemu je  $\Delta_0$  najveći iznos procjepa i u proračunima uzimamo  $\Delta_0 = 43$  meV. Stoga, spuštanjem temperature ispod  $T_{CDW}$  (za račun je odabrano  $T_{CDW} = 150$  K) možemo promatrati utjecaj otvaranja procjepa (slika 2.6) na gustoću stanja. Vidimo



Slika 2.5: Gustoća stanja u ovisnosti o: a) kemijskom potencijalu  $E_F$  i b) popunjenju vrpce  $\delta$ .

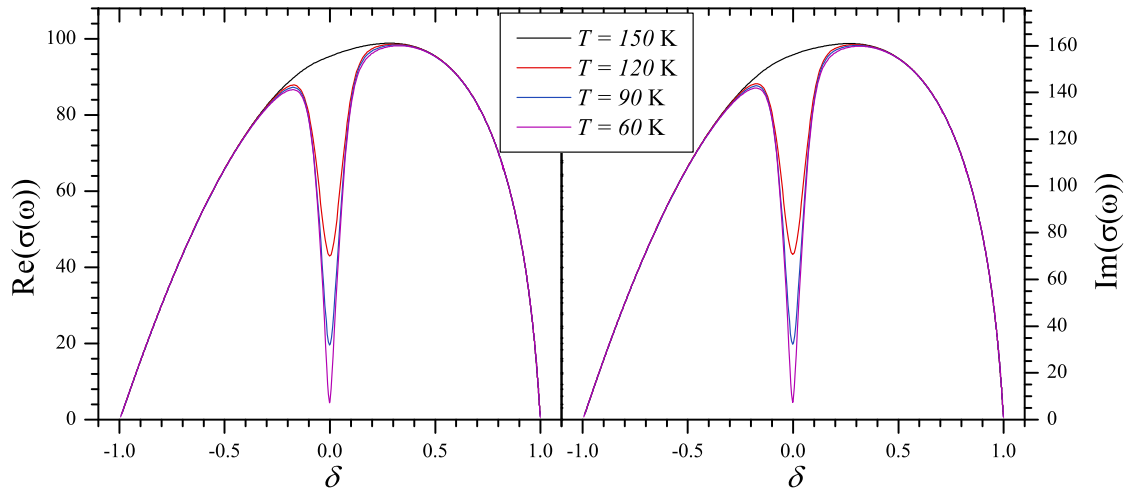


Slika 2.6: Otvaranje procjepa u gustoći stanja na različitim temperaturama  $T \leq T_{CDW}$  u ovisnosti o  $E_F$ .

da se procjep javlja na energiji Van Hoveova singulariteta<sup>5</sup>, i spuštanjem temperature sve više stanja ostaje nepristupačno za pobuđenja.

Pogledajmo sada kako otvaranje procjepa utječe na vodljivost, i to najprije u ovisnosti o Fermijevoj energiji (tj. popunjenju) (slika 2.7). Za radnu frekvenciju odabiremo 50 meV. Kao što smo ranije vidjeli u gustoći stanja, i ovdje je vidljivo najveće otva-

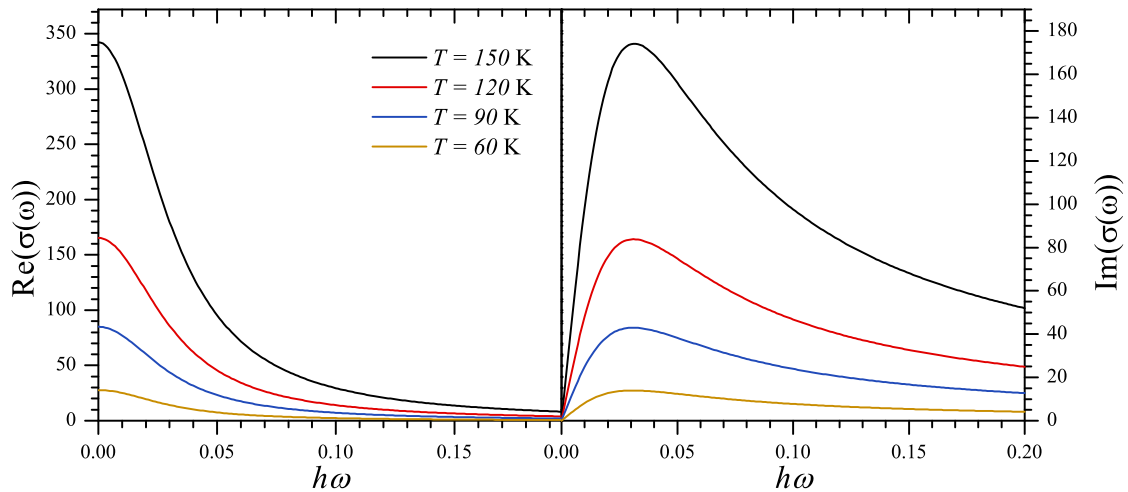
<sup>5</sup>ovo je također posljedica našeg odabira disperzije; općenito se (npr. za  $t_{pp} \neq 0$ ) procjep ne mora poklapati s Van Hoveovim singularitetom.



Slika 2.7: Vodljivost izračunata za  $\hbar\omega = 0.05$  eV

ranje procjepa za polupopunjenu vrpce. Na popunjenjima  $\delta \approx \pm 1$ , tj. u graničnim slučajevima približno pune (prazne) vrpce, vodljivost se može približno opisati linearnom šupljinskom, tj. elektronskom aproksimacijom  $\sigma \propto qn_{e,h}$ .

Kako bismo promotрили ovisnost o frekvenciji odabiremo energiju gdje je procjep najveći ( $\delta = 0$ ) i spuštamo temperaturu ispod  $T_{CDW}$ ;



Slika 2.8: Ovisnost vodljivosti o frekvenciji prilikom otvaranja CDW procjepa za temperature  $T \leq T_{CDW}$ .

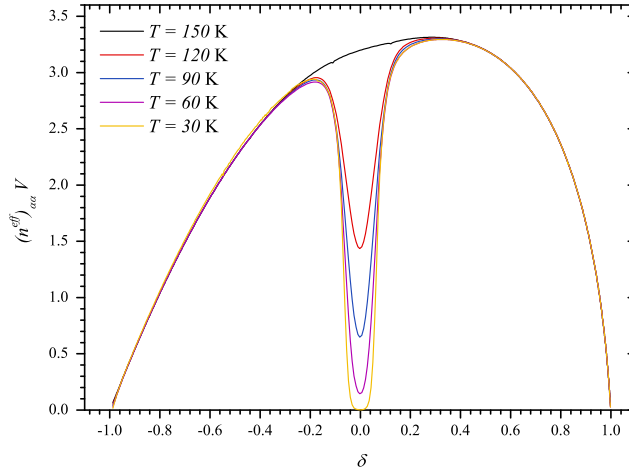
Vidljivo je (slika 2.8) da  $\sigma(\omega)$  reproducira osnovnu formu Drudeova modela (slika 2.1) za  $T \geq T_{CDW}$ . Smanjujući temperaturu ispod temperature prijelaza dolazi do potiskivanja vodljivosti zbog preraspodjele gustoće stanja koja se ne može opisati unutar Drudeova modela uz konstantni  $\tau$ . Treba imati na umu da smo u trenutnom računu uzeli u obzir samo intra–vrpčane doprinose, ali da bi za frekvencije  $\hbar\omega \gtrsim 2\Delta \approx 80$  meV trebalo uzeti u obzir i inter–vrpčane procese. U tom slučaju vidjeli bismo kako je potiskivanje vodljivosti prisutno samo na nižim frekvencijama, te kako se ukupna spektralna težina preraspodjeljuje na više frekvencije. Pri tome se ne radi o prelasku iz niže u višu vrpcu sa slike 2.4 a) (taj prijelaz je ostvaren za energije  $\hbar\omega \gtrsim 0.66$  eV), već o prijelazima između dva dijela niže vrpce koja su razdvojena CDW procjepom.

U slučaju otvaranja supravodljivog procjepa, ponašanje intra–vrpčane vodljivosti je nešto drukčije; dolazi do potiskivanja vodljivosti za sve frekvencije manje od  $2\Delta$ , no javlja se i dodatni doprinos na frekvenciji  $\omega = 0$  koji opisuje energiju potrošenu na ubrzanje superfluida, a proizlazi iz pravila sume:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re}[\sigma(\omega)] d\omega = \frac{nq^2}{m}, \quad (2.38)$$

o čemu će biti riječi u dijelu 2.5.

Sjetimo se izraza efektivne gustoće naboja (2.22) izvedenog preko Boltzmannovog



Slika 2.9: Ovisnost  $n_{\alpha\alpha}^{eff}$  o dopiranju za temperature  $T \leq T_{CDW}$ .

formalizma i provjerimo njegovu korektnost u ovom slučaju. Ranije smo rekli kako je jedna od prednosti ovakvog razmatranja vodljivosti, naspram Drudeovog, obuhvaćanje

temperaturne ovisnosti sustava izvan relaksacijskog vremena  $\tau$ . Budući da je ovisnost o frekvenciji jednaka kao u Drudeovom modelu, ovisnost o popunjenju za različite temperature bi trebala biti pohranjena upravo u  $n_{\alpha\alpha}^{eff}(\delta, T)$ . Na slici 2.9 je vidljivo kako je reproducirano ponašanje izračunato direktno iz Emeryevog modela (slika 2.7), što znači da je Boltzmannov opis korektan u okviru razmatranja uzetog u ovom poglavlju.

## 2.4 BCS teorija supravodljivosti

U suvremenim istraživanjima ne postoji konsenzus oko teorijskog opisa koji bi jednako dobro pokrивao sva svojstva visokotemperaturne supravodljivosti. Stoga se ona često uspoređuju s predviđanjima BCS teorije [8] supravodljivosti koja dobro opisuje svojstva klasičnih supravodiča. U njima elektroni prelaze u novo, supravodljivo osnovno stanje preko efektivne privlačne sile uzrokovane elektron–fonon vezanjem.

Postavimo li Hamiltonijan u kojem uzimamo u obzir prisustvo elektrona i fonona, te njihovu interakciju, on će u drugoj kvantizaciji poprimiti slijedeći oblik

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon(\mathbf{k}) C_{\mathbf{k}}^{\dagger} C_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{p}} \omega(\mathbf{p}) b_{\mathbf{p}}^{\dagger} b_{\mathbf{p}} + \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{p}} g_{\mathbf{k}, \mathbf{p}} (b_{\mathbf{p}} + b_{-\mathbf{p}}^{\dagger}) C_{\mathbf{k}+\mathbf{p}}^{\dagger} C_{\mathbf{k}}, \quad (2.39)$$

gdje je  $\varepsilon(\mathbf{k})$  disperzija slobodnih elektrona,  $\omega(\mathbf{p})$  frekvencija titranja fonona,  $g_{\mathbf{k}, \mathbf{p}}$  jakost elektron–fonon vezanja, a  $C_{\mathbf{k}}^{\dagger}$  i  $C_{\mathbf{k}}$  (odnosno  $b_{\mathbf{p}}^{\dagger}$  i  $b_{\mathbf{p}}$ ) su fermionski (odnosno bozonski) operatori stvaranja i poništavanja. Dâ se pokazati kako se ovaj Hamiltonijan može svesti na oblik

$$H = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \varepsilon(\mathbf{k}) C_{\mathbf{k}, \sigma}^{\dagger} C_{\mathbf{k}, \sigma} + \quad (2.40)$$

$$+ \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{k}' \\ \sigma, \sigma'}} |g_{\mathbf{p}, \mathbf{k}}|^2 \frac{\omega(\mathbf{p})}{(\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{p}))^2 - \omega^2(\mathbf{p})} C_{\mathbf{k}'+\mathbf{p}, \sigma'}^{\dagger} C_{\mathbf{k}', \sigma'} C_{\mathbf{k}-\mathbf{p}, \sigma}^{\dagger} C_{\mathbf{k}, \sigma}, \quad (2.41)$$

koji opisuje efektivnu elektron–elektron interakciju posredovanu fononima. Valja primijetiti kako je vrijednost interakcije negativna za slučaj  $|\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{p})| < \omega(\mathbf{p})$ .

Drugim riječima, ako je razlika energije dvaju elektrona manja od frekvencije titranja fonona, između njih će se javiti privlačna sila. Sažeto se Hamiltonijan može pisati

$$H = \sum_{\mathbf{k},\sigma} \varepsilon(\mathbf{k}) C_{\mathbf{k},\sigma}^\dagger C_{\mathbf{k},\sigma} + \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\substack{\mathbf{k},\mathbf{k}' \\ \sigma,\sigma'}} V(\mathbf{p}, \mathbf{k}) C_{\mathbf{k}'+\mathbf{p},\sigma'}^\dagger C_{\mathbf{k}',\sigma'} C_{\mathbf{k}-\mathbf{p},\sigma}^\dagger C_{\mathbf{k},\sigma}. \quad (2.42)$$

U izvornom je računu pretpostavljeno da najveći doprinos supravodljivosti nosi onaj  $s$ -simetrije, zbog čega je raspršenje  $(\mathbf{k}\sigma, \mathbf{k}'\sigma')$  nužno oblika  $(\mathbf{k} \uparrow, -\mathbf{k} \downarrow)$ , te u Hamiltonijanu zadržavamo samo te članove.

Za valnu funkciju BCS-ovog osnovnog stanja se uzima da je  $|v_{\mathbf{k}}|^2$  vjerojatnost nasklapanja para u stanju  $(\mathbf{k} \uparrow, -\mathbf{k} \downarrow)$  dok je  $|u_{\mathbf{k}}|^2 = 1 - |v_{\mathbf{k}}|^2$  vjerojatnost da je to stanje prazno. Sparivanjem elektroni prelaze u neinteragirajuće bozone te se ukupna valna funkcija može pisati [9]

$$|\Psi_G\rangle = \prod_{\mathbf{k}=\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_M} (|u_{\mathbf{k}}| + |v_{\mathbf{k}}| e^{i\varphi(\mathbf{k})} C_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger C_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger) |\phi_0\rangle, \quad (2.43)$$

gdje je  $e^{i\varphi(\mathbf{k})}$  razlika u fazi između dva para.

Određimo li očekivanu vrijednost energije slijedi:

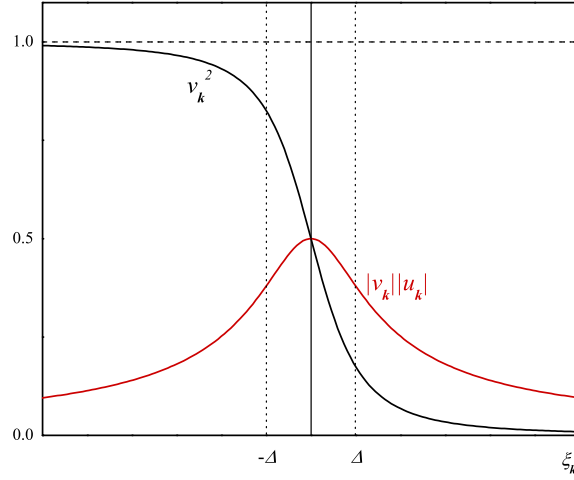
$$\langle \Psi_G | H - \mu N | \Psi_G \rangle = 2 \sum_{\mathbf{k}} \xi_{\mathbf{k}} v_{\mathbf{k}}^2 + \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{p}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{p}} u_{\mathbf{k}} v_{\mathbf{k}}^* u_{\mathbf{p}}^* v_{\mathbf{p}}, \quad (2.44)$$

pri čemu smo uveli  $\xi_{\mathbf{k}} = \varepsilon(\mathbf{k}) - \mu$  kao energiju elektrona pomaknutu od Fermijevog nivoa. Primijetimo da se u drugom članu zadnjeg izraza nalazi uvjet za ostvarivanje supravodljivosti. Kada bi faza između dva para ovisila o  $\mathbf{k}$ , tada bi u sumu ulazili doprinosi nasumičnih faznih pomaka ( $e^{i(\varphi(\mathbf{p}) - \varphi(\mathbf{k}))}$ ) koji bi usrednjili cjelokupnu amplitudu vjerojatnosti u 0. Na taj način ova interakcija ne bi doprinosila Hamiltonijanu i njena bi uloga bila nebitna. Stoga su jedini članovi koji doprinose oni gdje svi parovi imaju istu fazu  $\varphi(\mathbf{k}) = \varphi_0$ . Dakle, osnovno stanje BCS teorije je fazno koherentno.

Uvedemo li u 2.44 supstituciju  $u_{\mathbf{k}} = \sin \theta_{\mathbf{k}}$ ,  $v_{\mathbf{k}} = \cos \theta_{\mathbf{k}}$ , i minimiziramo očekivanu vrijednost energije, slijedi da je:

$$v_{\mathbf{k}}^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\xi_{\mathbf{k}}}{\sqrt{\Delta^2 + \xi_{\mathbf{k}}^2}} \right), \quad (2.45)$$

$$u_{\mathbf{k}}^2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\xi_{\mathbf{k}}}{\sqrt{\Delta^2 + \xi_{\mathbf{k}}^2}} \right), \quad (2.46)$$



Slika 2.10: Ovisnost BCS parametara  $v_{\mathbf{k}}^2$  (vjerojatnost da par popunjava stanju  $\mathbf{k}$ ) i  $|v_{\mathbf{k}}||u_{\mathbf{k}}|$  (vjerojatnost razbijanja para u stanju  $\mathbf{k}$ ) o energiji para  $\xi_{\mathbf{k}}$ , na temperaturi  $T = 0$  K.

pri čemu smo definirali  $\Delta = \Delta_{\mathbf{k}} = -\sum_{\mathbf{p}} V_{\mathbf{p},\mathbf{k}} u_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}}$  kao jakost supravodljivog procjepa na  $T = 0$  K. Doprinos fonona ulazi u granice sumacije pri čemu su moguća jedino stanja za koja je energija para manja od Debyeve energije  $|\xi_{\mathbf{k}}| < \hbar\omega_D$ . Na konačnim temperaturama izraz za  $\Delta$  prelazi u samosuglasni oblik

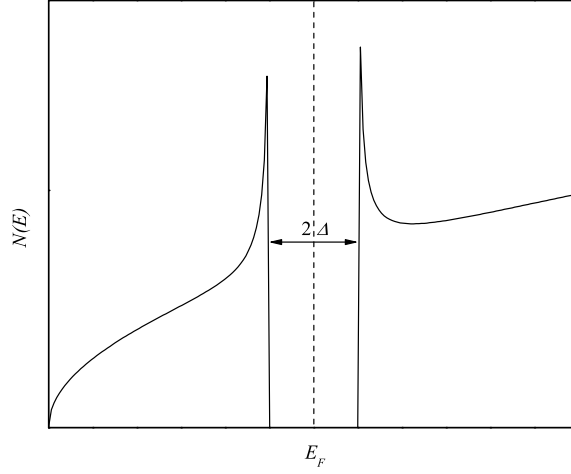
$$\Delta_{\mathbf{k}} = -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{p}} V_{\mathbf{p},\mathbf{k}} \frac{\Delta_{\mathbf{p}}}{\sqrt{\Delta_{\mathbf{p}}^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2}} \text{th} \left( \frac{\sqrt{\Delta_{\mathbf{p}}^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2}}{2k_B T} \right), \quad (2.47)$$

koji se određuje numerički. Za slučaj slabog vezanja ( $\hbar\omega_D/k_B T_c \gg 1$ ) blizu  $T = 0$  K procjep je gotovo temperaturno neovisan (ima ovisnost  $e^{-\Delta(0)/k_B T}$ ), a blizu  $T_c$  procjep se zatvara s vertikalnom tangentom i to u obliku

$$\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} \approx 1.74 \left( 1 - \frac{T}{T_c} \right)^{1/2}. \quad (2.48)$$

Pojava energijskog procjepa će biti vidljiva i u gustoći stanja gdje se javlja zabranjeno područje u granicama

$$\frac{N_s(E)}{N(0)} = \frac{d\xi}{dE} = \begin{cases} \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} & (|E| > \Delta), \\ 0 & (|E| < \Delta). \end{cases} \quad (2.49)$$



Slika 2.11: Gustoća stanja slobodnog elektronskog plina na  $T = 0$  K s procjepom na Fermijevom nivou u okviru BCS teorije.

U prisutnosti vanjskog magnetskog polja dolazi do promjene kinetičke energije sustava

$$\frac{1}{2m^*} [\hbar^2 (\nabla |\Psi(\mathbf{r})|)^2 + (\hbar \nabla \varphi(\mathbf{r}) - e\mathbf{A})^2 |\Psi(\mathbf{r})|^2] \quad (2.50)$$

pri čemu se formiraju superstruje odgovorne za dijamagnetski odziv. Veličina  $\Psi(\mathbf{r}) = |\Psi(\mathbf{r})| e^{i\varphi(\mathbf{r})}$  je supravodljiva valna funkcija, tj. parametar uređenja u realnom prostoru, a  $\mathbf{A}$  vektorski potencijal vanjskog magnetskog polja. Zbog superstruja magnetsko polje prodire u unutrašnjost supravodiča samo do dubine  $\lambda_L$ , zvana Londonova dubina prodiranja, koja je određena mikroskopskim svojstvima sustava.

Baždarna transformacija,

$$\mathbf{A} + \nabla \chi(\mathbf{r}) = \mathbf{A}', \quad (2.51)$$

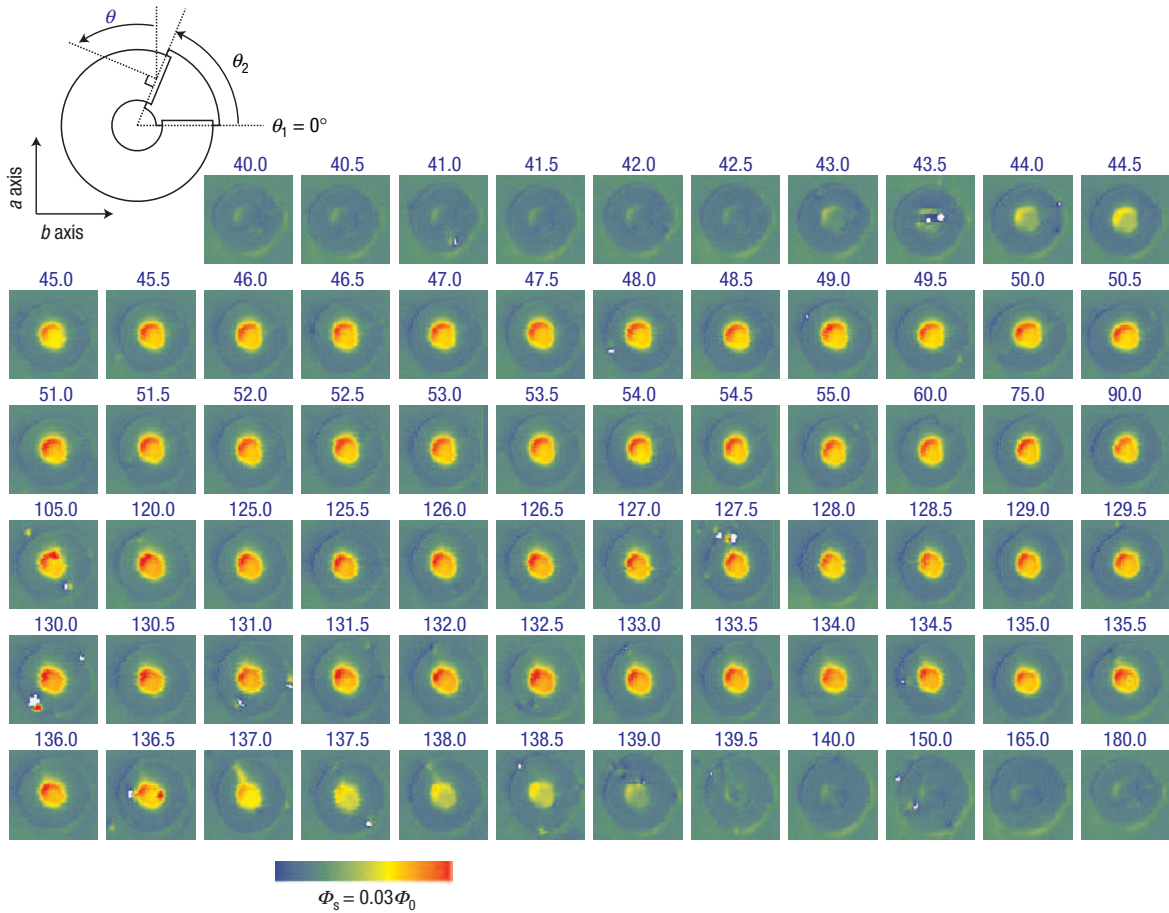
ne mijenja fizikalne veličine kao što su energijski spektar, gustoća vjerojatnosti i sl. Može se pokazati da ovakva transformacija vodi na novu varijablu

$$\Psi'(\mathbf{r}) = \Psi(\mathbf{r}) e^{i2e\chi(\mathbf{r})/\hbar}, \quad (2.52)$$

koja općenito mora biti jednoznačna pri promjeni faze za  $2\pi$ . Iz toga slijedi kako ukupan magnetski tók kroz unutrašnjost supravodiča mora biti cijelobrojni višekratnik kvanta tóka

$$\Phi = \frac{h}{2e}. \quad (2.53)$$





Slika 2.12: Eksperiment kojim je pokazano kako je simetrija supravodljivog parametra uređenja visokotemperaturnog supravodiča većinom  $d$ -valna. Za potrebe mjerenja su izrađeni otvoreni prsteni od YBCO-a čiji je kut otvorenosti variran u pomacima za  $5^\circ$ , a dva kraja prstena su spojena klasičnim supravodičem  $s$ -simetrije (Nb). Slika preuzeta iz [4].

Dokaz postojanja kvanta tōka je ukazao na kompleksnost parametra uređenja, te se kasnije pomoću osjetljivih mjerenja pokazala [4]  $d$ -valna simetrija (slika 2.12) visokotemperaturne supravodljivosti.

## 2.5 Generalizirani model dva fluida

Generalizirani model dva fluida objedinjuje razmatranja H. Londona [10], te Casimira i Gortera [11] koja su opisivala supravodljivo stanje s dvije vrste nosilaca naboja; supravodljivi ( $n_s$ ) i nesupravodljivi, tj. nosioci u normalnom stanju ( $n_n$ ). Budući da ukupan broj nosilaca ( $n$ ) mora biti očuvan, te dvije veličine su povezane izrazom  $n_s = n - n_n$ .

U ovom opisu, supravodljiva komponenta je odgovorna za stvaranje supravodljive struje  $\mathbf{j}_s$  koja teče bez otpora, a normalna komponenta za tok normalne struje  $\mathbf{j}_n$  uz konačan otpor. Spuštanjem temperature ispod temperature prijelaza  $T_c$ , povećava se broj supravodljivih, a smanjuje broj normalnih nosilaca.

Gibanje nosilaca se opisuje s dvije jednačbe:

$$m \frac{d\mathbf{j}_n}{dt} + m \frac{\mathbf{j}_n}{\tau} = n_n e^2 \mathbf{E}, \quad (2.54)$$

$$m \frac{d\mathbf{j}_s}{dt} = n_s e^2 \mathbf{E}, \quad (2.55)$$

gdje se druga jednakost naziva Londonova jednačba. Ona ukazuje kako je odziv supravodljivih elektrona na vanjsku pobudu s beskonačno dugačkim vremenom relaksacije. Spojimo li je s 3. Maxwellovom jednačbom, možemo vidjeti kako takvo stanje uzrokuje frekventno neovisnu dubinu prodiranja – Londonovu dubinu prodiranja:

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}}. \quad (2.56)$$

$\lambda_L$  je u običnim metalima reda veličine nekoliko mikrometara ili manje te je vanjsko magnetsko polje sasvim istisnuto iz unutrašnjosti velikog uzorka.

Ukupna struja je zbroj  $\mathbf{j}_n + \mathbf{j}_s$ , i ako imamo vremenski promjenjivu pobudu  $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}(\omega)e^{-i\omega t}$ , slijedi kako je ukupna vodljivost:

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_n = \frac{n_n e^2 \tau}{m} \frac{1}{1 - i\omega\tau} + \frac{n_s e^2}{-i\omega m}. \quad (2.57)$$

Razdvojimo li realni i imaginarni doprinos na način  $\sigma = \sigma_1 + i\sigma_2$ , slijedi:

$$\sigma_1 = \frac{n_n e^2 \tau}{m} \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad (2.58)$$

$$\sigma_2 = \frac{n_n e^2 \tau}{m} \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} + \frac{n_s e^2}{\omega m}. \quad (2.59)$$

Ovdje vidimo da supravodljiva komponenta doprinosi samo u  $\sigma_2$ , dok normalna doprinosi i u  $\sigma_1$  i u  $\sigma_2$ . Kada je pobuda istosmjerna, supravodljivi nosioci mogu zasjeniti normalne i vodljivost je beskonačna, no na konačnim frekvencijama se zbog inercije ne uspijevaju sasvim zasjeniti normalni nosioci i javlja se konačna vrijednost otpora.

Kako vodljivost spada u elektromagnetske odzivne funkcije, ona mora zadovoljiti Kramers–Kronigove relacije. Drugim riječima, u  $\sigma_1$  mora postojati doprinos supravodljive komponente preko  $\delta$ –funkcije na frekvenciji  $\omega = 0$ ,

$$\sigma_1 = \frac{\pi n_s e^2}{m} \delta(\omega) + \frac{n_n e^2 \tau}{m} \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad (2.60)$$

$$\sigma_2 = \frac{n_n e^2 \tau}{m} \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} + \frac{n_s e^2}{\omega m}. \quad (2.61)$$

Na mikrovalnim frekvencijama gdje je  $\omega\tau < 1$ ,  $\sigma_1$  ( $\sigma_2$ ) će ovisiti o  $n_n$  ( $n_s$ ). Na  $T = 0$  K, doprinos  $\sigma_1$  dolazi isključivo od  $\delta$ –funkcije, dok na višim temperaturama raste broj toplinski pobuđenih kvazičestica te  $\sigma_1$  raste zahvaljujući  $n_n$ . Nasuprot tome, broj supravodljivih čestica pada šte se može direktno vidjeti preko mjerenja dubine prodiranja,

$$\frac{n_s(T)}{n_s(0)} = \frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)}. \quad (2.62)$$

## 2.6 Supravodljive fluktuacije

Otkrićem visokotemperaturne supravodljivosti pokrenuta je lavina pitanja o mehanizmu sparivanja elektrona jer je nije bilo moguće objasniti unutar, do tada vrlo uspješne, BCS teorije. Fenomenološka Ginzburg–Landau (GL) teorija (1950. g.) je davala dobar opis ponašanja kritičnih supravodljivih parametara ( $H_{c1}$ ,  $H_{c2}$ ,  $J_c$ ), no niti ona nije odgovarala na pitanje mehanizma sparivanja. U njoj je prelazak u supravodljivo stanje promatran preko razvoja slobodne energije,

$$f(\mathbf{r}) - f_0(\mathbf{r}) = \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left( \frac{\hbar}{i} \nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{h^2}{8\pi}. \quad (2.63)$$

Supravodljivo stanje je definirano preko kompleksnog parametra uređenja opisanog makroskopskom valnom funkcijom  $|\psi|e^{i\varphi}$ . Za razliku od izotropnog slučaja prikazanog u relaciji 2.63, u anizotropnom sustavu sastavljenom od niza slojeva treba promatrati slobodnu energiju svake ravnine posebno, te dodati interakcije među ravninama. Ukupni GL funkcional je u tom slučaju:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{r}) - f_0(\mathbf{r}) &= \\ &= \sum_n \alpha \left( |\psi_n|^2 + \frac{\beta}{2\alpha} |\psi_n|^4 + \xi_{ab}^2(T) \left( \left| \frac{\partial \psi_n}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \psi_n}{\partial y} \right|^2 \right) + \frac{\xi_c^2(T)}{c^2} |\psi_n - \psi_{n-1}|^2 \right), \end{aligned} \quad (2.64)$$

$$= \sum_n \alpha |\psi_n|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi_n|^4 + \frac{\hbar^2}{2m_{ab}} \left( \left| \frac{\partial \psi_n}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \psi_n}{\partial y} \right|^2 \right) + \alpha_0 \frac{\xi_{c0}^2}{c^2} |\psi_n - \psi_{n-1}|^2, \quad (2.65)$$

pri čemu smo ispustili član s magnetskim poljem i pretpostavili da je  $\xi_a = \xi_b = \xi_{ab}$ , te  $\xi_{ab} \neq \xi_c$ , a sa  $c$  označili razmak među ravninama. U slučaju kada je  $\xi_c > c$ , interakcijski član možemo transformirati u  $\partial\psi/\partial z$  jer se valna funkcija proteže preko ravnina i dozvoljeno je uvesti uprosječenje. To približenje je uvijek zadovoljeno za temperature blizu  $T_c$ , jer  $\xi_{c0}/c$ ,  $\xi_c(T) \approx \xi_{c0}(1 - T/T_c)^{-1/2}$  naraste iznad  $c$ , i ovaj se problem svodi na problem anizotropije efektivnih masa [12] pri čemu  $m_c > m_{ab}$ . Virovi koji su u izotropnom slučaju bili kružnog poprečnog presjeka postaju elipse i to tako da je omjer anizotropnih dubina prodiranja<sup>6</sup>

$$\frac{\lambda_c}{\lambda_{ab}} = \frac{\xi_{ab0}}{\xi_{c0}}. \quad (2.66)$$

Budući da je  $H_{c2||ab} = \Phi_0/2\pi\xi_{ab}\xi_c$ , i  $\xi_i \propto m_i^{-1/2}$ , tada vrijedi:

$$\frac{\xi_{ab0}}{\xi_{c0}} = \frac{\lambda_c}{\lambda_{ab}} = \sqrt{\frac{m_c}{m_{ab}}} = \frac{H_{c2||ab}}{H_{c2||c}}, \quad (2.67)$$

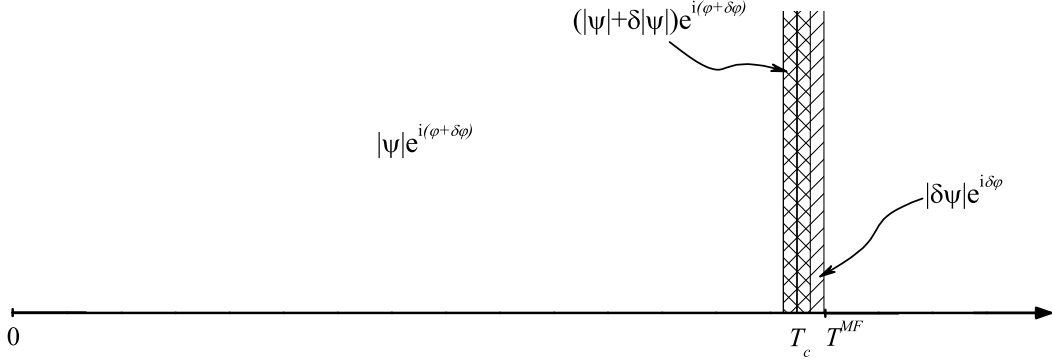
pri čemu su se temperaturne ovisnosti korelacijskih duljina pokratile. Iz zadnjih je relacija možda najočitiije da, prema opisu iznad, ponašanje sustava na  $T_c$  opisuje njegova svojstva i na  $T = 0$ .

Promotrimo detaljnije svojstva sustava u dva granična slučaja supravodljivog parametra uređenja određenih omjerom  $\xi_{c0}/c$ . U prvom slučaju (slika 2.13) razmatramo

---

<sup>6</sup>treba spomenuti kako indeks  $i$  dubine prodiranja  $\lambda_i$  opisuje dubinu prodiranja za struju u smjeru  $i$ , a ne zasjenjenje magnetskog polja u smjeru  $i$ .

klasičnu kvazi–3D situaciju gdje  $\xi_{ab0} > \xi_{c0} > c$ , što znači da na svim temperaturama vrijedi  $\xi_{ab}(T) > \xi_c(T) > c$ , i GL funkcional prikazan u relaciji 2.65 možemo svesti na anizotropni 3D oblik 2.63. Na temperaturama iznad temperature prijelaza GL funkcional ima samo trivijalno rješenje  $\langle \psi \rangle = 0$ . Spuštajući temperaturu na  $T = T^{MF}$  GL funkcional poprima negativne vrijednosti, no prevladavaju Gaussove fluktuacije ampli-



Slika 2.13: Ilustracija temperaturne ovisnosti parametra uređenja za slučaj kvazi–3D GL funkcionala.

tude i faze parametra uređenja, te se dugodosežna supravodljivost ne može uspostaviti. Kako se udaljavamo od  $T^{MF}$  na niže temperature, postaje bitan član uz  $|\Psi|^4$  i Gaussove fluktuacije daju manji doprinos. Za daljnje razmatranje se moraju uključiti viši članovi u razvoju, i time ulazimo u kritično područje fluktuacija gdje  $\beta/2$  osigurava minimum GL funkcionala za konačan  $|\psi|$ , tj. amplituda parametra uređenja postaje dobro definirana. Kritično područje je vezano usko uz temperaturu  $T = T_c$  na kojoj se uspostavlja fazna koherencija i supravodljivo uređenje je dugodosežno. U klasičnim supravodičima (izotropna 3D granica) ovo područje je izrazito usko

$$\frac{|T - T_c|}{T_c} < \frac{1}{2} \left( \frac{k_B T_c}{H_c^2(0) \xi^3(0)} \right)^2 \quad (2.68)$$

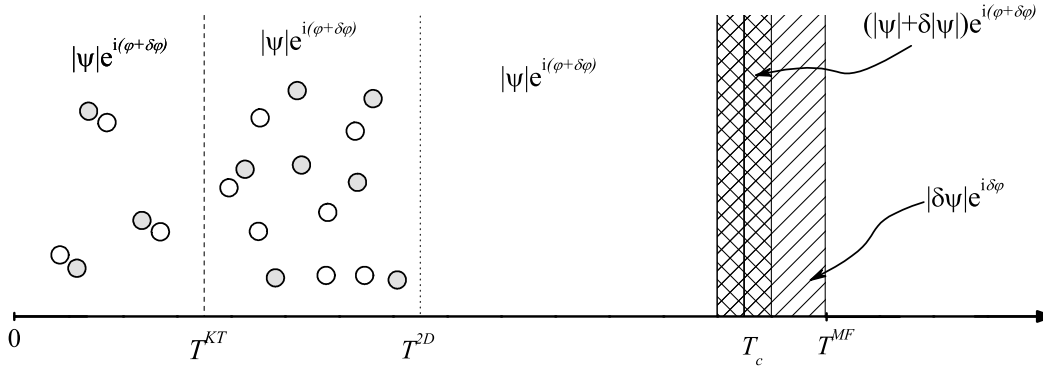
(manje od 1 mK) i teško se može opaziti, no u visokotemperaturnim supravodičima je, zbog kratkih duljina korelacije, anizotropije i visokih vrijednosti temperature prijelaza ( $T_c$ ),

$$\frac{|T - T_c|}{T_c} < \frac{\beta^2}{T_c^2} \left( \frac{ca^2}{\xi_{c0} \xi_{ab0}^2} \right)^2 \quad (2.69)$$

ono reda veličine 1 K, što je potaknulo veliki istraživački interes. Zanemarimo li fluktuacije oko  $T_c$ , odnosno postavimo li  $T_c \approx T^{MF}$ , iz omjera kritičnih polja ( $H_{c2||ab}/H_{c2||c}$ )

mjerenim u blizini  $T_c$  možemo odrediti intrinzičnu anizotropiju sustava na  $T = 0$  K (sjetimo se da relacija 2.67 daje omjer  $\xi_{ab0}/\xi_{c0}$ ). Povećanjem anizotropije se širi područje fluktuacija (2.69); kako kritičnih tako i amplitudnih Gaussovih. Daljnjim spuštanjem temperature od  $T_c$  amplitudne fluktuacije se smanjuju i preostaju samo fazne fluktuacije za koje su dovoljne male energije pobuđenja.

U drugom slučaju (slika 2.14), kada je  $c > \xi_{c0}$ , a  $\xi_{ab0} > \xi_{c0}$ , parametar uređenja  $\Psi_n$  je određen unutar  $n$ -te ravnine i sva supravodljiva svojstva u smjeru okomitom na ravnine su određena supravodljivim svojstvima unutar ravnina. Takav opis je prikladan za niske temperature gdje smo sigurni da je vezanje između ravnina izrazito maleno. Međutim, 3D GL pristup još može biti prikladan za temperature blizu  $T_c$  kad je  $\xi_c(T) > c$  i fazna koherencija među ravninama se može uspostaviti. U slučaju velike anizotropije, ovakav kvazi-2D sustav će na temperaturi  $T^{KT} < T^{MF}$  imati [13] dobro definiran Kosterlitz–Thouless prijelaz koji je posljedica prisutne dvodimenzionalne fizike. U području temperatura  $T < T_{KT}$  kružna pobuđenja faze tvore (anti)virove



Slika 2.14: Ilustracija temperaturne ovisnosti parametra uređenja za slučaj kvazi-2D GL funkcionala gdje je  $T_c$  malo potisnut regularnim fluktuacijama faze, a temperaturno područje fluktuacija prošireno anizotropijom.

koji su malobrojni i vezani u parove jer su prosječne udaljenosti među parovima puno veće od udaljenosti unutar para. Porastom temperature povećava se broj parova i njihova međusobne interakcije uzrokuje razvezivanje pojedinih parova na  $T^{KT}$ . Za  $T^{KT} < T < T^{MF}$  vir-antivir pobuđenja su sasvim nevezana, kao plazma čestica, koja određuju sva druga svojstva sustava. Općenito, pobuđenja faze mogu biti kružna i regularna (laminarna), i u strogo 2D sustavu upravo su laminarna pobuđenja ta koja potiskuju  $T_c$  u 0. U slučaju kvazi-2D sustava  $T_c$  je konačan i uspostavljanje dugo-

dosežne (3D) supravodljivosti je određeno jakošću vezanja između ravnina:

$$T_c \approx \frac{(\xi_{ab0}^{MF})^2}{ab} \frac{T^{MF}}{\log(c/\xi_{c0}^{MF})}. \quad (2.70)$$

U izraz za gornje kritično polje paralelno s  $ab$  ravninama je potrebno uvesti popravke zbog diskretne prirode GL funkcionala, i u blizini  $T_c$  je ono

$$H_{c2||ab} \approx \frac{\Phi_0}{2\pi c^2} \frac{\xi_c/\xi_{ab}}{\sqrt{1 - c^2/2\xi_c^2(T)}}. \quad (2.71)$$

Vidi se da izraz divergira za  $\xi_c(T^{2D}) = c/\sqrt{2}$ , tj. na nekoj temperaturi prijelaza u dvodimenzionalni opis. Sâma divergencija je artefakt jednostavnosti ovog približenja, no ukazuje da će omjer kritičnih polja biti puno veći ako je sustav 2D nego ako je anizotropan 3D.

U cijelom području temperatura  $T < T_c$ , kvazi-2D parametar uređenja obilježavaju fluktuacije faze, određene dinamikom (anti)virova, a kao i u prethodnom slučaju amplituda fluktuiru u kritičnom području oko  $T_c$ . Sada je međutim, zbog veće anizotropije ono šire, a i  $T_c$  je više potisnut u odnosu na  $T^{MF}$ . Izvan kritičnog područja su opet prisutne Gaussove fluktuacije amplitude, također u širem rasponu temperatura.

Kritične i Gaussove fluktuacije su opažene i proučavane različitim tehnikama, no u ranim istraživanjima rezultati su značajno ovisili o kvaliteti uzoraka i usavršenosti mjerne metode. Razvojem tehnologija i procesa sinteze uzoraka počeli su se uočavati detalji u ponašanju određenih svojstava, čime su se javljala i nova teorijska razmatranja. Iz perspektive GL teorije, temperatura supravodljivog prijelaza  $T_c$  je definirana kao ona na kojoj parametar uređenja postane neiščezavajući. U stvarnosti su međutim, uvijek prisutna toplinska pobuđenja te su fluktuacije parametra uređenja uvijek konačne. U dvodimenzionalnom (2D) slučaju, temperatura prijelaza može biti znatno ispod  $T_c$  određene u približenju srednjeg polja i najviše je pod utjecajem faznih fluktuacija parametra uređenja. Ako imamo dobro definiranu amplitudu parametra uređenja termodinamička skala koja određuje ponašanje sustava jest:

$$U = \frac{1}{2} n_s \int d^2r |\nabla\varphi|^2 \quad (2.72)$$

gdje je  $n_s$  gustoća superfluida, tj. tzv. (čista) fazna čvrstoća (eng. bare phase stiffness). Ovaj 2D model opisuje ponašanje superfluidnih filmova  $^4\text{He}$  /  $^3\text{He}$  i tankih filmova supravodiča. Ako se radi o izotropnom (3D) sustavu koji je “stisnut“ u 2D (npr.

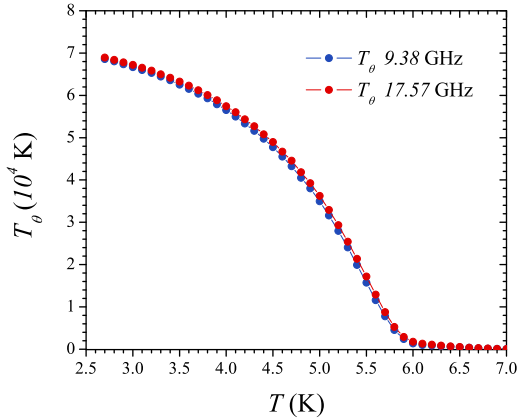
uzorak je u obliku tankog filma), tada on prelazi iz 3D na niskim temperaturama u 2D Kosterlitz–Thouless (KT) opis na višim temperaturama kada duljina korelacije postane usporediva s debljinom filma. Predviđa se da do prijelaza dolazi na temperaturi  $T_{KT}$  nižoj od  $T_c$  ovisno o debljini uzorka

$$\frac{T_c - T_{KT}}{T_c} = b(d/\xi_0)^{-3/2}, \quad (2.73)$$

gdje je  $b$  konstanta. Na niskim temperaturama, gustoća superfluida bi se ponašala u skladu s 3D predviđanjem  $n_s \propto t^{2/3}$  pri čemu je  $t = (T_c - T)/T_c$ , no s povećanjem temperature bi naglo pala na 0 karakteristično za KT prijelaz.

U slučaju izrazito anizotropnog sustava, gdje su 2D ravnine proizvoljno slabo vezane, činjenica da imamo više ravnina naslaganih jedna na drugu ne bi utjecala na ponašanje sustava i  $T_{KT}$  bi bila intrinzična veličina neovisna o debljini uzorka. Takvim se trenutno smatra sustav  $\text{La}_{1.875}\text{Ba}_{0.125}\text{CuO}_4$  gdje faza pruga (modulacija naboja i spina) elektronski razveže  $\text{CuO}_2$  ravnine te se javlja 2D fluktuacijska supravodljivost [14].

V. J. Emery i sur. [15] su pokazali da u odnosu na klasične supravodiče s visokim vrijednostima (slika 2.15) gustoće superfluida ( $\propto 10^4$  K) u visokotemperaturnim

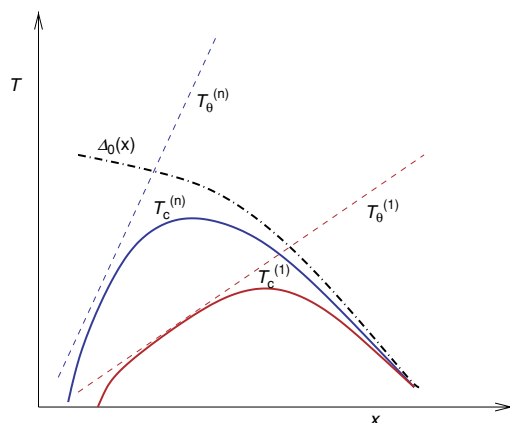


Slika 2.15: Fazna čvrstoća u klasičnom supravodiču (Nb) na dvije različite frekvencije [16].

radu ustvrdili da zbog prisutnih jakih faznih fluktuacija Cooperovi parovi ne mogu tvoriti sasvim koherentni kondenzat zbog čega je prijelaz u/iz supravodljivog stanja razmazan. Vrijeme raspršenja Cooperovih parova se iznad  $T_c$  smanjuje i postaje usporedivo

supravodičima fazna čvrstoća  $k_B T_\theta = \hbar^2 \omega d_s \sigma_2 / e^2$  (gdje je  $d_s$  debljina 2D sustava) više nije tako visoka ( $\propto 10^2$  K) i toplinska pobuđenja mogu smanjiti temperaturu prijelaza u uređeno stanje. Prva značajna potvrda tih predviđanja bila je od strane Corson i sur. [17] koji su u uzorku  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_{0.9}\text{Dy}_{0.1}\text{Cu}_2\text{O}_{8+\delta}$  ( $T_c = 74$  K) mjerenjima  $\sigma_{ab}$  na frekvencijama 100 - 600 GHz pokazali da  $T_\theta$  postaje frekventno neovisna tek ispod neke temperature niže od  $T_c$ . Spuštanjem mjerne frekvencije odziv superfluida postaje vidljiv na sve nižoj temperaturi. Autori su u tom



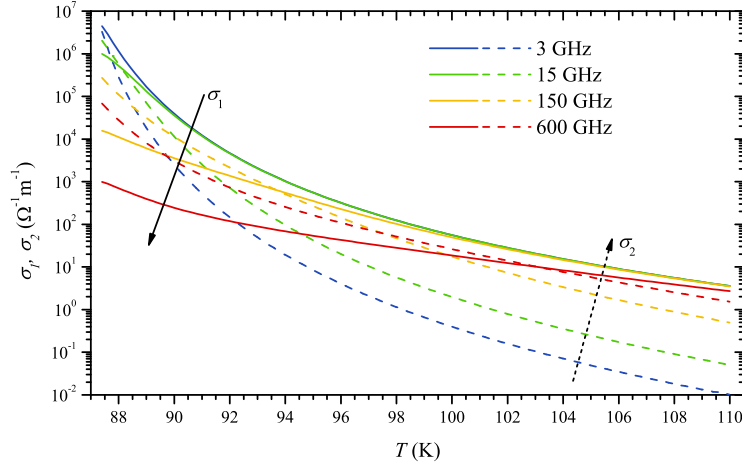


Slika 2.16: Kvalitativan prikaz karakteristika parametra uređenja u ovisnosti o razini dopiranja ( $x$ ) i broju  $\text{CuO}_2$  ravnina ( $i$ ). Temperatura supravodljivog prijelaza  $T_c^i$  (puna linija), jakost amplitude parametra uređenja  $\Delta_0$  (točka–crta), fazna čvrstoća  $T_\theta^i$  (crtkana linija). Slika preuzeta iz [18].

s vremenom raspršenja normalnih elektrona tek na 90 K (dakle oko 25 K iznad  $T_c$ ). Primijećena frekventna ovisnost nas upućuje da će na niskim frekvencijama odziv superfluida utonuti u šum relativno blizu  $T_{KT}$  i pri proučavanju supravodljivih fluktuacija za mjerenje trebamo odabrati fizikalnu veličinu gdje fluktuacijski doprinos ne ovisi, ili slabo ovisi o frekvenciji.

Opis preko faznih fluktuacija je moguć samo ako imamo dobro definiranu amplitudu parametra uređenja, tj. ako je  $k_B T_\theta < \Delta_0$  što vrijedi samo u poddopiranom području visokotemperaturnih supravodiča. Povećanjem dopiranja  $k_B T_\theta$  raste, a amplituda parametra uređenja pada, te pri prijelazu iz supravodljivog stanja toplinska pobuđenja direktno razbijaju Cooperove parove (amplitudu), a ne faznu koherentnost. Naravno, kako nema smisla govoriti o dobro definiranoj fazi parametra uređenja uz postojanje fluktuacija amplitude, zapravo dolazi do fluktuacije cijelog parametra uređenja kao kompleksne veličine (kritične i Gaussove fluktuacije).

Prepoznavanje određenog tipa supravodljivih fluktuacija je i uz današnju tehnologiju izrazito teško. Ussishkin i sur. [19] su računali doprinos Gaussovih fluktuacija signalu u Nernstovom efektu i pokazali da bi uzimanjem realnih parametara njihov doprinos mogao objasniti ponašanje u naddopiranim LSCO uzorcima. Međutim, u računu se pretpostavlja da je temperaturna ovisnost linearna ( $\alpha = \alpha_0(T - T_c)$ ), što je standardna pretpostavka za promatranje sustava oko  $T_c$ , te odbacuju doprinose gustoći energije više



Slika 2.17: Ovisnost  $\sigma_1(T)$  (pune linije) i  $\sigma_2(T)$  (crtkane linije) za različite mjerne frekvencije u sklopu razmatranja Peligrad i sur. [20, 21] za  $T_c = 87$  K.

od kvadratnog člana u  $\psi$ . Potonju pretpostavku mogu korigirati samokonzistentnom zamjenom  $\alpha \rightarrow \alpha(1 + \alpha^2)$  koja kompenzira porast člana uz  $\beta$ , i time do neke mjere proširiti svoja predviđanja za područje optimalnog dopiranja i slabog poddopiranja u faznom dijagramu. No, linearna ovisnost o temperaturi bi trebala biti korektna samo blizu  $T_c$  osim ako se radi o slučajno odabranom ispravnom ponašanju.

Doprinos Gaussovih fluktuacija vodljivosti na konačnoj frekvenciji je izračunat u sklopu FFH teorije [22], a kasnije su ga doradili D.-N. Peligrad i sur. [21] uključivši popravku za male valne duljine. Zanimljivo je da njihovo razmatranje kvalitativno predviđa ovisnost o frekvenciji koju su izmjerili Corson i sur. [17], odnosno da  $\sigma_2$  sporije trne s temperaturom na višim frekvencijama (slika 2.17).

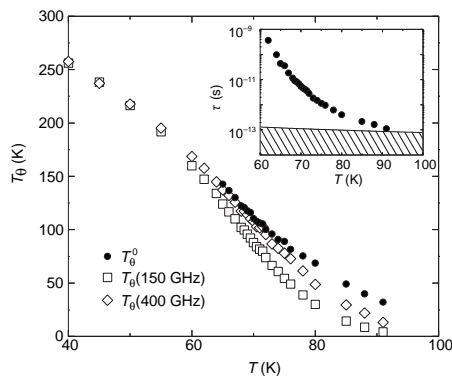
Postavi li se granica šuma na, recimo,  $20 \Omega^{-1}m^{-1}$  tada je vidljivo da na nižim frekvencijama predviđena  $\sigma_2$  postaje neuočljiva na višim temperaturama, dok  $\sigma_1$  ne prati takvu frekventnu ovisnost.  $\sigma_1$  pada s porastom frekvencije u blizini  $T_c$ , ali na višim temperaturama postaje frekventno neovisan. Znači da sâmo "mekšanje"  $\sigma_2$  s frekvencijom nije jednoznačan zapis faznih fluktuacija.

## Poglavlje 3

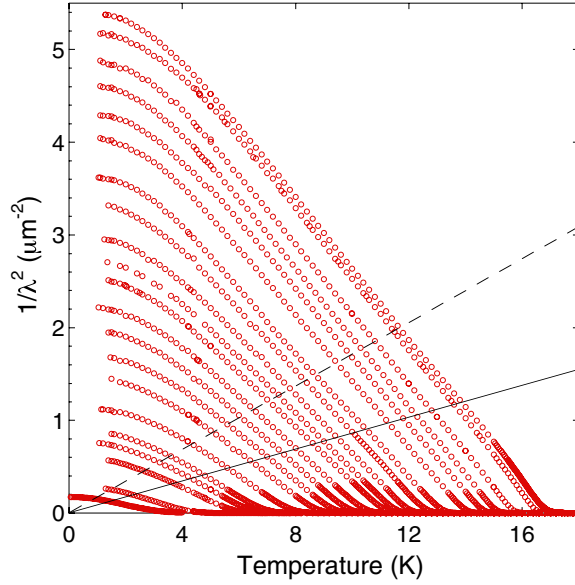
# Dosadašnja eksperimentalna istraživanja

Detekcija i određivanje strukture supravodljivih fluktuacija je uzrok razilaženja u mišljenju između mnogih znanstvenih grupa, te je bitno rezultate ovog istraživanja izreći u određenom kontekstu, tj. u usporedbi s drugim objavljenim rezultatima. U tom moru članaka spomenut ćemo samo neke koji su, po skromnom mišljenju autora, imali velik utjecaj na shvaćanje znanstvene zajednice o ovoj tematici.

Corson i sur. [17] su na uzorku  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_{0.9}\text{Dy}_{0.1}\text{Cu}_2\text{O}_{8+\delta}$  (skraćeno Bi2212) prvi zorno pokazali kako Cooperovi parovi zaista mogu imati kratkodosežne i kratkoživuće korelacije čak 25 K iznad  $T_c$  (sjetimo se, BCS predviđanja raspona fluktuacijskih efekata su do tada bila  $\sim 1$  K), zbog čega je sparivanje Cooperovih parova postalo moguće na mnogo višim temperaturama. U svom su radu pokazali kako ispod neke temperature ( $T^f \ll T_c$ ) fazna čvrstoća postaje frekventno neovisna, te da se temperatura  $T^f$  može skalirati s predviđanjem dinamike Kosterlitz–Thouless prijelaza. Zbog poveziva-



Slika 3.1: Pad fazne čvrstoće na različitim mjernim frekvencijama u Bi2212, te interpolirana vrijednost za  $\omega \rightarrow \infty$ . Manja slika pokazuje izračunato vrijeme relaksacije Cooperovih parova [17].



Slika 3.2: Ovisnost superfluidne gustoće o temperaturi za 14 različitih dopiranja blizu granice supravodljivosti. Puna i crtkana linija označavaju predviđanja KT prijelaza. Slika preuzeta iz ref. [24].

nja faznih korelacija u Bi2212 s KT prijelazom postavilo se pitanje je li sparivanje 3D ili 2D tipa, tj. formira li se supravodljivost prvo u  $\text{CuO}_2$  ravninama (2D), ili je 3D koherentnost intrinzično svojstvo supravodljivosti. Carlson i sur. [23] su u kasnijem radu pokazali da se rezultat na BSCCO—u u potpunosti može objasniti faznim fluktuacijama u 3DXY modelu. Nažalost, znanstvena grupa iz reference [17] nije nastavila istraživanje u toj tematici te nije moguće predvidjeti koji bi se zaključak izvukao iz mjerenja ovisnosti o debljini uzorka Bi2212 ili mjerenja na drugim kupratnim spojevima. Naime, treba imati na umu da su BSCCO spojevi među najjanizotropnijim visokotemperaturnim supravodičima i mnoga njihova svojstva imaju izrazito dvodimenzionalni karakter.

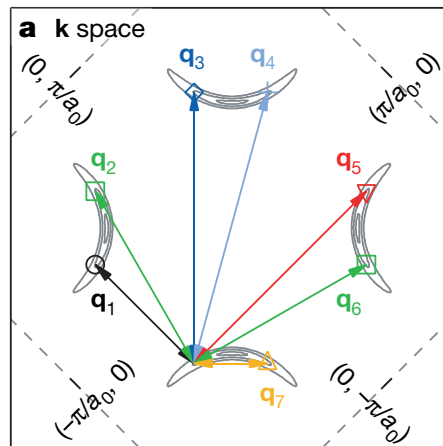
Nekoliko godina kasnije napravljena su dva zanimljiva istraživanja na uzorcima YBCO; oba u potrazi za naznakama KT prijelaza u tom sustavu. YBCO obilježava niska anizotropija na optimalnom dopiranju i često se koristi kao modelni primjer 3D visokotemperaturne supravodljivosti, no na izrazito niskim dopiranjima anizotropija postaje usporediva s onom u BSCCO te bi tu signal KT prijelaza bio najizraženiji.

Hetel i sur. [25] su proučavali ponašanje superfluidne gustoće o debljini uzorka (za debljine uzorka 2 - 20 slojeva). Broun i sur. [24] su veliku pažnju posvetili proučavanju

superfluidne gustoće u izrazito poddopiranim (na samoj granici supravodljivosti) debelim uzorcima ( $d \gg \xi_0$ ). Prvo istraživanje je pokazalo kako za male debljine uzoraka superfluidna gustoća poprima nagli prijelaz, tj. "koljeno" koje se dá skalirati s KT predviđanjem, dok se pri većim debljinama nagli prijelaz zaobljava i nestaje. Iako autori nisu provjerili slaganje s relacijom 2.73, ovaj rezultat implicira da KT korelacije ovdje nisu intrinzične promatranom spoju, već je dvodimenzionalnost posljedica geometrije uzorka. Rezultat drugog istraživanja jest da i na najmanjem dopiranju (najveća anizotropija) superfluidna gustoća debelih uzoraka ne prati KT teoriju, već dapače, monotono (linearno) prelazi preko predviđene točke faznog prijelaza (slika 3.2). Iako je pri niskim dopiranjima često upitna kvaliteta uzoraka, ova grupa je napravila velike napore i provjere kako bi uzorak bio visokog stupnja čistoće i homogenosti, te su nakon nekog vremena reproducirali svoj rezultat.

Ova dva istraživanja su dokazala da je, bar što se tiče YBCO sustava, supravodljivost 3D karaktera i eventualna prisutnost faznih fluktuacija nije uzrokovana intrinzičnom dvodimenzionalnosti sustava.

Grupa J. C. Davisa na sveučilištu Cornell razvila je vrlo preciznu STM<sup>1</sup> tehniku kojom mogu promatrati površinsku raspodjelu naboja u uzorcima na atomskoj skali, a kon-



Slika 3.3: Oktet impulsa kvazičestičnog interferentnog uzorka iz ref. [26].

trolom potencijala tuneliranja mogu proučavati i spektralnu raspodjelu kvazičestičnih pobuđenja u supravodičima. Fourierovom transformacijom raspodjele iz realnog u inverzni prostor uz konstantnu energiju pobuđenja uspjeli su [26] otkriti zapis fazno

<sup>1</sup>eng. Scanning Tunneling Microscopy

nekoherentnih kvazičestica koji odgovara  $d$ -valnoj simetriji, tj. postojanju 8 istoenergijskih valnih vektora elastičnog raspršenja Bogoliubona (slika 3.3). Promatranjem ovisnosti okteta impulsa o temperaturi uočili su da prelazeći preko temperature  $T_c$  nema značajnijih promjena u spektralnom zapisu. Dapače, u uzorku Bi2212 ( $T_c = 37$  K) je cijeli oktet vidljiv do temperature  $T' = 1.5T_c$ , zbog čega zaključuju da iznad  $T_c$  ne dolazi do prelaska u novo energijsko stanje već supravodljivost “preživljava” u obliku fazno nekoherentnih Cooperovih parova. U istom istraživanju je vidljivo kako postoji područje  $\mathbf{k}$ -prostora Fermijeve plohe u kojem su kvazičestice bez energijskog procjepa, a čija veličina raste linearno s temperaturom. Taj zapis “prekida” supravodljivog procjepa se uočava u prisutnosti pseudoprocjepa te implicira da supravodljivost i pseudoprocjep u ovom sustavu istovremeno postoje.

Srodnom tehnikom Josephsonova tuneliranja [27] proučavan je uzorak  $\text{YBa}_2\text{Cu}_{2.8}\text{Co}_{0.2}\text{O}_7$ , pri čemu su promatrani doprinosi Josephson vezanja u smjeru  $c$  osi monokristala. U Josephsonovom tuneliranju Cooperovih parova, postavljajući napon  $V$  između dva kraja spoja stvara se oscilirajući odziv frekvencije  $2eV/\hbar$  čime je moguće istražiti široko frekventno područje pobuđenja. Uočeno je da se supravodljivi doprinos u poddopiranom uzorku  $T_c = 61$  K uočava do maksimalno 15 K iznad  $T_c$ , u frekventnom rasponu od 1 THz, a dobro je opisan modelom Gaussovih fluktuacija.

Zanimljivo je uočiti da u različitim visokofrekventnim tehnikama nema drastičnog odstupanja od mjerenih rezultata  $T' - T_c$ . Naime, naivno bi se moglo očekivati da će viši raspon u frekvenciji također podrazumijevati i bolju osjetljivost na kratkoživuće Cooperove parove, iako se čini da to ovdje zaista nije slučaj.

Velik utjecaj na tumačenje povezanosti supravodljivosti i pseudoprocjepa imala su istraživanja metodom Nernstova efekta. Princip metode je da se u uzorku uspostavi gradijent temperature  $\nabla_x T$  i promatra se promjena transverznog potencijala  $V_y$  odnosno uspostavu transverznog električnog polja  $E_y$ . Intenzivno proučavanje supravodiča ovom metodom započinje u novije vrijeme, a osnovna ideja jest da će se u slučaju postojanja vir–antivir parova pojaviti razlika u potencijalu uzrokovana gibanjem parova prema području niže temperature zbog povećane entropije u normalnom središtu vira. Grupa N. P. Onga opazila je pojavu jakog Nernstova efekta na temperaturama znatno iznad  $T_c$  i time potakla mnoge rasprave oko prirode supravodljivog parametra uređenja i njegove povezanosti sa pseudoprocjepom. Također, u klasičnim BCS supravodičima relativno male vrijednosti magnetskog polja dokidaju dijamagnetizam supravodljivih

fluktuacija, dok rezultati Ong i sur. [28, 29] ukazuju kako je u kupratima dijamagnetizam pojačan vanjskim magnetskim poljem. No, slično kao i kod vodljivosti, ukupnom signalu Nernstovog efekta doprinose mnogi dodatni fenomeni pored virova te njegova interpretacija varira od grupe do grupe. Rad Rullier–Albenque i sur. [30] je pokazao kako se unošenjem nečistoća u uzorak YBCO povećava područje izraženijeg Nernstovog signala na način da  $T_c$  drastično pada, dok se visokotemperaturni "rep" ( $T'$ ) supravodljivih fluktuacija ne spušta mnogo. Možda najveći preokret u interpretaciji Nernstovog signala je napravljen radovima grupe L. Taillefera, koji su pokazali kako se značajno povećanje signala javlja i u sustavima s prisutnom fazom pruga poput  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  s ubačenim atomima Eu i Nd [31]. To je bio prvi dokaz da Nernstovom signalu doprinose i nabojne nehomogenosti koje nisu direktno vezane za supravodljivost. Ubrzo nakon toga, ta grupa je mjerenjima u uzorku YBCO, pokazala kako porast Nernstova signala označuje lom simetrije elektronskog sustava [32], tj. nastupanje (statičke ili dinamičke) nehomogenosti nabojne gustoće u sustavu.

Kao zaključak ovom području možemo reći da unatoč intenzivnom istraživanju posljednjih 25 godina još uvijek nema jasnog odgovora na važna pitanja o visokotemperaturnoj supravodljivosti:

1. Je li parametar uređenja dvodimenzionalan ili trodimenzionalan, tj. postoji li Kosterlitz–Thouless prijelaz u tim sustavima?
2. Koliki je temperaturni raspon u kojem su vidljive korelacije Cooperovih parova iznad  $T_c$ ?
3. Je li pseudoprocjep preteča supravodljivog uređenja ili dodatani fenomen visokotemperaturne supravodljivosti?





# Poglavlje 4

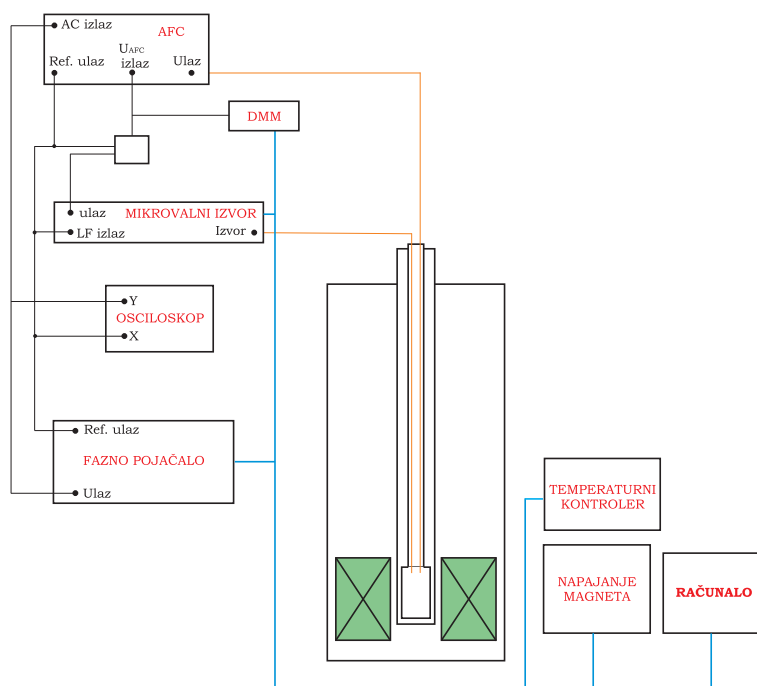
## Eksperimentalni postav

Ispitivanja transportnih svojstava nekog materijala na višim frekvencijama se ne mogu izvesti standarnim kontaktnim tehnikama kao što su mjerenja električne i toplinske vodljivosti, jer valna duljina mjernog signala postaje usporediva s dimenzijama vodiča te parazitski kapaciteti i indukcije mogu zasjeniti svojstva uzorka. Zato se za mjerenja na frekvencijama u GHz području koriste valovodi ili rezonantne šupljine. U rezonantnim šupljinama se pri određenim frekvencijama ostvaruju specifične raspodjele elektromagnetskog polja koje tvore stojne valove. Takve raspodjele polja koje određuje geometrija rezonatora zovemo modovima. Unošenjem uzorka u rezonator određeni mod se perturbira i uočava se promjena vrijednosti rezonantne frekvencije i ukupne apsorpcije. Za naša mjerenja koristili smo metodu kojom mjerimo vrijednosti mikrovalne apsorpcije i frekventnog pomaka na različitim temperaturama i u različitim magnetskim poljima.

Mjerni sustav se sastoji od kriostata s rezonantnom šupljinom u supravodljivom magnetu, izvora mikrovalnog zračenja, detektora zračenja, uređaja za automatsku kontrolu frekvencije (AFC), faznog pojačala, uređaja za kontrolu temperature i osobnog računala.

Osobno računalo putem programa Mjernik [33] kontrolira sve mjerne i kontrolne uređaje pomoću standardne GPIB (IEEE-488) komunikacije. Na ekranu računala su dostupni svi relevantni podaci tijekom mjerenja koji su istovremeno bilježeni u datoteku.

Kriostat je dio mjernog uređaja kojim rezonantnu šupljinu stavljamo u središnji dio magneta (Oxford Instruments) gdje je polje najhomogenije, u okolinu tekućeg helija.



Slika 4.1: Shema mjernog postava. Opis rada je u poglavlju 4.1.2.

Radi što bolje toplinske izolacije, valovode i vodiče unutar kriostata stabiliziraju poprečno položene teflonske pločice. Unutar kriostata se postiže visok vakuum ( $10^{-5} - 10^{-6}$  mbar) koji omogućuje toplinsku izolaciju.

Na samom kraju kriostata nalazi se rezonantna šupljina. Bitno je da pri očitavanju podataka utjecaj šupljine bude što manji, tj. treba biti izrađena od vodljivog nemagnetičnog materijala. U tu je svrhu ona izrađena od bakra. Rezonantna šupljina je eliptičnog oblika i ima dimenzije  $21.5 \times 13 \times 28 \text{ mm}^3$ . Raspodjela elektromagnetskog polja u šupljini odgovara transmisijskim modovima u eliptičnom valovodu, a možemo razlikovati transverzalne električne (TE) i magnetske modove (TM). Određeni mod se opisuje s dva indeksa, npr. mod  $eTE_{113}$ . Prvi indeks može biti ili malo slovo  $e$  ili slovo  $o$ , što označava eliptični, odnosno ortogonalni mod. Drugi indeks je kombinacija tri broja koja su oznaka broja poluvalnih duljina električnog (magnetskog) polja u  $xy$ -ravnini i u  $z$ -smjeru. Prvi broj je oznaka u  $\phi$ , a drugi u  $r$ -smjeru.

Uzorak se postavlja na vrh safirnog nosača kojem je na drugom kraju ostvaren dobar toplinski kontakt s grijačem. Safir ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) je električni izolator te pri mjerenjima ne

utječe na ukupan signal, a ima dobru toplinsku vodljivost te se lako uspostavi toplinska ravnoteža tijekom mjerenja. Mjerenja  $Q$ -faktora, a osobito frekvencije su osjetljiva na položaj uzorka u šupljini te pomaci zbog toplinskog rastezanja moraju biti minimalni i reproducibilni. U prethodnoj izvedbi ovog dijela mjernog sustava postojao je histeretičan doprinos signalu, te je u sklopu ove disertacije izrađen novi toplinski nosač koji stabilizira safirni nosač uzoraka.

Treba napomenuti da apsorpcija ( $1/2Q$ ) koju mjerimo sadrži tri člana :

$$\frac{1}{2Q} = \frac{1}{2Q_c} + \frac{1}{2Q_{co}} + \frac{1}{2Q_u}, \quad (4.1)$$

gdje je  $1/2Q_c$  apsorpcija rezonantne šupljine,  $1/2Q_{co}$  apsorpcija zbog sprege (coupling) između koaksijalnog kabela i šupljine, i  $1/2Q_u$  je apsorpcija koja potječe od uzorka. Da bismo dobili vrijednosti  $1/2Q_u$ , od  $1/2Q$  trebamo oduzeti  $1/2Q_c$  i  $1/2Q_{co}$ .  $1/2Q_c$  se može odrediti tako da se promatra apsorpcija mikrovalnog zračenja u praznoj šupljini, i ona je približno konstantna za sva mjerenja, dok je  $1/2Q_{co}$  približno konstantno za jednu seriju mjerenja (isti uzorak).

## 4.1 Mjerenje pomaka kompleksne frekvencije

Kao što je ranije rečeno, da bi se ispitivala svojstva uzoraka mjeri se promjena apsorpcije ( $Q$ -faktora) te pomak rezonantne frekvencije u ovisnosti o temperaturi i magnetskom polju. Te dvije veličine su zapravo imaginarna i realna komponenta kompleksnog frekventnog pomaka:

$$\frac{\Delta\tilde{\omega}}{\omega} = \frac{\Delta f}{f} + i\Delta \left( \frac{1}{2Q} \right). \quad (4.2)$$

Preko kompleksnog frekventnog pomaka mogu se dobiti saznanja o transportnim karakteristikama istraživanog uzorka, budući da postoji jednostavna veza s površinskom

impedancijom

$$Z_s = -i\Gamma \left( \frac{\Delta f}{f} + i\Delta \left( \frac{1}{2Q} \right) \right), \quad (4.3)$$

$$= R_s + iX_s, \quad (4.4)$$

gdje je  $\Gamma$  geometrijski faktor uzorka, a  $R_s$  i  $X_s$  su realna i imaginarna komponenta površinske impedancije, tj. površinski otpor i reaktancija. Poznavajući  $Z_s$  može se odrediti kompleksna vodljivost uzorka ( $\tilde{\sigma} = \sigma_1 + i\sigma_2$ ) što, kasnije ćemo pokazati, nije uvijek najjednostavnije, osobito u anizotropnim uzorcima kakvi su visokotemperaturni supravodiči.

#### 4.1.1 Metoda mikrovalne apsorpcije

Metodu mjerenja mikrovalne apsorpcije koja je korištena za naša mjerenja razvijena je u Stuttgartu (Njemačka) kao doktorska disertacija B. Nebendahla [34] u laboratoriju prof. dr. M. Mehringa.

Za velike vrijednosti  $Q$ -faktora, frekventna ovisnost snage emitiranog mikrovalnog zračenja dobro je opisana Lorentzianom [35]:

$$P(\omega) = \frac{P(\omega_0)}{1 + \left( \frac{\omega - \omega_0}{\Theta} \right)^2} \quad (4.5)$$

gdje je  $P(\omega)$  emitirana snaga mikrovalnog zračenja,  $\omega_0 = 2\pi f_0$  je rezonantna frekvencija, a  $\Theta$  je pola širine na pola visine Lorentzove krivulje. Gledajući ove parametre,  $Q$ -faktor se definira kao  $Q = \omega_0/2\Theta$ . Uvodimo frekventnu modulaciju mikrovalnog izvora oko rezonantne frekvencije

$$\omega(t) = \omega_0 + \Omega \sin(\omega_M t), \quad (4.6)$$

gdje je  $\Omega$  frekventna devijacija, a  $\omega_M$  je modulacijska frekvencija koja je mnogo niža od širine rezonancije šupljine. Tada se vremenska ovisnost intenziteta signala može promatrati kvazistacionarno:

$$P(t) = \frac{P(\omega_0)}{1 + \left( \frac{\Omega \sin(\omega_M t)}{\Theta} \right)^2} = \frac{P(\omega_0)}{1 + q^2 \sin^2(\omega_M t)}, \quad (4.7)$$

gdje smo uveli bezdimenzionalnu veličinu  $q = \Omega/\Theta$  kao relativnu frekventnu devijaciju u odnosu na poluširinu Lorentziana. Sada promotrimo Fourierovu analizu signala:

$$P(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_n t) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(n\omega_n t). \quad (4.8)$$

Iz samih zahtjeva simetrije, vidimo da su samo parni  $a$ -koeficijenti neiščezavajući. Definirani su izrazom:

$$a_{2n} = \frac{\omega_M}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega_M} \frac{P(\omega_0)}{1 + q^2 \sin^2(\omega_M t)} \cos(2\pi\omega_M t) dt \quad (4.9)$$

Koeficijenti  $a_{2n}$  imaju rješenja u sljedećem obliku:

$$a_0 = \frac{2P(\omega_0)}{\sqrt{1 + q^2}}, \quad (4.10)$$

$$a_2 = 2P(\omega_0) \frac{2 + q^2 - 2\sqrt{1 + q^2}}{q^2 \sqrt{1 + q^2}}, \quad (4.11)$$

$$a_3 = 2P(\omega_0) \frac{q^4 - 4q^2(-2 + \sqrt{1 + q^2}) - 8(-1 + \sqrt{1 + q^2})}{q^4 \sqrt{1 + q^2}}, \quad (4.12)$$

itd.

Promatrajući prva dva koeficijenta, slijedi

$$r_{20} = a_2/a_0 = \frac{2 + q^2 - 2\sqrt{1 + q^2}}{q^2} = \left( \frac{1 - \sqrt{1 + q^2}}{q} \right)^2, \quad (4.13)$$

iz čega se može dobiti

$$q = 2 \frac{\sqrt{r_{20}}}{1 - r_{20}}. \quad (4.14)$$

Tada je  $Q$ -faktor:

$$Q = q \frac{\omega_0}{2\Omega}. \quad (4.15)$$

Ohrabrujuće je što ova metoda ne postavlja ograničenja na vrijednost  $\Theta$  koju mjerimo, tj. rezultat nije ograničen na male vrijednosti  $q$ . Budući da se  $a_0$  mjeri istosmjernim kanalom, a  $a_2$  preko izmjeničnog pojačala, javlja se problem usklađivanja vrijednosti tih dvaju kanala. Zbog nultog pomaka (eng. offset) i šumova koji su uvijek prisutni u istosmjernom kanalu izmjereni je omjer  $a_2/a_0$  nepouzdan.

Elegantno rješenje se može naći promatrajući omjere sljedeća dva koeficijenta;  $a_4/a_2$ . Tada se vidi da je  $r_{20} = r_{42}$ . Točnije, to vrijedi za sve sljedeće parove:

$$r_{20} = r_{42} = r_{64} = r_{86} = \dots = r. \quad (4.16)$$

Općenito se rješenje može zapisati kao:

$$a_{2(n+p)} = a_{2n} = r^p = \left( \frac{1 - \sqrt{1 + q^2}}{q} \right)^{2p}. \quad (4.17)$$

Na taj način možemo lako odrediti  $Q$ -faktor, očitavanjem omjera četvrtog i drugog harmonika. Kako bismo dobili najtočniju vrijednost očitano  $Q$ -faktora, tražimo maksimalnu promjenu u mjerenom  $r$  za danu promjenu u  $q$ . Optimalna vrijednost je za  $q = \sqrt{-3 + 2\sqrt{3}}/(\sqrt{3} - 1) \approx 0.93$ , tj za  $r = 0.1547$ . Stoga mjerni program ugađa parametre da  $q$  uvijek bude optimalan.

Za određivanje  $Q$ -faktora ovom metodom bitno je da moduliramo uvijek točno simetrično oko rezonantne frekvencije. To se postiže automatskom kontrolom frekvencije (AFC). Korigirana frekvencija očitava se mjeračem frekvencije čime se dobiva i realni dio veličine  $\Delta\tilde{\omega}/\omega$ .

### 4.1.2 Detekcija frekvencije elektromagnetskog zračenja

Izvor zračenja je mikrovalni generator signala (Rohde Schwartz SMR20) u rasponu frekvencija 1–20 GHz s rasponom snage  $10^{-3} - 10^2$  mW. Izlazni signal je frekventno moduliran signalom frekvencije  $\omega_M/2\pi = 991$  Hz:

$$\omega(t) = \omega_0 + \Omega \sin(\omega_M t). \quad (4.18)$$

Niskofrekventni signal se dovodi na AFC i fazno pojačalo kao referentni signal, te na  $x$ -os osciloskopa. Taj se signal zbraja s istosmjernim korekcijskim naponom iz AFC-a i dovodi na ulaz za vanjsku modulaciju mikrovalnog izvora, koji izmjeničnim dijelom ulaznog signala vrši modulaciju, a istosmjernim korekciju frekvencije. Izlaz

mikrovalnog izvora šalje signal koaksijalnim valovodom do antene koja na ulazu u rezonantnu šupljinu emitira zračenje. Drugom antenom prikuplja se transmitirano zračenje i koaksijalnim valovodom vodi do mikrovalnog detektora, koji je u sklopu s AFC-om. Detektor poput ispravljača pretvara ulazni mikrovalni signal u izlazni niskofrekventni signal.

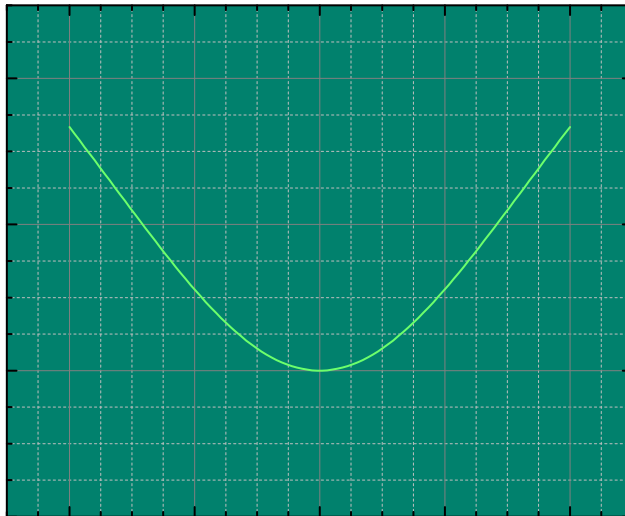
AFC korigira frekvenciju mikrovalnog izvora postavljajući je u vrijednost rezonantne frekvencije šupljine. Unutar njega je fazno pojačalo i PI (Proporcionalno-integralni) regulator. Na ulaz AFC-a dolazi izlazni signal mikrovalnog detektora. Fazno pojačalo, koristeći frekvenciju modulacije kao referencu, detektira prvi harmonik ulaznog signala. Ako je frekvencija zračenja u skladu s rezonantnom frekvencijom šupljine, prvi harmonik iščezava. Ako nije, PI regulator istosmjernim naponom regulira mikrovalni izvor kako bi on promijenio izlaznu frekvenciju. Rezultantna frekvencija se očitava mjeračem frekvencije Agilent 53150A, a tako dobivenu vrijednost računalo koristi za korekciju frekvencije izvora u sljedećoj mjernoj točki.

Neovisno fazno pojačalo (Stanford Research Systems SR830DSC) spojeno je na izlazni signal mikrovalnog detektora i priključeno na računalo. Ono očitava prva 4 harmonika, a računalni program pomoću njih izračunava  $Q$ -faktor i prilagođava iznos frekventne modulacije, kako bi  $q$  bio optimalan.

Izlazni signal je spojen i na  $y$ -os osciloskopa i zajedno sa  $x$ -osi (referentni signal frekventne modulacije) daje vizualnu mjeru ispravnosti mjerenja (slika 4.2). Ako je srednja frekvencija izvora usklađena s rezonantnom frekvencijom šupljine, na ekranu se vidi vrh Lorentziana.

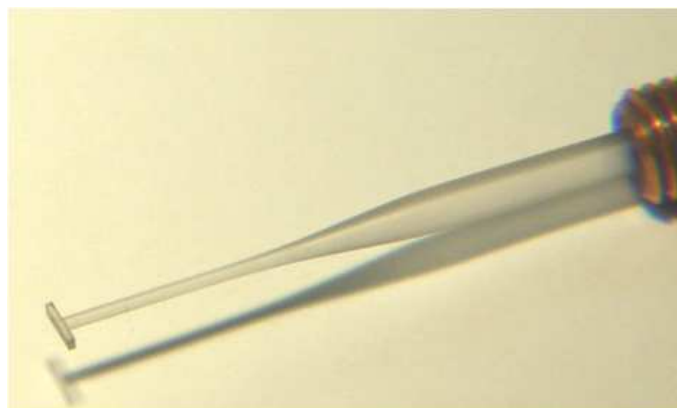
## 4.2 Mjerenje i kontrola temperature

U eksperimentu je mijenjana temperatura uzorka od 4 do 300 K. Na taj način se promatra temperaturno područje oko faznog prijelaza uzorka, koji izravno opažamo u pomacima rezonantne frekvencije i promjenama  $Q$ -faktora. Regulacija temperature



Slika 4.2: Signal u vrhu Lorentziana

uzorka izvedena je preko uređaja za mjerenje i kontrolu temperature, grijača, temperaturnog senzora i safirnog nosača. Temperaturu uzorka mjerili smo poluvodičkim (Cernox) termometrom. Na uređaju za mjerenje i kontrolu temperature odabiremo



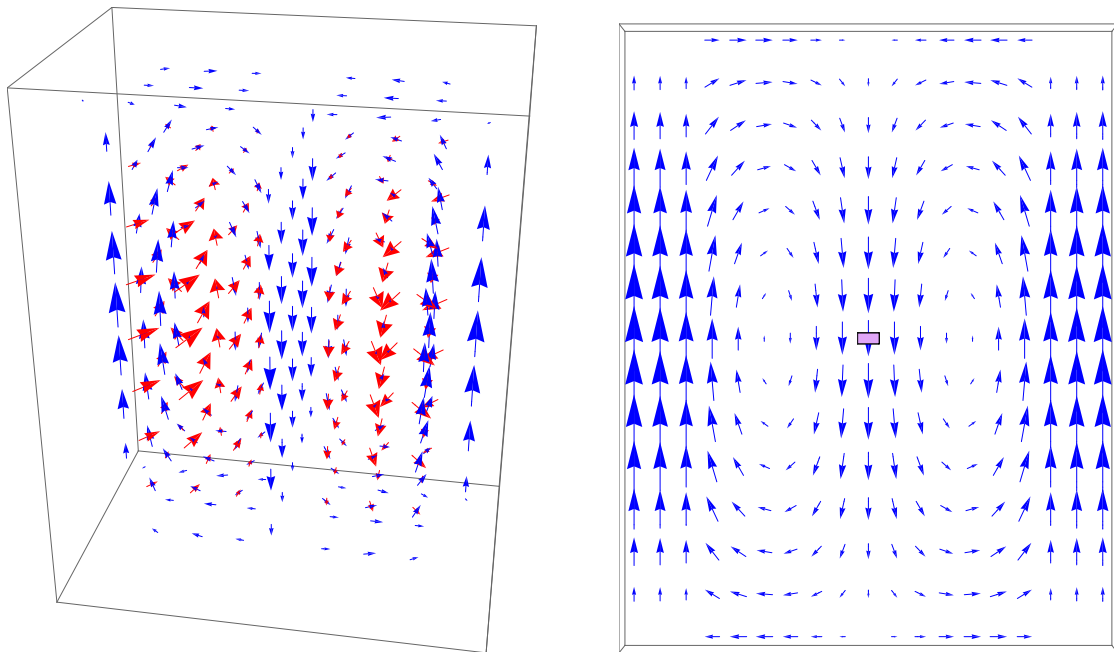
Slika 4.3: Safirni nosač s uzorkom

željenu temperaturu uzorka. Uz pomoć temperaturnog senzora određuje se potrebna struju koju šalje na grijač. Grijač je smješten izvan šupljine i toplinski izoliran od njezinih stijenki, tako da šupljina koja je u dobrom toplinskom kontaktu s tekućim helijem, neznatno mijenja svoju temperaturu (a time i apsorpciju) tijekom mjerenja. Na taj



način se postiže da cjelokupni kompleksni frekventni pomak potječe od uzorka.

Toplina se do uzorka dovodi safirnim nosačem, koji je pogodan jer je električni izolator, a dobar toplinski vodič. Uzorak je postavljen na vrh safirnog nosača (slika 4.3) u središte mikrovalne šupljine gdje je magnetsko mikrovalno polje  $\mathbf{H}_\omega$  maksimalno (slika 4.4). Cijela šupljina smještena je u središte supravodljivog magneta. Uzorak je najčešće postavljen najdužom stranicom u smjeru kraće poluosi eliptične šupljine (slika 4.4). Šupljina je smještena u protok hladnog plinovitog helija, tj. u temperaturnu okolinu oko 4.2 K.



Slika 4.4: Raspodjela magnetskog (plave strelice) i električnog (crvene strelice) polja za  ${}^eTE_{211}$  rezonantni mod šupljine. (lijevo) 3D prikaz, (desno) raspodjela magnetskog polja u  $y = 0$  ravnini s naznačenim položajem uzorka.

## 4.3 Izrada toplinskog nosača

Toplinski nosač je dio kriostata koji se nalazi blizu rezonantne šupljine i služi za stabilizaciju položaja nosača uzorka (a time i sâmog uzorka) tijekom mjerenja, te za kontrolu temperature uzorka. Na njemu se nalazi grijač (otpornik) i temperaturni senzor (Cernox) kojim se očitava trenutna temperatura. Prethodna izvedba toplinskog nosača je bila sasvim toplinski izolirana od šupljine kako bi se izbjeglo njeno grijanje, no zbog otežane izvedbe uzrokovao bi sporedne artefakte tijekom mjerenja. Konkretno, zbog nejednake toplinske ekspanzije sastavnih dijelova dolazilo bi do pomicanja uzorka od početnog položaja zbog čega bi pojedina mjerenja frekventnog pomaka imala histerezu. Da bi se to izbjeglo, odlučili smo se na izradu novog toplinskog nosača.

Procijenjeno je da bi se postigla puno veća stabilnost mjerenja ako bi sâm nosač bio fiksiran za šupljinu, no preko spoja s velikim toplinskim otporom. Na taj način tijekom grijanja uzorka vrlo malo topline dolazi do tijela šupljine, a opet postoji dovoljan kontakt da se uzorak može ohladiti na najnižu temperaturu.

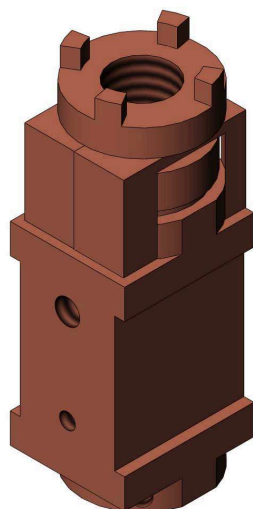
Toplinski nosač je trebalo napraviti od bakra, budući se radi o materijalu koji je nemagnetičan i dobar toplinski vodič. Kako je prostor unutar kriostata blizu rezonantne šupljine malen (otprilike  $11 \times 11 \times 30 \text{ mm}^3$ ), nije se smjelo inzistirati na kompliciranom dizajnu s puno detalja, osobito jer je bakar relativno mekan metal koji se lako deformira. Glavna poteškoća za izvedbu ovog rješenja jest odrediti način da toplinski nosač ostvari čvrst toplinski kontakt s nosačem uzorka kada se on postavi u željeni položaj.

Prikaz 3D modela toplinskog nosača se nalazi na slici 4.5, s nacrtima u dodatku A: Sastoji se od četiri dijela<sup>1</sup>: tijela nosača, tzv. krune i dva držača krune. Tijelo i kruna nosača s unutrašnje strane imaju navoje pomoću kojih se stabilizira položaj nosača uzorka. Kako bi se nosač uzorka učvrstio na željenoj visini, on se zategne zakretanjem krune u suprotnom smjeru navoja. Kruna je fiksirana sa dva držača koji su prikladnih dimenzija tako da se kruna može slobodno rotirati dok u navojima nema nosača uzorka. Nosači krune su najsitniji dio sklopa, a time i najteži za izraditi. Budući da moraju izdržati velika naprezanja prilikom učvršćivanja nosača uzorka, lemom su povezani međusobno i za tijelo toplinskog nosača.

Spojnica između toplinskog nosača i rezonantne šupljine je vrlo osjetljiva točka kojoj

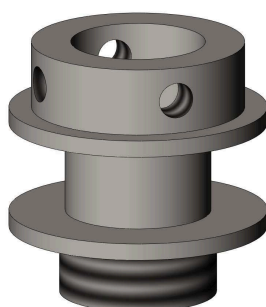
---

<sup>1</sup>Unatoč malim dimenzijama, inzistirali smo da se svi dijelovi izrade od bakra kako bi prilikom grijanja toplinsko rastezanje cijelog sklopa bilo jednako.



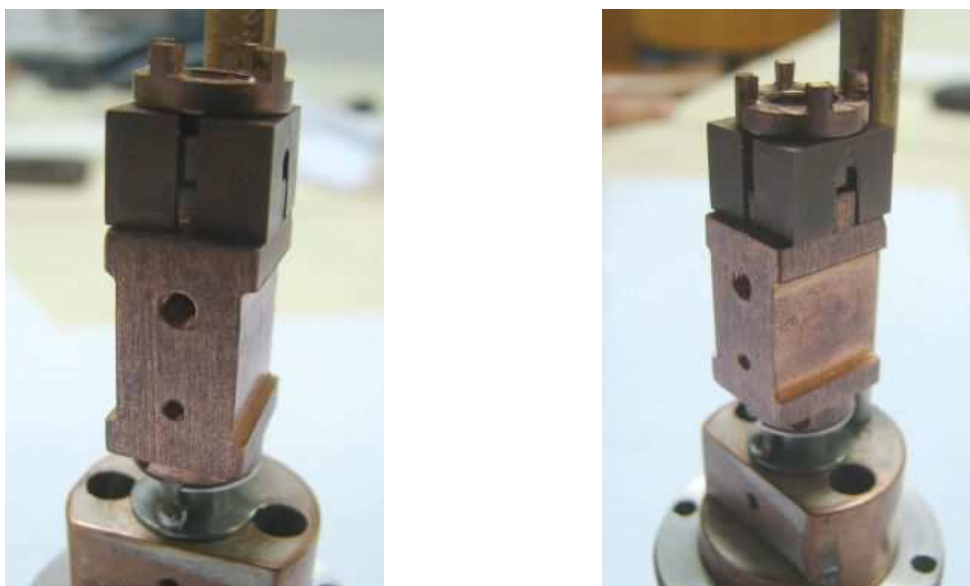
Slika 4.5: Toplinski nosač

je potrebo posvetiti dodatno pažnje. Ako toplinski kontakt preko nje bude prevelik,



Slika 4.6: Spojnica toplinskog nosača i rezonantne šupljine.

dobar dio topline, koji bi trebao grijati uzorak, grijat će rezonantnu šupljinu i mjereni signal će biti neupotrebljiv. Ako pak toplinski kontakt bude preslab, uzorku će trebati jako dugo da se ohladi na najnižu temperaturu. Osim odgovarajuće toplinske izolacije, tj. propusnosti, ovaj dio treba izdržati velika naprezanja prilikom postavljanja uzorka jer se dobrim hvatom držača krune, sva torzija koja nastaje prilikom zatezanja krune prenosi na tu točku. Zato je taj dio, izrađen od nemagnetičnog nehrđajućeg čelika (inoks) u formi tankog cilindra, čvrsto povezan s rezonantnom šupljinom i toplinskim nosačem. Donji dio spojnice ima navoje koji se zavrnu u tijelo šupljine, te dodatno



Slika 4.7: Fotografije toplinskog nosača i spojnice u konačnoj konfiguraciji na rezonantnoj šupljini.

imobilizira poprečnim vijkom, a gornji dio se spaja s toplinskim nosačem preko četiri radijalno orijentirana vijka M1 (slika 4.6).

Na slici 4.7 je fotografija konačne verzije cijelog sklopa na rezonantnoj šupljini.

Histereza u pomaku rezonantne frekvencije je s ugradnjom novog toplinskog nosača gotovo u potpunosti uklonjena i kasnije provjere su pokazale da nema doprinosa grijanju tijela rezonantne šupljine. Nacrti toplinskog nosača su priloženi u dodatku A.

## 4.4 Modovi rezonantne šupljine eliptičnog poprečnog presjeka

Da bi se odredili elektromagnetski modovi rezonantne šupljine određene simetrije, potrebno je riješiti Helmholtzovu jednadžbu u odgovarajućem koordinatnom sustavu. U literaturi se najčešće mogu susresti rezonatori pravokutne ili cilindrične simetrije [36], budući da se lako mogu realizirati, a i rješenja se mogu opisati algebarskim funkcijama

koje su dobro poznate: sinus, kosinus, Besselove funkcije. Međutim, modovi cilindrične rezonantne šupljine su degenerirani zbog kutne ( $\varphi$ ) simetrije, te se u realnom eksperimentu, simetrija mora umjetno narušiti. To unosi određenu neodređenost u mjerenju pa je, kako bi se to izbjeglo, naša rezonantna šupljina eliptičnog poprečnog presjeka, a njeni se modovi mogu odrediti rješavanjem Helmholtzove jednadžbe u cilindričnom eliptičnom koordinatnom sustavu. Treba spomenuti da se literaturna građa vezana za ovu problematiku prilično siromašna, te je izvod sâmog rješenja proveden za potrebe ove disertacije. Kao polaznu točku korišteno je rješenje [76] svojstvenih modova valovoda eliptičnog poprečnog presjeka. Detalji izvoda se mogu naći u dodatku B, dok ćemo ovdje navesti samo osnovne zaključke.

Korisno je što se, kao i u slučaju Kartezijevog i cilindričnog koordinatnog sustava, jednadžba može separirati, tj. što naš problem možemo pojednostavniti na traženje samo  $z$ -komponente pojedinog rješenja. Ostale komponente se mogu lako naći putem Maxwellovih jednadžbi.

Specijalne funkcije koje opisuju ovu simetriju, a tako i naša rješenja, su Matheieueve ( $Ce_n, Se_n$ ) i modificirane Mathieueve ( $ce_n, se_n$ ) funkcije. Kao što smo ranije spomenuli, naša se rješenja mogu podijeliti u dvije skupine: transverzalna električna - TE (gdje je  $E_z \equiv 0$ ) i transverzalna magnetska - TM (gdje je  $H_z \equiv 0$ ). U oba slučaja modovi su određeni  $z$ -komponentom magnetskog (TE slučaj);

$$H_z(\mathbf{r}, t) = \left\{ \begin{array}{l} C_{n,p}Ce_n(u, Q_{n,p})ce_n(v, Q_{n,p}) \\ S_{n,p}Se_n(u, \bar{Q}_{n,p})se_n(v, \bar{Q}_{n,p}) \end{array} \right\} \sin(k_z z) \cos(\omega t), \quad (4.19)$$

odnosno električnog polja (TM slučaj):

$$E_z(\mathbf{r}, t) = \left\{ \begin{array}{l} C_{n,r}Ce_n(u, q_{n,r})ce_n(v, q_{n,r}) \\ S_{n,r}Se_n(u, \bar{q}_{n,r})se_n(v, \bar{q}_{n,r}) \end{array} \right\} \cos(k_z z) \cos(\omega t). \quad (4.20)$$

$Q_{n,p}, \bar{Q}_{n,p}, q_{n,r}$  i  $\bar{q}_{n,r}$  su svojstvene vrijednosti pojedinih rješenja, a one određuju rezonantne frekvencije modova relacijom:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{\pi m}{l_z}\right)^2 + 4\frac{q}{f^2}}, \quad (4.21)$$

gdje se  $\mu$  i  $\varepsilon$  magnetska permeabilnost i električna permitivnost,  $l_z$  i  $f$  visina i žarišna udaljenost šupljine, a  $m$  i  $q$  karakteristični brojevi koji određuju broj poluperioda u  $z$ -smjeru, odnosno  $r - \varphi$  ravnini.

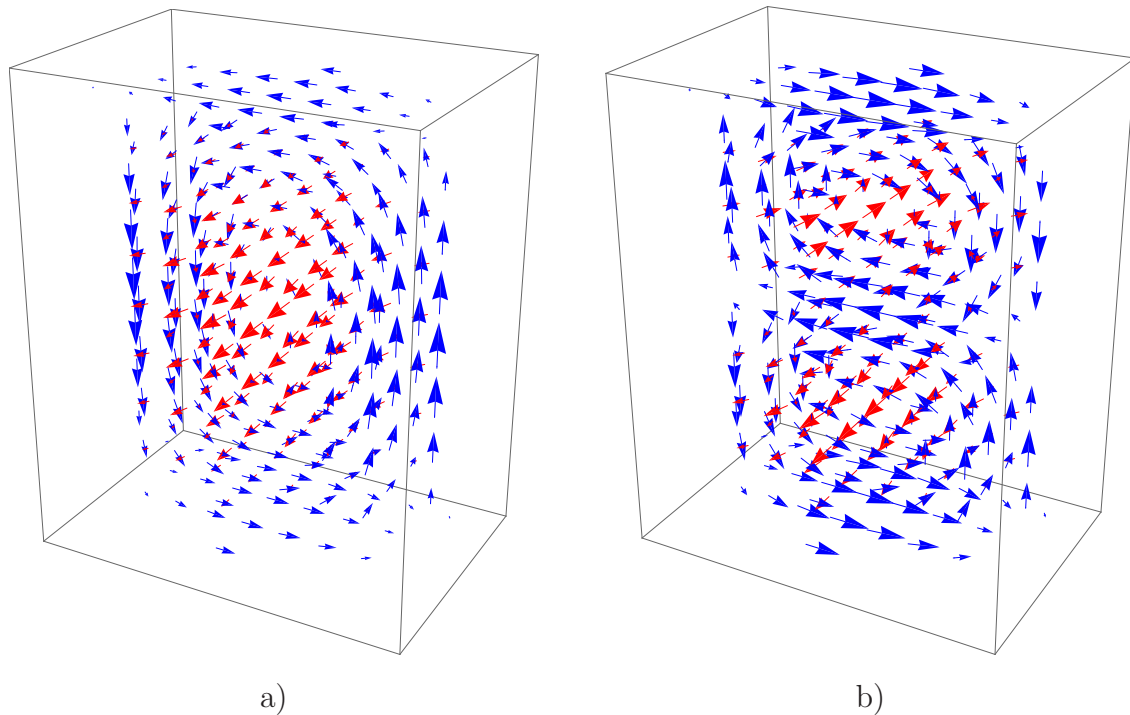
U tablici 4.1 se nalazi popis 10 rezonantnih modova, te usporedba izračunatih<sup>2</sup> rezonantnih frekvencija ( $\omega_i$ ) s numeričkom simulacijom u programskom paketu Comsol Multiphysics ( $\omega_{CM}$ ), te izmjerenim vrijednostima ( $\omega_{mj}$ ):

mod	$\omega_{mj}$ (GHz)	$\omega_{CM}$ (GHz)	$\omega_i$ (GHz)
${}^eTE_{111}$	9.443	9.700	9.717
${}^eTE_{112}$	13.148	13.412	13.232
${}^oTE_{111}$	13.903	12.661	13.770
${}^eTM_{010}$	13.700	12.698	14.175
${}^eTE_{211}$	15.132	15.566	15.749
${}^eTM_{011}$	15.329	13.905	15.093
${}^oTE_{112}$	-	15.682	16.440
${}^eTE_{113}$	17.557	17.958	17.593
${}^eTE_{212}$	18.509	18.122	18.130
${}^eTM_{012}$	17.768	16.694	17.563

Tablica 4.1: Usporedba svojstvenih frekvencija za 10 različitih modova mjerne rezonantne šupljine. Vrijednosti su dobivene mjerenjem ( $\omega_{mj}$ ), numeričkim računom putem paketa Comsol Multiphysics ( $\omega_{CM}$ ), te analitički iz trenutnog računa ( $\omega_i$ ).

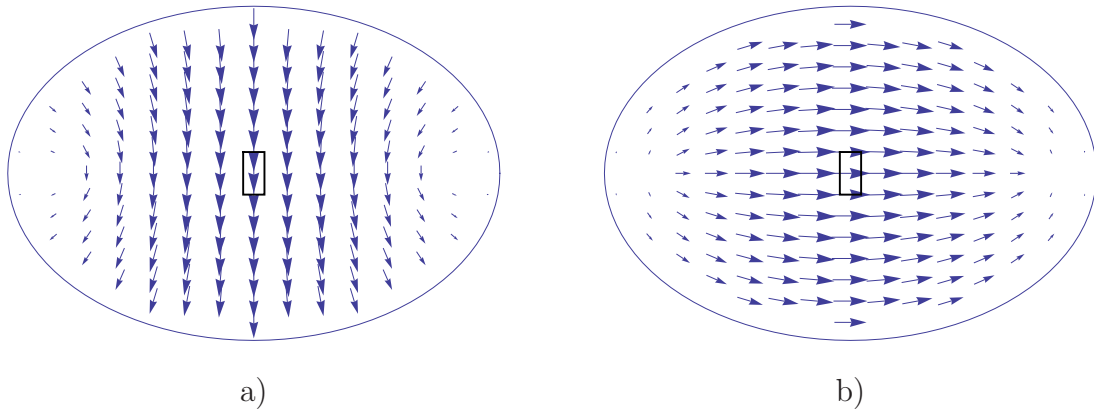
Iz ovih rješenja se mogu prikazati trodimenzionalne raspodjele električnog i magnetskog polja pojedinog moda. Kao primjer ćemo prikazati samo jednostavnije raspodjele, npr. modovi  ${}^eTE_{111}$  (9.717 GHz) i  ${}^eTE_{112}$  (13.232 GHz) su prikazani na slici 4.8. Mod  ${}^eTE_{111}$  je osnovni mod naše rezonantne šupljine i prvotni postav je bio izgrađen s ciljem da se pomoću tog moda proučavaju uzorci u obliku tankih filmova postavljeni u maksimum mikrovalnog električnog polja. Za razliku od tog moda, mod  ${}^eTE_{112}$  ima u središtu šupljine maksimum mikrovalnog magnetskog polja i to je jedan od dva moda koja koristimo u ovom radu. Drugi je mod  ${}^eTE_{211}$  na 15.749 GHz koji je već prikazan na slici 4.4.

<sup>2</sup>unutar proračuna je pretpostavljeno da su stijenke šupljine napravljene od idealnog vodiča, tj. da zračenje nimalo ne prodire u njih. Kako je rezonantna šupljina napravljena od bakra, zračenje će uvijek prodirati u stijenke za konačan iznos (dubina prodiranja  $\propto \omega^{-1/2}$ ) što doprinosi odstupanju od izračunatih vrijednosti.



Slika 4.8: Izračunata raspodjela magnetskog (plave strelice) i električnog (crvene strelice) polja za rezonantne modove šupljine: a)  ${}^eTE_{111}$ , b)  ${}^eTE_{112}$ . Rubovi pravokutnika su samo okviri crteža i ne predstavljaju granice rezonantne šupljine.

Također, sada možemo provjeriti dvodimenzionalnu raspodjelu polja u ravnini uzorka, što će biti bitno za razmatranje prodiranja polja u unutrašnjost uzorka o čemu ćemo diskutirati u sljedećem potpoglavlju. Na slikama 4.9 a) i b) su prikazane raspodjele polja na polovici visine šupljine; tj. u ravnini u koju se smješta uzorak (naznačen crnim pravokutnikom). Iz raspodjela je vidljivo da su one homogene u okolini uzorka, tj. da nema znatne promjene intenziteta ili smjera pri dimenzijama koje odgovaraju volumenu uzorka.



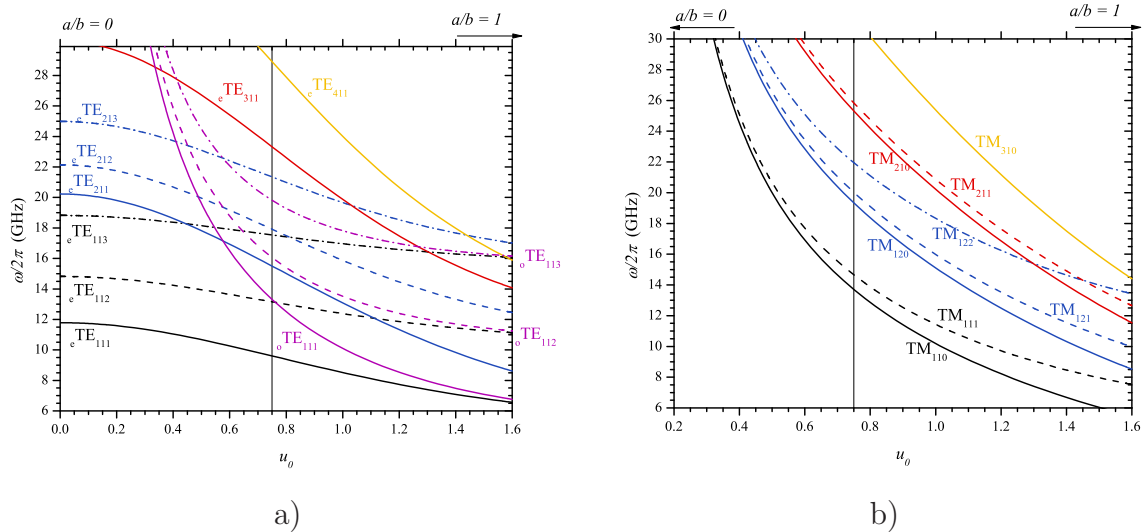
Slika 4.9: Dvodimenzionalna raspodjela polja u ravni uzorka (naznačen crnim pravokutnikom) za modove  ${}^eTE_{111}$  i  ${}^eTE_{112}$ . Obratite pozornost da se u slučaju a) radi o raspodjeli električnog polja, a b) magnetskog polja.

Račun prikazan u dodatku B omogućuje nam da analiziramo ovisnost rasporeda pojedinih modova o dimenzijama šupljine, što je bitno za buduće dizajne eliptičnih šupljina drugih geometrija, ali i mjerenja na višim frekvencijama u postojećoj šupljini. Eliptične koordinate  $(u, v)$  su modificirani oblik cilindričnih koordinata  $(r, \varphi)$ . Rubni uvjeti se postavljaju za varijablu "radijusa"  $u_0$  koja je vezana s veličinama poluosi elipse  $(a, b)$  relacijom:

$$u_0 = \text{Arch} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}} \right). \quad (4.22)$$

Dakle, za granične slučajeve  $b/a = 0 \rightarrow u_0 = 0$ , tj.  $b/a = 1 \rightarrow u_0 = \infty$ . Primijećujemo da prvi slučaj opisuje infinitezimalno tanku pukotinu, a drugi kružnicu tj. cilindričnu simetriju. Na slici 4.10 su prikazane svojstvene frekvencije tipičnih TE i TM modova u ovisnosti o parametru  $u_0$ . Geometrija mjerne šupljine korištene u ovom radu daje  $u_0 = 0.75$  i naznačena je u grafovima. Kako bi prikaz bio što zorniji postavljena je najviša vrijednost  $u_0^{max} = 1.6$  što odgovara  $b/a \approx 0.92$  odnosno gotovo potpuno cilindričnoj simetriji. Iz ovisnosti je vidljivo razdvajanje modova koji su degenerirani u cilindričnoj simetriji; npr.  ${}^oTE_{112}$  i  ${}^eTE_{112}$ ,  ${}^eTE_{113}$  i  ${}^eTE_{213}$ ,  $TM_{111}$ ,  $TM_{121}$ ...





Slika 4.10: Ovisnost frekvencije nekih TE (pod a)) i TM (pod b)) modova o parametru  $u_0$ , tj. omjeru  $b/a$  (gornja os). Naznačena je odgovarajuća vrijednost za mjernu šupljinu  $u_0 = 0.75$ .

## 4.5 Raspodjela mikrovalnog magnetskog polja u beskonačno dugom pravokutnom uzorku

Kao što smo pokazali u prošlom dijelu, raspodjela magnetskog polja modova  $TE_{211}$  i  $TE_{112}$  u području volumena uzorka je približno homogena, te je to dobra pretpostavka za početni korak računa raspodjele polja unutar uzorka. Također, budući da uzorci po dimenzijama ne pripadaju u grupu tankih filmova, račun se može olakšati ako razmatramo samo dvodimenzionalno prodiranje polja kroz bočke uzorka. Drugim riječima, pretpostavljamo da je uzorak beskonačno dugačak u smjeru polarizacije polja. Ovakvo razmatranje je opravdano u situaciji kada se može kontrolirati polarizacija izmjeničnog polja, što je u našem slučaju ispunjeno stvaranjem stojnih valova.

Potrebno je reći da je sličan račun proveden [37] još 1994. godine, no o njegovom postojanju je autor ove disertacije postao svjestan tek nakon što je proveo vlastiti proračun drukčijeg pristupa (detalji u Dodatku C) koji u konačnici ima isto rješenje.

Dakle, kada se beskonačno dugačka šipka pravokutnog poprečnog presjeka dimenzija  $x \times y = 2a \times 2b$  nalazi u oscilirajućem homogenom magnetskom polju  $\mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = H_0 \hat{z}$ , tada prodiranje tog polja u unutrašnjost šipke ovisi o otpornosti u  $x$  i  $y$  smjeru (u

slučaju anizotropije), te frekvenciji oscilacija;

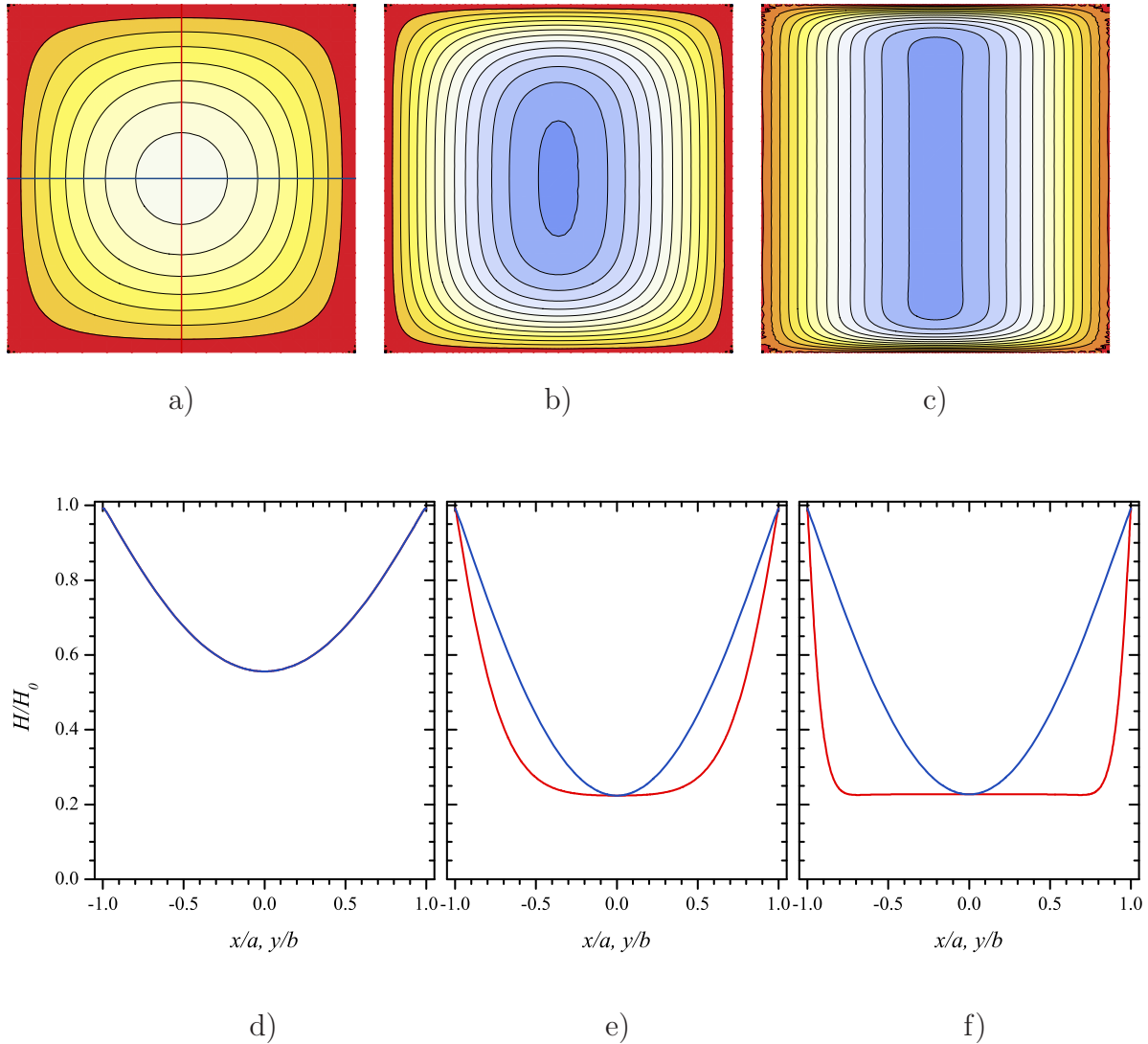
$$H(x, y) = \frac{4H_0}{\pi} \sum_{m \text{ neparan}} \left( \frac{\sin(\alpha_m x) \text{ch}(\beta_m (y - b))}{m \text{ch}(b\beta_m)} + \frac{\sin(\gamma_m y) \text{ch}(\delta_m (x - a))}{m \text{ch}(a\delta_m)} \right), \quad (4.23)$$

gdje su

$$\alpha_m = \frac{\pi m}{2a}, \quad \beta_m^2 = \frac{i\mu_0\omega}{\rho_x} + \frac{\rho_y}{\rho_x} \left( \frac{\pi m}{2a} \right)^2, \quad (4.24)$$

$$\gamma_m = \frac{\pi m}{2b}, \quad \delta_m^2 = \frac{i\mu_0\omega}{\rho_y} + \frac{\rho_x}{\rho_y} \left( \frac{\pi m}{2b} \right)^2. \quad (4.25)$$

Ovdje smo uzeli da se geometrija uzorka poklapa s osima anizotropije. Zadržavši mogućnost anizotropije ( $\rho_x \neq \rho_y$ ), ovaj izraz može predvidjeti profil raspodjele polja u prisutnosti različitih dubina prodiranja. Na slici 4.11 vidimo raspodjele magnetskog polja za nekoliko različitih slučajeva anizotropije vodljivosti:



Slika 4.11: a) - c) Raspodjela i d)-f) profil uzduž  $x = 0$  (crvena linija) i  $y = 0$  (plava linija) prodiranja magnetskog polja za različite slučajeve anizotropije vodljivosti: a),d)  $\sigma_x/\sigma_y = 1$ , b),e)  $\sigma_x/\sigma_y = 10$  i c),f)  $\sigma_x/\sigma_y = 100$ .

Ova mogućnost je izrazito korisna u istraživanju visokotemperaturnih supravodiča koji su poznati po velikoj anizotropiji.

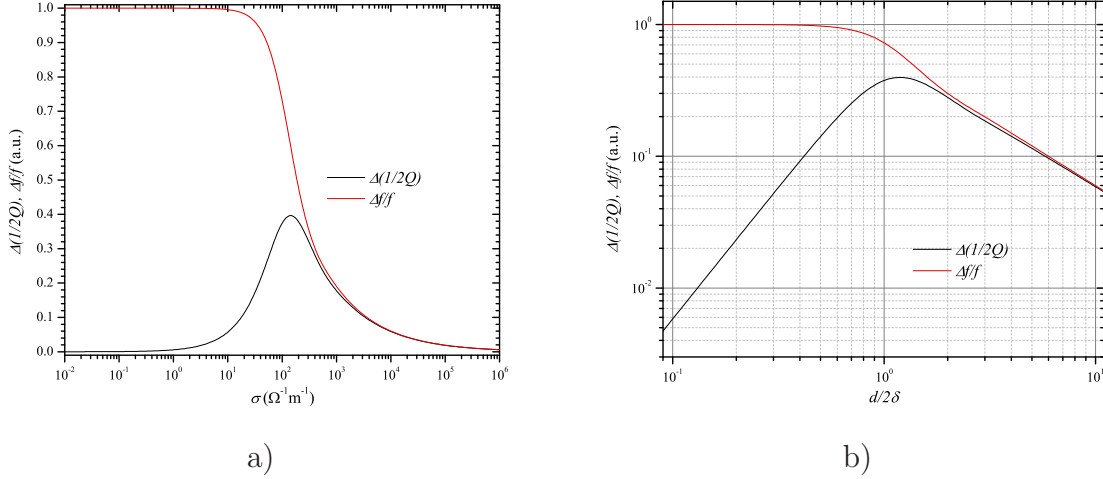
Apsorbirana snaga se preko Poyntingova teorema može opisati relacijom

$$P(\omega) = \frac{i\omega\mu_0 H_0^2}{2} \frac{4}{\pi} \sum_{m \text{ neparan}} \frac{1}{m} \left[ \frac{\text{th}(\beta_m b)}{\alpha_m \beta_m} + \frac{\text{th}(\delta_m a)}{\gamma_m \delta_m} \right], \quad (4.26)$$

i koja je povezana s pomakom kompleksne frekvencije ( $\Delta\tilde{\omega}/\omega$ )

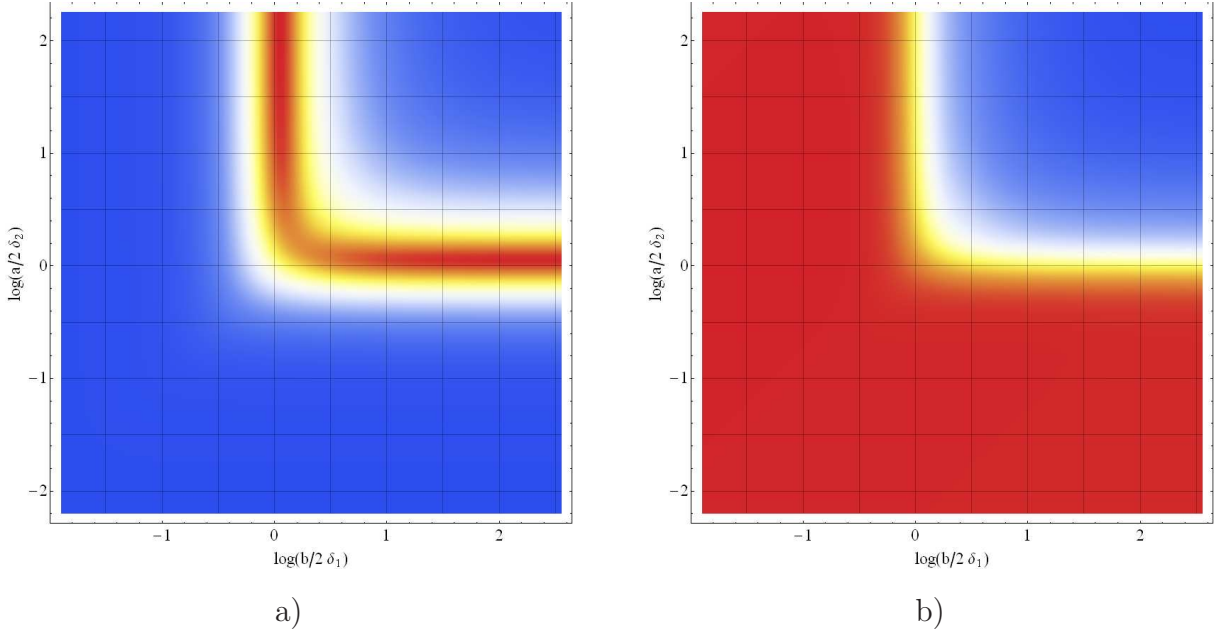
$$\operatorname{Re}[P(\omega)] \propto \Delta \left( \frac{1}{2Q} \right), \quad \operatorname{Im}[P(\omega)] \propto \frac{\Delta f}{f}. \quad (4.27)$$

Zanimljivo je promotriti što se događa sa disipacijom za različite vrijednosti vodljivosti. Radi jednostavnosti uzmimo da se radi o izotropnom materijalu (Slika 4.12);



Slika 4.12: Realni i imaginarni dio disipacije u ovisnosti o dubini prodiranja, tj. vodljivosti sredstva. Vidljiv je maksimum disipacije za  $2\delta = d$ . Vrijednosti su normirane na snagu ubačenu u prazan prostor, tj.  $\operatorname{Im}[P(\omega, \sigma_{x,y} \rightarrow 0)]$ .

Vidljivo je da postoji vrijednost za koju je disipacija snage maksimalna. Iako nije najočitiije, to je logično, jer znamo da potrošnje nema u savršenom izolatoru (nema slobodnih nosilaca naboja) niti u savršenom vodiču (nema otpora). Budući znamo da konačna vodljivost uzrokuje disipaciju, za neku vrijednost mora postojati lokalni maksimum. Ako sada prikažemo ovu ovisnost u jedinicama dubine prodiranja ( $\delta$ ), i normiramo na najmanju dimenziju uzorka, tada će nam prošli prikaz biti zorniji (slika 4.12 b)). Dakle, disipacija je najveća kada je dimenzija uzorka jednaka dvjema dubinama prodiranja ( $2\delta$ ), tj. kada polje prodiranjem s dvije nasuprotne stranice "ispuni" cijeli uzorak. U graničnim slučajevima ( $\delta \rightarrow \infty$  i  $\delta \ll 1$ ) na logaritamskoj skali disipacija ovisi linearno o dubini prodiranja, što znači da se radi o potencijskoj ovisnosti. Za vrijednosti  $d/2\delta > 1$  disipacija  $\propto \sqrt{\rho}$  što je klasičan rezultat za skin efekt u metalima [38], a u granici  $d/2\delta < 1$  disipacija  $\propto \rho^{-1}$ .



Slika 4.13: Trodimenzionalan prikaz ovisnosti realnog i imaginarnog dijela disipacije o dubinama prodiranja s različitih stranica uzorka. Raspon boja od tamno plave do crvene odgovara rasponu brojeanih vrijednosti od 0 do 1.

Ovakvo razmatranje potrošnje snage i vodljivosti vrijedi i kada imamo anizotropni uzorak. Tada naša ovisnost postaje trodimenzionalna (Slika 4.13) - pojedina komponenta otpornosti kontrolira prodiranje polja u uzorak s pripadne strane;  $\rho_x$  određuje prodiranje u  $y$  smjeru, a  $\rho_y$  prodiranje u  $x$  smjeru.

U gornjem desnom uglu slika 4.13 a) i b) (velike vrijednosti  $\sigma_x, \sigma_y$ ) sustav je anizotropni metal ( $d \gg 2\delta_{x,y}$ ), a u donjem lijevom (male vrijednosti  $\sigma_x, \sigma_y$ ) anizotropni izolator ( $d \ll 2\delta_{x,y}$ ). Gore lijevo (i dolje desno) su područja izrazito anizotropnog "metal - izolator" stanja. Kasnije ćemo vidjeti da je ovakvo miješano stanje uočeno u nekoliko uzoraka  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_4$  gdje je jedna komponenta otpornosti bila izrazito velika ( $> 0.5 \Omega\text{m}$ ). S promjenom temperature ti uzorci prelaze iz stanja anizotropnog izolatora u stanje anizotropnog vodiča i pritom prijeđu preko maksimalne apsorpcije.

Kako bismo uzeli u obzir konačnu duljinu uzorka, naš raniji izraz (4.26) za  $P(\omega)$  možemo zapisati u sljedećem obliku:

$$P(\omega) = \frac{i\omega\mu_0 H_0^2}{2} \mu(\omega), \quad (4.28)$$

pri čemu je

$$\mu(\omega) = \frac{4}{\pi} \sum_{m \text{ neparan}} \frac{1}{m} \left[ \frac{\text{th}(\beta_m b)}{\alpha_m \beta_m} + \frac{\text{th}(\delta_m a)}{\gamma_m \delta_m} \right]. \quad (4.29)$$

efektivna relativna magnetska permeabilnost zbog prisutnosti pravokutog uzorka u homogenom polju  $H_0$ . Uzorak zbog svoje geometrije lagano perturbira vanjsko magnetsko polje zbog čega dolazi do efekta demagnetizacije, tj. silnice vanjskog magnetskog polja zbog odziva uzorka idu prema rubovima te je ukupno polje na tom mjestu jače. Tu je pojavu primijetio Osborn još 1945. godine [39] za slučaj troosnog elipsoida i izračunao pripadne demagnetizacijske faktore. Jakost polja na rubovima elipsoida je određena izrazom:

$$H_{elip} = \frac{H_0}{1 + (\mu_r - 1)N_m^e}, \quad (4.30)$$

pri čemu je  $N_m^e$  demagnetizacijski faktor u slučaju kada je  $c$  dimenzija elipsoida u smjeru polja:

$$N_m^e = \frac{abc}{2} \int_0^\infty \frac{ds}{(s + c^2)\sqrt{(s + a^2)(s + b^2)(s + c^2)}}. \quad (4.31)$$

Analitički izračun demagnetizacijskih faktora je moguć za ograničen broj slučajeva i najčešće se koristi Osbornovo rješenje za prvo približenje. U literaturi postoji i numerički pristup [40] za ovu geometriju, no radi jednostavnosti smo odlučili koristiti rješenje za elipsoid. Uvođenjem relacije 4.30 u proračun snage, prethodni izraz prelazi u oblik:

$$P(\omega) = \frac{i\omega\mu_0 H_0^2}{2} \frac{\mu(\omega)}{1 + (\mu(\omega) - 1)N_m}. \quad (4.32)$$

Izraze (4.26) i (4.32) koristit ćemo u ovom radu za numeričke izračune otpnosti i vodljivosti iz mjerenih rezultata.

Tijekom pisanja disertacije u literaturi je pronađen<sup>3</sup> proračun demagnetizacijskog faktora proveden za geometriju pravokutne prizme [41]. Izraz demagnetizacijskog fak-

---

<sup>3</sup>na njega je uputio dr. sc. Mladen Prester s Instituta za fiziku.

tora u analognoj orijentaciji jest:

$$\begin{aligned}
\pi N_m^p = & \frac{b^2 - c^2}{2bc} \ln \left[ \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} - a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + a} \right] + \frac{a^2 - c^2}{2ac} \ln \left[ \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} - b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + b} \right] + \\
& + \frac{b}{2c} \ln \left[ \frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{\sqrt{a^2 + b^2} - a} \right] + \frac{a}{2c} \ln \left[ \frac{\sqrt{a^2 + b^2} + b}{\sqrt{a^2 + b^2} - b} \right] + \frac{c}{2a} \ln \left[ \frac{\sqrt{c^2 + b^2} - b}{\sqrt{c^2 + b^2} + b} \right] + \\
& + \frac{c}{2b} \ln \left[ \frac{\sqrt{c^2 + a^2} - a}{\sqrt{c^2 + a^2} + a} \right] + 2\text{Arctg} \left[ \frac{ab}{c\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right] + \frac{a^3 + b^3 - 2c^3}{3abc} + \\
& + \frac{a^2 + b^2 - 2c^2}{3abc} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{c}{ab} \left( \sqrt{a^2 + c^2} + \sqrt{b^2 + c^2} \right) - \\
& - \frac{(a^2 + b^2)^{3/2} + (c^2 + b^2)^{3/2} + (a^2 + c^2)^{3/2}}{3abc}.
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Ovo saznanje ne mijenja oblik izraza 4.32, nego samo vrijednost faktora demagnetizacije  $N_m$  koja se uvrštava. Kako se  $N_m^e$  značajnije razlikuje od  $N_m^p$  tek za slučajeve kada  $a/c, b/c \rightarrow 0$ , ponavljanje računa s  $N_m^p$  neće znatno utjecati na dobivene rezultate, te zadržavamo prethodno izračunate vrijednosti  $\rho_{ab}$  i  $\rho_c$ .

## 4.6 Provjera toplinske stabilnosti mjerenja - simulacija nelinearnog širenja topline za 1D slučaj

Za materijal nosača uzoraka korišten je safir ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) koji jako dobro vodi toplinu u rasponu temperatura 4 – 80 K. Na višim temperaturama toplinska vodljivost safira postaje slabija i usporediva s onom običnog metala. Budući da se uzorak i temperaturni senzor nalaze na dva suprotna kraja nosača, a mjerenja su najčešće provedena u velikom rasponu temperatura (4 – 300 K), htjeli smo se uvjeriti da su očitavanja temperature ispravna, odnosno da ne postoji značajan gradijent temperature između uzorka i senzora. Iako bi bilo najbolje postaviti temperaturni senzor na položaj uzorka i to direktno provjeriti, to nije bilo moguće pa je širenje topline uzduž nosača simulirano za tipične jakosti grijanja, tj. hlađenja uzorka.

Safirni nosač je približno cilindričnog oblika promjera  $d = 2$  mm i duljine  $l = 70$  mm

( $d/l \ll 1$ ), i problem možemo riješiti razmatranjem jednodimenzionalne jednadžbe širenja topline. Iz literature je vidljivo da toplinska vodljivost safira znatno ovisi o temperaturi, te ne možemo koristiti linearnu jednadžbu difuzije topline, već se treba pristupiti rješavanju nelinearnog slučaja. Općenito, tok topline kroz površinu  $S$  je vezan tokom topline kroz volumen  $T$  relacijom:

$$\int_S \kappa \nabla u(\mathbf{r}) \mathbf{n} dA = \int_T \nabla (\kappa \nabla u(\mathbf{r})) dV. \quad (4.34)$$

Ukupna promjena topline u sustavu je pri tome:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_T C_v \rho u(\mathbf{r}) dV. \quad (4.35)$$

Budući da ukupan tok topline mora biti sačuvan, tada slijedi (za jednodimenzionalni slučaj):

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k(x) \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right) = k(x) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + k'(x) \frac{\partial u(x, t)}{\partial x},$$

gdje je  $k$  konstanta difuzije

$$k = \frac{\kappa}{C_v \rho}. \quad (4.36)$$

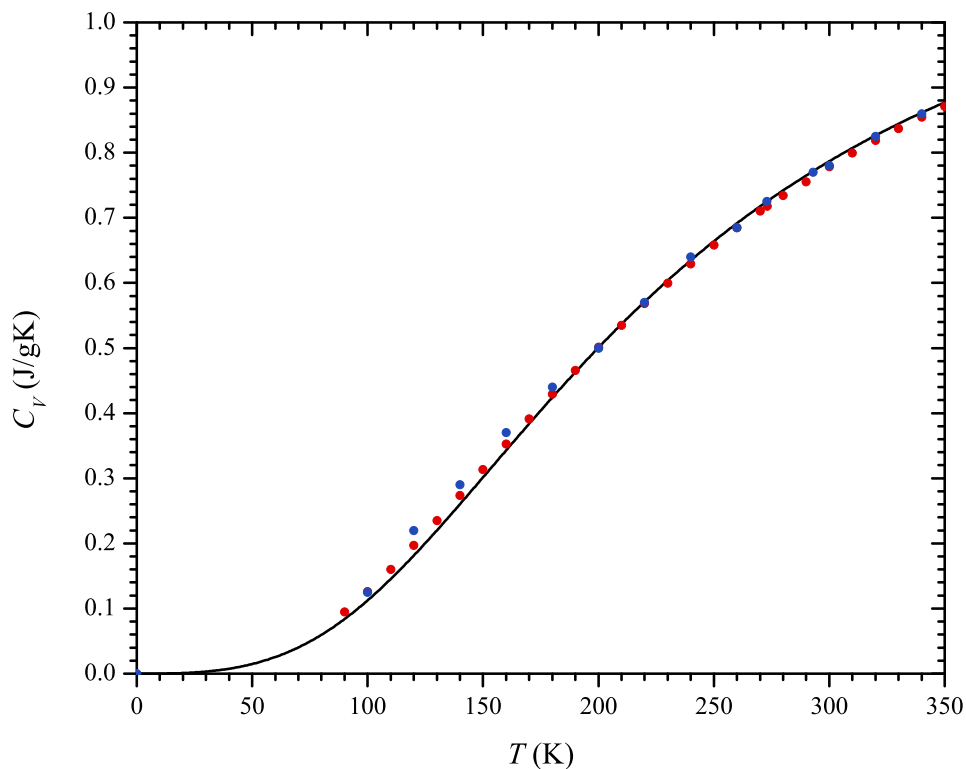
Oдавde je vidljivo da značajan doprinos širenju topline osim toplinske vodljivosti ima i toplinski kapacitet  $C_v$ , te gustoća medija  $\rho$ . Temperaturna ovisnost gustoće i toplinske vodljivosti safira je uzeta iz literature [42, 43, 44, 45, 46], no za toplinski kapacitet su pronađene samo vrijednosti iznad 90 K [47]. Za temperature ispod 90 K toplinski kapacitet je izračunat pomoću Debyeova modela tako da reproducira mjerenja na višim temperaturama (slika 4.14). Rezultantna ovisnost difuzijske konstante topline o temperaturi je prikazana na slici 4.15.

Program<sup>4</sup> kojim se numerički računa ovaj proces, podijeli nosač na segmente i kako se toplina širi s jednog kraja na drugi, tako variraju vrijednosti difuzijske konstante pojedinih segmenata te određuje transfer topline u susjedne segmente. Da bi se opisala realna situacija tijekom mjerenja, započinje se od konstantne raspodjele topline, gdje je cijeli sustav na 4.2 K. Jedan kraj nosača (onaj uz uzorak) je izoliran jer je oko njega vakuum, a drugom (uz grijač) postupno dižemo temperaturu do 300 K. Kada se postigne virtualnih 300 K, temperatura se jednakom brzinom počne spuštati opet do

---

<sup>4</sup>Osnovna struktura programa je preuzeta iz reference [48] koja je prerađena za našu situaciju. Sâm kôd programa se nalazi u dodatku E.

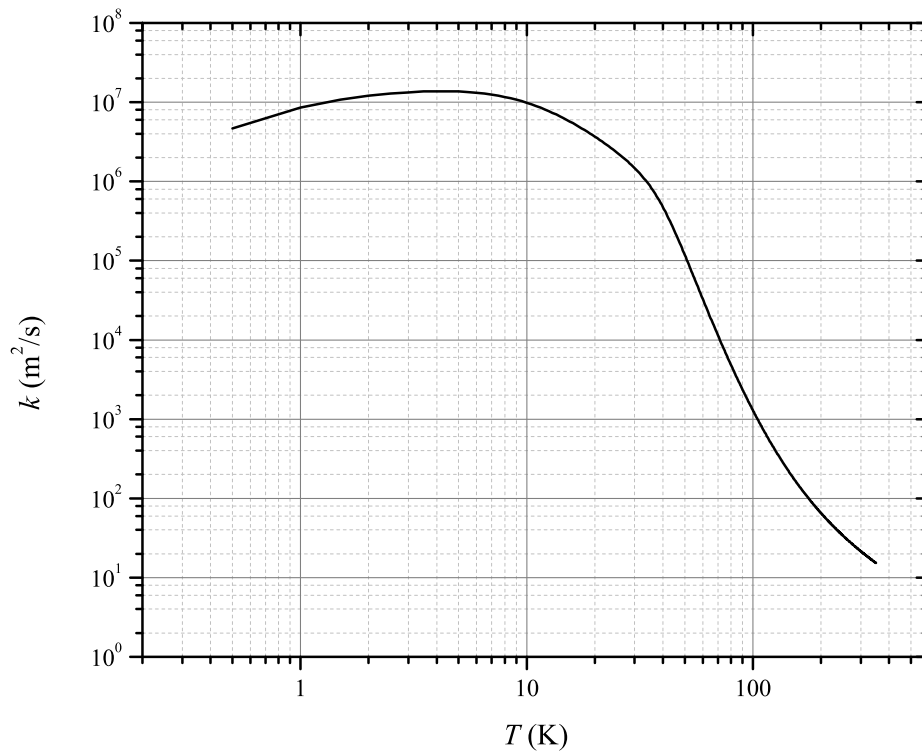




Slika 4.14: Specifični toplinski kapacitet u ovisnosti o temperaturi. Podaci označeni simbolom ● su iz reference [47], simbolom ● iz reference [42], a punom linijom vrijednosti koje smo izračunali putem Debyevega modela.

4.2 K. Prilikom stvarnog mjerenja najviša brzina grijanja je 1 K/min pa je, za procjenu najveće greške, dovoljno za nju izračunati razliku temperatura između dva kraja u rasponu 80-300 K. Na nižim temperaturama je brzina širenja topline dovoljno velika da ne postoji značajna razlika u temperaturi na položaju uzorka.

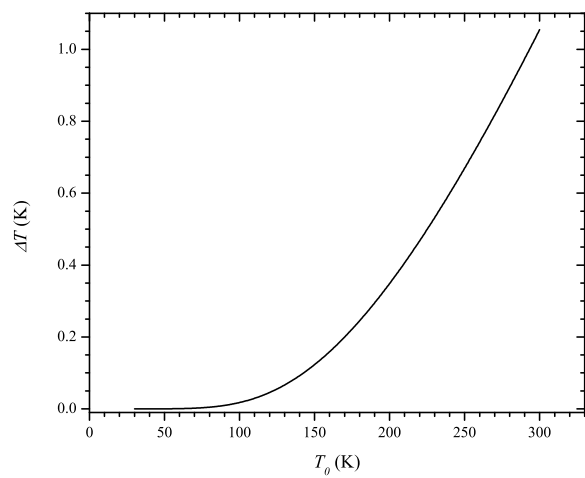
Na slici 4.16 prikazan je rezultat ovog računa za simulirano mjerenje od 30 K do 300 K. Graf prikazuje razlike temperatura na položajima grijača i uzorka u ovisnosti o temperaturi grijača. Vidljivo je da do 50-60 K zaista ne postoji bitno odstupanje od zadane temperature, te da na višim temperaturama odstupanje raste sve do  $\approx 1$  K (na 300 K), što je i logično obzirom na temperaturnu ovisnost difuzijske konstante. Kako bi se ovo odstupanje smanjilo, prilikom stvarnih mjerenja se na višim temperaturama brzina grijanja smanji. Simulacija takve situacije je prikazana na slici 4.16 b) crvenom bojom gdje se vidi promjena u brzini grijanja na 200 K, čime se ukupno temperaturno



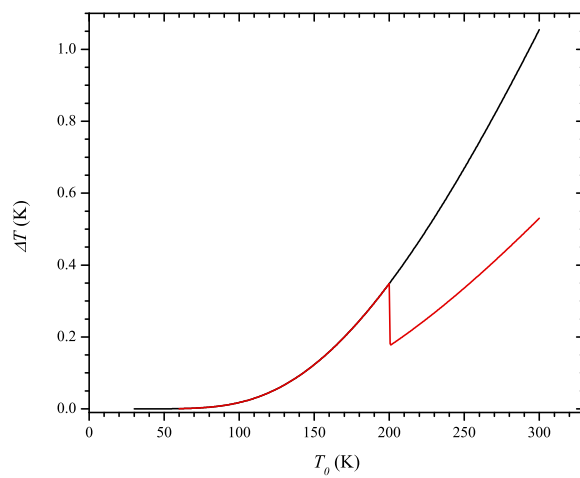
Slika 4.15: Ovisnost toplinske difuzijske konstante o temperaturi. Izračunate vrijednosti dobro opisuju eksperimentalne vrijednosti u referencama.

odstupanje smanji za 45%.

Ovom simulacijom smo uspjeli potvrditi preciznost temperaturnih očitavanja naših mjerenja i omogućili izračun eventualnih popravki očitanih vrijednosti istih. Detaljnije informacije vezane za rješavanje nelinearnog širenja topline u jedndimenzionalnom sustavu se mogu naći u dodatku [E](#).



a)



b)

Slika 4.16: Usporedba simulacija temperaturnih odstupanja u rasponu 30–300 K za slučaj grijanja a) jakošću od 1 K/min, b) jakošću 1 K/min do 200 K, te 0.5 K/min iznad 200 K.



# Poglavlje 5

## Uzorci

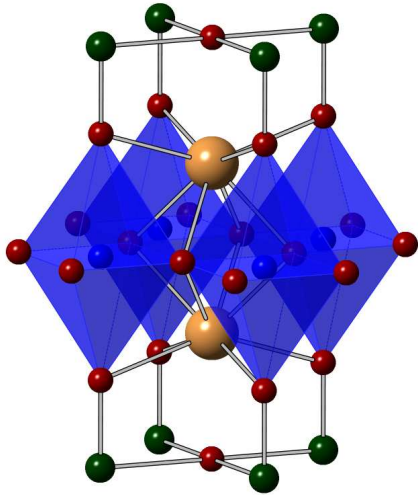
U sklopu mikrovalnih mjerenja provedenih za potrebe ovog rada, izmjereni su uzorci triju porodica supravodiča;  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ ,  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ , te  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ . U kasnijoj diskusiji će, po mišljenju autora, biti važno prikazati i mjerenja tankih filmova sustava  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  koja su neovisno izrađena na Institutu za fiziku, Sveučilište u Stuttgartu (Njemačka) 2000. godine, no, nisu nikad objavljena. Autor se zahvaljuje D.–N. Peligradu koji je omogućio da ta mjerenja ostanu sačuvana, te ih nesebično učinio dostupnim za potrebe ovog rada.

### 5.1 $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$

Spojevi iz obitelji živinih kuprata su trenutno s najvišim temperaturama prijelaza<sup>1</sup> među svim visokotemperaturnim supravodičima. Općenita formula pripadnika ove obitelji je  $\text{HgBa}_2\text{Ca}_{n-1}\text{Cu}_n\text{O}_{2n+2+\delta}$  pri čemu  $n$  označava broj bakar–oksid ravnina u jediničnoj ćeliji. Karakterizira ih tetragonalna simetrija (P4/mmm), mali kut kemijske veze Cu–O–Cu, te položaj dopanada daleko od  $\text{CuO}_2$  ravnine. Naime, kod nekih kuprata se atomi dopanada smještaju blizu  $\text{CuO}_2$  ravnine što uzrokuje svijanje okolnih Cu–O veza i unosi dodatan nered, čime se mijenjaju intrinzični uvjeti sustava.

---

<sup>1</sup>spoj  $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{8+\delta}$  ima temperaturu prijelaza  $T_c = 134$  K pri atmosferskom tlaku i oko 165 K pri višim tlakovima.



Slika 5.1: Kristalna struktura spoja  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ .

s dopiranjem ne mijenja okolnu strukturu (kao što je slučaj u spoju  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ ) pa  $\text{CuO}_2$  ravnine ostaju elektronski netaknute. Također, nema strukturnih prijelaza ili distorzija koji bi iskrivili mjerne signale, pa nema poteškoća u njihovoj analizi, te bi ovaj spoj trebao biti idealan za proučavanje supravodljivih svojstava intrinzičnih  $\text{CuO}_2$  ravninama.

Naime, u nekim su visokotemperaturnim supravodičima (npr.  $\text{La}_{1.6-x}\text{Nd}_{0.4}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ ) strukturne nehomogenosti vezane uz pojavu elektronskih nehomogenosti, kao što su valovi gustoće spina i naboja te uređenje pruga (eng. stripes). Te nehomogenosti otežavaju analizu mjerenih signala.

Temperatura prijelaza pri optimalnom dopiranju je  $T_c = 96$  K, što je najviša temperatura prijelaza među spojevima s jednom  $\text{CuO}_2$  ravinom po jediničnoj ćeliji, a u našim mjerenjima su korišteni uzorci različitih razina dopiranja, tj. kritičnih temperatura  $T_c = 94.5, 92,$  i  $80$  K. Pokušali smo provesti i mjerenja na nižim dopiranjima ( $T_c \approx 60$  K), no primijećeni su artefakti koji su upućivali na velike nehomogenosti dopiranja pri površini uzorka. Dimenzije i drugi parametri mjerenih uzoraka su prikazani u tablici 5.1, pri čemu je širina supravodljivog prijelaza određena kriterijem 10%–90%

Za trenutno istraživanje smo odabrali najjednostavnijeg pripadnika ove obitelji s  $n = 1$   $\text{CuO}_2$  ravinom (slika 5.1) u jediničnoj ćeliji ( $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ ). Ovaj spoj se tek odnedavno može sintetizirati u obliku većih kristala [49], te smo imali čast analizirati ih među prvim znanstvenim grupama u svijetu. Uzorci su proizvedeni u laboratoriju prof. dr. M. Grevena na sveučilištu Stanford u Stanfordu (Kalifornija, SAD), a za njihovu dostupnost zahvaljujem dr. Nevenu Barišiću.

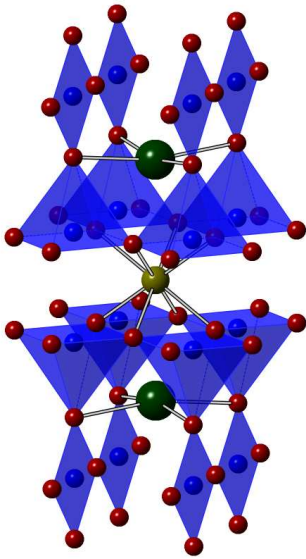
Spoj  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ , ili skraćeno Hg1201, ima jednostavnu kristalnu strukturu pri čemu su  $\text{CuO}_2$  ravnine složene od  $\text{O}_6$  oktaedara uz dva apikalna kisika koja leže relativno daleko od bakra. Kation žive je jako vezan za apikalni kisik, te ubacivanje dodatnog kisika u središte četverokuta Hg atoma

maksimalne visine apsorpcije.

oznaka	$p$ (šupljina / ćeliji)	$T_c$ (K)	$\Delta T_c$ (K)	dimenzije (mm <sup>3</sup> )
OP95	0.150	94.3	1.2	$1.9 \times 0.6 \times 0.1$
UD92	0.119	92	3.0	$1.9 \times 0.5 \times 0.3$
UD80	0.106	80	10	$1.4 \times 0.8 \times 0.4$

Tablica 5.1: Karakteristike mjerenih uzoraka Hg1201.

## 5.2 $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$



Slika 5.2: Kristalna struktura spoja  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ .

stanju, a dopiranjem oni prelaze u  $\text{Cu}^{2+}$  stanje dok kisik prelazi u  $\text{O}^{2-}$  stanje. Ako se slijedeći atom kisika smjesti daleko od prvog on će opet ionizirati dva bakrova atoma,

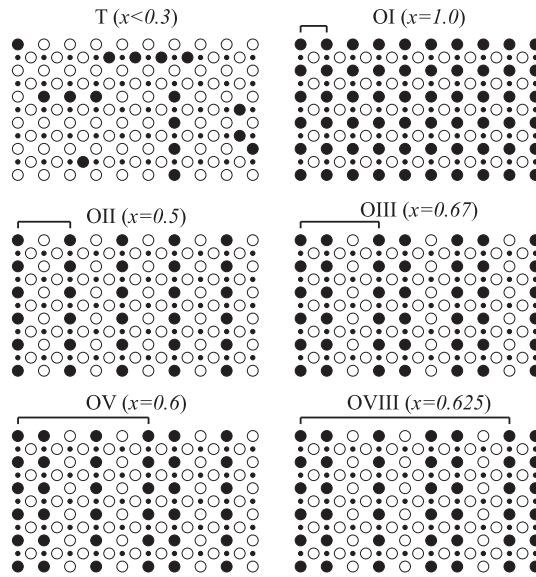
<sup>2</sup>1986. g. je otkrivena supravodljivost [2] u  $\text{La}_{1.85}\text{Ba}_{0.15}\text{CuO}_4$  što nije predviđala nijedna tadašnja teorija supravodljivosti. To otkriće je označilo početak istraživanja spojeva bakar–oksida i nekonvencionalne supravodljivosti.

Spoj  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ , najčešće zvan YBCO, je uz  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  najistraživaniji visokotemperaturni supravodič do danas. Otkriven je 1987. g., ubrzo nakon prvog<sup>2</sup> kupratnog supravodiča, i bio je prvi spoj čija je temperatura prijelaza prešla "nedostižnih" 77 K ( $T_c$  na optimalnom dopiranju je 94 K).

YBCO je poseban po tome što se mogu sintetizirati veliki kristali s vrlo malim udjelom nečistoća i općenito nereda (manje od 100 ppm). Također, dopiranjem kisikom se može prekriti cijelo područje od nedopiranog izolatora  $x = 0.0$  do naddopiranog vodiča  $x = 1.0$ . Atomi kisika se smještaju između bakrovih koji se nalaze iznad  $\text{CuO}_2$  ravnine, i tako tvore Cu–O lance (slika 5.2). U nedopiranom uzorku su dva bakrova atoma u  $\text{Cu}^{1+}$

međutim ako se smjesti na susjedni položaj preostaje mu samo 1 bakar za ionizaciju pa on ionizira i susjedni atom bakra iz  $\text{CuO}_2$  ravnine. Kako Cu–O lanci postaju duži tako se  $\text{CuO}_2$  ravnine sve više dopiraju šupljinama.

Prilikom prvotnog dopiranja kisikovi atomi su nasumično raspodijeljeni unutar ravnine ispod/iznad  $\text{CuO}_2$  ravnina, no do tvorbe lanaca dolazi tek polaganim postupkom napuštanja (eng. anealing). Ovisno o koncentraciji kisika, lanci tvore različite peridične uzorke, tj. faze kao što su orto–I, orto–III, orto–II i sl, čija razina uređenja definira kvalitetu uzoraka. Na slici 5.3 su prikazani strukturalni elementi pojedinih faza.



Slika 5.3: Periodični uzorci i imena pripadnih faza Cu–O lanaca u YBCO kristalu. T označava nasumičan razmještaj kisika (tetragonalna simetrija), a O različite ortoromske faze Cu–O lanaca s tipičnim dopiranjem za pojedinu fazu. ○ su prazne, a ● popunjene pozicije kisika.

Za nas je ovo bitno jer to znači da ćemo morati s dodatnom pažnjom pristupiti mjerenjima uređenih naddopiranih kristala zbog prisutne anizotropije u smjeru sve tri kristalne osi  $\rho_a \neq \rho_b \neq \rho_c$ .

Temperatura prijelaza  $T_c$  u YBCO - u je vrlo dobro opisana paraboličnom ovisnošću o dopiranju  $1 - T/T_{c,max} = 82.6(p - 0.16)^2$ , no u okolici  $p = 0.12$  postoji znatno odstupanje [50]. Naime, oko tog dopiranja ovisnost  $T_c(p)$  se izravnava te se taj dio faznog dijagrama naziva 60 K–plato. U nekim supravodičima na tom dopiranju dolazi do novog uređenja gdje raspodjela naboja prestaje biti homogena i tvori modulirane uzorke,



tzv. pruge (eng. stripes). Iako za YBCO još nije dokazano postojanje pruga, razne metode (neutronske raspršenje, optička vodljivost, Nernstov efekt..) su uspjele detektirati fluktuacije nabojnog uređenja koje bi mogle biti uzrok 60 K–platoa.

Visokokvalitetni monokristalni uzorci su proizvedeni metodom rasta kristala iz otopine u laboratoriju prof. dr. B. Keimera i dr. V. Hinkova na Institutu Max–Planck u Stuttgartu (Njemačka). Da bi se osigurala pravilna razina dopiranja uzorci su anilirani u atmosferi kisika, a da bi Cu–O lanci bili dobro uređeni u naddopiranom uzorku on je dodatno podvrgnut tlaku  $5 \cdot 10^7$  N/m<sup>2</sup> uzduž kristalografske (1, 0, 0) osi. Osnovne karakteristike supravodljivog prijelaza i vrijednosti  $T_c$  su provjerene mjerenjima susceptibilnosti u SQUID - u.

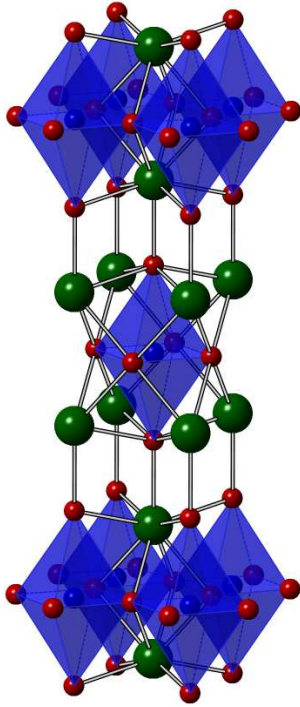
oznaka	$p$ (x)	$T_c$ (K)	$\Delta T_c$ (K)	dimenzije (mm <sup>3</sup> )
OD89	0.19 (1.0)	89.4	1.6	$2.5 \times 1.9 \times 0.6$
UD87	0.15 (0.85)	87.2	2	$2.5 \times 1.95 \times 1.0$
UD57	0.12 (6.67)	57.2	5	$2.5 \times 1.6 \times 0.9$
UD36	0.07 (0.45)	36	8	$1.5 \times 1.45 \times 0.45$

Tablica 5.2: Karakteristike mjerenih YBCO uzoraka.

### 5.3 $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$

Ovaj spoj se u mnogočemu razlikuje od preostalih kuprata istraživanih u ovom radu, ali i općenito kupratnih supravodiča. Najprije, temperatura supravodljivog prijelaza je mnogo niža, te pri optimalnom dopiranju ( $p = 0.16$ ) ona doseže tek 38 K. U poddopiranom području prilikom ulaska u fazu pseudoprocjepa, dolazi i do strukturne promjene kristalne ćelije pri čemu zbog rotacije  $\text{O}_6$  oktaedra ona prelazi iz visokotemperaturne tetragonalne simetrije u niskotemperaturnu ortorompsku (slika 5.5). Ta je promjena vidljiva u transportnim mjerenjima duž  $c$  osi kao mala kvržica. Distorzija se može potisnuti u uzorcima pripremljenima u obliku filmova ako se izrade na supstratu  $\text{LaSrAlO}_4$ ,

no tada bismo trebali vršiti određene korekcije drugih efekata koje smo htjeli izbjeći.



Slika 5.4: Kristalna struktura spoja  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ .

Kako se kod poddopiranih uzoraka spuštamo u temperaturi prema  $T_c$ , javljaju se naznake lokalizacije naboja i usporavanja spinova što se dosadašnjim istraživanjima objasnilo prisutnošću dinamičkog uređenja nosilaca naboja i spina (dinamička faza pruga). Zaista, ubacivanjem drugih elemenata kao što su Nd ili Eu na položaje La (tipično s  $x = 0.2$  udjela) faza statičkih pruga postaje vidljiva, što nam kaže da osnovni preduvjeti za njih postoje već u čistom LSCO sustavu. Za naše razmatranje je bitno imati na umu da su u mjerenjima LSCO-a mogući dodatni doprinosi signalu koje nije moguće analizirati na jednostavan način.

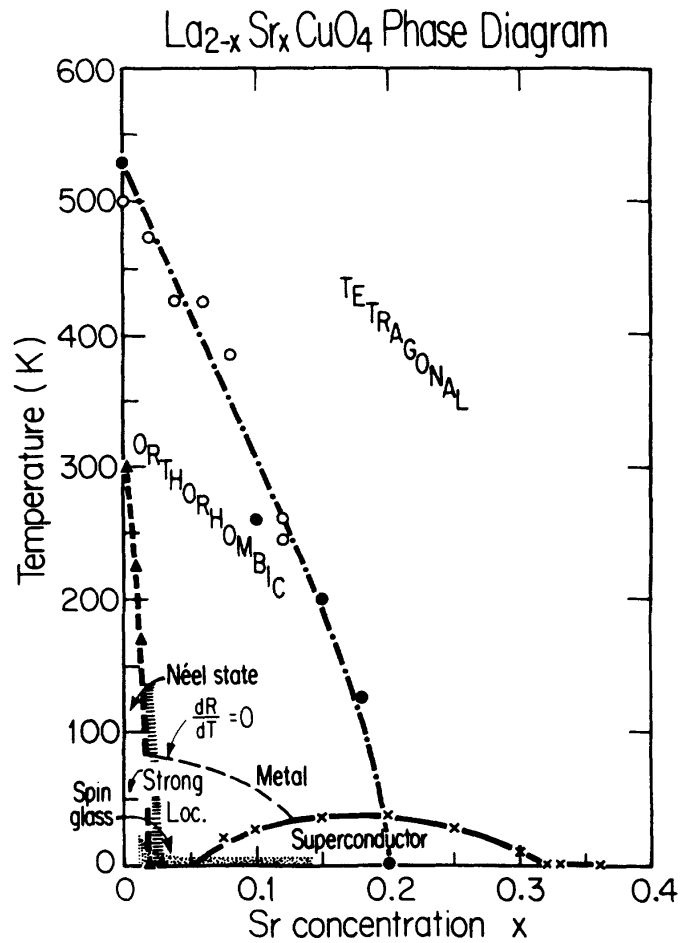
Uzorke je pripremio dr. O. P. Vajk u laboratoriju prof. dr. M. Grevena na sveučilištu Stanford putem tehnike putujuće domene (eng. traveling-solvent floating-zone technique). Uzorci su izrezani na veće dimenzije ( $2 \times 2 \times 4 \text{ mm}^3$ ) pri čemu su bili pravilno orijentirani snimanjem raspršenja Röntgenskog zračenja. Također, pravilno dopiranje i homogenost je karakterizirana mjerenjima u SQUID - susceptometru. Osnovna svojstva mjerenih uzoraka se mogu naći u tablici 5.3:

Uzorke je pripremio dr. O. P. Vajk u laboratoriju prof. dr. M. Grevena na sveučilištu Stanford putem tehnike putujuće domene (eng. traveling-solvent floating-zone technique).

oznaka	x (Sr) $\approx$ p	$T_c$ (K)	$\Delta T_c$ (K)	dimenzije ( $\text{mm}^3$ )
La12	0.125	26	10	$3.5 \times 0.75 \times 0.6$
La15	0.15	38	4	$2.1 \times 0.6 \times 0.5$

Tablica 5.3: Karakteristike mjerenih LSCO uzoraka.

Uzorak La12 se čini nešto slabije kvalitete, što ukazuje širina prijelaza u supravodljivo stanje. Obično za ove uzorke to znači da sadržavaju razne nečistoće - u smislu

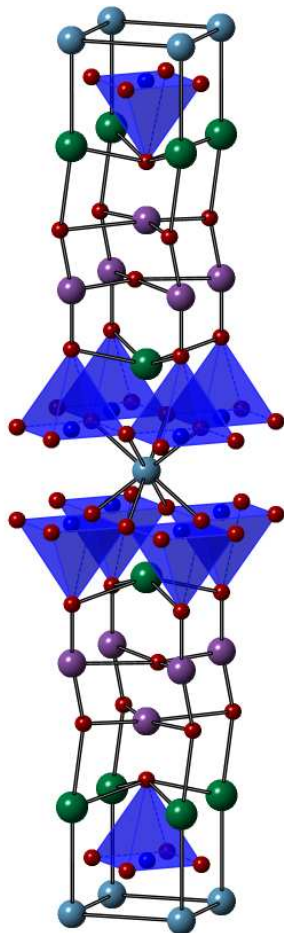


Slika 5.5: Fazni dijagram  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ . Slika je preuzeta iz [51].

nesrašćenih ostataka reagensa ali i mikroskopske nehomogenosti dopiranja. Nehomogenosti nastaju jer se dopiranjem položaji  $\text{La}^{3+}$  zamjenjuju sa  $\text{Sr}^{2+}$ , što uzrokuje neravnomjernu raspodjelu naboja u okolini  $\text{Cu}^{2+}$  iona u kristalnoj ćeliji. Pretpostavlja se da je upravo ta nehomogenost odgovorna što je najviši  $T_c$  u LSCO–u otprilike dva puta manji od onog u YBCO–u.

## 5.4 $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$

Obitelj visokotemperaturnih supravodiča s bizmutom ( $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_n\text{Cu}_{n+1}\text{O}_{2n+6+\delta}$ ) otkrivenih 1988. g., bila je prva koja ne sadrži element iz skupine rijetkih zemalja.



Slika 5.6: Kristalna struktura spoja  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ .

korišten optimalno dopiran uzorak ( $T_c = 85$  K,  $\Delta T_c = 10$  K) iz grupe prof. dr. M. Mehringa (Stuttgart, Njemačka). Uzorak je bio u obliku filma debljine 500 nm na substratu  $\text{Al}_2\text{O}_3$  i dimenzija  $3 \times 1 \times 1$  mm<sup>3</sup>.

Mjerenja je proveo D.–N. Peligrad u  $eTE_{111}$  modu na 9.3 GHz s maksimumom mikrovalnog električnog polja u središtu šupljine.

Cijelu ovu skupinu materijala obilježava izrazito visoka anizotropnost različitih fizikalnih svojstava, npr. omjer otpornosti na sobnoj temperaturi optimalno dopiranog  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  uzorka je  $\rho_c/\rho_{ab} = 10^5$ . Ovako velika anizotropija je posljedica slabog međusobnog vezanja BiO ravnina, te se uzorci mogu lako kalati bez stvaranja površinskih stanja, što ga čini povoljnim za mnoge površinske mjerne metode (npr. ARPES, STM, optička vodljivost..).

$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ , ili kraće Bi2212, ima dvije  $\text{CuO}_2$  ravnine u jediničnoj ćeliji (slika 5.6) i dopira se nestehiometrijskim umetanjem kisika pokraj BiO ravnine. Iako se ubacivanjem sve više kisika unosi dodatni nered u strukturu, on se nalazi daleko od  $\text{CuO}_2$  ravnina pa ne utječe znatno na njih. Međutim, na oko 5 % Sr pozicija se nalazi Bi, što uzrokuje intrinzičnu nesavršenost Bi2212 kristala.

Najviša temperatura supravodljivog prijelaza je  $T_c = 87$  K, a može se dopirati u širokom području faznog dijagrama; od poddopiranog  $T_c = 40$  K do naddopiranog  $T_c = 60$  K. Za mjerenja je

# Poglavlje 6

## Rezultati i diskusija

Sva su mjerenja izvođena na slijedeći način: uzorak je postavljen na safirni nosač i pažljivo učvršćen s kapljicom termovodljivog laka GE (General Electric) 7031 ili termovodljive masti Apiezon N, te dodatno osiguran omotačem od teflona. GE 7031 i mast Apiezon N služe kako bi osigurali dobar toplinski kontakt između safirnog nosača i uzorka. Niti jedno od korištenih sredstava nema odziv (reaktivni ili induktivni) na mikrovalnim frekvencijama te njihova prisutnost u šupljini nije uzrokovala artefakte u mjerenju i/ili pozadinske signale koje bi trebalo ukloniti. Nadalje, nosač s uzorkom je unešen u mikrovalni kriostat pri čemu se pazilo da je nosač dobro učvršćen za grijač preko kojeg se kontrolira temperatura uzorka. Kriostat je potom umetnut u kriogeno okruženje<sup>1</sup> tako da se šupljina s uzorkom nalazi u središtu supravodljivog magneta. Najčešće je uzorak postavljen na nosač pri čemu je  $c$  os kristala orijentirana uzduž duže dimenzije safirnog nosača (tj.  $z$  osi šupljine), čime je vanjsko magnetsko polje okomito na  $\text{CuO}_2$  ravnine. Nakon početnog hlađenja kriostata, mjerenja su se provodila pri različitim vrijednostima magnetskog polja u rasponu temperatura od 4 - 300 K.

Mjereni su odzivi u dva moda;  ${}^eTE_{112}$  (13.148 GHz) i  ${}^eTE_{211}$  (15.132 GHz). U oba moda mikrovalno magnetsko polje  $\mathbf{H}_{mw}$  ima maksimum na mjestu uzorka, ali je za  ${}^eTE_{112}$  mod ono orijentirano uzduž dulje osi elipse (slike 4.8 b) i 4.9 b)), te inducira struje (za ranije spomenutu orijentaciju uzorka) unutar  $ac$  ravnine, dok je u  ${}^eTE_{211}$  modu  $\mathbf{H}_{mw}$  orijentirano uzduž  $z$  osi (slika 4.4) šupljine te inducira struje samo unutar  $ab$  ravnine. Iz ta dva skupa podataka možemo izračunati vrijednosti kompleksne vodljivosti u  $ab$  i  $c$  smjeru, tj.  $\sigma_{ab(c)}$ . Numerički proračun se temelji na relacijama (4.26)

---

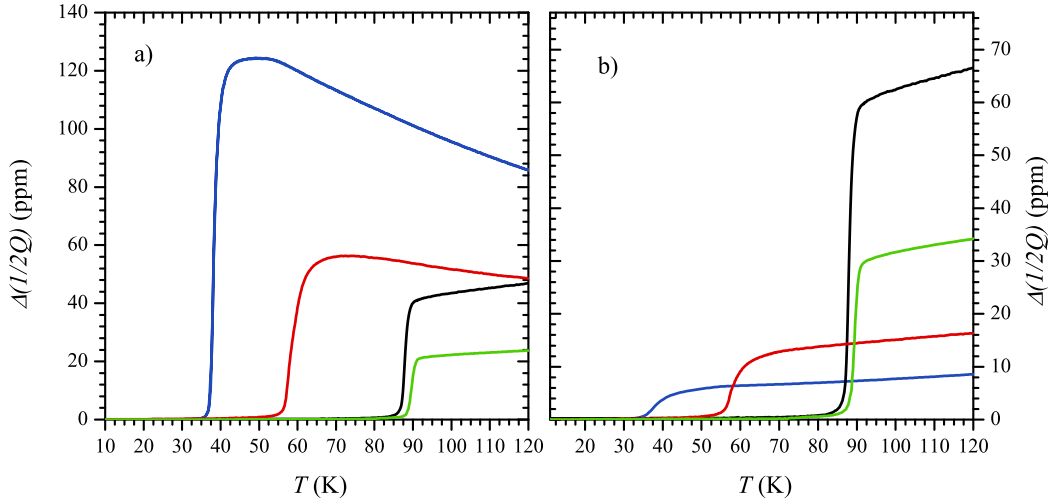
<sup>1</sup>u VTI (eng. Variable temperature insert)

i (4.32), a račun je proveden uz pomoć programskog paketa Mathematica. Ispis programa je prikazan u dodatku D. U slučaju YBCO–a, tenzor vodljivosti je ortorompski ( $\sigma_a \neq \sigma_b$ ), no budući da nas zanima razlika između vodljivosti unutar i izvan  $ab$  ravnine, dovoljno nam je odrediti efektivnu vrijednost  $\sigma_{ab}$ .

Mjerenja u magnetskom polju do 16 T koristimo kako bismo odredili i izdvojili doprinos normalnog stanja u mjerenjima bez primjenjenog magnetskog polja. Visoke vrijednosti kritičnih temperatura prijelaza ( $T_c$ ) u ovim materijalima ukazuju da je supravodljivo osnovno stanje poprilično nisko u energiji, te da su kritična magnetska polja također visoka (iz mjerenja na  $T > 0$  K procjenjuje se da dosežu  $B_{c2}(0) \approx 100$  T). Stoga magnetsko polje jakosti 16 T neće ukloniti supravodljivi doprinos u cijelom temperaturnom rasponu, no kako želimo odrediti doprinos fluktuacija za temperature  $T \gtrsim T_c$  ono je dovoljno da se na njima uspostavi normalno stanje.

## 6.1 Mjerenja uzoraka $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$

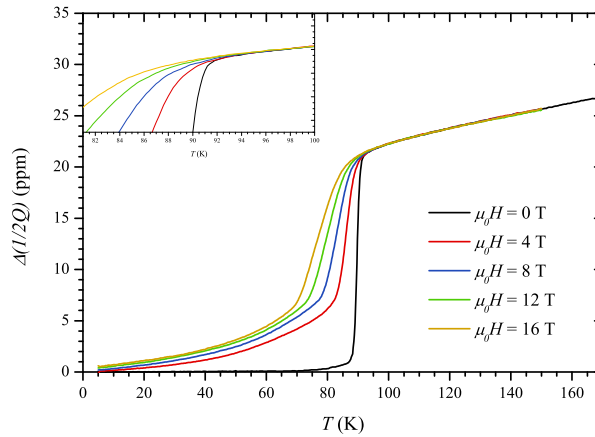
Na slici 6.1 a) i b) su prikazane izmjerene temperaturne ovisnosti apsorpcije ( $\Delta(1/2Q)$ ) u  $TE_{211}$ , tj.  $TE_{112}$  modu za sve YBCO uzorke bez primjenjenog magnetskog polja. Kôd uzorka sadrži odgovarajuću vrijednost  $T_c$ , kao i tip dopiranja: OD za naddopirani i UD za poddopirani uzorak. Smanjenjem dopiranja anizotropija uzorka raste, i vodljivost  $\sigma_c$  pada brže od  $\sigma_{ab}$ , te je doprinos  $\sigma_c$  ukupnoj apsorpciji na slici 6.1 b) sve veći. To je direktno vidljivo i u ovisnosti o temperaturi jer sa smanjenjem dopiranja otpornost  $\rho_c$  (a time i apsorpcija) prelazi iz one metalnog ( $d\rho_c/dT > 0$ ) u onu poluvodičkog ( $d\rho_c/dT < 0$ ) karaktera. Kao i kod mjerenja otpornosti istosmjernom strujom, prelazak u supravodljivo stanje se u apsorpciji očituje njenim naglim padom ispod neke temperature. Pomak rezonantne frekvencije je također praćen naglom promjenom, no ona ostaje konačna i na najnižoj temperaturi što je određeno Londonovom dubinom prodiranja ( $\lambda_L$ ) karakterističnom za ispitivani uzorak. Kako je ona određena gustoćom superfluida (2.56), smanjenjem dopiranja  $\lambda_L$  će biti sve veća. Međutim, precizna mjerenja  $\lambda_L$  zahtijevaju bolji  $Q$ –faktor rezonantne šupljine od onog u našem postavu (gdje



Slika 6.1: Temperaturna ovisnost apsorpcije za uzorke OD89 (zelena), UD87 (crna), UD57 (crvena) i UD36 (plava) bez primjenjenog vanjskog magnetskog polja u modu: a)  $TE_{112}$  ( $ac$ -ravnina), b)  $TE_{211}$  ( $ab$ -ravnina).

je rezonantna šupljina izrađena od bakra), te se u sklopu ovog rada nećemo time baviti.

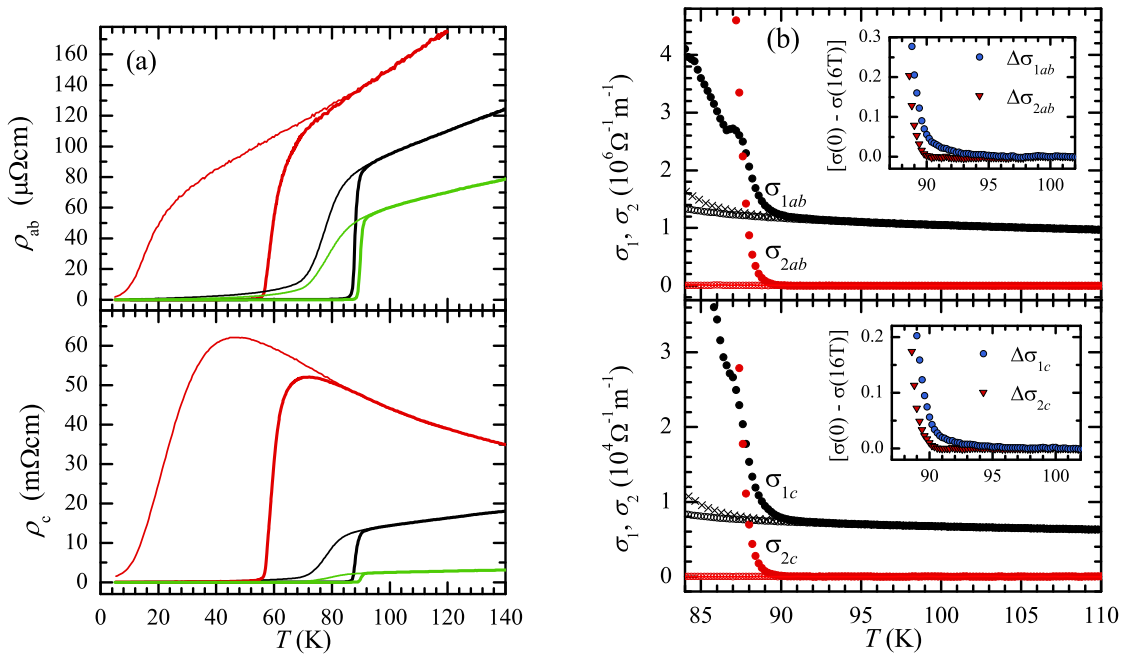
Na slici 6.2 prikazan je utjecaj magnetskog polja na mjereni signal u uzorku OD89 s  $T_c = 89$  K. Apsorpcija mjerena u polju je konačna ispod temperature  $T_c$  zbog prisutnosti virova i sâm prijelaz u supravodljivo stanje je razmazan. Treba reći kako u izračunu re-



Slika 6.2: Prikaz utjecaja vanjskog magnetskog polja ( $B = 16$  T) orijentiranog duž  $c$  osi uzorka na mjerenje  $TE_{112}$  moda u uzorku OD89. Manja slika je uvećanje oko temperature prijelaza.

lacije 4.26 nismo ubrojili postojanje virova u sustavu, no to nam ne postavlja preveliko

ograničenje ako promatramo samo temperaturno područje gdje je supravodljivost potisnuta. Možemo se uvjeriti da se zaista radi o normalnom stanju tako da promatramo apsorpciju postupno podižući jakost magnetskog polja i uočimo kada postaje neovisna o polju. Tada smo sigurni da smo u potpunosti potisnuli supravodljivi doprinos. Na manjoj slici unutar slike 6.2 je vidljivo da apsorpcija postaje neovisna o polju na temperaturama iznad  $T_c = 89$  K i za jakosti vanjskog magnetskog polja od 12 T, pa možemo reći da je u polju 16 T supravodljivost potpuno potisnuta na svim temperaturama iznad 89 K.



Slika 6.3: Izračunate vrijednosti a)  $\rho_{ab(c)}$  bez vanjskog magnetskog polja (deblja linija) te u polju od 16 T za uzorke OD89 (crveno), UD87 (crno), UD57 (zeleno) (tanka linija), b)  $\sigma_{ab(c)}$  uzorka UD87 u blizini temperature prijelaza u poljima 0 T (prazni simboli), 8 T (križići), 16 T (puni simboli). Manje slike prikazuju razliku  $\sigma_{ab(c)}(0\text{ T}) - \sigma_{ab(c)}(16\text{ T})$ .

Izračunate realne vrijednosti  $\rho_{ab(c)}$ , te ponašanje  $\sigma_{1ab(c)}$  blizu  $T_c$  su prikazane na slikama 6.3 a) i b). Vrijedno je spomenuti još jedan detalj računa. Naime, za  $B \neq 0$  nismo uzeli u obzir postojanje virova u sustavu. Zbog njihove bi dinamike u  $ab$  ravnini (za vanjsko polje u  $z$  smjeru) proračunom za  $\rho_{ab}$  dobili neke efektivne vrijednosti  $\rho_{ab}^{eff}$  koje su zbog dodatne disipacije više u iznosu. Međutim, kako u mjerenjima apsorpcije  $TE_{112}$  moda dinamika virova doprinosi isključivo otpornosti u  $ab$  ravnini, pri proračunu  $\rho_c$  taj



efektivni doprinos  $\rho_{ab}^{eff}$  se odračuna (poništi) i dobivene vrijednosti  $\rho_c$  nisu efektivne već intrinzične za dano polje zbog potiskivanja supravodljivosti.

Na slici 6.3 nema podataka za uzorak UD36 jer je iz direktnog mjerenja apsorpcije, nekoliko kelvina iznad  $T_c$ , vidljivo kako ovisnost o temperaturi nije sasvim glatka što upućuje na postojanje nehomogenosti u dopiranju. Iz tog razloga nećemo uspoređivati te vrijednosti s ostalima, no iz njih možemo odrediti najvišu temperaturu do koje je vidljiva ovisnost u polju i time odrediti gornju granicu prostiranja fluktuacija. Za tehniku mikrovalne apsorpcije osjetljivost na površinsko dopiranje je svojevrsna prednost ali i mana, jer lako detektira sve nehomogenosti koje se javljaju na površini uzoraka (te se odmah može vidjeti njihova kvaliteta), ali istovremeno otežava nalazak dovoljno velikih uzoraka za proučavanje njihovih svojstava bez površinskih efekata.

Kao što smo ranije spomenuli, za  $\sigma_2$  se očekuje da brže trne s temperaturom na našim mjernim frekvencijama te promatrajući  $\Delta\sigma = \sigma_1(0 \text{ T}) - \sigma_1(16 \text{ T})$  određujemo doprinos vodljivosti koji dolazi isključivo od fluktuacija. Njihov temperaturni doseg ( $T'$ ) određen iz  $\sigma_{ab}$  i  $\sigma_c$  je jednak za pojedini uzorak, a ovisnosti o dopiranju je prikazana u tablici 6.1.

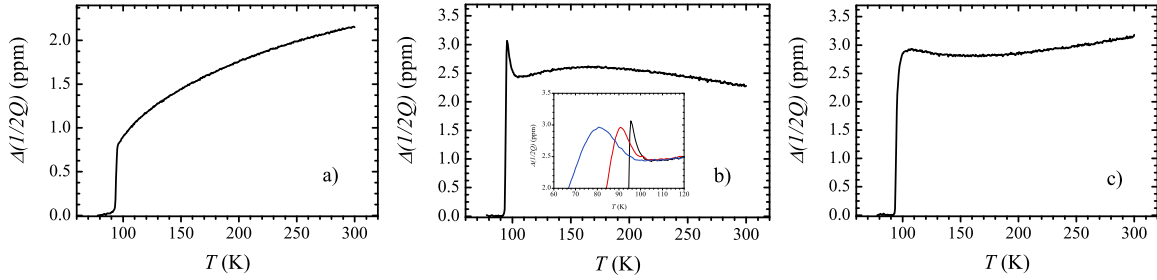
oznaka	$T_c$ (K)	$T' - T_c$ (K)
OD89	89.4	$6 \pm 1$
UD87	87.2	$8 \pm 1$
UD57	57.2	$22 \pm 2$
UD36	36	* $19 \pm 5$

Tablica 6.1: Vrijednosti  $T'$  određene iz mjerenja za različite YBCO uzorke.

Temperatura pojave efekata pseudoprocjepa se iz mjerenja otpornosti određuje kao temperatura ispod koje  $\rho_c$  prati porast, a  $\rho_{ab}$  pad. Razlog tome jest što ispod  $T^*$  dolazi do blagog smanjenja efektivne gustoće stanja i povećanja vremena relaksacije  $\tau$ . Kako je  $c$  os ionako smjer loše vodljivosti, malo smanjenje gustoće stanja dodatno poveća  $\rho_c$ , dok u transportu unutar  $ab$  ravnine sudjeluje mnogo nosilaca te povećanje vremena  $\tau$  ima značajniji doprinos.

## 6.2 Mjerenja uzoraka $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$

Kad smo prvi put dobili kvalitetne uzorke ovog spoja, bio je to optimalno dopiran uzorak (OP95;  $a \times b \times c = 1.9 \times 0.6 \times 0.1 \text{ mm}^3$ ) kojeg je do tada bilo moguće sintetizirati samo u prahu [52, 53] ili u obliku većih monokristala ako se određeni udio žive (20%) zamijenio s bakrom [54]. Prva mjerenja mikrovalne apsorpcije uzorka OP95 su izazvala veliku pomutnju jer se pri prijelazu u supravodljivo stanje, u  $TE_{112}$  modu, gdje struje teku u  $bc$  ravnini, javila anomalna divergirajuća struktura (slika 6.4 b)) čiji uzrok nije bio poznat. Mjerenja u modu  $TE_{211}$  (struje u  $ab$  ravnini) nisu pokazivala nikakvo anomalno ponašanje (slika 6.4 a)). Štoviše kada bi se uzorak zarotirao za  $90^\circ$  oko  $z$  osi, anomalija je nestala (slika 6.4 c)).

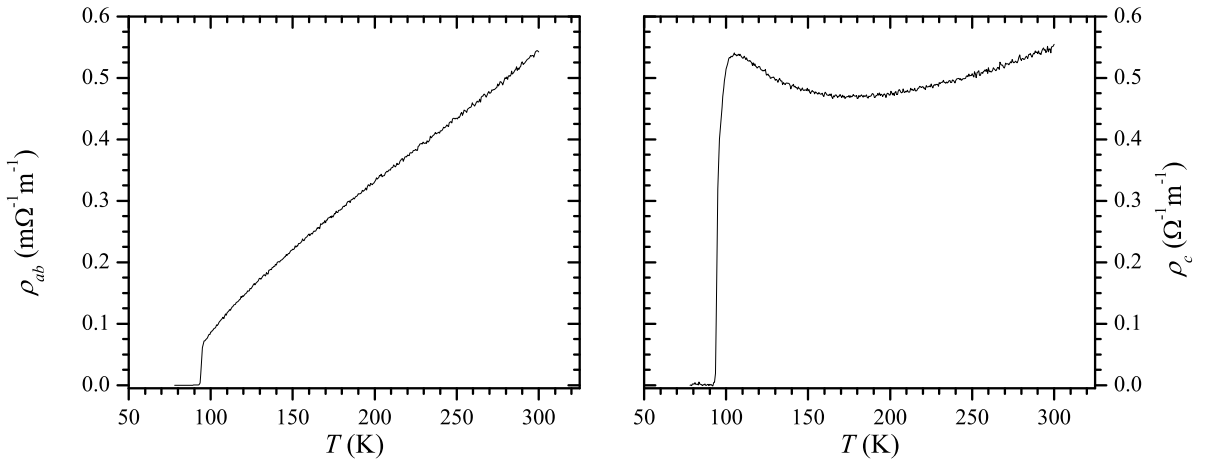


Slika 6.4: Mjerenja apsorpcije [55] uzorka OP95 u nultom polju u modu: a)  $TE_{211}$ , b)  $TE_{112}$  (struje u  $bc$  smjeru), c)  $TE_{112}$  (uzorak rotiran za  $90^\circ$ ; struje u  $ac$  smjeru). Manja slika u b) prikazuje apsorpciju u magnetskom polju 0 T (crna), 8 T (crvena) i 16 T (plava).

To je bilo sasvim neočekivano jer je kristal tetragonalne simetrije, i nije bilo razloga za osjetljivost na tu rotaciju. Uskoro je postalo jasno da se ista anomalija javlja u  $TE_{211}$  modu postavljanjem dulje stranice uzorka uzduž  $z$  osi šupljine, tj. induciranjem struja u  $bc$  ravnini. U ranijem radu [54] je već pokazano da ovaj spoj karakterizira velika vrijednost  $\rho_c$  u normalnom stanju (na optimalnom dopiranju za  $T > T_c$ ,  $\rho_c$  slabo ovisi o temperaturi i približno je  $0.3 \Omega\text{cm}$ ), što znači da bi na našim radnim frekvencijama dubina prodiranja mogla biti usporediva s dimenzijom  $b$ . Upravo je s tom motivacijom proveden račun prikazan u poglavlju 4.5 koji je pokazao da zaista u slučaju  $b < 2\delta$  dolazi do promjene u ovisnosti apsorpcije o vodljivosti (slika 4.12 b)). Naime, ako bolje pogledamo temperaturne ovisnosti iznad  $T_c$  na slikama 6.4 b) i c), uočljivo je da je ovisnost u slici b) oblikom zrcalno simetrična obzirom na apscisu od one na slici c).

Drugim riječima, ako je  $b/2\delta < 1$ , tada je apsorpcija rastuća funkcija vodljivosti, a ne otpornosti. Ispod  $T_c$  uzorak je supravodljiv i disipacija nestaje. Zanimljivo je da je ovaj račun proveden<sup>2</sup> još 1994. godine [37] gdje je ista pojava uočena na uzorcima BSCCO-a (kod kojeg je također visoka vrijednost  $\rho_c$  u normalnom stanju), međutim u tom su radu autori (neuspješno) pokušali objasniti neobičan porast vodljivosti  $\sigma_1$  ispod  $T_c$ . Iako iz tog rada nije očito da li su autori bili svjesni da do ovog ponašanja apsorpcije uvjetuje upravo ovisnost o  $2\delta/b$ , oni su prvi napravili ovaj račun za anizotropni uzorak, i njihov rezultat se koristio u mnogim kasnijim obradama i člancima.

Dodatnu potvrdu korektnosti relacije 4.26 dobili smo nakon što su iz mjerenja izračunate vrijednosti  $\rho_{ab(c)}$  (slika 6.5) pri čemu smo dobili glatku temperaturnu ovisnost bez artefakata. Napomenimo da je izračun  $\rho_c$  iz dvaju različitih mjerenja na slikama 6.4 b) i c) dao isti rezultat na slici 6.5 b). Izračunate vrijednosti  $\rho_{1c}$  u normalnom stanju su

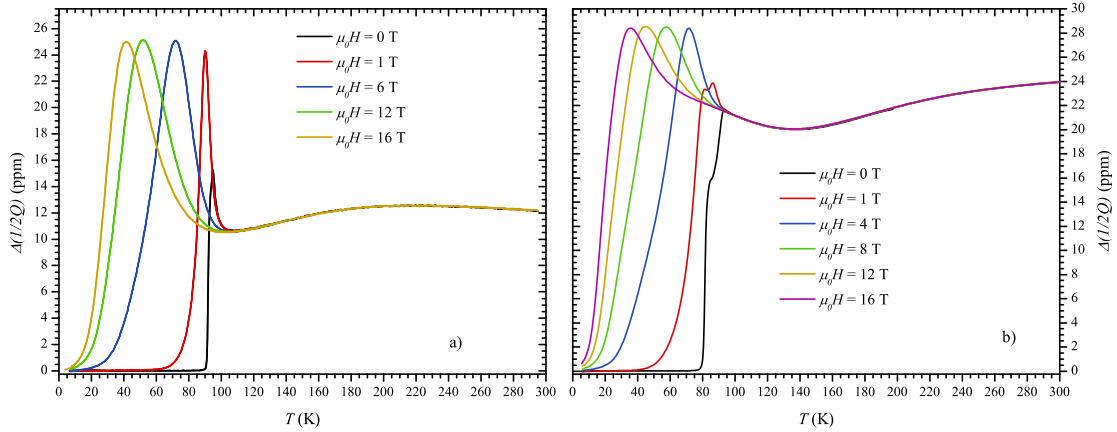


Slika 6.5: Izračunate vrijednosti a)  $\rho_{1ab}$ , i b)  $\rho_{1c}$ .

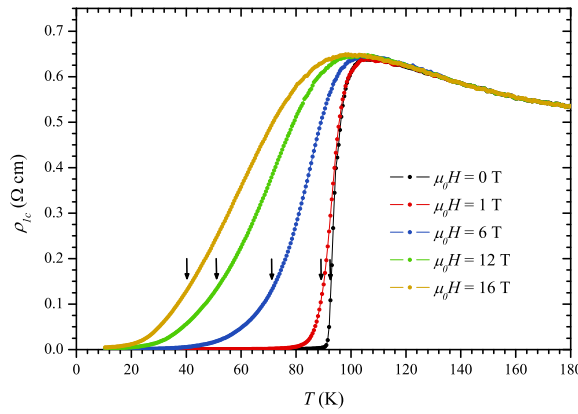
$\approx 0.5 \Omega\text{cm}$ , što upućuje da zamjena 20% atoma žive bakrom [54] ima značajan utjecaj na vodljivost u  $c$  smjeru. Usporedbom izračunatih vrijednosti  $\rho_c$  za različite vrijednosti vanjskih polja [55], možemo uočiti kako je  $T' = 105 \pm 2$  K. U temperaturnoj ovisnosti  $\rho_{ab(c)}$  je oko  $T^* = 185$  K vidljiva promjena nagiba, što se povezuje s pojavom pseudo-procjepa u gustoći stanja. Ispod te temperature  $\rho_{ab}$  se smanjuje, a  $\rho_c$  raste te se osim gustoće stanja mijenja i vrijeme raspršenja.

Mjerenja preostalih uzoraka UD92 i UD80 su prikazana na slikama 6.6 a) i b). Vidimo kako je porast vodljivosti tik iznad  $T_c$  još izraženiji u uzorku UD92. Zbog

<sup>2</sup>što je uočeno tek nakon što se u našoj grupi nezavisno došlo do istog rješenja.



Slika 6.6: Mjerenja apsorpcije u raznim poljima uzoraka a) UD92 ( $T_c = 92$  K), i b) UD80 ( $T_c = 80$  K).



Slika 6.7: Izračunate vrijednosti  $\rho_{1c}$  UD92 ( $T_c = 92$  K). Strelice označavaju temperaturu maksimalne apsorpcije na slici 6.6.

nešto većeg volumena uzorak UD92 je bio pogodan za pomnije proučavanje anomalnog porasta apsorpcije, tj. iz tih smo podataka odredili na kojoj temperaturi dolazi do maksimalne apsorpcije. Usporedbom  $\rho_c$  za razna polja se pokazalo da do maksimalne apsorpcije dolazi upravo kada je  $2\delta^{eff} = b$ , tj. kada supravodljivi dijamagnetizam istisne mikrovalno polje iz unutrašnjosti uzorka. Pogledamo li za koje vrijednosti  $\rho_{1c}$  je to ispunjeno (slika 6.7), vidimo da su puno bliže  $\rho_{1c} = 0$  nego  $\rho_{1c}(T_c)$ , što odgovara ponašanju  $T_c(B)$  koje su metodom skaliranja analizirali I. Ukrainczyk i sur. [56]. Teško je reći radi li se u našem slučaju o stvarnoj ovisnosti  $T_c(B)$ , jer je prelazak sustava u miješano supravodljivo stanje razmazano preko širokog raspona temperatura. Ipak,

kako istraživači u ovakvom slučaju koriste proizvoljno odabrani kriterij (10% najviše vrijednosti, 90% najviše vrijednosti, ili pak polovina visine između 10% i 90% najviše vrijednosti...), nema nikakvog ograničenja da ovu temperaturu ne smatramo temperaturom prijelaza u aproksimaciji srednjeg polja  $T_c^{MF}$ .

Za uzorak UD80 smo također naišli na problem nehomogenog dopiranja, i iako je uloženi dodatni trud u sintezi uzoraka, te je aniliran mnogo dulje od ostalih još uvijek su blizu  $T_c$  postojale naznake nehomogenosti koje su se protezale do 90 K. Zanimljivo je da ni u uzorku UD36 spoja YBCO, niti u uzorku UD80 spoja Hg1201 mjerenja statičke susceptibilnosti SQUID tehnikom nisu ukazala na moguće nehomogenosti. Kako se radi o volumnoj tehnici, čini se da površinska difuzija kisika zauzima premali prostor koji bi bio usporediv s ukupnim volumenom uzorka, no kao površinska tehnika mikrovalna apsorpcija je izrazito osjetljiva na bilo kakvu nehomogenost. Ovo saznanje dovodi u pitanje rezultate drugih površinskih tehnika (npr. optička vodljivost, STM, elektronski Raman...) u slučaju da se s uzorcima nije dovoljno pažljivo rukovalo.

Vrijednosti  $T'$  određene iz  $\sigma_{ab}$  i  $\sigma_c$  su također jednake u ovim uzorcima, a vrijednosti su prikazane u tablici 6.2:

oznaka	$T_c$ (K)	$T' - T_c$ (K)
OP95	94.3	$10 \pm 2$
UD92	92	$21 \pm 1$
UD80	80	* $17 \pm 4$

Tablica 6.2: Karakteristike mjerenih uzoraka Hg1201.

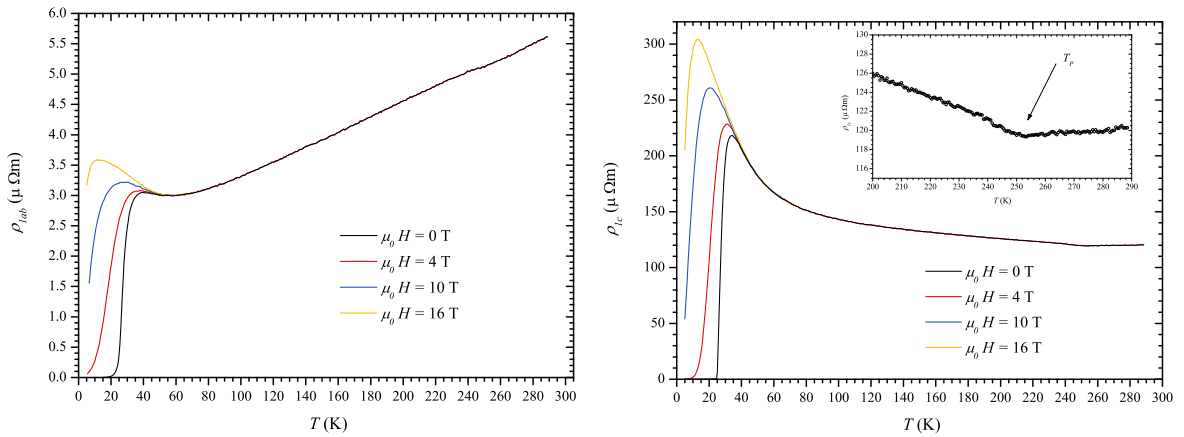
### 6.3 Mjerenja uzoraka $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$

Kao što smo ranije spomenuli,  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  je u mnogočemu drugačiji od ostalih materijala u ovom radu. Osim što se dopiranjem Eu ili Nd može uspostaviti faza statičkih pruga, na određenoj temperaturi  $T_p$  dolazi do strukturalnog prijelaza vidljivog

u mjerenjima  $\rho_{1c}$  (slika 6.8).

Analiza mjerenja će biti jednaka kao ranije; odredimo  ${}^{ab(c)}T'$  iz izračunatih vrijednosti  $\rho_{1ab(c)}$ . Pri tome ćemo u uzorku La12 zbog pojave magnetskog uređenja ispod temperature  $T \approx 55$  K (ne u potpunosti opravdano) prepostaviti da je temperatura nastupanja doprinosa fluktuacijske vodljivosti u  $ab$  ravnini jednaka  ${}^cT'$ .

Na slikama 6.8 su prikazani rezultati mjerenja za različite jakosti magnetskog polja u uzorku La12 ( $T_c = 26$  K). Skok na temperaturi  $T_p$  označava prijelaz iz tetragonalne u ortorompsku rešetku. U ovisnosti  $\rho_{1ab}(T, B)$  je vidljiv porast otpora s porastom



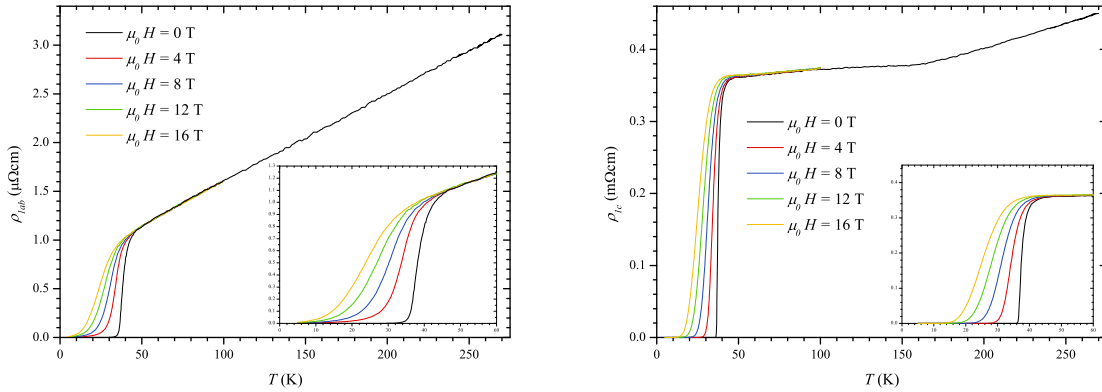
Slika 6.8: Izračunate vrijednosti  $\rho_{1ab}$  (lijevo) i  $\rho_{1c}$  (desno) za uzorak La12.  $T_p$  označava temperaturu strukturalnog prijelaza.

jakosti primjenjenog magnetskog polja, dok u ovisnosti  $\rho_{1c}$  ona ne postoji i samo dolazi do potiskivanja supravodljivog doprinosa. U  $\rho_{1ab}$  je već u nultom polju vidljivo da temperaturna ovisnost u normalnom stanju ima minimum (vidljivo i na slici 5.5) koji se objašnjava prisutnošću spinskih fluktuacija bakra. Panagopoulos i sur. [57] su pokazali kako temperatura pri kojoj  $\rho_{ab}$  prelazi iz metalnog u izolatorsko ponašanje ( $d\rho/dT = 0$ ) ima jednaku ovisnost o dopiranju kao i temperatura usporavanja spinova, tj. njihova smrzavanja u staklastu fazu određenu istraživanjima  $\mu SR$ -a. Za staklastu fazu LSCO-a se vjeruje da je povezana s fazom dinamičkih pruga gdje su spinski i nabojni stupnjevi slobode modulirani na udaljenostima  $\sim 10a$  ( $a$  je parametar kristalne ćelije). Moguće je da u našim mjerenjima vanjsko magnetsko polje djeluje na spinove i povećava raspršenja unutar ravnine što uzrokuje porast otpora. Nažalost, ovo nas onemogućava da izdvojimo samo supravodljivi doprinos, no možemo postaviti temperaturu 55 K kao najvišu moguću temperaturu do kuda dopire doprinos supravodljivih

fluktuacija.

U  $\rho_{1c}$  nema ovisnosti o magnetskom polju u normalnom stanju, te kao u ranijim situacijama određujemo  $cT' = 40$  K. Istraživanja optičke vodljivosti poddopiranih uzoraka LSCO–a u  $c$  smjeru ukazuju da je transport duž  $c$  osi nekoherentan, što bi moglo objasniti nepostojanje magnetske ovisnosti u normalnom stanju vidljive u  $\rho_{1ab}$ .

Na slici 6.9 su prikazane izmjerene vrijednosti  $\rho_{1ab(c)}$  u uzorku La15 s dopiranjem blizu optimalnog. Temperatura strukturalnog prijelaza je  $T_p = 150$  K, što bi u usporedbi s faznim dijagramom na slici 5.5 moglo uputiti na dopiranje malo iznad 0.15 šupljina/ćeliji. Temperaturna ovisnost  $\rho_{ab}$  u normalnom stanju je linearna u gotovo cijelom mjerenom području; tek par kelvina iznad  $T_c$  počinje od nje odstupati. Iz ovisnosti otpornosti o magnetskom polju u oba smjera nalazimo  $T' = 44.6$  K. Linearna ovis-



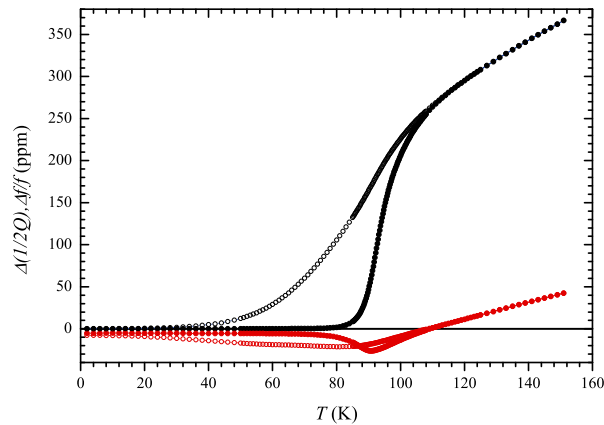
Slika 6.9: Izračunate vrijednosti  $\rho_{1ab}$  i  $\rho_{1c}$  u ovisnosti o temperaturi i magnetskom polju.

nost otpornosti  $\rho_{ab}$  u širokom rasponu temperatura je tipična za visokotemperaturne supravodiče blizu optimalnog dopiranja i prvotno objašnjenje je uključivalo isključivo fononski doprinos, kao što je to slučaj u metalima. No, uskoro je pronađeno mnogo dokaza protiv takve tvrdnje; npr. linearno ponašanje je karakteristično samo za usko područje dopiranja oko optimalnog, i nagli prelazak ovisnosti u supralinearnu na višim dopiranjima je bolje opravdano prisutnošću jakih elektronskih korelacija. Za optimalno dopirani LSCO sustav se linearna ovisnost  $\rho_{ab}$  proteže do 1000 K što se ne očekuje za dominantno elektron–fonon raspršenje. Na kraju, sasvim je teško objasniti kvadratnu ovisnost Hallova kuta  $\text{ctg}\theta(T)$  uzimanjem u obzir samo elektron–fonon raspršenja.

## 6.4 Rezultat mjerenja uzorka $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$

Iako uzorci ovog spoja nisu mjereni na Fizičkom odsjeku u sklopu ovoga rada, mišljenje je autora da će u kasnijoj diskusiji ovi rezultati imati bitnu ulogu. Naime, kako je ovaj spoj uz YBCO najistraživaniji kupratni supravodič, na rezultatima tih istraživanja je zasnovan velik broj relevantnih teorijskih razmatranja, pretpostavki i zaključaka. Stoga, kako bismo mogli direktno komentirati neke od njih, u ovom dijelu ćemo prikazati osnovne rezultate mikrovalnih mjerenja  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  uzorka.

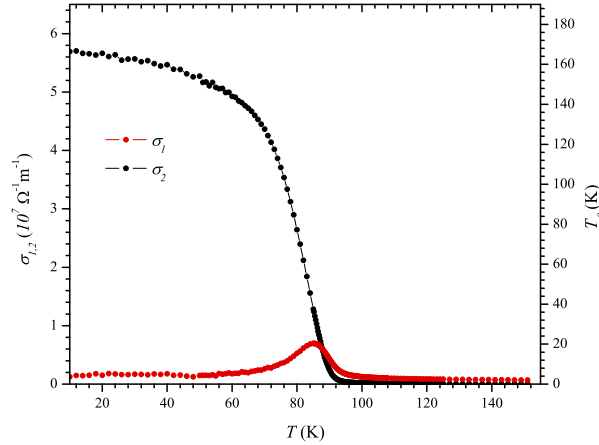
Na slici 6.10 su prikazani apsorpcija i frekventni pomak u  $TE_{111}$  modu (slika 4.8 a)) uzorka s  $T_c = 85$  K bez primjenjenog magnetskog polja i u magnetskom polju od 8 T. Dosada smo uvijek razmatrali mjerenja modova gdje mikrovalno magnetsko polje



Slika 6.10: Izmjerene vrijednosti apsorpcije (crno) i frekventnog pomaka (crveno) u polju 8 T (prazni simboli) i bez primjenjenog vanjskog magnetskog polja (puni simboli).

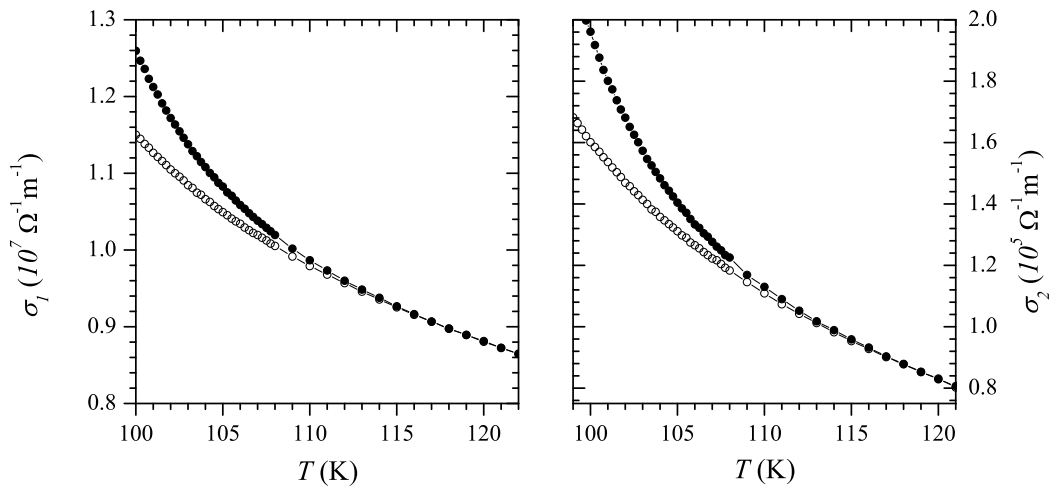
inducira kružne struje u uzorku, no ovdje mikrovalno električno polje inducira struje samo u jednom smjeru. Podsjetimo, uzorak je film debljine 500 nm i orijentiran je u smjeru kraće poluosi eliptičnog presjeka šupljine, te se induciraju struje u  $ab$  ravnini. Pri istraživanju tankih filmova promatranje odziva na električno polje ima prednost jer je mjereni signal (zbog depolarizacije) s puno boljim omjerom signala i šuma (uočite apsolutnu skalu slike 6.10). No, iz ovakvih mjerenja se ne može odrediti  $\rho_c$ , te nam općenito nije korisno za naša istraživanja. Ipak, iz njih nam je korisna informacija o vodljivosti unutar ravnina. Povećanjem debljine uzorka ukupna jakost signala se smanjuje, a i zbog malih nepravilnosti na površinama uzorka električno polje bi inducirale struje u smjeru  $c$  osi koje bi nereproducibilno miješale doprinose disipacija.





Slika 6.11: Izračunate vrijednosti  $\sigma_{1ab}$  (crno) i  $\sigma_{2ab}$  (crveno) bez primjenjenog vanjskog magnetskog polja.

Obrada podataka za tanki film u električnom mikrovalnom polju je objašnjena u radovima [34, 20] i analogna je postupku za mikrovalno magnetsko polje te nećemo dodatno ulaziti u njenu dubinu. Dovoljno je reći da sličnom procedurom dolazimo do vrijednosti za  $\sigma_{ab}$  prikazanim na slici 6.11. Na desnom rubu grafa se nalazi skala fazne čvrstoće ( $T_\theta$ ) koja vrijedi za  $\sigma_2$ . Kao što smo ranije rekli, u visokotemperaturnim su-



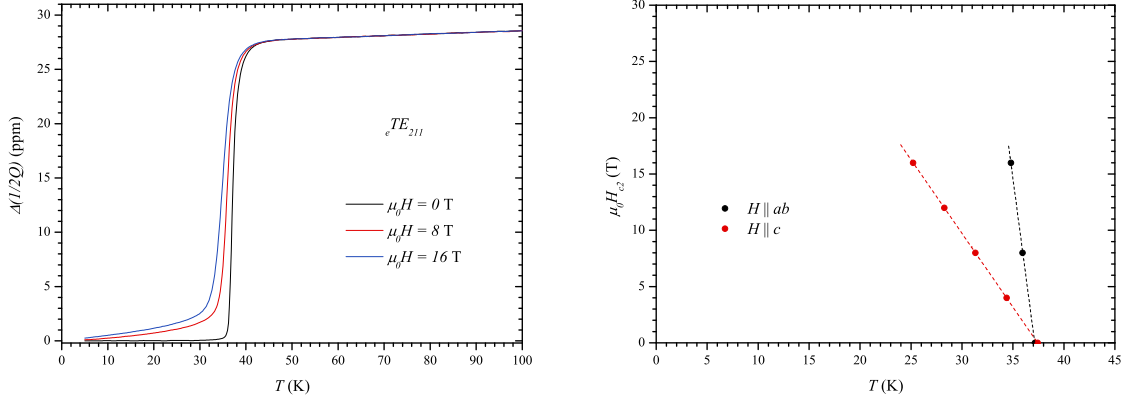
Slika 6.12: Usporedba  $\sigma_{1ab}$  (lijevo) i  $\sigma_{2ab}$  (desno) bez primjenjenog magnetskog polja (puni simboli) i u magnetskom polju od 8 T (prazni simboli).

pravodičima  $T_\theta$  je usporediva s energijom toplinskih pobuđenja te faza supravodljivog parametra uređenja prestaje biti dobro definirana veličina.

Usporedimo li sada izračunate komponente vodljivosti sa i bez primjenjenog magnetskog polja (slika 6.12), vidimo da u obje ovisnost postaje neovisna o magnetskom polju na temperaturi  $T' = 110 \pm 2$  K što je  $26 \pm 2$  K iznad  $T_c$ .

## 6.5 Mjerenja uzoraka u orijentaciji $H \parallel ab$

Sva dosad prikazana mjerenja su ponovljena uz vanjsko magnetsko polje orijentirano paralelno s  $\text{CuO}_2$  ravninama, kako bi se odredila anizotropija kritičnih polja. Kako nije potrebno ponovno prikazivati cijeli skup izmjerenih podataka, na slici 6.13 smo prikazali samo jedan primjer jednog takvog mjerenja i određene vrijednosti kritičnih polja,



Slika 6.13: a) Temperaturna ovisnost apsorpcije za struju u  $ac$  smjeru u magnetskom polju 0 T (crna), 8 T (crvena) i 16 T (plava). b) Određene vrijednosti  $\mu_0 H_{c2}(T)$  za dvije različite orijentacije, te njihove linearne regresije.

Iz ovisnosti  $H_{c2}(T)$  su linearnom regresijom određene vrijednosti  $dH_{c2}/dT$  blizu  $T_c$ , te su iz omjera za dvije orijentacije određeni koeficijenti anizotropije (tab. 6.3)

oznaka	$T_c$ (K)	$\gamma = H_{c2  ab}/H_{c2  c}$
YBCO OD89	89.4	$4.6 \pm 0.3$
YBCO UD87	87.2	$3.8 \pm 0.1$
YBCO UD57	57.2	$8.9 \pm 1$
Hg1201 OP95	94.3	$15 \pm 1$
Hg1201 UD92	92	$11 \pm 0.7$
Hg1201 UD80	80	$6.5 \pm 0.9$
LSCO La12	26	$11 \pm 1$
LSCO La15	38	$5.8 \pm 0.3$

Tablica 6.3: Anizotropija kritičnih polja u svim mjerenim uzorcima.

Ovaj pristup je opravdan blizu  $T_c$  kada je sustav 3D čak i ako je  $\xi_{c0} < c$ , iako je pitanje

koliko informacije o ponašanju sustava daleko od  $T_c$  ostane sačuvano. Iz relacije 2.71 je vidljivo kako u opis kritičnog polja blizu  $T_c$  direktno ulazi omjer  $\xi_c/\xi_{ab}$  te se očekuje da će, u slučaju  $\xi_{c0} < c$ , vrijednosti  $H_{c2||ab}(T)$  znatno odstupati od linearne kako se udaljavamo od  $T_c$  prema nižim temperaturama. Ovakvo ponašanje nije uočeno ni u jednom uzorku, u magnetskim poljima do 16 T, što znači da je pretpostavka samokonzistentna.

U tablici 6.3 su prikazane vrijednosti svih proučavanih uzoraka osim YBCO uzorka UD30, kojeg smo zbog nešto slabije kvalitete odlučili izostaviti u ovoj analizi. Sve navedene vrijednosti su relativno niske ( $< 20$ ) i dodatno potvrđuju da se u sva tri promatrana sustava radi o 3D supravodljivim korelacijama.

## 6.6 Diskusija

U prethodnim poglavljima prikazani su odvojeni rezultati za svaku skupinu uzoraka. Međutim, svi promatrani sustavi imaju neka zajednička obilježja pa možemo pretpostaviti da su ona inherentna  $\text{CuO}_2$  ravninama u kupratnim supravodičima.

### 6.6.1 Kratki doseg fluktuacija

Doseg supravodljivih fluktuacija  $T'$  određen je iz razlike vodljivosti bez magnetskog polja i vodljivosti u magnetskom polju 16 T, dovoljno jakom da potisnu sve supravodljive doprinose iznad  $T_c$ . Raspon fluktuacijskog područja  $T' - T_c$  u svim promatranim uzorcima je između 7 K i 27 K, što je daleko manje od raspona koji je određen analizom mjerenja Nernstovog efekta [28, 29]. Najveći raspon fluktuacija je nađen u debelim filmovima Bi2212 ( $T_c = 85$  K). Upravo na takvom uzorku sličnog dopiranja ( $T_c = 74$  K) mjerenja su napravili Corson i sur. [17], na frekvencijama  $\sim 600$  GHz (slika 3.1) i dobili raspon raspon fluktuacija 25 K. Možemo zaključiti da su naša mjerenja jednako osjetljiva na doseg supravodljivih fluktuacija iako su frekvencije pobude 60 puta niže. Malo je vjerojatno da bi se povećanjem osjetljivosti dobio širi raspon fluktuacijskog područja, a sigurno se on ne bi mogao protegnuti do temperature  $T^*$ , ispod koje se javljaju efekti pseudoprocjepa.

### 6.6.2 Temperaturni doseg fluktuacija u $\text{CuO}_2$ ravninama i izvan njih

Metoda razvijena u ovom radu jedna je od rijetkih koja omogućuje istodobno mjerenje vodljivosti u  $\text{CuO}_2$  ravninama i okomito na njih. Apsorpcija u modu  $TE_{211}$  izravna je mjera vodljivosti u  $\text{CuO}_2$  ravnini, dok apsorpciji u  $TE_{112}$  modu doprinose obje vodljivosti ( $\sigma_{ab}$  i  $\sigma_c$ ), pri čemu je doprinos  $c$ -smjera dominantan. Već iz samih mjerenja apsorpcije može se uočiti da je doseg fluktuacija u oba kristalografska smjera

isti. Numerički izračun, također razvijen u ovom radu, omogućuje da se potpuno odvoje vodljivosti  $\sigma_{ab}$  i  $\sigma_c$ , odnosno otpornosti  $\rho_{ab}$  i  $\rho_c$ . Tako odvojeni doprinosi i dalje daju isti doseg fluktuacija ( ${}^{ab}T' = {}^cT'$ ), što je jaki argument u prilog trodimenzionalnog karaktera fluktuacija unatoč velikoj anizotropiji vodljivosti normalnog stanja. Kako bismo unaprijed izbjegli kritiku da je izračun  $\rho_c$  podložan utjecaju  $\rho_{ab}$  te da zato iz naših mjerenja nije vidljiv stvaran  ${}^cT' < {}^{ab}T'$ , navedimo ovdje jedan još neobjavljeni rezultat. U završnoj fazi pisanja ove disertacije, autor je proveo mjerenja mikrovalne apsorpcije na spoju  $\text{La}_{1.65}\text{Eu}_{0.2}\text{Sr}_{0.15}\text{CuO}_4$ . On je jedan od rijetkih za koje je uočena razlika kritičnih temperatura supravodljivoga prijelaza u  $ab$ -ravnini i u  $c$ -smjeru. Ne ulazeći u objašnjavanje tog fenomena, napomenimo da je uočena razlika dosega fluktuacijskog područja  ${}^{ab}T' - {}^cT' \approx 4$  K. To je dokaz kako ova mjerna tehnika može precizno odrediti ovu razliku ako ona postoji. Stoga čvrsto stojimo pri tvrdnji da u uzorcima proučavanima u ovom radu nema razlike u dosegu supravodljivih fluktuacija unutar i izvan  $\text{CuO}_2$  ravnina.

Kada bi  ${}^{ab}T'$  bio znatno veći od  ${}^cT'$ , kao što je to slučaj u  $\text{La}_{1.875}\text{Ba}_{0.125}\text{CuO}_4$ , tada bi zbog dvodimenzionalne (2D) prirode parametra uređenja moralo postojati i široko temperaturno područje iznad  $T_c$ , pri čemu je s  $T_c$  označena temperatura nastupanja makroskopske supravodljivosti, u kojem je supravodljivost potisnuta sa  $T^{MF}$  snažnim regularnim fluktuacijama faze. Na nekoj temperaturi ispod  $T_c$  bi sustav trebao imati Kosterlitz–Thouless prijelaz, a ovisnost o orijentaciji magnetskog polja bi bila izrazito anizotropna. U  $\text{La}_{1.875}\text{Ba}_{0.125}\text{CuO}_4$  je uočen  ${}^{ab}T'/T_c \approx 4$ , uz znatnu anizotropiju magnetskog polja, a i jasne naznake KT prijelaza na niskim temperaturama [14].

### 6.6.3 Ovisnost širine fluktacijskog područja o dopiranju

U svim našim rezultatima je raspon fluktuacijskih doprinosa kratak; najveći je određen u uzorku YBCO UD57 ( $T' - T_c \approx 22$  K), što je konzistentno sa slikom 3D supravodljivih fluktacija u ovim sustavima. No zanimljivo je da se temperaturni raspon povećava kako dublje ulazimo u poddopirano područje. Budući je u UD57 uzorku uočen nešto širi prijelaz u supravodljivo stanje, to bi moglo značiti postojanje manje raspodjele u dopiranju, no jednake vrijednosti  $T'$  su određene u još dva neovisna rada [30, 58] na YBCO uzorku s približno istom vrijednosti  $T_c$ . Stoga, ako i postoji neka nehomoge-

nost u dopiranju, očito nije bitno utjecala na naš rezultat. Usporedimo li vrijednosti  $T'$  dobivene za Hg1201 uzorke (tab. 6.2) s onima za YBCO (tab. 6.1), u Hg1201 sustavu se pri nižim dopiranjima može očekivati i šire temperaturno područje s fluktuacijskim doprinosima. Takva ocjena je dodatno potkrijepljena većom anizotropijom vodljivosti u normalnom stanju Hg1201 uzoraka od one u YBCO-u. Ipak, za konačnu potvrdu je potrebno dodatno poboljšati sintezu uzoraka i kontrolu dopiranja.

Pomnije promotrimo fluktuacijski raspon u području optimalnog dopiranja i naddopiranja. Umjesto da s porastom dopiranja on drastično padne zbog povećanja  $T_\theta$  i smanjenja anizotropije, obilježen je slabom, gotovo nikakvom ovisnošću, pri čemu se  $T' - T_c$  zasićuje do neke konačne vrijednosti koja je slična u svim proučavanim spojevima. Kako se udaljavamo od optimalnog dopiranja fluktuacijsko područje se širi, no ostaje relativno blizu  $T_c$ . Stoga prelaskom iz naddopiranog u podopirani sustav nema naglog prelaska fluktuacijskog karaktera iz kritičnog i Gaussovog u fazne fluktuacije s dobro definiranom amplitudom, već se cijelo područje postepeno širi. Pri tome dodatni doprinos vjerojatno dolazi od smanjenja fazne čvrstoće, ali ne do te granice da bi nekoherentni Cooperovi parovi postojali daleko iznad  $T_c$ . U suprotnom bi  $T^{MF}$  bio značajno viši od  $T_c$  i trebale bi postojati naznake 2D korelacija.

#### 6.6.4 Anizotropija kritičnih polja

Kao dodatnu provjeru trodimenzionalnog karaktera supravodljivosti u ovim spojevima, razmotrit ćemo ovisnost o orijentaciji magnetskog polja. Za sve promatrane uzorke (osim BSCCO) obavljena su mjerenja u dvije orijentacije vanjskog istosmjernog magnetskog polja. Tako je procijenjena vrijednost anizotropije gornjih kritičnih polja za svaki od uzoraka i rezultati su dani u tablici 6.3. Uočavamo da je anizotropija kritičnih polja u rasponu  $\gamma = 3.8 - 15$ , što su relativno niske vrijednosti. Kada bi supravodljivost bila dvodimenzionalnog karaktera, očekivale bi se daleko veće vrijednosti anizotropije kritičnih polja (100 - 1000).

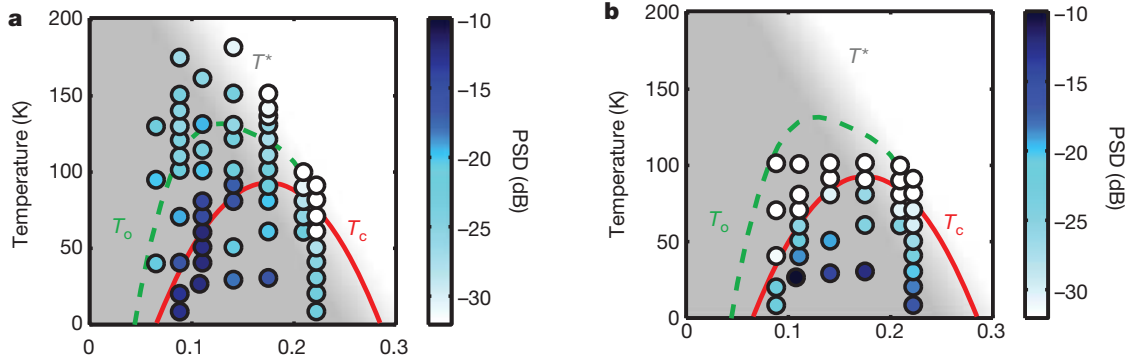
### 6.6.5 Veza fluktuacija i pseudoprocjepa

Nakon svih gornjih razmatranja, postavlja se pitanje kako razjasniti kontroverzu koja je nastala interpretacijom rezultata Nernstovog efekta [28, 29] i dijamagnetskog odziva [59, 60, 61, 62]? Detektiraju li te metode doista fluktuacije sve do temperature “otvaranja“ pseudoprocjepa  $T^*$ ? Već smo ranije spomenuli kako u ukupni mjereni signal Nernstovog efekta sadrži druge doprinose pored onih od virova u supravodljivom stanju. Osobito značajan doprinos dolazi od kvazičestičnih pobuđenja u prisutnosti faze pruga, ako takvo uređenje postoji u uzorku. No, nedavni rezultat [32] u YBCO uzorcima različitih dopiranja unosi dodatnu dilemu. U njemu je usporedbom anizotropije Nernstovog efekta i otpora unutar  $ab$  ravnine, zaključeno kako u ovom spoju dolazi do loma rotacijske simetrije ispod neke temperature  $T_\nu \approx T^*$ . Sjetimo se da u spoju YBCO nisu pronađeni dokazi o postojanju faza pruga (za razliku od L(Eu,Nd)SCO-a), no ovaj rezultat ukazuje da statička faza pruga niti ne mora biti do kraja formirana da bi se nabojne i/ili spinske nehomogenosti manifestirale u makroskopskim mjernim tehnikama. Kao zaključak, pojačani Nernstov efekt na temperaturama ispod  $T^*$  ne mora biti znak supravodljivih fluktuacija, već može biti i posljedica nekog drugog uređenja. Trenutno je najizglednije da je riječ o doprinosima vezanim uz statičku ili dinamičku fazu pruga.

Na sličan zaključak vodi istraživanje uzoraka Bi2212 promatranjem STM signala u temperaturnom području pseudoprocjepa koju je provela grupa A. Yazdani i sur. [63]. U ranijoj studiji je grupa J. C. Davisa i sur. [26] odredila naznake povećanog fluktuacijskog područja iznad  $T_c$  promatranjem okteta impulsa kvazičestičnog raspršenja. U radu [63] proučavani su dodatni signali koji se javljaju na temperaturama nižim od  $T^*$ . Ta dva signala mogu se jasno razlučiti i ovaj drugi je pripisan postojanju fluktuirajuće faze pruge. Na slikama 6.14 su prikazani konačni rezultati ove studije koje prekriva cijelo područje dopiranja  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$ . Iz njih autori zaključuju kako u cijelom području dopiranja postoje naznake prisutnosti fluktuirajuće faze pruga. Također, supravodljivi doprinosi brzo trnu s temperaturom (30 dB znači da je mjerena amplituda manja 1000 puta), i STM ih također detektira u temperaturnom rasponu mnogo manjem od  $T^* - T_c$ . Radi toga, sama mjerenja Nernstovog efekta nisu dovoljna da bi se moglo neupitno razlučiti fluktuacijsko područje poddopiranih kuprata.

Mjerenja magnetizacije bi mogla pružiti dodatnu informaciju u tom vidu. Još je 2002. godine grupa iz Pavie detektirala anomalan dijamagnetski odziv [60, 61] iznad





Slika 6.14: Relativni intenziteti (u logaritamskoj skali) modulacijskih valnih vektora povezanih sa: (lijevo) fluktuirajućom fazom pruga, (desno) supravodljivim oktetom raspršenja Bogoliubovljevih čestica. Zelena linija određuje  $T'$  određen iz referenci [29, 62]. Na apsisci je razina dopiranja  $x$ .

$T_c$  u uzorcima LSCO i YBCO. Ta su mjerenja ponovljena [62] u još višim magnetskim poljima (do 45 T) i predloženo je kako se kombinacijom metode Nernstovog efekta i mjerenja magnetizacije može ispravno odrediti fluktuacijsko temperaturno područje. No, podrobnija analiza pokazuje neke nelogičnosti. Gonzalez i sur. [64] su pokušali teorijski predvidjeti ponašanje sustava iznad  $T_c$  pretpostavivši da supravodljivost preživljava u obliku raspršenih kapljica, kao što je bilo predloženo analizom u radu [60]. Iako je takav pristup zaista dao sličan dijamagnetski odziv iznad  $T_c$ , on ukazuje na suprotnu temperaturnu ovisnost od izmjerene. Konkretno, za mala magnetska polja mjerenja pokazuju snažan dijamagnetski odziv koji se povećava s porastom temperature, dok proračun rada Gonzalez i sur. predviđa njegovo smanjenje. U ponovljenim mjerenjima iz 2010. godine [62], podaci su obrađeni uz pretpostavku linearne temperaturne ovisnosti paramagnetkog doprinosa u širokom rasponu temperatura i polja što nije opravdano obzirom na poznato anomalno [65, 66] odstupanje od Kohlerova pravila u kupratima<sup>3</sup>. Takva pretpostavka u analizi podataka rezultira kontinuiranim porastom dijamagnetskog odziva s povećanjem vanjskog magnetskog polja što je intuitivno nejasno obzirom da bi vanjsko magnetsko polje trebalo potisnuti supravodljivi doprinos. Odgovor se vjerojatno nalazi u pojačanim spinskim [67, 68, 69] i nabojnim [32, 63] korelacijama koje su nesumljivo prisutne u poddopiranom području visokotemperaturnih

<sup>3</sup>odstupanje je uočeno u naddopiranom ( $x = 0.17$ ) uzorku LSCO, te optimalno dopiranom i poddopiranom uzorku YBCO, a jedan od autora rada [65] je N. P. Ong.

supravodiča, i u svakom se slučaju njihov doprinos ne smije zanemariti. Studije sustava  $\text{La}_{2-x-y}(\text{Eu},\text{Nd})_y\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  i  $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$  pokazuju kako postoje opravdane sumnje da su elektronske i spinske nehomogenosti koje se tvore [70, 71] ulaskom u temperaturno područje pseudoprocjepa intrinzične [72, 73] elektronskom sustavu, a ne nužno uzrokovane prisutnim strukturalnim prijelazom, tj. prisutnošću nereda u kristalnoj strukturi. U tom bi slučaju fluktuacijska ili statička faza pruga mogle biti zajednička karakteristika svih visokotemperaturnih supravodiča, i njihov utjecaj na razne mjerne veličine bi zahtijevalo zasebnu studiju.

Također je zanimljivo pitanje utjecaja kristalnog nereda na ponašanje supravodljivih svojstava i pseudoprocjepa. Iako je porastom nereda supravodljivost potisnuta (smanjen  $T_c$ ), supravodljive fluktuacije nisu toliko osjetljive. U prijašnjim su radovima [30, 66, 74] autori pokazali kako povećanje nesavršenosti u uzorcima drastično smanjuje  $T_c$ , ali da pritom temperatura  $T'$  ostaje gotovo nepromijenjena. Stoga, u slučaju da se na određenoj razini dopiranja  $x_0$  povećava nered unutar sustava, to bi moglo uzrokovati efektivno povećanje fluktuacijskog područja  $T' - T_c$ .

Prisutnost i uzrok magnetsko–nabojnih korelacija u poddopiranim visokotemperaturnim supravodičima je danas tema brojnih debata, poglavito zbog malog broja potpunih teorijskih predviđanja, te slabih mjerenih signala koji su teško razlučivi pojedinim mjernim tehnikama. Ponašanje supravodljivih fluktuacija može u tom smjeru dati ključne informacije koje će pomoći u raspetljavanju i otkrivanju uloge ovog fenomena u području pseudoprocjepa kupratnih supravodiča.

# Poglavlje 7

## Zaljučak

U sklopu ove disertacije proučavane su supravodljive fluktuacije u tri obitelji kuprata:  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ ,  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$  i  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ , na različitim dopiranjima.

Kako bi se mogli pravilno prikupiti i obraditi izmjereni podaci, za potrebe rada je izvedena raspodjela elektromagnetskog polja u slučaju anizotropnog pravokutnog beskonačnog uzorka, te je uveden korekcijski član demagnetizacije potreban za razdvajanje doprinosa u  $ab$  i  $c$  smjeru.

Za provjeru valjanosti rubnih uvjeta, ali i rezonantnih modova postava, izračunate su svojstvene vrijednosti i svojstveni vektori eliptične cilindrične šupljine. Također, određena je ovisnost svojstvenih vrijednosti o iznosu omjera poluosi elipse  $a/b$ .

Radi kontrole i provjere preciznosti očitavanja temperature, izrađen je numerički model za jednodimenzionalno nelinearno širenje topline. U sklopu povećanja preciznosti mjerenja izrađen je i novi sustav montaže i hlađenja uzorka, kojim su se umanjili artefakti i povećala reproducibilnost mjerenja.

Iz mjerenja kompleksnog frekventnog pomaka ( $\Delta\tilde{\omega}/\omega$ ) izračunate su vodljivosti u smjeru paralelno i okomito na  $\text{CuO}_2$  ravnine. Iz njih je određen je temperaturni doseg supravodljivih fluktuacija iznad  $T_c$  i pokazano je da za svaki uzorak one nastupaju na istoj temperaturi u oba kristalna smjera  $^{ab}T' = ^cT' = T'$ .

U svim proučavanim uzorcima (i dopiranjima) raspon  $T' - T_c$  se nalazi relativno blizu temperature supravodljivog prijelaza  $T_c$ , te čak i za vrlo anizotropne uzorke  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ ,  $T' - T_c$  ne prelazi 25 K. Temperatura na kojoj se počinju vidjeti naznake faze pseudoprocjepa je u cijelom području istraživanja bila daleko iznad  $T'$ . Time naši rezultati potvrđuju mišljenje dijela znanstvene zajednice da su pseudoprocjep i supra-

vodljivost opisani djelovanjem dvije nezavisne energijske skale.

Za orijentaciju magnetskog polja paralelno i okomito na  $\text{CuO}_2$  ravnine određene su temperaturne ovisnosti kritičnih polja blizu  $T_c$ . Iz njih su izračunati koeficijenti anizotropije ( $\gamma$ ) čiji su iznosi relativno mali, te se proučavani sustavi mogu promatrati u približenju anizotropije efektivne mase nosilaca naboja.

Iz svega ovoga slijedi kako supravodljivi parametar uređenja već u kratkoživućem fluktuirajućem obliku ima trodimenzionalna svojstva unatoč kvazi–dvodimenzionalnosti normalnog stanja, te se na istoj temperaturi uspijevaju uspostaviti supravodljive korelacije unutar i izvan  $\text{CuO}_2$  ravnina. Time je ograničen njihov temperaturni doseg koji isključuje razmatranje pseudoprocjepa (temperaturu  $T^*$ ) kao preteču supravodljivosti (temperatura  $T^{MF}$ ).

# Bibliografija

- [1] D. C. Johnston, H. Prakash, W. H. Zachariasen, R. Viswanathan, *Mat. Res. Bull.* **8**, 777 (1973).
- [2] J. G. Bednorz, K. A. Müller, *Z. Physik B* **64**, 189 (1986).
- [3] Neil W. Ashcroft, N. David Mermin, *Solid State Physics*, College Edition, Saunders College Publishing 1967.
- [4] J. R. Kirtley, C. C. Tsuei, A. Ariando, C. J. M. Verwijs, S. Harkema, G. Hilgenkamp, *Nature Physics* **2**, 190 (2006).
- [5] V. J. Emery, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2794 (1987), i reference unutar članka.
- [6] I. Supek, *Teorijska fizika i struktura materije II. dio*, peto prerađeno izdanje, Zagreb: Školska knjiga 1990.
- [7] I. Kupčić, S. Barišić, *Phys. Rev. B* **75**, 094508 (2007).
- [8] J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
- [9] Michael Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, Second edition, New York: Dover Publications, Inc., 2004.
- [10] H. London, *Nature* **133**, 497 (1934).
- [11] C. J. Gorter, J. B. G. Casimir, *Phys. Z.* **35**, 963 (1934).
- [12] S. Barišić, P. G. de Gennes, *Sol. State Comm.* **6**, 281 (1968).
- [13] S. Barišić, J. Friedel, neobjavljeno.

- [14] Q. Li, M. Hücker, G. D. Gu, A. M. Tsvelik, J. M. Tranquada, Phys. Rev. Lett. **99**, 067001 (2007).
- [15] V. J. Emery, S. A. Kivelson, Nature **374**, 434 (1995).
- [16] M. S. Grbić, M. Požek, A. Dulčić, neobjavljeni rezultat.
- [17] J. Corson, R. Malozzi, J. Orenstein, J. N. Eckstein, I. Bozovic, Nature **398**, 221 (1999).
- [18] J. R. Schrieffer, *Handbook of High - Temperature Superconductivity*, 1st edition, New York: Springer, 2007.
- [19] I. Ussishkin, S. L. Sondhi, D. A. Huse, Phys. Rev. Lett. **89**, 287001 (2002).
- [20] D.-N. Peligrad, B. Nebendahl, M. Mehring, A. Dulčić, M. Požek, D. Paar, Phys. Rev. B **64**, 224504 (2001).
- [21] D.-N. Peligrad, M. Mehring, A. Dulčić, Phys. Rev. B **67**, 174515 (2003).
- [22] D. S. Fisher, M. P. A. Fisher, D. A. Huse, Phys. Rev. B **43**, 130 (1991).
- [23] E. W. Carlson, S. A. Kivelson, V. J. Emery, E. Manousakis, Phys. Rev. Lett. **83**, 612 (1999).
- [24] D. M. Broun, W. A. Huttema, P. J. Turner, S. Özcan, B. Morgan, Ruixing Liang, W. N. Hardy, D. A. Bonn, Phys. Rev. Lett. **99**, 237003 (2007).
- [25] I. Hetel, T. P. Lemberger, M. Randeria, Nature Phys. **3**, 700 (2000).
- [26] J. Lee, K. Fujita, A. R. Schmidt, C. K. Kim, H. Eisaki, S. Uchida, J.C. Davis, Science **325**, 1099 (2009).
- [27] N. Bergeal, J. Lesueur, M. Aprili, G. Faini, J. P. Contour, B. Leridon, Nature Phys. **4**, 608 (2008).
- [28] Y. Wang, L. Li, M. J. Naughton, G. D. Gu, S. Uchida, N. P. Ong, Phys. Rev. Lett. **95**, 247002 (2005).
- [29] Y. Wang, L. Li, N. P. Ong, Phys. Rev. B **73**, 024510 (2006).

- [30] F. Rullier–Albenque, R. Tourbot, H. Alloul, P. Lejay, D. Colson, A. Forget, Phys. Rev. Lett. **96**, 067002 (2006).
- [31] O. Cyr-Choinière, R. Daou, F. Laliberté, D. LeBoeuf, N. Doiron-Leyraud, J. Chang, J.-Q. Yan, J.-G. Cheng, J.-S. Zhou, J. B. Goodenough i sur., Nature **458**, 743 (2009).
- [32] R. Daou, J. Chang, D. LeBoeuf, O. Cyr-Choinière, F. Laliberté, N. D.-Leyraud, B. J. Ramshaw, R. Liang, D. A. Bonn, W. N. Hardy i sur., Nature **463**, 519 (2010).
- [33] mjerni program je proizvod našeg laboratorija, a razvio ga je dr. sc. Dalibor Paar kao dio svog magistarskog rada pod mentorstvom prof. dr. Antonija Dulčića.
- [34] B. Nebendahl, D. - N. Peligrad, M. Požek, A. Dulčić, M. Mehring, Rev. Sci. Instrum. **72**, 1876 (2001).
- [35] P. J. Peterson, S. M. Anlage, Appl. Phys. **30**, 1987, (1959).
- [36] Charles P. Poole Jr., *Electron spin resonance*, New York: Wiley-Interscience 1967.
- [37] C. E. Gough, N. J. Exon, Phys. Rev. B **50**, 488 (1994).
- [38] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Third Edition, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1998.
- [39] J. A. Osborn, Phys. Rev. **67**, 351 (1945).
- [40] E. H. Brandt, Phys. Rev. B **64**, 024505 (2001).
- [41] A. Aharoni, J. App. Phys. **83**, 3432 (1998).
- [42] baza podataka *National Institute of Standards and Technology* (NIST).
- [43] Glenn A. Slack, Phys. Rev. **126**, 427 (1962).
- [44] T. Tomaru i sur., Phys. Lett. A **301** (2002) 215-219.
- [45] Toshikazu Suzuki i sur., *The proceedings of the 28th International Cosmic Ray Conference*, 3131-3134, Universal Academy Press, Inc. (2003).
- [46] R. O. Pohl, B. Stritzker, Phys. Rev. B **25**, 3608 (2003).

- [47] D. A. Ditmars i sur., Jour. Res. National Bureau of Standards **87** (2), 159-163 (1982).
- [48] B. Hunt, R. Lipsman, J. Rosenberg, *A Guide to MATLAB*, 2nd edition, Cambridge University Press 2006.
- [49] N. Barišić, Y. Li, X. Zhao, Y.-C. Cho, G. Chabot-Couture, G. Yu, M. Greven, Phys. Rev. B **78**, 054518 (2008).
- [50] R. Liang, D. A. Bonn, W. N. Hardy, Phys. Rev. B **73**, 180505 (2006).
- [51] B. Keimer i sur., Phys. Rev. B **46**, 14034 (1992).
- [52] A. Yamamoto, W.-Z. Hu, S. Tajima, Phys. Rev. B **63**, 024504 (2000).
- [53] Y. Itoh, T. Machi, A. Fukuoka, K. Tanabe, H. Yasuoka, J. Phys. Soc. Japan **65**, 3751 (1996).
- [54] G. Villard, A. Daignere, A. Maignan, A. Ruyter, J. Appl. Phys. **84**, 5080 (1998).
- [55] M. S. Grbić, N. Barišić, A. Dulčić, I. Kupčić, Y. Li, X. Zhao, G. Yu, M. Dressel, M. Greven, M. Požek, Phys. Rev. B **80**, 094511 (2009).
- [56] I. Ukrainczyk, A. Dulčić, Phys. Rev. B **51**, 6788 (1995).
- [57] C. Panagopoulos, V. Dobrosavljević, Phys. Rev. B **72**, 014536 (2005).
- [58] D. LeBoeuf, N. D.-Leyraud, J. Levallois, R. Daou, J.-B. Bonnemaïson, N. E. Hussey, L. Balicas, B. J. Ramshaw, R. Liang, D. A. Bonn, i sur., Nature **450**, 533-536 (2007).
- [59] I. Iguchi, T. Yamaguchi, A. Sugimoto, Nature (London) **412**, 420 (2001).
- [60] A. Lascialfari, A. Rigamonti, L. Romano, P. Tedesco, A. Varlamov, D. Embriaco, Phys. Rev. B **65**, 144523 (2002).
- [61] A. Lascialfari, A. Rigamonti, L. Romano', A. A. Varlamov, I. Zucca, Phys. Rev. B **68**, 100505 (2003).
- [62] L. Li, Y. Wang, S. Komiya, S. Ono, Y. Ando, G. D. Gu, N. P. Ong, Phys. Rev. B **81**, 054510 (2010).

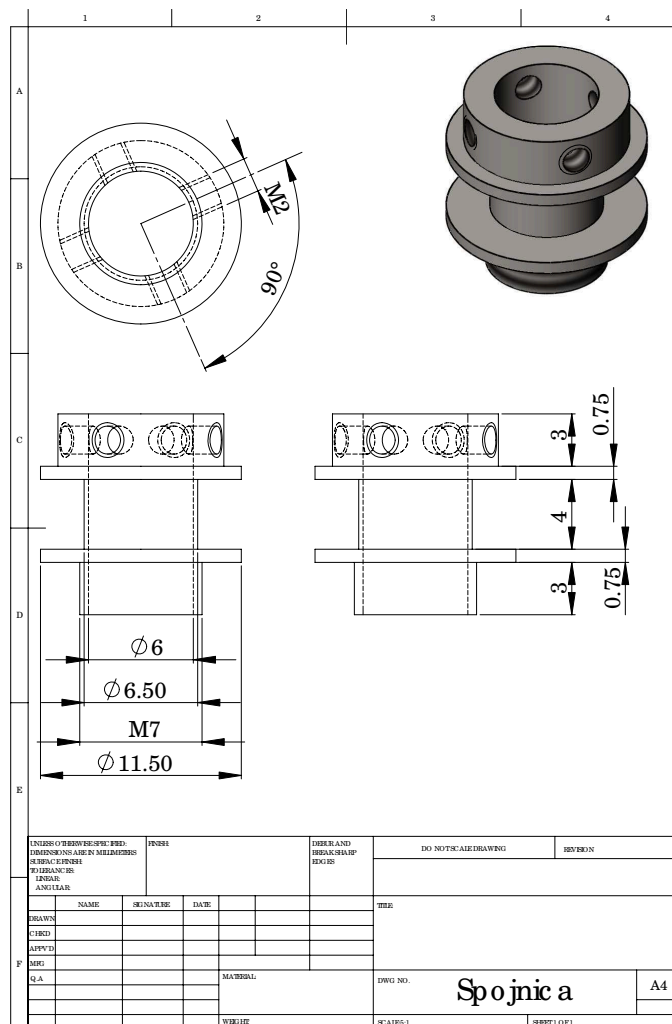


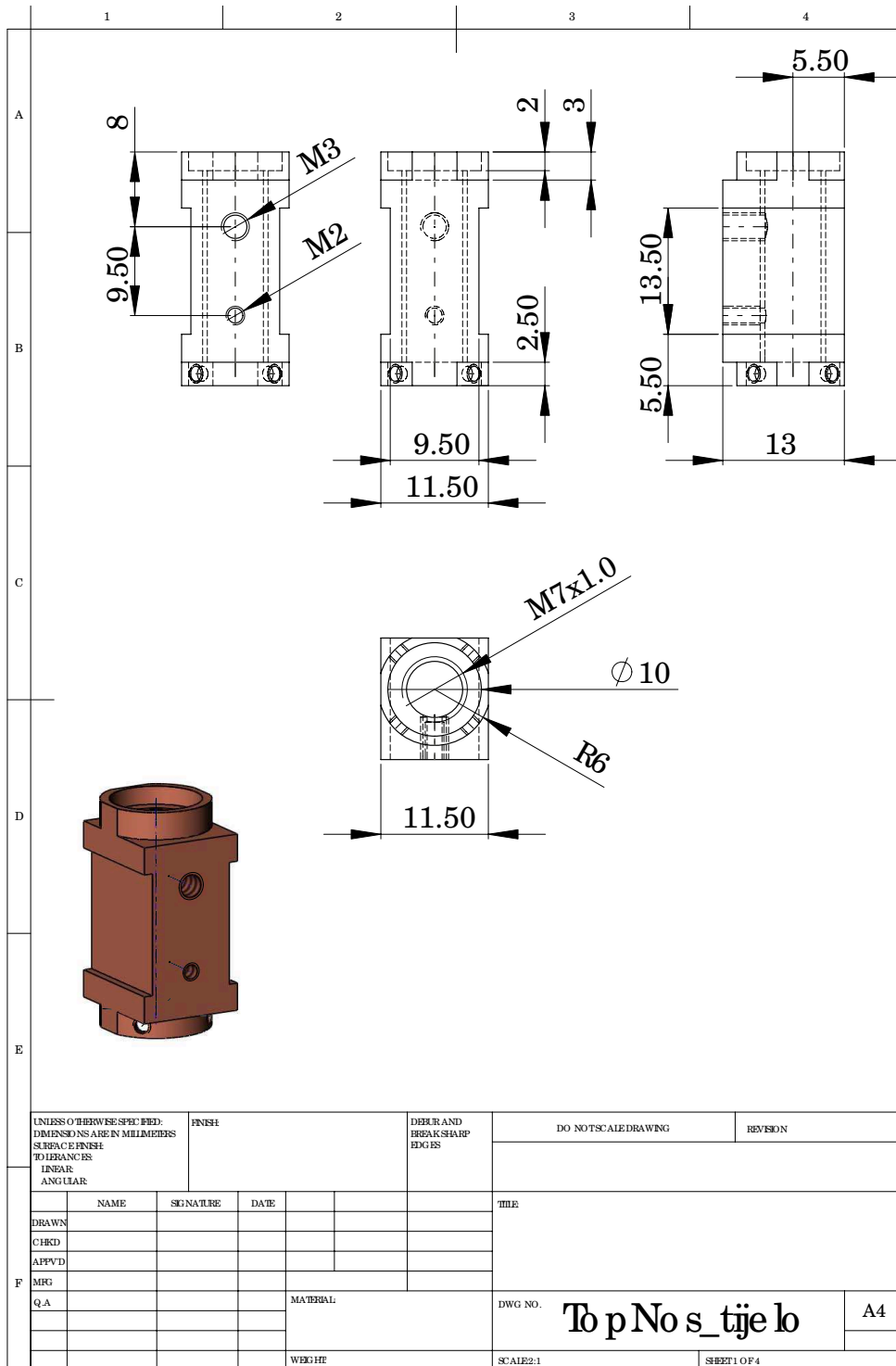
- [63] C. V. Parker, P. Aynajian, E. H. da Silva Neto, A. Pushp, S. Ono, J. W. Shimpei, X. Zhijun G. Gu, A. Yazdani, *Nature*, **468**, 677 (2010).
- [64] J. L. González, E. V. L. de Mello, *Phys. Rev. B* **69**, 134510 (2004).
- [65] J. M. Harris, Y. F. Yan, P. Matl, N. P. Ong, P. W. Anderson, T. Kimura, K. Kitazawa, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1391 (1995).
- [66] F. Rullier-Albenque, H. Alloul, C. Proust, P. Lejay, A. Forget, D. Colson, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 027003 (2007).
- [67] Y. Li, V. Baledent, N. Barišić, Y.C. Cho, B. Fauqué, Y. Sidis, G. Yu, X. Zhao, P. Bourges, M. Greven, *Nature* **455**, 372 (2008).
- [68] V. Hinkov, D. Haug, B. Fauqué, P. Bourges, Y. Sidis, A. Ivanov, C. Bernhard, C. T. Lin, B. Keimer, *Science* **1**, 597 (2008).
- [69] J. E. Sonier, M. Ilton, V. Pacradouni, C. V. Kaiser, S. A. Sabok-Sayr, Y. Ando, S. Komiya, W. N. Hardy, D. A. Bonn, R. Liang, W. A. Atkinson, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 117001 (2008).
- [70] V. Kataev, B. Rameev, A. Validov, B. Büchner, M. Hücker, R. Borowski, *Phys. Rev. B* **58**, R11876 (1998).
- [71] H.-H. Klauss, W. Wagener, M. Hillberg, W. Kopmann, H. Walf, F. J. Litterst, M. Hücker, B. Büchner, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4590 (2000).
- [72] M. Hücker, M. v. Zimmermann, M. Debessai, J. S. Schilling, J. M. Tranquada, G. D. Gu, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 057004 (2010).
- [73] J. Fink, E. Schierle, E. Weschke, J. Geck, D. Hawthorn, V. Soltwisch, H. Wadati, H.-H. Wu, H. A. Dürr, N. Wizent, B. Büchner, G. A. Sawatzky, *Phys. Rev. B* **79**, 100502 (2009).
- [74] F. Rullier-Albenque, H. Alloul, R. Tourbot, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 047001 (2003).
- [75] H. Alloul, F. Rullier-Albenque, B. Vignolle, D. Colson, A. Forget, *Europhys. Lett.* **91**, 37005 (2010).

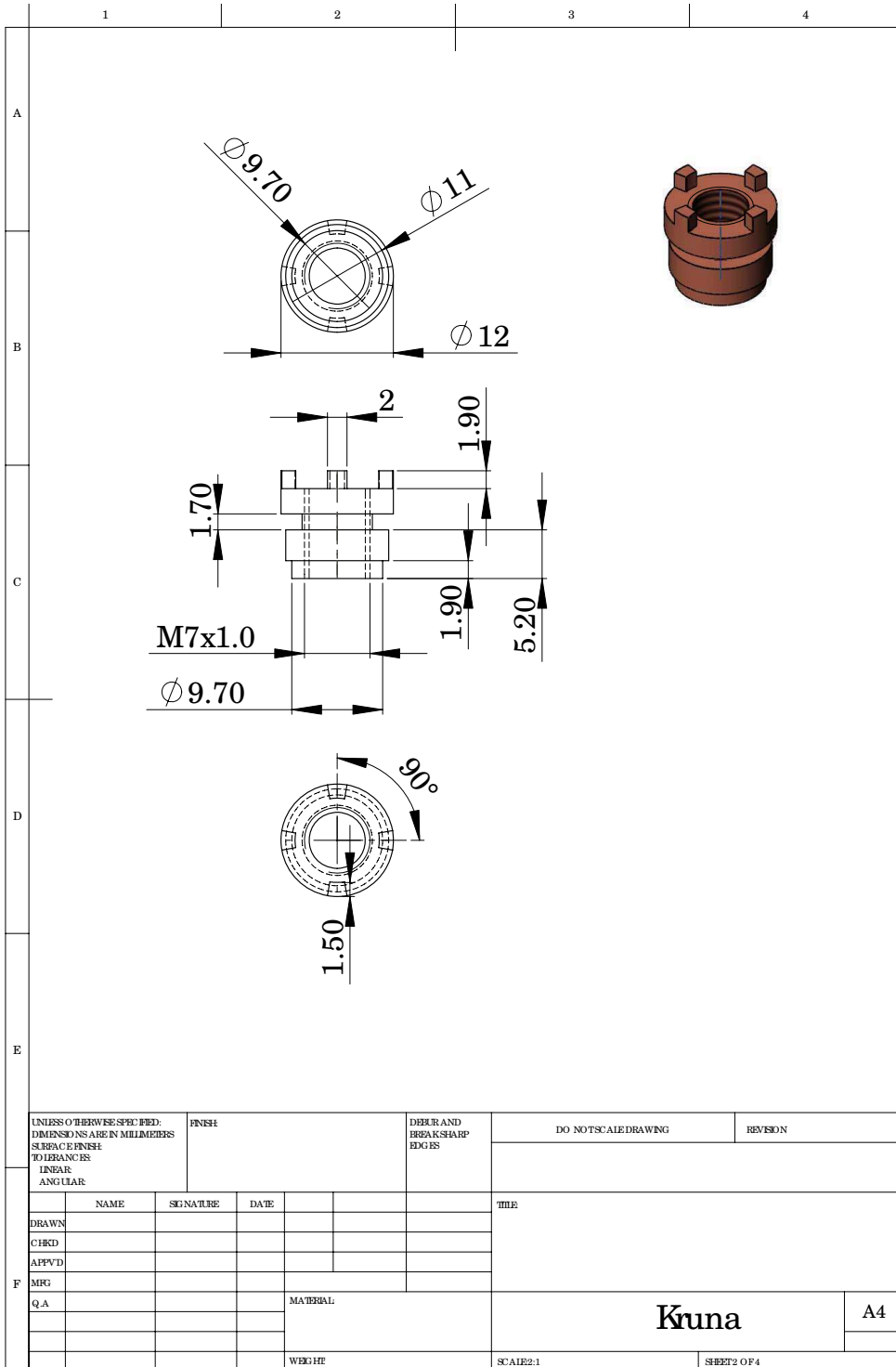
- [76] N. W. McLachlan, *Theory and Application of Mathieu Functions*, Oxford: Clarendon Press, 1947.

# Dodatak A

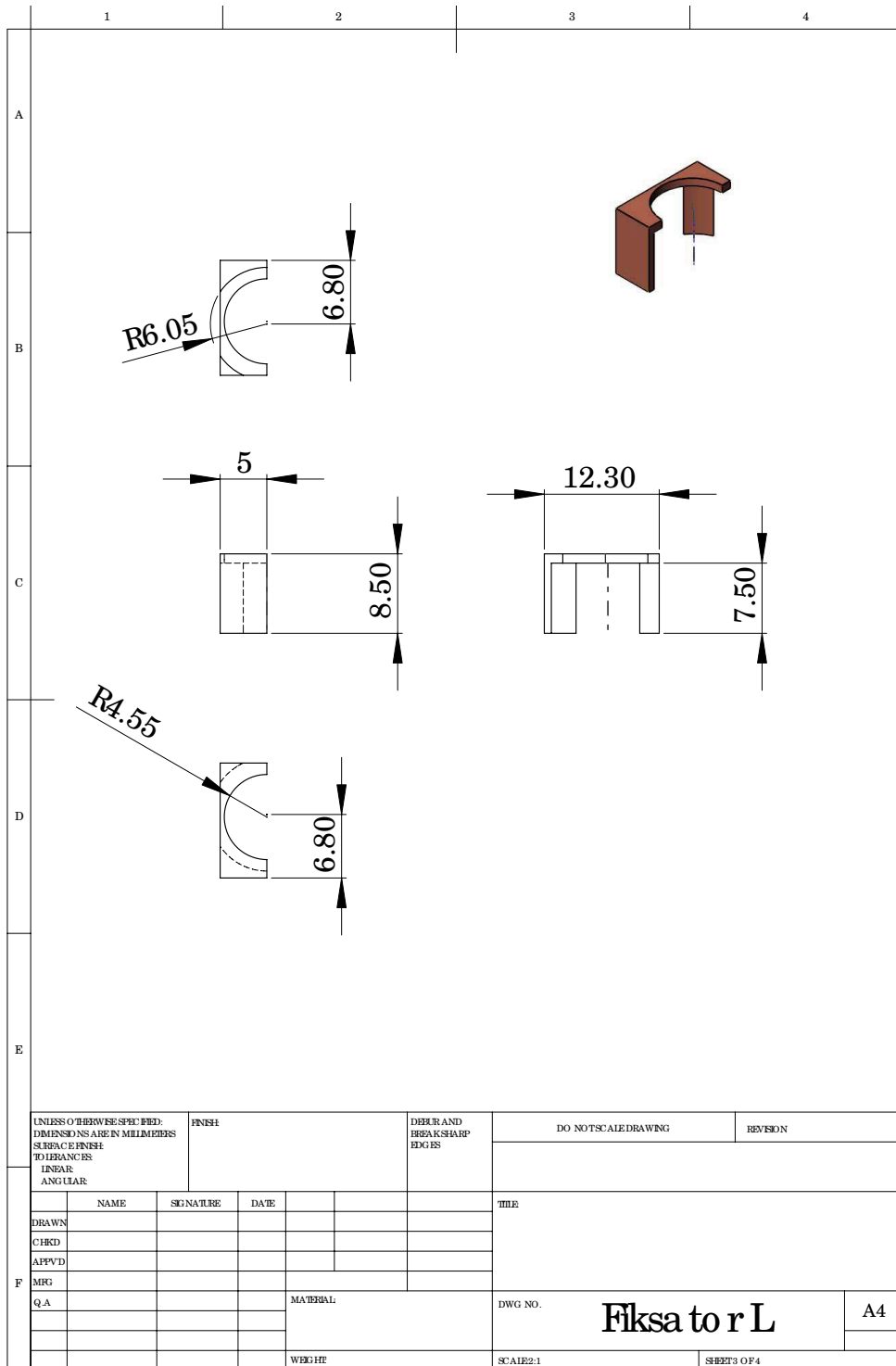
## Nacrti toplinskog nosača

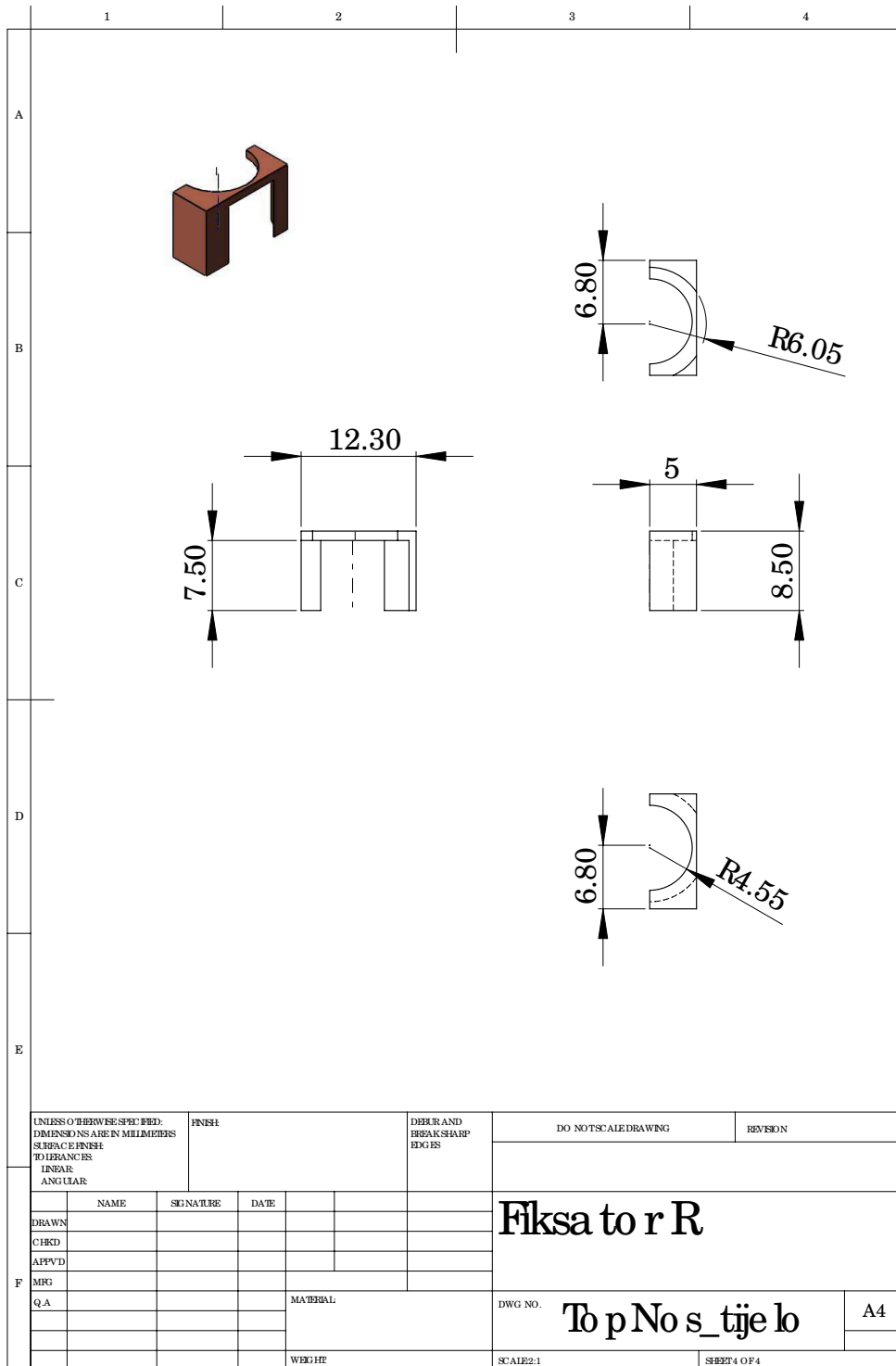






UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH TOLERANCES LINEAR ANGULAR		FINISH		DEBUR AND BREAK SHARP EDGES		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
DRAWN		NAME		SIGNATURE		DATE		TITLE	
CHKD									
APPVD									
MRG									
QA						MATERIAL:		Kruna	
						WEIGHT		SCALE: 2:1	
								SHEET 2 OF 4	
								A4	



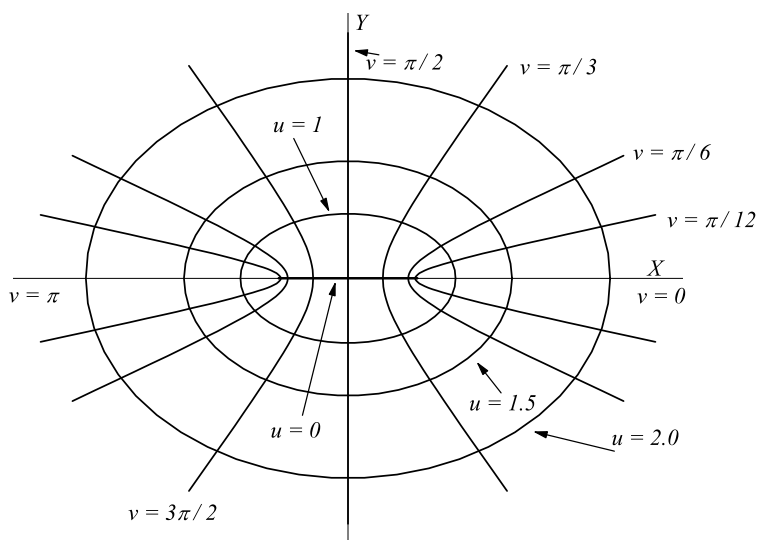


UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH TOLERANCES LINEAR ANGULAR		FINISH		DEBUR AND BREAK SHARP EDGES		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
DRAWN		SIGNATURE		DATE		<b>Fiksator R</b>			
CHECKED									
APPROVED									
MRG									
Q.A				MATERIAL:		DWG NO. <b>To p No s_tije lo</b>		A4	
				WEIGHT:		SCALE: 2:1		SHEET 4 OF 4	

## Dodatak B

# Izvod svojstvenih vrijednosti i svojstvenih vektora za eliptičnu cilindričnu šupljinu

### B.1 Eliptični cilindrični koordinatni sustav [76]



Slika B.1: Eliptični koordinatni sustav



Da bismo iz Kartezijevog koordinatnog sustava prešli u eliptični, moramo uvesti supstituciju  $x + iy = f\text{ch}(u + iv)$ , te izjednačiti realni i imaginarni dio:

$$\begin{aligned}x &= f\text{ch}(u) \cos(v), \\y &= f\text{sh}(u) \sin(v).\end{aligned}\tag{B.1}$$

Drugim riječima, tada vrijedi:

$$\begin{aligned}\frac{x^2}{f^2\text{ch}^2(u)} + \frac{y^2}{f^2\text{sh}^2(u)} &= \cos^2(v) + \sin^2(v) = 1, \\ \frac{x^2}{f^2 \cos^2(u)} - \frac{y^2}{f^2 \sin^2(u)} &= \text{ch}^2(v) - \text{sh}^2(v) = 1.\end{aligned}\tag{B.2}$$

Prva relacija predstavlja skup konfokalnih elipsi velike poluosi  $f\text{ch}(u)$  i male poluosi  $f\text{sh}(u)$ , pri čemu su zajednička žarišta u točkama  $(\pm f, 0)$ . Druga relacija obuhvaća skup konfokalnih hiperbola s istim žarištima, kao što je prikazano na slici B.1. Kutna varijabla  $v$  se mijenja od 0 do  $2\pi$  kako jednom obiđemo elipsu, dok  $u$  ide od 0 duž linije između žarišta do  $\infty$ . Veza između vrijednosti velike ( $a$ ) i male ( $b$ ) poluosi elipse te varijabli eliptičnih koordinata je slijedeća:

$$\begin{aligned}\text{ekscentricitet } e &= \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \\ \text{žarište } f &= ae, \text{ i istovremeno } f = \sqrt{a^2 - b^2}\end{aligned}$$

Budući uzduž veće poluosi vrijedi  $a = f\text{ch}(u)$ , tada slijedi:

$$u = \text{Arch} \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} \right)\tag{B.3}$$

Prilikom prelaska iz Kartezijevog u eliptični cilindrični sustav (kao i u kružni cilindrični sustav) mijenjaju se samo jedinični vektori  $xy$ -ravnine, dok se  $z$ -os poklapa sa  $z$ -osi Kartezijevog sustava. Osnovni parametri transformacije između koordinata u Kartezijevom i eliptičnom cilindričnom sustavu su sažeti u tablicama B.1 i B.2:

Kartezijske	Eliptične cilindrične
$x$	$f \operatorname{ch}(u) \cos(v)$
$y$	$f \operatorname{sh}(u) \sin(v)$
$z$	$z$

Tablica B.1: Veza koordinata i jediničnih vektora

$l_u$	$f \sqrt{\operatorname{sh}(u)^2 + \sin(v)^2}$
$l_v$	$f \sqrt{\operatorname{sh}(u)^2 + \sin(v)^2}$
$l_z$	1

Tablica B.2: Multiplikativni faktori

Kako bismo našli rezonantne modove naše šupljine, trebamo riješiti Helmholtzovu jednadžbu u eliptičnim cilindričnim koordinatama, te je u tu svrhu određen oblik Laplaceovog, a i ostalih pomoćnih operatora:

$$\nabla \psi = \frac{1}{f \sqrt{\operatorname{sh}(u)^2 + \sin(v)^2}} \left( \mathbf{e}_u \frac{\partial \psi}{\partial u} + \mathbf{e}_v \frac{\partial \psi}{\partial v} \right) + \mathbf{e}_z \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (\text{B.4})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{f \sqrt{\operatorname{sh}(u)^2 + \sin(v)^2}} \left( \frac{\partial A_u}{\partial u} + \frac{\partial A_v}{\partial v} + \frac{\operatorname{sh}(2u)A_u + \sin(2v)A_v}{2f(\operatorname{sh}(u)^2 + \sin(v)^2)^{3/2}} \right) + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{A} &= \\ &= \frac{\mathbf{e}_u}{f \sqrt{\operatorname{sh}(u)^2 + \sin(v)^2}} \left( \frac{\partial A_z}{\partial v} - f \sqrt{\operatorname{sh}(u)^2 + \sin(v)^2} \frac{\partial A_v}{\partial z} \right) + \\ &+ \frac{\mathbf{e}_v}{f \sqrt{\operatorname{sh}(u)^2 + \sin(v)^2}} \left( f \sqrt{\operatorname{sh}(u)^2 + \sin(v)^2} \frac{\partial A_u}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial u} \right) + \\ &+ \frac{\mathbf{e}_z}{f^2 \sqrt{\operatorname{sh}(u)^2 + \sin(v)^2}} \left( \frac{\partial A_v}{\partial u} - \frac{\partial A_u}{\partial v} + \frac{A_v \operatorname{sh}(u) \operatorname{ch}(u) - A_u \sin(v) \cos(v)}{\operatorname{sh}(u)^2 + \sin(v)^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{f^2 (\operatorname{sh}(u)^2 + \sin(v)^2)} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial v^2} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned}
\nabla^2 \mathbf{A} &= \\
&= \left( \nabla^2 A_u - \frac{1}{2f^2(\text{sh}(u)^2 + \sin(v)^2)} \left( (\text{ch}(2u) + \cos(2v))A_u + 2 \text{sh}(2u) \frac{\partial A_v}{\partial v} - 2 \sin(2v) \frac{\partial A_v}{\partial u} \right) \right) \mathbf{e}_u + \\
&+ \left( \nabla^2 A_v - \frac{1}{2f^2(\text{sh}(u)^2 + \sin(v)^2)^2} \left( (\text{ch}(2u) + \cos(2v))A_v - 2 \text{sh}(2u) \frac{\partial A_u}{\partial v} + 2 \sin(2v) \frac{\partial A_u}{\partial u} \right) \right) \mathbf{e}_v + \\
&+ (\nabla^2 A_z) \mathbf{e}_z
\end{aligned} \tag{B.8}$$

Također, za grafički prikaz naših rješenja koristimo programski paket *Mathematica*<sup>1</sup> te su definirane matrice transformacije vektora i koordinata između Kartezijevog i eliptičnog cilindričnog sustava:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} &= \\
&= \frac{1}{\sqrt{\text{ch}^2(u) - \cos^2(v)}} \begin{pmatrix} \text{sh}(u) \cos(v) & -\text{ch}(u) \sin(v) & 0 \\ \text{ch}(u) \sin(v) & \text{sh}(u) \cos(v) & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\text{ch}^2(u) - \cos^2(v)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_u \\ A_v \\ A_z \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{B.9}$$

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} A_u \\ A_v \\ A_z \end{pmatrix} &= \\
&= \frac{1}{\sqrt{\text{ch}^2(u) - \cos^2(v)}} \begin{pmatrix} \text{sh}(u) \cos(v) & \text{ch}(u) \sin(v) & 0 \\ -\text{ch}(u) \sin(v) & \text{sh}(u) \cos(v) & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\text{ch}^2(u) - \cos^2(v)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{B.10}$$

---

<sup>1</sup>u verziji 7.0 programskog paketa su pomoću naredbe `VectorPlot3D` vizualizirane raspodjele elektromagnetskog polja za pojedine modove.

## B.2 Svojstveni vektori za transverzalne električne (TE) i transverzalne magnetske (TM) modove

Pod pojmom transverzalni modovi podrazumjevamo svojstvene vektore za koje vrijedi  $E_z \equiv 0$  za slučaj transverzalnog električnog (TE), tj.  $H_z \equiv 0$  za slučaj transverzalnog magnetskog (TM) moda. Kao rješenje Helmholtzove jednadžbe u rezonatoru je moguć i transverzalni elektromagnetski (TEM) mod koji zadovoljava uvjet  $E_z = 0$  i  $H_z = 0$ . Međutim, da bi takvo rješenje bilo ostvareno potrebno je imati dvije stijenke, npr. koaksijalni kabel ili transmisijsku liniju s paralelnim žicama što nije ostvareno u našem slučaju rezonantne šupljine, te ga nećemo razmatrati.

Iz treće i četvrte Maxwellove jednadžbe (za prazni prostor);

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{B.11})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (\text{B.12})$$

možemo postaviti valnu jednadžbu za magnetsko

$$\nabla \times (\nabla \times) \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{E}) \quad (\text{B.13})$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{B.14})$$

tj. električno polje

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{B.15})$$

Kako bismo odredili TE modove rješavamo jednadžbu za magnetsko polje uzimajući za vremensku ovisnost:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{i\omega t}, \quad (\text{B.16})$$

iz čega slijedi:

$$\nabla^2 \mathbf{H} + \underbrace{\mu \varepsilon \omega^2}_{k^2} \mathbf{H} = 0. \quad (\text{B.17})$$

Ovo je Helmholtzova jednadžba za koju se Laplaceov operator u eliptičnim cilindričnim koordinatama da separirati na transverzalnu komponentu (okomito na  $z$  os) i onu uzduž  $z$  osi, tj. može se napisati u obliku:

$$\nabla_t^2 = \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (\text{B.18})$$

Raspišemo li Maxwellove jednačbe po komponentama dobijamo sustav jednačbi:

$$\begin{aligned}
i\omega\varepsilon E_u &= -\frac{\partial H_u}{\partial z} + \frac{1}{l_v} \frac{\partial H_z}{\partial v} \\
i\omega\varepsilon E_v &= -\frac{1}{l_u} \frac{\partial H_z}{\partial u} + \frac{\partial H_u}{\partial z} \\
i\omega\varepsilon E_z &= \frac{1}{l_u l_v} \left( -\frac{\partial(l_u H_u)}{\partial v} + \frac{\partial(l_v H_v)}{\partial u} \right)
\end{aligned} \tag{B.19}$$

$$\begin{aligned}
i\omega\mu H_u &= \frac{\partial E_v}{\partial z} - \frac{1}{l_v} \frac{\partial E_z}{\partial v} \\
i\omega\mu H_v &= \frac{1}{l_v} \frac{\partial E_z}{\partial u} - \frac{\partial E_u}{\partial z} \\
i\omega\mu H_z &= \frac{1}{l_u l_v} \left( \frac{\partial(l_u E_u)}{\partial v} - \frac{\partial(l_v E_v)}{\partial u} \right).
\end{aligned} \tag{B.20}$$

gdje su  $l_i$ ,  $i = u, v, z$  težinski faktori koji su za našu simetriju oblika:

$$\begin{aligned}
l_u = l_v &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}, \\
l_z &= 1.
\end{aligned} \tag{B.21}$$

Uvrštavanjem pojedinih relacija, jednačbu (B.17) možemo svesti na oblik:

$$\frac{2}{f^2(\text{ch}(2u) - \cos(2v))} \left( \frac{\partial^2 H_z}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial v^2} \right) + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} + k^2 H_z = 0. \tag{B.22}$$

To znači da je potrebno samo odrediti  $H_z$ , a ostale komponente proizlaze iz njega i to putem relacija:

$$\begin{aligned}
E_u &= -\frac{i\mu\omega\sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}} \frac{\partial H_z}{\partial v} \\
E_v &= \frac{i\mu\omega\sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}} \frac{\partial H_z}{\partial u} \\
E_z &= 0 \\
H_u &= \frac{\sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial H_z}{\partial u} \\
H_v &= \frac{\sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial H_z}{\partial v}.
\end{aligned} \tag{B.23}$$

Uvodimo separaciju varijabli:

$$H_z(u, v, z) = H'_z(u, v)Z(z), \tag{B.24}$$

te iz rubnog uvjeta:

$$H_z|_{z=0,l_z} = 0 \quad (\text{B.25})$$

slijedi

$$H_z(u, v, z) = H'_z(u, v) \sin(k_z z) \quad (\text{B.26})$$

gdje je  $k_z = m\pi/l_z$ ;  $m \in \mathbb{Z}$

Uz pokratu  $k_1^2 = k^2 - k_z^2$  jednadžba poprima oblik:

$$\frac{\partial^2 H'_z}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 H'_z}{\partial v^2} + \frac{1}{2}k_1^2(f^2(\text{ch}(2u) - \cos(2v)))H'_z = 0, \quad (\text{B.27})$$

Daljnijim separiranjem varijabli ova se relacija svodi na Mathieovu jednadžbu (za varijablu  $u$ ) i modificiranu Mathieovu jednadžbu (za varijablu  $v$ ). Rješenja su Mathieuove funkcije  $Ce_n$  (parna),  $Se_n$  (neparna), odnosno modificirane Mathieuove funkcije  $ce_n$  i  $se_n$ , pri čemu vrijedi da je  $ce_n(z) = Ce_n(iz)$  i  $se_n(z) = Se_n(iz)$ . Iz simetrije našeg problema slijedi da je općenito rješenje oblika:

$$H_z(u, v) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n Ce_n(u, q) ce_n(v, q) + \sum_{n=1}^{\infty} S_n Se_n(u, q) se_n(v, q) \quad (\text{B.28})$$

gdje je  $4q = k_1^2 f^2$ , a  $C_n$  i  $S_n$  konstante. Kako su  $Ce_n$  i  $Se_n$  linearno nezavisne funkcije, tada će za pojedini  $n$  postojati dva rješenja različitih svojstvenih vrijednosti.

Rubni uvjeti nam nalažu da tangencijalna komponenta električnog polja mora iščezavati na unutrašnjoj stijenci šupljine, što znači da  $E_v(u = u_0, v) = 0$ . Stoga, budući:

$$E_v \propto \frac{\partial H_z}{\partial u} \Rightarrow \left. \frac{\partial H_z}{\partial u} \right|_{u=u_0} = 0, \quad (\text{B.29})$$

tražimo sve  $q$  za koje vrijedi:

$$\begin{aligned} Ce'_n(u_0, q) &= 0, \\ Se'_n(u_0, q) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

Ovdje eksplicitno vidimo ranije spomenute dvije nezavisne klase rješenja. Svaki od ova dva uvjeta su zadovoljeni zasebnim skupom nultočaka kojih za pojedini red  $n$  ima beskonačno mnogo, pa možemo s  $Q_{n,p}$  ( $\bar{Q}_{n,p}$ ) označiti svaku  $p$ -tu nultočku derivacije

parne (neparne) Mathieuove funkcije  $n$ -tog reda. Tada je rješenje  $p$ -tog moda:

$$H_z(\mathbf{r}, t) = \left\{ \begin{array}{l} C_{n,p} C e_n(u, Q_{n,p}) c e_n(v, Q_{n,p}) \\ S_{n,p} S e_n(u, \bar{Q}_{n,p}) s e_n(v, \bar{Q}_{n,p}) \end{array} \right\} \sin(k_z z) \cos(\omega t), \quad (\text{B.31})$$

gdje je  $n \geq 0$  za  $C e_n c e_n$  i  $n \geq 1$  za  $S e_n s e_n$ , te  $p \geq 1$ . Sada možemo izračunati i ostale komponente izmjeničnog magnetskog, tj. električnog polja:

$$E_u(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu\omega\sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}} \left\{ \begin{array}{l} C_{n,p} C e_n(u, Q_{n,p}) c e'_n(v, Q_{n,p}) \\ S_{n,p} S e_n(u, \bar{Q}_{n,p}) s e'_n(v, \bar{Q}_{n,p}) \end{array} \right\} \sin(k_z z) \sin(\omega t)$$

$$E_v(\mathbf{r}, t) = \frac{-\mu\omega\sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}} \left\{ \begin{array}{l} C_{n,p} C e'_n(u, Q_{n,p}) c e_n(v, Q_{n,p}) \\ S_{n,p} S e'_n(u, \bar{Q}_{n,p}) s e_n(v, \bar{Q}_{n,p}) \end{array} \right\} \sin(k_z z) \sin(\omega t)$$

$$E_z(\mathbf{r}, t) = 0$$

$$H_u(\mathbf{r}, t) = \frac{k_z\sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}} \left\{ \begin{array}{l} C_{n,p} C e'_n(u, Q_{n,p}) c e_n(v, Q_{n,p}) \\ S_{n,p} S e'_n(u, \bar{Q}_{n,p}) s e_n(v, \bar{Q}_{n,p}) \end{array} \right\} \cos(k_z z) \cos(\omega t)$$

$$H_v(\mathbf{r}, t) = \frac{k_z\sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}} \left\{ \begin{array}{l} C_{n,p} C e_n(u, Q_{n,p}) c e'_n(v, Q_{n,p}) \\ S_{n,p} S e_n(u, \bar{Q}_{n,p}) s e'_n(v, \bar{Q}_{n,p}) \end{array} \right\} \cos(k_z z) \cos(\omega t). \quad (\text{B.32})$$

Sasvim analogno rješavamo jednadžbu za TM modove, za  $z$  komponentu električnog polja:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial v^2} + \frac{1}{2} k_1^2 (f^2 (\text{ch}(2u) - \cos(2v))) E_z = 0, \quad (\text{B.33})$$

pri čemu su ostale komponente određene relacijama:

$$\begin{aligned}
E_u &= \frac{\sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\operatorname{ch}(2u) - \cos(2v)}} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial E_z}{\partial u} \\
E_v &= \frac{\sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\operatorname{ch}(2u) - \cos(2v)}} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial E_z}{\partial v} \\
H_u &= \frac{i\varepsilon\omega\sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\operatorname{ch}(2u) - \cos(2v)}} \frac{\partial E_z}{\partial v} \\
H_v &= \frac{-i\varepsilon\omega\sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\operatorname{ch}(2u) - \cos(2v)}} \frac{\partial E_z}{\partial u} \\
H_z &= 0.
\end{aligned} \tag{B.34}$$

Kao i ranije, ovisnost u  $z$  smjeru je zbog rubnog uvjeta oblika:

$$E_z(\mathbf{r}) = E_z(u, v) \cos(k_z z), \quad k_z = \frac{m\pi}{l_z}; \quad m \in \mathbb{Z} \tag{B.35}$$

Isto tako, za općeniti oblik rješenja slijedi:

$$E_z(u, v) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n C e_n(u, q) c e_n(v, q) + \sum_{n=1}^{\infty} S_n S e_n(u, q) s e_n(v, q) \tag{B.36}$$

Međutim, ovoga puta rubni uvjet nalaže da je na stijenama šupljine  $E_z(u = u_0, v) = 0$ , stoga za rješenje tražimo nultočke jednadžbi:

$$\begin{aligned}
C e_n(u_0, q) &= 0, \\
S e_n(u_0, q) &= 0.
\end{aligned} \tag{B.37}$$

Sada ćemo s  $q_{n,r}$  i  $\bar{q}_{n,r}$  označavamo svaku  $r$ -tu nultočku prve (druge) jednakosti. Za danu nultočku,  $E_z$  poprima oblik:

$$E_z(\mathbf{r}, t) = \left\{ \begin{array}{l} C_{n,r} C e_n(u, q_{n,r}) c e_n(v, q_{n,r}) \\ S_{n,r} S e_n(u, \bar{q}_{n,r}) s e_n(v, \bar{q}_{n,r}) \end{array} \right\} \cos(k_z z) \cos(\omega t), \tag{B.38}$$



gdje je ponovno  $n \geq 0$  za  $Ce_n ce_n$  i  $n \geq 1$  za  $Se_n se_n$ , te  $r \geq 1$ . Ostale komponente izmjeničnog magnetskog, tj. električnog polja:

$$\begin{aligned}
E_u(\mathbf{r}, t) &= \frac{-k_z \sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}} \left\{ \begin{array}{l} C_{n,r} C e'_n(u, q_{n,r}) c e_n(v, q_{n,r}) \\ S_{n,r} S e'_n(u, \bar{q}_{n,r}) s e_n(v, \bar{q}_{n,r}) \end{array} \right\} \sin(k_z z) \cos(\omega t) \\
E_v(\mathbf{r}, t) &= \frac{-k_z \sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}} \left\{ \begin{array}{l} C_{n,r} C e_n(u, q_{n,r}) c e'_n(v, q_{n,r}) \\ S_{n,r} S e_n(u, \bar{q}_{n,r}) s e'_n(v, \bar{q}_{n,r}) \end{array} \right\} \sin(k_z z) \cos(\omega t) \\
H_u(\mathbf{r}, t) &= \frac{-\omega \varepsilon \sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}} \left\{ \begin{array}{l} C_{n,r} C e_n(u, q_{n,r}) c e'_n(v, q_{n,r}) \\ S_{n,r} S e_n(u, \bar{q}_{n,r}) s e'_n(v, \bar{q}_{n,r}) \end{array} \right\} \cos(k_z z) \sin(\omega t) \\
H_v(\mathbf{r}, t) &= \frac{\omega \varepsilon \sqrt{2}}{k_1^2 f \sqrt{\text{ch}(2u) - \cos(2v)}} \left\{ \begin{array}{l} C_{n,r} C e'_n(u, q_{n,r}) c e_n(v, q_{n,r}) \\ S_{n,r} S e'_n(u, \bar{q}_{n,r}) s e_n(v, \bar{q}_{n,r}) \end{array} \right\} \cos(k_z z) \sin(\omega t) \\
H_z(\mathbf{r}, t) &= 0.
\end{aligned} \tag{B.39}$$

### B.3 Svojtvene vrijednosti - rezonantne frekvencije

Iz dobivenih uvjeta za TE i TM modove, te geometrije naše rezonantne šupljine numerički tražimo svojstvene vrijednosti  $Q_{n,p}$ ,  $\bar{Q}_{n,p}$ ,  $q_{n,r}$  i  $\bar{q}_{n,r}$ . Svaka ta vrijednost definirat će rezonantne frekvencije naših modova:

Iz relacija  $k^2 - k_z^2 = k_1^2$ , te  $k_1^2 f^2 = 4q$  slijedi:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{\pi m}{l_z}\right)^2 + 4\frac{q}{f^2}} \quad (\text{B.40})$$

Ova relacija je univerzalna za sve modove, jedino se variraju vrijednosti parametra  $q$  u skladu s pojedinim rješenjem ( $Q_{n,p}$ ,  $\bar{Q}_{n,p}$ ,  $q_{n,r}$  i  $\bar{q}_{n,r}$ ).

Navedimo sve nultočke koje zadovoljavaju  $q \leq 100$  za  $u_0 = 0.7235$  što odgovara vrijednosti za našu rezonantnu šupljinu:

TE modovi

Tablica B.3:  $Ce'_{n,r}(u_0, q) = 0$

$n$	$Q_{n,1}$	$Q_{n,2}$	$Q_{n,3}$	$Q_{n,4}$	$Q_{n,5}$
0	0.0	4.76358	17.5302	38.2335	66.8774
1	0.537555	6.96811	21.4144	43.8068	74.139
2	1.76029	9.79541	25.8556	49.923	81.9364
3	3.60884	13.302	30.8798	56.6004	90.2837
4	6.03824	17.5238	36.5105	63.8558	99.1944

Tablica B.4:  $Se'_{n,r}(u_0, q) = 0$

$n$	$\bar{Q}_{n,1}$	$\bar{Q}_{n,2}$	$\bar{Q}_{n,3}$	$\bar{Q}_{n,4}$	$\bar{Q}_{n,5}$
1	1.29523	10.155	26.8894	51.5628	84.1774
2	2.49731	13.1934	31.6183	57.9803	92.2831
3	4.22963	16.8007	36.8957	64.9366	-
4	6.50922	21.0059	42.743	72.4478	-
5	9.33416	25.8297	49.1795	80.5288	-

TM modovi

Tablica B.5:  $Ce_{n,r}(u_0, q) = 0$

$n$	$q_{n,1}$	$q_{n,2}$	$q_{n,3}$	$q_{n,4}$	$q_{n,5}$
0	1.59922	10.3356	27.0588	51.7276	84.3399
1	3.14128	13.4264	31.8181	58.1666	92.462
2	5.34388	17.0901	37.1269	65.145	-
3	8.2234	21.3596	43.0059	72.6787	-
4	11.7793	26.2669	49.4738	80.7823	-

Tablica B.6:  $Se_{n,r}(u_0, q) = 0$

$n$	$\bar{q}_{n,1}$	$\bar{q}_{n,2}$	$\bar{q}_{n,3}$	$\bar{q}_{n,4}$	$\bar{q}_{n,5}$
1	4.95508	17.7036	38.4002	67.0409	-
2	7.21575	21.6261	43.9987	74.3211	-
3	10.0515	26.1064	50.1408	82.1377	-
4	13.4815	31.1687	56.8446	90.5046	-
5	17.5135	36.8336	64.1264	99.4351	-

## Dodatak C

# Izvod raspodjele mikrovalnog magnetskog polja u beskonačno dugom pravokutnom uzorku

Da bismo odredili raspodjelu polja unutar uzorka umetnutog u izmjenično homogeno magnetsko polje krećemo od Maxwellovih jednadžbi. Kombinacijom treće i četvrte relacije;

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (\text{C.1})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (\text{C.2})$$

dobijamo valnu jednadžbu magnetskog polja u uzorku

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}. \quad (\text{C.3})$$

Odredimo konfiguraciju problema; neka je naš uzorak beskonačno dugačka šipka pravokutnog poprečnog presjeka koja se proteže duž  $z$ -osi. Vanjsko magnetsko polje postavljamo također duž  $z$ -osi, tako da tražimo njegovu raspodjelu unutar  $xy$ -ravnine. Već smo ranije rekli da se radi o izmjeničnom polju, pa ukupnu prostornu i vremensku ovisnost možemo pisati:

$$\mathbf{H} = \hat{\mathbf{z}} H(x, y)e^{i\omega t}, \quad (\text{C.4})$$

čime relacija (C.3) poprima oblik:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = i\mu\sigma\omega \mathbf{H} - \omega^2\mu\varepsilon \mathbf{H}. \quad (\text{C.5})$$

Lako se može pokazati kako je za tipične vrijednosti vodljivosti,  $\varepsilon_r$  i  $\omega$  (za nas u području  $10^{10}$  Hz) drugi član na desnoj strani značajno manji od prvog

$$\left| \frac{\mu\sigma i\omega}{\mu\varepsilon\omega^2} \right| = \left| \frac{\sigma}{\varepsilon_r\varepsilon_0\omega} \right| > 100, \quad (\text{C.6})$$

te ga se lako može zanemariti. To će nam uvelike olakšati račun, jer želimo uzeti u obzir anizotropni uzorak, tj. čija je vodljivost tenzorska veličina;

$$\hat{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} = \hat{\rho}^{-1} \quad \hat{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_x & 0 & 0 \\ 0 & \rho_y & 0 \\ 0 & 0 & \rho_z \end{bmatrix} \quad (\text{C.7})$$

Ova pretpostavka nam je potrebna budući su visokotemperaturni supravodiči poznati po anizotropiji mnogih svojstava, pa tako i vodljivosti. Sada je naša relacija oblika:

$$\rho_x \frac{\partial^2 H(x, y)}{\partial x^2} + \rho_y \frac{\partial^2 H(x, y)}{\partial y^2} = i\mu\omega H(x, y) \quad (\text{C.8})$$

Dani problem možemo riješiti razdvajanjem rubnih uvjeta uzduž  $x$  i  $y$  smjera. U prvom slučaju je polje na rubu uzorka  $(x, \pm b)$  jednako vanjskom, a isčezava na rubovima  $(\pm a, y)$ , dok je u drugom slučaju obratno. U prvom slučaju je općenito rješenje oblika:

$$H_1(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(\alpha_m x) \text{ch}(\beta_m(y - b)), \quad (\text{C.9})$$

pri čemu  $\alpha_m$  uvjetuje isčezavanje polja za  $x = \pm a$ , a  $\beta_m$  slijedi kako bi relacija (C.8) bila zadovoljena.

$$\alpha_m = \frac{\pi m}{2a} \quad \beta_m^2 = \frac{i\mu_0\omega}{\rho_x} + \frac{\rho_y}{\rho_x} \left( \frac{\pi m}{2a} \right)^2 \quad (\text{C.10})$$

Preko drugog rubnog uvjeta računamo konstantu  $A_m$

$$H_1(x, y = 2b) = H_0 = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(\alpha_m x) \text{ch}(\beta_m b) \quad (\text{C.11})$$

$$H_0 \int_0^{2a} \sin(\alpha_n x) dx = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \text{ch}(\beta_m b) \int_0^{2a} \sin(\alpha_n x) \sin(\alpha_m x) dx \quad (\text{C.12})$$

$$- H_0 \frac{(-1)^m - 1}{\alpha_m} = A_m a \text{ch}(\beta_m b) \quad (\text{C.13})$$

$$A_m = \begin{cases} \frac{4H_0}{m\pi\text{ch}(b\beta_m)} & \text{za } m \text{ neparan,} \\ 0 & \text{za } m \text{ paran.} \end{cases} \quad (\text{C.14})$$

Što znači da je ukupno rješenje za prvi slučaj

$$H_1(x, y) = \frac{4H_0}{\pi} \sum_{\substack{m \\ \text{neparan}}} \frac{\sin(\alpha_m x) \text{ch}(\beta_m (y - b))}{m \text{ch}(b\beta_m)}. \quad (\text{C.15})$$

Na sasvim analogan način slijedi da je rješenje za drugi slučaj:

$$H_2(x, y) = \frac{4H_0}{\pi} \sum_{\substack{m \\ \text{neparan}}} \frac{\sin(\gamma_m y) \text{ch}(\delta_m (x - a))}{m \text{ch}(a\delta_m)}, \quad (\text{C.16})$$

pri čemu su sada

$$\gamma_m = \frac{\pi m}{2b} \quad \delta_m^2 = \frac{i\omega\mu_0\omega}{\rho_y} + \frac{\rho_x}{\rho_y} \left( \frac{\pi m}{2b} \right)^2 \quad (\text{C.17})$$

Ukupno rješenje beskonačne šipke u izmjeničnom magnetskom polju je superpozicija rješenja prvog i drugog slučaja  $H(x, y) = H_1(x, y) + H_2(x, y)$ . Kompleksna snaga po jedinici duljine se može pisati,

$$P(\omega) = \frac{1}{2} H_0 e^{i\omega t} \oint E dl = \frac{i\omega\mu_0 H_0}{2} e^{i\omega t} \int H(x, y) e^{-i\omega t} dx dy \quad (\text{C.18})$$

gdje je u drugom koraku korišten Poyntingov teorem. Integracija po plohama prodiranja vanjskog polja daje

$$P(\omega) = \frac{i\omega\mu_0 H_0^2}{2} \frac{8}{\pi} \sum_{\substack{m \\ \text{neparan}}} \frac{1}{m} \left[ \frac{\text{th}(\beta_m b)}{\alpha_m \beta_m} + \frac{\text{th}(\delta_m a)}{\gamma_m \delta_m} \right]. \quad (\text{C.19})$$

U jednostavnijem obliku, zadnju relaciju možemo pisati

$$P(\omega) = \frac{i\omega\mu_0 H_0^2}{2} \mu(\omega), \quad (\text{C.20})$$

gdje smo s  $\mu(\omega)$  označili efektivnu relativnu permeabilnost

$$\mu(\omega) = \frac{8}{\pi} \sum_{\substack{m \\ \text{neparan}}} \frac{1}{m} \left[ \frac{\text{th}(\beta_m b)}{\alpha_m \beta_m} + \frac{\text{th}(\delta_m a)}{\gamma_m \delta_m} \right]. \quad (\text{C.21})$$

Ovaj pristup je sasvim korektan kada je uzorak duguljastog oblika i izmjenično magnetsko polje je uzduž najdulje dimenzije, no u slučaju kada je ono okomito na

najveću plohu uzorka dobro je uvesti dodatnu korekciju. Naime, u toj konfiguraciji odziv uzorka daje značajnu transversalnu komponentu vanjskom polju (demagnetizacija) i ono "zaobilazi" uzorak u većem luku. Tada je odziv uzorka pojačan zbog veće jakosti polja na njegovim rubovima i potrebno je odrediti taj faktor pojačanja, tj. demagnetizacijski faktor. Ovaj efekt je sasvim geometrijski i još 1945.g. je za slučaj troosnog elipsoida pokazano da je jakost polja na njegovim rubovima dana s

$$H_{elip} = \frac{H_0}{1 + (\mu_r - 1)N_m} \quad (C.22)$$

gdje je  $N_m$  demagnetizacijski faktor u smjeru vanjskog polja koji se odredi numerički preko integrala

$$N_{abc} = \frac{abc}{2} \int_0^\infty \frac{ds}{(s + a^2)\sqrt{(s + a^2)(s + b^2)(s + c^2)}}, \quad (C.23)$$

gdje su veličine  $a$ ,  $b$  i  $c$  poluosi elipsoida. Za proračun demagnetizacijskog faktora za slučaj pravokutne prizme [41] smo saznali preko dr. Mladena Prestera s Instituta za fiziku (Zagreb), no tek za vrijeme pisanja disertacije, pa se u svim analizama koristio izraz za troosni elipsoid. Puni izraz za simetriju pravokutne prizme je:

$$\begin{aligned} \pi N_m^p = & \frac{b^2 - c^2}{2bc} \ln \left[ \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} - a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + a} \right] + \frac{a^2 - c^2}{2ac} \ln \left[ \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} - b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + b} \right] + \\ & + \frac{b}{2c} \ln \left[ \frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{\sqrt{a^2 + b^2} - a} \right] + \frac{a}{2c} \ln \left[ \frac{\sqrt{a^2 + b^2} + b}{\sqrt{a^2 + b^2} - b} \right] + \frac{c}{2a} \ln \left[ \frac{\sqrt{c^2 + b^2} - b}{\sqrt{c^2 + b^2} + b} \right] + \\ & + \frac{c}{2b} \ln \left[ \frac{\sqrt{c^2 + a^2} - a}{\sqrt{c^2 + a^2} + a} \right] + 2\text{Arctg} \left[ \frac{ab}{c\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right] + \frac{a^3 + b^3 - 2c^3}{3abc} + \\ & + \frac{a^2 + b^2 - 2c^2}{3abc} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{c}{ab} \left( \sqrt{a^2 + c^2} + \sqrt{b^2 + c^2} \right) - \\ & - \frac{(a^2 + b^2)^{3/2} + (c^2 + b^2)^{3/2} + (a^2 + c^2)^{3/2}}{3abc}, \end{aligned} \quad (C.24)$$

ali, iako je korektnije njega koristiti u proračunu, zaključci ovog rada se time ne mijenjaju te se oni nisu ponavljali.

Uvrštavanjem efekta demagnetizacije u račun za  $P(\omega)$ , slijedi da konačan izraz

$$P(\omega) = \frac{i\omega\mu_0 H_0^2}{2} \frac{\mu(\omega)}{1 + (\mu(\omega) - 1)N_m}, \quad (C.25)$$

gdje je  $\mu(\omega)$  isti kao u relaciji (C.21).

# Dodatak D

## Program za izračunavanje vodljivosti iz mjerenih podataka

Program za proračunavanje otpornosti  $\rho_{ab}$  i  $\rho_c$  je napisan u programskom paketu Mathematica, a kôd programa jest:

```
Needs["NonlinearRegression`"]

iMod = 2; (* ODABIR MODA *)
Modovi = {"TE111", "TE211", "TE113"};
f = {9.29864, 13.1, 17.34833} 10^9;
 $\omega$  = 2  $\pi$  f;
f0 = f[[iMod]];
 $\omega$ 0 =  $\omega$ [[iMod]];
MOD = Modovi[[iMod]]

TE211

 $\mu_0$  = 4  $\pi$  10^-7;
 $\epsilon_0$  = 8.854  $\times$  10^-12;
k0 =  $\omega$ 0  $\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ ;
Sn1 = 1 / (400  $\times$  10^-8)
Sn2 = 1 / (0.35  $\times$  10^-2)

ktt[ $\sigma$ T1_,  $\sigma$ T2_] := i k0 Sqrt[1 - i ( $\sigma$ T1 - i  $\sigma$ T2) / ( $\epsilon_0 \omega$ 0)];
```



```

a = (1.92 × 10-3) / 2; (*stranica u smjeru x*)
a1 = (0.36 × 10-3) / 2; (*stranica u smjeru y*)
b = (0.52 × 10-3) / 2; (*stranica u smjeru z*)
k[σ_] := ktt[σ, 0] (*izotropni k iz jednadzbe*)
sigma200 = 4. × 105
1 / sigma200
400 000.

2.5 × 10-6

alpha[m_] := π m / (2 a); (*rubni uvjet koji daje 0 na bockama x=-a,
a za slucaj kada je Ch duz y*)
beta[m_, σA_, σB_] := √(ktt[σA, 0]^2 + (alpha[m])^2 σA / σB); (*ky za taj slucaj*)
alpha1[m_] := π m / (2 a1); (*rubni uvjet koji daje 0 na bockama x=-a,
a za slucaj kada je Ch duz y*)
beta1[m_, σA_, σB_] := √(ktt[σA, 0]^2 + (alpha1[m])^2 σA / σB); (*ky za taj slucaj*)

gama[m_] := π m / (2 b); (*rubni uvjet koji daje 0 na bockama y=-b,
b za slucaj kada je Ch duz x*)
delta[m_, σB_, σA_] := √(ktt[σB, 0]^2 + (gama[m])^2 σB / σA); (*kx za taj slucaj*)

NN1 = 59;
B[x_, y_, σA_, σB_] := - ∑m=0NN1 (  $\frac{\text{Sin}[\alpha[2m+1](x+a)] \text{Cosh}[\beta[2m+1, \sigma_A, \sigma_B](y)]}{(2m+1) \text{Cosh}[b \beta[2m+1, \sigma_A, \sigma_B]]} +$ 
 $\frac{\text{Sin}[\gamma[2m+1](y+b)] \text{Cosh}[\delta[2m+1, \sigma_B, \sigma_A]x]}{(2m+1) \text{Cosh}[a \delta[2m+1, \sigma_B, \sigma_A]]}$  );
(*suma bi trebala ici do ∞ no ovo je dovoljan broj za vidjeti sliku*)

mu[σA_, σB_] := - ∑m=0NN1 (  $\frac{2 (\text{Tanh}[\beta[2m+1, \sigma_A, \sigma_B](b)])}{\alpha[2m+1] (2m+1) \beta[2m+1, \sigma_A, \sigma_B]} +$ 
 $\frac{2 (\text{Tanh}[\delta[2m+1, \sigma_B, \sigma_A]a])}{(2m+1) \gamma[2m+1] \delta[2m+1, \sigma_B, \sigma_A]}$  )

mul[σA_, σB_] := (a / a1) - ∑m=0NN1 (  $\frac{2 (\text{Tanh}[\beta_1[2m+1, \sigma_A, \sigma_B](b)])}{\alpha_1[2m+1] (2m+1) \beta_1[2m+1, \sigma_A, \sigma_B]} +$ 
 $\frac{2 (\text{Tanh}[\delta[2m+1, \sigma_B, \sigma_A]a_1])}{(2m+1) \gamma[2m+1] \delta[2m+1, \sigma_B, \sigma_A]}$  )

Ndem[x_, y_, z_] :=  $\frac{xyz}{2}$  NIntegrate[  $\frac{1}{(s+z^2) \sqrt{(s+x^2)(s+y^2)(s+z^2)}}$ , {s, 0, ∞} ]

Nt = Ndem[2 b, 2 a, 2 a1]
Nt1 = Ndem[2 b, 2 a1, 2 a]

PwPoy[σA_, σB_] := -  $\frac{\omega_0 \mu_0}{2}$  Im[  $\frac{\text{mu}[\sigma_A, \sigma_B]}{1 + Nt (\text{mu}[\sigma_A, \sigma_B] - 1)}$  ]
PwPoy1[σA_, σB_] := -  $\frac{\omega_0 \mu_0}{2}$  Im[  $\frac{\text{mul}[\sigma_A, \sigma_B]}{1 + Nt1 (\text{mul}[\sigma_A, \sigma_B] - 1)}$  ]
ImPPoy[σA_, σB_] :=  $\frac{\omega_0 \mu_0}{2}$  Re[  $\frac{\text{mu}[\sigma_A, \sigma_B]}{1 + Nt (\text{mu}[\sigma_A, \sigma_B] - 1)}$  ]

```

$$\text{ImPPoyl}[\sigma A, \sigma B] := \frac{\omega_0 \mu_0}{2} \text{Re} \left[ \frac{\text{mul}[\sigma A, \sigma B]}{1 + \text{Nt1}(\text{mul}[\sigma A, \sigma B] - 1)} \right]$$

```

DatotekaTAC = "E:\Znanost\g200809\Hg1201\Nature\QfACMathdata2.dat"
DatotekaTAB = "E:\Znanost\g200809\Hg1201\Nature\QfABMathdata2.dat"
DatotekaSafir = "E:\Znanost\g200809\Hg1201\Nature\SafirInt18052009.dat"
PodaciTAC = ReadList[DatotekaTAC,
  {Real, Real, Real, Real, Real, Real, Real, Real, Real, Byte}];
PodaciTAB = ReadList[DatotekaTAB, {Real, Real, Real, Real,
  Real, Real, Real, Real, Real, Real, Byte}];
PodaciSafir = ReadList[DatotekaSafir, {Real, Real, Real, Real, Real, Real, Real, Byte}];
jt = Length[PodaciTAC]

Q = Table[0, {i, 1, jt}];
Qab = Table[0, {i, 1, jt}];
ff = Table[0, {i, 1, jt}];
ffab = Table[0, {i, 1, jt}];
QB1 = Table[0, {i, 1, jt}];
QabB1 = Table[0, {i, 1, jt}];
ffB1 = Table[0, {i, 1, jt}];
ffabB1 = Table[0, {i, 1, jt}];
QB6 = Table[0, {i, 1, jt}];
QabB6 = Table[0, {i, 1, jt}];
ffB6 = Table[0, {i, 1, jt}];
ffabB6 = Table[0, {i, 1, jt}];
QB12 = Table[0, {i, 1, jt}];
QabB12 = Table[0, {i, 1, jt}];
ffB12 = Table[0, {i, 1, jt}];
ffabB12 = Table[0, {i, 1, jt}];
QB16 = Table[0, {i, 1, jt}];
QabB16 = Table[0, {i, 1, jt}];
ffB16 = Table[0, {i, 1, jt}];
ffabB16 = Table[0, {i, 1, jt}];
(* Nuliranje tablica *)

Temp = PodaciTAC[[Range[jt], 1]];
Q = PodaciTAC[[Range[jt], 2]] - PodaciSafir[[Range[jt], 2]];
QB1 = PodaciTAC[[Range[jt], 4]] - PodaciSafir[[Range[jt], 2]];
QB6 = PodaciTAC[[Range[jt], 6]] - PodaciSafir[[Range[jt], 2]];
QB12 = PodaciTAC[[Range[jt], 8]] - PodaciSafir[[Range[jt], 2]];
QB16 = PodaciTAC[[Range[jt], 10]] - PodaciSafir[[Range[jt], 2]];
qqq = Q[[10]](*-.048*) - .05;(*-.2za lijepi roC*)
Q = Q - qqq;
QB1 = QB1 - qqq;
QB6 = QB6 - qqq;
QB12 = QB12 - qqq;
QB16 = QB16 - qqq;

safQab = 0;
Qab = PodaciTAB[[Range[jt], 2]] - safQab PodaciSafir[[Range[jt], 4]];
QabB1 = PodaciTAB[[Range[jt], 4]] - safQab PodaciSafir[[Range[jt], 4]];

```

```

QabB6 = PodaciTAB[[Range[jt], 6]] - safQab PodaciSafir[[Range[jt], 4]];
QabB12 = PodaciTAB[[Range[jt], 8]] - safQab PodaciSafir[[Range[jt], 4]];
QabB16 = PodaciTAB[[Range[jt], 10]] - safQab PodaciSafir[[Range[jt], 4]];
qqAB = Qab[[9]] (*-.0003;*)
Qab = Qab - qqAB;
QabB1 = QabB1 - qqAB;
QabB6 = QabB6 - qqAB;
QabB12 = QabB12 - qqAB;
QabB16 = QabB16 - qqAB;

QexpTab = Table[{Temp[[i]], Q[[i]]}, {i, 1, jt}];
QexpTabB1 = Table[{Temp[[i]], QB1[[i]]}, {i, 1, jt}];
QexpTabB6 = Table[{Temp[[i]], QB6[[i]]}, {i, 1, jt}];
QexpTabB12 = Table[{Temp[[i]], QB12[[i]]}, {i, 1, jt}];
QexpTabB16 = Table[{Temp[[i]], QB16[[i]]}, {i, 1, jt}];

QabexpTab = Table[{Temp[[i]], Qab[[i]]}, {i, 1, jt}];
QabexpTabB1 = Table[{Temp[[i]], QabB1[[i]]}, {i, 1, jt}];
QabexpTabB6 = Table[{Temp[[i]], QabB6[[i]]}, {i, 1, jt}];
QabexpTabB12 = Table[{Temp[[i]], QabB12[[i]]}, {i, 1, jt}];
QabexpTabB16 = Table[{Temp[[i]], QabB16[[i]]}, {i, 1, jt}];

FC0 = 1.9; (*2 za lijepi roC*)
ff = PodaciTAC[[Range[jt], 3]] - 1.1 PodaciSafir[[Range[jt], 3]] - FC0;
ffB1 = PodaciTAC[[Range[jt], 5]] - 1.1 PodaciSafir[[Range[jt], 3]] - FC0;
ffB6 = PodaciTAC[[Range[jt], 7]] - 1.1 PodaciSafir[[Range[jt], 3]] - FC0;
ffB12 = PodaciTAC[[Range[jt], 9]] - 1.1 PodaciSafir[[Range[jt], 3]] - FC0;
ffB16 = PodaciTAC[[Range[jt], 11]] - 1.1 PodaciSafir[[Range[jt], 3]] - FC0;

FAB0 = 0.25; (*.3 za lijepi roC*)
safFab = 1.05;
ffab = PodaciTAB[[Range[jt], 3]] - safFab * PodaciSafir[[Range[jt], 6]] - FAB0;
ffabB1 = PodaciTAB[[Range[jt], 5]] - safFab PodaciSafir[[Range[jt], 6]] - FAB0;
ffabB6 = PodaciTAB[[Range[jt], 7]] - safFab PodaciSafir[[Range[jt], 6]] - FAB0;
ffabB12 = PodaciTAB[[Range[jt], 9]] - safFab PodaciSafir[[Range[jt], 6]] - FAB0;
ffabB16 = PodaciTAB[[Range[jt], 11]] - safFab PodaciSafir[[Range[jt], 6]] - FAB0;

ffexpTab = Table[{Temp[[i]], -ff[[i]]}, {i, 1, jt}];
ffexpTabB1 = Table[{Temp[[i]], -ffB1[[i]]}, {i, 1, jt}];
ffexpTabB6 = Table[{Temp[[i]], -ffB6[[i]]}, {i, 1, jt}];
ffexpTabB12 = Table[{Temp[[i]], -ffB12[[i]]}, {i, 1, jt}];
ffexpTabB16 = Table[{Temp[[i]], -ffB16[[i]]}, {i, 1, jt}];

ffabexpTab = Table[{Temp[[i]], -ffab[[i]]}, {i, 1, jt}];
ffabexpTabB1 = Table[{Temp[[i]], -ffabB1[[i]]}, {i, 1, jt}];
ffabexpTabB6 = Table[{Temp[[i]], -ffabB6[[i]]}, {i, 1, jt}];
ffabexpTabB12 = Table[{Temp[[i]], -ffabB12[[i]]}, {i, 1, jt}];
ffabexpTabB16 = Table[{Temp[[i]], -ffabB16[[i]]}, {i, 1, jt}];

```

```

NB = 5;
TcMax = Table[{0, 0}, {i, 1, NB}];
Tcf = Table[0, {i, 1, NB}];
Jcf = Table[0, {i, 1, NB}];
Ts = 0;
JJ = 0;
QMax = Table[Max[PodaciTAC[[All, 2 i]]], {i, 1, 5}];

Do[{If[QMax[[i]] == PodaciTAC[[j, 2 i]], {Ts = Temp[[j]], JJ = j}},
    {Tcf[[i]] = Ts, Jcf[[i]] = JJ}], {i, 1, NB}, {j, 1, jt}];

TcMax = Table[{Jcf[[i]], Tcf[[i]]}, {i, 1, NB}];
TcMax[[1, 2]] = 93;

OP92ac = ListLinePlot[{QexpTab, ffexpTab, QexpTabB1, ffexpTabB1,
    QexpTabB6, ffexpTabB6, QexpTabB12, ffexpTabB12, QexpTabB16, ffexpTabB16},
    PlotRange -> {All, {0, 26}}, Frame -> True, AxesOrigin -> {0, 0},
    Mesh -> None, FrameLabel -> {"T (K)", " $\Delta(1/2Q)$ , ( $\Delta f/f$ ) (ppm)"},
    PlotStyle -> {{RGBColor[1, 0, 0]}, {RGBColor[1, 0, 0], Dashed}, {RGBColor[.8, 0, 0]},
        {RGBColor[.8, 0, 0], Dashed}, {RGBColor[.6, 0, 0]}, {RGBColor[0.6, 0, 0], Dashed},
        {RGBColor[.4, 0, 0]}, {RGBColor[0.4, 0, 0], Dashed}, {RGBColor[0.2, 0, 0]},
        {RGBColor[0.2, 0, 0], Dashed}} (*, PlotMarkers -> {" $\Delta$ ", " $\Delta$ " *}, ImageSize -> 900]

OP92ab = ListLinePlot[{QabexpTab, ffabexpTab, QabexpTabB1, ffabexpTabB1, QabexpTabB6,
    ffabexpTabB6, QabexpTabB12, ffabexpTabB12, QabexpTabB16, ffabexpTabB16},
    PlotRange -> {All, {0, All}}, Frame -> True, AxesOrigin -> {0, 0},
    Mesh -> None, FrameLabel -> {"T (K)", " $\Delta(1/2 Q)$ , ( $\Delta f/f$ ) (ppm)"},
    PlotStyle -> {{RGBColor[0, 0, 1]}, {RGBColor[0, 0, 1], Dashed},
        {RGBColor[0, 0, 1]}, {RGBColor[0, 0, .8], Dashed}, {RGBColor[0, 0, .6]},
        {RGBColor[0, 0, 0.6], Dashed}, {RGBColor[0, 0, .4]}, {RGBColor[0, 0, 0.4], Dashed},
        {RGBColor[0, 0, 0.2]}, {RGBColor[0, 0, 0.2], Dashed}}, ImageSize -> 900]

iTemp200 = 389;
Filab = sigma200 / ( ( $\mu_0 \omega_0$ )
    (-2 Qab[[iTemp200]] ffab[[iTemp200]]) / (Qab[[iTemp200]] ^ 2 + ffab[[iTemp200]] ^ 2) ^ 2)
158.127

```

```

sigma2abexpTab = Table[{Temp[[i]],
  Filab ( $\mu_0 \omega_0$ ) (-Qab[[i]]^2 + ffab[[i]]^2) / (Qab[[i]]^2 + ffab[[i]]^2)^2}, {i, 1, jt}];
sigma1abexpTab = Table[{Temp[[i]], Filab ( $\mu_0 \omega_0$ )
  (-2 Qab[[i]] ffab[[i]]) / (Qab[[i]]^2 + ffab[[i]]^2)^2}, {i, 1, jt}];
ListPlot[{sigma1abexpTab, sigma2abexpTab}, PlotRange -> {{25, 120}, {0, All}}, Frame -> True
sigma1abexpTab[[iTemp200, 2]];
sigma2abexpTab[[iTemp200, 2]];
sigma2abexpTab[[20, 2]];
Print[" $\lambda_b(15) =$ ",  $10^9 * \sqrt{1 / (\omega_0 \mu_0 \text{sigma2abexpTab}[[20, 2]])}$ , " nm"]

LB2abTab3 = Table[{Temp[[i]], ( $\sqrt{1 / (\omega_0 \mu_0 \text{sigma2abexpTab}[[20, 2]])}$ )^3 /
  ( $\sqrt{1 / (\omega_0 \mu_0 \text{sigma2abexpTab}[[i, 2]])}$ )^3}, {i, 1, jt}];
ListLinePlot[LB2abTab3, PlotRange -> {{81, 94}, {0, .12}}, Frame -> True, AxesOrigin -> {0, 0}]

sigma2abexpTabB1 = Table[{Temp[[i]], Filab ( $\mu_0 \omega_0$ )
  (-QabB1[[i]]^2 + ffabB1[[i]]^2) / (QabB1[[i]]^2 + ffabB1[[i]]^2)^2}, {i, 1, jt}];
sigma1abexpTabB1 = Table[{Temp[[i]], Filab ( $\mu_0 \omega_0$ )
  (-2 QabB1[[i]] ffabB1[[i]]) / (QabB1[[i]]^2 + ffabB1[[i]]^2)^2}, {i, 1, jt}];
ListLinePlot[{sigma1abexpTabB1, sigma2abexpTabB1}, PlotRange -> {{00, 120}, All}, Frame -> True

sigma2abexpTabB6 = Table[{Temp[[i]], Filab ( $\mu_0 \omega_0$ )
  (-QabB6[[i]]^2 + ffabB6[[i]]^2) / (QabB6[[i]]^2 + ffabB6[[i]]^2)^2}, {i, 1, jt}];
sigma1abexpTabB6 = Table[{Temp[[i]], Filab ( $\mu_0 \omega_0$ )
  (-2 QabB6[[i]] ffabB6[[i]]) / (QabB6[[i]]^2 + ffabB6[[i]]^2)^2}, {i, 1, jt}];
ListLinePlot[{sigma1abexpTabB6, sigma2abexpTabB6}, PlotRange -> {{00, 120}, All}, Frame -> True

sigma2abexpTabB12 = Table[{Temp[[i]], Filab ( $\mu_0 \omega_0$ )
  (-QabB12[[i]]^2 + ffabB12[[i]]^2) / (QabB12[[i]]^2 + ffabB12[[i]]^2)^2}, {i, 1, jt}];
sigma1abexpTabB12 = Table[{Temp[[i]], Filab ( $\mu_0 \omega_0$ )
  (-2 QabB12[[i]] ffabB12[[i]]) / (QabB12[[i]]^2 + ffabB12[[i]]^2)^2}, {i, 1, jt}];
ListLinePlot[{sigma1abexpTabB12, sigma2abexpTabB12},
  PlotRange -> {{00, 120}, {0,  $5 \times 10^7$ }}, Frame -> True]

sigma2abexpTabB16 = Table[{Temp[[i]], Filab ( $\mu_0 \omega_0$ )
  (-QabB16[[i]]^2 + ffabB16[[i]]^2) / (QabB16[[i]]^2 + ffabB16[[i]]^2)^2}, {i, 1, jt}];
sigma1abexpTabB16 = Table[{Temp[[i]], Filab ( $\mu_0 \omega_0$ )
  (-2 QabB16[[i]] ffabB16[[i]]) / (QabB16[[i]]^2 + ffabB16[[i]]^2)^2}, {i, 1, jt}];
ListLinePlot[{sigma1abexpTabB16, sigma2abexpTabB16},
  PlotRange -> {{00, 120}, {0,  $3 \times 10^7$ }}, Frame -> True]
sigma1abexpTabB16[[iTemp200, 2]]
sigma2abexpTabB16[[iTemp200, 2]]

LB2abTab3[[153, 1]]

```

83.

```

LAzafit = Table[
  {Log[10, 1 - LB2abTab3[[i, 1]] / 91.6], Log[10, (LB2abTab3[[i, 2]])1/3]}, {i, 153, 170}]
pravac = Fit[LAzafit, {1, x}, x]
-0.0790292 + 0.272105 x

op92slab = ListLinePlot[{sigmalabexpTab, sigmalabexpTabB1, sigmalabexpTabB6,
  sigmalabexpTabB12, sigmalabexpTabB16}, PlotRange → {{70, 120}, {0, 6 × 106}},
  Frame → True, FrameLabel → {"T (K)", "sigmalab (T,B)"}, ImageSize → 900]
op92s2ab = ListLinePlot[{sigma2abexpTab, sigma2abexpTabB1, sigma2abexpTabB6,
  sigma2abexpTabB12, sigma2abexpTabB16}, PlotRange → {{70, 120}, {0, 2 × 106}},
  Frame → True, FrameLabel → {"T (K)", "sigma2ab (T,B)"}, ImageSize → 900]

```

## Dodatak E

# Račun za nelinearno širenje topline u nosaču uzorka

U jednodimenzionalnom linearnom slučaju konstanta difuzije topline je neovisna o  $x$  i  $t$ , te je dinamika širenja topline opisana relacijom:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (\text{E.1})$$

gdje je  $u(x, t)$  vrijednost temperature na mjestu  $x$  u vremenu  $t$ . Da bismo problem riješili numerički, prostor i vrijeme diskretiziramo i to tako da se prostorna koordinata mijenja na način  $a, a + \Delta x, \dots, a + J\Delta x$ , a vrijeme na način  $0, \Delta t, \dots, N\Delta t$ . Tada raspodjela temperature postaje  $u_j^n = u(a + j\Delta x, n\Delta t)$ .

Uvrstimo li ova razmatranja u diferencijalnu jednadžbu ona postaje:

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = k \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2}. \quad (\text{E.2})$$

Grupiranjem pojedinih članova relacija se može svesti na:

$$u_j^{n+1} = u_j^n + \frac{k\Delta t}{\Delta x^2} (u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n) = s (u_{j+1}^n + u_{j-1}^n) + (1 - 2s)u_j^n, \quad (\text{E.3})$$

pri čemu je  $s = k\Delta t/\Delta x^2$ . Na ovaj način ako u trenutku  $n$  znamo raspodjelu temperature  $u_j^n$  tada računamo evoluciju te raspodjele u trenutku  $n + 1$ . Na položajima 0 i  $J\Delta x$  raspodjela temperature neće slijediti jednadžbu već će tu vrijednosti temperature biti određene rubnim uvjetima. Zadnji član u izrazu kaže kako se toplina na položaju  $u_j^n$  širi na susjedne položaje i zadržava udio  $1 - 2s$ . Primijetimo ako je  $1 - 2s \leq 0$  tada svaki dio izbacuje više topline nego što ima. Jasno, takav proces je nefizikalan i on nam

postavlja ograničenje na našu numeričku analizu. Da bi rješenje problema bilo moguće, naša varijabla  $s$  mora biti manja od 0.5. Dakle, izbor vremenskih i prostornih koraka određen je uvjetom

$$\frac{k\Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2}. \quad (\text{E.4})$$

U slučaju da je konstanta difuzije temperaturno ovisna, širenjem topline vrijednost  $k$  na položaju  $x$  ovisi o temperaturi u toj točki, odnosno jednačba difuzije postaje:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) = k(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k'(x) \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{E.5})$$

Osim u par ograničenih slučajeva, ovisnost  $k(T)$  se ne dá opisati nekom lijepom funkcijom, pa je rješenje jedino moguće naći numerički. Diskretizacijom diferencijalne jednačbe dobivamo:

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = k_j \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2} + \frac{k_{j+1} - k_{j-1}}{2\Delta x} \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x}, \quad (\text{E.6})$$

pri čemu je sada  $k_j = k(a + j\Delta x)$ . Sređivanjem izraza slijedi:

$$u_j^{n+1} = s_j (u_{j+1}^n + u_{j-1}^n) + (1 - 2s_j)u_j^n + \frac{1}{4} (s_{j+1} - s_{j-1}) (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) \quad (\text{E.7})$$

gdje je sada i transfer topline za  $\Delta x$  u vremenu  $\Delta t$  određen sa  $s_j = k_j\Delta t/\Delta x^2$ . Vidimo da je uvjet stabilnosti još uvijek prisutan u obliku  $1 - 2s_j$ , što znači da će najveća vrijednost  $s_j$  odrediti broj segemenata  $\Delta x$ ,  $\Delta t$  (tj.  $J$  i  $N$ ). Budući je broj prostornih segemenata unutar određenog proračuna određen ukupnom duljinom nosača, a  $k_j$  ovisan o temperaturi, vremenski pomak  $\Delta t$  ne mora biti fiksiran. Naime, vrijednost vremenskog pomaka je određena relacijom:

$$\frac{k_j^n \Delta t^n}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2}, \quad (\text{E.8})$$

te je dovoljno naći najveću vrijednost  $k_j^n$  unutar svih segemenata  $j = 1, \dots, J$  za dani trenutak  $n$  i postaviti najveću vrijednost  $\Delta t$  kojom je ispunjena gornja relacija. Na ovaj način virtualni vremenski pomak ( $\Delta t$ ) prati trenutne uvjete računa i ukupno vrijeme proračuna se znatno skraćuje. Primijetimo da se vrijednost konstante toplinske difuzije u području 30-200 K promijeni za gotovo četiri reda veličine, što znači da je nekonstantnim  $\Delta t$  potrebno izračunati znatno manje točaka.



Program je napisan u programskom paketu Matlab, a reci kôda su:

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Program to calculate nonlinear heat spreading through a 1D (sapphire) rod
% of length rangex. Boundary conditions are: a) isolated (vacuum) end for
% x=0 (du/dx|(x=0)=0), and linear heating with time for end x=rangex.
% This version doesn't use equidistant time scale because since the diffusion
% constant depends on temperature, every next step (in case of heating) can
% use larger time increments which eventually saves time of the calculation.
% New time increment is controlled by a parameter critV (∈ ]0,1[) which also
% controls the stability of the program.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all
close all

% the x space, range and grid size. It is important to note that the
% increasing the number of space steps quadratically increases the number of
% time steps

rangex=0.05;
qx=11;
dx=rangex/(qx-1); % grid finesse
x=0:dx:rangex;

% defining the dimensions of the diffusion matrix
e=ones(qx,1,'double');
s=e;
y=e;

% Reading the values of Diff constant (for Al2O3) for different
% temperatures. The values were obtained from the literature and
% interpolated on an equidistant temperature table with resolution of 0.5K.
```

```

%The table covers the range from 0.5 - 350 K
Dtocke=load('-ascii', 'C:\ Matlab \ work \ SafirD.dat');
Top=length(Dtocke);

%initial conditions of the holder and max temperature of heating
u00=60;
rmp1=200; %temperature at which the heating rate changes from HV1 to HV2
tmax=300;
u=u00*ones(qx,2,'double');

    % For a given starting temperature u00, function TN determines the starting
%halfinteger value of the reference temperature. Reference temperature is
%sets the the values which are stored in an output file. This saves memory
%space, becuse instead of writting nonequidistant temperature increments ranging for
%e.g. 0.01 K to 0.4 K,the program "waits" for heating to reach a certain
%fixed temperature. Program is now set for increments of 0.5 K

Tn0=TN(u00,Dtocke,Top);
nT0=NT(u00,Dtocke,Top);
Tref=Tn0;
nTref=nT0;

%Calculating the starting time increment by keeping the value of
%critV smaller than 1 for program stability. Since at different positions
%of the holder we have different temp., max value of D is used to set dt

Dmax=max(DSap2(u(:,2),Dtocke,Top));
critV=0.97;
dt=critV*0.5*dx.^2/Dmax;

%space distribution the diffusion constant
s(:,1)=dt.*DSap2(u(:,1),Dtocke,Top)./(dx).^2;

```

```

    %heating rate K/60sec
    HV1=1/60.;
    HV2=0.5/60.;

    %calculating the initial number of time iterations
    ranget=(tmax-u00)./HV1;
    qt=round(1+ranget./dt);

    %constants used in calculations. dt2-next time step; dt3-total time elapsed
    dt2=dt;
    dt3=dt;

    %check if the file for writting the data exist; if yes overwrite and
    %start writting new data.
    file2=strcat('Saf_tmp1_',num2str(u00),'tmp2_'...
    ,num2str(tmax),'crV_',num2str(critV),'mapxQx_nw',num2str(qx),'.dat');
    fopen(file2, 'w');

    for n=1:qt-1;

    for j=2:qx-1;

    u(j,2)=u(j+1,1).*(s(j,1)+0.25.*(s(j+1,1)-s(j-1,1)))+(1-2.*s(j,1)).*u(j,1)+u(j-1,1).*(s(j,1)-
    0.25.*(s(j+1,1)-s(j-1,1)));

    end

    %first boundary condition
    u(1,2)=0.25.*(u(2,1).*(3.*s(1,1)+s(2,1))+u(1,1).*(4-s(2,1)-3.*s(1,1)));

```

```

%checking the heating rate
HV=0.5*(HV1*(sign(rmp1-u(qx,1))+1)+HV2*(sign(u(qx,1)-rmp1)+1));

%second boundary condition
u(qx,2)=HV*dt2+u(qx,1);

%dt2 changes in each iteration and is used to calculate the increase in
%temperature, while dt1 and dt3 are last and new total time,
%respectively.

Dmax=max(DSap2(u(:,2),Dtocke,Top));
dt1=dt3;
dt2=critV*0.5*dx.^2/Dmax;
dt3=dt1+dt2;

s(:,1)=dt2.*DSap2(u(:,2),Dtocke,Top)./(dx).^2;

%since active time increments are relatively small, the program writes
%only some. Since the entire measurement spans from 77-300 K, a good
%estimate of the temperature increment is (e.g.) 0.5K in u(qx,1).
%LED controls whether previous and new temperature on x=rangex,
%"envelopes" the reference temperature. The parameter is named after the
%control light signaling "red" (logical 0) or "green" (logical 1)

LED=and(le(u(qx,1),Tref),ge(u(qx,2),Tref));

if (or(LED==1,n==1));

%When the current and the previous distribution is above and below the
%reference temperature Tref, the data are interpolated to a time tref
%at which x=rangex was at Tref. The interpolated values are placed in

```

```

%Dtest, with an additional value at 1 which is tref.

Dtest=(uref(u,dt1,dt3,Tref)).';

%print of the inteporlated temperature distribution, in order to
%visually check the program convergence
y=Dtest(2:qx+1).';

    % plot(x(:),y(:),'-bo')
% xlabel('l(mm)');
% ylabel('T(K)');
%pause(0.1)

dlmwrite(file2,Dtest(1,:),'-append','delimiter','^','precision', 9);

%moving the reference temperature to the next value
nTref=nTref+1;
Tref=Dtocke(nTref,1);

end

%setting the new temperature distribution as initial values for the next
%iteration

u(:,1)=u(:,2);

% Checking wheteher the heating has reached the maximum value tmax
if (gt(u(qx,2),tmax))

%drawing the temp distribution
Distf=load('-ascii', file2);
llT=size(Distf,1);

```

```

Tdist=zeros(llT,qx);

for i=1:llT;
Tdist(i,:)=Distf(i,2:qx+1)-Distf(i,2)*ones(1,qx);
end

T0grid=Distf(:,qx+1).';

figure(001);
clear slika
slika=surf(x(:),T0grid(:),Tdist(:,:))

xlabel('\it {1 (\rm {mm})}');
ylabel('\it {T_0 (\rm {K})}');
zlabel('\it {\Delta T (\rm {K})}');
set(slika,'EdgeColor','none');
colormap jet;%alpha(.8)
pause

break
end

%toc

end

```

# Dodatak F

## Vodljivost za slučaj $H \neq 0$ , $\omega \neq 0$

### F.1 Drudeov model

U prisustvu vanjskog magnetskog polja ( $\mathbf{H} = H\mathbf{e}_z$ ) jednadžbe Drudeova modela za harmoničku pobudu imaju dodatan član:

$$\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = -\frac{\mathbf{p}(t)}{\tau} - e\mathbf{E}(t) + \frac{e}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{H}. \quad (\text{F.1})$$

Lako možemo slijediti izvod 2.9–2.13, pri čemu raspíšemo  $\mathbf{j}$  po komponentama i dobivamo

$$\begin{aligned} (1 - i\omega\tau)j_x(\omega) &= \frac{ne^2\tau}{m}E_x(\omega) + \frac{e\tau}{mc}j_yH, \\ (1 - i\omega\tau)j_y(\omega) &= \frac{ne^2\tau}{m}E_y(\omega) - \frac{e\tau}{mc}j_xH, \\ (1 - i\omega\tau)j_z(\omega) &= \frac{ne^2\tau}{m}E_z(\omega). \end{aligned} \quad (\text{F.2})$$

sustav jednadžbi. Uvedemo li pokrate:

$$\sigma^{dc} = \frac{ne^2\tau}{m}, \quad \sigma(\omega) = \frac{\sigma^{dc}}{(1 - i\omega\tau)}, \quad \omega_c = \frac{eH}{mc}, \quad (\text{F.3})$$

prethodni sustav možemo svesti na oblik:

$$\begin{aligned} j_x(\omega) &= \sigma^{dc} \frac{1 - i\omega\tau}{(\omega_c\tau)^2 + (1 - i\omega\tau)^2} E_x(\omega) + \sigma^{dc} \frac{\omega_c\tau}{(\omega_c\tau)^2 + (1 - i\omega\tau)^2} E_y(\omega), \\ j_y(\omega) &= \sigma^{dc} \frac{1 - i\omega\tau}{(\omega_c\tau)^2 + (1 - i\omega\tau)^2} E_y(\omega) - \sigma^{dc} \frac{\omega_c\tau}{(\omega_c\tau)^2 + (1 - i\omega\tau)^2} E_x(\omega), \\ j_z(\omega) &= \frac{\sigma^{dc}}{(1 - i\omega\tau)}. \end{aligned} \quad (\text{F.4})$$

Komponente tenzora vodljivosti u ravnini okomitoj na smjer polja su stoga:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} = \sigma_{yy} &= \sigma^{dc} \frac{1 - i\omega\tau}{(\omega_c\tau)^2 + (1 - i\omega\tau)^2}, \\ \sigma_{xy} = -\sigma_{yx} &= \sigma^{dc} \frac{\omega_c\tau}{(\omega_c\tau)^2 + (1 - i\omega\tau)^2}.\end{aligned}\quad (\text{F.5})$$

## F.2 Boltzmannove jednadžbe

Za rješenje Boltzmannovih jednadžbi situacija je nešto kompliciranija jer tražimo rješenje izraza:

$$i(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}(\mathbf{p}) + i\Gamma)g(\mathbf{p}) = e \sum_{\alpha} E_{\alpha} v_{\alpha}(\mathbf{p}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon(\mathbf{k})} + \frac{e}{c} \sum_{\alpha\beta} \frac{(\mathbf{v} \times \mathbf{H})_{\alpha}}{m_{\alpha\beta}} \frac{\partial g(\mathbf{p})}{\partial v_{\beta}}, \quad (\text{F.6})$$

pri čemu je kao i ranije  $\Gamma = 1/\tau$ . Radi pojednostavljenja problema, ponovno pretpostavljamo da je magnetsko polje u  $z$ -smjeru ( $\mathbf{H} = \mathbf{e}_z H$ ), a indeksi  $\alpha$  i  $\beta$  označavaju komponente  $x, y$ .

Pretpostavljamo da, kao u prethodnom slučaju, rješenje sadrži dijagonalne i nedijagonalne članove obzirom na komponente električnog polja:

$$g(\mathbf{k}) = \sum_{\alpha} [a_{\alpha} v_{\alpha}(\mathbf{p}) E_{\alpha} + b_{\alpha} v_{\alpha}(\mathbf{p}) (\mathbf{H} \times \mathbf{E})_{\alpha}], \quad (\text{F.7})$$

pri čemu su  $(a_{\alpha})$  i  $(b_{\alpha})$  nepoznate komponente. Uvrstimo li ovaj izraz u F.6, i uvedemo pokratu  $\tilde{\Gamma} = \omega - \mathbf{k}\mathbf{v}(\mathbf{p}) + i\Gamma$ , izraz poprima oblik:

$$\sum_{\alpha} v_{\alpha} E_{\alpha} (-i\tilde{\Gamma} a_{\alpha} + e \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}) - i\tilde{\Gamma} b_{\alpha} v_{\alpha} (\mathbf{H} \times \mathbf{E})_{\alpha} + \frac{e}{c} \frac{1}{m_{\alpha\alpha}} (\mathbf{v} \times \mathbf{H})_{\alpha} (a_{\alpha} E_{\alpha} + b_{\alpha} (\mathbf{H} \times \mathbf{E})_{\alpha}) = 0. \quad (\text{F.8})$$

Korištenjem identiteta

$$\begin{aligned}(\mathbf{a} \times \mathbf{b})(\mathbf{c} \times \mathbf{d}) &= (\mathbf{ac})(\mathbf{bd}) - (\mathbf{ad})(\mathbf{bc}), \\ \mathbf{a}(\mathbf{a} \times \mathbf{c}) &= \mathbf{b}(\mathbf{c} \times \mathbf{d}),\end{aligned}\quad (\text{F.9})$$



slijedi

$$\begin{aligned}(\mathbf{v} \times \mathbf{H})(\mathbf{H} \times \mathbf{E}) &= -(\tilde{\mathbf{v}}\mathbf{E})\mathbf{H}^2, \\ \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) &= \mathbf{v}(\mathbf{H} \times \tilde{\mathbf{E}}),\end{aligned}\tag{F.10}$$

i naša jednadžba se može svesti na oblik:

$$\sum_{\alpha} \left\{ v_{\alpha} E_{\alpha} \left[ -i\tilde{\Gamma} a_{\alpha} + e \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - \frac{e}{cm_{\alpha\alpha}} H^2 b_{\alpha} \right] + v_{\alpha} (\mathbf{H} \times \mathbf{E})_{\alpha} \left[ -i\tilde{\Gamma} b_{\alpha} + \frac{e}{cm_{\alpha\alpha}} a_{\alpha} \right] \right\} = 0.\tag{F.11}$$

pri čemu smo uveli supstitucije

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{v}} &= \left( \frac{v_x b_y}{m_{yy}}, \frac{v_y b_x}{m_{xx}} \right), \\ \tilde{\mathbf{E}} &= \left( \frac{a_x E_x}{m_{xx}}, \frac{a_y E_y}{m_{yy}} \right).\end{aligned}\tag{F.12}$$

Kako se radi o dvije ortogonalne komponente, svaka zagrada [...] mora iščeznuti:

$$\begin{aligned}i\tilde{\Gamma} a_{\alpha} + \frac{e}{cm_{\alpha\alpha}} H^2 b_{\alpha} &= e \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}, \\ -i\tilde{\Gamma} b_{\alpha} + \frac{e}{cm_{\alpha\alpha}} a_{\alpha} &= 0.\end{aligned}\tag{F.13}$$

Iz zadnjih relacija slijedi da je:

$$a_{\alpha} = \frac{-ie\tilde{\Gamma}}{\tilde{\Gamma}^2 - \omega_c^2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}, \quad b_{\alpha} = \frac{-e^2}{cm_{\alpha\alpha}} \frac{1}{\tilde{\Gamma}^2 - \omega_c^2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon},\tag{F.14}$$

pri čemu je

$$\omega_c = \frac{eH}{c\sqrt{m_{\alpha\alpha}m_{\alpha\alpha}}}.\tag{F.15}$$

Kako je očekivana vrijednost operatora struje

$$j_{\alpha}^{ind} = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}\sigma} ev_{\alpha}(\mathbf{k})g(\mathbf{k}),\tag{F.16}$$

uvrštavanjem izraza za  $a_{\beta}$  i  $b_{\beta}$ , te sređivanjem relacije slijedi:

$$j_{\alpha}^{ind} = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}\sigma} ev_{\alpha}(\mathbf{k}) \sum_{\beta} \left[ v_{\beta}(\mathbf{k})E_{\beta} + v_{\beta}(\mathbf{k})(\mathbf{H} \times \mathbf{E})_{\beta} \frac{e}{i\tilde{\Gamma}cm_{\beta\beta}} \right] a_{\beta},\tag{F.17}$$

$$j_{\alpha}^{ind} = -\frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}\sigma} v_{\alpha}^2(\mathbf{k}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{1}{\tilde{\Gamma}^2 - \omega_c^2} \left[ ie^2\tilde{\Gamma}E_{\alpha} + (\mathbf{H} \times \mathbf{E})_{\alpha} \frac{e^3}{cm_{\alpha\alpha}} \right].\tag{F.18}$$

# Dodatak G

## Popis radova

M. S. Grbić, N. Barišić, A. Dulčić, I. Kupčić, Y. Li, X. Zhao, G. Yu, M. Dressel, M. Greven, M. Požek, “Distinctive Behavior of Superconducting Fluctuations and Pseudogap in Nearly Optimally Doped Single Crystal of  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ ”, *Phys. C* **470**, 228 (2010).

M. S. Grbić, N. Barišić, A. Dulčić, I. Kupčić, Y. Li, X. Zhao, G. Yu, M. Dressel, M. Greven, M. Požek, “Microwave measurements of the in-plane and  $c$ -axis conductivity in  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ : Discriminating between superconducting fluctuations and pseudogap effects”, *Phys. Rev. B* **80**, 094511 (2009).

A. Narduzzo, M. S. Grbić, M. Požek, A. Dulčić, D. Paar, A. Kondrat, C. Hess, I. Hellmann, R. Klingeler, J. Werner, A. Köhler, G. Behr, B. Büchner, “Upper critical field, penetration depth, and depinning frequency of the high-temperature superconductor  $\text{LaFeAs}_{0.9}\text{F}_{0.1}$  studied by microwave surface impedance”, *Phys. Rev. B* **78**, 012507 (2008).

M. S. Grbić, D. Janjušević, M. Požek, A. Dulčić, T. Wagner, “Microwave study of magnetic field penetration parallel to thin niobium films”, *Phys. C* **460-462**, 1293 (2007).

M. Požek, M. S. Grbić, D. Janjušević, A. Dulčić, T. Wagner, “Mixed state conductivity of thin niobium films in perpendicular magnetic fields”, *Phys. C* **460-462**,

1291 (2007).

D. Janjušević, M. S. Grbić, M. Požek, A. Dulčić, B. Nebendahl, T. Wagner, “Microwave response of thin niobium films in the perpendicular static magnetic fields”, *Phys. Rev. B.* **74**, 104501 (2006).