Utjecaj vanjskog koherentnog zračenja na rubidijeve atome u magnetno-optičkoj stupici

Kregar, Gordana

Doctoral thesis / Disertacija

2014

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:850676

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-25**

Repository / Repozitorij:

Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Gordana Kregar

UTJECAJ VANJSKOG KOHERENTNOG ZRAČENJA NA RUBIDIJEVE ATOME U MAGNETNO-OPTIČKOJ STUPICI

DOKTORSKI RAD

Zagreb, 2014.

UNIVERSITY OF ZAGREB
FACULTY OF SCIENCE
DEPARTMENT OF PHYSICS

Gordana Kregar

INFLUENCE OF THE EXTERNAL COHERENT RADIATION ON RUBIDIUM ATOMS IN A MAGNETO-OPTICAL TRAP

DOCTORAL THESIS

Zagreb, 2014

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Gordana Kregar

UTJECAJ VANJSKOG KOHERENTNOG ZRAČENJA NA RUBIDIJEVE ATOME U MAGNETNO-OPTIČKOJ STUPICI

DOKTORSKI RAD

Mentor: dr.sc. Ticijana Ban

Zagreb, 2014.

UNIVERSITY OF ZAGREB
FACULTY OF SCIENCE
DEPARTMENT OF PHYSICS

Gordana Kregar

INFLUENCE OF THE EXTERNAL COHERENT RADIATION ON RUBIDIUM ATOMS IN A MAGNETO-OPTICAL TRAP

DOCTORAL THESIS

Supervisor: dr.sc. Ticijana Ban

Zagreb, 2014

UTJECAJ VANJSKOG KOHERENTNOG ZRAČENJA NA RUBIDIJEVE ATOME U MAGNETNO-OPTIČKOJ STUPICI

Gordana Kregar

Institut za fiziku, Zagreb

Mentor: Dr. sc. Ticijana Ban, Institut za fiziku

Sažetak: U ovom doktorskom radu realizirana je magnetno-optička stupica (MOT) rubidijevih atoma, koja predstavlja jednu od tehnika laserskog hlađenja i zarobljavanja atoma. Navedena tehnika detaljno je opisana u radu, a njenom implementacijom u Laboratorij za femtosekundnu lasersku spektroskopiju na Institutu za fiziku, otvoreno je novo područje istraživanja koje se bazira na laserskom hlađenju i zarobljavanju atoma. Dobiveni hladni oblak sadrži $\sim 10^9$ atoma ^{87}Rb, koji se nalaze u stanju $F_g = 2$, u volumenu od ~ 3 mm^3, gustoće $\sim 10^{11}$ atoma/cm^3 u tipičnim radnim uvjetima MOT-a. Uz karakterizaciju oblaka, opisan je teorijski model, baziran na Dopplerovoj sili hlađenja primjenjenoj na realni atomski sistem rubidija 87. Fokus samog rada stavlja se na istraživanje utjecaja vanjske sile u obliku koherentnog kontinuiranog (cw) i pulsnog (femtosekundnog) zračenja na dinamiku hladnih rubidijevih atoma. Uvedena je nova tehnika opažanja oscilacija centra mase oblaka koje nastaju kao rezultat djelovanja cw lasera, kojom su određeni osnovni parametri stupice: konstanta opruge, koeficijent gušenja i temperatura atoma. Određen je po prvi puta efektivni intenzitet saturacije ^{87}Rb D1 ($F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$) prijelaza za različite uvjete rada stupice. Interakcija hladnih rubidijevih atoma s frekventnim češljem razmatrana je u tri različite eksperimentalne konfiguracije, gdje je za svaku izmjeren LIF iz oblaka te radijativna sila, što je potom uspoređeno s teorijskim modelom, izvedenim prema optičkim Blochovim jednadžbama (OBE) za atomski sustav s dva energijska nivoa koji interagira s nizom fs pulseva.

(153 stranice, 91 slika, 2 tablice, 95 literaturnih navoda, 1 dodatak)

Jezik izvornika: hrvatski
Ključne riječi: magnetno-optička stupica, lasersko hlađenje i zarobljavanje atoma, radijativna sila, konstanta opruge i koeficijent gušenja stupice, dinamika hladnih atoma, oscilacije centra mase oblaka, efektivni saturacijski intenzitet, femtosekundni frekventni češalj.
Datum obrane: 29.10.2014.
Povjerenstvo za obranu:

1. Prof. dr. sc. Damir Veža (Predsjednik povjerenstva), PMF
2. Dr. sc. Ticijana Ban (Mentor), Institut za fiziku
3. Prof. dr. sc. Hrvoje Buljan, PMF

Rad je pohranjen u Središnjoj knjižnici za fiziku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu, Bijenička cesta 32.

INFLUENCE OF THE EXTERNAL COHERENT RADIATION ON RUBIDIUM ATOMS IN A MAGNETO-OPTICAL TRAP

Gordana Kregar

Institute of Physics, Zagreb

Supervisor: Dr. sc. Ticijana Ban, Institute of Physics

Extended abstract: In this dissertation a cloud of cold rubidium atoms confined in a magneto-optical trap (MOT) has been realized. The laser cooling and trapping technique was implemented in the Laboratory for femtosecond frequency comb spectroscopy at Institute of Physics for the first time, so this work opens a new area of research. The cloud of cold atoms, containing $\sim 10^9$ ^{87}Rb, $F_g = 2$, in volume ~ 3 mm^3, density of $\sim 10^{11}$ atom/cm^3 in typical MOT operating conditions was obtained. Detailed characterization of the cloud has been done and the Doppler model for the real atomic system of rubidium 87 atoms was applied to describe the radiative force. The main focus of this work is investigation of the coherent continuous (cw) or pulsed (femtosecond) radiation effects on rubidium atoms in MOT. Atomic motion in the trap can be described with a damped harmonic oscillator model. A new technique for monitoring cold cloud center of mass oscillations induced by cw laser, tuned to rubidium resonant transition has been introduced. With this method the basic trap parameters, such are spring constant, damping coefficient and atom temperature are determined. For various trap working conditions an effective saturation intensity of ^{87}Rb D1 ($F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$) transition is, for the first time, determined through experimentally and theoretically investigated rubidium excited $F_e = 2$ state population depending on the probe beam intensity. Also, the radiative force of the probe D1 laser on cold cloud is measured and theoretically modelled. Interaction of cold rubidium cloud with femtosecond (fs) pulses has been studied in three different experimental configurations; interaction of cold atoms with single fs train of pulses, with two in-phase counterpropagating fs pulses and with two out-of-phase counterpropagating fs pulses. In all three described geometries the LIF signal and radiative force are experimentally determined and compared with theoretical model, based on optical Bloch equations (OBE) for two energy level atom.

(153 pages, 91 figures, 2 table, 95 references, 1 appendix)

Original in: Croatian
Keywords: magneto-optical trap, laser cooling and trapping of atoms, radiative force, trap spring constant and damping coefficient, cold atoms dynamics, cold cloud centre of mass oscillations, effective saturation intensity, femtosecond frequency comb.
Date of thesis defense: 29.10.2014.
Thesis committee:

1. Prof. dr. sc. Damir Veža (Committee Chair), Faculty of Science
2. Dr. sc. Ticijana Ban (Mentor), Institute of Physics
3. Prof. dr. sc. Hrvoje Buljan, Faculty of Science

Thesis is deposited in Central Physics Library, Faculty of Science, Physics Department, in Zagreb, Bijenička cesta 32.

Doktorski rad je u cijelosti izrađen na Institutu za fiziku u Zagrebu, u Laboratoriju za femtosekundnu lasersku spektroskopiju, u okviru rada na projektu Femtosekundna laserska fizika atoma i molekula.

Mojoj velikoj i maloj ljubavi, Zlatku i Lari

Zahvale

Najviše se zahvaljujem svojoj mentorici, dr. sc. Ticijani Ban jer me vodila kroz cijeli doktorat i bila na raspolaganju u svakom trenutku. Pokazujući spremnost za pomoć i diskusiju te prenoseći svoje znanje i iskustvo bila si mi uzor u mnogočemu. Uvijek si imala razumijevanja, motivirala si me i pomogla mi onda kad mi je bilo najteže i na tome ti od svega srca hvala!

Zahvaljujem se prof. Veži što je uvijek spreman pomoći, a njegovo razumijevanje i angažman oko svojih studenata poznati su mi još od dodiplomskih dana.

Zahvaljujem se prof. Buljanu na ugodnoj suradnji, mnogim diskusijama i pomoći oko interpretacije dobivenih rezultata.

Cijeloj svojoj grupi, od njenih najstarijih do najnovijih članova, zahvaljujem se na podršci i pomoći. Svatko od vas tijekom godina pripomogao je i bio uz mene u nekoj fazi izrade ovog doktorskog rada i svatko mi je poseban na svoj način. U nekima od vas stekla sam prijatelje za cijeli život i bez obzira na udaljenost i izazove što nam budućnost donosi, vjerujem da se neke spone nikad neće prekinuti.

Zahvaljujem se svim znanstvenicima i kolegama s IF-a koji su mi pružali podršku, a posebno susjednoj grupi atomista, s kojima sam dijelila frustracije, radosti i ručkove tijekom svih ovih godina.

Zahvaljujem se dr. sc. Đuri Dropcu što mi je izradio jako dobre i funkcionalne anti-Helmholtzove zavojnice.

Zahvaljujem se i dečkima iz mehaničke radionice, Čičku i Franji, te Altusu jer su uvijek našli vremena za mene te efikasno i brzo ostvarivali sve moje zamisli.

Velika hvala svim mojim prijateljima i obitelji jer su prolazili dugi niz godina sve ovo zajedno sa mnom, a posebno mami i tati jer ste uz mene sad kad vas najviše trebam.

Najveće zasluge idu mojem Zlatku... riječima ne mogu opisati koliko mi tvoja podrška i ljubav znače.

Sadržaj

1 Uvod **1**

2 Osnove laserskog hlađenja i zarobljavanja atoma **5**

2.1 Dopplerov model hlađenja atoma 5

2.2 Optička melasa 10

2.3 Magnetno-optička stupica 14

2.4 Temperatura hladnih atoma 17

2.5 Dopplerov model hlađenja za realni sistem ^{87}Rb 21

2.6 Fokker-Planckova jednadžba 29

3 Izgradnja magnetno-optičke stupice rubidijevih atoma **33**

3.1 Atom rubidija 34

3.1.1 Fizikalna i kemijska svojstva 34

3.1.2 Hiperfina struktura rubidijevog atoma 34

3.2 Vakuumska ćelija 36

3.2.1 Rubidijevi dispenzeri 36

3.2.2 Vakuumski sistem 36

3.2.3 Koncentracija pozadinskog plina u ćeliji 37

3.3 Laserski sistem 41

3.3.1 Poluvodički laseri 41

3.3.2 Saturacijska apsorpcijska spektroskopija 43

3.3.3 Frekventna stabilizacija lasera 46

3.3.4 Određivanje frekventnog pomaka lasera za hlađenje 49

3.4 Uhvat atoma u stupicu nehomogenim magnetskim poljem 51

3.5 Kompenzacija geomagnetskog polja 54

3.6 Eksperimentalni postav 55

4 Karakterizacija hladnog oblaka **59**

4.1 Laserom inducirana fluorescencija 59

4.1.1 Detekcija hladnih atoma laserom induciranom fluorescencijom 59

4.1.2 Vremenska dinamika hladnog oblaka rubidijevih atoma . . . 61

4.1.3 Određivanje broja atoma 63

4.1.4 Utjecaj pozadinske koncentracije ^{87}Rb na vremensku dinamiku i broj atoma u oblaku . . . 64
4.2 Apsorpcijska spektroskopija . . . 67
4.2.1 Detekcija oblaka apsorpcijskom spektroskopijom . . . 67
4.2.2 Određivanje broja atoma . . . 69
4.3 Veličina oblaka . . . 70
4.3.1 Određivanje volumena oblaka . . . 70
4.3.2 Prostorna raspodjela gustoće atoma u oblaku . . . 71
4.3.3 Utjecaj gradijenta magnetskog polja na veličinu oblaka . . . 72
4.4 Utjecaj pojedinih parametara stupice na broj atoma u oblaku . . . 73
4.4.1 Utjecaj gradijenta magnetskog polja . . . 73
4.4.2 Utjecaj frekventnog pomaka lasera za hlađenje . . . 75
4.4.3 Utjecaj intenziteta lasera za hlađenje . . . 75
4.4.4 Utjecaj intenziteta lasera za naseljavanje . . . 76

5 Interakcija hladnih atoma s kontinuiranim laserskim zračenjem: određivanje parametara stupice 79
5.1 Teorijski model: gušeni harmonički oscilator . . . 79
5.2 Određivanje konstante opruge stupice metodom apsorpcijske spektroskopije . . . 80
5.2.1 Eksperiment . . . 80
5.2.2 Rezultati . . . 82
5.3 Određivanje konstante opruge stupice direktnim mjerenjem oscilacija centra mase oblaka . . . 86

6 Interakcija hladnih atoma s kontinuiranim laserskim zračenjem: određivanje efektivnog intenziteta saturacije za ^{87}Rb D1 prijelaz 95
6.1 Intenzitet saturacije prijelaza . . . 95
6.2 Teorijski model . . . 97
6.3 Određivanje efektivnog intenziteta saturacije prijelaza ^{87}Rb D1 $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ . . . 100
6.3.1 Eksperiment . . . 100
6.3.2 Rezultati . . . 102
6.4 Mjerenje radijativne sile na hladne rubidijeve atome inducirane probnom zrakom . . . 106

7 Interakcija hladnih atoma s femtosekundnim laserskim zračenjem 113
7.1 Pobuda atomskog sistema frekventnim češljem 113
7.2 Teorijski model 117
7.2.1 Modeliranje LIF-a 117
7.2.2 Model radijativne sile 119
7.3 Mjerenje LIF-a i radijativne sile inducirane fs pulsevima 122
7.3.1 Eksperiment 122
7.3.2 Rezultati 125
7.3.2.1 Konfiguracija 1 125
7.3.2.2 Konfiguracija 2 127
7.3.2.3 Konfiguracija 3 129

8 Zaključak 133

9 Dodatak 137

Reference 141

Životopis 151

Popis objavljenih znanstvenih radova 153

1

Uvod

Mogućnost zarobljavanja te manipulacije neutralnih čestica laserskom svjetlošću unijela je revoluciju u mnoga područja atomske fizike te otvorila potpuno novo područje istraživanja. Danas se rutinski u sve većem broju laboratorija pripremaju atomski sustavi ohlađeni na temperaturu od nekoliko μK, s gustoćama koje se približavaju vrijednosti od 1 atoma po μm^3. Primjenom sofisticiranih tehnika, postižu se još niže temperature i još veće gustoće te se generiraju kvantno degenerirani Bose i Fermi plinovi. Bose-Einsteinov kondenzat (BEC) je novo stanje materije, a predstavlja kolektivno stanje milijuna atoma koji se svi nalaze u najnižem energijskom stanju [1]. Hladni atomski sistemi predstavljaju idealnu početnu točku mnogim eksperimentima u kojima se probijaju granice znanstvene spoznaje.

Otkriće lasera 1961. godine [2] dovelo je do revolucije u području manipulacije čestica upotrebom svjetlosti [3–6], no tek su 1975. Hänsch i Schawlow [7] te nezavisno, Wineland i Dehmelt [8] došli do zaključka da bi se lasersko zračenje moglo iskoristiti za hlađenje atoma, odnosno, iona. U oba slučaja mehanizam hlađenja bazira se na Dopplerovom efektu, otkuda i potječe naziv Dopplerovo hlađenje. Potom je Phillips s kolegama [9] uspio usporiti zraku natrijevih atoma sa 1100 m/s na 40 m/s, dok su 1985. Chu i suradnici [10] ohladili natrijeve atome u konfiguraciji optičke melase (koristeći tri ortogonalna para suprotno propagirajućih laserskih zraka) do temperature od 240 μK. Raab i suradnici [11] demonstrirali su prvu eksperimentalnu izvedbu magnetno-optičke stupice (MOT) 1987. godine, pri čemu je korišteno lasersko i magnetsko polje za hlađenje i zarobljavanje neutralnih natrijevih atoma. Od tada MOT predstavlja standardnu polazišnu točku za većinu

eksperimenata laserskog hlađenja. Aktivnosti u ovome području fizike okrunjene su i Nobelovom nagradom, koju su 1997. primili Chu, Cohen-Tanudji i Phillips za razvoj novih laserskih metoda hlađenja i zarobljavanja atoma [12]. Daljnjim unapređenjem laserskih tehnika hlađenja te primjenom metode evaporativnog hlađenja eksperimentalno je realiziran prvi Bose-Einsteinov kondenzat [13], za koji je Cornellu, Ketterleu i Wiemanu dodijeljena Nobelova nagrada 2001. godine.

U većini ranijih eksperimenata laserskog hlađenja i zarobljavanja korišteni su atomi natrija, prvenstveno zato što je njihova rezonantna frekvencija dostupna kontinuiranim (cw) *dye* laserom. Međutim, pojavom poluvodičkih lasera s valnim duljinama emisije u bliskom infracrvenom području, istraživanja su se usmjerila na atome težih alkalijskih elemenata kao što su Rb i Cs. Danas se hladi više od 20 različitih kemijskih elemenata [14] te njihovih izotopa. To su atomi koji pripadaju skupini alkalijskih te zemnoalkalijskih metala, zatim plemeniti plinovi i u novije vrijeme neki prijelazni metali kao što su krom [15], srebro [16], živa [17] i kadmij [18] te atomi rijetke zemlje; erbij [19], iterbij [20] i disprozij [21].

Hladni atomi omogućili su spektroskopska istraživanja vrlo visoke preciznosti [22,23] (zbog eliminacije utjecaja Dopplerovog širenja linija) te nalaze svoju važnu primjenu u atomskim satovima, koji su unaprijedili znanost i tehnologiju, vodeći do inovacija u području globalnog navigacijskog sistema te naprednih komunikacija. Hladni atomi cezija, u konfiguraciji atomske fontane, danas služe kao primarni vremenski i frekventni standard, s relativnom pogreškom od $\Delta f/f \sim 10^{-18}$ [24–26]. Hladni atomi koriste se i u atomskoj interferometriji, za precizno određivanje fundamentalnih fizikalnih konstanti, kao što je konstanta fine strukture [27] ili gravitacijsko ubrzanje [28], [29]. Uz to, MOT predstavlja prvi korak u kreiranju BEC-a. Također, hladni atomi bitni su za razumijevanje hladnih sudara [30] te formiranje hladnih molekula metodom fotoasocijacije [31,32] i preko Feshbachovih rezonancija [33], dok se hladni atomski snopovi koriste i u atomskoj litografiji, za formiranje nanometarskih struktura na površinama [34,35].

Istraživanje predstavljeno u ovoj disertaciji usmjereno je na ispitivanje utjecaja vanjskog koherentnog zračenja na hladne atome rubidija u magnetno-optičkoj stupici. Time je otvoreno novo područje istraživanja u Laboratoriju za femtosekundnu lasersku spektroskopiju na Institutu za fiziku, bazirano na laserskom hlađenju i zarobljavanju atoma. Samo istraživanje može se podijeliti u nekoliko poglavlja;

u drugom poglavlju predstavljene su teorijske osnove laserskog hlađenja i zarobljavanja atoma. Dan je opis Dopplerove sile hlađenja za realni atomski sistem ^{87}Rb, gdje su u teorijski model uključeni i svi dozvoljeni prijelazi među magnetskim podnivoima. Treće poglavlje odnosi se na izgradnju magnetno-optičke stupice rubidijevih atoma. Eksperimentalni postav za realizaciju iste kompleksan je sistem koji se sastoji od nekoliko zasebnih jedinica, detaljno opisanih u tekstu. U četvrtom poglavlju napravljena je karakterizacija stupice, gdje se detekcija te karakterizacija oblaka vrše metodom apsorpcijske spektroskopije [36] te laserom inducirane fluorescencije (LIF) [37]. Određeni su glavni parametri stupice kao što su broj atoma, veličina, gustoća, vremenska dinamika te je ispitivana ovisnost istih o radnim uvjetima MOT-a.

U petom poglavlju opisan je prvi dio eksperimentalnog istraživanja na rubidijevim atomima ohlađenim u magnetno-optičkoj stupici, koji se odnosi na ispitivanje utjecaja vanjskog koherentnog kontinuiranog zračenja na dinamiku hladnih rubidijevih atoma. Promatra se oscilatorni odgovor atoma na perturbaciju uzrokovanu vanjskom silom. Direktnim opažanjem putanje centra mase oblaka te prilagodbom dobivenih podataka na model gušenog harmoničkog oscilatora izračunati su parametri relevantni za karakterizaciju stupice. Tematika šestog poglavlja bavi se određivanjem efektivnog saturacijskog intenziteta ^{87}Rb D1 $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ hiperfinog prijelaza. Iako se saturacijski intenzitet pojedinog prijelaza računa prema jednostavnoj teorijskoj relaciji [14], u uvjetima magnetno-optičke stupice primjena iste nije moguća. Ispitivanjem naseljenosti pobuđenog ^{87}Rb D1 $F_e = 2$ nivoa u ovisnosti o snazi probnog lasera eksperimentalno (metodom LIF-a) i teorijski dobivene su saturacijske krivulje. Teorijski model baziran je na optičkim Blochovim jednadžbama, primijenjenim na atomski sistem s pet energijskih nivoa koji istovremeno interagira s tri kontinuirana laserska polja. Napravljena je kvalitativna usporedba izmjerenih i teorijskih saturacijskih krivulja razmatranih za različite parametre lasera za hlađenje kao što su intenzitet te frekventni pomak od rezonantnog prijelaza. Prilagodbom teorijski dobivenih saturacijskih krivulja na jednostavni model atoma koji se sastoji od dva energijska nivoa određen je efektivni saturacijski intenzitet, I_s^{eff}. Također, izmjerena je radijativna sila inducirana probnom zrakom, koja je potom uspoređena s teorijskom vrijednošću, za čije je modeliranje korišten I_s^{eff} za dane uvjete rada MOT-a.

U sedmom poglavlju proučava se interakcija femtosekundnog (fs) frekventnog češlja s hladnim rubidijevim atomima, razmatrana u tri različite geometrijske konfiguracije; interakcija jednog niza fs pulseva s oblakom hladnih rubidijevih atoma, interakcija oblaka s dva niza suprotno propagirajućih fs pulseva, koji su međusobno u fazi te interakcija oblaka s dva niza suprotno propagirajućih fs pulseva, koji se nalaze u protufazi. Za svaku od navedenih konfiguracija izmjerena je populacija atoma u pobuđenom stanju (LIF) te radijativna sila frekventnog češlja na hladne atome. Izmjereni signal LIF-a modeliran je optičkim Blochovim jednadžbama, primijenjenim na atomski sistem koji se sastoji od dva energijska nivoa pod utjecajem fs pulseva. Izmjerena sila uspoređena je s predviđanjima teorijskog modela, koji silu računa klasično, preko prijenosa momenta impulsa s fotona na atom. Prijenos momenta impulsa definira se kao umnožak momenta impulsa fotona te razlike naseljenosti pobuđenog stanja atoma prije i nakon pobude fs pulsom. U specifičnoj konfiguraciji izmjerena sila ne slijedi predviđanja teorijskog modela što ukazuje na kompleksnost u opisu interakcije fs pulseva s hladnim rubidijevim atomima te zahtjeva detaljniju eksperimentalnu te teorijsku obradu.

2

Osnove laserskog hlađenja i zarobljavanja atoma

Atomi ohlađeni tehnikom laserskog hlađenja i zarobljeni unutar magnetno-optičke stupice predstavljaju ishodišnu točku za daljnja istraživanja. Radi boljeg razumijevanja procesa koji se događaju unutar same stupice, važno je poznavati prirodu sile hlađenja te dati kompletan teorijski opis promatranog sistema.

2.1 Dopplerov model hlađenja atoma

Osnovni princip hlađenja atoma laserom je prijenos momenta impulsa s fotona na atom u ciklusima apsorpcije i spontane emisije svjetlosti. Uslijed takve rezonantne interakcije atoma s laserskim zračenjem na atome djeluje sila. U svrhu procjene iznosa te sile, promatra se jednostavni atomski sistem, koji se sastoji od samo dva energijska nivoa, osnovnog i pobuđenog. Valna funkcija sistema zadovoljava vremenski ovisnu Schrödingerovu jednadžbu:

$$H\Psi(\vec{r},t) = \frac{i\hbar\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t} \quad . \tag{2.1}$$

H predstavlja ukupni Hamiltonijan,

$$H = H_0 + H'(t) \quad , \tag{2.2}$$

gdje je H_0 Hamiltonijan slobodnog atoma, dok je *H'(t)* Hamiltonijan interakcije atoma s elektromagnetskim poljem te predstavlja smetnju koja se uvodi u sistem.

Valna funkcija se može prikazati kao linearna kombinacija vlastitih funkcija koje tvore potpun skup:

$$\Psi(\vec{r},t) = \sum_k c_k(t)\Psi_k(\vec{r})e^{-iw_k t} \quad , \tag{2.3}$$

s vremenski-ovisnim koeficijentima, $c_k(t)$. Prema teoriji perturbacije, koja pretpostavlja da je smetnja koja se uvodi u sistem vrlo mala, koeficijenti c_k zadovoljavaju uvjet: $|c_k(t)| << 1$, za svaki k $\neq 1$ (za atom u osnovnom stanju vrijedi $c_1(0) = 1$). Koeficijenti predstavljaju amplitude prijelaza, dok njihovi kvadrati, $|c_k(t)|^2$ odgovaraju vjerojatnostima prijelaza. Ukoliko se radi o sustavu s dva stanja valna funkcija piše se kao linearna kombinacija vlastitih funkcija osnovnog, Ψ_g i pobuđenog, Ψ_e stanja:

$$\Psi(\vec{r},t) = c_g(t)\Psi_g e^{-iw_g t} + c_e(t)\Psi_e e^{-iw_e t} \quad . \tag{2.4}$$

Uvrsti li se ta valna funkcija u izraz za ukupni Hamiltonijan (2.1,2.2), dobiva se:

$$\begin{aligned} c_g[H_0\Psi_g]e^{-iw_g t} + c_g[H'\Psi_g]e^{-iw_g t} + c_e[H_0\Psi_e]e^{-iw_e t} + c_e[H'\Psi_e]e^{-iw_e t} = \\ i\hbar\dot{c}_g\Psi_g e^{-iw_g t} + i\hbar c_g(-iw_g)\Psi_g e^{-iw_g t} + i\hbar\dot{c}_e\Psi_e e^{-iw_e t} + i\hbar c_e(-iw_e)\Psi_e e^{-iw_e t} \quad . \end{aligned} \tag{2.5}$$

Budući da su $\Psi_n(\vec{r})$ vlastite funkcije Hamiltonijana H_0, a E_n njegove vlastite vrijednosti, vrijedi: $H_0\Psi_n(\vec{r}) = E_n\Psi_n(\vec{r}) = \hbar w_n\Psi_n(\vec{r})$, čime se znatno reducira izraz (2.5), koji pomnožen s Ψ_g^* i s Ψ_e^* daje:

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{dc_g}{dt} &= c_e(t)H'_{ge}(t)e^{-iw_a t} \\ i\hbar\frac{dc_e}{dt} &= c_g(t)H'_{eg}(t)e^{iw_a t} \quad , \end{aligned} \tag{2.6}$$

gdje su $H'_{ge}(t) = H'^*_{eg}(t) = \langle\Psi_g|H'|\Psi_e\rangle$ nedijagonalni članovi Hamiltonijana, dok je $w_a = w_e - w_g$ rezonantna frekvencija atoma. Hamiltonijan interakcije H' predstavlja interakciju elektromagnetskog zračenja i atoma, a dan je izrazom:

$$H'(t) = -e\vec{E}(\vec{r},t)\cdot\vec{r} \quad . \tag{2.7}$$

Za ravni val koji putuje u smjeru z, vektor električnog polja iznosi:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_0\hat{\varepsilon}cos(kz - w_l t) \quad , \tag{2.8}$$

gdje je $\hat{\varepsilon}$ jedinični vektor polarizacije, E_0 je amplituda elektromagnetskog polja, dok je w_l frekvencija električnog polja, odnosno, frekvencija lasera. Uz pretpostavku da je dipolni moment atoma $e\vec{r}$ paralelan polarizacijskom vektoru $\hat{\varepsilon}$ definira se Rabijeva frekvencija:

$$\Omega \equiv -\frac{eE_0}{\hbar}\langle e|r|g\rangle \quad , \tag{2.9}$$

gdje je r koordinata elektrona, pa nedijagonalni član Hamiltonijana tada postaje:

$$H'_{eg} = \hbar\Omega cos(kz - w_l t) \quad . \tag{2.10}$$

Za rješavanje sustava jednadžbi (2.6) uz navedeni izraz za Hamiltonijan, potrebno je korištenje dviju aproksimacija. Prva je električna dipolna aproksimacija, kojom se zanemaruje prostorna promjena električnog polja, zbog toga što je valna duljina svjetlosti (nekoliko stotina nanometara) puno veća od dimenzija valne funkcije elektrona (r < 1nm). Druga aproksimacija se naziva aproksimacija rotirajućeg vala (eng. *Rotating Wave Approximation - RWA*), kojom se zanemaruju brzo oscilirajući članovi, frekvencije, $w_l + w_a$, dok se sporo oscilirajući članovi, frekvencije $\Delta \equiv w_l - w_a$ zadržavaju, zato što vrijedi $1/w_l << 1/\Delta$. Frekvencija Δ predstavlja pomak frekvencije lasera (eng. *detuning*) u odnosu na rezonantnu frekvenciju atoma w_a.

Diferencijalne jednadžbe dane izrazom (2.6) opisuju vremensku evoluciju amplituda vjerojatnosti za atom s dva energijska nivoa u kontinuiranom (cw) monokromatskom elektromagnetskom polju. Uobičajeni način za tretiranje takvog problema je uvesti matricu gustoće te sagledati pobuđenja u atomu u vidu populacija i koherencija umjesto amplituda. Matrica gustoće stanja ρ ima sljedeći oblik:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{gg} & \rho_{ge} \\ \rho_{eg} & \rho_{ee} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_g c_g^* & c_g c_e^* \\ c_e c_g^* & c_e c_e^* \end{pmatrix}$$

te za ρ vrijedi,

$$i\hbar\frac{d\rho}{dt} = [H, \rho] \quad . \tag{2.11}$$

Koristeći formalizam matrice gustoće, dobivaju se optičke Blochove jednadžbe (eng. *Optical Bloch Equations* - OBE);

$$\begin{aligned}
\frac{d\rho_{gg}}{dt} &= +\Gamma\rho_{ee} + \frac{i}{2}(\Omega^*\tilde{\rho}_{eg} - \Omega\tilde{\rho}_{ge}) \\
\frac{d\rho_{ee}}{dt} &= -\Gamma\rho_{ee} + \frac{i}{2}(\Omega\tilde{\rho}_{ge} - \Omega^*\tilde{\rho}_{eg}) \\
\frac{d\tilde{\rho_{ge}}}{dt} &= -(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta)\tilde{\rho_{ge}} + \frac{i}{2}\Omega^*(\rho_{ee} - \rho_{gg}) \\
\frac{d\tilde{\rho_{eg}}}{dt} &= -(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta)\tilde{\rho_{eg}} + \frac{i}{2}\Omega(\rho_{gg} - \rho_{ee}) \quad ,
\end{aligned} \tag{2.12}$$

gdje je $\tilde{\rho}_{ge}$ sporo oscilirajuća amplituda, za koju vrijedi: $\tilde{\rho}_{ge} \equiv \rho_{ge}e^{i\Delta t}$, $\tilde{\rho}_{eg} = \tilde{\rho}^*_{ge}$. OBE opisuju vremensku evoluciju sporo varirajućih elemenata matrice gustoće, odnosno, populacija i koherencija sistema, za sistem atoma koji se sastoji od dva nivoa u interakciji s elektromagnetskim poljem. Efekt spontane emisije uključuje se u gornji izraz dodavanjem fenomenoloških članova, koji predstavljaju relaksaciju Γ, odnosno, $\Gamma/2$ koeficijenata $\rho_{ee}(t)$, odnosno, $\rho_{eg}(t)$. Može se primijetiti da je $d\rho_{ee}/dt = -d\rho_{gg}/dt$ što odgovara zahtjevu o zatvorenom sustavu atoma s dva energijska nivoa, gdje je ukupna populacija očuvana, $\rho_{gg}+\rho_{ee} = 1$. U stacionarnom slučaju vrijedi da je vremenska promjena sistema jednaka nuli. Shodno tome, izraz za naseljenost pobuđenog stanja, ρ_{ee} postaje;

$$\rho_{ee} = \frac{i}{2\Gamma}(\Omega\tilde{\rho}_{ge} - \Omega^*\tilde{\rho}_{eg}) \quad . \tag{2.13}$$

Iz jednadžbi koje opisuju mješovita stanja sistema, odnosno, koherencije, izvede se izraz za:

$$\tilde{\rho}_{ge} = \frac{\frac{i}{2}\Omega^*(\rho_{ee} - \rho_{gg})}{\frac{\Gamma}{2} + i\Delta} \quad . \tag{2.14}$$

Uvrste li se gornji izrazi u jednadžbu (2.13) te koristeći $\rho_{gg} = 1 - \rho_{ee}$, dobiva se konačni izraz za ρ_{ee}:

$$\rho_{ee} = \frac{1}{2} \cdot \frac{s_0}{1 + s_0 + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2}} \quad , \tag{2.15}$$

gdje je sa s_0 označen saturacijski parametar (za rezonantni prijelaz), definiran

kao [14]:

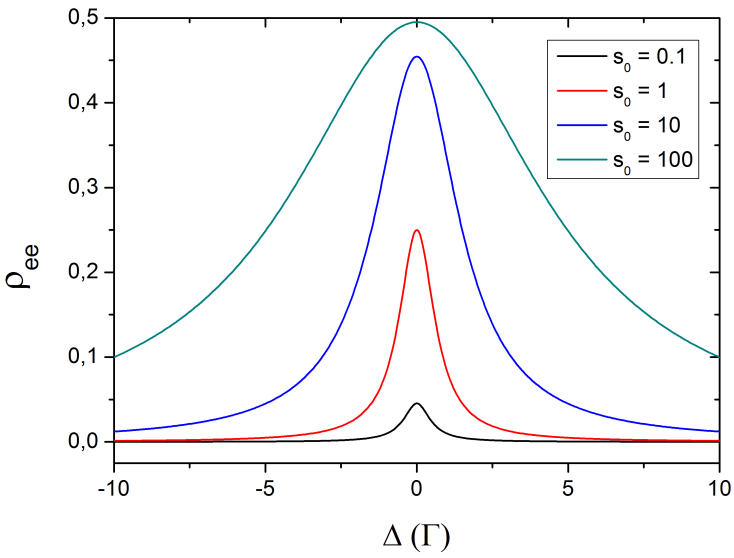
$$s_0 \equiv \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2} = \frac{I}{I_s} \quad . \tag{2.16}$$

Intenzitet lasera označen je s I, dok I_s predstavlja saturacijski intenzitet,

$$I_s \equiv \frac{\pi h c \Gamma}{3\lambda^3} \quad , \tag{2.17}$$

gdje je h oznaka za Planckovu konstantu, c za brzinu svjetlosti, a λ je valna duljina svjetlosti.

Izraz za ρ_{ee} predstavlja Lorentzian poluširine $\Gamma\sqrt{1+s_0}$. Ovisnost populacije pobuđenog nivoa o pomaku lasera od rezonantne frekvencije, Δ za različite vrijednosti s_0 prikazana je na slici (2.1). Pojačavanjem intenziteta lasera dolazi do širenja linije.



Slika 2.1: Vjerojatnost naseljenosti pobuđenog stanja u ovisnosti o pomaku frekvencije lasera od rezonantnog prijelaza u atomu, za različite vrijednosti saturacijskog parametra.

Za izvod sile koju osjeća atom pod utjecajem laserskog zračenja koristi se poluklasični opis. Sila na atom definira se kao očekivana vrijednost kvantno-

mehaničkog operatora $\mathcal{F}$, preko Ehrenfestovog teorema:

$$F = \langle \mathcal{F} \rangle = \frac{d}{dt}\langle p \rangle = \frac{i}{\hbar}\langle [H, p] \rangle \quad . \tag{2.18}$$

Budući da je komutator od H i p dan kao:

$$[H, p] = i\hbar \frac{\partial H}{\partial z} \quad , \tag{2.19}$$

sila na atom je oblika:

$$F = -\left\langle \frac{\partial H}{\partial z} \right\rangle \quad . \tag{2.20}$$

Uzme li se nedijagonalni član Hamiltonijana izveden prema relaciji (2.10) i koristeći izraz za očekivanu vrijednost operatora $\langle \frac{\partial H}{\partial z} \rangle = Tr(\rho \frac{\partial H}{\partial z})$, dobiva se:

$$F = \hbar \left(\frac{\partial \Omega}{\partial z} \rho_{eg}^{*} + \frac{\partial \Omega^{*}}{\partial z} \rho_{eg} \right) \quad , \tag{2.21}$$

pri čemu je korištena RWA aproksimacija kojom se zanemaruju članovi koji osciliraju frekvencijom lasera ($1/w_l << 1/\Omega$).

Daljnjim sređivanjem izraza 2.21 dobiva se izraz za radijativnu silu:

$$F = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2}} = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \rho_{ee} \quad . \tag{2.22}$$

Prvi član u izrazu za silu, $\hbar k$ odgovara prijenosu impulsa s fotona na atom, Γ odgovara brzini tog procesa, a ρ_{ee} predstavlja vjerojatnost nalaženja atoma u pobuđenom stanju.

Ta sila naziva se sila hlađenja, spontana sila, disipativna sila, radijativna sila ili tlak zračenja.

2.2 Optička melasa

Uključi li se u razmatranje činjenica da se atomi gibaju brzinom $\vec{v}$, ukupni pomak lasera od rezonantne frekvencije atoma, Δ u izrazu za silu (2.22) poprima sljedeći oblik:

$$\Delta_{\pm} = \Delta \pm \vec{k}\vec{v} \quad , \tag{2.23}$$

gdje faktor $w_D = \vec{k}\vec{v}$ dolazi od Dopplerovog pomaka, pri čemu je $\vec{k}$ valni vektor lasera. Budući da se temelji na Dopplerovom efektu, što će biti objašnjeno kasnije, navedena sila naziva se često i Dopplerova sila hlađenja. Njenim djelovanjem gibanje atoma pod utjecajem laserskog zračenja nalikuje na gibanje kroz viskozni medij. Porijeklo sile leži u procesima apsorpcije i spontane emisije, što predstavlja osnovu laserskog hlađenja atoma. Najmanja promjena brzine atoma uslijed odboja (eng. *recoil*) zbog apsorpcije ili spontane emisije jednog fotona definirana je s v_{rec},

$$v_{rec} = \frac{\hbar k}{m} \quad . \tag{2.24}$$

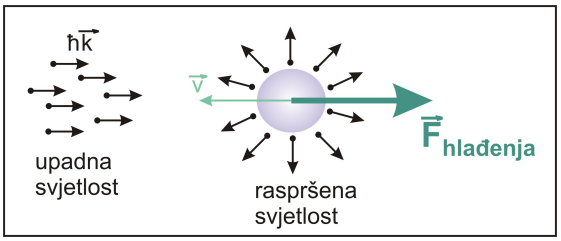
Brzina odboja u slučaju atoma rubidija 87 iznosi 5.88 mm/s. Potrebno je približno 23 000 optičkih ciklusa (apsorpcija + spontana emisija) da bi se atom koji se giba brzinom od 270 m/s pri sobnoj temperaturi usporio do brzine od 12 cm/s što odgovara konačnoj temperaturi koja se postiže Dopplerovim hlađenjem ($T_D = 145$ μK, više u poglavlju 6.3).

Sila hlađenja saturira za maksimalnu vrijednost:

$$F_{max} = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \tag{2.25}$$

jer ρ_{ee} poprima maksimalnu vrijednost od 1/2 u granici velikih intenziteta ($s_0 >>$).

Prilikom prijenosa momenta impulsa s fotona na atom, u procesu apsorpcije, atomi podliježu odboju u smjeru upadnih fotona. Uslijed emisije svjetlosti, atomi također osjećaju odboj, ali u nasumičnom smjeru zbog nasumične prirode procesa spontane emisije. Zbog toga je prosječni impuls fotona prilikom spontane emisije svjetlosti jednak nuli ($\Delta p_{ph} \approx 0$), pa je smjer sile hlađenja određen samo smjerom upadnih fotona prilikom apsorpcije, kao što je prikazano na slici 2.2.

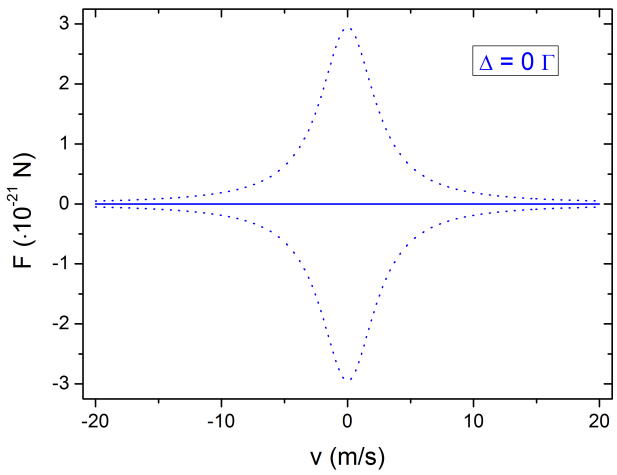


Slika 2.2: Smjer sile hlađenja određen je smjerom upadnih fotona. Na atome koji se gibaju prema laserskom zračenju djeluje sila koja ih gura u suprotnom smjeru.

Da bi lasersko zračenje bilo u rezonanciji s onim atomima koji se gibaju prema njemu, zbog Dopplerovog efekta potrebno je frekvenciju lasera postaviti na frekvenciju nižu od frekvencije prijelaza u atomu ($\Delta \equiv w_l - w_a < 0$). Na taj način na atome djeluje sila koja ih gura u smjeru suprotnom od onog kojim se gibaju. Ukoliko na atomski sistem djeluju dvije laserske zrake suprotno propagirajućih valnih vektora, bit će ohlađeni svi atomi koji se gibaju brzinom $|v|$ uz uvjet $|v| < |v_c|$, gdje je v_c maksimalna brzina uhvata atoma (potpoglavlje 4.1.2). Ukupna sila predstavlja doprinos sila od obje zrake:

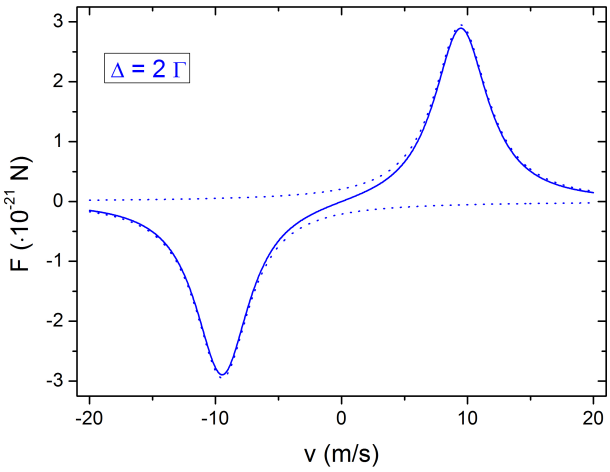
$$F = -\frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + 4\frac{\Delta_+^2}{\Gamma^2}} + \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + 4\frac{\Delta_-^2}{\Gamma^2}} \quad , \tag{2.26}$$

uz $\Delta_\pm$ definiran izrazom (2.23).

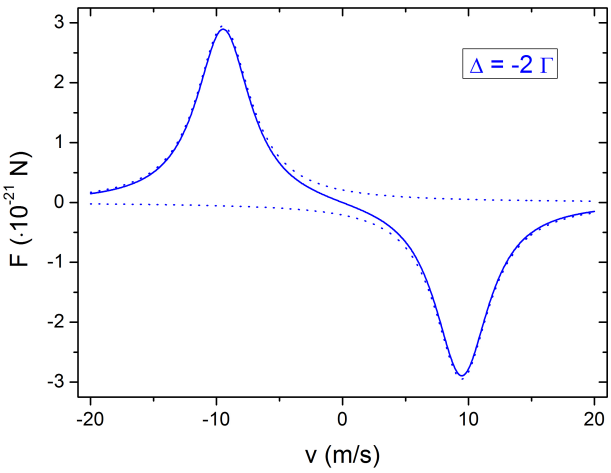


Slika 2.3: Ovisnost sile hlađenja o brzini atoma kada je laser za hlađenje rezonantan s atomskim prijelazom ($\Delta = 0$). Crtkanom linijom prikazan je doprinos sile od pojedine laserske zrake, dok je ukupna sila označena punom linijom.

Ovisnost sile o brzini prikazana je na slici 2.3, za slučaj kada je laser za hlađenje u rezonanciji s atomskim prijelazom ($\Delta = 0$) te uz saturacijski parametar $s_0 = 0.22$ i položaj atoma u $x = 0$. Crtkanom linijom prikazan je doprinos sile od pojedine laserske zrake. Ukupna sila, označena punom linijom, jednaka je nuli upravo zbog toga što su doprinosi pojedinih sila jednaki te se ukupni efekt poništava.



Slika 2.4: Ovisnost sile hlađenja o brzini atoma kada je laser za hlađenje ugođen na frekvenciju višu od rezonantne. Crtkanom linijom prikazan je doprinos sile od pojedine laserske zrake, dok je ukupna sila označena punom linijom.



Slika 2.5: Ovisnost sile hlađenja o brzini atoma kada je laser za hlađenje ugođen na frekvenciju nižu od rezonantne. Crtkanom linijom prikazan je doprinos sile od pojedine laserske zrake, dok je ukupna sila označena punom linijom.

Slučaj pozitivnog frekvencijskog pomaka lasera za hlađenje u odnosu na rezonantni prijelaz prikazan je na slici 2.4. Na atome koji se gibaju pozitivnom brzinom djeluje sila pozitivnog iznosa, što znači da atomima daje ubrzanje u tom istom smjeru. Atomi sada imaju veću brzinu, odnosno, veću kinetičku energiju, a time i temperaturu. Dakle, dolazi do efekta grijanja atoma.

Ukoliko je frekvencija lasera za hlađenje postavljena na frekvenciju nižu od rezonantne, dolazi do hlađenja atoma, slika 2.5. Analogno ranijem razmatranju, na atome koji se gibaju pozitivnom brzinom djeluje sila negativnog iznosa, što znači da na atome djeluje sila suprotnog smjera, odnosno, dolazi do smanjenja njihove početne brzine, a samim time i temperature.

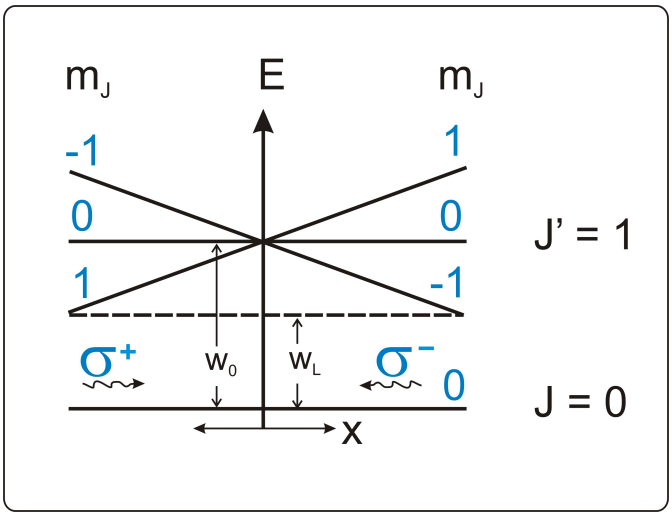
2.3 Magnetno-optička stupica

Za postizanje veće gustoće hladnih atoma, ohlađeni atomi se nadalje zarobljavaju u stupice. Tehnika zarobljavanja na kojoj se bazira magnetno-optička stupica (eng. *Magneto-Optical Trap*, MOT) koristi lasersko zračenje i magnetsko polje za uhvat atoma u stupicu. Zavojnice u anti-Helmholtz konfiguraciji generiraju nehomogeno magnetsko polje koje je nula u centru stupice te raste s pomakom od središta stupice.

U prisustvu magnetskog polja dolazi do uklanjanja degeneracije magnetskih podnivoa zbog Zeemanovog cijepanja, slika 2.6. Kako se atomi udaljavaju od centra stupice, bliže su rezonanciji s laserskom zrakom w_L koja je niže frekvencije od frekvencije prijelaza u atomu w_0. Atomi koji se gibaju u pozitivnom smjeru osi x bit će u rezonanciji s laserskom zrakom σ^- polarizacije. Analogno, atomi koji se gibaju u suprotnom smjeru dolaze u rezonanciju sa zrakom suprotne polarizacije, σ^+. Prema tome, nehomogeno magnetsko polje te dobro definirana polarizacija laserskih zraka nužan su preduvjet za uhvat atoma u stupicu, o čemu će biti više riječi u poglavlju 3.4.

Dakle, koristeći prostorno promjenljivo magnetsko polje, posredstvom Zeemanovog efekta te uz cirkularno polarizirane laserske zrake dobiva se prostorno ovisna sila. U granici malih intenziteta ukupna sila na atome u MOT-u za 1D slučaj dana je izrazom 2.26, uz ukupni *detuning* od rezonancije jednak:

$$\Delta_{\pm} = \Delta \pm w_D \pm w_Z \quad , \tag{2.27}$$



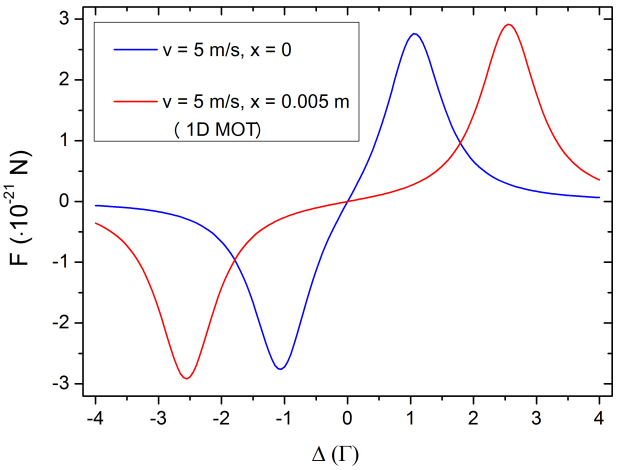
Slika 2.6: Shematski prikaz utjecaja nehomogenog magnetskog polja na atom koji se laserskim zrakama različite cirkularne polarizacije pobuđuje iz stanja $J = 0 \rightarrow J' = 1$. Frekvencija lasera označena je s w_L, dok je s w_0 (za B=0) označena frekvencija prijelaza u atomu.

pri čemu je w_Z faktor koji opisuje Zeemanov pomak energije nivoa, dan izrazom:

$$w_Z = \frac{\mu' b}{\hbar} x \qquad . \tag{2.28}$$

Gradijent polja po x-osi označen je s b, dok $\mu' = (g_e M_e - g_g M_g)\mu_B$ predstavlja efektivni magnetski moment određenog prijelaza, koji ovisi o Bohrovom magnetonu μ_B te Landeovom g faktoru, kojim se opisuje cijepanje energije atoma (u pobuđenom stanju e i osnovnom stanju g) u magnetskom polju, dok je M magnetni kvantni broj pripadajućeg nivoa.

Na slici 2.7 prikazana je ukupna radijativna sila na atome brzine 5 m/s u ovisnosti o frekventnom pomaku lasera za hlađenje za slučajeve kada se atomi nalaze u $x = 0$ (doprinos zbog Dopplerovog efekta) i u $x = 5$ mm (doprinos zbog Dopplerovog i Zeemanovog efekta). Položaj maksimuma pojedinog Lorentziana određen je uvjetom da je ukupni *detuning* jednak nuli, $\Delta_\pm = \Delta \pm w_D \pm w_Z = 0$, odnosno, maksimum sile postiže se za frekvenciju lasera za hlađenje koja kompenzira Dopplerov i Zeemanov pomak. Uvođenje nehomogenog magnetskog polja neće imati utjecaj na temperaturu atoma koji se hlade, no određuje brzinsku grupu za koju je lasersko zračenje u rezonanciji s atomima, a time utječe na broj ohlađenih atoma.



Slika 2.7: Sila hlađenja u ovisnosti o pomaku lasera za hlađenje od rezonantne frekvencije u slučaju kada se atomi nalaze u centru stupice te kada su pomaknuti od centra za 5 mm.

Izraz (2.26) može se pisati i u lineariziranom obliku, ali samo u slučaju malih brzina atoma te malih pomaka od centra stupice, odnosno, kad vrijedi $w_D, w_Z < \Delta$. Raspisujući članove u nazivniku dolazi se do izraza oblika;

$$F = -\frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s_0}{(1 + s_0 + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2})} \frac{1}{(1 + \frac{8(\Delta k v + \Delta\mu' b/\hbar \cdot x + k v \mu' b/\hbar \cdot x)}{\Gamma^2})} + \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s_0}{(1 + s_0 + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2})} \frac{1}{(1 - \frac{8(\Delta k v + \Delta\mu' b/\hbar \cdot x - k v \mu' b/\hbar \cdot x)}{\Gamma^2})} \quad . \tag{2.29}$$

Razvijajući funkciju u red; $(1 \pm x)^{-m} = 1 \mp mx + ...$, zanemarujući članove višeg reda te pokratom jednakih doprinosa od obje zrake dobiva se konačni izraz za silu u linearnoj aproksimaciji:

$$F = 8\hbar k^2 \frac{\Delta}{\Gamma} \frac{s_0}{(1 + s_0 + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2})^2} \cdot v + 8\mu' b k \frac{\Delta}{\Gamma} \frac{s_0}{(1 + s_0 + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2})^2} \cdot x \quad , \tag{2.30}$$

odnosno,

$$F = -\beta \cdot v - \kappa \cdot x \quad , \tag{2.31}$$

pri čemu je β koeficijent gušenja (eng. *damping*), definiran kao:

$$\beta = -8\hbar k^2 \frac{\Delta}{\Gamma} \frac{s_0}{(1 + s_0 + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2})^2} \quad , \tag{2.32}$$

a κ je konstanta opruge stupice, definirana kao:

$$\kappa = -8\mu' bk \frac{\Delta}{\Gamma} \frac{s_0}{(1 + s_0 + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2})^2} \quad . \tag{2.33}$$

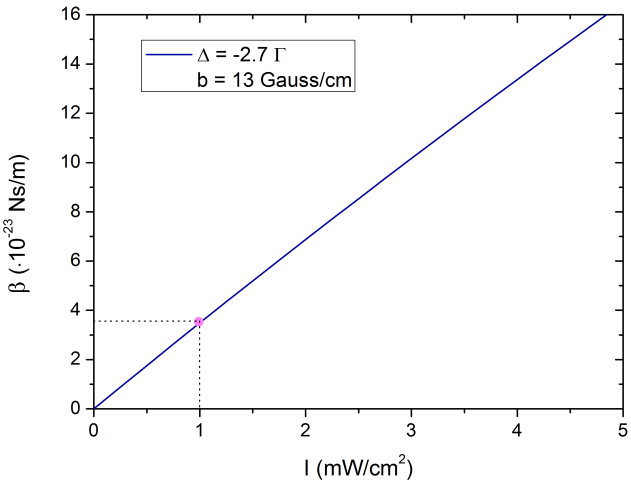
Ovisnost koeficijenta gušenja te konstante opruge stupice o intenzitetu lasera za hlađenje u tipičnim uvjetima rada MOT-a prikazana je na slikama 2.8 te 2.9. Na slikama je označena očekivana vrijednost β i κ za intenzitet lasera za hlađenje u x-osi koji odgovara eksperimentalnim uvjetima, a iznosi 1.023 mW/cm^2.

2.4 Temperatura hladnih atoma

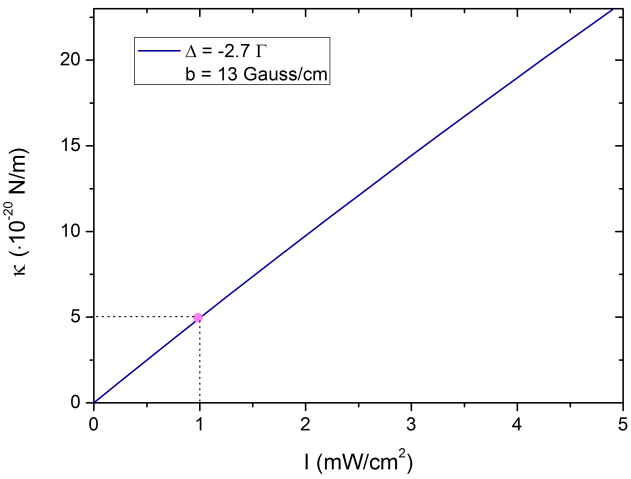
Temperatura kod laserskog hlađenja ne slijedi klasičnu definiciju temperature, gdje je sistem u termodinamičkoj ravnoteži sa svojom okolinom jer atomi ovdje konstantno apsorbiraju i emitiraju svjetlost. Proces hlađenja radijativnom silom praćen je grijanjem koje dolazi uslijed odboja atoma u nasumičnom smjeru pri svakom optičkom ciklusu apsorpcije i emisije, odnosno, diskretnosti u promjeni momenta impulsa. Pojam temperature se ovdje odnosi na uspostavljanje termodinamičke ravnoteže između procesa hlađenja i grijanja. Iz toga slijedi da se atomski sistem može ohladiti do konačne temperature, koja se naziva Dopplerova temperatura, T_D. Granicu Dopplerove temperature moguće je odrediti razmatrajući izmjenu energije atomskog sistema s elektromagnetskim poljem u stacionarnom stanju. Energija koju je potrebno utrošiti na hlađenje atoma jednaka je radu kojeg vrši sila hlađenja na atom [38]:

$$E|_{hlađenje} = \vec{F} \cdot \vec{r} \quad , \tag{2.34}$$

gdje je $\vec{r}$ koordinata atoma. Brzina hlađenja (eng. *cooling rate*) predstavlja derivaciju gornjeg izraza. Ukoliko se uzme da je sila konstanta u infinitezimalnom vremenskom periodu, te uz činjenicu da je za hlađenje bitan samo član vezan uz gušenje brzine atoma u izrazu za silu hlađenja (2.31), brzina hlađenja dana je



Slika 2.8: Ovisnost koeficijenta gušenja o intenzitetu lasera za hlađenje u tipičnim uvjetima rada MOT-a. Na grafu je označena očekivana vrijednost β za intenzitet lasera za hlađenje u x-osi od 1.023 mW/cm^2.



Slika 2.9: Ovisnost konstante opruge o intenzitetu lasera za hlađenje u tipičnim uvjetima rada MOT-a. Na grafu je označena očekivana vrijednost κ za intenzitet lasera za hlađenje u x-osi od 1.023 mW/cm^2.

izrazom:

$$\frac{dE}{dt}\,|_{hlađenje} = \frac{d}{dt}\langle \vec{F}\cdot\vec{r}\rangle = \beta\langle v^2\rangle \quad . \tag{2.35}$$

U stacionarnom stanju, brzina hlađenja jednaka je brzini grijanja (eng. *heating rate*). Do grijanja atomskog oblaka dolazi zbog odboja atoma u nasumičnom smjeru uslijed procesa spontane emisije, brzinom $2\cdot\Gamma\cdot\rho_{ee}$ (gdje faktor 2 dolazi zbog djelovanja dvije laserske zrake) [14, 37]:

$$\frac{dE}{dt}\,|_{grijanje} = 2\cdot\Gamma\cdot\rho_{ee}\cdot\frac{\hbar^2k^2}{m} \quad , \tag{2.36}$$

pri čemu je $\hbar^2k^2/m$ promjena energije atoma u jednom optičkom ciklusu (energija odboja uslijed apsorpcije i spontane emisije). U stacionarnom stanju, oblak je u termodinamičkoj ravnoteži, te se izjednačavanjem izraza za hlađenje i grijanje dobiva izraz za prosječnu brzinu atoma:

$$\langle v^2\rangle = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}\frac{1+s_0+4\Delta^2/\Gamma^2}{-4\Delta/\Gamma} \quad . \tag{2.37}$$

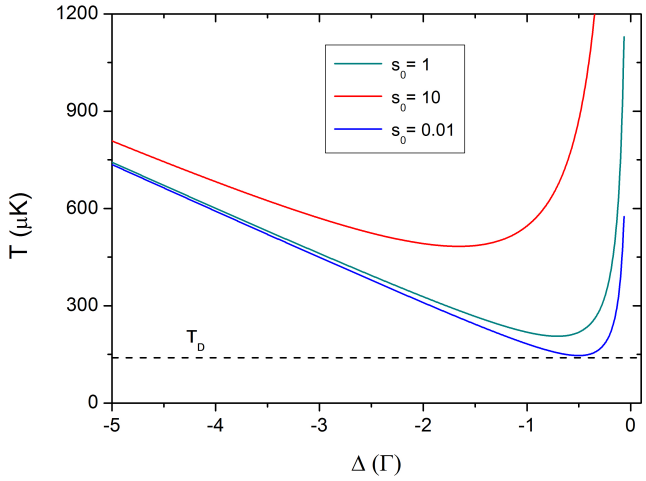
Distribucija brzina čestica u klasičnom idealnom plinu, kao što je hladni atomski oblak, opisana je Maxwell-Boltzmannovom distribucijom. Preko ekviparticionog teorema, temperatura klasičnog idealnog plina povezana je s prosječnom kinetičkom energijom po stupnju slobode. Teorem vrijedi uz uvjet režima idealnog plina; $n\lambda_{dB} << 1$, pri čemu je n gustoća čestica plina, a λ_{dB} je oznaka za de Broglievu valnu duljinu ($\lambda_{dB} = h/mv$). Dobiva se,

$$\bar{E_k} = \frac{1}{2}k_BT = \frac{1}{2}m\langle v^2\rangle \quad , \tag{2.38}$$

Iz prethodnog izraza slijedi:

$$T = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}\frac{1+s_0+4\Delta^2/\Gamma^2}{-4\Delta/\Gamma} \quad . \tag{2.39}$$

Na slici 2.10 prikazana je ovisnost temperature o frekventnom pomaku lasera za hlađenje, Δ za različiti saturacijski parametar, s_0. U granici malih intenziteta,



Slika 2.10: Ovisnost temperature o frekventnom pomaku lasera za hlađenje, Δ za različiti saturacijski parametar, s_0. Crtkanom linijom prikazana je minimalna temperatura koja se može postići Dopplerovim hlađenjem.

$s_0 << 1$ te uz izbor $\Delta = -\Gamma/2$ izraz (2.39) postaje minimalan i daje:

$$T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B} \quad . \tag{2.40}$$

što se naziva Dopplerovom temperaturom, T_D i predstavlja krajnju granicu hlađenja Dopplerovom silom. Za slučaj ^{87}Rb, Dopplerova temperatura iznosi 145 μK. Međutim, moguće je ostvariti temperature i niže vrijednosti od T_D zbog efekta dodatnog hlađenja polarizacijskim gradijentom, u lin$\perp$lin konfiguraciji laserskih zraka ili neujednačenim tlakom zračenja u $\sigma^+\sigma^-$ konfiguraciji [39, 40]. U oba slučaja dinamika optičkog pumpanja magnetskih podnivoa generira novi mehanizam za realizaciju niskih temperatura. Granicu najniže temperature predstavlja tzv. temperatura odboja, eng. *recoil limit* koja je povezana s promjenom momenta impulsa atoma uslijed apsorpcije ili emisije jednog fotona, pri čemu atom dobiva brzinu odboja v_{rec}, definiranu izrazom 2.24. Odgovarajuća promjena energije, preko ekviparticionog teorema povezana je s temperaturom, pa se temperatura odboja definira kao:

$$T_{rec} = \frac{\hbar^2 k^2}{k_B m} \quad . \tag{2.41}$$

Za ^{87}Rb temperatura odboja iznosi 362 nK. Temperature niže od T_{rec} eksperimentalno su ostvarene upotrebom eng. *sub-recoil* tehnika [41, 42]. Nadalje, tehnikom evaporativnog hlađenja, koje se bazira na selektivnom uklanjanju visoko energetskih atoma iz stupice, praćeno termalizacijom preostalih čestica elastičnim sudarima, postiže se BEC. Najniža temperatura ikad, postignuta je u natrijevom BEC-u i iznosi 450 pK [43].

2.5 Dopplerov model hlađenja za realni sistem ^{87}Rb

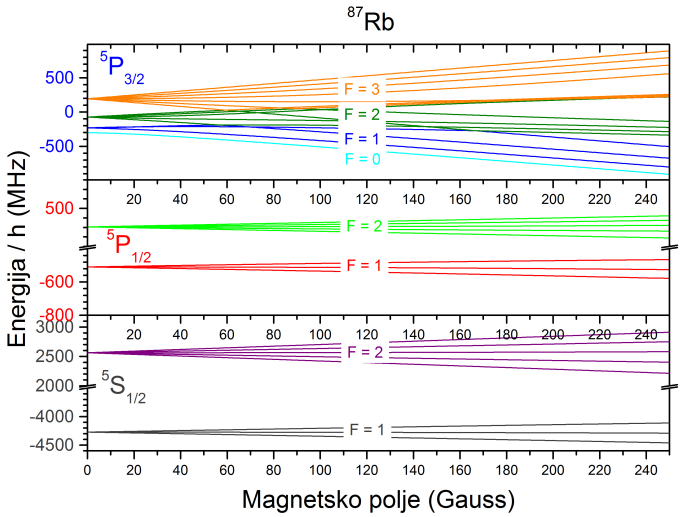
Dopplerov model hlađenja bazira se na jednostavnom modelu atoma, koji se sastoji od dva energijska nivoa. Međutim, realni atomski sistemi koji bivaju hlađeni često imaju složenu energijsku strukturu. Radi boljeg razumijevanja procesa hlađenja putem sila koje djeluju na rubidijeve atome u MOT-u, napravljen je teorijski model sile koji je relevantan za realni atom ^{87}Rb. U tu svrhu u izraz za silu hlađenja, izveden ranije (2.26), koji se bazira na standardnom Dopplerovom modelu, potrebno je uključiti doprinose svih dozvoljenih prijelaza među magnetskim podnivoima, odnosno doprinose Zeemanovih prijelaza, $m_F \rightarrow m'_F$.

Međudjelovanje vanjskog magnetskog polja s atomskim sistemom dano je Hamiltonijanom interakcije, H_B koji za srednja i jaka polja iznosi,

$$H_B = \frac{\mu_B}{\hbar}(g_J J + g_I I)B \quad , \tag{2.42}$$

gdje je J elektronski angularni moment, I je spinski angularni moment jezgre, dok g_J i g_I predstavljaju redom, elektronski orbitalni te nuklearni Landeov g-faktor, čije se vrijednosti mogu naći u [44]. Rješenju Hamiltonijana H_B potrebno je dodati i rješenje Hamiltonijana hiperfine interakcije, opisano u [45], koje daje energiju hiperfinog cijepanja. Oba Hamiltonijana rješavaju se standardnim postupkom dijagonalizacije matrice, a kao rezultat dobivaju se energije Zeemanovih komponenti pojedinih hiperfinih nivoa u uvjetima kada se atom nalazi u vanjskom magnetskom polju srednje jakosti, slika 2.11. Cijepanjem hiperfinih nivoa F u magnetskom polju dolazi do uklanjanja degeneracije, pri čemu nastaju 2F+1 atomskih stanja karakteriziranih ukupnim angularnim momentom; m_{-F}, m_{-F+1},..., m_{F-1}, m_F. Može se primijetiti da je u danom okviru jakosti magnetskog polja, Zeema-

novo cijepanje malo u usporedbi s hiperfinim cijepanjem.



Slika 2.11: Cijepanje hiperfinih nivoa osnovnog i pobuđenih stanja ^{87}Rb u vanjskom magnetskom polju srednje jakosti. Na grafu su prikazane relativne energetske skale. Slika je preuzeta iz [45].

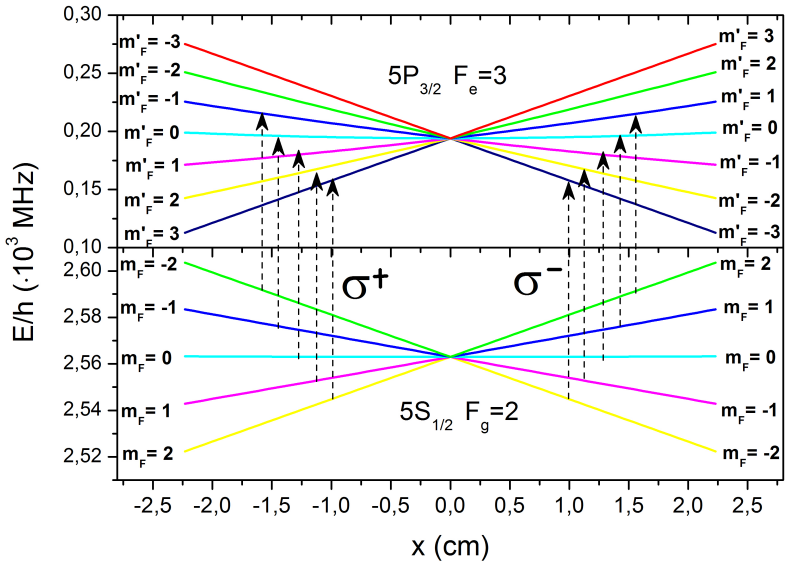
Za slaba magnetska polja korištena u ovom eksperimentu (0 - 30 Gaussa) karakteristična je linearna ovisnost energije cijepanja o jakosti vanjskog magnetskog polja:

$$\Delta E = \mu_B g_F m_F B \quad , \tag{2.43}$$

gdje je g_F Landeov g-faktor, koji opisuje cijepanje energije hiperfinih nivoa, dok je m_F oznaka za određeni magnetski podnivo.

Relevantan prijelaz za hlađenje u atomu ^{87}Rb je D2 hiperfini prijelaz, $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$, pa je laser za hlađenje ugođen tipično 2-3Γ niže od navedenog prijelaza. Na slici 2.12 prikazano je cijepanje energijskih nivoa koji sudjeluju u procesu hlađenja, u ovisnosti o položaju od centra stupice. Magnetsko polje je gradijenta 13 Gauss/cm, što čini poveznicu između x-osi na slikama 2.11 i 2.12. Slijedeći izborna pravila za danu polarizaciju upadne laserske zrake, σ^+ i σ^-, identificirani su dozvoljeni hiperfini prijelazi. Magnetski nivoi osnovnog i pobuđenog stanja invertirani su u odnosu na x $>$ 0 područje (smjer polja je obrnut u odnosu na x-os, prikazano na slici 3.17).

Oduzmu li se energije gore navedenih pobuđenih i osnovnih nivoa, koji mogu

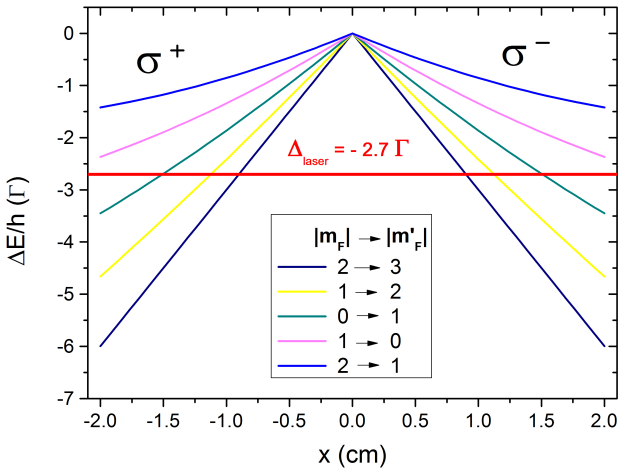


Slika 2.12: Cijepanje magnetskih podnivoa u ovisnosti o pomaku od centra stupice. Strelicama su označeni dozvoljeni σ^+ i σ^- prijelazi.

sudjelovati u procesu hlađenja (povezani strelicama na slici 2.12) dobivaju se energijski diferencijalni potencijali, slika 2.13. Najveći energijski pomak od rezonancije ima prijelaz $|m_F| = 2 \rightarrow |m'_F| = 3$. Na slici je prikazana frekvencija lasera za hlađenje, koji je pomaknut za $-2.7\ \Gamma$ $[\Gamma(^{87}Rb) = 2\pi \cdot 6.067$ MHz$]$ u odnosu na rezonantni prijelaz te se može vidjeti da je on s različitim prijelazima u rezonanciji na različitim x.

Izraz za silu (2.26) izveden ranije uz *detunig* $\Delta_\pm = \Delta \pm w_D \pm w_Z$ bit će modificiran u svrhu uključivanja svih magnetskih podnivoa koji sudjeluju u procesu hlađenja. Umjesto člana $w_Z = \frac{\mu' b}{\hbar} x$ koji opisuje Zeemanov pomak, gdje se nalazi giromagnetski faktor μ' kojim se opisuje cijepanje hiperfinih nivoa u magnetskom polju, a koji se definira preko doprinosa magnetskog podnivoa s najvećim cijepanjem, sada se uvrštava nagib dobiven iz slike 2.13, kojim se daje točna vrijednost cijepanja energije za pojedini magnetski podnivo. Dakle, izraz za silu hlađenja za 1D slučaj koji uključuje Zeemanove prijelaze postaje sljedeći:

$$F = \sum_{i=1}^{5} \left(-\frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s_{0i}}{1 + s_{0i} + 4\frac{(\Delta_+^2)_i}{\Gamma^2}} + \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s_{0i}}{1 + s_{0i} + 4\frac{(\Delta_-^2)_i}{\Gamma^2}} \right) \quad , \tag{2.44}$$



Slika 2.13: Diferencijalni potencijali u ovisnosti o pomaku od centra stupice za σ^- i σ^+ prijelaze. Laser za hlađenje pomaknut je za -2.7 Γ u odnosu na rezonantni prijelaz.

gdje je $s_{0i} = I/(I_s)_i$, pri čemu je $(I_s)_i$ intenzitet saturacije [44] za svaki Zeemanov prijelaz.

Na slici 2.14 a) prikazana je sila u prostoru, za atome s $v = 0$. Doprinos svakog od pet dozvoljenih Zeemanovih prijelaza prikazan je zasebno, a zatim su doprinosi zbrojeni u svrhu dobivanja ukupne sile. Može se primijetiti da najjači doprinos sili dolazi od zatvorenog prijelaza ($m_F = -2 \rightarrow m'_F = -3$ za σ^- polarizaciju upadne laserske zrake te $m_F = 2 \rightarrow m'_F = 3$ za σ^+ polarizaciju retrorefleksivne zrake), što je i očekivano jer oni imaju najveći dipolni moment prijelaza. Također, profil sile nije simetričan, odnosno, intenziteti pojedinih Zeemanovih prijelaza pobuđeni laserskom zrakom σ^- polarizacije veći su u odnosu na intenzitete Zeemanovih prijelaza σ^+ polarizirane laserske zrake. Razlog tomu je manji intenzitet laserske zrake (σ^+ polarizacije) koja se reflektira, a slabiji je u odnosu na upadnu lasersku zraku za 32% (postoje gubitci na prolasku zrake kroz prozore vakuumske ćelije te na refleksiji od zrcala i $\lambda/4$ polarizacijske pločice). Maksimum sile za pojedini prijelaz postiže se za onaj x na kojem je Zeemanov pomak jednak frekventnom pomaku lasera za hlađenje (Dopplerov pomak je u ovom slučaju nula budući da su razmatrani atomi brzinske grupe nula).

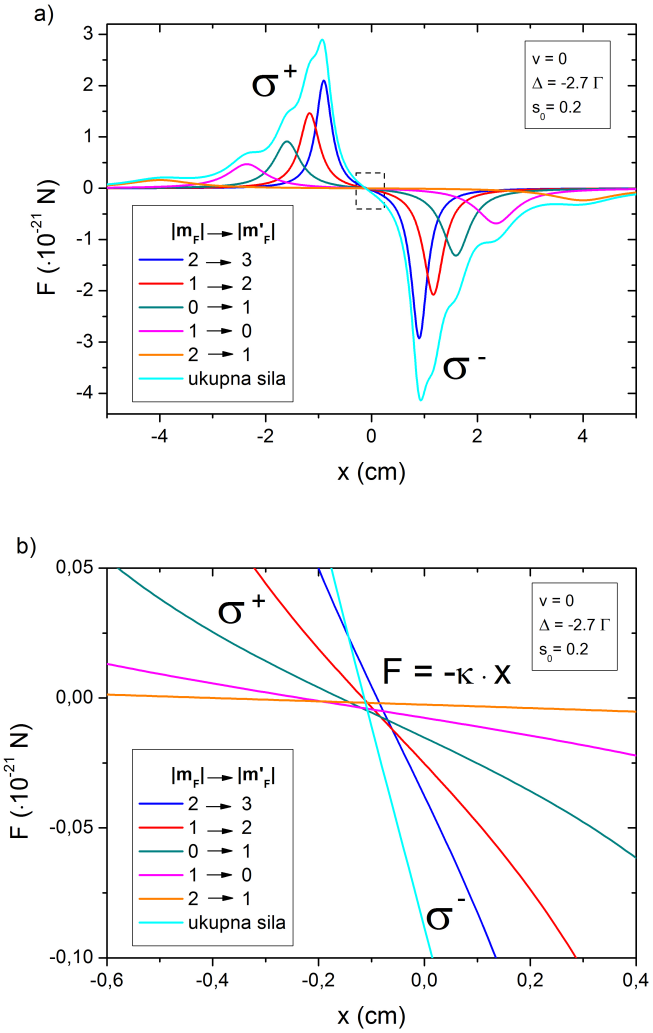
Pogleda li se poluširina pojedinih Lorentziana, primjećuje se da zatvoreni prije-

laz s najvećim intenzitetom ujedno daje i Lorentzian najmanje poluširine. Međutim, poluširina na grafu izražena je u centimetrima te je tek njihovom pretvorbom u MHz (preko nagiba na slici 2.13) moguće donijeti ispravan zaključak o poluširini pojedinog Zeemanovog prijelaza. Zeemanov prijelaz najvećeg intenziteta (zatvoreni prijelaz) očekivano ima i najveću poluširinu (jer će najprije biti saturiran).

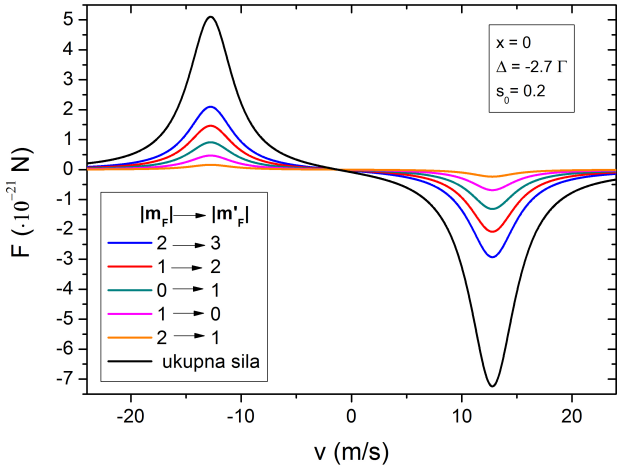
Zbroje li se svi doprinosi sili uslijed Zeemanovih prijelaza, dobiva se konačni izgled sile hlađenja u ovisnosti o x-u, slika 2.14 a). Uveća li se područje oko centra, odnosno, oko $x = 0$, može se vidjeti linearna ovisnost sile o položaju, slika 2.14 b) što odgovara aproksimaciji lineariziranog izraza za silu (2.31). Iz nagiba pravca moguće je odrediti konstantu opruge stupice za različite parametre MOT-a. Za tipične operabilne uvjete MOT-a, Δ = -2.7 Γ, $b = 13$ Gauss/cm, intenzitet upadne zrake $I_1 = 1.023$ mW/cm^2 te retrorefleksivne zrake $I_2 = 0.68 \cdot I_1$, konstanta opruge iznosi $\kappa = 0.93 \cdot 10^{-19}$ N/m. Usporedi li se ova vrijednost s κ određenoj preko izraza (2.33), za iste radne uvjete MOT-a, dobiva se $\kappa = 5.06 \cdot 10^{-20}$ N/m. Iznos konstante opruge određene iz nagiba sile očekivano je veći budući da ista uključuje doprinos svih pet Zeemanovih prijelaza, dok je potonji rezultat dobiven na temelju jednog Zeemanovog prijelaza, onog s najvećim cijepanjem, $m_F = |2| \rightarrow m'_F = |3|$. Također, primjećuje se da u $x = 0$ sila ne iznosi nula, a razlog tome je nejednoliki intenzitet upadne i retrorefleksivne laserske zrake uslijed čega su i Lorentziani različitog intenziteta što dovodi do asimetričnog profila sile u ovisnosti o x-u.

Ovisnost sile o brzini atoma, u $x = 0$, prikazana je na slici 2.15. Prikazan je profil sile za svaki pojedini prijelaz te za ukupnu silu, dobivenu kao sumu svih pet doprinosa, čiji je iznos očekivano veći. Maksimum sile za pojedini prijelaz određen je relacijom koja opisuje ukupni pomak od rezonancije atomskog prijelaza (2.27) i postiže se u slučaju kad frekventni pomak lasera za hlađenje biva jednak Dopplerovom pomaku (Zeemanov pomak je u ovom slučaju nula budući da su razmatrani atomi koji se nalaze u centru stupice). Dakle, sila postiže maksimalnu vrijednost na istom položaju za svih pet dozvoljenih prijelaza, međutim, razlika postoji u iznosu sile za pojedini prijelaz zbog različitog dipolnog momenta prijelaza te različitih poluširina linije. Kako je saturacijski parametar za zatvoreni prijelaz najveći (jer ima najveći dipolni moment prijelaza), najveću poluširinu ima upravo taj prijelaz.

Ovisnost ukupne radijativne sile na atome o položaju i brzini atoma prika-

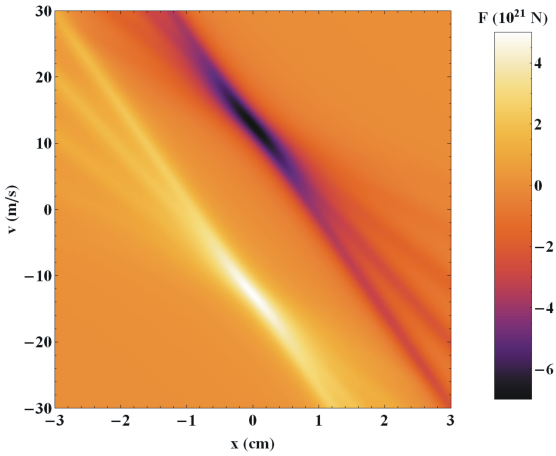


Slika 2.14: a) Sila hlađenja u ovisnosti o položaju atoma, gdje su doprinosi od pojedinog Zeemanovog prijelaza prikazani zasebno, dok je plavom linijom prikazana ukupna sila (zbrojeni svi doprinosi). b) Uvećano područje naznačeno na grafu a) crtkanim kvadratićem. Pokazuje se valjanost linearne aproksimacije za silu hlađenja u slučaju malih pomaka atoma od centra stupice te malih brzina.

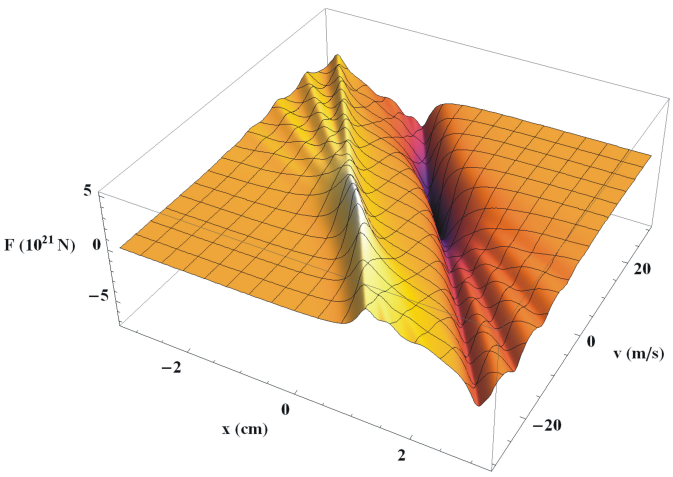


Slika 2.15: Ukupna sila hlađenja te pojedini doprinosi u ovisnosti o brzini atoma u x = 0.

zana je na slikama 2.14 te 2.15. Pogleda li se sad za koju brzinu i položaj atoma istovremeno sila postiže maksimalnu vrijednost, uz određeni frekventni pomak lasera za hlađenje od rezonancije, -2.7 Γ, dobiva se sljedeće, slika 2.16 te 3D prikaz ovisnosti sile, slika 2.17. Na obje slike vidljiva su dva doprinosa sili, prvi je prikazan žutom bojom te predstavlja silu pozitivnog iznosa na rubidijeve atome koja potječe od retrorefleksivne laserske zrake, zatim drugi, označen crvenom linijom koji proizlazi od sile (negativnog iznosa) uslijed djelovanja upadne laserske zrake. Može se uočiti položaj gdje je sila najveća - najsvjetlije (gdje je najveći intenzitet) i najtamnije područje na slici te doprinos pojedinih Zeemanovih prijelaza, pri čemu su jasno vidljiva tri Zeemanova prijelaza ($m_F = 0 \rightarrow m'_F = |1|$, $m_F = |1| \rightarrow m'_F = |2|$, $m_F = |2| \rightarrow m'_F = |3|$), dok su preostala dva ($m_F = |1| \rightarrow m'_F = 0$, $m_F = |2| \rightarrow m'_F = |1|$) premalog intenziteta da bi bila vidljiva. Maksimalna sila dobiva se za ukupni *detuning* od atomske rezonancije jednak nuli, prema izrazu (2.27), tj. u slučaju kad frekventni pomak lasera za hlađenje kompenzira Dopplerov i Zeemanov pomak. Može se vidjeti kako sila postiže najveću vrijednost za one atome koji se gibaju brzinom od oko 13 m/s (to je početna brzina atoma prije nego započne proces hlađenja) u neposrednoj blizini centra stupice, dakle, oko $x = 0$.



Slika 2.16: Ovisnost ukupne radijativne sile na atome o prostoru i brzini atoma za parametre $\Delta = -2.7\ \Gamma$ te $s_0 = 0.2$.



Slika 2.17: Trodimenzionalan prikaz ovisnosti ukupne radijativne sile na atome o prostoru i brzini atoma za parametre $\Delta = -2.7\ \Gamma$ te $s_0 = 0.2$.

2.6 Fokker-Planckova jednadžba

U procesu laserskog hlađenja dolazi do izmjene momenta impulsa između atoma i elektromagnetskog polja zračenja. Budući da je izmjena impulsa (i energije) u procesima apsorpcije i spontane emisije diskretan proces, interakcija je karakterizirana konačnim korakom iznosa $\hbar k$ u prostoru impulsa, dok relaksacijski procesi odgovaraju nasumičnom koraku $\hbar k$. Distribucija položaja i momenta impulsa atoma u hladnom oblaku, $W(x,p,t)$ može se opisati 1D Fokker-Planckovom jednadžbom [46]:

$$\frac{\partial}{\partial t}W(x,p,t) = -\frac{p}{m}\frac{\partial}{\partial x}[W(x,p,t)] - \frac{\partial}{\partial p}[F \cdot W(x,p,t)] + \frac{\partial^2}{\partial p^2}[D \cdot W(x,p,t)], \quad (2.45)$$

pri čemu je D koeficijent difuzije. Uz $p = mv$ te silu hlađenja, $F = -\kappa x - \beta v$, dobiva se:

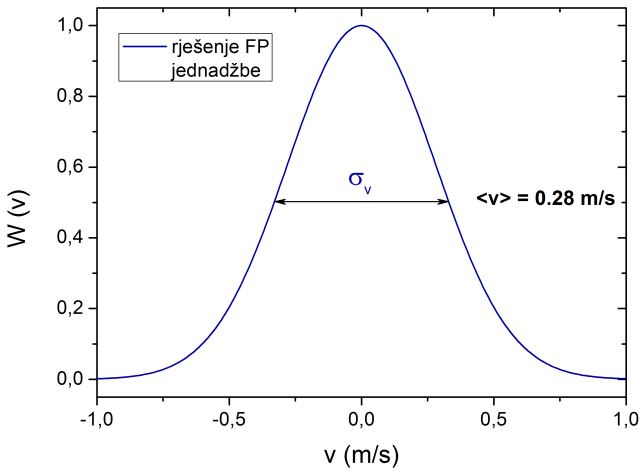
$$\frac{\partial W(x,v,t)}{\partial t} = -v\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{1}{m}\beta \cdot W + \frac{1}{m}(\kappa x + \beta v)\frac{\partial W}{\partial v} + \frac{1}{m^2}D\frac{\partial^2 W}{\partial v^2}. \quad (2.46)$$

Stacionarno rješenje 1D Fokker-Planckove jednadžbe u slučaju kad član difuzije i sila ne ovise o vremenu, sljedećeg je oblika:

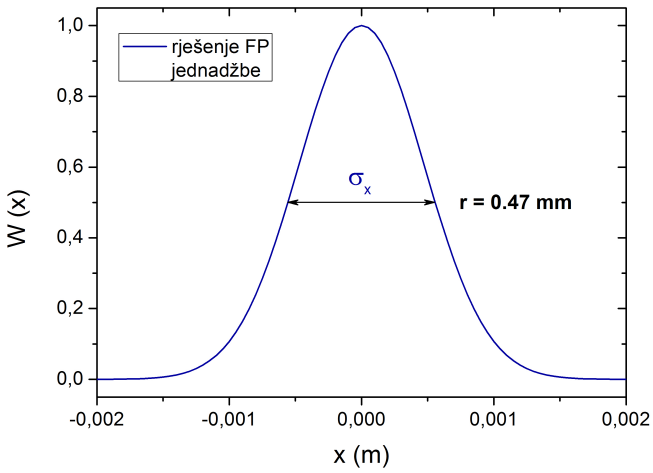
$$W(x,v,0) = e^{-x^2/\sigma_x^2 - v^2/\sigma_v^2}, \quad (2.47)$$

pri čemu je $\sigma_x^2 = 2D/(\beta\kappa)$ te $\sigma_v^2 = 2D/(m\beta)$. Rješenje Fokker-Planckove (FP) jednadžbe atoma u x i v prostoru prema funkcijskoj ovisnosti odgovara Maxwell-Boltzmannovoj distribuciji u 1D.

Za sistem s vrijednostima za koeficijent gušenja, konstantu opruge te koeficijent difuzije dobivene teorijski, redom prema izrazima (2.32), (2.33) te uz $D = 4\hbar^2k^2\Gamma/2 \cdot I_1/I_{sat} \cdot (1 + I_1/I_{sat} + 4\Delta^2/\Gamma^2)^{-1}$, uz parametre koji odgovaraju eksperimentalnim uvjetima (I_1 = 1.023 mW/cm^2, Δ = -2.7 Γ, b = 13 Gauss/cm), izračunati su σ_x iznosa 0.67 mm i σ_v, koji iznosi 0.397 m/s. Isti su potom uvršteni u jednadžbu (2.46) radi dobivanja raspodjele brzina, slika 2.18 i položaja atoma, slika 2.19 u hladnom oblaku. Distribucija brzina i položaja atoma u oblaku opisana je Gaussovom funkcijom (kao što se vidi iz izraza (2.47)),



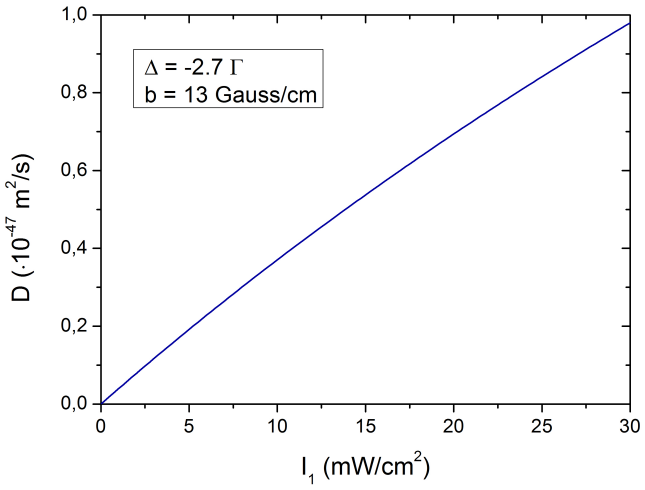
Slika 2.18: Distribucija brzina atoma u oblaku u $t = 0$ te za $x = 0$.



Slika 2.19: Distribucija položaja atoma u oblaku u $t = 0$ te $v = 0$.

iz koje je preko $< v >= \sigma_v/\sqrt{2}$ određena srednja brzina gibanja atoma u oblaku $< v > = 0.28$ m/s te preko $< r >= \sigma_x/\sqrt{2}$ radijus oblaka, $r = 0.47$ mm. Uz $E = 1/2 \cdot k_B T = 1/2 \cdot mv^2 = 1/2 \cdot \kappa x^2$, moguće je odrediti temperaturu oblaka u danim eksperimentalnim uvjetima, koja prema obje gornje jednakosti iznosi, T $\simeq$ 810 μK.

Na slici 2.20 prikazana je ovisnost koeficijenta difuzije momenta impulsa o intenzitetu lasera za hlađenje u tipičnim radnim uvjetima stupice. Povećanjem intenziteta veći je difuzijski koeficijent.



Slika 2.20: Ovisnost koeficijenta difuzije o intenzitetu lasera za hlađenje.

3

Izgradnja magnetno-optičke stupice rubidijevih atoma

Lasersko hlađenje i zarobljavanje atoma predstavlja potpuno novu eksperimentalnu tehniku uvedenu u Laboratorij za femtosekundnu lasersku spektroskopiju na Institutu za fiziku. Time se naš Laboratorij priključio široj zajednici svjetskih zemalja koje su prepoznale ultrahladno područje kao modernu i perspektivnu granu atomske fizike. Magnetno-optička stupica (MOT) je eksperimentalna metoda zarobljavanja koja se koristi u ovom eksperimentalnom postavu, a početna faza istraživanja, opisana u ovom poglavlju, obuhvaća kompletnu izradu eksperimentalnog postava; planiranje, slaganje eksperimenta te realizaciju hladnog oblaka.

Eksperimentalni postav za realizaciju MOT-a rubidijevih atoma složeni je sistem koji čini nekoliko zasebnih jedinica. U ovom će poglavlju redom biti dan opis pojedinih sistema; počevši od kemijskog elementa koji se hladi - atoma rubidija, vakuumskog i laserskog sistema, staklene ćelije s dispenzerima, zavojnica za generiranje gradijenta magnetskog polja, zavojnica za kompenzaciju geomagnetskog polja, optičkih elemenata i detektora te naposljetku, sheme i opisa eksperimentalnog postava u cjelini.

3.1 Atom rubidija

3.1.1 Fizikalna i kemijska svojstva

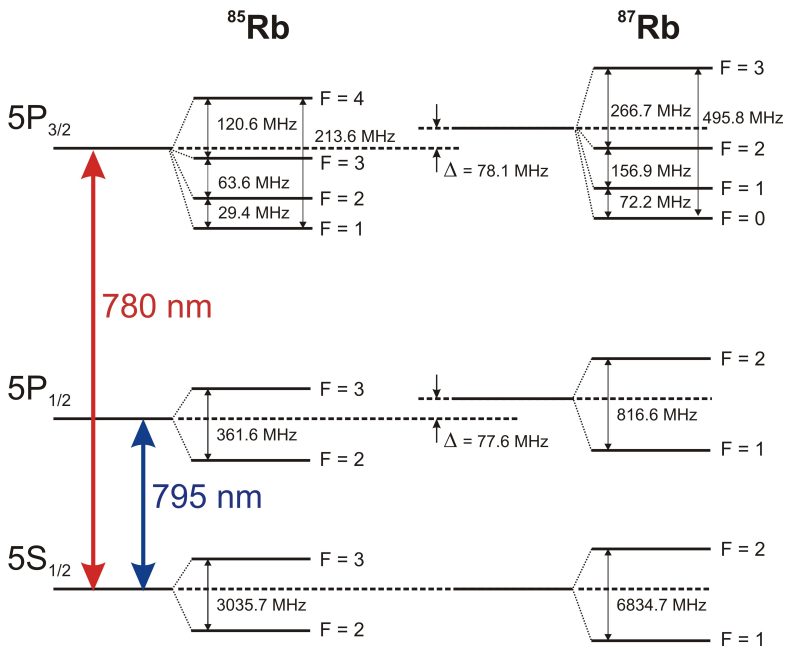
Kemijski element koji se hladi u ovoj stupici je rubidij 87, koji pripada skupini alkalijskih metala. Atomski broj rubidija je 37, a atomska masa iznosi 86.909. Dva su prirodna izotopa rubidija; ^{87}Rb, zastupljenosti 28% te ^{85}Rb, zastupljenosti 72%. Atom rubidija ima jedan nespareni elektron u vanjskoj ljusci te elektronsku konfiguraciju $[Kr]5s^1$, čime spada u skupinu vodiku sličnih elemenata. Upravo zbog svoje relativno jednostavne energijske strukture rubidij je idealan kandidat za istraživanja fundamentalne prirode.

Rubidij je mekani, srebrno-bijeli metal, koji je vrlo reaktivan, pa se na zraku sam zapali, a burno reagira s vodom. Dobiva se reakcijom kalcija ili kalija s rubidijevim kloridom. Po zastupljenosti u Zemljinoj kori nalazi se na 16. mjestu. Otkriven je 1861. godine, kada ga Bunsen i Kirchhoff detektiraju spektroskopskom analizom kao nečistoću u uzorku minerala lepidolita. Koristi se pri izradi fotoćelija, kao i cezij, te u žaruljama jer emitira svjetlost u vidljivom dijelu spektra. Ime je dobio po najintenzivnijim emisijskim linijama, koje su crvene boje (latinski *rubidus* = tamno crven). Pri sobnoj temperaturi rubidij se nalazi u tekućem agregatnom stanju, tali se na temperaturi od 312.2 K, dok mu temperatura vrelišta iznosi 961 K.

3.1.2 Hiperfina struktura rubidijevog atoma

Rezonantne linije D1 i D2 atoma rubidija, odnosno, najintenzivnije linije u spektru, odgovaraju sljedećim prijelazima: $D1 : 5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$ ($\lambda = 795$ nm) i $D2 : 5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ ($\lambda = 780$ nm). Ti nivoi su komponente dubleta fine strukture, koja nastaje vezanjem orbitalnog angularnog momenta L valentnog elektrona te njegovog spinskog angularnog momenta S. To vezanje vodi do ukupnog elektronskog angularnog momenta, $J = L + S$ (Russel-Saunders-ovo pravilo), pri čemu kvantni broj J može poprimiti sljedeće vrijednosti: $J = |L - S|, ..., L + S = |L \pm 1/2|$. Za rubidij u osnovnom stanju $J = 1/2$ ($L = 0, S = 1/2$), a u prvom pobuđenom stanju $J = 1/2$ ili $3/2$ ($L = 1, S = 1/2$). Energijski nivoi cijepaju se za odgovarajući iznos kvantnog broja J i prema tome se prijelaz s $L = 0 \rightarrow L = 1$

(D linija) dijeli na dvije komponente; D1 i D2 liniju. Hiperfina struktura nastaje



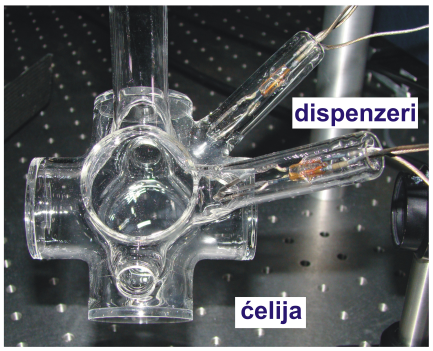
Slika 3.1: Shematski prikaz hiperfine energijske strukture ^{85}Rb i ^{87}Rb [44]. Relativni odnosi finih i hiperfinih nivoa nisu prikazani u mjerilu.

vezanjem ukupnog elektronskog angularnog momenta J s nuklearnim angularnim momentom I. Ukupni atomski angularni moment F, $F = J + I$, može poprimiti sljedeće vrijednosti: $F = |I - J|, ..., I + J$. Za ^{87}Rb u osnovnom stanju $F = 1$ ili 2 ($J = 1/2, I = 3/2$), a u prvom pobuđenom stanju $F' = 0, 1, 2$ ili 3 ($J = 3/2, I = 3/2$) za D2 rezonantnu liniju te $F' = 1$ ili 2 ($J = 1/2, I = 3/2$) za D1 rezonantnu liniju. Za ^{85}Rb spin jezgre I iznosi 5/2, pa je prema tome osnovno stanje ^{85}Rb karakterizirano kvantnim brojem F, koji poprima vrijednosti 2 ili 3 ($J = 1/2, I = 5/2$). U prvom pobuđenom stanju $F' = 1, 2, 3$ ili 4 ($J = 3/2, I = 5/2$) za D2 rezonantnu liniju, a $F' = 2$ ili 3 ($J = 1/2, I = 5/2$) za D1 rezonantnu liniju. Na slici 3.1 prikazana je hiperfina struktura atoma rubidija, zbog koje dolazi do cijepanja energijskih nivoa s obzirom na različite vrijednosti kvantnog broja F. Izotopi rubidija imaju različite atomske mase, zbog čega su i frekvencije D1 i D2 prijelaza nešto više za ^{87}Rb u odnosu na ^{85}Rb. Razlika u rezonantnim frekvencijama označena je s Δ i naziva se izotopni pomak.

3.2 Vakuumska ćelija

3.2.1 Rubidijevi dispenzeri

Atomi rubidija se uvode preko dispenzera, ugrađenih u staklenu ćeliju. Rubidijevi dispenzeri [47], proizvođača *Saes Getters*, sadrže mješavinu rubidijevog kromata (Rb_2CrO_4) i slitine St 101 (Zr 84% : Al 16%), koja služi kao reducirajući agens te za prevenciju kontaminacije rubidijeve pare (ireverzibilno apsorbira gotovo sve kemijski aktivne plinove koji se generiraju uslijed kemijske rekcije). Na slici 3.2 prikazana je staklena ćelija koja ima dva pipka u kojima su pohranjeni rubidijevi dispenzeri. Puštanjem struje kroz dispenzer, tipične vrijednosti 4 A, dolazi do otpuštanja atoma rubidija u ćeliju u prirodnom izotopskom omjeru. Staklena ćelija, proizvođača *Technical Glass* sastoji se od šest velikih prozora kojima pod međusobno pravim kutem prolazi šest laserskih zraka, te ima još tri manja prozora koji služe za detekciju ili za uvođenje dodatnih laserskih zraka.



Slika 3.2: Vakuumska ćelija s rubidijevim dispenzerima.

3.2.2 Vakuumski sistem

Rubidijeva ćelija spojena je na vakuumski sistem. Ultravisoki vakuum potreban je radi sprečavanja nečistoća u vidu drugih kemijskih elemenata koji bi sudarima smanjili efikasnost hlađenja rubidijevih atoma u ćeliji. Za postizanje početnog vakuuma korišten je *Task Controler* [48], koji se sastoji od turbomolekularne

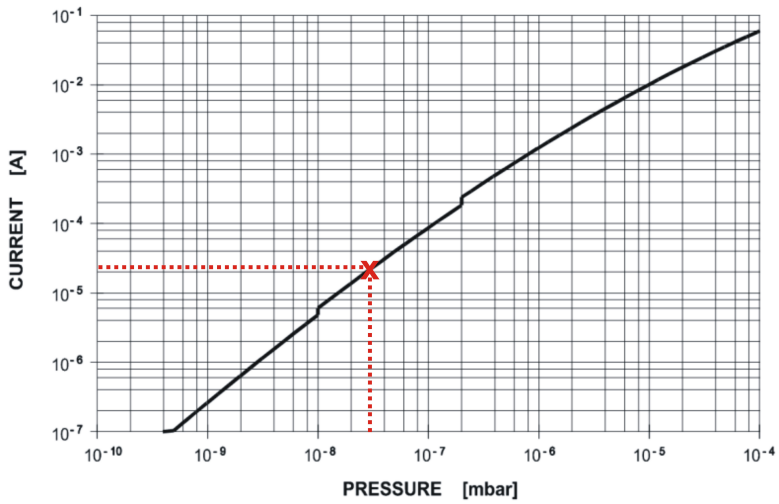
pumpe (*Varian task-A V81M*) [49] te spiralne pumpe (model *SH-110 Scroll Pump* [50]). Spiralna pumpa prvo smanjuje tlak na $\approx 10^{-3}$ Torr. Pri toj vrijednosti uspostavlja se molekularni tok, što znači da su molekule relativno slobodne i ne interagiraju jedna s drugom. U tom režimu turbomolekularna pumpa preko niza rotor-stator parova usmjerava molekule prema drugom kraju pumpe. Pri uspostavi tlaka od $\approx 10^{-5}$ Torr, uključuje se ionska pumpa, *Varian Vaclon Plus StarCell 55* [51] s pripadajućim kontrolerom, *MiniVac*.

Za razliku od prethodnih pumpi za postizanje početnog vakuuma, ionska pumpa otklanja neželjene molekule plina na način da ih zadrži i pohrani na svojim zidovima, a ne da ih izbaci iz sistema. Molekule plina bombardiraju se visoko energetskim elektronima i tijekom sudara gube jedan ili više elektrona, ostavljajući za sobom pozitivno nabijene ione. Pod utjecajem jakog električnog polja (U_{dc}= 3000 - 7000 V), ioni se akceleriraju do katode načinjene od titana. Snaga sudara je toliko velika da dolazi do izbacivanja atoma titana iz katode i njegovog raspršenja na susjednim zidovima pumpe. Titan je ekstremno reaktivan element te se kemijski veže za aktivne plinove kao što su kisik, dušik, ugljik-monoksid, ugljik-dioksid i voda, koji se potom akumuliraju na površinskim elementima te zidovima pumpe. Inertni plinovi kao što su helij, neon, argon, kripton i ksenon pumpaju se postupkom eng. *ion burial*, gdje se plemeniti plinovi jednostavno prekriju raspršenim titanom. Neki plinovi kao što je vodik ne trebaju se ionizirati da bi bili ispumpani jer direktno interagiraju s titanskom katodom i raspršenim titanskim filmom. Dizajn ionske pumpe u triodnoj konfiguraciji, kao što je ovdje slučaj, takav je da je čini jedinom pumpom koja uspješno otklanja i velike količine plemenitih plinova i vodik. Nadalje, ona posjeduje veliku brzinu pumpanja i kapacitet za metan, argon i helij. Brzina pumpanja je parametar koji pokazuje sposobnost pumpe za otklanjanjem molekula u danom volumenu i jedna je od glavnih značajka rada pumpe. Brzina pumpanja *Starcell-a* iznosi 50 L/s.

3.2.3 Koncentracija pozadinskog plina u ćeliji

Tlak u ionskoj pumpi proporcionalan je struji koja protječe kroz nju. Tlak u sistemu se određuje pomoću baždarne krivulje koja je dana u tehničkim specifikacijama pumpe, istu vidimo na slici 3.3, a koja povezuje vrijednost struje (određene preko mjerenja napona te poznavanja unutrašnjeg otpora pumpe) s pozadinskim

tlakom u ćeliji. Izmjerena struja u našem sistemu iznosi 25 μA, što odgovara pozadinskom tlaku od $3 \cdot 10^{-8}$ mbar ($2.26 \cdot 10^{-8}$ Torr).

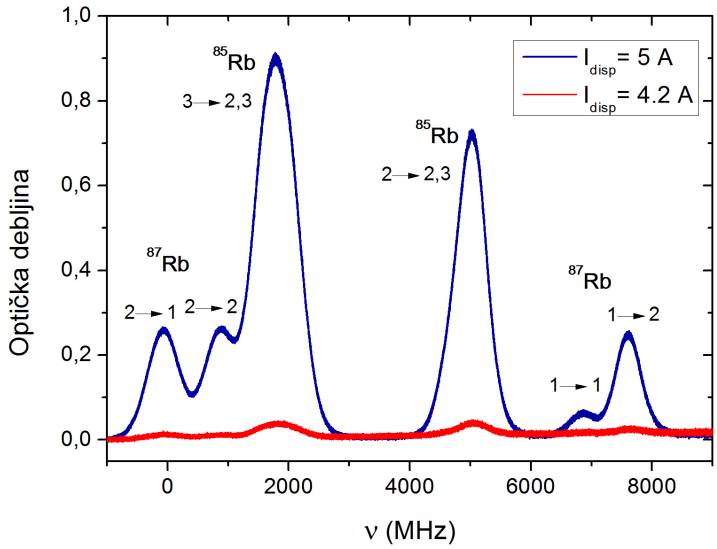


Slika 3.3: Baždarna krivulja za određivanje tlaka, preuzeta iz specifikacija dobivenih od proizvođača [51]. Crvenim križićem označen je pozadinski tlak u sistemu.

Rubidij se u prirodnom izotopskom omjeru otpušta u vakuumsku ćeliju putem dispenzera. Za vrijeme prvotnog otpuštanja rubidija potrebno je zagrijati ćeliju radi uklanjanja dodatnih nečistoća nataloženih na dispenzeru. Staklena ćelija zajedno s ionskom pumpom omotana je grijačima i grijana do temperatura od $\sim$ 200° C nekoliko dana. Aktivirane su sve kombinacije danih šest dispenzera integriranih u dva pipka, gdje su po dva dispenzera spojena serijski sa strujno -naponskim izvorom *HAMEG, HM 7042-5*. Pozadinski tlak, gore naveden, bio je konstantan kroz sva mjerenja izvršena u ovoj disertaciji.

Koncentracija atoma rubidija 87 u ćeliji određena je mjerenjem apsorpcije probnog lasera ugođenog na D1 prijelaz ($\lambda = 795$ nm) za različite struje dispenzera (4.05 - 5.0 A). Laser pripada skupini *ECDL* lasera (*External Cavity Diode Laser*), o kojima će biti riječ u idućem poglavlju. Na slici 3.4 prikazana je apsorpcija probnog lasera koji prolazi kroz centar ćelije za dvije različite struje dispenzera. Na manjim strujama apsorpcija nije bila vidljiva.

Koeficijent apsorpcije k određen je Beer-Lambertovim zakonom (3.1), gdje je s I_0 označen intenzitet upadne svjetlosti, I predstavlja intenzitet transmitirane svjetlosti, dok je L duljina uzorka u kojem dolazi do apsorpcije, u ovom slučaju duljina vakuumske ćelije.



Slika 3.4: Optička debljina prijelaza pobuđenih probnim laserom u ovisnosti o dvije različite struje dispenzera. Kalibracija frekventne skale izvršena je preko hiperfinih prijelaza ^{87}Rb.

$$I(\lambda) = I_0(\lambda)e^{-k \cdot L} \quad , \tag{3.1}$$

iz čega slijedi,

$$\int k(\lambda)d\lambda = \frac{1}{L}\int ln\frac{I_0(\lambda)}{I(\lambda)}d\lambda \quad . \tag{3.2}$$

Integral koeficijenta apsorpcije povezan je s Einsteinovim koeficijentom spontane emisije A_{21} preko Ladenburgove relacije [52]:

$$\int k(\lambda)d\lambda = \frac{c^2}{8\pi\nu_0^2}\frac{g_2}{g_1}n_1A_{21}\left(1 - \frac{g_1}{g_2}\frac{n_2}{n_1}\right)\frac{\lambda_0}{c} \quad , \tag{3.3}$$

gdje su n_1 i n_2 koncentracije donjeg i gornjeg stanja, dok su $g_1 = 2J_1 + 1$ i $g_2 = 2J_2 + 1$ degeneracije navedenih nivoa. U slučaju kad je $n_2 << n_1$, odnosno, u odsutnosti stimulirane emisije, gornji izraz se može svesti na jednostavniji oblik:

$$\int k(\lambda)d\lambda = \frac{c^2}{8\pi\nu_0^2}\frac{g_2}{g_1}n_1A_{21}\frac{\lambda_0}{c} \quad . \tag{3.4}$$

Einsteinov koeficijent A_{21} može se izraziti preko oscilatorne jakosti f:

$$A_{21} = \frac{2\pi e^2 \nu_0^2}{m\epsilon_0 c^3} \frac{g_1}{g_2} f_{12} \quad , \tag{3.5}$$

gdje je e naboj elektrona, a ϵ_0 dielektrična konstanta vakuuma. Uvrsti li se taj izraz u Ladenburgovu relaciju te poveže s Beer-Lambertovim zakonom, dobiva se konačni izraz za koncentraciju atoma:

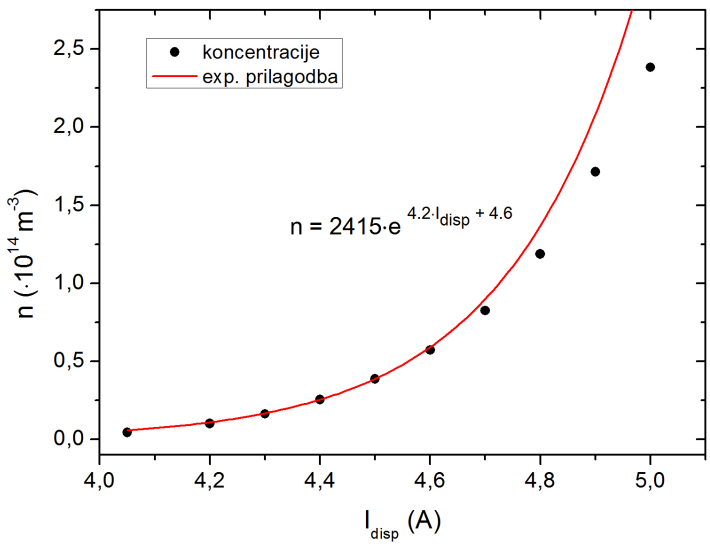
$$n = \frac{4mc^2\epsilon_0}{\pi e^2 \lambda_0 f L} \int ln \frac{I_0(\lambda)}{I(\lambda)} d\lambda \quad . \tag{3.6}$$

Sa slike 3.4 odabrana je linija rubidija 85, koja odgovara prijelazu $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2, 3$ zbog toga što je izoliranija od ostalih linija, pa nema preklapanja. Time je dobivena koncentracija atoma ^{85}Rb u osnovnom stanju $F_g = 2$. Da bi se dobila ukupna koncentracija ^{85}Rb, dobivenu vrijednost potrebno je pomnožiti s faktorom koji predstavlja omjer degeneriranih stanja u $F_g = 2$ (5) te ukupnog broja degeneriranih stanja u $F_g = 2, 3$ (5+7), odnosno, $n(F_g = 2)/n(F_g = 2, 3) = 5/12$. Dakle, ukupna koncentracija atoma rubidija 85 iznosi, $n(^{85}Rb) = n(F_g = 2) \cdot 12/5$. Pomnoži li se dobiveni rezultat s omjerom atoma ^{85}Rb i ^{87}Rb u kojem se nalaze u prirodi, dobiva se ukupna koncentracija atoma rubidija 87, $n(^{87}Rb) = n(^{85}Rb) \cdot \frac{27.83}{100-27.83}$.

Dobivene koncentracije prikazane su u ovisnosti o struji dispenzera na slici 3.5. Crvenom linijom prikazana je funkcija prilagodbe:

$$n(I_{disp}) = 2415 \cdot e^{(4.2\pm0.1)\cdot I_{disp}+(4.6\pm0.6)} \quad . \tag{3.7}$$

U prilagodbu nisu uključene četiri najveće vrijednosti struje dispenzera budući da tada dolazi do izraženije apsorpcije ($> 10\%$) što znači da je upitna opravdanost korištenja relacije 3.6, koja podrazumijeva linearnu ovisnost koeficijenta apsorpcije i broja apsorbera. U eksperimentu najčešće korištena struja dispenzera iznosi 3.95 A, što podrazumijeva koncentraciju rubidijeve pare na sobnoj temperaturi od $n = 3.76 \cdot 10^{12}$ m^{-3}. Prema jednadžbi idealnog plina, $p = nk_BT$, može se izračunati tlak rubidijevih para na danoj koncentraciji; $p \simeq 1.5 \cdot 10^{-10}$ Torr. Budući da je tlak rubidijevih para za dva reda veličine manji od pozadinskog tlaka, rad dispenzera ne utječe na visoki vakuum postignut unutar ćelije.



Slika 3.5: Koncentracije atoma ^{87}Rb u ovisnosti o struji dispenzera. Crvena linija prikazuje funkciju dobivenu eksponencijalnom prilagodbom.

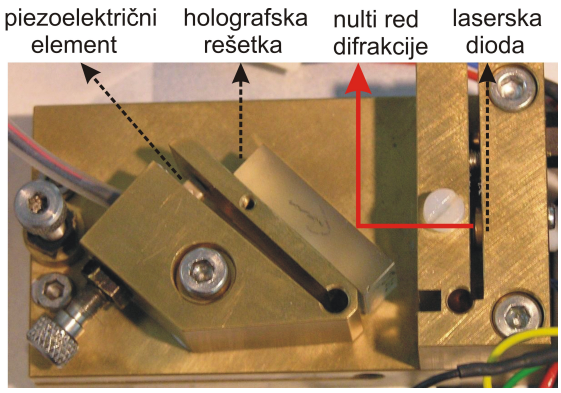
3.3 Laserski sistem

3.3.1 Poluvodički laseri

Eksperimentalni postav za hlađenje rubidijevih atoma zahtjeva uporabu dva lasera. Laseri pripadaju skupini poluvodičkih lasera s vanjskim rezonatorom (engl. *External Cavity Diode Laser*, *ECDL*), proizvođača *Toptica Photonics*, model DL 100 ([53]). Poluvodički *ECDL* laseri predstavljaju monokromatski kontinuirani (cw) izvor zračenja. Posjeduju snagu od nekoliko desetaka mW te imaju mogućnost kontinuiranog mijenjanja frekvencije u rasponu od 9 GHz. Laserski rezonator je izveden u Littrow konfiguraciji, pri čemu jednu stranu optičkog rezonatora predstavlja poluvodička laserska dioda, a drugu stranu holografska optička rešetka (1800 zareza/mm). Prvi red difrakcije reflektira se natrag kroz kolimatorsku leću i fokusira se na površini laserske diode, čime se ostvaruje vanjski rezonator, dok nulti red definira izlazni snop. U laserskoj diodi dolazi do pojačanja laserskog zračenja upravo one valne duljine koja se vratila u diodu, što dovodi do stvaranja jednomodnog zračenja. Valna duljina emitirane svjetlosti ovisi o temperaturi i

struji kroz diodu (grubo ugađanje lasera), te o položaju optičke rešetke. Kontinuirano mijenjanje valne duljine se postiže piezoelektričnim elementom ugrađenim na nosač rešetke, čijim se pomicanjem u finim koracima mijenja i duljina rezonatorske šupljine.

Poluvodički laserski sistemi imaju vrlo široku primjenu zbog svoje jednostavnosti izvedbe te efikasnosti, niske cijene laserskih dioda, uske spektralne poluširine od 1 MHz, mogućnosti kontinuiranog mijenjanja valne duljine, zbog stabilnosti amplitude i snage u vremenu te mogućnosti brze amplitudne i frekventne modulacije. Na slici 3.6 prikazan je rezonatorska šupljina *ECDL-a*, gdje su označeni pojedini elementi laserskog rezonatora u Littrow konfiguraciji.



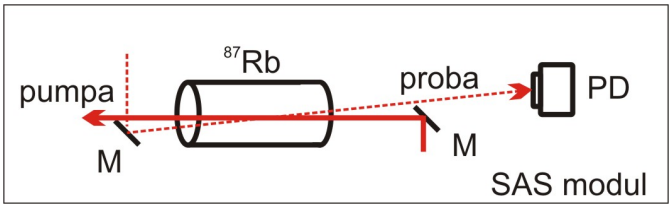
Slika 3.6: Rezonatorska šupljina *ECDL-a*, gdje su označeni pojedini elementi laserskog rezonatora u Littrow konfiguraciji. Put laserske zrake prikazan je crvenom bojom.

Laser za hlađenje je *ECDL* laser, s laserskom diodom *Toptica Photonics* LD-0780-0200-1, izlazne valne duljine 780 nm te snage od 69 mW. Laser je ugođen na frekvenciju nižu (radi Dopplerovog efekta) od frekvencije rezonantnog prijelaza u atomu ^{87}Rb, $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$. Međutim, kako je laser za hlađenje podešen na nižu frekvenciju od rezonantne, dio atoma preko pobuđenog stanja $F_e = 2$ ipak završi u drugom osnovnom stanju $F_g = 1$ i biva izgubljen za hlađenje. Uloga drugog lasera je upravo da vrati odbjegle atome u ponovni ciklus hlađenja. Zato se i naziva laser za naseljavanje (engl. *repumper*) i ugođen je na prijelaz $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$. Za realizaciju MOT-a bitno je da frekvencije lasera budu na točno određenim vrijednostima, pa se potpuna stabilizacija laserskih frekvencija vrši preko negativne povratne veze koristeći signale dobivene metodom saturacijske

apsorpcijske spektroskopije (engl. *Saturation Absorption Spectroscopy, SAS*).

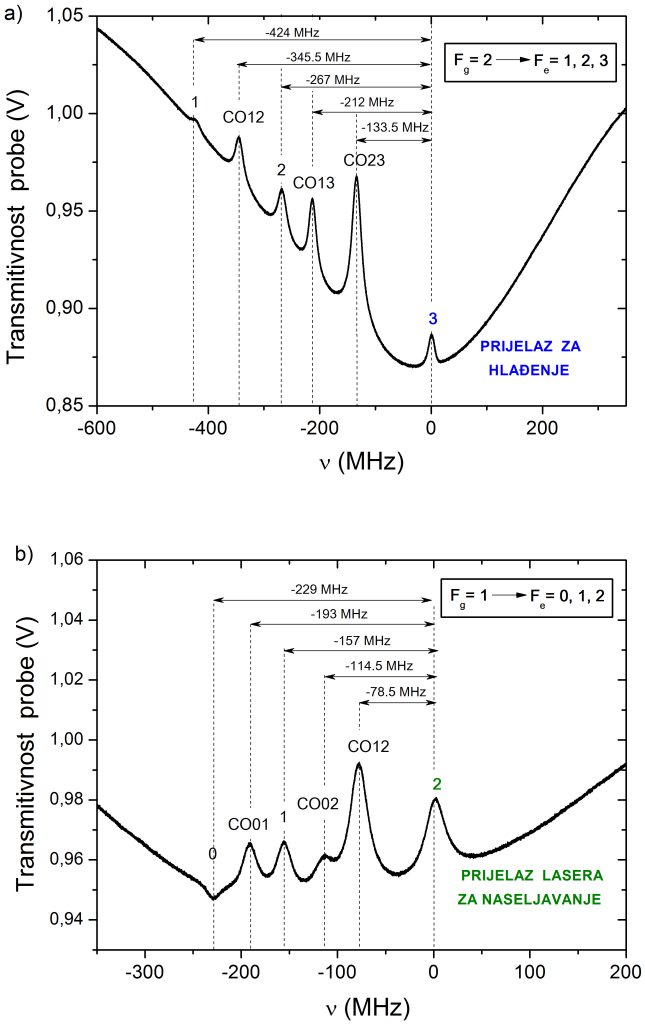
3.3.2 Saturacijska apsorpcijska spektroskopija

Saturacijska apsorpcijska spektroskopija (SAS) je metoda koja se primjenjuje u svrhu eliminacije utjecaja Dopplerovog širenja linija na sobnoj temperaturi. Ona se sastoji u tome da se upadna laserska svjetlost razdijeli u dvije zrake; pumpnu (saturacijsku) i probnu zraku. Zrake dolaze iz suprotnih smjerova i gotovo se preklapaju cijelom dužinom ćelije u kojoj se nalazi atomska para. Intenzitet pumpne zrake mora biti dovoljno visok da bitno smanji razliku u naseljenosti osnovnog i pobuđenog stanja. Ukoliko se prati transmisija probne zrake, tada na nju ne utječe prisutnost pumpne zrake za većinu frekvencija jer dvije laserske zrake interagiraju s potpuno različitim, neovisnim grupama atoma. Međutim, kad je frekvencija laserske zrake vrlo blizu rezonantnoj frekvenciji, obje zrake počinju interagirati s istim atomima ali samo s onima, čija komponenta brzine duž osi propagacije svjetlosnih zraka iznosi nula, odnosno, čija je frekvencija prijelaza $\omega = \omega_0 + \vec{k} \cdot \vec{v}$, gdje je $\vec{k} \cdot \vec{v} = 0$. Tada će obje zrake inducirati prijelaze u atomima iste brzinske grupe iz osnovnog, odnosno, nekog početnog u dozvoljeno pobuđeno stanje. Budući da je pumpna zraka velike snage, ona će brzo saturirati prijelaz, što se očituje u značajnom padu apsorpcije probne zrake, odnosno, u porastu njene transmisije.



Slika 3.7: Shematski prikaz najjednostavnijeg modula za saturacijsku apsorpcijsku spektroskopiju (SAS) koji se sastoji od dviju suprotno propagirajućih laserskih zraka, zrcala (M), rubidijeve ćelije te fotodiode (PD) za detekciju transmisije probne zrake.

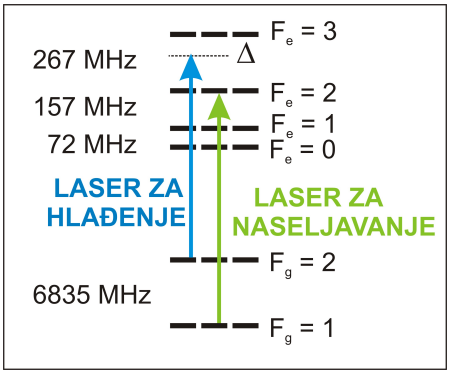
Na slici 3.8 a) prikazan je saturacijski spektar ^{87}Rb iz $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1, 2, 3$, dobiven saturacijskim modulom lasera za hlađenje. Saturacijski modul postavljen je u eksperimentu zasebno za svaki laser u svrhu praćenja frekvencije istog. Na slici 3.8 b) prikazan je saturacijski spektar ^{87}Rb iz $F_g = 1 \rightarrow F_e = 0, 1, 2$, dobiven saturacijskim modulom lasera za naseljevanje.



Slika 3.8: a) Saturacijski spektar lasera za hlađenje. Prikazani su hiperfini prijelazi ^{87}Rb iz $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1, 2, 3$. b) Saturacijski spektar lasera za naseljavanje. Prikazani su hiperfini prijelazi ^{87}Rb iz $F_g = 1 \rightarrow F_e = 0, 1, 2$.

U izmjerenim spektrima mogu se primijetiti i linije koje ne odgovaraju rezonantnim prijelazima. To su eng. *cross-over (CO)* signali, koji nastaju interakcijom dviju laserskih zraka u atomskoj pari, koje imaju suprotni smjer propagacije i međudjeluju s atomima istog osnovnog stanja. *CO* rezonancije uvijek se javljaju na frekvenciji koja je aritmetička sredina frekvencija susjednih atomskih rezonancija, $\omega_{CO} = (\omega_1 + \omega_2)/2$, pri čemu mora biti zadovoljeno $|\omega_1 - \omega_2| < \Delta\omega_D$, gdje je ω_D Dopplerova širina linije. Intenzitet *CO* signala je veći od saturacijskih signala za rezonantne hiperfine prijelaze zato što saturacijski signali nastaju uslijed pobude jedne brzinske grupe atoma, koji se gibaju okomito na smjer laserske zrake, dok *CO* signali nastaju zbog dvije brzinske grupe koje se gibaju pod nekim kutom u odnosu na smjer laserske zrake. U slučaju hiperfinih prijelaza za atome ^{87}Rb iz $F_g = 1 \rightarrow F_e = 0, 1, 2$ može se primijetiti povećanje apsorpcije za hiperfini prijelaz $F_g = 1 \rightarrow F_e = 0$ koji nastaje kao posljedica procesa optičkog usmjeravanja atoma [54].

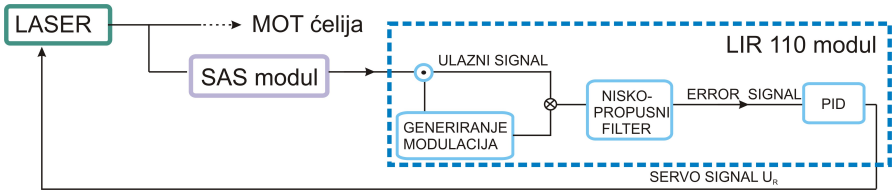
Dakle, laserski sistem korišten za realizaciju magnetno-optičke stupice rubidijevih atoma sastoji se od lasera za hlađenje i lasera za naseljavanje, ugođenih na željene frekvencije čija se vrijednost može precizno odrediti primjenjujući metodu saturacijske apsorpcijske spektroskopije. Na slici 3.9 prikazani su hiperfini prijelazi koji sudjeluju u procesima hlađenja, pobuđeni laserom za hlađenje te laserom za naseljavanje, a njihova frekventna stabilizacija biti će opisana u sljedećem poglavlju.



Slika 3.9: Energijska shema ^{87}Rb nivoa te prikaz hiperfinih prijelaza na koje su ugođeni laser za hlađenje te laser za naseljavanje.

3.3.3 Frekventna stabilizacija lasera

Diodni laseri u konfiguraciji s vanjskim rezonatorom posebno su osjetljivi na promjene u radnoj okolini kao što su temperatura prostorije, vlažnost, prašina. Iako se nalaze u zatvorenom kućištu, *ECDL* laseri svejedno pokazuju drift u frekvenciji. Budući da se MOT realizira u uvjetima samo određene frekvencije, nužno je stabilizirati istu. Frekventna stabilizacija laserske frekvencije vrši se putem modula eng. *Lock In Regulator, LIR 110*, koji je integriran u zajedničku jedinicu *Supply Rack DC 100, Toptica Photonics* za strujnu i temperaturnu kontrolu te kontrolu skeniranja lasera.



Slika 3.10: Shematski prikaz stvaranja negativne povratne veze.

Princip rada *LIR-a* shematski je prikazan na slici 3.10. *LIR* modul generira eng. *error* signal, na temelju kojeg eng. *Proportional Integrative Derivative, PID* stvara servo signal U_R, koji se putem negativne povratne veze vraća u laser (dijelom na piezoelektrični element, a dijelom na struju lasera) i na taj način ispravlja lasersku frekvenciju, odnosno, vraća ju na željenu vrijednost. LIR je namijenjen za rad sa signalima koji dolaze s naponskog izvora kao što su fotodiode s integriranim transimpedancijskim pojačalom. Ulazni signal s fotodiode (SAS modul) prvo biva filtriran (eng. *cut off* frekvencija iznosi 1.6 Hz, gdje se uklanja DC komponenta signala) i pojačan (oko 100 puta). Na ulazni signal se stavlja modulacija željene frekvencije i amplitude. Važno je napomenuti da prevelika amplituda modulacije distorzira ulazni signal, pa je potrebno podesiti parametre na optimalnu vrijednost, najčešće je korišteno $\Delta w = 1$ V za amplitudu modulacije signala te $w_{mod} = 5$ kHz za frekvenciju modulacije. Dakle, LIR radi na principu frekventne modulacije laserske frekvencije w_0 s malom amplitudom modulacije Δw uz uvjet da je $\Delta w << \Gamma$:

$$w(t) = w_0 + \Delta w \cdot sin(w_{mod} t) \quad . \tag{3.8}$$

Budući da je Δw mala, može se napraviti Taylorov razvoj funkcije $w(t)$ oko w_0 te

je signal detektora $S(t)$ aproksimativno:

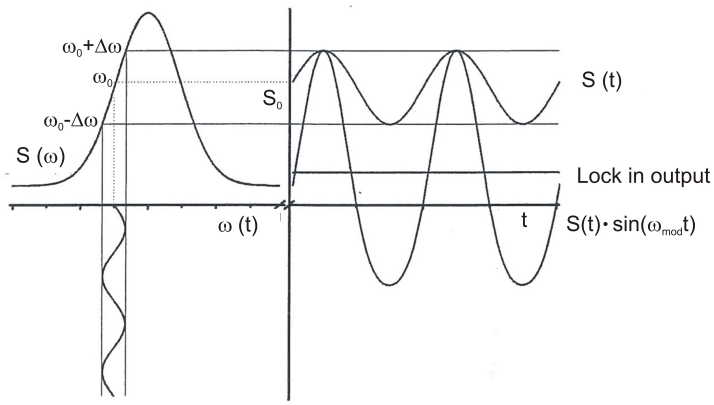
$$S(t) = S_0 + S'(w_0) \cdot \Delta w \cdot sin(w_{mod}t) \quad . \tag{3.9}$$

Zatim se ulazni modulirani signal $S(t)$ u detektoru miješa sa samom modulacijom:

$$\begin{aligned} S(t) \cdot sin(w_{mod}t) &= S_0 \cdot sin(w_{mod}t) + S'(w_0) \cdot \Delta w \cdot sin^2(w_{mod}t) \\ &= \frac{1}{2}S'(w_0) \cdot \Delta w + S_0 \cdot sin(w_{mod}t) - S'(w_0) \cdot \Delta w \cdot cos(2w_{mod}t) \quad . \end{aligned} \tag{3.10}$$

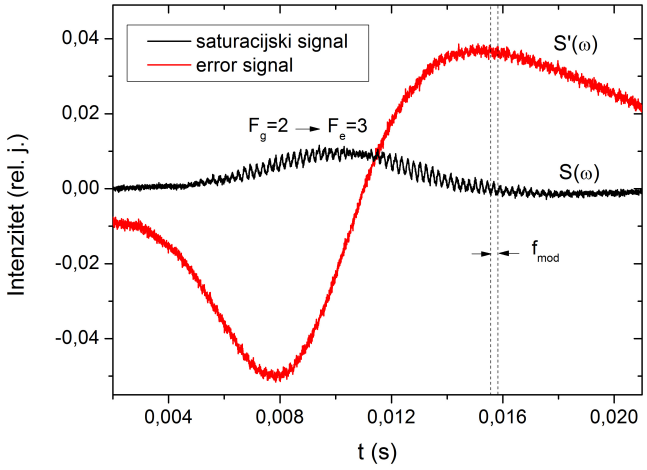
Dobiveni signal prolazi kroz niskopropusni filter, *cut off* frekvencije 16 Hz, gdje se na izlazu (eng. *lock in output*) dobiva DC signal, koji se ne mijenja u vremenu, a naziva se eng. *error* signal:

$$Errorsignal = \frac{1}{2}S'(w_0) \cdot \Delta w \quad . \tag{3.11}$$

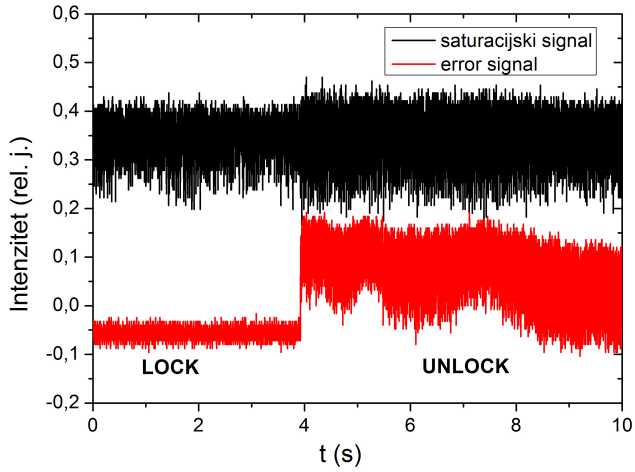


Slika 3.11: Generiranje *lock in* signala u slučaju kad je frekvencija lasera smještena u pozitivno krilo linije.

Budući da je *error* signal jednak umnošku deriviranog signala detektora i amplitude modulacije, Δw određuje veličinu *error* signala. Predznak *error* signala ovisi o tome da li se laser nalazi u pozitivnom ili negativnom krilu vrha linije. Generiranje *lock in* signala u slučaju kad se laser nalazi u negativnom krilu linije ulaznog signala prikazano je na slici 3.11. U slučaju kad se laser frekvencijom nalazi u pozitivnom krilu linije, generirani *error* signal je negativan. Također, pa-



Slika 3.12: Prikazani su ulazni modulirani saturacijski signal (hiperfinog prijelaza ^{87}Rb, $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$) te pripadajući *error* signal.



Slika 3.13: Saturacijski te *error* signal u vremenu kada je *lockiranje* uključeno, te kada je isključeno.

rametar *lock-in offset* se može podesiti tako da se *lockira* točno na nulu u derivaciji ulaznog signala.

Na slici 3.12 prikazan je ulazni modulirani (frekvencija modulacije, f_{mod} iznosi oko 4 kHz) saturacijski signal hiperfinog prijelaza ^{87}Rb, $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ te pripadajući *error* signal, koji je proporcionalan derivaciji ulaznog signala. Zatim se amplituda skeniranja lasera postavi na nulu, te se uključi funkcija *lockiranja*. Na slici 3.13 prikazani su intenzitet saturacijskog te *error* signala u vremenu, isprva *lockirani*, a zatim je *lockiranje* isključeno. U slučaju *error* signala jasnije se vidi razlika između ta dva koraka, lockirani signal je manje šumovit te konstantan u vremenu.

Zatim *error* signal dolazi do *PID* jedinice, koja se sastoji od tri zasebna parametra:

→ *P* (*Proportional*): servo signal se formira ovisno o trenutnoj vrijednosti pogreške, odnosno, odstupanju frekvencije lasera od željene frekvencije,

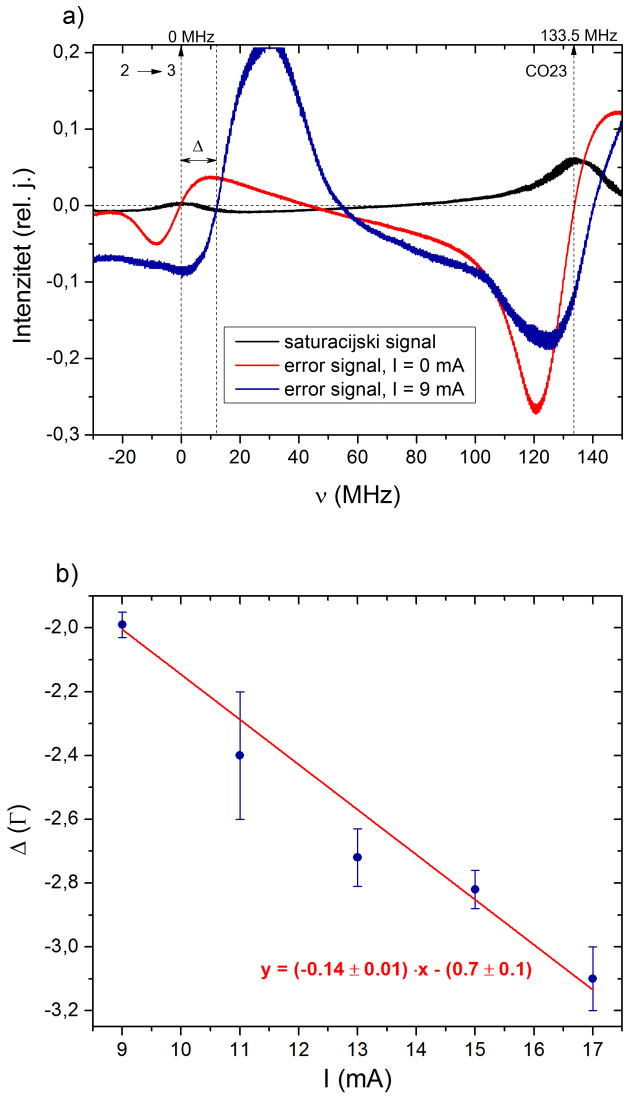
→ *I* (*Integrative*): signal se generira ovisno o načinu na koji se pogreška mijenjala u prošlosti,

→ *D* (*Derivative*): signal nastaje na temelju trenutnog trenda porasta pogreške.

PID regulator je prema tome grubi matematički model pokušaja da se kod određivanja upravljačke akcije uzme u obzir i sadašnjost (*P*-djelovanje) i prošlost (*I*-djelovanje) i budućnost (*D*-djelovanje), više u [55]. Faktor pojačanja izlaznog signala iz *PID-a* je u rasponu od -5V do 5V. Ukoliko se dostignu granice rada *lockiranja*, automatski mehanizam (*relock*) resetira integrator da bi regulator bio u sredini svojih operativnih vrijednosti. U konačnici, dobiva se izlazni signal od nekoliko desetaka mV, koji služi kao servo signal za kontrolu struje piezoelektrika, a rezultat je sume modulacijskog signala, unutarnjeg *offset-a*, te umnoška pojačanja regulatora *PID-a* s pojačanjem izlaznog pojačala.

3.3.4 Određivanje frekventnog pomaka lasera za hlađenje

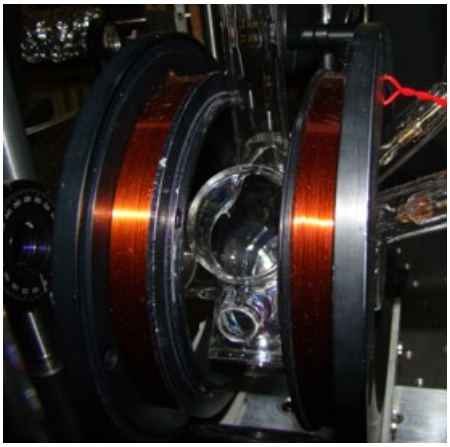
Kao što je objašnjeno u poglavlju teorijskog opisa Dopplerove sile, za postizanje hlađenja atoma nužno je postaviti frekvenciju lasera za hlađenje na vrijednost nižu od rezonantne frekvencije. U ovom eksperimentu to se postiže korištenjem homogenog magnetskog polja, koje pomiče centralnu poziciju atomske linije. U



Slika 3.14: a) Određivanje apsolutnog frekventnog pomaka lasera za hlađenje putem usporedbe *error* signala sa i bez određene struje kroz zavojnicu te uz kalibraciju frekventne skale saturacijskim spektrom. b) Ovisnost frekventnog pomaka lasera za hlađenje Δ o propuštenoj struji kroz zavojnicu. Prikazana je i linearna prilagodba dobivene ovisnosti.

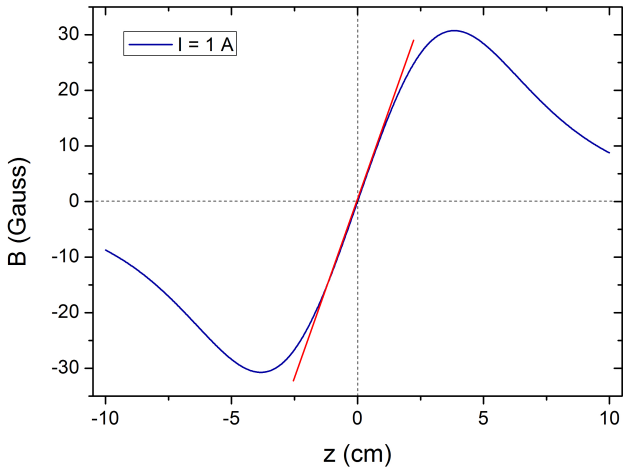
SAS modulu lasera za hlađenje (slika 3.7), oko rubidijeve kivete postavljena je zavojnica. Propuštanjem struje kroz zavojnicu, gdje je $I_{max} \approx 18$ mA generira se homogeno magnetsko polje, a efekt nastalog polja promatra se na saturacijskom spektru. Utjecaj magnetskog polja na hiperfine linije rubidija proučavan je u radu [54]. Na slici 3.14 a) prikazan je saturacijski spektar, odnosno, promatrani hiperfini prijelaz $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ sa i bez utjecaja magnetskog polja. Može se primjetiti kako magnetsko polje distorzira oblik signala ali i pomiče centralnu frekvenciju linije. Mjereći pomak linije *error* signala, sa i bez magnetskog polja, uz kalibraciju frekvencije saturacijskim spektrom, snimljenim simultano kad i *error* signal, moguće je odrediti apsolutni frekventni pomak lasera za hlađenje u ovisnosti o struji propuštenoj kroz zavojnicu. Izmjerena ovisnost prikazana je na slici 3.14 b). Vrijednost apsolutnog frekvencijskog pomaka dana je s pripadajućom pogreškom, određenom na bazi pet mjerenja pri svakoj struji kroz zavojnicu. Dobivena ovisnost zadovoljava linearnu prilagodbu.

3.4 Uhvat atoma u stupicu nehomogenim magnetskim poljem



Slika 3.15: Zavojnice za generiranje nehomogenog magnetskog polja.

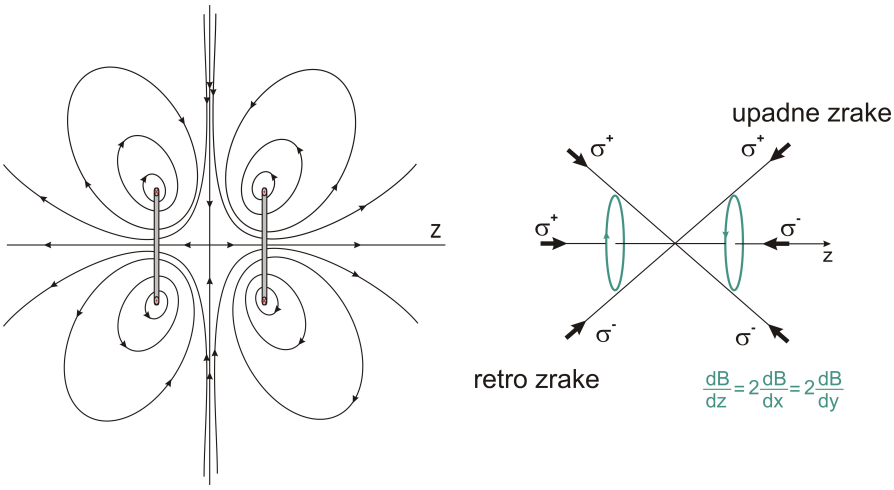
Laserski sistem, opisan u prethodnom poglavlju koristi se za proces hlađenja atoma. Međutim, atomi vrlo brzo difundiraju iz područja presjecišta šest zraka, odnosno, optičke melase, pa je potrebno ograničiti njihovo gibanje na područje



Slika 3.16: Kvadrupolno magnetsko polje koje generiraju zavojnice polumjera 5.5 cm, sastavljene od 423 namotaja, za struju od 1 A. Crvenom linijom prikazan je gradijent polja po z-osi, koji iznosi 13 Gaussa/cm.

određenog volumena i time im povećati gustoću u tom prostoru. To se postiže upotrebom nehomogenog magnetskog polja, koje generira jedan par zavojnica u tzv. anti-Helmholtzovoj konfiguraciji, gdje kroz dvije zavojnice teče struja u suprotnim smjerovima. Na taj način generira se kvadrupolno magnetsko polje koje ima vrijednost nula u centru stupice, te čija vrijednost raste odmakom iz centra. Takvo prostorno ovisno magnetsko polje posredstvom Zeemanovog cijepanja uzrokuje prostorno ovisnu radijativnu silu, što je razmatrano u poglavlju 2.3.

Anti-Helmholtzove zavojnice čine dvije identične zavojnice povezane serijski, kroz koje teče struja jednakog iznosa ali suprotnog smjera ($I_{optimalno} = 1\ A$), koju generira strujno-naponski izvor *Kepco*. Svaka zavojnica je unutarnjeg polumjera, $a = 5.5$ cm, debljine 0.8 cm te se sastoji od 423 namotaja. Duljina žice jedne zavojnice iznosi 157 m, debljina 0.5 mm, a otpor 17 Ω. Zavojnice su međusobno udaljene za $d = 4$ cm (zbog ograničenja dimenzijama rubidijeve ćelije, slika 3.15), što ne predstavlja idealan slučaj za generiranje homogenog gradijenta magnetskog polja (prema uvjetu $d = \sqrt{3} \cdot a$, koji proizlazi iz treće derivacije magnetskog polja) [56], ali je područje u kojem je gradijent polja homogen dovoljno za potrebe eksperimenta (veće je od dimenzija hladnog oblaka). Na slici 3.15 prikazane su anti-Helmholtzove zavojnice korištene u eksperimentu.



Slika 3.17: Shematski 2D prikaz silnica kvadrupolnog magnetskog polja te prikaz pravilnog odabira cirkularnih polarizacija upadnih i retrorefleksivnih laserskih zraka potrebnih za uhvat atoma u stupicu.

Zavojnice u anti-Helmholtzovoj konfiguraciji generiraju magnetsko polje, dano izrazom (prema Biot-Savartovom zakonu uz zanemarenu debljinu zavojnica):

$$B(z) = \frac{\mu_0 I n}{2}\left[\frac{r^2}{(r^2+(z-r/2)^2)^{3/2}} - \frac{r^2}{(r^2+(z+r/2)^2)^{3/2}}\right] \quad , \tag{3.12}$$

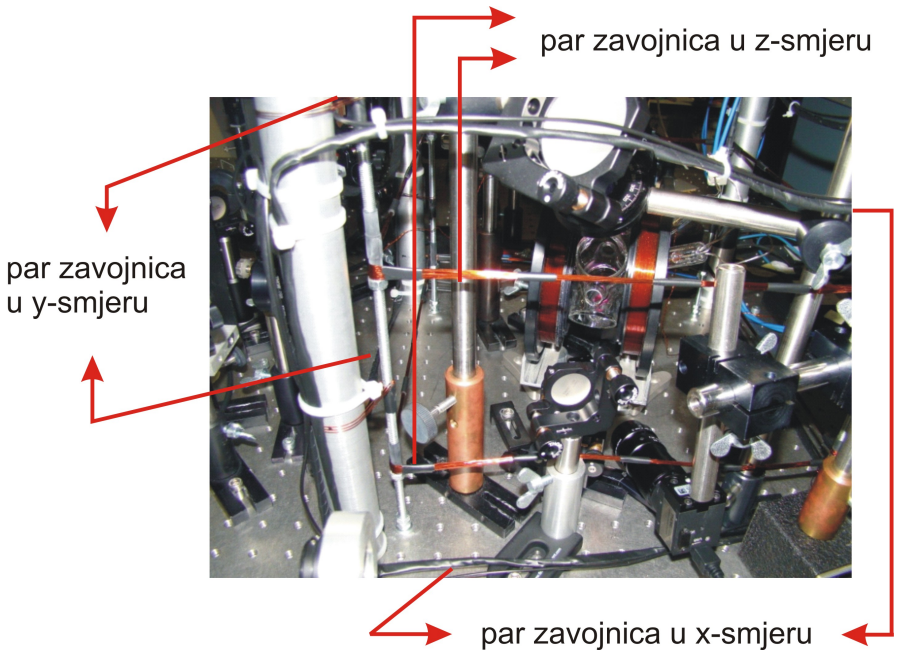
gdje je μ_0 permeabilnost vakuuma, n je broj zavoja, a I je iznos struje koja protječe kroz zavojnice. Na slici 3.16 je prikazano magnetsko polje u ovisnosti o prostornoj koordinati z. Može se primijetiti da nastalo polje iznosi nula u centru stupice.

Generirani gradijent polja u z-smjeru iznosi 13 Gauss/cm za struju od 1 A, dok je gradijent polja po osi x i y dvostruko manji. Upravo zato je intenzitet lasera za hlađenje podešen tako da je dvostruko manji u z smjeru. Uz intenzitete, važno je i pravilno podesiti polarizacije triju upadnih laserskih zraka jer princip zarobljavanja atoma putem gradijenta magnetskog polja i Zeemanovog efekta jako zavisi o navedenim parametrima. Na slici 3.17 prikazan je shematski 2D prikaz silnica koje generira kvadrupolno magnetsko polje, dok je pored prikazan pravilan odabir cirkularne polarizacije laserskih zraka koje tehnika uhvata atoma magnetskim poljem zahtjeva. Upadne laserske zrake u x i y smjeru imaju obrnute polarizacije od one u z smjeru zbog suprotne orijentacije magnetskih silnica u tom slučaju. Budući da magnetsko polje određuje os kvantizacije (magnetski kvantni broj m_F

je projekcija polja s obzirom na z-os), m_F-ovi su za negativan smjer polja obrnuti, pa zrake σ^+ polarizacije zapravo pobuđuju prijelaze jednake energije kao i zrake σ^- polarizacije, slika 2.6.

3.5 Kompenzacija geomagnetskog polja

U svrhu eliminacije utjecaja geomagnetskog polja na eksperimentalna mjerenja, oko rubidijeve vakuumske ćelije namotana su tri para kompenzacijskih zavojnica. Kroz svaki par zavojnica, povezan serijski, teče struja u istom smjeru te se generira homogeno magnetsko polje, koje kompenzira geomagnetsko polje za pojedinu os, slika 3.18.



Slika 3.18: Kompenzacijske zavojnice okružuju središnji dio eksperimenta - rubidijevu ćeliju te anti-Helmholtzove zavojnice.

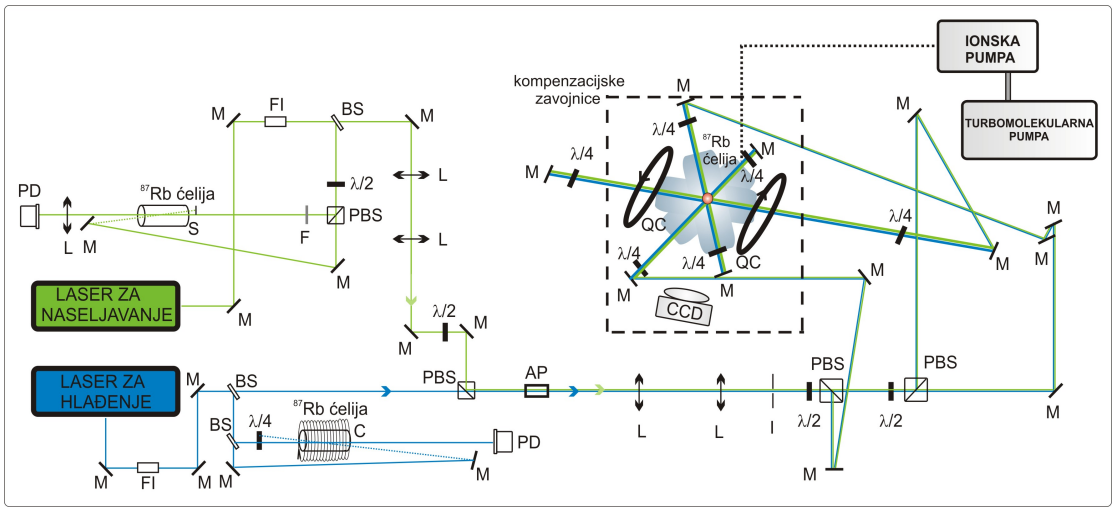
Efekt djelovanja kompenzacijskih zavojnica očituje se u pomicanju položaja oblaka hladnih atoma. Pogleda li se slika 2.6, iznos magnetskog polja u centru stupice, gdje je presjecište svih šest laserskih zraka, iznosi nula. Djelovanjem kompenzacijskih zavojnica pomiče se centar kvadrupolnog magnetskog polja, a time i položaj oblaka. Najveći efekt (pomak od 2-3 veličine oblaka) primjećuje se za povećanje struje kroz z-os (geomagnetskog sustava) jer se ovdje generira najveće

magnetsko polje, dok je u x i y smjeru oblak moguće pomicati za otprilike jednu njegovu veličinu.

3.6 Eksperimentalni postav

Eksperimentalni postav za realizaciju MOT-a rubidijevih atoma sastoji se od laserskog i vakuumskog sistema, staklene ćelije s rubidijevim dispenzerima, zavojnica za generiranje gradijenta magnetskog polja te zavojnica (tri para) za kompenzaciju geomagnetskog polja, zatim optičkih elemenata i detektora. U prethodnim poglavljima opisani su svi veći sistemi ovog složenog eksperimentalnog postava, a uz navedene, za realizaciju MOT-a potrebno je imati i čitav niz optičkih elemenata, koji su označeni na slici 3.19, gdje je prikazan eksperimentalni postav u cijelosti. Optičke elemente čine, u prvom redu zrcala (oznaka: M), zatim dvolomne pločice ($\lambda/2$ i $\lambda/4$) kojima se podešava polarizacija laserskih zraka te regulira omjer snaga u pojedinim granama, djelitelji snopa (eng. *Beam Splitter, BS*) kojima se dijele laserske zrake te polarizacijski djelitelji snopa (eng. *Polarization Beam Splitter, PBS*), gdje se zrake dijele s obzirom na komponente linearne polarizacije, leće (L) te filteri (F), stoperi (S) i irisi (I). Za oblikovanje profila laserske zrake koriste se anamorfne prizme (AP) dok Faradayev izolator (FI) koji se stavlja na sam izlaz iz lasera služi da bi spriječio vraćanje laserske zrake nazad u laser i oštećenje istog. Detektori, kojima se prati transmisija laserske zrake na pojedinom saturacijskom modulu su fotodiode (PD), a fluorescencija samog oblaka detektira se web-kamerom.

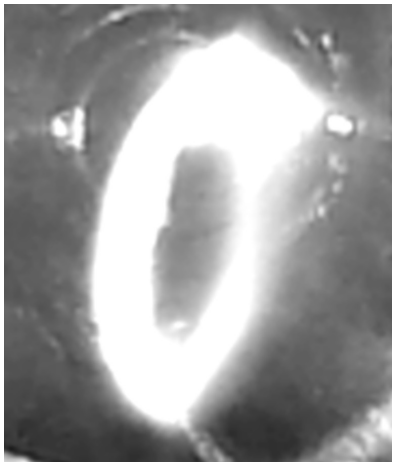
ECDL laseri generiraju kontinuirano lasersko zračenje valne duljine 780 nm, s tim da je laser za hlađenje ugođen $\sim -3\Gamma$ od rezonantnog prijelaza $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$. Svaki laser prolazi kroz svoj saturacijski modul u svrhu kalibracije frekventne skale te dolazi na sistem za proširenje snopa, odnosno, teleskopa koji je izveden u Keplerovoj konfiguraciji, a sastoji se od dvije konvergentne leće ($f = 3.5$ cm i $f = 7$ cm za laser za naseljavanje te $f = 2.5$ cm i $f = 7.5$ cm kod lasera za hlađenje). Nakon *PBS-a* zrake dvaju lasera se preklapaju te zajedno dolaze do vakuumske ćelije ispred koje se preko velikih *PBS-a* granaju na tri dijela. Optika, nakon spajanja dva lasera, podešena je na optimizaciju profila i snage lasera za hlađenje jer je on presudan za efikasno hlađenje, dok Gaussov profil zrake te osobito veća snaga lasera za naseljavanje nisu ključni za sam proces hlađenja.



Slika 3.19: Eksperimentalni postav za realizaciju magnetno-optičke stupice; M - zrcalo, $\lambda/2$ i $\lambda/4$ - dvolomne pločice, BS - djelitelj snopa, PBS - polarizacijski djelitelj snopa, L - leća, F - filter, I - iris, S - stoper, AP - anamorfne prizme, FI - Faradayev izolator, PD - fotodioda.

Međutim, jako je bitno dobro preklapanje upadnih i retrorefleksivnih zraka lasera za hlađenje. Optimizacijom preklapanja laserskih zraka te regulacijom njihove snage po granama (upotrebom $\lambda/2$ pločica) postiže se simetričan izgled oblaka. Također, važno je dobro preklapanje presjecišta šest laserskih zraka te centra (nule) kvadrupolnog magnetskog polja jer bi u protivnom profil oblaka bio distorziran. Kontrola istog vrši se promatranjem profila oblaka na web-kameri, koji treba imati približno isti položaj centra mase i u slučaju manjeg ($I = 1$ A) i u slučaju većeg ($I = 2$ A) gradijenta kvadrupolnog magnetskog polja.

Na slici 3.20 prikazan je profil oblaka u slučaju kad se zrake ne preklapaju u potpunosti te se centar magnetskog polja ne poklapa s presjecištem zraka. Prstenasta struktura posljedica je toga da potencijalna jama više nema oblik jednostavnog harmoničkog oscilatora te atomi formiraju krugove nepravilnog oblika (mogu imati više lokalnih minimuma) [11].



Slika 3.20: Atomi u oblaku formiraju prstenaste strukture ukoliko laserske zrake nisu u potpunosti preklopljene.

4

Karakterizacija hladnog oblaka

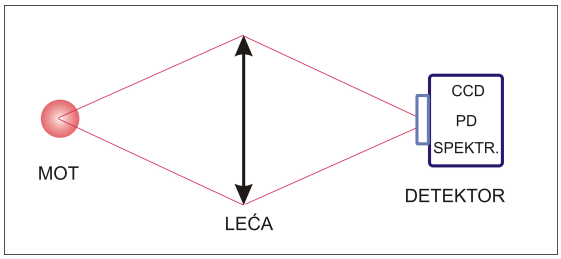
Nakon realizacije magnetno-optičke stupice rubidijevih atoma, pristupa se karakterizaciji dobivenog hladnog oblaka ^{87}Rb. Broj atoma, veličina, gustoća, temperatura, vremenska dinamika, kao i konstanta opruge te koeficijent gušenja neki su od parametara koji su nužni za karakterizaciju stupice te bitni za razumijevanje procesa u istoj. Analizom dobivenih vrijednosti navedenih parametara te ispitivanjem utjecaja ostalih čimbenika na promatrane vrijednosti dobivaju se informacije bitne za opis fizikalnog sistema, koji predstavlja bazu za daljnja istraživanja.

Detekcija te karakterizacija hladnih atoma vrši se pomoću dvije tehnike; laserom inducirane fluorescencije (LIF) te apsorpcijske spektroskopije.

4.1 Laserom inducirana fluorescencija

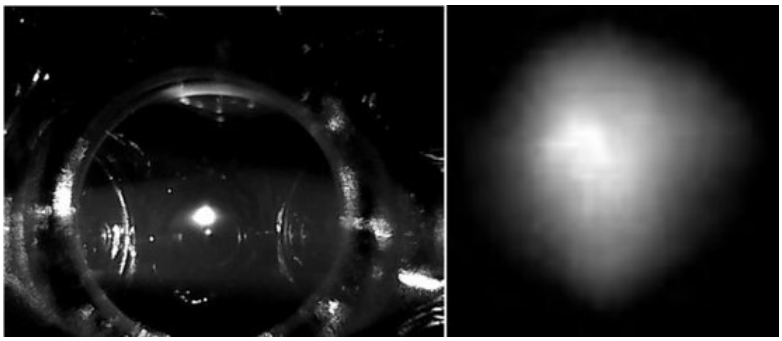
4.1.1 Detekcija hladnih atoma laserom induciranom fluorescencijom

Oblak hladnih atoma detektira se pomoću LIF-a prema shemi na slici 4.1. Detekcija je vršena koristeći tri različita uređaja, web-kameru, fotodiodu te spektrometar budući da isti daju različite informacije o promatranom sistemu. Za promatranje oblaka koristi se Logitech C210 web-kamera, rezolucije 640x480 piksela, kojoj je uklonjen infracrveni filter budući da atomi emitiraju svjetlost na valnoj duljini od 780 nm. Slika 4.2 prikazuje dobiveni hladni oblak ^{87}Rb snimljen kamerom koja se nalazi ispred malog prozora ćelije, a desno je prikazana uvećana



Slika 4.1: Detekcija oblaka hladnih atoma, pri čemu su kao detektor korištena tri uređaja; web-kamera (CCD), fotodioda (PD) i spektrometar.

slika samog oblaka (bez refleksija s okolnih prozora ćelije). Analizom slike dobiva se informacija o radijusu oblaka te njegovom volumenu. Ukoliko je poznat broj hladnih atoma u oblaku, moguće je odrediti njegovu gustoću te prostornu raspodjelu atoma u oblaku.



Slika 4.2: Fotografija fluorescencije hladnog oblaka snimljena web-kamerom. Desno se nalazi uvećana slika samog oblaka.

Hladni atomi mogu se detektirati i preslikavanjem fluorescencije oblaka na fotodiodu te očitavanjem napona na osciloskopu. Informacija o jačini signala fluorescencije, odnosno, broju emitiranih fotona bitna je za određivanje ukupnog broja hladnih atoma, o čemu će biti riječ u idućem poglavlju. Nedostatak metode očituje se u osjetljivosti iste na geometrijski postav kojim se prikuplja fluorescencija (nepreciznost u određivanju geometrijskog kuta).

U kasnijoj fazi eksperimenta, oblak je preslikan na ulaznu pukotinu spektrometra *Shamrock sr-303i*. Spektrometar je opremljen holografskom rešetkom (1800 zareza/mm) [57] te CCD kamerom (Andor iDus 420) [58]. Izmjerena rezolucija iznosi 0.1 nm za širinu pukotine od 50 μm, što je prevelika vrijednost za razlučivanje

hiperfine strukture unutar emisijske linije. Ovom metodom dobiva se informacija o spektralnoj karakteristici hladnih atoma u oblaku, a bitna je za promatranje signala malih intenziteta kao što je LIF hladnih atoma na 795 nm (uvođenjem probnog lasera ugođenog na 795 nm).

4.1.2 Vremenska dinamika hladnog oblaka rubidijevih atoma

Vremenska ovisnost broja hladnih atoma u MOT-u opisana je diferencijalnom jednadžbom [37]:

$$\frac{dN(t)}{dt} = R_{MOT} - \Gamma_{MOT} N(t) - \beta_{MOT} N^2(t) \quad , \tag{4.1}$$

gdje je Γ_{MOT} veličina koja karakterizira gubitke u MOT-u uslijed sudara hladnih rubidijevih atoma s rubidijevim atomima na sobnoj temperaturi te s česticama koje čine pozadinski tlak u ćeliji. Veličina $\tau_{MOT} = 1/\Gamma_{MOT}$ predstavlja vremensku konstantu MOT-a, odnosno, vrijeme života hladnih atoma u stupici. S β_{MOT} su označeni gubitci atoma u MOT-u zbog međusobnih sudara među hladnim atomima. Glavni sudarni procesi u MOT-u su mehanizam radijativnog bijega [30], te sudarni procesi u kojem atomi mijenjaju finu ili hiperfinu strukturu [59]. Navedeni mehanizmi prisutni su u režimu većih gustoća u MOT-u te se u ovom slučaju mogu zanemariti. Shodno tome, prethodna jednadžba kojom se opisuje vremenska ovisnost broja atoma u stupici poprima sljedeći oblik:

$$\frac{dN(t)}{dt} = R_{MOT} - \Gamma_{MOT} N(t). \tag{4.2}$$

Veličina R_{MOT} predstavlja još jednu karakteristiku stupice, a označava brzinu punjenja hladnih atoma u stupici, te ovisi o sljedećim parametrima:

$$R_{MOT} = \frac{1}{2} \frac{n \cdot V^{2/3} \cdot v_c^4}{(2k_B \cdot T/m)^{3/2}}, \tag{4.3}$$

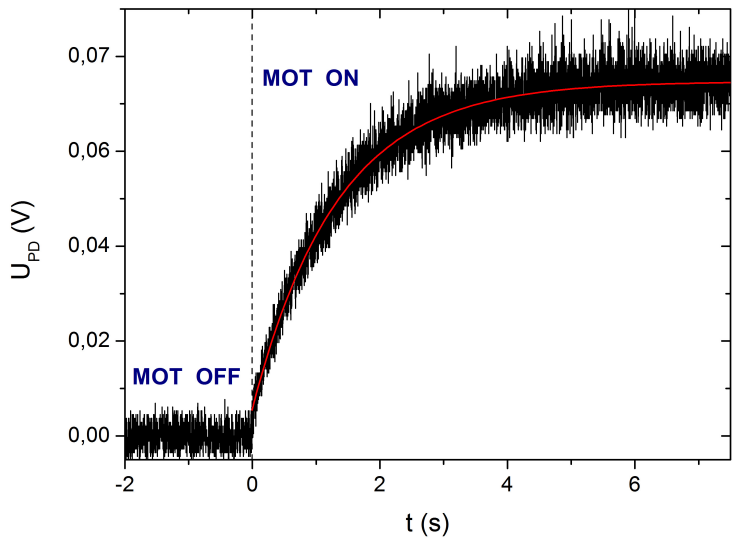
gdje je n koncentracija pozadinskog plina u ćeliji, koji se nalazi na sobnoj temperaturi T, pri čemu je postupak određivanja iste opisan u poglavlju 3.2.3. V predstavlja volumen presjeka laserskih zraka (V = 8.58 cm^3), m je masa atoma rubidija 87, dok v_c označava brzinu uhvata (eng. *capture velocity*), odnosno, mak-

simalnu brzinu koju atom može posjedovati, a da bi bio ohlađen uslijed optičkih ciklusa apsorpcije i spontane emisije.

Rješenje jednadžbe (4.2) je sljedećeg oblika:

$$N(t) = N_{SS}(1 - e^{-\Gamma_{MOT}t}), \tag{4.4}$$

gdje je $N_{SS} = \frac{R_{MOT}}{\Gamma_{MOT}}$, dobiven iz uvjeta stacionarnog stanja, $dN(t)/dt = 0$. Dakle, poznavajući ravnotežni broj atoma u MOT-u, N_{SS} te pozadinske uvjete u ćeliji (koncentraciju i temperaturu pozadinskog plina te volumen presjeka laserskih zraka), može se odrediti brzina punjenja oblaka, R_{MOT} a time i brzina uhvata, v_c. Tipična krivulja punjenja oblaka hladnim atomima, eng. *loading curve* iz koje se može zaključiti o broju atoma u oblaku u stacionarnom stanju prikazana je na slici 4.3. Na dobiveni signal rađena je prilagodba prema izrazu 4.4 iz čega se



Slika 4.3: Krivulja punjenja stupice hladnim atomima te njena prilagodba, kojom se dobiva informacija o broju atoma u pobuđenom stanju te vremenu potrebnom za punjenje stupice.

dobivaju dvije veličine: Γ_{MOT}, koja daje informaciju o gubitcima hladnih atoma u MOT-u uslijed sudara s rubidijevim atomima na sobnoj temperaturi te pozadinskom parom i time određuje prosječno vrijeme života atoma u oblaku, te U_{PD},

koja predstavlja mjereni napon na fotodiodi, tj. osciloskopu, a daje informaciju o relativnom broju atoma u oblaku u pobuđenom stanju. Za konkretan slučaj (uz pomak frekvencije lasera za hlađenje od -2.7 Γ, gradijent magnetskog polja od 13 Gauss/cm te $I_{uk} = 6.8$ mW/cm^2) dobiva se; $U_{PD} = 68$ mV te $\tau_{MOT} = 1/\Gamma_{MOT} = 1.25$ s. Može se primijetiti kako broj atoma, odnosno, LIF u stacionarnom stanju fluktuira oko ravnotežnog položaja, do čega dolazi uslijed modulacije frekvencije lasera za hlađenje (5 kHz) koja je nužna radi njegove frekventne stabilizacije. Prilagodbom na (4.4) dobiva se informacija o relativnom broju hladnih atoma u oblaku, te uvrštavajući isti u izraze razložene u idućem poglavlju može se dobiti apsolutni iznos broja atoma u stupici.

4.1.3 Određivanje broja atoma

Broj atoma u magnetno-optičkoj stupici primarno se određuje mjerenjem signala fluorescencije oblaka, odnosno, količine emitiranih fotona. Fluorescencija oblaka preslikava se u približno 2f : 2f konfiguraciji preko leće ($f = 5$ cm), postavljene uz mali prozor ćelije, na aktivnu površinu fotodiode. Budući da je signal intenzitetom vrlo mali koristi se fotodioda s integriranim pojačalom, *Thorlabs PDA36A*, a signal se potom promatra na osciloskopu (Tektronix TDS5140). Tok fotona iz stupice povezan je sa signalom fotodiode preko izraza [59]:

$$\frac{dN_{ph}}{dt} = \frac{U_{PD}}{G \cdot R(\lambda) \cdot \hbar w_L \cdot \eta} \quad , \tag{4.5}$$

gdje su U_{PD}, G i R karakteristike fotodiode, pri čemu je U_{PD} napon signala očitan na osciloskopu, dobiven preko *loading* krivulje, metodom opisanom u prethodnom poglavlju, G je pojačanje transimpedancijskog pojačala fotodiode te iznosi $G = 4.75 \cdot 10^5\ V/A$, a $R(\lambda)$ je spektralni odgovor diode, te na valnoj duljini od 780 nm iznosi $R(\lambda) = 0.5\ A/W$. Energija fotona dana je s $\hbar w_L$, dok η predstavlja udio prostornog kuta pod kojim leća skuplja emitirane fotone iz oblaka:

$$\eta = \frac{\pi r^2}{4\pi d^2} \quad , \tag{4.6}$$

pri čemu je r polumjer malog prozora ćelije, dok je d udaljenost leće od oblaka. Informacija o toku fotona iz stupice, odnosno, emitiranih fotona direktno je pove-

zana s brojem atoma u pobuđenom stanju, N_e preko prirodne širine linije Γ, koja za ^{87}Rb iznosi $2\pi \cdot 6.067\ MHz$:

$$N_e = \frac{dN_{ph}}{dt}\frac{1}{\Gamma} \quad . \tag{4.7}$$

Udio atoma u pobuđenom stanju f, odnosno, ρ_{ee} (ranije definiran u 2.15), jednak je omjeru atoma u pobuđenom stanju i ukupnog broja atoma, $\rho_{ee} = N_e/N$ iz čega slijedi da se ukupni broj hladnih atoma određuje prema izrazu:

$$N = \frac{N_e}{\rho_{ee}} = \frac{U_{PD}}{G \cdot R(\lambda) \cdot \hbar w_L \cdot \eta \cdot \Gamma \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{I_{uk}}{I_s}}{1+\frac{I_{uk}}{I_s}+4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2}}} \quad , \tag{4.8}$$

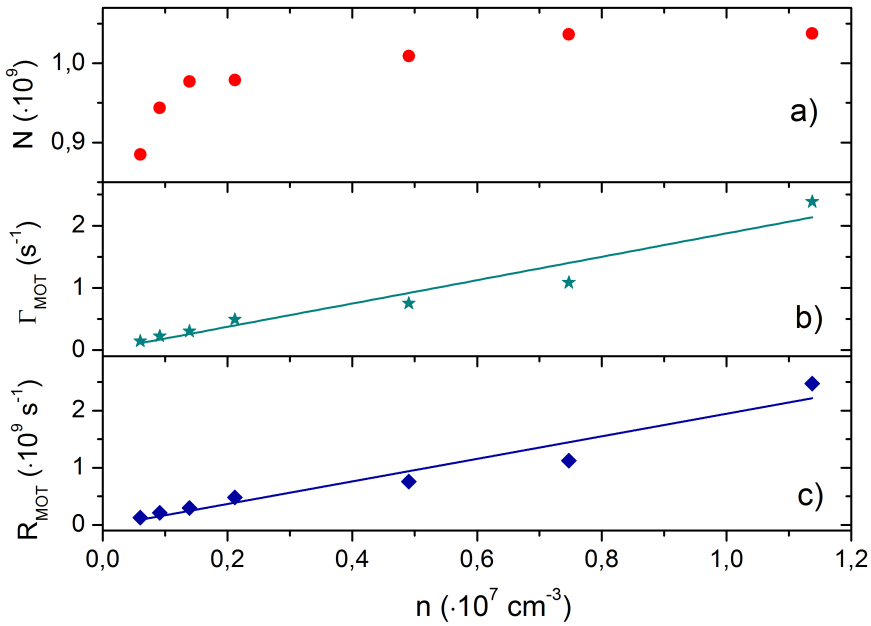
gdje je $I_{uk} = I_{up} + I_{retro} = 6.8$ mW/cm^2 zbog toga što je intenzitet retroreflekcivnih zraka manji od upadnih (u slučaju z-osi gubitci iznose 32%, dok za x, y -os isti iznose 19%). Ukupni intenzitet predstavlja doprinos svih šest zraka koje upadaju na oblak. Za intenzitet saturacije, I_s, uzeta je eksperimentalno izmjerena vrijednost u uvjetima MOT-a [60] koja iznosi $2I_s = 9.1$ mW/cm^2.

Uz navedene vrijednosti parametara te pomak frekvencije lasera za hlađenje od -2.7 Γ, gradijenta magnetskog polja od 13 Gauss/cm, te izmjerenog U_{PD} od 68 mV, ukupan broj hladnih atoma u stacionarnom stanju, N_{SS} iznosi $1.8 \cdot 10^9$ uz procijenjenu pogrešku od 30% na temelju nepreciznosti u mjerenju intenziteta zraka lasera za hlađenje, određivanja frekventnog pomaka istog te procjeni geometrijskog kuta prilikom detekcije fluorescencije.

4.1.4 Utjecaj pozadinske koncentracije ^{87}Rb na vremensku dinamiku i broj atoma u oblaku

Broj atoma u oblaku određen je mjerenjem krivulje punjenja oblaka hladnim atomima te prilagodbom iste na izraz (4.4). Dobivena vrijednost, U_{PD} potom se uvrštava u izraz (4.8) i dobiva se ukupan broj hladnih atoma u stacionarnom stanju, N_{SS}. Poznavajući N_{SS} te Γ_{MOT} (također parametar prilagodbe u izrazu (4.4)), brzina punjenja stupice, R_{MOT}, dobiva se njihovim umnoškom. Ukoliko je poznat R_{MOT}, prema izrazu (4.3), može se odrediti brzina uhvata.

Utjecaj pozadinske koncentracije ^{87}Rb ispitivan je na način da se mijenjala struja na Rb dispenzerima te je prilagodbom na funkciju prema izrazu (3.7) odre-



Slika 4.4: a) Broj hladnih atoma, b) gubitci atoma iz stupice, te c) brzina njezina punjenja hladnim atomima u ovisnosti o pozadinskoj koncentraciji atoma ^{87}Rb uz $\Delta = -2.7\ \Gamma$ i $b = 13$ Gauss/cm.

đena koncentracija za pojedinu struju. Porastom koncentracije atoma rubidija 87, slika 4.4, zamjećuje se porast ukupnog broja ohlađenih atoma te zatim njihova saturacija do koje dolazi zbog istovremenog porasta gubitaka u MOT-u uslijed učestalijih sudara hladnih atoma s rubidijem na sobnoj temperaturi. Nadalje, brzina punjenja stupice pokazuje linearni trend porasta s povećanjem pozadinske koncentracije, što odgovara teorijskim očekivanjima (izraz (4.3)). Za dane eksperimentalne parametre brzina uhvata atoma, određena prema izrazu (4.3), iznosi 80 m/s te se ne mijenja porastom koncentracije rubidijevih atoma na sobnoj temperaturi, budući da je porast koncentracije kompenziran porastom u brzini punjenja stupice. S druge strane, v_c se može izračunati preko izraza za maksimalnu radijativnu silu na atome, koja se postiže u slučaju kad je ukupni *detuning* jednak nuli (2.27). U granici malih intenziteta,

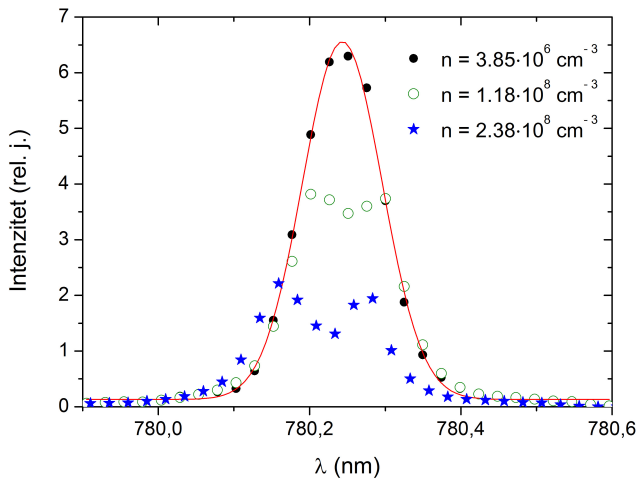
$$F_{max} = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0}, \tag{4.9}$$

moguće je odrediti maksimalnu brzinu uhvata atoma, odnosno, početnu brzinu za koju se atomi potpuno zaustavljaju kad dođu do suprotnog kraja područja uhvata, koje odgovara promjeru laserskih zraka, $d = 2.54$ cm,

$$v_c = \sqrt{2 \cdot d \cdot \frac{F_{max}}{m}} = 58 \quad m/s \quad . \tag{4.10}$$

Primjećuje se viša vrijednost izmjerene maksimalne brzine uhvata (80 m/s) u odnosu na dobivenu teorijsku vrijednost (58 m/s) što može biti posljedica nepreciznosti u izmjerenom broju atoma.

Ovisnost broja hladnih atoma o pozadinskoj koncentraciji snimana je i spektrometrom. Na slici 4.5 prikazan je intenzitet LIF-a oblaka u ovisnosti o valnoj duljini za tri različite koncentracije. Signal fluorescencije MOT-a na optimalnoj koncentraciji pozadinske pare je simetrično raspoređen oko rezonantne valne duljine od 780.24 nm te odgovara Gaussovom profilu. Porastom pozadinske koncentracije, pojavljuje se minimum u centralnom dijelu Gaussiana, koji postaje sve izraženiji. Razlog tome mogao bi biti taj da rubidijevi atomi na sobnoj temperaturi apsorbiraju emitirane fotone iz oblaka, odnosno, zračenje iz oblaka biva zarobljeno od strane rubidijevih atoma na sobnoj temperaturi, što se očituje smanjenjem fluorescencije u centralnom dijelu oblaka.

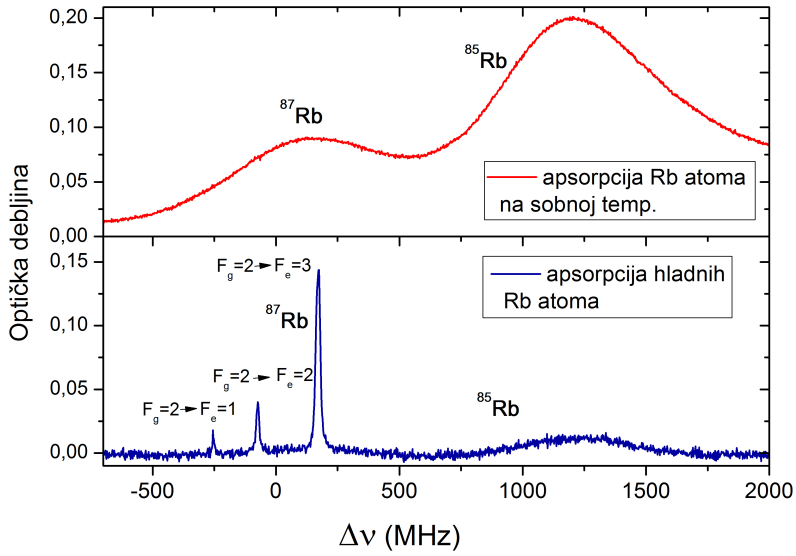


Slika 4.5: Intenzitet fluorescencije hladnih atoma u ovisnosti o valnoj duljini za tri različite pozadinske koncentracije ^{87}Rb uz $\Delta = -2.7\ \Gamma$ i $b = 13$ Gauss/cm.

4.2 Apsorpcijska spektroskopija

4.2.1 Detekcija oblaka apsorpcijskom spektroskopijom

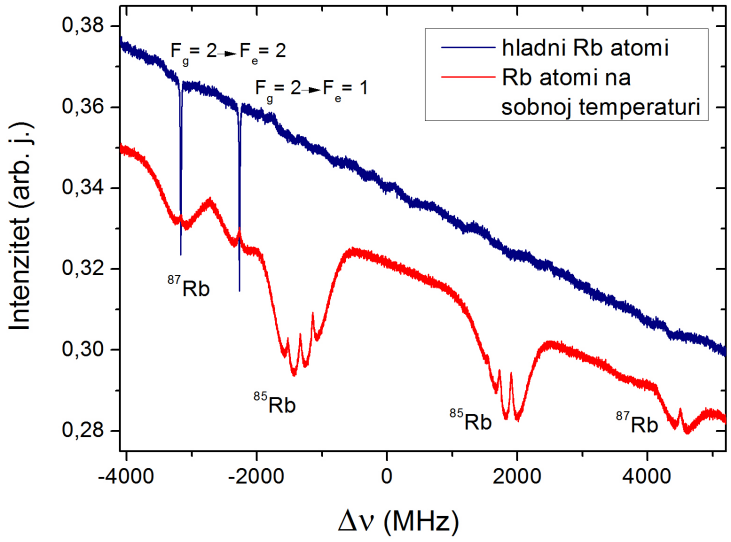
Detekcija hladnog oblaka preko apsorpcije vrši se mjerenjem apsorpcijskog spektra probne zrake koja biva apsorbirana od strane hladnih atoma te predstavlja ujedno i najzorniji prikaz egzistencije hladnog atomskog oblaka. Apsorpcijski



Slika 4.6: Usporedba optičke debljine nivoa o frekvenciji lasera u slučaju prolaska lasera kroz rubidijevu ćeliju na sobnoj temperaturi te kroz oblak hladnih atoma.

spektar hladnih rubidijevih atoma te atoma na sobnoj temperaturi prikazan je na slici 4.6, gdje je probni laser ugođen na D2 rezonantni prijelaz rubidija. Apsorpcijske linije rubidijevih atoma na sobnoj su temperaturi Doppler-proširene radi termalnog gibanja atoma ($FWHM \approx 500$ MHz) te hiperfina struktura nije razlučiva. Hladni atomi apsorbiraju probnu D2 lasersku zraku te su frekvencije hiperfinih prijelaza iz ^{87}Rb $F_g = 2$ stanja u $F_e = 1, 2, 3$ stanje u ovom slučaju razlučive. Također, prema istima je izvršena kalibracija frekventne skale. Profili linija hladnih atoma su spektralno uski, a njihovi intenziteti su veći od onih na sobnoj temperaturi zbog veće gustoće atoma u hladnom oblaku (10^{11} cm^{-3} naspram 10^{10} cm^{-3}) Najintenzivnija linija pripada hiperfinom prijelazu $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ kojim

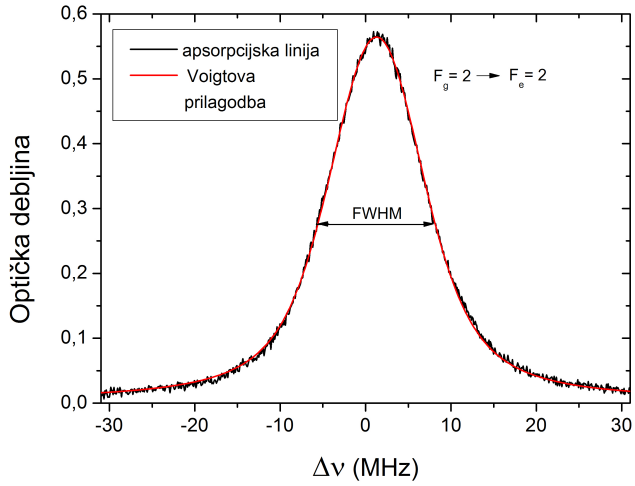
se, optičkim ciklusima apsorpcije i emisije, atomi hlade.



Slika 4.7: Istovremeno mjerena transmisija probnog lasera kroz oblak hladnih atoma i kroz rubidijevu paru na sobnoj temperaturi (saturacijski spektar).

Na slici 4.7 prikazan je apsorpcijski spektar probnog lasera, za što je korišten ECDL laser male snage, koji prebrisuje područje frekvencije oko D1 rezonantnog prijelaza u atomu rubidija. Radi usporedbe, prikazan je i saturacijski spektar probnog lasera (snimljen istovremeno) koji prolazi kroz SAS modul, odnosno, rubidijevu kivetu s oba izotopa u prirodnom omjeru na sobnoj temperaturi. Kalibracija frekventne skale vršena je preko hiperfinih prijelaza saturacijskog spektra. Transmisija probnog D1 lasera kroz oblak hladnih atoma pokazuje dva uska minimuma, koji se poklapaju sa saturacijskim vrhovima te odgovaraju hiperfinim prijelazima ^{87}Rb atoma, $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ i $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$. Može se primijetiti da se hladni atomi nalaze jedino u stanju $F_g = 2$ jer se lasersko hlađenje odvija u optičkim ciklusima apsorpcije i spontane emisije upravo za prijelaz $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$.

Na slici 4.8 prikazana je apsorpcijska linija koja potječe od D1 prijelaza ^{87}Rb, $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$. Kalibracija je izvršena preko poznate frekvencije dva hiperfina prijelaza u apsorpcijskom spektru hladnih atoma, odnosno, $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1, 2$. Profil linije najbolje opisuje Voigtova prilagodba, koja predstavlja konvoluciju Gaussovog i Lorentzovog profila. Dobivena širina (na polovici maksimuma, eng. *Full*



Slika 4.8: Voigtova prilagodba na apsorpcijsku liniju D1 prijelaza, $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$.

Width at Half Maximum, FWHM) iznosi 13.4 MHz, od čega je $\Delta\nu_L = 7.7$ MHz, a $\Delta\nu_G = 8.6$ MHz. Izmjerena širina linije posljedica je nekoliko mehanizama širenja, kao što su prirodno širenje linija te širenje linija uslijed saturacije prijelaza (zajedno iznose $\Delta\nu \approx 10$ MHz), zatim, Dopplerovo širenje linija ($\Delta\nu \approx 1$ MHz, na izmjerenoj temperaturi oblaka od 1 mK) te širenje linija zbog instrumentalnog profila samog lasera (poluširina lasera iznosi ≈ 5 MHz).

4.2.2 Određivanje broja atoma

Izuzev određivanja broja hladnih atoma mjerenjem spektra fluorescencije, isti se može odrediti i preko apsorpcijskog spektra [36]. Na slici 4.8 prikazana je optička debljina prijelaza u ovisnosti o frekvenciji probnog lasera, ugođenog na D1 rezonantni prijelaz u atomu rubidija. Uzme li se površina ispod dane krivulje te uvrsti u izraz za koncentraciju atoma, izveden preko Ladenburgove relacije i Beer-Lambertovog zakona, što je opisano u poglavlju 3.2.3, uz udarni presjek σ, definiran kao $\sigma = \frac{\pi e^2 f}{4 m_e c \epsilon_0}$, dobiva se:

$$n = \frac{\int ln \frac{I_0(\nu)}{I(\nu)} d\nu}{\sigma \cdot L}. \tag{4.11}$$

Uz poznavanje duljine apsorpcijskog puta, $L = 0.18$ cm (iz polumjera oblaka, koji je određen obradom slika s digitalne kamere, što je opisano u idućem poglavlju) te za volumen MOT-a od $V = 3.1$ mm^3 i udarni presjek za atome rubidija, $\sigma = 1.081 \cdot 10^{-9}$ cm^2 (D1 prijelaz, π polarizacija) [44], dobiva se vrijednost za ukupni broj hladnih atoma, koji iznosi: $N = 1.58 \cdot 10^8$.

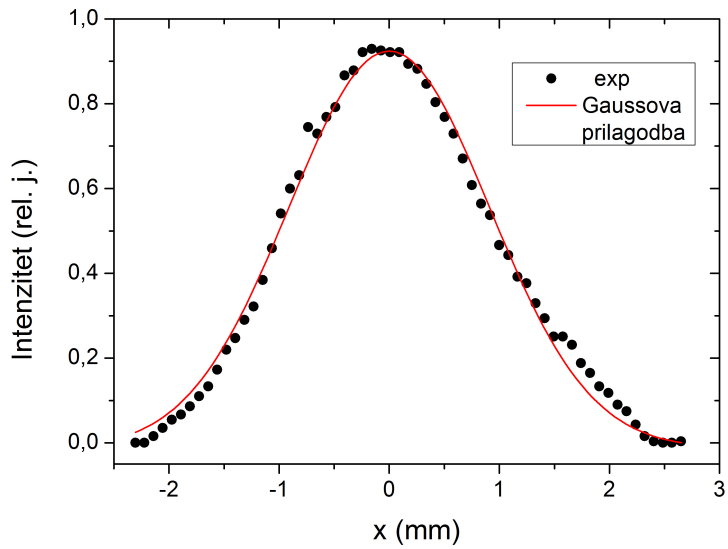
Metoda apsorpcijske spektroskopije predstavlja alternativni način za procjenu ukupnog broja hladnih atoma u oblaku. Standardni način oslanja se na mjerenje fluorescencije. Iako broj atoma određen tehnikom LIF-a uključuje pogrešku radi nepouzdanosti u određivanju geometrijskog kuta u mjerenju fluorescencije, metoda apsorpcijske spektroskopije unosi veću nepouzdanost budući da je moguće da probna zraka ne pogodi sam centar stupice gdje je oblak najgušći, kao što pokazuje slika 4.10, što ukupni broj atoma čini manjim nego što jest. U našem slučaju dobivena razlika za otprilike red veličine u broju atoma dobivenom iz obje metode potječe i od činjenice da metode nisu korištene istovremeno, odnosno, da se ne radi o identičnom sistemu jer karakteristični parametri stupice nisu bili jednaki.

4.3 Veličina oblaka

4.3.1 Određivanje volumena oblaka

Veličina oblaka dobivena je direktnim preslikavanjem fluorescencije oblaka na digitalnu kameru, čije su karakteristike navedene u potpoglavlju 4.1.1. Prije same obrade slika, koja je vršena programskim paketom *Mathematica*, potrebno je kalibrirati kameru u svrhu dobivanja odnosa između piksela i prostorne dimenzije. Time je dobivena vrijednost od $(8 \pm 1) \cdot 10^{-2}$ mm/pikselu. Promotri li se uvećana slika oblaka, data na samom početku poglavlja 4.1.1 i uzme li se jedan red piksela (horizontalno ili vertikalno) iz sredine slike, dobiva se distribucija intenziteta po prostornoj koordinati x, kao što je prikazano na slici 4.9.

Distribucija je približno simetrična s obzirom na centar stupice u $x = 0$. Na oblik raspodjele utječu preklapanje laserskih zraka, čistoća snopa te činjenica da je intenzitet retrorefleksivnih zraka manji od intenziteta upadnih. Prilagodbom na Gaussovu raspodjelu dobiva se informacija o radijusu oblaka, odnosno, standardnoj devijaciji normalne raspodjele: $r = (0.9 \pm 0.1)$ mm. Prema tome, volumen



Slika 4.9: Distribucija intenziteta emitiranih fotona u ovisnosti o udaljenosti od središta oblaka. Crvenom linijom prikazana je Gaussova prilagodba.

oblaka iznosi $V = (3 \pm 1)$ mm^3. Nadalje, razmak između hladnih atoma u oblaku, odnosno, srednji slobodni put, koji isti mogu prijeći prije nego se sudare sa susjednim hladnim atomima definiran je prema $l = 1/(\sigma n)$, gdje je $\sigma = \pi \cdot (2R)^2$ udarni presjek za dva atoma radijusa R, dok je n gustoća atoma u oblaku. Prema tome, l iznosi ~ 300 m.

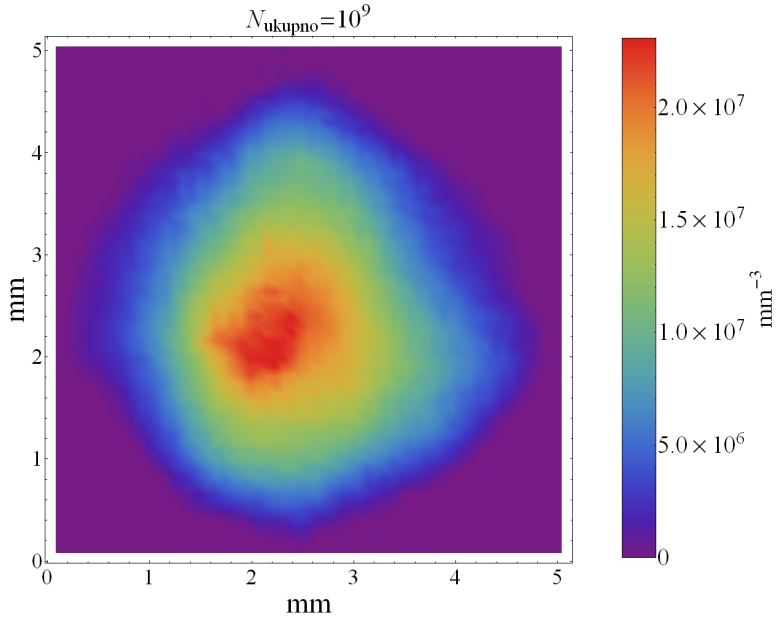
4.3.2 Prostorna raspodjela gustoće atoma u oblaku

Poznavajući ukupan broj atoma u oblaku ($N \sim 10^9$) te volumen istog ($V \sim$3 mm^3), moguće je odrediti i gustoću atoma u oblaku (volumnu koncentraciju), koja iznosi: $\rho \sim 10^{11}$ atoma/cm^3. Da bi se dobila informacija o prostornoj raspodjeli gustoće unutar samog oblaka, potrebno je normalizirati raspodjelu gustoće na način da integral gustoće preko volumena daje ukupan broj atoma:

$$N = A \int e^{-\vec{r}^2/2r_{rms}^2} dV, \tag{4.12}$$

gdje je A normalizacijska konstanta koja predstavlja maksimalnu gustoću, a dobiva se za broj atoma $N = 10^9$ te za volumen izračunat kao 3D integral Gaussiana. Na

slici 4.10 prikazana je prostorna raspodjela gustoće atoma u oblaku.



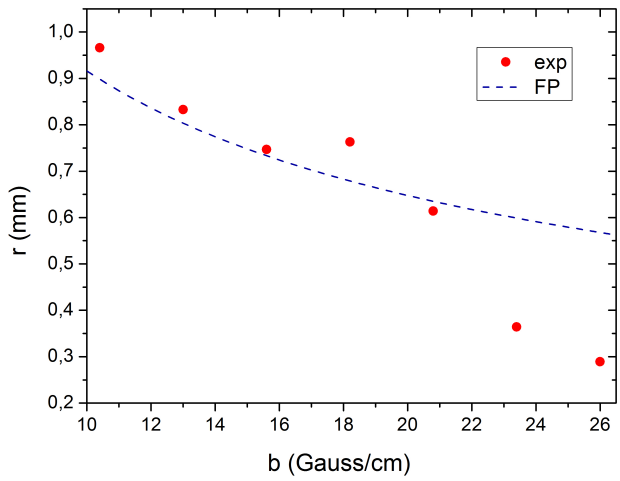
Slika 4.10: Prostorna raspodjela gustoće atoma unutar oblaka.

Maksimalna postignuta gustoća od $\rho \sim 10^{11}$ atoma/cm^3 odgovara maksimalnim gustoćama za MOT postignutim u literaturi [11,61–63]. Prema vrijednostima gustoće i broja atoma, može se pretpostaviti da se oblak nalazi u režimu rada gdje dominira višestruko raspršenje [38, 63–65]. Naime, kada oblak postane dovoljno gust da se značajan dio emitiranih fotona reapsorbira od strane atoma u stupici, dolazi do zarobljavanja zračenja unutar samog oblaka. Ponovo raspršenje rezultira odbojnom silom među atomima u stupici, ograničavajući time njihovu gustoću.

4.3.3 Utjecaj gradijenta magnetskog polja na veličinu oblaka

Slika 4.11 prikazuje ovisnost veličine oblaka hladnih atoma o gradijentu magnetskog polja uz prikaz eksperimentalnih i teorijskih rezultata. Podatci označeni crvenom bojom određeni su obradom slika s web-kamere, analogno prethodnom poglavlju. Plavom isprekidanom linijom prikazani su teorijski rezultati, dobiveni prema stacionarnom rješenju Fokker-Planckove jednadžbe W(x) (poglavlje 2.6) za slučaj $v = 0$ i $t = 0$, gdje su korišteni parametri koji odgovaraju radnim uvjetima eksperimenta. Promjena gradijenta magnetskog polja ulazi u izraz za stacionarno

rješenje FP jednadžbe (2.47) preko člana σ_x gdje se nalazi konstanta opruge ovisna o gradijentu magnetskog polja (2.33). Teorijski podatci pomnoženi su faktorom 1.7 te prikazani zajedno s eksperimentalnim na slici 4.11. I teorijski i eksperimentalno dobivene vrijednosti pokazuju jednak trend - povećanjem gradijenta magnetskog polja, dolazi do smanjivanja radijusa oblaka, što je i očekivano budući da se povećanjem kvadrupolnog magnetskog polja, povećava i prostorna komponenta radijativne sile koja je odgovorna za zarobljavanje atoma. Izmjereni podatci pokazuju veće smanjenje radijusa oblaka za gradijente magnetskog polja veće od 20 Gaussa/cm uslijed dodatnih mehanizama gubitaka atoma iz stupice.



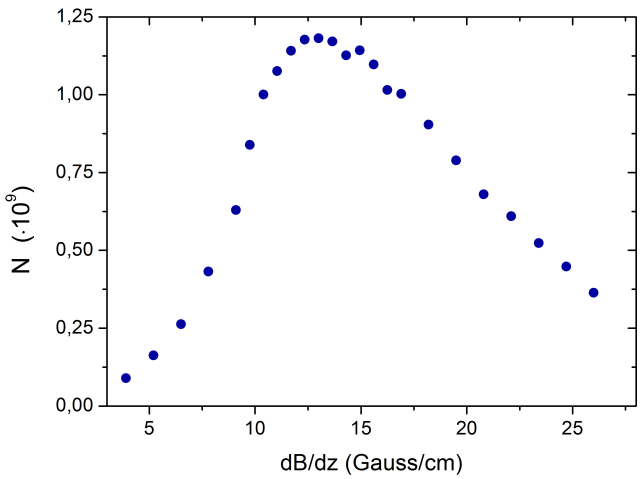
Slika 4.11: Ovisnost radijusa oblaka hladnih atoma o gradijentu magnetskog polja. Prikazana je usporedba teorijskih (označenih plavom linijom) i eksperimentalnih vrijednosti (crvenom bojom).

4.4 Utjecaj pojedinih parametara stupice na broj atoma u oblaku

4.4.1 Utjecaj gradijenta magnetskog polja

Na slici 4.12 prikazan je utjecaj gradijenta magnetskog polja na ukupni broj hladnih atoma u oblaku. Broj atoma određen je preko krivulje punjenja oblaka,

čijom se prilagodbom na izraz (4.4) dobiva parametar U_{PD}. Uvrsti li se isti u jednadžbu danu sa (4.8), dobiva se ukupni broj atoma N. Gradijent magnetskog polja kontrolira se propuštanjem struje kroz kvadrupolne zavojnice, što je opisano u poglavlju 3.4.



Slika 4.12: Ovisnost ukupnog broja hladnih atoma o gradijentu magnetskog polja uz $\Delta = -2.7\ \Gamma$.

Porastom gradijenta magnetskog polja, veća je koncentracija atoma u oblaku i broj atoma raste do određenog maksimuma, koji je uvjetovan kombinacijom parametara optimalnom za hlađenje. Prikazana ovisnost broja atoma o gradijentu magnetskog polja rezultat je nekoliko mehanizama. Prvi mehanizam povezan je s geometrijom preslikavanja LIF-a iz oblaka, optimiziranom na vrijednosti gradijenta magnetskog polja od ∼10 Gaussa/cm, koja pri malim gradijentima utječe na smanjenje detekcije zbog velikog volumena oblaka. Porastom gradijenta magnetskog polja, raste i iznos sile zarobljavanja te se smanjuje volumen oblaka, što se očituje porastom signala LIF-a. Također, s povećanjem gradijenta magnetskog polja, povećava se udio atoma koji sudjeluju u procesu hlađenja (veći je iznos atomske brzinske grupe koja osjeća maksimalnu silu). Maksimalan broj N dobiva se za gradijent magnetskog polja, za koji je iznos brzinske grupe koja osjeća maksimalnu silu jednak brzini uhvata, v_c, definiranoj relacijom (4.10). Iznad optimalne vrijednosti gradijenta magnetskog polja, broj atoma se smanjuje zbog nekoliko procesa, pri čemu se može navesti da atomi s v_c više ne osjećaju maksimalnu silu,

te raste gustoća atoma, a time se dodatno povećavaju gubitci atoma iz stupice.

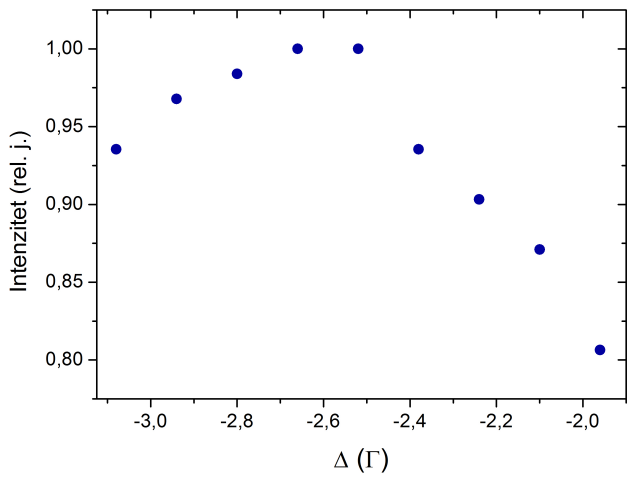
4.4.2 Utjecaj frekventnog pomaka lasera za hlađenje

Na slici 4.13 prikazana je ovisnost intenziteta fluorescencije o *detuningu*, gdje LIF daje informaciju o relativnom broju atoma (apsolutni iznos za broj atoma N može se dobiti preko izraza 4.8 te uz kalibraciju signala sa spektrometra na fotodiodu). Vrijednosti su dobivene mjereći fluorescenciju oblaka iz pobuđenog stanja $5P_{3/2}$ na 780 nm preslikavanjem iste pomoću leće na ulaznu pukotinu spektrometra *Shamrock sr-303i*, za širinu pukotine od 50 μm te vrijeme ekspozicije od 0.5 s. Frekventni pomak lasera za hlađenje mijenja se porastom struje kroz zavojnicu, omotanu oko rubidijeve ćelije na sobnoj temperaturi u SAS modulu, što je opisano u poglavlju 3.3.4.

Porastom frekventnog pomaka lasera za hlađenje od rezonancije, raste i broj atoma. Takav se trend očekuje jer se povećava udio atoma koji sudjeluju u procesu hlađenja, analogno objašnjenju u prethodnom poglavlju. Za određeni *detuning* gdje iznos brzinske grupe atoma biva jednak v_c, odnosno, gdje je zadovoljen rezonantni uvjet (te je sila maksimalna), maksimalan je i broj atoma. Isti počinje padati daljnjim povećanjem frekventnog pomaka lasera za hlađenje jer atomi u tom slučaju ne osjećaju maksimalnu silu. Uz to, frekventni pomak lasera za hlađenje sve je dalje od rezonancije s atomskim prijelazom u atomu, pa je i manja vjerojatnost pobude atoma u stanje ^{87}Rb $5P_{3/2}$ $F_g = 3$. Prema tome, manji je broj atoma koji sudjeluju u ciklusima apsorpcije i spontane emisije te bivaju ohlađeni.

4.4.3 Utjecaj intenziteta lasera za hlađenje

Intenzitet lasera za hlađenje određuje udio atoma u pobuđenom stanju, ρ_{ee}, a time i ukupni broj hladnih atoma. Broj atoma određen je ranije opisanom metodom (kao i kod razmatranja utjecaja gradijenta magnetskog polja na broj hladnih atoma u oblaku). U granici malih intenziteta, naseljenost pobuđenog stanja raste linearno s intenzitetom lasera za hlađenje, kao što se vidi sa slike 4.14, gdje je linearna prilagodba označena crvenom linijom. Najveći intenzitet lasera za hlađenje u ovom slučaju iznosi 7.5 mW/cm^2, pa je za očekivati dominantnost linearnog režima te odsustvo saturacijskih efekata.

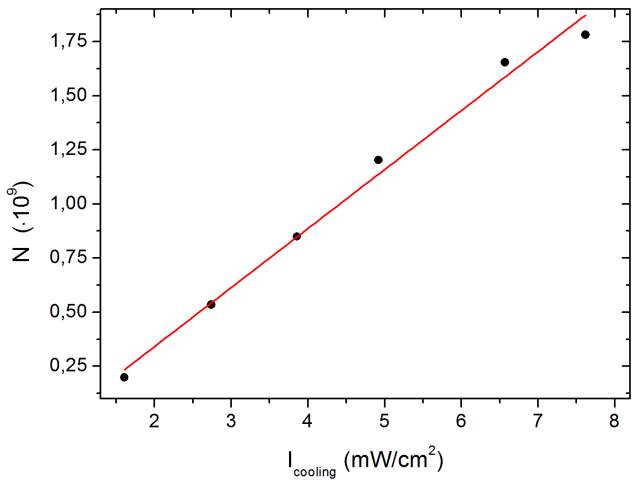


Slika 4.13: Intenzitet fluorescencije hladnih atoma u ovisnosti o frekventnom pomaku lasera za hlađenje od rezonancije uz $b = 13$ Gauss/cm.

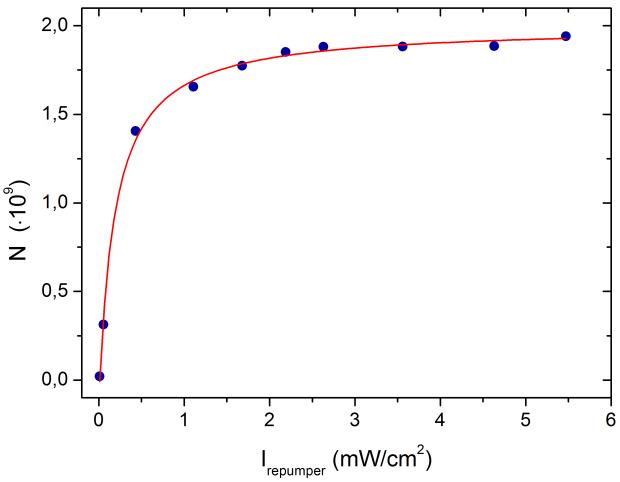
4.4.4 Utjecaj intenziteta lasera za naseljavanje

Intenzitet lasera za naseljavanje ne utječe direktno na silu hlađenja ali je njegova uloga bitna za realizaciju samog oblaka, kako je objašnjeno u potpoglavlju 3.3.2. Događaji pri kojima atomi bivaju optički pumpani u osnovno stanje $F_g = 1$ u normalnim su uvjetima rada MOT-a ($\Delta = -2.7\Gamma$) vrlo rijetki (tek svaki ~ 1000.-ti atom biva pobuđen u $F_e = 2$ stanje, iz kojeg se potom relaksira u $F_g = 1, 2$) te je zato dovoljan i mali intenzitet lasera za naseljavanje da bi ih vratio nazad u zatvoreni ciklus hlađenja ($F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$). Na slici 4.15 prikazana je ovisnost ukupnog broja atoma o intenzitetu lasera za naseljavanje.

Atomi se iz pobuđenog stanja $F_e = 2$ procesom spontane emisije mogu relaksirati u osnovno stanje $F_g = 2$, čime ponovo ulaze u ciklus hlađenja i na taj način direktno utječu na populaciju pobuđenog stanja u $F_e = 3$, čijom se fluorescencijom određuje broj atoma. Dakle, za manje intenzitete lasera za naseljavanje, atomi se dulje zadržavaju u stanju $F_g = 1$ te je time smanjen njihov udio u stanju $F_e = 3$, odnosno, smanjen je ukupan broj atoma.



Slika 4.14: Ovisnost ukupnog broja hladnih atoma o intenzitetu lasera za hlađenje uz $\Delta = -2.7\ \Gamma$ i $b = 13$ Gauss/cm. Funkcija prilagodbe je linearna.



Slika 4.15: Ovisnost ukupnog broja hladnih atoma o intenzitetu lasera za naseljavanje uz $\Delta = -2.7\ \Gamma$ i $b = 13$ Gauss/cm.

5

Interakcija hladnih atoma s kontinuiranim laserskim zračenjem: određivanje parametara stupice

Generalna tematika ovog poglavlja odnosi se na promatranje dinamike hladnih atoma rubidija pod utjecajem vanjske sile uzrokovane pobudom atoma s laserima kontinuirane (cw) emisije. Pomakom hladnog oblaka iz položaja ravnoteže induciraju se oscilacije centra mase oblaka oko položaja ravnoteže. Direktnim opažanjem putanje centra mase oblaka moguće je odrediti parametre relevantne za karakterizaciju stupice kao što je koeficijent gušenja i konstanta opruge, a time (preko ekviparticionog teorema) i temperaturu atoma.

5.1 Teorijski model: gušeni harmonički oscilator

Dinamiku hladnih atoma u MOT-u opisuje sljedeća diferencijalna jednadžba:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \beta\frac{dx}{dt} + \kappa x = 0 \quad , \tag{5.1}$$

gdje je β koeficijent gušenja, a κ konstanta opruge. Za početne uvjete $x(0) = 1$ i $v(0) = 0$ (postavljene djelovanjem vanjske sile koja je potom isključena) rješenje diferencijalne jednadžbe (5.1) sljedećeg je oblika:

$$x(t) = Ae^{-\gamma t}cos(w't + \phi) \quad , \tag{5.2}$$

pri čemu je $\gamma = \beta/2m$, $w' = \sqrt{w_o^2 - \gamma^2}$, gdje je w_0 vlastita frekvencija titranja atoma u stupici, definirana kao $w_0 = \sqrt{\kappa/m}$, dok su koeficijenti A i ϕ određeni početnim uvjetima. Prilagodbom izmjerenih putanja centra mase (CM) oblaka na model gušenog harmoničkog oscilatora mogu se odrediti koeficijent gušenja i konstanta opruge stupice.

5.2 Određivanje konstante opruge stupice metodom apsorpcijske spektroskopije

U literaturi se konstanta opruge stupice određuje putem dvije glavne eksperimentalne tehnike; apsorpcijske spektroskopije [46, 66] ili laserom inducirane fluorescencije (LIF) [65, 67] mjerenjem oscilacija induciranih vanjskom silom ili preko uneravnoteženosti intenziteta zraka lasera za hlađenje [68, 69] te parametrijskom rezonancijom [66].

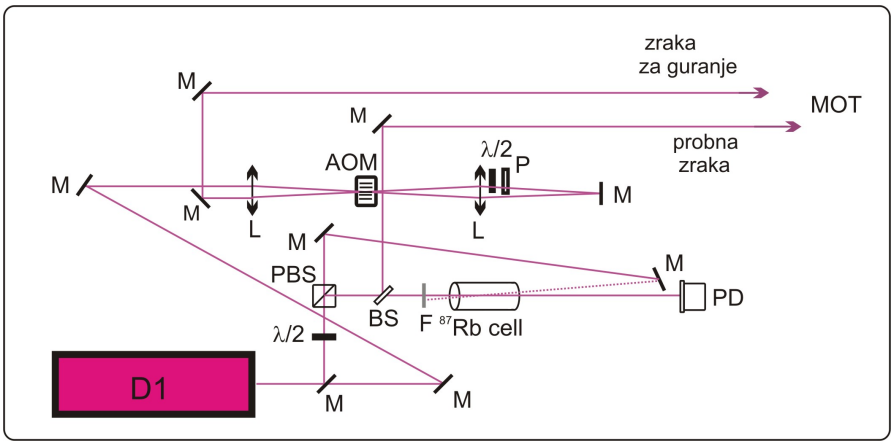
Oscilatorni odgovor atoma na perturbaciju induciran je vanjskom silom, koja se generira homogenim magnetskim poljem [66, 67] ili uvođenjem zrake za guranje [46, 65]. U svim navedenim radovima, oscilacije hladnog oblaka mjerene su indirektnim metodama te su opaženi signali jako ovisni o geometrijskim parametrima eksperimenta i sukladno tome, podložni pogreškama.

Glavnu motivaciju ove cjeline predstavlja određivanje bitnih parametara stupice kao što su koeficijent gušenja te konstanta opruge stupice. U tu svrhu upotrijebljene su dvije eksperimentalne metode; apsorpcijska spektroskopija te direktno mjerenje putanja centra mase oblaka. Budući da se metoda apsorpcijske spektroskopije, kao uostalom i metode gore navedene, previše oslanja na geometrijske uvjete eksperimenta te koristi određene aproksimacije, pouzdani rezultati, kao što će biti kasnije pokazano, mogu se dobiti jedino upotrebom potonje metode, koja se temelji na direktnom mjerenju oscilacija i po prvi je put uvedena u ovom radu.

5.2.1 Eksperiment

U svrhu mjerenja oscilacija hladnog atomskog oblaka metodom apsorpcijske spektroskopije, implementiran je sistem u kojem vanjska sila kojom se induciraju promatrane oscilacije oblaka dolazi zbog pobude atoma iz osnovnog $5S_{1/2}$ u $5P_{1/2}$ stanje. Pobuda se vrši cw ECDL laserom, proizvođača *Toptica Photonics*, model

DL 100, valne duljine 795 nm te izlazne snage od 10 mW. Laserska zraka dijeli se u dvije grane, od kojih jedna predstavlja zraku za guranje (eng. *pushing beam*), dok druga čini probnu zraku, čiju transmisiju mjerimo. Shema dijela eksperimentalnog postava za mjerenje oscilacija centra mase oblaka metodom apsorpcijske spektroskopije prikazana je na slici 5.1, gdje je na postojeći eksperimentalni postav za realizaciju MOT-a, detaljno opisan u poglavlju 3.6, uveden dodatni laser s pripadajućim optičkim elementima. Dodatni laser koji predstavlja vanjsku silu frekventno je stabiliziran na D1 rezonantni prijelaz (795 nm), $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ pomoću LIR modula (princip rada objašnjen u poglavlju 3.3.3) u kojeg se dovodi signal iz saturacijskog modula (poglavlje 3.3.2).



Slika 5.1: Shematski prikaz dijela eksperimentalnog postava za mjerenje oscilacija metodom apsorpcijske spektroskopije, gdje je na postojeći sistem za realizaciju MOT-a uveden D1 laser, čija jedna grana predstavlja zraku za guranje, dok je druga probna zraka, čiju transmisiju mjerimo. Novi optički elementi u postavu su P: Polarizator te AOM: akusto-optički modulator.

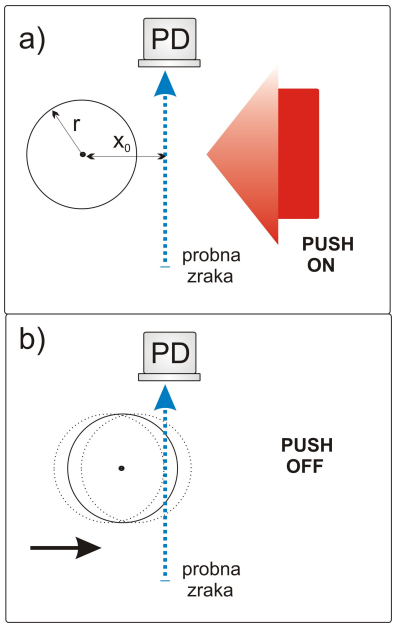
Laser za guranje prolazi kroz akusto-optički modulator (AOM), proizvođača *Crystal Technology*, model AOMO 3080-122, [70], čija je zadaća brzo prekidanje laserske zrake te precizna kontrola njezine snage. AOM radi na principu akusto-optičkog efekta, odnosno, modifikacije indeksa loma materijala (u ovom slučaju transparentnog kristala TeO_2) kojim se propagiraju laserske zrake prilikom stvaranja zvučnog vala u materijalu [71]. Periodičke promjene indeksa loma omogućuju Braggovu difrakciju upadnih laserskih zraka u kristalu. Vanjski RF izvor (koji iznosi 80 MHz) generira oscilirajući električni signal, koji piezoelektrični pretvornik

konvertira u mehaničke vibracije i na taj način producira zvučne valove u kristalu. Modulacijom amplitude električnog signala moguće je modulirati snagu laserske zrake u svim redovima difrakcije. Budući da se laserske zrake difraktiraju od putujućih valnih fronti zvučnog vala, frekvencija difraktirane laserske svjetlosti je pomaknuta za iznos frekvencije zvučnog vala, koji u ovom slučaju iznosi 80 MHz. Zraka za guranje prolazi kroz AOM u dvostrukom aranžmanu (eng. *double-pass configuration*, [72]), kao što je prikazano na slici 5.1 radi kompenzacije frekventnog pomaka lasera ugođenog na rezonantnu frekvenciju. Upadna zraka difraktira se na AOM-u, dobiva pozitivan frekventni pomak od +80 MHz. Na optički put zrake u +1 redu difrakcije, nakon prolaska kroz leću postavljena je $\lambda/2$ pločica kojom se rotira linearna polarizacija da bi zraka mogla proći kroz polarizator, dok je zraka 0. reda time blokirana. Nakon toga, zraka +1 reda reflektira se od zrcala te prolazi optičkim putem zrake 0. reda, ponovo se difraktira prolaskom kroz AOM te izlazi van ali ovaj put s negativnim pomakom u frekvenciji za -80 MHz. Dakle, izlazna zraka je iste frekvencije kao i upadna, odnosno, anuliran je frekventni pomak te je laser ostao i dalje na rezonantnoj frekvenciji. Uz to, dovede li se vanjski napon (TTL signal) na AOM, moguće je brzo (u nanosekundnom režimu) prekidati lasersku zraku. Na takav način D1 laser se može upotrebljavati kao vanjska sila kontrolabilne snage s mogućnošću brzog prekidanja.

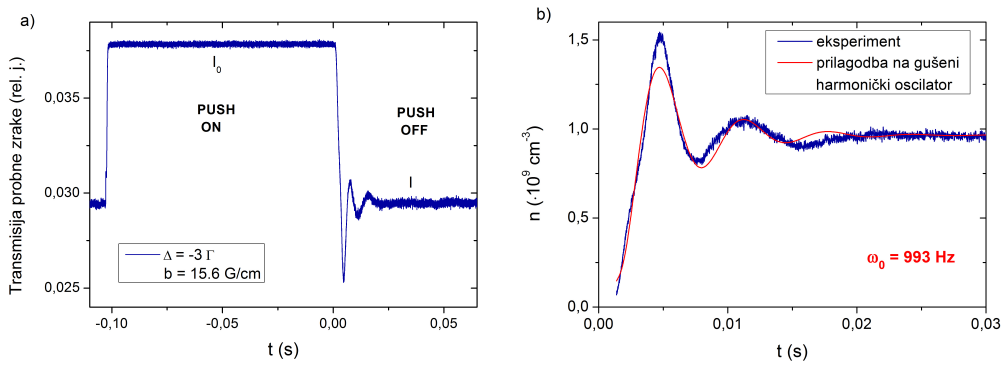
Shematski prikaz pomaka oblaka hladnih atoma uzrokovanog djelovanjem zrake za guranje prikazan je na slici 5.2. Crvenom strelicom označena je zraka za guranje, koja veličinom premašuje dimenzije oblaka tako da ga može pomaknuti u potpunosti, dok je probna zraka, koja je puno uža te slabijeg intenziteta označena plavom isprekidanom linijom. U trenutku kada se isključi vanjska sila (*push off*) atomi se pod utjecajem radijativne sile MOT-a ($F = -\kappa x$) vraćaju u centar stupice, pri čemu izvode gibanje opisano jednadžbom gušenog harmoničkog oscilatora (izraz (5.1)).

5.2.2 Rezultati

Tipičan rezultat mjerenja oscilacija metodom apsorpcijske spektroskopije prikazan je na slici 5.3, gdje se mjeri transmisija probne zrake ugođena na D1 prijelaz u ovisnosti o vremenu. AOM se koristi za brzo prekidanje zrake za guranje, u ovom slučaju frekvencija paljenja i gašenja iste iznosi ∼10 Hz, dok su laseri potrebni za



Slika 5.2: a) Shematski prikaz pomaka oblaka hladnih atoma uzrokovanog djelovanjem zrake za guranje, označene crvenom strelicom. Probna zraka, čiju transmisiju mjerimo, slabog je intenziteta te označena plavom isprekidanom linijom. b) Vraćanje oblaka u početni položaj, oko kojeg oscilira, nakon isključenja zrake za guranje.



Slika 5.3: a) Transmisija oblaka hladnih atoma prilikom njihova vraćanja u ravnotežni položaj u trenutku kada se isključi zraka za guranje. Periodičnost vanjske sile kontrolira se AOM-om, čija frekvencija u ovom slučaju iznosi ∼10 Hz. b) Prilagodba izmjerenih oscilacija (s prethodne slike) na model gušenog harmoničkog oscilatora.

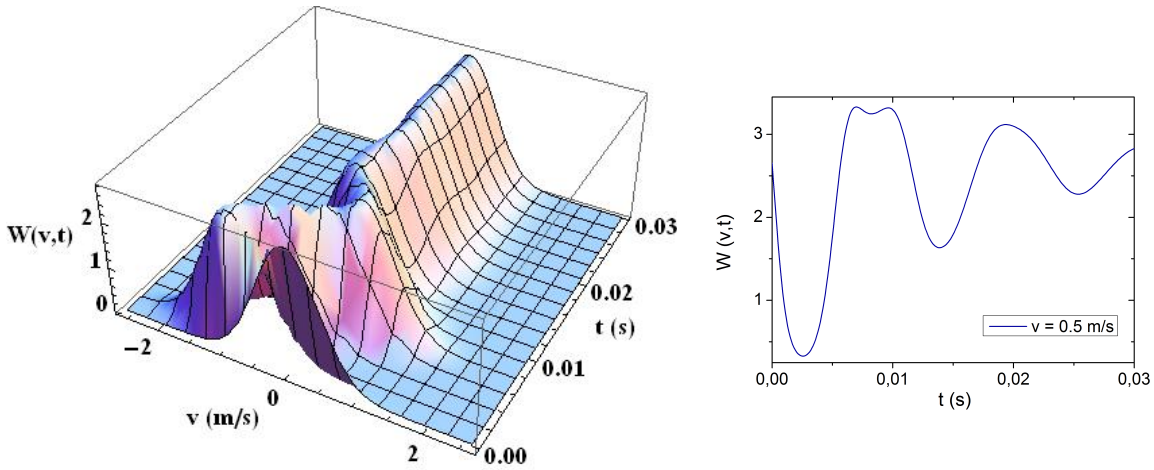
rad MOT-a, dakle, laser za hlađenje i laser za naseljavanje, cijelo vrijeme upaljeni. Prilikom isključenja zrake za guranje, atomi se vraćaju u početni položaj oko kojeg osciliraju. Transmisija probne zrake koju mjerimo ovisi o položaju oblaka hladnih atoma jer zbog oscilacija hladnog atomskog oblaka oko položaja ravnoteže, probna zraka interagira s različitim dijelovima oblaka, pa samim tim i različitim brojem atoma. Da bi detaljnije razmotrili snimljene oscilacije u transmisiji probe, slika 5.3 prikazuje uvećani signal transmisije s prethodne slike, koji je Beer-Lambertovim zakonom izražen u jedinicama gustoće, $n = ln(I_0/I)/(\sigma l)$, gdje je σ udarni presjek za atome rubidija koji iznosi $\sigma = 1.081 \cdot 10^{-9}$ cm^2 (D1 prijelaz, π polarizacija) [44], dok je l optički put probne zrake jednak promjeru oblaka 1.8 mm uz korištenu pretpostavku da je l konstantan. Ukoliko se želi pokazati da inducirane oscilacije slijede model gušenog harmoničkog oscilatora, čije je rješenje $x(t)$ dano izrazom (5.2), potrebno je y-skalu, koja predstavlja gustoću $n(x,t)$ povezati s položajem atoma, kao što je napravljeno u [46]. Koristeći pretpostavku da je pomak oblaka induciran zrakom za guranje malen u odnosu na radijus oblaka, aproksimativni izraz za gustoću oblaka dan je sa:

$$n(x,t) = B \cdot (1 - C \cdot x(t)) \quad , \tag{5.3}$$

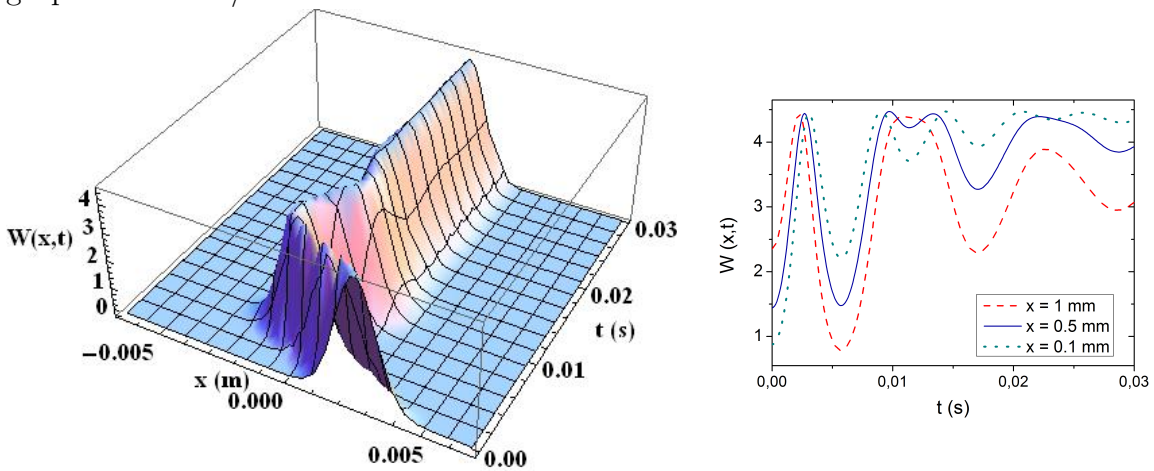
gdje su $B = 0.97$ i $C = 1.2$ parametri povezani s geometrijom eksperimenta, odnosno, određeni su početnim položajem oblaka te položajem probne zrake u odnosu na oblak.

Prilagodba na rješenje gušenog harmoničkog oscilatora prikazana na slici 5.3 ne daje zadovoljavajuće rezultate (čime je dobivena vrijednost vlastite frekvencije titranja atoma u stupici upitna). Mogući razlog neslaganja s eksperimentom leži u tome što je prilikom pretvorbe y-skale (intenziteta probe u gustoću atoma) uzeta pretpostavka o pomaku oblaku koji je znatno manji od radijusa istog, što implicira na valjanost pretpostavke o konstantnom optičkom putu probne zrake kroz oblak tijekom oscilacija, kao što su uzeli autori u radu [46]. Međutim, to se ne može primijeniti na naše eksperimentalne uvjete te se promjena u optičkom putu probne zrake ne može zanemariti.

Da bi potvrdili valjanost izmjerenih rezultata, isti su uspoređeni s rješenjima Fokker-Planckove (FP) jednadžbe, uvedene ranije, u poglavlju 2.6. FP jednadžba, dana izrazom (2.46), rješava se za početnu brzinsku i prostornu distribuciju atoma



Slika 5.4: Vremenska evolucija brzinske raspodjele za početne uvjete $x(0) = 0.0025$ m i $v(0) = 0$ uz sumiranje po položajima atoma u intervalu [-$4\sigma_x$, $4\sigma_x$]. Lijevo se nalazi 3D prikaz, dok je desno pripadajući dvodimenzionalni prikaz za brzinsku grupu $v = 0.5$ m/s.



Slika 5.5: Vremenska evolucija prostorne raspodjele za početne uvjete $x(0) = 0.0025$ m i $v(0) = 0$ uz sumiranje po brzinama atoma u intervalu [-$4\sigma_v$, $4\sigma_v$]. Lijevo se nalazi 3D prikaz, dok je desno pripadajući dvodimenzionalni prikaz za određene položaje probne zrake u odnosu na ravnotežni položaj oblaka koji se nalazi u $x = 0$.

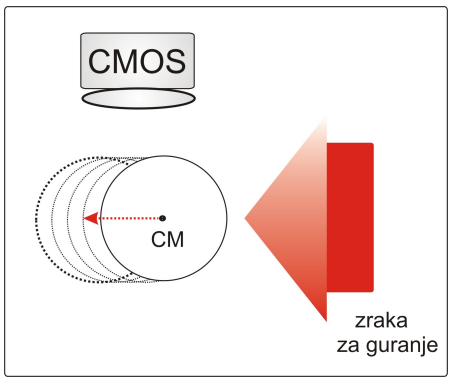
danu relacijom 5.4 uz početne uvjete $x(0) = 0.0025$ m i $v(0) = 0$:

$$W(x, v, 0) = e^{-(x-x_0)^2/\sigma_x^2 - (v-v_0)^2/\sigma_v^2}, \tag{5.4}$$

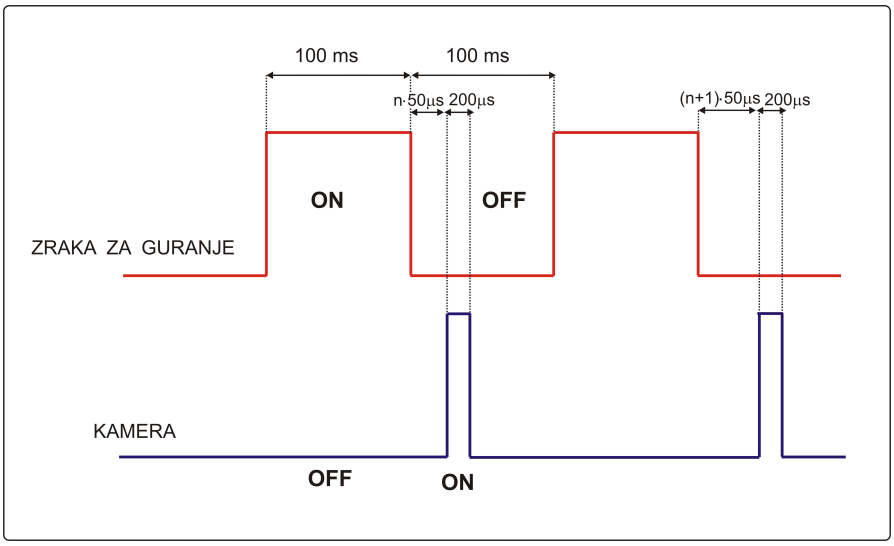
uz $\sigma_{x,v}^2$ definirane kao $\sigma_x^2 = 2D/(\beta\kappa)$ te $\sigma_v^2 = 2D/(m\beta)$. Za radne uvjete MOT-a, koji odgovaraju onima na slici 5.3 ($\kappa = 4.5 \cdot 10^{-20}$ N/m, $\beta = 2.64 \cdot 10^{-23}$ Ns/m, $D = 2.12 \cdot 10^{-48}$ m^2/s) rješenja FP jednadžbe pokazuju da hladni atomski oblak pod utjecajem sile MOT-a doživljava oscilacije u brzini te položaju. Na slici 5.4 lijevo, prikazana je vremenska evolucija brzinske raspodjele za početne uvjete $x(0) = 0.0025$ m i $v(0) = 0$ uz sumiranje po položajima atoma u intervalu [-4σ_x, 4σ_x]. Na desnoj strani nalazi se pripadajući dvodimenzionalni prikaz za određenu brzinsku grupu ($v = 0.5m/s$). Na slici 5.5 lijevo, prikazana je vremenska evolucija prostorne raspodjele za početne uvjete $x(0) = 0.0025$ m i $v(0) = 0$ uz sumiranje po brzinama atoma u intervalu [-4σ_v, 4σ_v]. Na desnoj strani nalazi se pripadajući dvodimenzionalni prikaz za određene položaje probne zrake u odnosu na ravnotežni položaj oblaka. Iz toga se vidi da je izgled oscilacija u vremenu drugačiji ovisno o tome gdje se nalazimo s probnom zrakom u odnosu na ravnotežni položaj oblaka, a to je eksperimentalni podatak koji u ovoj konfiguraciji ne možemo točno utvrditi, pa to može objasniti dobiveno neslaganje između izmjerenih te izračunatih rezultata.

5.3 Određivanje konstante opruge stupice direktnim mjerenjem oscilacija centra mase oblaka

Budući da mjerenje oscilacija s ciljem određivanja konstante opruge stupice metodom apsorpcijske spektroskopije jako ovisi o geometrijskim parametrima eksperimenta, koji se ne mogu pouzdano mjeriti, ova metoda nije dovoljno pouzdana i učinkovita za mjerenje konstante opruge. Iz tog razloga, osmišljen je jedan novi pristup u mjerenju konstante opruge, a bazira se na direktnom promatranju oscilacija centra mase oblaka. Prednosti ove metode nalaze se u tome što eliminira ovisnost signala o geometrijskim uvjetima eksperimenta, nije ograničena na male pomake oblaka te omogućuje i 2D mjerenje oscilacija. Direktno mjerenje oscilacija omogućeno je stroboskopskom tehnikom, gdje je okidanje kamere (DCC1240C, rezolucije 1280 x 1024, [73]) koja snima LIF oblaka, odnosno, pomak istog iz centra



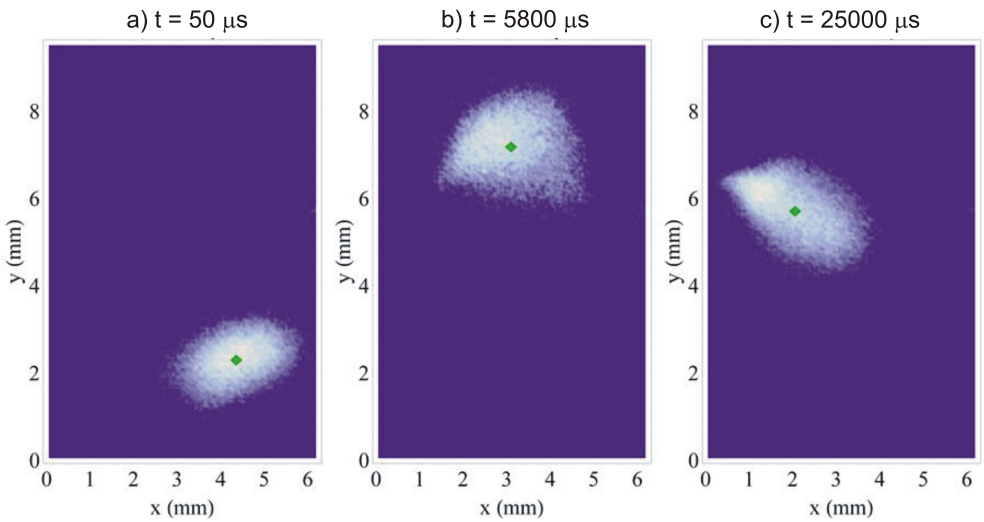
Slika 5.6: Shematski prikaz najznačajnijih dijelova eksperimentalnog postava za direktno mjerenje oscilacija CM stroboskopskom tehnikom.



Slika 5.7: Shematski prikaz vremenskog odvijanja jednog eksperimentalnog mjerenja pomaka oblaka.

stupice, sinkronizirano sa signalom iz AOM-a, tj. s prekidanjem vanjske sile.

Na slici 5.6 shematski su prikazani najznačajniji dijelovi eksperimentalnog postava za direktno mjerenje oscilacija CM stroboskopskom tehnikom. Eksperimentalni postav je identičan prethodnome (slika 5.1) izuzev što se sada umjesto probne zrake, koristi CMOS kamera s objektivom te se mjeri LIF.

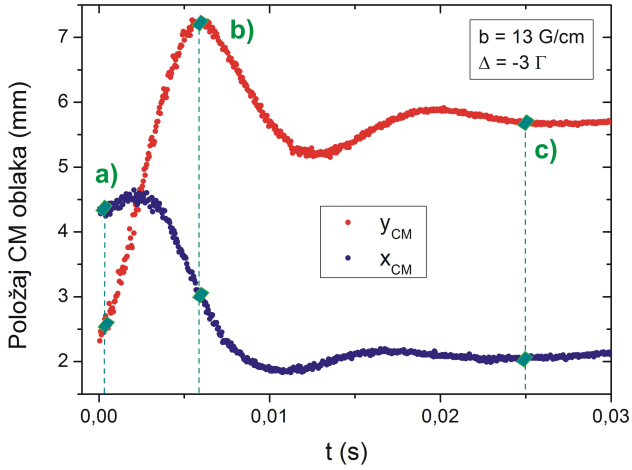


Slika 5.8: Položaj CM oblaka (označen zelenim rombićem) u određenim vremenskim intervalima; početni položaj oblaka, položaj maksimalnog pomaka te konačni položaj.

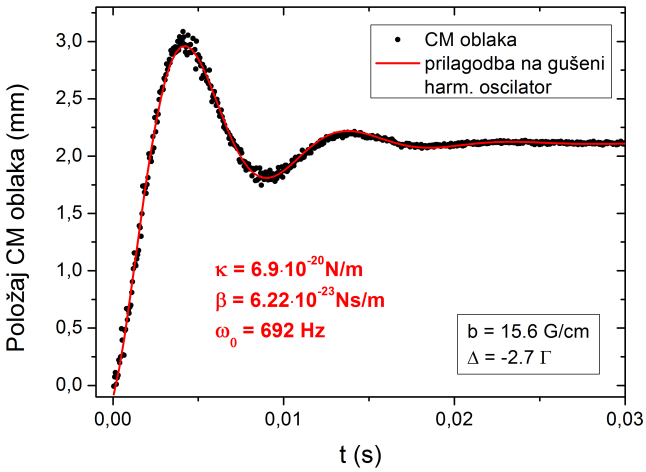
Stroboskopsko snimanje oscilacija postiže se sinkronizacijom okidanja kamere i TTL signala, koji se dovodi na AOM te omogućuje brzo paljenje (gašenje) lasera za guranje. Kontrola prekidanja AOM-a te okidanja kamere vrši se preko NI DAQ kartice LabView programom. Vremensko odvijanje eksperimenta dano je shematski na slici 5.7.

Dakle, zraka za guranje pomiče oblak u novi ravnotežni položaj, gdje sila zrake za guranje biva u ravnoteži sa silom hlađenja u MOT-u. Pri isključenju zrake za guranje (dok su laseri koji generiraju hladni oblak cijelo vrijeme upaljeni), hladni atomi se vraćaju u svoj početni položaj ravnoteže, a prilikom tog gibanja kamera snima položaj CM oblaka. Zraka za guranje ugašena je 100 ms, za koje vrijeme se oblak ponovo puni atomima te smiruje u centru stupice. Nakon tog vremena, ciklus započinje ponovo.

Na slici 5.8 prikazan je rezultat jednog takvog mjerenja za vremena koja odgo-



Slika 5.9: Gibanje položaja CM oblaka po x i y osi.



Slika 5.10: Oscilacije CM oblaka hladnih atoma te prilagodba istih na model gušenog harmoničkog oscilatora prema izrazu (5.2).

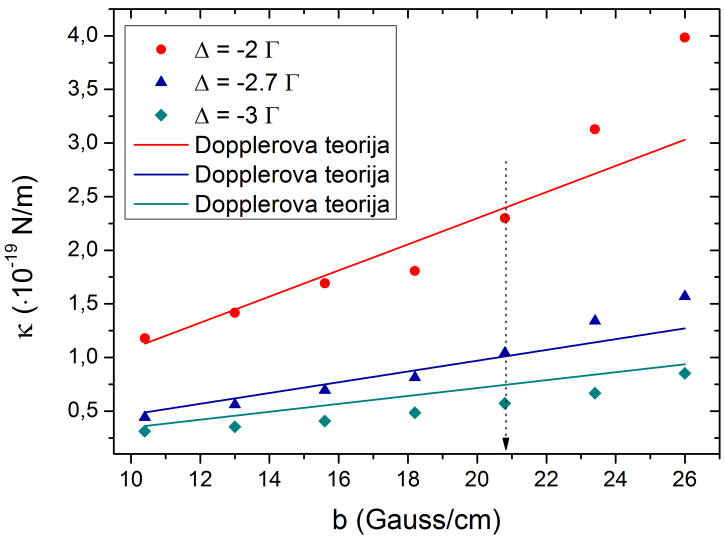
varaju vremenima, odnosno, položajima atomskog oblaka na slici 5.9 - kamerom se snimi film, koji se sastoji od određenog broja slika (u ovom slučaju 752), koje se potom analiziraju. Radni uvjeti MOT-a iznose $b = 13$ Gauss/cm, $\Delta = -3\ \Gamma$. Zelenim rombićem označen je CM oblaka hladnih atoma na pojedinoj slici, te je naznačeno u kojem je vremenu snimljena.

Sa slika se može uočiti gibanje oblaka u dvije dimenzije, što predstavlja jednu od prednosti ove metode. U ovom slučaju do takvog gibanja dolazi zbog toga što zraka za guranje nije bila u potpunosti preklopljena sa zrakom sile hlađenja MOT-a u toj dimenziji. Prikaz oscilacija CM oblaka u 2D dan je na slici 5.9, gdje je zelenom bojom označen CM u odgovarajućem vremenskom periodu, sukladno slici 5.8.

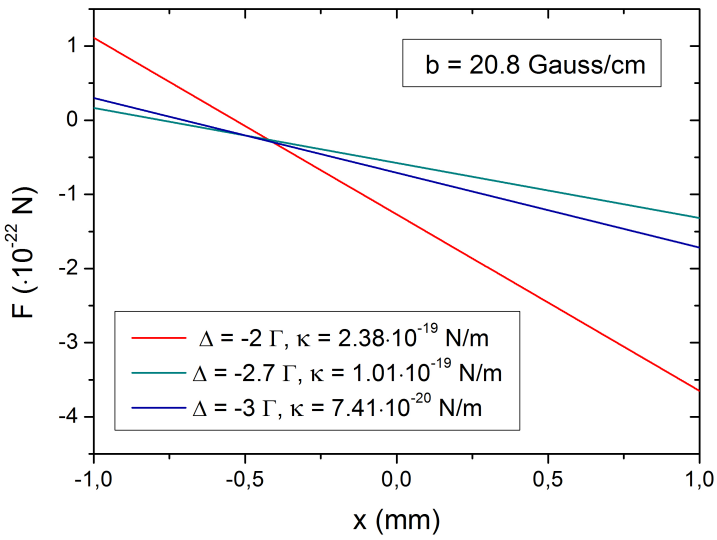
Snimljeni su pomaci oblaka za različite uvjete MOT-a, a primjer obrade jednog mjerenja (u uvjetima $b = 15.6$ Gauss/cm, $\Delta = -2.7\ \Gamma$) te određivanja koeficijenta gušenja te konstante opruge atoma u stupici prikazan je na slici 5.10. Prema rješenju diferencijalne jednadžbe gušenog harmoničkog oscilatora za slučaj kad je vanjska sila jednaka nuli, $x(t) = Ae^{-\gamma t}cos(w't + \phi)$, iz dobivenih parametara prilagodbe; $\omega' = 658.5$ s^{-1}, $\gamma = 216.3$ s^{-1}, prema izrazima $\gamma = \beta/2m$, $w' = \sqrt{w_o^2 - \gamma^2}$, određeni su parametri stupice; konstanta opruge $\kappa = (6.90 \pm 0.03) \cdot 10^{-20}$ N/m, koeficijent gušenja $\beta = (6.22 \pm 0.03) \cdot 10^{-23}$ Ns/m te vlastita frekvencija titranja atoma u stupici $\omega_0 = (692 \pm 2)$ Hz.

Direktnim mjerenjem oscilacija centra mase oblaka te njihovom prilagodbom na model gušenog harmoničkog oscilatora određena je vrijednost konstante opruge atoma u stupici za različite uvjete pomaka lasera za hlađenje od rezonantne frekvencije prijelaza te za različite vrijednosti gradijenta magnetskog polja, slika 5.11. Također, uz eksperimentalno dobivene vrijednosti, prikazana je i vrijednost konstante opruge dobivena prema Dopplerovoj teoriji za realan sistem ^{87}Rb. Kao što je pokazano u poglavlju 2.5, prema slici (2.14) konstantu opruge stupice moguće je odrediti iz nagiba sile u ovisnosti o položaju atoma u oblaku, a slika 5.12 prikazuje linearni režim spomenute ovisnosti koji vrijedi za male pomake od centra stupice. U teorijski model uvršteni su parametri stupice koji odgovaraju eksperimentalnim uvjetima prilikom snimanja oscilacija; $\Delta = -2\Gamma, -2.7\Gamma, -3\Gamma$, $b_z = (10.4 - 26)$ Gaussa/cm te $I_z = 0.8$ mW/cm^2.

Porastom gradijenta magnetskog polja raste i vrijednost konstante opruge stupice, što odgovara teorijskim očekivanjima ($\kappa \sim b$, izraz(2.33)). Nadalje, s većim



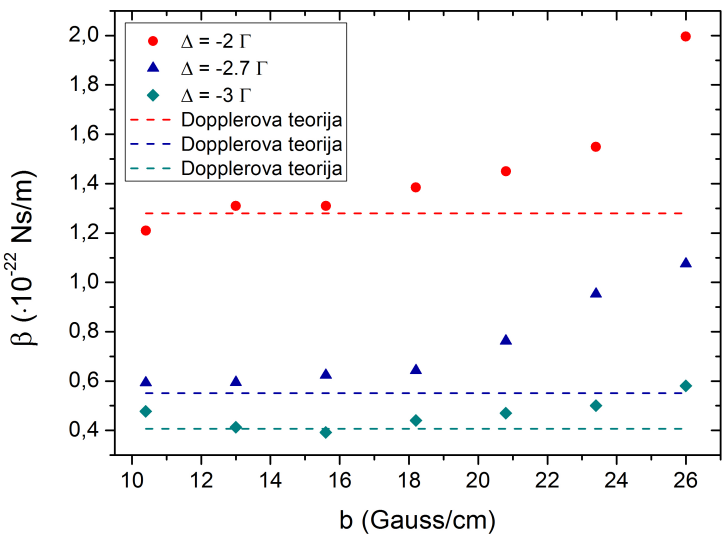
Slika 5.11: Ovisnost konstante opruge stupice o gradijentu magnetskog polja za tri različite vrijednosti frekventnog pomaka lasera za hlađenje. Uz eksperimentalne vrijednosti prikazane su i vrijednosti dobivene prema Dopplerovoj teoriji.



Slika 5.12: Konstanta opruge stupice određena je prema Dopplerovoj teoriji nagibom sile u ovisnosti o položaju atoma. Ovdje je prikazan slučaj kada je gradijent magnetskog polja jednak 20.8 Gauss/cm, što odgovara jednoj teorijskoj vrijednosti s gornjeg grafa (označena strelicom), za tri različite vrijednosti frekventnog pomaka lasera za hlađenje.

frekventnim pomakom lasera za hlađenje od rezonancije, smanjuje se vrijednost konstante opruge, što odgovara Dopplerovoj teoriji. Pogleda li se slika 5.12 može se uočiti da je nagib sile u ovisnosti o x-u strmiji za manji *detuning*, odnosno, za veći *detuning* dva Lorentziana koji opisuju silu (što se vidi sa slike 2.14) bila bi više razmaknuta, pa bi i nagib sile, odnosno, konstanta opruge bila manja. Usporedbom teorijskih i eksperimentalnih vrijednosti konstante opruge u ovisnosti o porastu gradijenta magnetskog polja, za tri različite vrijednosti frekventnog pomaka lasera za hlađenje, može se zaključiti da među njima postoji prilično dobro slaganje.

Analogno, dobiva se vrijednost koeficijenta gušenja atoma u stupici te je ovisnost istog o gradijentu magnetskog polja za tri različite vrijednosti frekventnog pomaka lasera za hlađenje prikazana na slici 5.13. Također, uz eksperimentalne, prikazane su i vrijednosti koje proizlaze iz Dopplerove teorije.



Slika 5.13: Ovisnost koeficijenta gušenja atoma u stupici o gradijentu magnetskog polja za tri različite vrijednosti frekventnog pomaka lasera za hlađenje. Uz eksperimentalne vrijednosti prikazane su i vrijednosti dobivene prema Dopplerovoj teoriji.

Uz porast *detuninga*, očekuje se i smanjenje vrijednosti β, što se i dobiva (objašnjenje je analogno onome uz prethodni graf te uz razmatranje nagiba sile

u ovisnosti o brzini atoma u oblaku, prema slici 2.15). Dopplerova teorija ne predviđa ovisnost koeficijenta gušenja o gradijentu magnetskog polja (izraz (2.32)). Međutim, izmjereni podatci slijede teorijsko predviđanje samo u slučaju malih gradijenta polja. Za veće gradijente polja primjećuje se porast koeficijenta gušenja uz zamjetnije odstupanje u slučaju veće vrijednosti gradijenta. Ovakav trend se ne može objasniti Dopplerovom teorijom, no primjenom subDopplerovog modela (što je opravdano uzeti, a bit će pokazano u idućem odlomku gdje se razmatra temperatura stupice) isti se može objasniti. Porastom gradijenta polja, oblak sadrži manje atoma (veći je Zeemanov pomak od Dopplerovog te atomi više ne osjećaju maksimalnu silu) čime je i vrijednost temperature manja, budući da ona ovisi o broju atoma kao $T \propto N^{1/3}$, što je pokazano u radovima [74–76].

Nakon što je određena konstanta opruge atoma u stupici, uz poznavanje radijusa oblaka moguće je ekviparticionim teoremom odrediti temperaturu hladnih atoma:

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\kappa r^2 = \frac{1}{2}k_B T \quad . \tag{5.5}$$

Za tipične uvjete MOT-a (pomak frekvencije lasera za hlađenje od $-2.7\ \Gamma$ te gradijent magnetskog polja od 13 Gauss/cm), radijus oblaka r = 0.9 mm te $\kappa = 5.6 \cdot 10^{-20}$ N/m, dobiva se temperatura od $T \sim 3.3$ mK. Izmjerena vrijednost je viša od vrijednosti predviđene Dopplerovom teorijom, pri čemu je radijus oblaka određen iz prostorne distribucije atoma u oblaku, koja slijedi iz FP jednadžbe (poglavlje 2.6) te iznosi $T = 810\ \mu$K, što se može objasniti nalaženjem oblaka u režimu višestrukog raspršenja. Uslijed reapsorpcije emitiranih atoma u oblaku generira se odbojna sila među njima, što ima za posljedicu povećanje radijusa oblaka te prema ekviparticionom teoremu, i veću vrijednost temperature. Temperatura hladnih atoma u oblaku realno je niža, što potvrđuje i vrijednost od 20 μK (koja odgovara subDopplerovoj vrijednosti temperature) nedavno izmjerena u našem laboratoriju metodom vremena proleta (eng. *Time Of Flight*, TOF), u nešto izmijenjenom eksperimentalnom postavu [77] za korištenu nižu vrijednost *detuninga* od -5 Γ.

6

Interakcija hladnih atoma s kontinuiranim laserskim zračenjem: određivanje efektivnog intenziteta saturacije za ^{87}Rb D1 prijelaz

Saturacijski intenzitet pojedinog prijelaza definiran je u literaturi prema jednostavnom modelu za atomski sistem koji se sastoji od dva energijska nivoa, te koji interagira s monokromatskim elektromagnetskim poljem dobro definirane polarizacije. Međutim, sistem hladnih atoma u magnetno-optičkoj stupici jest kompliciraniji. Utvrđivanje točne vrijednosti saturacijskog intenziteta bitno je za određivanje udjela populacije u pobuđenom stanju te modeliranje radijativne sile, čije se djelovanje na atomski sistem proučava.

6.1 Intenzitet saturacije prijelaza

Vjerojatnost nalaženja populacije u pobuđenom stanju za atomski sistem koji se sastoji od dva energijska nivoa dana je sljedećim izrazom:

$$\rho_{ee} = \frac{As_0}{1 + s_0 + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2}} \quad , \tag{6.1}$$

gdje je Δ oznaka za frekventni pomak lasera od rezonancije, A je konstanta (koja u slučaju modela atoma s dva energijska nivoa iznosi 0.5), dok je sa s_0 označen

saturacijski parametar (za rezonantni prijelaz), definiran kao:

$$s_0 \equiv \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2} = \frac{I}{I_s} \quad , \tag{6.2}$$

pri čemu je Ω Rabijeva frekvencija definirana izrazom (2.9). Intenzitet lasera označen je s I, dok I_s predstavlja saturacijski intenzitet [14, 44],

$$I_s \equiv \frac{\pi h c \Gamma}{3\lambda^3} \quad , \tag{6.3}$$

gdje je h oznaka za Planckovu konstantu, c za brzinu svjetlosti, a λ je valna duljina svjetlosti.

Dakle, prema generalnom izrazu (6.3), saturacijski intenzitet za ^{87}Rb D2 rezonantni prijelaz (λ = 780 nm), za koji je $\Gamma = 2\pi\cdot$ 6.067 MHz, iznosi; I_s= 1.67 mW/cm^2. Dobivena vrijednost odnosi se na atomski sistem koji se sastoji od dva energijska nivoa te interagira s monokromatskim laserskim poljem. Međutim, u uvjetima u kojima se nalaze atomi u magnetno-optičkoj stupici, situacija je znatno kompliciranija. Atom rubidija 87 posjeduje šest hiperfinih nivoa, koji se cijepaju na $2F+1$ magnetskih podnivoa uslijed Zeemanovog efekta pod utjecajem kvadrupolnog magnetskog polja u stupici. Uz to, MOT čine tri para suprotno propagirajućih laserskih zraka, različitih polarizacija. Također, u eksperimentima s hladnim atomima dolazi do efekata kao što je optičko pumpanje koje vodi na preraspodjelu populacije među Zeemanovim podnivoima, rad oblaka u režimu višestrukog raspršenja (gdje dolazi do reapsorpcije emitiranih fotona od strane atoma u oblaku), zasjenjenje laserskih zraka (dolazi do atenuacije intenziteta laserske zrake uslijed prolaska kroz oblak) ili nečistoće u snopu istih. Prema tome, korištenje standardnog izraza za određivanje intenziteta saturacije prijelaza nije prikladno u uvjetima rada MOT-a.

Direktno mjerenje intenziteta saturacije za prijelaz koji se koristi za hlađenje atoma u ^{87}Rb MOT-u ($F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$) napravljeno je u radu [60] tehnikom prijenosa naboja. Izmjerena je ovisnost udjela populacije u pobuđenom stanju o saturacijskom intenzitetu u različitim uvjetima MOT-a, kao što je različiti gradijent magnetskog polja ili intenzitet lasera za naseljavanje te je utvrđeno kako isti ovisi samo o intenzitetu lasera za naseljavanje te njegovom pomaku od rezonantne frekvencije. Na eksperimentalne podatke rađena je prilagodba prema

jednostavnom modelu, koji je dan izrazom (6.1) te se dobiva vrijednost intenziteta saturacije od $2I_s = (9.2 \pm 1.7)$ mW/cm^2, što je za 2.75 puta veća vrijednost u odnosu na teorijsku, izračunatu prema relaciji (6.3). Sličan rezultat dobili su i autori u radu [78], gdje je populacija pobuđenog stanja atoma rubidija 87 u MOT-u određena tehnikom koja se bazira na mjerenju gubitaka hladnih atoma u oblaku (eng. *trap loss*).

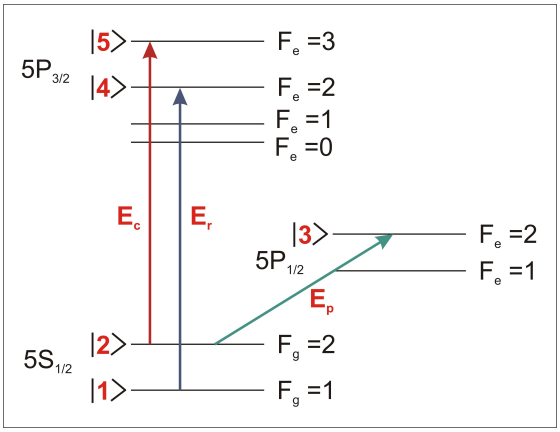
Međutim, u literaturi ne postoje podatci za mjerenje intenziteta saturacije D1 prijelaza ($5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$) u rubidijevom atomu. Time je onemogućena točna procjena udjela populacije u pobuđenom stanju, te modeliranje radijativne sile, koja je od značaja za drugi dio istraživanja ove cjeline. Također, poznavanje točnog udjela atoma u pobuđenom stanju od velike je važnosti u eksperimentima s hladnim atomima gdje se određuje apsolutni fotoionizacijski udarni presjek [78], istražuju sudari među hladnim atomima [30] ili transfer populacije [79] te određuje ukupni broj hladnih atoma u stupici [11, 80].

U ovome radu intenzitet saturacije za D1 ^{87}Rb prijelaz u određenim uvjetima MOT-a razmatran je eksperimentalno i teorijski. Teorijskim modelom koji se temelji na optičkim Blochovim jednadžbama (OBE) primijenjenim na atomski sistem s pet energijskih nivoa, dobivena je informacija o vremenskoj evoluciji populacija i koherencija. Zatim je određena naseljenost pobuđenog stanja ρ_{33} ($5P_{1/2}$ $F_e = 2$) u stacionarnom slučaju te ispitivana ovisnost iste o intenzitetu probnog lasera I_p ugođenog na D1 prijelaz za određene parametre MOT-a. Dobiveni rezultati odgovaraju krivuljama specifičnog oblika koje se nazivaju saturacijskim krivuljama te pokazuju ovisnost, u ovom slučaju ρ_{33} o I_p. Potom su teorijske saturacijske krivulje uspoređene s eksperimentalnima, koje su dobivene na temelju mjerenja LIF-a iz oblaka na 795 nm, što je proporcionalno naseljenosti u ρ_{33} stanju te je pokazano kvalitativno slaganje. U svrhu određivanja efektivnog saturacijskog intenziteta prijelaza od interesa, ^{87}Rb D1 $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$, na teorijske saturacijske krivulje izvršena je prilagodba na jednostavni teorijski model dan izrazom (6.1), iz kojeg je određen I_s^{eff} u određenim uvjetima MOT-a.

6.2 Teorijski model

Teorijski model bazira se na OBE za atomski sistem koji se sastoji od pet energijskih nivoa te koji istovremeno interagira s tri kontinuirana (cw) elektro-

magnetska polja, koja potječu od lasera za hlađenje (E_c), lasera za naseljavanje (E_r) te probnog lasera (E_p).



Slika 6.1: Shematski prikaz hiperfine strukture energijskih nivoa relevantnih za teorijsko modeliranje. Strelicama su označeni prijelazi inducirani laserom za hlađenje(E_c), laserom za naseljavanje (E_r) te probnim laserom (E_p).

Kao što se vidi sa slike 6.1, laseri su ugođeni na sljedeće prijelaze:

- laser za hlađenje: -2 do -3 Γ frekventno pomaknut u odnosu na rezonantni prijelaz $5S_{1/2}(F_g = 2) \rightarrow 5P_{3/2}(F_e = 3)$ nivo ($|2\rangle - |5\rangle$),

- laser za naseljavanje: $5S_{1/2}(F_g = 1) \rightarrow 5P_{3/2}(F_e = 2)$ nivo ($|1\rangle - |4\rangle$),

- probni laser: $5S_{1/2}(F_g = 2) \rightarrow 5P_{1/2}(F_e = 2)$ nivo ($|2\rangle - |3\rangle$).

Hamiltonijan sistema sastoji se od dva dijela; slobodnog Hamiltonijana, $\hat{H}_0$ te Hamiltonijana interakcije, $\hat{H}_{int}$:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int} \quad , \tag{6.4}$$

pri čemu je $\hat{H}_{int} = H_{25} + H_{14} + H_{23}$ te opisuje interakciju atomskog sistema s tri nezavisna laserska polja. Korištenjem dipolne električne aproksimacije dijelovi interakcijskog Hamiltonijana mogu se pisati kao; $H_{25} = -\mu_{25}\mathcal{E}_c(t)$, $H_{14} = -\mu_{14}\mathcal{E}_r(t)$ i $H_{23} = -\mu_{23}\mathcal{E}_p(t)$, gdje su μ_{25}, μ_{14} i μ_{23} električni dipolni momenti relevantni za prijelaze numerirane prema slici 6.1 te izračunati prema [81].

Vremenska evolucija sistema dana je preko jednadžbi gibanja matrice gustoće

stanja [82];

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_{nm}}{\partial t} &= \frac{-i}{\hbar}\left[\widehat{H},\widehat{\rho}\right]_{nm} - \gamma_{nm}\rho_{nm}, \quad (n \neq m),\\ \frac{\partial \rho_{nn}}{\partial t} &= \frac{-i}{\hbar}\left[\widehat{H},\widehat{\rho}\right]_{nn} - \sum_{m(E_m<E_n)} \Gamma_{mn}\rho_{nn}\\ &\quad + \sum_{m(E_m>E_n)} \Gamma_{nm}\rho_{mm},\end{aligned} \tag{6.5}$$

gdje su n, m oznake za hiperfine nivoe numerirane od najnižeg do najvišeg energijskog nivoa (prema slici 6.1). Γ_{nm} predstavlja relaksaciju populacije iz nivoa m u nivo n, dok γ_{nm} relaksaciju nedijagonalnih članova (koherencija) danu izrazom:

$$\gamma_{nm} = \frac{1}{2}(\Gamma_n + \Gamma_m). \tag{6.6}$$

Ovdje Γ_n i Γ_m označavaju ukupnu relaksaciju nivoa n i m. U našem slučaju $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$, $\Gamma_3 = 2\pi\cdot$ 5.75 MHz, $\Gamma_4 = \Gamma_5 = 2\pi\cdot$ 6.06 MHz [44]. Γ_{nm} su određene preko Γ_n i Γ_m prema Fermijevom zlatnom pravilu [81].

Uobičajen način za rješavanje sustava jednadžbi danih izrazom (6.5) je korištenjem izraza za električno polje pojedinog lasera u sljedećem obliku; $\mathcal{E}_c(t) = E_c e^{i\omega_c t}$, $\mathcal{E}_r(t) = E_r e^{i\omega_r t}$ i $\mathcal{E}_p(t) = E_p e^{i\omega_p t}$, uz sporo oscilirajuće anvelope, definirane kao; $\sigma_{25} = \rho_{25}e^{-i\omega_c t}$, $\sigma_{14} = \rho_{14}e^{-i\omega_r t}$ i $\sigma_{23} = \rho_{23}e^{-i\omega_p t}$. E_c, E_r i E_p označavaju amplitude električnog polja lasera za hlađenje, za naseljavanje te probnog lasera, dok ω_c, ω_r i ω_p predstavljaju redom frekvencije istih, a definirane su kao:

- $\omega_c = \omega_{25} + \Delta_c$, gdje je Δ_c frekventni pomak lasera za hlađenje od rezonantnog prijelaza, dok ω_{25} odgovara hiperfinom prijelazu; ^{87}Rb $5S_{1/2}(F_g = 2) \rightarrow 5P_{3/2}(F_e = 3)$,
- $\omega_r = \omega_{14}$, gdje ω_{14} odgovara hiperfinom prijelazu; $5S_{1/2}(F_g = 1) \rightarrow 5P_{3/2}(F_e = 2)$,
- $\omega_p = \omega_{23}$, gdje ω_{23} odgovara hiperfinom prijelazu $5S_{1/2}(F_g = 2) \rightarrow 5P_{1/2}(F_e = 2)$.

Stacionarna rješenja za atomske populacije i koherencije dobivaju se preko rezultirajućeg seta vezanih diferencijalnih jednadžbi, detaljno opisanog u dodatku 9. Za određene parametre MOT-a (E_c, E_r i Δ_c) izračunat je udio atoma u pobuđenom stanju ρ_{33}, $5P_{1/2}(F_e = 2)$ te je potom razmatrana ovisnost ρ_{33} o intenzitetu

probnog lasera I_p. Isti je izračunat prema izrazu; $I_p = \frac{1}{2}cn\epsilon_o {E_p}^2$, pri čemu je E_p amplituda probnog lasera, c je brzina svjetlosti, n je indeks loma, a ϵ_o permitivnost vakuuma. Iz prilagodbe na relaciju (6.1) za jednostavni model u kojem se razmatra atomski sistem od dva energijska nivoa, dobiva se vrijednost I_s^{eff} za određene uvjete rada MOT-a.

6.3 Određivanje efektivnog intenziteta saturacije prijelaza ^{87}Rb D1 $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$

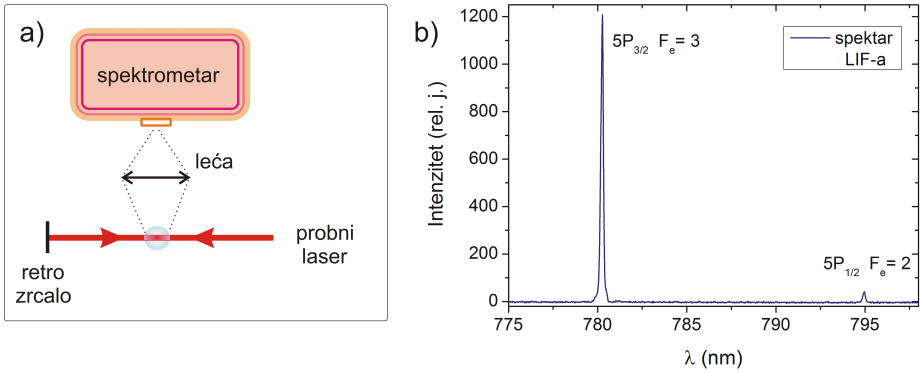
6.3.1 Eksperiment

Radi potvrde valjanosti OBE-a u opisu razmatranog atomskog sistema te interakcije istog s cw laserskim poljima, teorijske saturacijske krivulje uspoređene su s eksperimentalnima. Naseljenost pobuđenog stanja mjerena je preko fluorescencije oblaka na 795 nm pomoću spektrometra te promatranjem ovisnosti LIF-a o porastu intenziteta probnog lasera, ugođenog na rezonantni ^{87}Rb D1 $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ prijelaz.

Eksperimentalni postav za određivanje efektivnog intenziteta saturacije prikazan je na slici 6.2 a). Kao probni laser koristi se ranije opisani D1 laser, ugođen na valnu duljinu od 795 nm. Snaga probnog lasera mijenjala se u rasponu od $0 - 100$ μ W, što je kontrolirano AOM-om te odgovara vrijednostima intenziteta od $0 - 27$ mW/cm^2. Intenzitet probne zrake predstavlja ukupni intenzitet (od upadne i retrorefleksivne zrake), koji je uprosječen, odnosno, dobiva se omjerom ukupne snage probne zrake te površine određene radijusom te zrake. U ovom slučaju zraka probnog lasera je sužena lećom te znatno manja od dimenzija oblaka. Izmjereni profil distribucije intenziteta odgovara Gaussovoj krivulji, s radijusom od $r = (0.34 \pm 0.05)$ mm.

Za razliku od prethodnog poglavlja, gdje se utjecaj vanjske sile cw zračenja na atomski sistem razmatra u svrhu mjerenja putanja CM oblaka i određivanja glavnih parametara stupice, ovdje mehanička sila, koja potječe od probnog lasera, predstavlja smetnju koju je potrebno anulirati. U protivnom, dolazi do pomicanja oblaka iz centra stupice i smanjenja efikasnosti u prikupljanju signala fluorescencije. U tu svrhu nakon prolaska upadne probne zrake kroz oblak, postavljeno je

retro zrcalo kojim se retrorefleksivna zraka vraća na oblak te u potpunosti preklapa s upadnom zrakom. Fluorescencija pobuđenog $5P_{1/2}(F_e = 2)$ stanja lećom se preslikava na ulaznu pukotinu spektrometra (Shamrock sr-303i, opisan u poglavlju 4.1.1) širine 100 μm uz vrijeme ekspozicije od 40 ms.

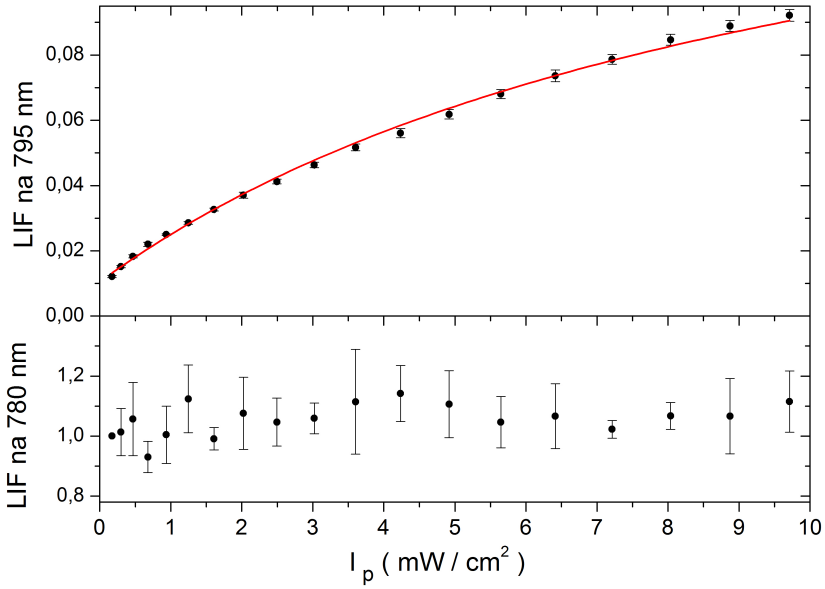


Slika 6.2: a) Shematski prikaz centralnog eksperimentalnog dijela za određivanje efektivnog intenziteta saturacije b) Spektar LIF-a na 780 te 795 nm.

Slika 6.2 b) prikazuje tipičan spektar LIF-a na 780 te 795 nm. LIF na 780 nm rezultat je spontane emisije iz pobuđenog $5P_{3/2}(F_e = 3)$ stanja uz pobudu laserom za hlađenje. LIF na 795 nm rezultat je spontane emisije iz pobuđenog stanja $5P_{1/2}(F_e = 2)$, gdje je pobuda vršena probnim laserom. Istovremeno snimanje oba signala omogućuje nam mjerenje naseljenosti stanja od interesa (LIF na 795 nm) te procjenu ukupnog broja hladnih atoma u MOT-u (LIF na 780 nm). Signal LIF-a proporcionalan je naseljenosti pobuđenog stanja. Uz poznavanje prostornog kuta pod kojim se skuplja fluorescencija te uz kalibraciju signala sa spektrometra na fotodiodu, moguće je izračunati apsolutan broj atoma u pobuđenom stanju. Međutim, to ovdje nije učinjeno budući da je od interesa razmatranje trenda ovisnosti signala LIF-a o intenzitetu probnog lasera, odnosno, saturacijskih krivulja za određene uvjete rada stupice.

Na slici 6.3 prikazana je laserom inducirana fluorescencija izmjerena simultano na 780 nm te 795 nm, u ovisnosti o intenzitetu probnog lasera pri tipičnim uvjetima rada MOT-a od $\Delta = -2.7\ \Gamma$ te $b = 13$ Gauss/cm. Vrijednost oba LIF signala normirana je na vrijednost fluorescencije na 780 nm u slučaju kad je intenzitet probnog lasera nula. Promatrajući signal LIF-a na 780 nm vidljivo je da broj

atoma u MOT-u ostaje konstantan tijekom mjerenja populacije pobuđenog stanja $5P_{1/2}(F_e = 2)$ unutar eksperimentalne pogreške ($\leq$ 10 %), odnosno, da nema gubitaka atoma iz stupice povezanih s procesima grijanja, optičkog pumpanja ili mehaničke sile uslijed djelovanja probe. Upotreba probne zrake čiji je radijus gotovo tri puta manji od radijusa oblaka, male snage te optimizirano preklapanje upadne i retrorefleksivne zrake razlog je očuvanosti ukupnog broja atoma u oblaku.



Slika 6.3: Signali fluorescencije mjereni istovremeno na 780 nm i 795 nm. Signali su normirani na vrijednost LIF-a na 780 nm u slučaju kad je intenzitet probnog lasera nula.

6.3.2 Rezultati

Udio atoma u pobuđenom stanju te pripadajući intenzitet saturacije određivao se za različite uvjete MOT-a, kao što su intenzitet te frekventni pomak lasera za hlađenje. Ovisnost LIF-a na 795 nm o intenzitetu probne zrake za različite vrijednosti frekventnog pomaka lasera za hlađenje prikazana je na slici 6.4. Uz eksperimentalne vrijednosti (skala na lijevoj osi) prikazane su i saturacijske krivulje (skala na desnoj osi), dobivene prema teorijskom modelu, opisanom u prethodnom poglavlju (6.2). Podatci na lijevoj i desnoj strani grafa dobiveni su neovisno, a

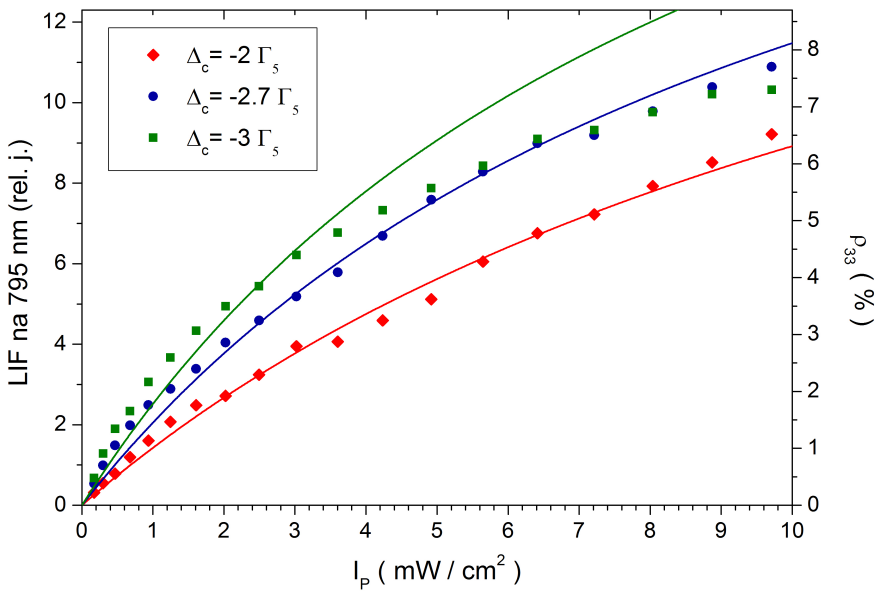
prikazani su na istom grafu radi bolje usporedbe. Računi su provedeni uz vrijednost intenziteta lasera za hlađenje od 13 mW/cm^2 te uz intenzitet lasera za naseljavanje od 0.6 mW/cm^2, što odgovara eksperimentalnim vrijednostima. Sa slike 6.4 može se vidjeti kako eksperimentalno izmjerene vrijednosti fluorescencije iz stanja $5P_{1/2}(F_e = 2)$ pokazuju prilično dobro slaganje s teorijskim vrijednostima za populaciju tog stanja (odstupanje je zamjetno jedino u slučaju Δ_c = -3 Γ, što je vjerojatno posljedica nekonstantnog ukupnog broja atoma tijekom mjerenja). Mjerene vrijednosti LIF-a rastu s porastom intenziteta probne zrake te saturiraju na većim intenzitetima. Za određeni intenzitet probne zrake, populacija pobuđenog stanja na 795 nm raste s porastom *detuninga* lasera za hlađenje.

Ukupni broj hladnih atoma u oblaku ovisi o parametrima MOT-a kao što su gradijent magnetskog polja, intenzitet te frekventni pomak lasera za hlađenje, intenzitet lasera za naseljavanje, itd. U svrhu ispitivanja ovisnosti broja atoma u MOT-u o snazi probnog lasera potrebno je ukupni broj atoma u oblaku za svako pojedino eksperimentalno mjerenje normirati na njegovu početnu vrijednost.

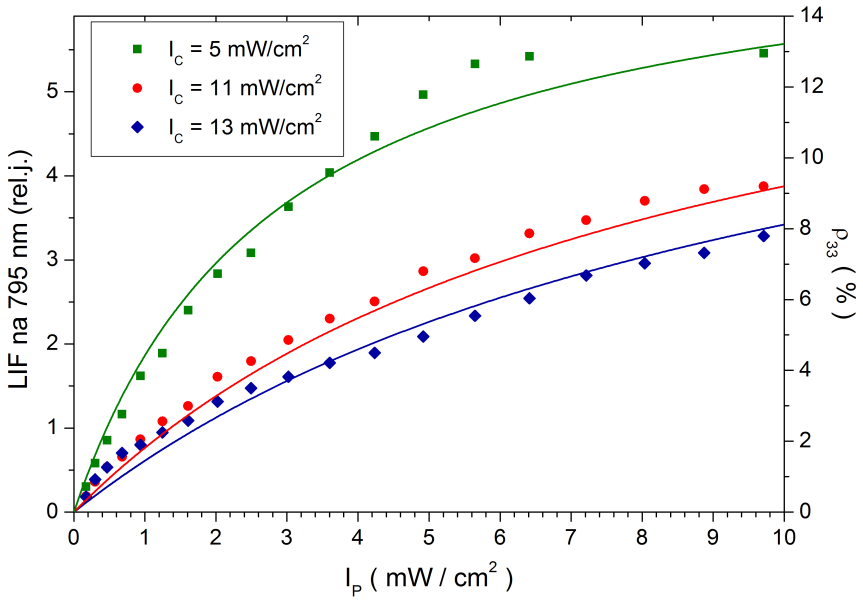
Usporedba teorijski i eksperimentalno dobivenih rezultata ovisnosti ρ_{33}, odnosno, LIF-a na 795 nm o intenzitetu probne zrake za različite vrijednosti intenziteta lasera za hlađenje prikazana je na slici 6.5. Računi su provedeni uz vrijednost *detuninga* lasera za hlađenje od -2.7 Γ te uz vrijednost intenziteta lasera za naseljavanje od 0.6 mW/cm^2, što odgovara eksperimentalnim vrijednostima. Može se reći da je slaganje između teorijski i eksperimentalno dobivenih rezultata dobro. Jedino odstupanje od teorijskih predviđanja nalazimo u slučaju I_c = 5 mW/cm^2, što je razumljivo budući da postoje veće fluktuacije u ukupnom broju hladnih atoma pri manjim intenzitetima lasera za hlađenje. Za određeni intenzitet probne zrake, populacija pobuđenog stanja na 795 nm raste kako se smanjuje intenzitet lasera za hlađenje.

Dakle, može se primijetiti kako LIF na 795 nm izrazito ovisi o parametrima MOT-a (što je i očekivano budući da se radi o atomu s kompliciranijom energijskom strukturom u interakciji s tri laserska polja) kao što su *detuning* i intenzitet lasera za hlađenje, te kako raste čim je utjecaj prijelaza za hlađenje na 780 nm slabiji, odnosno, kad je frekventni pomak lasera za hlađenje od rezonantnog prijelaza veći ili je intenzitet istog slabiji.

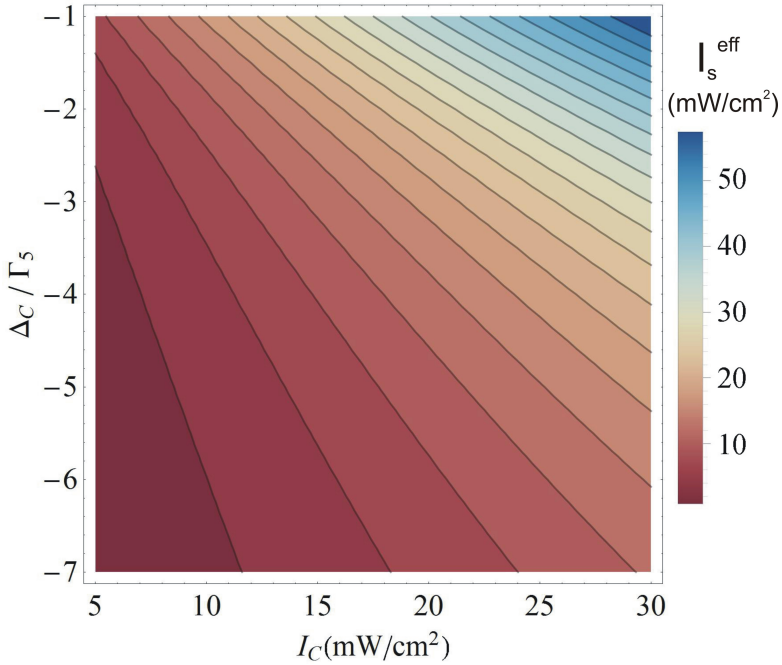
Poveže li se sada teorijski dobivena vrijednost populacije u pobuđenom $5P_{1/2}(F_e = 2)$ stanju, odnosno, ρ_{33} za različite I_p, s jednostavnim izrazom za udio atoma u



Slika 6.4: Usporedba teorijski (y-skala na desnoj strani) i eksperimentalno (y-skala na lijevoj strani) dobivenih rezultata ovisnosti ρ_{33}, odnosno, LIF-a na 795 nm o intenzitetu probne zrake za različite vrijednosti frekventnog pomaka lasera za hlađenje.



Slika 6.5: Usporedba teorijski (y-skala na desnoj strani) i eksperimentalno (y-skala na lijevoj strani) dobivenih rezultata ovisnosti ρ_{33}, odnosno, LIF-a na 795 nm o intenzitetu probne zrake za različite vrijednosti intenziteta lasera za hlađenje.



Slika 6.6: Prikaz ovisnosti I_s^{eff} o frekventnom pomaku te intenzitetu lasera za hlađenje.

pobuđenom stanju prema relaciji (6.1), prilagodbom na istu, dobiva se vrijednost efektivnog saturacijskog intenziteta, I_s^{eff} te konstante A. Ovisnost dobivenog I_s^{eff} o intenzitetu, I_c =(5 - 30) mW/cm^2 i frekventnom pomaku lasera za hlađenje, Δ_c =(-7 do -1) Γ u rasponu koji odgovara tipičnim vrijednostima rada magnetno-optičke stupice, prikazana je slikom 6.6. Može se primijetiti kako je za tipične uvjete rada MOT-a, efektivni saturacijski intenzitet koji iznosi (0 - 55) mW/cm^2, veći od vrijednosti koja se dobiva standardnom relacijom (6.3) za $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ D1 prijelaz ($I_s = 1.49$ mW/cm^2), što je u skladu s rezultatima dobivenim u slučaju $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ D2 prijelaza [60, 78, 83]. Dobiveni I_s^{eff} raste s porastom intenziteta lasera za hlađenje te smanjivanjem frekventnog pomaka istog. Kao što je ranije navedeno, ovakav trend se može objasniti s većim utjecajem prijelaza relevantnog za hlađenje u odnosu na promatrani D1 prijelaz. Za razmatrani raspon vrijednosti parametara lasera za hlađenje, vrijednost konstante A iznosi 0.17 s relativnom nepouzdanošću od 10 %.

Dakle, umjesto kompliciranog teorijskog modela za atom s pet energijskih nivoa za procjenu populacije u pobuđenom stanju može se koristiti jednostavni model

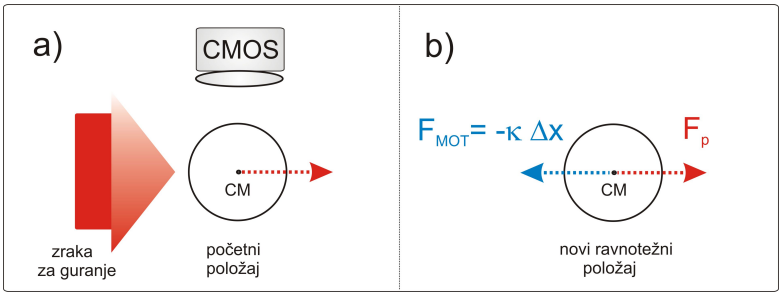
atoma s dva energijska nivoa uz vrijednost I_s^{eff} određenoj prema slici 6.6 te uz dobivenu vrijednost konstante A.

6.4 Mjerenje radijativne sile na hladne rubidijeve atome inducirane probnom zrakom

Nakon što je određena vrijednost efektivnog intenziteta saturacije za D1 prijelaz u određenim uvjetima rada MOT-a, moguće je odrediti radijativnu silu induciranu probnom zrakom ugođenom na D1 prijelaz koristeći sljedeći izraz za silu (prema 2.22):

$$F = \hbar k \Gamma \frac{A \cdot \frac{I_p}{I_s^{eff}}}{1 + \frac{I_p}{I_s^{eff}}} \quad . \tag{6.7}$$

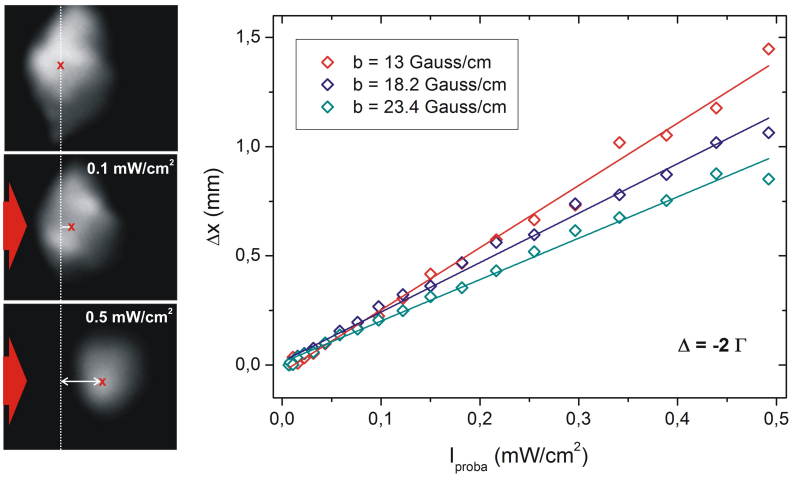
te potom dobivenu teorijsku vrijednost usporediti s izmjerenom. Budući da je probni laser ugođen točno na rezonanciju prijelaza, $\Delta = 0$, stoga je član vezan uz *detuning* izostavljen u gornjem izrazu. Mjerenje sile vršeno je tehnikom, uvedenom u prethodnom poglavlju, koja se bazira na slikovnoj dijagnostici (eng. *imaging*), odnosno, obradi slika oblaka snimljenih kamerom u svrhu određivanja pomaka CM oblaka pod utjecajem kontinuirane vanjske sile određenog intenziteta.



Slika 6.7: Shematski prikaz glavnih dijelova eksperimentalnog postava za mjerenje vanjske radijativne sile koja djeluje na hladne atome u MOT-u, gdje je pod a) prikazan početni položaj oblaka, a pod b) novi ravnotežni položaj oblaka.

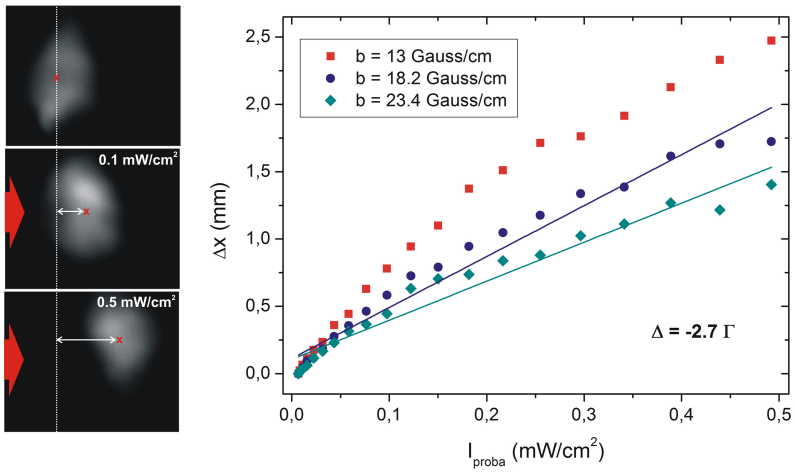
Eksperimentalni postav za mjerenje radijativne sile shematski je prikazan na slici 6.7. Probna zraka ugođena na prijelaz ^{87}Rb D1 $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$, dimenzija većih od promjera oblaka, upada iz jednog smjera na oblak hladnih atoma, inducirajući pomak CM oblaka za određeni Δx u smjeru upadnog valnog vektora probe,

kao što je prikazano na slici 6.7 a). Novi ravnotežni položaj oblaka, prikazan pod b), određen je balansom između radijativne sile inducirane probnom zrakom, F_p te sile hlađenja u MOT-u, $F = -\kappa \cdot \Delta x - \beta \cdot v$, gdje se dio odgovoran za gušenje brzine atoma može zanemariti budući da se razmatraju već ohlađeni atomi brzine $v \approx 0$.

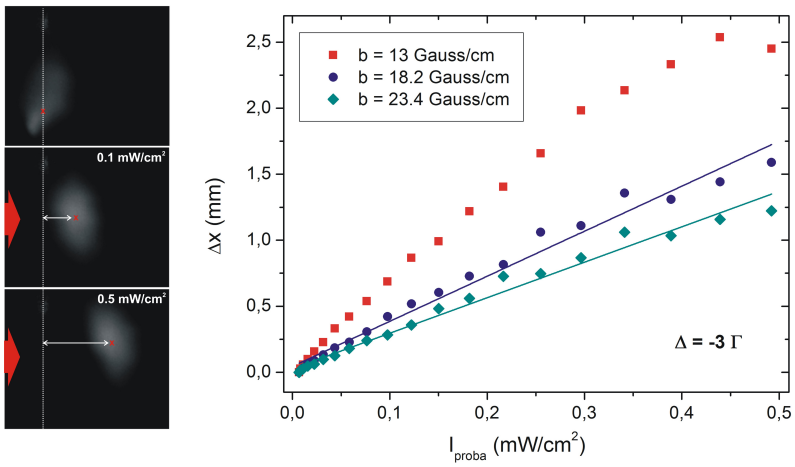


Slika 6.8: Probna zraka inducira pomak CM oblaka (označen crvenim križićem) u smjeru njene propagacije (lijevo). Izmjereni pomak CM u ovisnosti o intenzitetu probne zrake za različite vrijednosti gradijenta magnetskog polja u slučaju frekventnog pomaka lasera za hlađenje od -2 Γ(desno).

Na slici 6.8 prikazana je ovisnost izmjerenog pomaka CM oblaka, Δx (obradom slika s CMOS kamere) o intenzitetu probnog lasera za različite vrijednosti gradijenta magnetskog polja u slučaju frekventnog pomaka lasera za hlađenje od -2 Γ. Ostali parametri MOT-a konstantni su tijekom mjerenja; $I_c = 13$ mW/cm^2, $I_r = 0.6$ mW/cm^2. Promatrana ovisnost očekivano je linearna u granici malih intenziteta (intenzitet probnog lasera manji od intenziteta saturacije prijelaza) te malih pomaka oblaka iz centra stupice. U slučaju manjeg frekventnog pomaka lasera za hlađenje od rezonancije, Δ = -2 Γ, konstanta opruge je veća, što znači da je stupica čvršća te je pomak oblaka manji u odnosu na situaciju gdje postoji veći frekventni pomak lasera za hlađenje od rezonancije. Također, očekivano ponašanje primijećeno je i za povećanje gradijenta magnetskog polja jer je tada konstanta opruge stupice veća, te je izmjereni pomak CM manji.

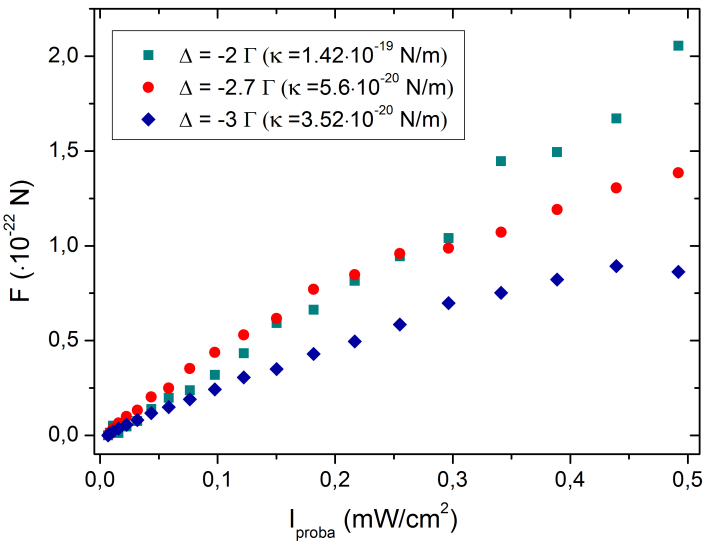


Slika 6.9: Probna zraka inducira pomak CM oblaka u smjeru njene propagacije (lijevo). Izmjereni pomak CM u ovisnosti o intenzitetu probne zrake za različite vrijednosti gradijenta magnetskog polja u slučaju frekventnog pomaka lasera za hlađenje od -2.7 Γ (desno).



Slika 6.10: Probna zraka inducira pomak CM oblaka u smjeru njene propagacije (lijevo). Izmjereni pomak CM u ovisnosti o intenzitetu probne zrake za različite vrijednosti gradijenta magnetskog polja u slučaju frekventnog pomaka lasera za hlađenje od -3 Γ (desno).

Ista ovisnost promatrana je i u slučaju većeg *detuninga* lasera za hlađenje; Δ= -2.7 Γ (slika 6.9) te Δ= -3 Γ (slika 6.10). U oba slučaja, pri najmanjem gradijentu magnetskog polja (pri čemu je i konstanta opruge najmanja, pa je pomak CM oblaka najveći) može se primijetiti da promatrana ovisnost nije linearna, što se može objasniti činjenicom da je za veće pomake oblaka od centra stupice izraženiji utjecaj magnetskog polja (koje raste odmakom od centra) te dolazi do pomaka u frekvenciji energijskih nivoa zbog Zeemanovog efekta. Uslijed opisanog efekta dolazi do promjene u ukupnom *detuningu* od rezonantnog prijelaza u atomu. U tom slučaju u izrazu za silu danu relacijom (6.7) potrebno je uračunati i korekciju koja dolazi od *detuninga* u frekvenciji prijelaza uslijed Zeemanovog pomaka u energiji magnetskih podnivoa (isti iznosom sada premašuje raspon poluširine linije Γ) da bi se ponovo uspostavio linearni režim.

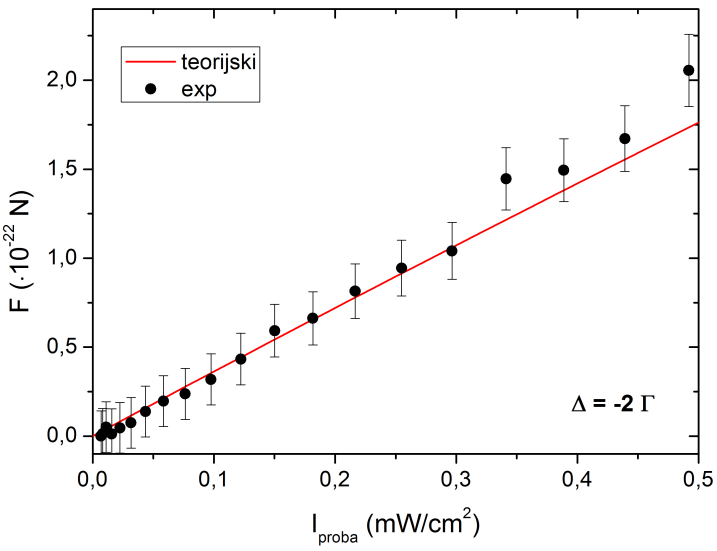


Slika 6.11: Eksperimentalno određena radijativna sila u ovisnosti o intenzitetu probne zrake za tipične uvjete rada MOT-a (I_c = 13 mW/cm^2, I_r = 0.6 mW/cm^2, b = 13 Gauss/cm) za tri različite vrijednosti *detuninga* lasera za hlađenje.

Za dane parametre MOT-a (I_c = 13 mW/cm^2, I_r= 0.6 mW/cm^2, b = 13 Gauss/cm) određena je radijativna sila inducirana probnom zrakom, preko izraza $F = -\kappa \cdot \Delta x$, gdje je Δx izmjeren preko pomaka CM oblaka, a vrijednost konstante opruge eksperimentalno je određena metodom opisanom u prethodnom poglavlju.

Na slici 6.11 prikazana je izmjerena radijativna sila u ovisnosti o intenzitetu probnog lasera za različite vrijednosti *detuninga* lasera za hlađenje. Može se primijetiti kako očekivano iznos sile raste s većom konstantom opruge, odnosno, manjim *detuningom* lasera za hlađenje. Također, za veće *detuninge* promatrana ovisnost nije linearna. Pri uvjetima većeg frekventnog pomaka lasera za hlađenje veći je pomak CM oblaka (jer je konstanta opruge stupice manja) što znači da se oblak nalazi u području većeg magnetskog polja te je izraženiji Zeemanov efekt, čime dolazi do promjene u ukupnom *detuningu* od rezonantnog prijelaza u atomu.

Eksperimentalno dobivena vrijednost sile za slučaj najmanjeg *detuninga* lasera za hlađenje (Δ = -2 Γ) u ovisnosti o intenzitetu probne zrake uspoređena je s teorijskom vrijednošću (slika 6.12), dobivenom preko jednostavnog izraza za atom koji se sastoji od dva energijska nivoa (relacija 6.7) uz konstantu $A = 0.17$ i efektivni saturacijski intenzitet $I_s^{eff} = 14$ mW/cm^2 dobiven prema slici 6.6 za dane uvjete rada stupice. Slika 6.12 pokazuje dobro slaganje eksperimenta i teorije što potvrđuje valjanost ovog pristupa za mjerenje i modeliranje radijativne sile u kompliciranim uvjetima kao što su hladni atomi u MOT-u perturbirani dodatnim probnim laserom. Pogreška pri određivanju radijativne sile suma je nekoliko doprinosa. Relativna pogreška nastaje pri određivanju konstante opruge stupice, koja je određena pogreškom pri određivanju koeficijenta gušenja stupice te vlastite frekvencije titranja atoma u stupici te također, prilikom mjerenja pomaka CM oblaka, odnosno, kalibracije kamere. Stoga je ukupna pogreška pri određivanju radijativne sile procijenjena na 10 %.



Slika 6.12: Izmjerena i izračunata radijativna sila u ovisnosti o intenzitetu probne zrake za tipične uvjete rada MOT-a ($I_c = 13$ mW/cm^2, $I_r = 0.6$ mW/cm^2, $b = 13$ Gauss/cm) uz *detuning* od -2 Γ.

7

Interakcija hladnih atoma s femtosekundnim laserskim zračenjem

Posebno zanimljivu tematiku ove disertacije predstavlja istraživanje interakcije femtosekundnih pulseva (fs) i hladnih atoma s obzirom da je u literaturi glavna pažnja usmjerena na istraživanje utjecaja kontinuiranog (cw) laserskog zračenja na hladne atome. U ovome radu pokušava se razumjeti sama priroda interakcije hladnih atoma s vanjskom silom u obliku optičkog frekventnog češlja. Dobiveni eksperimentalni rezultati modelirani su upotrebom optičkih Blochovih jednadžbi.

7.1 Pobuda atomskog sistema frekventnim češljem

Femtosekundni (fs) laserski pulsevi mogu se promatrati u vremenskoj i spektralnoj domeni. Ukoliko se spektar niza međusobno jednako vremenski razmaknutih pulseva razmatra u frekventnoj domeni, dobiva se frekventni češalj (eng. *frequency comb*). Isti se može opisati nizom vrlo uskih laserskih linija, međusobno jednako udaljenih za iznos koji je jednak frekvenciji repeticije pulseva. Frekventni češalj u spektralnoj domeni analogan je nizu femtosekundnih pulseva u vremenskoj domeni, što je prikazano na slici 7.2.

Potrebno je poznavati samo dva parametra da bi se odredila frekvencija pojedinog moda u frekventnom češlju [84]. Prvi je frekvencija repeticije laserskih pulseva f_{rep}, dok je drugi frekvencija pomaka (eng. *offset frequency*), f_0:

$$f_n = n \cdot f_{rep} + f_0 \quad , \tag{7.1}$$

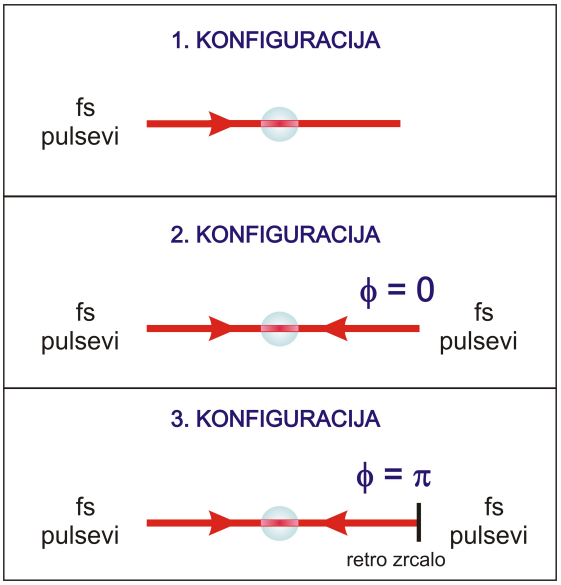
gdje je n broj određenog moda.

Frekventni češalj nalazi svoje primjene u mnogim područjima. Isti predstavlja precizan frekventni marker, koji je omogućio napredak u razvoju optičkih atomskih satova [26] te precizna spektroskopska mjerenja u području atomske i molekulske fizike [85, 86]. Pobuda atomskog sistema nizom femtosekundnih pulseva dovodi do koherentnih efekata kao što su akumulacija populacije pobuđenog stanja te atomskih koherencija, koji nastaju kao posljedica visoke fazne koherencije pulseva, u slučaju kad su vremena relaksacije atoma dulja od vremenskog perioda između pulseva. Koherentni efekti još su naglašeniji u atomskim sistemima na vrlo niskim temperaturama (zbog izostanka sudara među atomima koji uzrokuju gubitak fazne koherencije). Međutim, u literaturi postoji tek nekoliko radova koji se bave problematikom utjecaja fs pulseva na hladne atome.

Pobuđivanje hladnih atoma rubidija frekventnim češljem ispitivano je tehnikom *Direct Frequency Comb Spectroscopy, (DFCS)* u radu [23]. Demonstrirana je visoko-razlučiva spektroskopija dvofotonskog $5S_{1/2} \rightarrow 5D_{5/2}$ [23] i $5S_{1/2} \rightarrow 7S_{1/2}$ [87] prijelaza s istovremenim praćenjem vremenske dinamike naseljavanja pobuđenih stanja. Opaženi su koherentni efekti koji dovode do akumulacije atomske koherencije i naseljenosti. Promatrajući vremenski ovisan signal fluorescencije ^{87}Rb $6P_{3/2}$ stanja, indirektno je opažena mehanička sila frekventnog češlja na hladne atome rubidija [23], koja je modelirana koristeći analogiju sa slučajem kontinuirane (cw) radijativne sile.

U teorijskom radu [88, 89] razmatrana je sila na atome uslijed njihove interakcije s nizom fs pulseva. Rješavanjem optičkih Blochovih jednadžbi za model atoma koji se sastoji od dva energijska stanja te upotrebom Ehrenfestovog teorema izvedena je relacija za računanje sile u slučaju navedene interakcije. U radu [90] izvedeno je analitičko rješenje za radijativnu silu na atome za slučaj interakcije atoma s dva suprotno propagirajuća niza fs pulseva. Razmatrana je mogućnost Dopplerovog hlađenja atoma upotrebom fs frekventnog češlja. Ukoliko se centralni mod frekventnog češlja ugodi na odgovarajuću vrijednost frekvencije u odnosu na rezonantni prijelaz, odnosno, odgovarajući *detuning*, koristeći analogiju jednog spektralnog moda frekventnog češlja s jednim cw laserom, moguće

je hladiti atome radijativnom silom frekventnog češlja analogno slučaju cw radijativne sile. Upotrebom različitih modova frekventnog češlja bilo bi moguće istovremeno hladiti više različitih atomskih sistema koristeći samo jedan laserski izvor, odnosno, jedan frekventni češalj. Osnovnu prepreku u eksperimentalnom ostvarenju laserskog hlađenja frekventnim češljem predstavlja mala snaga zračenja u jednom modu češlja. U svrhu provjere konceptualnog aspekta hlađenja fs laserima, eksperimentalna procjena sile kojom frekventni češalj utječe na hladne atome od iznimne je važnosti.

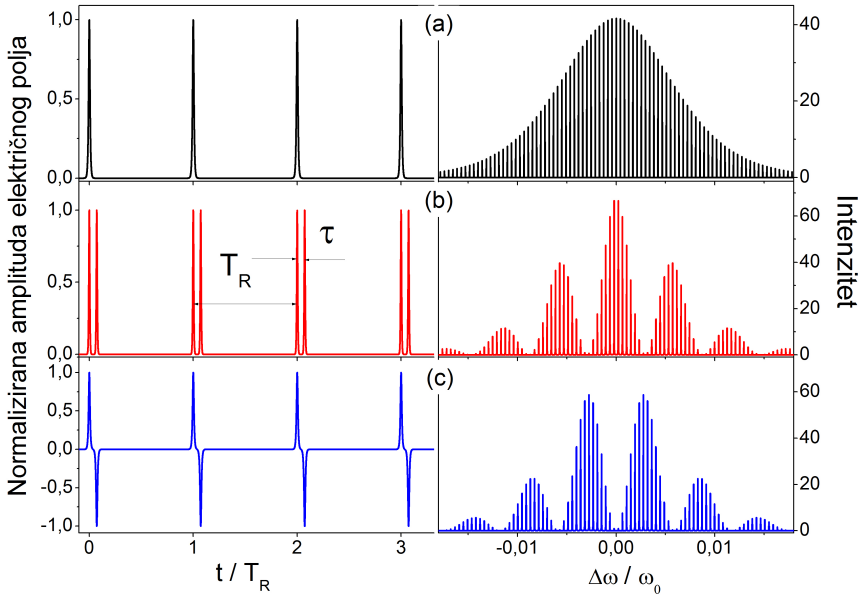


Slika 7.1: Shematski prikaz tri različite geometrijske konfiguracije razmatrane u ovom radu.

Glavnu okosnicu ove cjeline čini utjecaj femtosekundnog frekventnog češlja na hladne rubidijeve atome u magnetno-optičkoj stupici. Interakcija je razmatrana u tri različite geometrijske konfiguracije, shematski prikazane na slici 7.1. U prvoj konfiguraciji hladni oblak rubidijevih atoma interagira s jednim nizom fs pulseva. U drugoj konfiguraciji na atomski oblak iz oba smjera dolaze dva identična niza fs pulseva pomaknutih u vremenu za τ te koji su međusobno u fazi. Treća konfiguracija opisuje hladni atomski oblak koji interagira s dva identična niza suprotno propagirajućih fs pulseva pomaknutih u vremenu za τ te koji su međusobno u protufazi (imaju pomak u fazi za π).

Vremenska i frekventna reprezentacija fs pulseva za tri navedene konfigura-

cije prikazana je na slici 7.2. Dva identična suprotno propagirajuća fs pulsa s vremenskim pomakom τ u vremenskoj domeni generiraju frekventni češalj s moduliranom spektralnom anvelopom u frekventnoj domeni. Modulacijski period, dan sa $1/\tau$, uzrokuje izostanak nekih komponenti frekventnog češlja, što se vidi u 2. i 3. konfiguraciji.



Slika 7.2: Vremenska i frekventna reprezentacija fs pulseva u tri konfiguracije; a) jedan niz fs pulseva (1. konfiguracija), b) dva identična niza suprotno propagirajućih fs pulseva pomaknutih u vremenu za τ (2. konfiguracija) koji su međusobno u fazi, c) dva identična niza suprotno propagirajućih fs pulseva pomaknutih u vremenu za τ koji su međusobno u protufazi (3. konfiguracija).

Tri opisane konfiguracije razmatrane su s teorijskog i eksperimentalnog aspekta. Za svaku konfiguraciju izmjeren je LIF na 795 nm te je modelom koji se temelji na optičkim Blochovim jednadžbama (OBE) za atomski sistem koji se sastoji od dva energijska nivoa, izračunata naseljenost pobuđenog stanja. Također, opažena radijativna sila inducirana frekventnim češljem ispitivana je u sve tri konfiguracije te uspoređena s danim teorijskim modelom, gdje je transfer momenta impulsa određen razlikom populacije pobuđenog stanja u trenutku nakon te neposredno prije interakcije fs pulsa s hladnim oblakom te promjenom impulsa uslijed odboja atoma.

7.2 Teorijski model

7.2.1 Modeliranje LIF-a

Teorijski model rađen je prema jednostavnoj slici atoma s dva energijska nivoa pod utjecajem dva suprotno propagirajuća pulsa koji proizlaze iz jednog fs laserskog izvora.

Hamiltonijan atomskog sistema, koji se sastoji od dva energijska nivoa, dan je sa: $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int}$, gdje je $\hat{H}_0$ Hamiltonijan slobodnog atoma, a $\hat{H}_{int} = -\mu E(t)$ predstavlja Hamiltonijan interakcije atoma s električnim poljem, dok je μ električni dipolni moment prijelaza. Vremenska evolucija atomskog sistema opisana je optičkim Blochovim jednadžbama [91]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} &= \frac{i\mu}{\hbar}[E^*(t)\rho_{12} - E(t)\rho_{12}^*] - \frac{\rho_{22}}{T_1} \\ \frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} &= \frac{i\mu E(t)}{\hbar}(2\rho_{22} - 1) + \left(i\omega_{12} - \frac{1}{T_2}\right)\rho_{12} \quad , \end{aligned} \tag{7.2}$$

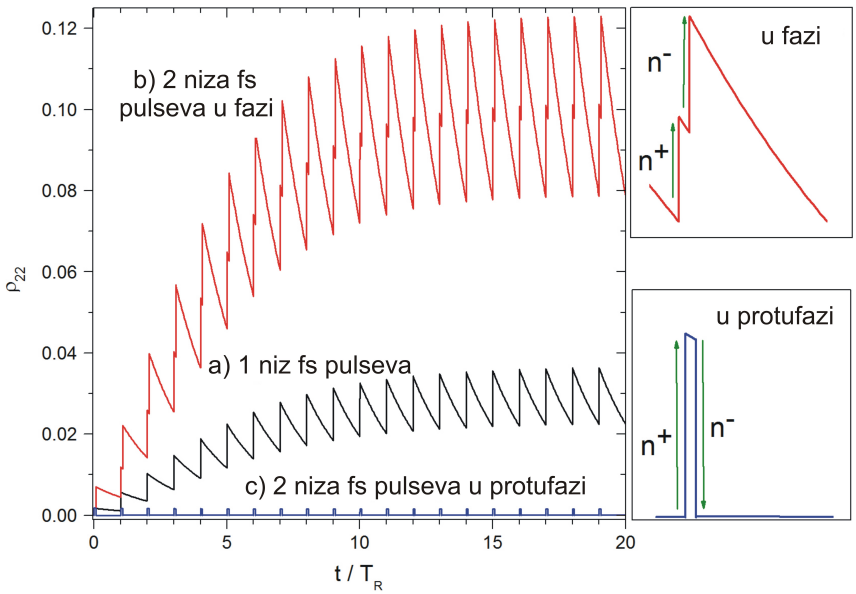
gdje su ρ_{12} i ρ_{22} koherencija, odnosno, populacija pobuđenog stanja, ω_{12} je frekvencija prijelaza, dok su T_1 i T_2 vremena života populacija i koherencija. Uobičajeno je koristiti sporo varirajuću anvelopu koherencija $\sigma_{12} = \rho_{12}e^{-i\omega_L t}$ u jednadžbi (7.2), gdje je ω_L centralna frekvencija lasera. Električno polje lasera, $E(t)$ dano je kao suma električnog polja dva pulsa koja putuju pozitivnim i negativnim smjerom osi x, s međusobnim vremenskim razmakom τ u $x = 0$ [90]:

$$\begin{aligned} E_+(t) &= \left[\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon(t - x/c - nT_R)e^{in\Phi_R}\right] e^{i(\omega_L t - kx)} \\ E_-(t) &= \left[\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon(t - \tau + x/c - nT_R)e^{in\Phi_R}\right] e^{i(\omega_L t + kx + \phi)} \quad , \end{aligned} \tag{7.3}$$

gdje je ε anvelopa pulsa, T_R je period repeticije pulseva, Φ_R je fazni pomak između dva pulsa, k je valni vektor lasera, c je brzina svjetlosti, dok je ϕ razlika u fazi između dva niza fs pulseva. Povežemo li to sa slikom 7.2, jasno je da je električno polje u prvoj konfiguraciji dano sa $E = E_+$, u drugoj konfiguraciji, $E = E_+ + E_-$

uz fazu $\phi = 0$ dok u trećoj konfiguraciji vrijedi da je $E = E_+ + E_-$ uz fazu $\phi = \pi$.

Budući da je vrijeme trajanja pulsa, τ_p puno manje od vremena relaksacija koherencija i populacija, T_1 i T_2 te razmaka između pulseva, T_R, dinamika interakcije može se podijeliti u četiri vremenska intervala: trenutna interakcija između atoma i pulsa koji propagira u $+x$ smjeru, potom atomska relaksacija, zatim interakcija a pulsom koji propagira u $-x$ smjeru te atomska relaksacija, što se ponavlja s periodom T_R.



Slika 7.3: Vremenska evolucija populacije pobuđenog stanja, ρ_{22}, rubidija 87 pobuđenog fs pulsevima u tri konfiguracije; a) jednim nizom fs pulseva (1. konfiguracija), b) s dva identična niza suprotno propagirajućih fs pulseva pomaknutih u vremenu za $\tau = 0.9$ ns (2. konfiguracija), c) s dva identična niza suprotno propagirajućih fs pulseva pomaknutih u vremenu za $\tau = 0.9$ ns te koji su međusobno u protufazi (3. konfiguracija).

Na slici 7.3 prikazana je vremenska evolucija populacija pobuđenog stanja atoma (za brzinsku grupu nula), koji biva pobuđen jednim nizom fs pulseva (1. konfiguracija), s dva niza suprotno propagirajućih fs pulseva, koji se međusobno nalaze u fazi (2. konfiguracija) te u kašnjenju za $\tau = 0.9$ ns, te s dva niza suprotno propagirajućih fs pulseva koji su u protufazi te u kašnjenju za $\tau = 0.9$ ns (3. konfiguracija). Računi su rađeni za atomski sistem koji se sastoji od dva energijska

nivoa, za parametre relevantne za ^{87} Rb D_1 rezonanciju na 795 nm (vrijeme života iznosi 27.6 ns) te fs pulseve s $\pi/38$ površinom pulsa.

Budući da je vrijeme repeticije pulseva manje od vremena života pobuđenog stanja, dolazi do efekta akumulacije naseljenosti pobuđenog stanja za konfiguraciju 1 i 2 (slika 7.3). U trećoj konfiguraciji, nema akumulacije naseljenosti pobuđenog stanja. Na desnoj strani slike 7.3 prikazana je dinamika naseljenosti pobuđenog stanja u slučaju 2. i 3. konfiguracije. Kada se pulsevi nalaze u protufazi uspostavlja se tzv. *pump-dump* dinamika, pri čemu prvi puls ekscitira atom u pobuđeno stanje, dok ga drugi puls vraća u osnovno stanje. Takva dinamika ponavlja se s periodom T_R. Dakle, teorijski model predviđa postojanje populacije u pobuđenom stanju za prve dvije konfiguracije (odnosno, u eksperimentalnom mjerenju, postojanje LIF signala) dok je u trećoj konfiguraciji ista gotovo zanemariva.

7.2.2 Model radijativne sile

U literaturi postoje dva modela kojima se opisuje sila fs pulseva na hladne atome. Prvi se pristup bazira na analogiji jednog moda frekventnog češlja s cw laserom. Dakle, niz fs pulseva u vremenskoj domeni generira frekventni češalj u spektralnoj domeni, kao što pokazuje slika 7.2. Razmatra se onaj mod frekventnog češlja, čija je frekvencija najbliža frekvenciji prijelaza $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ (u eksperimentu, taj mod se odnosi na D1 prijelaz u atomu rubidija 87). Interakcija se modelira na način da se fs zraka tretira kao cw laser frekvencije te intenziteta identičnih frekvenciji te intenzitetu jednog moda frekventnog češlja. Taj jednostavni pristup može objasniti mehaničku silu jedne laserske zrake koja upada na hladni oblak. Ukoliko se radi o zrakama suprotne propagacije, doprinos sili od jedne zrake jednak je doprinosu sili koji potječe od druge zrake, što znači da je rezultantna sila jednaka nuli za atome brzinske grupe nula. U slučaju kada su suprotno propagirajuće zrake međusobno u protufazi, intenzitet centralnog moda frekventnog češlja jednak je nuli (što se vidi sa slike 7.2), što znači da i sila na atome iznosi nula. Međutim, takvo razmatranje nije u skladu sa slučajem fs pulseva velike snage. Sila nije jednaka nuli uslijed eng. *pump-dump* dinamike, koja se dobiva u rješenjima OBE-a (slika 7.3). Pri tome, *pumping* odgovara apsorpciji fotona od strane atoma, dok *dumping* odgovara stimuliranoj emisiji u smjeru upadnih fotona. Generalno, u jednom optičkom ciklusu apsorpcije i stimulirane emisije, prijenos momenta

impulsa s fotona na atom iznosi $\Delta p = 2\hbar k$. Kako je sila definirana kao promjena momenta impulsa u vremenu, odnosno, $F = \Delta p/T_R$, jasno je da ista u slučaju dviju suprotno propagirajućih zraka, međusobno u protufazi (konfiguracija 3), ne iznosi nula. Dakle, teorijski model radijativne sile utemeljen na analogiji fs pulsa s cw laserom ne daje konzistentna predviđanja u svim slučajevima.

Drugi model razmatra silu na hladne atome uslijed njihove interakcije s fs pulsevima, gdje dolazi do trenutnog odziva atoma na fs pobudu budući da je vrijeme trajanja pulsa puno kraće od perioda repeticije pulseva [88–90]. Promjena momenta impulsa uslijed djelovanja n-tog pulsa, Δp_n, dana je umnoškom razlike populacije pobuđenog stanja neposredno poslije i prije n-tog pulsa, $\rho_{n,ee}$, te impulsa fotona, $\hbar k$ [88, 90]:

$$\Delta p_n = \Delta\rho_{n,ee}\hbar k \quad . \tag{7.4}$$

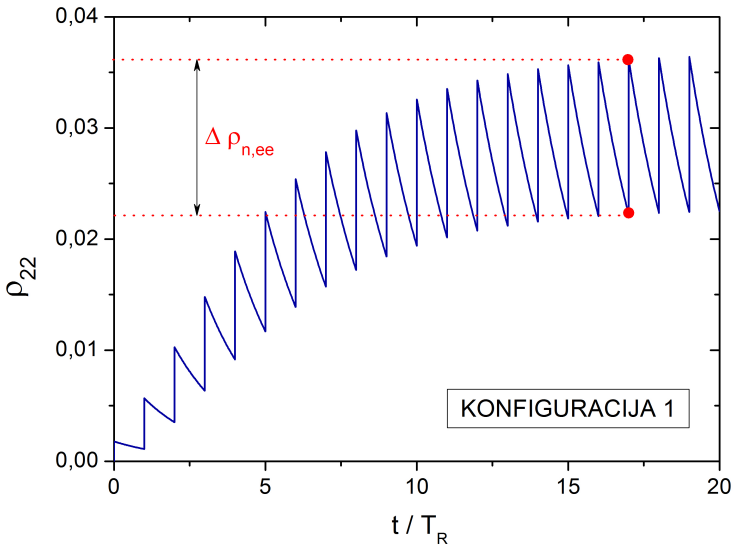
Prijenos momenta impulsa (usrednjen po velikom broju optičkih ciklusa) uslijed spontane emisije iznosi nula, što rezultira smjerom ukupne sile u smjeru upadne laserske zrake, slično kao kod hlađenja atoma cw laserom. Radijativna sila na atome, F_r iznosi:

$$F_r = \frac{\Delta p_n + \Delta p_{n+1}}{\Delta t_{n,n+1}} \quad , \tag{7.5}$$

pri čemu je $\Delta t_{n,n+1}$ vremenski interval koji odgovara vremenu između dva uzastopna *kick-a*; u slučaju pobude jednom fs zrakom, isti iznosi $\Delta t_{n,n+1} = 2T_R$, dok je u slučaju pobude dvjema suprotno propagirajućim fs zrakama jednak: T_R.

Primjenom tog modela vršena je procjena sile za različite geometrijske konfiguracije. Prema slici 7.4, u slučaju interakcije hladnih rubidijevih atoma s jednim nizom fs pulseva (konfiguracija 1), određena je razlika u populaciji pobuđenog stanja (u stacionarnom stanju) prije i poslije djelovanja jednog fs pulsa, koja iznosi $\Delta\rho_{n,ee} = 0.0144$. Iznos radijativne sile na atome (vremenski uprosječen) prema izrazu 7.5 jednak je $F_r = 9.6 \cdot 10^{-22}\ N$.

U slučaju interakcije hladnih rubidijevih atoma s dva niza suprotno propagirajućih fs pulseva, promjena u momentu impulsa atoma uključuje doprinos obje zrake; n-ti puls će dovesti do transfera momenta impulsa $\propto \hbar k$, sljedeći nadolazeći puls $\propto -\hbar k$, itd. Konstante proporcionalnosti za dva uzastopna pulsa dane su promjenama u populaciji pobuđenog stanja, $\Delta\rho_{n,ee}$ i $\Delta\rho_{n+1,ee}$, koje su određene



Slika 7.4: Vremenska evolucija populacije pobuđenog stanja, ρ_{22}, rubidija 87 pobuđena jednim nizom fs pulseva (1. konfiguracija). Određivanje razlike u populaciji pobuđenog stanja u stacionarnom stanju prije i poslije djelovanja jednog fs pulsa.

analogno prvoj konfiguraciji, prikazanoj na slici 7.4. Procjena sile na atome inducirana dvjema suprotno propagirajućim fs zrakama vrši se analizom dinamike pobuđenog stanja za jedan period repeticije T_R (desni dio slike 7.3). U slučaju kad su dva niza pulseva međusobno u fazi, promjena momenta impulsa atoma uslijed interakcije s laserskom zrakom u +x smjeru jednaka je $\Delta p_n = \hbar k \cdot \Delta\rho_{n,ee} > 0$ (zbog $\hbar k > 0$ te $\Delta\rho_{n,ee} > 0$), dok je promjena impulsa atoma uslijed interakcije s laserskom zrakom -x smjera jednaka $\Delta p_{n+1} < 0$ (zbog $\hbar k < 0$ te $\Delta\rho_{n+1,ee} > 0$). Budući da je $\Delta\rho_{n,ee} \approx \Delta\rho_{n+1,ee}$, vrijedi da je $\Delta p_n \approx -\Delta p_{n+1}$. Prema tome, očekivana radijativna sila iznosi nula. Analognom analizom, u slučaju pobude rubidijevih atoma s dva niza suprotno propagirajućih pulseva, međusobno izvan faze, teorijski model predviđa postojanje sile, budući da je promjena impulsa atoma uslijed interakcije s laserskom zrakom koja propagira u +x smjeru $\Delta p_n > 0$ (zbog $\hbar k > 0$ te $\Delta\rho_{n,ee} > 0$), a promjena impulsa atoma uslijed interakcije s laserskom zrakom -x smjera $\Delta p_{n+1} > 0$ (zbog $\hbar k < 0$ te $\Delta\rho_{n+1,ee} < 0$). Prema tome, $\Delta p_n \approx \Delta p_{n+1}$, što vodi na silu od $F_r = 2\Delta p_n/T_R$ koja iznosi $F_r = 2.1 \cdot 10^{-22}$ N, što je samo $\sim$4 puta manji iznos od radijativne sile koja se dobiva u slučaju atomske pobude

jednim nizom fs pulseva.

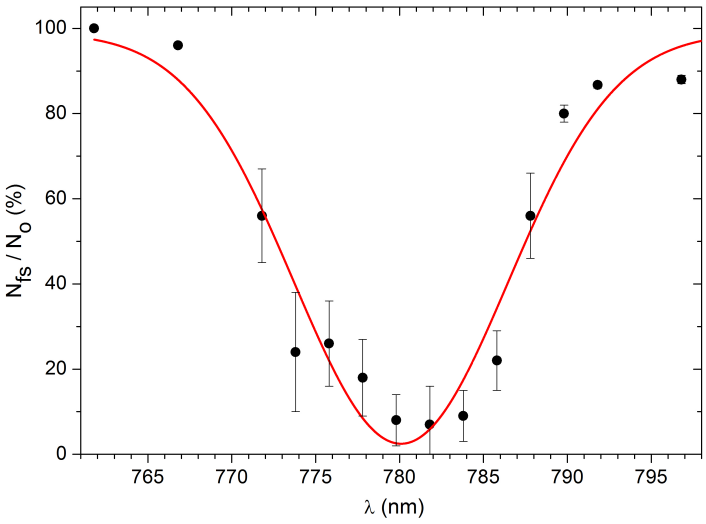
7.3 Mjerenje LIF-a i radijativne sile inducirane fs pulsevima

7.3.1 Eksperiment

Eksperiment se bazira na mjerenju LIF-a koji je proporcionalan populaciji pobuđenog stanja te radijativne sile, gdje se pobuda vrši fs pulsevima u prvoj, drugoj i trećoj geometrijskoj konfiguraciji (opisane u prethodnom poglavlju). Vanjsku silu vrši optički frekventni češalj koji je generiran laserskim sistemom: *Ti:sapphire* (*Tsunami, Spectra Physics*), više u [92]. *Tsunami* laser radi u režimu sinkroniziranih modova (*mode-locking*), gdje se generiraju pulsevi u trajanju od oko 100 fs te s frekvencijom repeticije od 80 MHz. Veza između duljine rezonatora, L i frekvencije repeticije, ν dana je relacijom; $\nu = c/2L$, gdje duljina laserske šupljine iznosi oko 1.8 m. Sastoji se od zrcala za upravljanje pumpnom zrakom, zrcala za fokusiranje zrake na kristal, zrcala za zakretanje zrake, disperzijskih kontrolnih elemenata (para prizmi, koje služe za odabir širine pulseva) te pukotine, koja služi za podešavanje valne duljine. Ulogu pumpe fs oscilatora ima *Millenia VIs J*, valne duljine 532 nm te snage od 6 W, pomoću koje se postižu valne duljine izlazne zrake u rasponu od 700 - 900 nm i prosječne snage do 1 W.

U eksperimentu je anvelopa fs frekventnog češlja ugođena na raspon valnih duljina od 740 - 820 nm. FWHM anvelope postavljene na 795 nm iznosi oko 10 nm (5 THz), što odgovara broju od 62 500 modova ispod spektralne anvelope, s maksimalnom snagom od 16 μW po jednom modu frekventnog češlja. Frekventni češalj nije stabiliziran tijekom izvođenja eksperimenta. Pomak u frekvenciji, odnosno, *drift* jednog moda frekventnog češlja mjeren je preko LIF-a. Uslijed interakcije fs pulseva s hladnim atomima dolazi do gubitaka atoma u MOT-u (zbog mehanizama koji će biti navedeni kasnije u tekstu) te pomaka oblaka iz centra stupice (otkud se prikuplja LIF). Posljedica toga je smanjenje signala fluorescencije oblaka na 780 nm, čiji se tijek prati u vremenu putem spektrometra. Izmjereni *drift* iznosi 0.5 MHz za 3.5 minute akvizicijskog vremena signala.

Utjecaj fs pulseva na hladne rubidijeve atome u magnetno-optičkoj stupici razmatran je dvjema tehnikama; apsorpcijskom spektroskopijom te LIF-om. Na

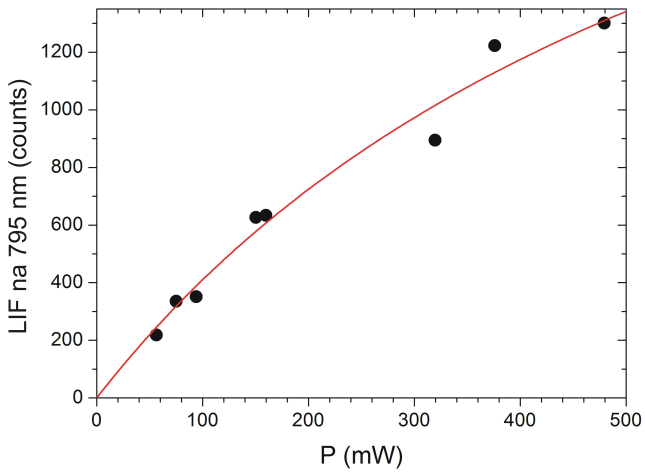


Slika 7.5: Relativni broj atoma preostao u MOT-u u ovisnosti o valnoj duljini fs lasera.

slici 7.5 prikazan je rezultat dobiven apsorpcijskom spektroskopijom, gdje se mjeri transmitivnost probne zrake koja prolazi kroz MOT uz prisustvo fs lasera. Iz signala transmisije putem Beer-Lambertovog zakona dobiva se relativni broj atoma u MOT-u. Kao probni laser kojim se ispituje djelovanje fs pulseva na hladne atome koristi se cw laser, male snage, ugođen na rezonantni prijelaz D1 ^{87} Rb, čija se apsorpcija mjeri fotodiodom, za različite valne duljine fs lasera. Na y-osi prikazan je broj atoma preostao u MOT-u (odnosno, *trap loss*) uslijed djelovanja fs lasera određene valne duljine te konstantne snage od 700 mW. Ukupni broj atoma u MOT-u u prisustvu fs lasera podijeljen je s brojem atoma u MOT-u bez prisustva fs lasera. Maksimalni gubitak atoma u oblaku opaža se za slučaj kad je fs laser ugođen točno na rezonantni prijelaz D2, valne duljine 780.2 nm, odnosno, kad je jedan mod frekventnog češlja u rezonanciji s hiperfinim prijelazom $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$, $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$. Prikazana statistička pogreška određena je na bazi pet mjerenja. *Trap loss* krivulja odražava spektar fs lasera, širine oko 10 nm, centriran na rubidijevoj D2 rezonantnoj liniji, a slična krivulja dobivena je i u [93].

Da bi smanjili *trap loss* jedan od modova frekventnog češlja postavljen je (mijenjajući valnu duljinu putem pukotine) u rezonanciju s hiperfinim prijelazom $5S_{1/2}(F_g = 2) \rightarrow 5P_{1/2}(F_e = 1)$ ili $5S_{1/2}(F_g = 2) \rightarrow 5P_{1/2}(F_e = 2)$ budući da je

električni dipolni moment prijelaza za ^{87}Rb D1 rezonantni prijelaz manji od istog za D2 rezonantni prijelaz. Na slici 7.6 prikazan je LIF na 795 nm, koji je proporcionalan broju atoma u pobuđenom $5P_{1/2}$ stanju, u ovisnosti o snazi fs lasera. LIF je mjeren preslikavanjem fluorescencije oblaka lećom na spektrometar *Shamrock sr-303i*, opisan u poglavlju 4.1.1.



Slika 7.6: Ovisnost fluorescencije inducirane jednom fs laserskom zrakom rezonantnom s prijelazom $5S_{1/2}(F_g = 2) \rightarrow 5P_{1/2}(F_e = 1, 2)$ u ovisnosti o snazi iste. Izmjereni podatci slijede ovisnost saturacijske krivulje.

Radijativna sila jedne laserske zrake uslijed apsorpcije preko D1 prijelaza proporcionalna je populaciji pobuđenog $5P_{1/2}$ stanja, koja saturira za velike intenzitete lasera. Za izmjeriti iznos radijativne sile, potrebno je odrediti apsolutni broj atoma pobuđenih u $5P_{1/2}$ stanje. Međutim, metoda LIF-a koja se za to koristi nije sasvim pouzdana jer je podložna eksperimentalnim pogreškama te je uz to, neprimjenjiva u slučaju geometrije dviju suprotno propagirajućih zraka. Iz tog razloga, upotrijebljen je novi pristup u mjerenju sile, koji se bazira na *imaging-u*. Fluorescencija hladnog oblaka preslikava se na CCD kameru u slučaju sa i bez fs laserske pobude. Potom se vrši obrada slika te se određuje pomak centra mase oblaka, kao što je opisano u prethodnom poglavlju. Vanjska sila inducirana fs zračenjem gura oblak u novi ravnotežni položaj te biva kompenzirana od strane sile hlađenja u MOT-u, analogno situaciji s cw laserskim zračenjem, što je prikazano na slici 6.7. Prema tome, radijativna sila frekventnog češlja jednaka je

$F_r = \kappa\Delta x$. Član sile hlađenja $(-\beta v\ )$odgovoran za smanjenje brzina atoma može se zanemariti budući da se radi o već ohlađenim atomima, s brzinama $v \approx 0$.

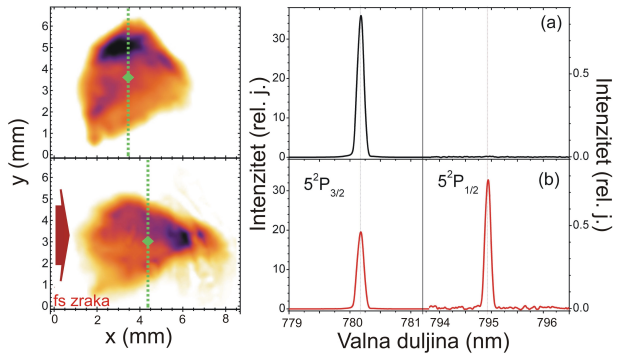
Interakcija hladnih rubidijevih atoma s fs pulsevima razmatrana je u tri različite eksperimentalne konfiguracije, analogno razmatranjima u teorijskom modelu. U prvoj konfiguraciji fs laserska zraka promjera 2 mm upada direktno na hladni oblak. U drugoj konfiguraciji, ispred ćelije djeliteljem snopa u omjeru 50:50 zraka je razdijeljena na dvije fs zrake, koje prolaze isti broj refleksija na zrcalima i upadaju na oblak s dvije suprotne strane. Radi većeg intenziteta, zrake su fokusirane lećom od $f = 500$ mm te su promjera 250 μm. U trećoj konfiguraciji, fs laserska zraka (promjera 2 mm) upada na oblak te se upotrebom retrorefleksivnog zrcala vraća istim putem nazad, čime se postiže π-razlika u fazi između upadne i retrorefleksivne zrake. Vremenski pomak između dviju zraka suprotne propagacije iznosi 0.9 ns, a podešavan je kontrolom duljine optičkog puta, gdje udaljenost retro zrcala do hladnog oblaka iznosi 13 cm.

7.3.2 Rezultati

7.3.2.1 Konfiguracija 1

Pod utjecajem jednog niza fs pulseva, centar mase oblaka pomakne se u novi ravnotežni položaj, kao što je prikazano na slici 7.7, gdje je lijevo prikazana distribucija intenziteta fluorescencije oblaka u slučaju sa i bez fs pobude, a desno odgovarajući spektar LIF-a hladnih rubidijevih atoma. Izmjereni pomak CM oblaka iznosi $\Delta x = (0.92 \pm 0.06)$ mm u smjeru upadne zrake, slika 7.7 lijevo, slučaj b).

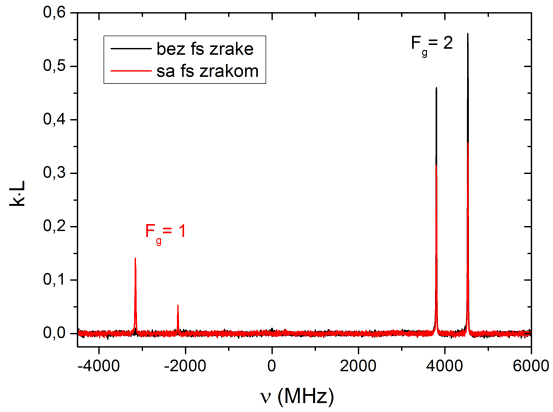
Iako rezolucija spektrometra nije dovoljna za razlučivanje pojedinih hiperfinih komponenti, očito je da fluorescencija na 780 nm dolazi od pobude atoma u $5P_{3/2}(F_e = 3)$ stanje laserom za hlađenje, dok je LIF na 795 nm rezultat pobude atoma u $5P_{1/2}(F_e = 1, 2)$ stanje jednim modom frekventnog češlja. Naseljenost pobuđenog stanja $5P_{3/2}$ je puno veća od naseljenosti $5P_{1/2}$ stanja (uz napomenu da je drugačija intenzitetska skala LIF signala na grafu), što je razumljivo budući da je D2 prijelaz za hlađenje zatvoreni prijelaz s većim električnim dipolnim momentom prijelaza u odnosu na D1 prijelaz te je uz to i veće snage. Također, intenzitet lasera za hlađenje je veći od intenziteta pojedinog moda u frekventnom češlju. Vidljivo je da se i naseljenost pobuđenog $5P_{3/2}$ stanja smanji gotovo za polovicu uslijed djelovanja sile fs lasera. Dominantan efekt u ovoj konfiguraciji je



Slika 7.7: Distribucija intenziteta fluorescencije oblaka (lijevo) te odgovarajući spektar LIF-a hladnih rubidijevih atoma (desno) u slučaju a) bez fs pobude, b) pobude inducirane jednom fs zrakom (konfiguracija 1). Zelena isprekidana linija označava položaj CM oblaka. Napomena: drugačija je intenzitetska skala LIF-a na 780 te 795 nm.

pomak oblaka uslijed djelovanja mehaničke sile fs lasera. Uz to, mogući razlozi gubitka atoma iz MOT-a prilikom njihove interakcije s fs pulsevima, što vrijedi za sve tri razmatrane konfiguracije, su grijanje oblaka do kojeg dolazi zbog drifta u impulsnom prostoru, uslijed djelovanja sile, koja daje nekim atomima takvo ubrzanje da im brzina nadmašuje maksimalnu brzinu uhvata te ispadaju iz ciklusa hlađenja. Također, za jedan dio gubitka atoma iz stupice odgovoran je efekt optičkog pumpanja, gdje hladni atomi prelaze u osnovno stanje $F_g = 1$, kao što je prikazano na slici 7.8.

U slučaju pobude rubidijevih atoma jednom fs zrakom, kao što predviđa teorija, slika 7.3, dolazi do akumulacije naseljenosti ρ_{22} stanja. Radi usporedbe radijativne sile inducirane jednim modom FC-a s cw radijativnom silom, ista su mjerenja napravljena (za iste parametre stupice) za cw slučaj, gdje je korišten diodni laser ugođen na ^{87}Rb D1 $5S_{1/2}(F_g = 2) \rightarrow 5P_{1/2}(F_e = 2)$ hiperfini prijelaz. Pogleda li se slika 7.7, slučaj b) iz izmjerenog pomaka $\Delta x = (0.92 \pm 0.06)$ mm dobiva se sila iznosa; $F = (4.9 \pm 0.4) \cdot 10^{-23} N$ u slučaju pobude frekventnim češljem. Snaga jednog moda FC-a iznosi 11 μW (za ukupnu snagu fs lasera od 700 mW), što vodi na intenzitet jednog moda frekventnog češlja od 0.35 mW/cm^2. Isti pomak CM oblaka izmjeren je u slučaju cw lasera za intenzitet od 0.11 mW/cm^2. Dakle, može se zaključiti kako je radijativna sila inducirana jednom spektralnom linijom



Slika 7.8: Optičko pumpanje atoma u $F_g = 1$ osnovno stanje uslijed djelovanja jedne fs zrake centrirane na 795 nm.

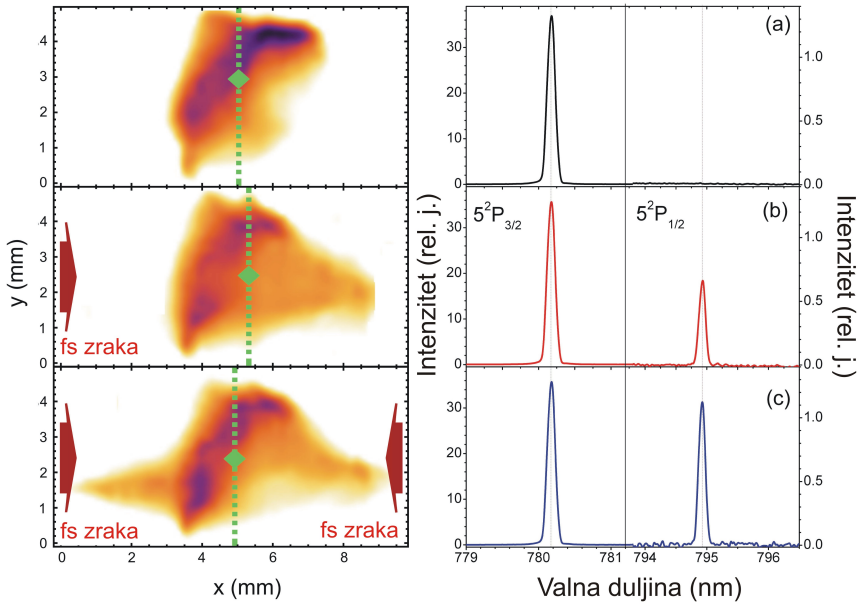
frekventnog češlja usporediva sa radijativnom silom koja potječe od kontinuiranog zračenja.

7.3.2.2 Konfiguracija 2

Na slici 7.9 prikazana je intenzitetska distribucija fluorescencije oblaka (lijevo) te odgovarajući spektar LIF-a na 780 i 795 nm (desno) u slučaju; a) bez fs zrake, b) pobude inducirane jednom fs zrakom (konfiguracija 1), c) pobude inducirane dvjema suprotno propagirajućim fs zrakama koje su međusobno u fazi (konfiguracija 2). Dvije suprotno propagirajuće zrake dolaze jedna za drugom s vremenskim pomakom u iznosu od 0.9 ns.

U slučaju pobude jednom fs zrakom ili dvjema suprotno propagirajućim fs zrakama, metoda određivanja sile iz pomaka CM ovdje nije primjenjiva budući da su fs zrake fokusirane na oblak čime na njega djeluje neuniformna sila. Međutim, jasno se vide tragovi hladnih atoma izbačenih iz centra oblaka. Naseljenost pobuđenog stanja $5P_{3/2}$ je puno veća od naseljenosti $5P_{1/2}$ stanja (uz napomenu da je drugačija intenzitetska skala LIF signala na grafu), što je objašnjeno u prošlom poglavlju gdje se razmatrala prva konfiguracija.

Konfiguracija broj 2 realizirana je u trećem slučaju. Može se primijetiti da ne dolazi do pomaka CM oblaka, pa je njegov položaj identičan onome u slučaju a), kada nema pobude fs laserom. Također, ukupan broj atoma u MOT-u (LIF na



Slika 7.9: Distribucija intenziteta fluorescencije oblaka (lijevo) te odgovarajući spektar LIF-a hladnih rubidijevih atoma (desno) u slučaju a) bez fs zrake, b) pobude inducirane jednom fs zrakom, c) pobude inducirane dvjema suprotno propagirajućim fs zrakama koje su međusobno u fazi. Zelena isprekidana linija označava položaj CM oblaka. Napomena: drugačija je intenzitetska skala LIF-a na 780 te 795 nm.

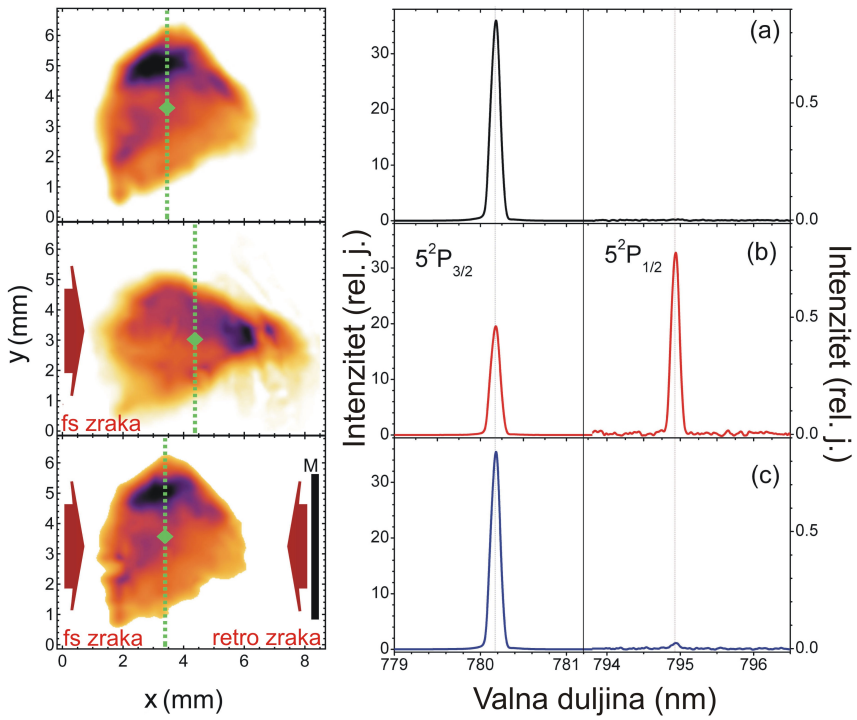
780 nm) ostaje nepromijenjen, odnosno, odgovara slučaju bez fs pobude. S druge strane, LIF na 795 nm, koji odgovara populaciji $5P_{1/2}$ stanja otprilike je dvostruko veći nego u slučaju b) (kad je jedna zraka blokirana) što je razumljivo budući da obje fs zrake sudjeluju u pobudi. U slučaju b), kada na oblak upada niz fs pulseva s jedne strane, opaža se sila na hladne atome koja dovodi do pomaka CM oblaka. Ukoliko je pobuda hladnih atoma inducirana dvjema suprotno propagirajućim fs zrakama koje su međusobno u fazi (2. konfiguracija), ne opaža se sila (položaj CM oblaka se ne mijenja) zbog toga što se doprinos sile od dviju zraka koje su međusobno u fazi poništava, pa je ukupna radijativna sila jednaka nuli, što se slaže s teorijskim modelom, baziranim na interakciji s fs pulsevima [88–90], prikazanim u poglavlju 7.2.2.

7.3.2.3 Konfiguracija 3

Eksperimentalni rezultati za 3. konfiguraciju (slučaj c)) prikazani su na slici 7.10. U slučaju b) dolazi do pomaka CM oblaka, dok se LIF na 780 nm smanji gotovo za polovinu uslijed djelovanja sile frekventnog češlja (ovdje je promjer fs zrake usporediv s dimenzijama oblaka). Mogući razlozi gubitka atoma iz stupice navedeni su ranije (potpoglavlje 7.3.2.1). U slučaju c), odnosno, u retrorefleksivnoj konfiguraciji ne opaža se pomak CM oblaka. LIF na 780 nm jednak je kao i u slučaju a) dok je LIF na 795 nm gotovo jednak nuli (vrlo mali signal posljedica je nesavršenosti u preklapanju dviju fs zraka unutar oblaka). Dakle, u trećoj konfiguraciji ne opaža se mehanička sila na atome uslijed djelovanja frekventnog češlja (položaj CM oblaka ostaje nepromijenjen). Pogleda li se signal LIF-a u 3. konfiguraciji, prema slici 7.3 može se zaključiti kako eksperimentalno opažanje podupire teorijski model, baziran na OBE o izostanku spontanog raspada, odnosno, gotovo zanemarive vrijednosti LIF signala. Međutim, nije izmjerena radijativna sila na atomski oblak inducirana dvjema suprotno propagirajućim fs zrakama, koje su međusobno u protufazi, što nije konzistentno s teorijskim modelom, koji predviđa opažanje iste, samo iznosom ~ 4 puta manje nego u slučaju a).

U svrhu potvrde dobivenih eksperimentalnih rezultata, na slici 7.11 prikazan je položaj centra mase oblaka u vremenu u slučaju kad nema fs pobude (označeno plavim trokutićima), u slučaju pobude jednim nizom fs pulseva (plavi kružići) te pobude s dva niza suprotno propagirajućih fs pulseva međusobno pomaknutih u fazi za π (crveni kružići). Mjerenja su vršena za fs zraku promjera 2 mm, snagu od 450 mW te vrijeme ekspozicije CCD kamere od 220 μs. Jedan niz fs pulseva pomiče CM oblaka za (0.56 ± 0.05) mm, dok uz prisustvo dva niza suprotno propagirajućih fs pulseva, koji su međusobno u protufazi, ne dolazi do pomaka CM, dakle, sila na atome iznosi nula, što je u kontradikciji s modelom iz kojeg je izvedena relacija (7.5).

Ovim radom izmjerena je sila frekventnog češlja na hladne rubidijeve atome. Pokazano je da u specifičnoj eksperimentalnoj geometriji ta sila nije u skladu s postojećim teorijskim modelima [94]. Moguće objašnjenje nalazimo u činjenici da je veza između unutarnje kvantne dinamike atoma te klasičnog gibanja centra mase oblaka kompleksna u slučaju pobude fs laserom, osobito u slučaju geometrije gdje su zrake suprotnih smjerova propagacije te se nalaze u protufazi, pri čemu su



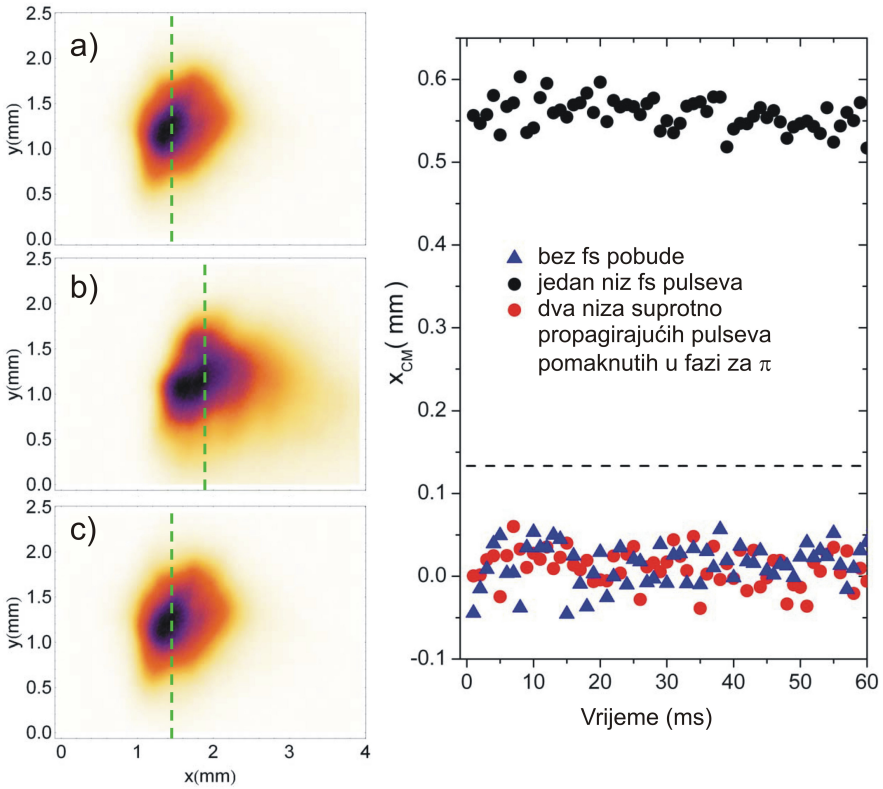
Slika 7.10: Distribucija intenziteta fluorescencije oblaka (lijevo) te spektar LIF-a hladnih rubidijevih atoma (desno) u slučaju a) bez fs zrake, b) pobude inducirane jednom fs zrakom, c) pobude inducirane dvjema suprotno propagirajućim fs zrakama koje su međusobno u protufazi. Zelena isprekidana linija označava položaj CM oblaka. Napomena: drugačija je intenzitetska skala LIF-a na 780 te 795 nm.

efekti stimulirane emisije dominantni u odnosu na spontanu emisiju.

U svrhu boljeg razumijevanja ove problematike, pristupilo se kvantno-mehaničkom opisu interakcije atoma i fs pulsa. Pretpostavi li se da se atom početno nalazi u stanju $|\psi_0\rangle = |g\rangle|K\rangle$, gdje $|K\rangle$ predstavlja valnu funkciju centra mase (moment impulsa atoma) te da je atom pobuđen rezonantnim pulsem $\omega = \omega_0$ površine 2θ, valna funkcija atoma nakon interakcije s jednim pulsem je oblika:

$$|\psi_1\rangle = cos\theta|g\rangle|K\rangle - isin\theta|e\rangle|K+k\rangle \quad , \tag{7.6}$$

gdje je k impuls fotona, θ je površina pulsa definirana kao; $\theta = \frac{2\mu}{\hbar}\int_{-\infty}^{+\infty}\varepsilon(t)dt$, pri čemu je μ električni dipolni moment prijelaza, a $\varepsilon(t)$ je amplituda električnog polja. Iz gornje relacije vidljivo je da je očekivana vrijednost prijenosa momenta



Slika 7.11: Distribucija intenziteta fluorescencije oblaka (lijevo) te koordinate CM oblaka u vremenu za slučaj a) bez fs pobude (označeno plavim trokutićima), b) pobude inducirane jednim nizom fs pulseva (plavi kružići), c) pobude s dva niza suprotno propagirajućih fs pulseva međusobno pomaknutih u fazi za π (crveni kružići). Zelena isprekidana linija na lijevoj strani označava položaj CM oblaka. Crna isprekidana linija na desnoj strani označava očekivani položaj CM, izračunat prema relaciji (7.5).

impulsa na atom prilikom pobude jednim pulsem jednaka $sin^2\theta\hbar k$, što se slaže s teorijskim modelom iz poglavlja 7.2.2 gdje se prijenos momenta impulsa računa kao razlika populacija u pobuđenom stanju prije i nakon pulsa. Nadalje, prema tom modelu za slučaj *pump-dump* dinamike, prijenos momenta impulsa s fotona na atom nakon dva uzastopna fs pulsa bit će jednak $2sin^2\theta\hbar k$. Jedan doprinos $sin^2\theta\hbar k$ potječe od apsorpcije - *pump* (2θ) puls, a drugi od stimulirane emisije - *dump* (-2θ) puls. Međutim, tretira li se interakcija atoma s pulsevima kvantno-mehanički, dobije se drugačiji rezultat za očekivanu vrijednost momenta impulsa prilikom pobuđenja atoma s dva uzastopna pulsa. Ukupna valna funkcija nakon

pobude drugim pulsom površine -2θ koji kasni za prvim za τ je sljedećeg oblika:

$$|\psi_2\rangle = cos^2\theta|g\rangle|K\rangle + sin^2\theta|g\rangle|K+2k\rangle + isin\theta cos\theta e^{-i\omega\tau}|e\rangle|K-k\rangle \\ - isin\theta cos\theta e^{-i\omega\tau}|e\rangle|K+k\rangle \quad . \tag{7.7}$$

Budući da je $K >> k$ (jer se radi o klasičnom plinu gdje se atomi gibaju brzinama od nekoliko desetaka cm/s), $|K+k\rangle \approx |K-k\rangle \approx |K\rangle$, posljednja dva člana moguće je pokratiti te je ukupna valna funkcija određena samo s prva dva člana. Iz relacije se može zaključiti da je očekivana vrijednost prijenosa momenta impulsa nakon pobude atoma s dva uzastopna pulsa jednaka $sin^4\theta 2\hbar k$. Dobivena vrijednost je puno manja od $2sin^2\theta\hbar k$ za slučaj pulseva male površine, kao što je to slučaj u našem eksperimentu, što objašnjava eksperimentalne rezultate i izostanak sile u trećoj konfiguraciji.

8

Zaključak

Ovim doktorskim radom otvoreno je novo područje istraživanja u Laboratoriju za femtosekundnu lasersku spektroskopiju na Institutu za fiziku, koje se bazira na laserskom hlađenju i zarobljavanju neutralnih atoma. Magnetno-optička stupica je metoda hlađenja i zarobljavanja atoma koja se koristi u ovom istraživačkom radu, čija početna faza obuhvaća kompletnu izradu eksperimentalnog postava; planiranje, slaganje eksperimenta te realizaciju. Dobiveni hladni oblak sadrži $\sim 10^9$ atoma ^{87}Rb, koji se nalaze u stanju $F_g = 2$, u volumenu od ~ 3 mm^3, gustoće $\sim 10^{11}$ atoma/cm^3 u tipičnim radnim uvjetima MOT-a; $b = 13$ Gauss/cm i Δ = -2.7 Γ. U sklopu same karakterizacije oblaka ispitan je utjecaj pojedinih parametara kao što su gradijent magnetskog polja, intenzitet te frekventni pomak lasera za hlađenje, intenzitet lasera za naseljavanje te pozadinska koncentracija rubidijevih atoma na ukupni broj hladnih atoma u oblaku. Dobivene ovisnosti odgovaraju predviđanjima Dopplerove teorije te potvrdu istih nalazimo i u literaturi.

Upotrebljen je teorijski model radijativne sile koji se bazira na Dopplerovom modelu hlađenja atoma za realni sistem ^{87}Rb zarobljenih u MOT-u. Razmatrana je sila hlađenja u ovisnosti o brzini te položaju atoma u oblaku, prema čemu je određena konstanta opruge stupice u određenim uvjetima rada MOT-a. Kompletan teorijski opis rada stupice, zaokružen je upotrebom Fokker-Planckove jednadžbe u svrhu dobivanja informacije o očekivanoj raspodjeli brzina te položaja atoma u oblaku u tipičnim radnim uvjetima MOT-a.

Oblak hladnih rubidijevih atoma početna je točka za drugu fazu istraživanja, gdje se ispituje utjecaj vanjskog koherentnog zračenja kontinuiranog te femtose-

kundnog lasera na dinamiku hladnih rubidijevih atoma. Perturbira li se magnetno-optička stupica vanjskom silom generiranom cw laserom, moguće je pratiti oscilacije centra mase oblaka. Iste su mjerene dvjema tehnikama: metodom apsorpcijske spektroskopije, koja se pokazala nepouzdanom zbog svoje ovisnosti o geometrijskim parametrima eksperimenta te direktnim opažanjem putanja centra mase (CM) oblaka, što predstavlja jednu inovativnu tehniku u mjerenju konstante opruge stupice. Njene prednosti leže u tome što nije ograničena na male pomake oblaka, omogućuje i 2D mjerenje oscilacija te ne ovisi o geometriji eksperimenta. Prilagodbom izmjerenih putanja CM oblaka na model gušenog harmoničkog oscilatora, određeni su parametri bitni za karakterizaciju stupice, kao što su konstanta opruge te koeficijent gušenja stupice. Za tipične uvjete rada MOT-a, konstanta opruge stupice iznosi $\kappa = (5.6 \pm 0.5) \cdot 10^{-20}$ N/m. Usporedbom iste s vrijednošću dobivenom Dopplerovim modelom za realni sustav ^{87}Rb ($\kappa = 6.2 \cdot 10^{-20}$ N/m) pokazano je dobro slaganje eksperimenta i teorije.

Poznavajući konstantu opruge stupice te primjenom ekviparticijskog teorema, određena je temperatura hladnih atoma u oblaku. Za tipične uvjete rada MOT-a, temperatura iznosi 3.3 mK, što je za faktor ∼4 više od očekivane teorijske vrijednosti (810 μK). To se može objasniti nalaženjem hladnog oblaka u režimu višestrukog raspršenja, uslijed čega dolazi do povećanja radijusa oblaka. Međutim, drugačijim izborom parametara rada stupice, što je nedavno omogućeno u malo izmijenjenom eksperimentalnom postavu, upotrebom metode vremena proleta (eng. *Time Of Flight*, TOF) u stupici je izmjerena najniža vrijednost temperature od 20 μK [77] za frekventni pomak lasera za hlađenje od -5 Γ.

U sklopu ispitivanja utjecaja vanjske sile cw zračenja na hladne rubidijeve atome, određen je efektivni saturacijski intenzitet, I_s^{eff}, ^{87}Rb D1 hiperfinog prijelaza $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$. Populacija pobuđenog $F_e = 2$ stanja eksperimentalno se opaža metodom LIF-a, dok se teorijski model bazira na OBE za atomski sistem koji se sastoji od pet energijskih nivoa te istovremeno interagira s tri različita kontinuirana elektromagnetska polja. Ispitivana je naseljenost pobuđenog $5P_{1/2}(F_e) = 2$ stanja u ovisnosti o snazi probnog lasera za različite vrijednosti intenziteta te frekventnog pomaka lasera za hlađenje. Usporedba teorijski i eksperimentalno dobivenih saturacijskih krivulja pokazuje kvalitativno dobro slaganje. I_s^{eff} određen je prilagodbom teorijski dobivenih saturacijskih krivulja na jednostavni model

atoma koji se sastoji od dva energijska nivoa. U tipičnim uvjetima rada MOT-a, vrijednost efektivnog saturacijskog intenziteta veća je od one dobivene standardnim izrazom (1.49 mW/cm^2), što se slaže s mjerenjima za D2 prijelaz, koja se mogu naći u literaturi [60,78,83]. Za raspon vrijednosti intenziteta od (5 - 30) mW/cm^2 i frekventnog pomaka lasera za hlađenje od (-7 do -1) Γ, I_s^{eff} poprima vrijednosti u rasponu od (0.8 - 55) mW/cm^2. Zamijećeni trend povećanja vrijednosti I_s^{eff} s porastom intenziteta lasera za hlađenje te smanjivanjem njegovog frekventnog pomaka može se objasniti jačim utjecajem prijelaza za hlađenje u tim slučajevima. U ovom radu je prvi put određena vrijednost I_s^{eff} D1 $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ prijelaza te je pokazano da se složeni teorijski model atoma s pet energijskih nivoa može zamijeniti standardnim izrazom za atom koji se sastoji od dva energijska nivoa ali uz korištenje dobivene vrijednosti I_s^{eff} za određene parametre lasera za hlađenje.

Za određene radne uvjete MOT-a izmjerena je radijativna sila inducirana probnom zrakom, pri čemu je korišten jedan inovativan pristup u njezinu određivanju, baziran na obradi slika oblaka te određivanju njegovog CM. Iznos sile je uspoređen s teorijskom vrijednošću dobivenom preko jednostavnog izraza za atom koji se sastoji od dva energijska nivoa, uz korištenje odgovarajućeg I_s^{eff} u danim uvjetima stupice. Dobiveno dobro slaganje potvrđuje valjanost korištene metode za mjerenje i modeliranje radijativne sile u složenim uvjetima kao što su hladni atomi u MOT-u perturbirani dodatnim probnim laserom.

U zadnjem je poglavlju razmatran utjecaj radijativne sile na hladne rubidijeve atome inducirane femtosekundnim frekventnim češljem za tri različite eksperimentalne konfiguracije. Unutarnja (kvantna) dinamika atomskog sistema (pobuđenje) istraživana je metodom LIF-a te je pokazano da izmjerene vrijednosti u sva tri razmatrana slučaja slijede teorijski model, baziran na OBE. Međutim, radijativna sila ne slijedi postojeći teorijski model za sva tri razmatrana slučaja. U prvoj konfiguraciji, gdje oblak interagira s nizom fs pulseva te u drugoj konfiguraciji, gdje dolazi do interakcije oblaka s dva suprotno propagirajuća niza fs pulseva, koji su međusobno u fazi, eksperimentalno izmjerena radijativna sila slijedi predviđanje postojećeg teorijskog modela.

Međutim, konfiguracija 3, gdje oblak interagira s dvije suprotno propagirajuće fs zrake, koje su međusobno u protufazi, pokazuje novi karakter interakcije hladnih atoma s frekventnim češljem. Nije primijećen spontani raspad iz pobuđenog

stanja $5P_{1/2}$ što se slaže s teorijom, ali niti radijativna sila na atomski sistem, što nije u skladu s teorijskim modelom. Moguće objašnjenje ovog problema leži u tome da se unutarnja kvantna dinamika atoma te klasična dinamika CM ne mogu razmatrati odvojeno u kratkim vremenskim intervalima koji odgovaraju trajanju dva uzastopna suprotno propagirajuća fs pulsa u slučaju kada se oni nalaze u protufazi. Dobiveno neslaganje eksperimenta i teorijskog modela ukazuje na potrebu za daljnjom razradom ove tematike, kako u teorijskom tako i eksperimentalnom dijelu.

Rezultati prezentirani u ovom doktorskom radu predstavljaju jednu zaokruženu cjelinu koja obuhvaća razmatranje utjecaja vanjskog koherentnog zračenja kontinuirane te pulsne prirode na rubidijeve atome u magnetno-optičkoj stupici. Dobiveni rezultati odredili su smjernice daljnjeg istraživanja, koje se nastavlja na tragu manipulacije hladnih atoma vanjskom radijativnom silom. Kvalitativna i kvantitativna procjena takve sile od iznimne je važnosti za razumijevanje i predlaganje novih tehnika manipulacije hladnim neutralnim atomima, u sklopu čega je nedavno predložena nova shema za generiranje sintetske Lorentzove sile putem radijativne sile hlađenja te Dopplerovog efekta [95].

9
Dodatak

Dodatak, vezan uz poglavlje 6, potpoglavlje 6.2 opisuje dobivanje stacionarnih rješenja za atomske populacije i koherencije, koja se temelje na OBE. Iste su izvedene za atomski sistem koji se sastoji od pet energijskih nivoa te interagira s tri nezavisna kontinuirana laserska polja. Shematski prikaz hiperfine strukture energijskih nivoa relevantnih za teorijsko modeliranje dan je u poglavlju 6.2, slika 6.1. Strelicama su označeni prijelazi inducirani laserom za hlađenje (E_c), laserom za naseljavanje (E_r) te probnim laserom (E_p), kojima odgovaraju redom frekvencije; ω_c, ω_r i ω_p, čije su vrijednosti prikazane u Tablici 9.1.

Tablica 9.1: Frekvencije lasera ω

ω_{LASER}	PRIJELAZ (^{87}Rb)	VRIJEDNOST (MHz)
ω_c	$5S_{1/2}\ F_g = 2 \rightarrow 5P_{3/2}\ F_e = 3$ - (2 do 3) Γ	$2.41657 \cdot 10^6$ - (12 do 18)
ω_r	$5S_{1/2}\ F_g = 1 \rightarrow 5P_{3/2}\ F_e = 2$	$2.41661 \cdot 10^6$
ω_p	$5S_{1/2}\ F_g = 2 \rightarrow 5P_{1/2}\ F_e = 2$	$2.37097 \cdot 10^6$

Rješavanje opisanog problema započinje od Liouville-Von Neumannove jednadžbe, kojom se opisuje promjena matrice gustoće sistema u vremenu;

$$\dot{\rho}_{nm} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}\hat{\rho}_{nm}] = -\frac{i}{\hbar}(\hat{H}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{H}) \quad . \tag{9.1}$$

Hamiltonian interakcije atomskog sistema s elektromagnetskim poljem dan je sljedećim zapisom;

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\mu_{14}E_r e^{i\omega_r t} & 0 \\ 0 & \hbar\omega_{12} & -\mu_{23}E_p e^{i\omega_p t} & -\mu_{24}E_c e^{i\omega_c t} & -\mu_{25}E_c e^{i\omega_c t} \\ 0 & -\mu_{23}E_p e^{-i\omega_p t} & \hbar\omega_{13} & 0 & 0 \\ -\mu_{14}E_r e^{-i\omega_r t} & -\mu_{24}E_c e^{-i\omega_c t} & 0 & \hbar\omega_{14} & 0 \\ 0 & -\mu_{25}E_c e^{-i\omega_c t} & 0 & 0 & \hbar\omega_{15} \end{pmatrix}, \tag{9.2}$$

gdje je μ_{nm} električni dipolni moment prijelaza, čija je vrijednost dana u Tablici 9.2.

Tablica 9.2: Električni dipolni moment prijelaza μ

FREKVENCIJA LASERA	PRIJELAZ (^{87}Rb)	μ ($\mu_{D1} = 2.5377 \cdot 10^{-29}$ C·m, $\mu_{D2} = 3.5842 \cdot 10^{-29}$ C·m)
ω_c	$5S_{1/2}\ F_g = 2 \rightarrow 5P_{3/2}\ F_e = 3$	$\sqrt{\frac{7}{3}} \cdot \mu_{D2}$
ω_c	$5S_{1/2}\ F_g = 2 \rightarrow 5P_{3/2}\ F_e = 2$	$\sqrt{\frac{5}{6}} \cdot \mu_{D2}$
ω_r	$5S_{1/2}\ F_g = 1 \rightarrow 5P_{3/2}\ F_e = 2$	$\sqrt{\frac{5}{6}} \cdot \mu_{D2}$
ω_p	$5S_{1/2}\ F_g = 2 \rightarrow 5P_{1/2}\ F_e = 2$	$\sqrt{\frac{5}{6}} \cdot \mu_{D1}$

Matrica gustoće definirana je sljedećim izrazom;

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \sigma_{12}e^{i(\omega_r-\omega_c)t} & \sigma_{13}e^{i(\omega_r-\omega_c+\omega_p)t} & \sigma_{14}e^{i\omega_r t} & \sigma_{15}e^{i\omega_r t} \\ \sigma_{21}e^{-i(\omega_r-\omega_c)t} & \rho_{22} & \sigma_{23}e^{-i\omega_p t} & \sigma_{24}e^{i\omega_c t} & -\sigma_{25}e^{i\omega_c t} \\ \sigma_{31}e^{-i(\omega_r-\omega_c+\omega_p)t} & \sigma_{32}e^{-i\omega_p t} & \rho_{33} & \sigma_{34}e^{i(\omega_c-\omega_p)t} & \sigma_{35}e^{i(\omega_c-\omega_p)t} \\ \sigma_{41}e^{-i\omega_r t} & \sigma_{42}e^{-i\omega_c t} & \sigma_{43}e^{-i(\omega_c-\omega_p)t} & \rho_{44} & \sigma_{45} \\ \sigma_{51}e^{-i\omega_r t} & \sigma_{52}e^{-i\omega_c t} & \sigma_{53}e^{-i(\omega_c-\omega_p)t} & \sigma_{54} & \rho_{55} \end{pmatrix}, \tag{9.3}$$

gdje su σ_{nm} sporo varirajuće anvelope, definirane u poglavlju 6.2.

Množenjem matrica prema izrazu 9.1, dobiva se set od 25 vezanih diferencijalnih jednadžbi,

→ za populacije;

$$
\begin{aligned}
\dot{\rho}_{11} &= \frac{\Gamma_{13}\hbar\rho_{33} + \Gamma_{14}\hbar\rho_{44} - iE_r(\sigma_{14} - \sigma_{41})\mu_{14}}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{22} &= \frac{-i(i\Gamma_{23}\hbar\rho_{33} + i\Gamma_{24}\hbar\rho_{44} + i\Gamma_{25}\hbar\rho_{55} + E_p(\sigma_{23} - \sigma_{32})\mu_{23} + E_c(\sigma_{24} - \sigma_{42})\mu_{24}}{\hbar} \\
&\frac{+E_c(\sigma_{25} - \sigma_{52})\mu_{25})}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{33} &= \frac{(\Gamma_{13} + \Gamma_{23})\hbar\rho_{33} - iE_p(\sigma_{23} - \sigma_{32})\mu_{23}}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{44} &= \frac{\Gamma_{14}\hbar\rho_{44} - i(i\Gamma_{24}\hbar\rho_{44} + E_r(\sigma_{14} - \sigma_{14}) + E_c(\sigma_{24} - \sigma_{42})\mu_{24})}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{55} &= \frac{\Gamma_{25}\hbar\rho_{55} - iE_c(\sigma_{25} - \sigma_{52})\mu_{25}}{\hbar} = 0
\end{aligned}
\tag{9.4}
$$

uz vezu među njima; $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{44} + \rho_{55} = 1$,

→ za koherencije;

$$
\begin{aligned}
\dot{\rho}_{12} &= \frac{E_r\sigma_{24}\mu_{14} - E_p\sigma_{31}\mu_{23} - E_c(\sigma_{41}\mu_{24} - \sigma_{51}\mu_{25}) + \hbar\sigma_{21}(\omega_{12} + \omega_c - \omega_r)}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{13} &= \frac{-i\hbar(\Gamma_{13} + \Gamma_{23})\sigma_{31} + 2(E_r\sigma_{34}\mu_{14} - E_p\sigma_{21}\mu_{23} + \hbar\sigma_{31}(\omega_{13} + \omega_c - \omega_p - \omega_r))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{14} &= \frac{i\hbar(\Gamma_{14} + \Gamma_{24})\sigma_{41} + 2(E_r(\rho_{11} - \rho_{44})\mu_{14} + E_c\sigma_{21}\mu_{24} - \hbar\sigma_{41}(\omega_{14} - \omega_r))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{15} &= \frac{i\hbar\Gamma_{25}\sigma_{51} - 2(E_r\sigma_{54}\mu_{14} - E_c\sigma_{21}\mu_{25} + \hbar\sigma_{51}(\omega_{15} - \omega_r))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{21} &= \frac{E_r\sigma_{42}\mu_{14} - E_p\sigma_{13}\mu_{23} - E_c(\sigma_{14}\mu_{24} - \sigma_{15}\mu_{25}) + \hbar\sigma_{12}(\omega_{12} + \omega_c - \omega_r)}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{23} &= \frac{i\hbar(\Gamma_{13} + \Gamma_{23})\sigma_{32} - 2(E_p(\rho_{33} - \rho_{22})\mu_{23} + E_c(\sigma_{34}\mu_{24} + \sigma_{35}\mu_{25}) - \hbar\sigma_{32}(\omega_{12} - \omega_{13} + \omega_p))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{24} &= \frac{i\hbar(\Gamma_{14} + \Gamma_{24})\sigma_{42} + 2(E_r\sigma_{12}\mu_{14} - E_p\sigma_{43}\mu_{23} + E_c(\rho_{22} - \rho_{44})\mu_{24} - E_c\sigma_{45}\mu_{25}}{\hbar} \\
&\frac{+\hbar\sigma_{42}(\omega_{12} - \omega_{14} + \omega_c))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{25} &= \frac{i\hbar\Gamma_{25}\sigma_{52} - 2(E_p\sigma_{53}\mu_{23} + E_c\sigma_{54}\mu_{24} - E_c(\rho_{22} - \rho_{55})\mu_{25} - \hbar\sigma_{52}(\omega_{12} - \omega_{15} + \omega_c))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{31} &= \frac{i\hbar(\Gamma_{13} + \Gamma_{23})\sigma_{13} + 2(E_r\sigma_{43}\mu_{14} - E_p\sigma_{12}\mu_{23} + \hbar\sigma_{13}(\omega_{13} + \omega_c - \omega_p - \omega_r))}{\hbar} = 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\dot{\rho}_{32} &= \frac{i\hbar(\Gamma_{13}+\Gamma_{23})\sigma_{23} + 2(E_p(\rho_{33}-\rho_{22})\mu_{23} + E_c(\sigma_{43}\mu_{24}+\sigma_{53}\mu_{25}) - \hbar\sigma_{23}(\omega_{12}-\omega_{13}+\omega_p))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{34} &= \frac{i\hbar(\Gamma_{13}+\Gamma_{14}+\Gamma_{23}+\Gamma_{24})\sigma_{43} + 2(E_r\sigma_{13}\mu_{14} + E_c\sigma_{23}\mu_{24}) + 2\hbar\sigma_{43}(\omega_{13}+\omega_c))}{\hbar} \\
&\frac{-2(E_p\sigma_{42}\mu_{23} - \hbar\sigma_{43}(\omega_{14}+\omega_p)))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{35} &= \frac{i\hbar(\Gamma_{13}+\Gamma_{23}+\Gamma_{25})\sigma_{53} + 2(E_c\sigma_{23}\mu_{25} + \hbar\sigma_{53}(\omega_{13}+\omega_c)) - 2(E_p\sigma_{52}\mu_{23}}{\hbar} \\
&\frac{+\hbar\sigma_{53}(\omega_{15}+\omega_p))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{41} &= \frac{i\hbar(\Gamma_{14}+\Gamma_{24})\sigma_{14} - 2(E_r(\rho_{11}-\rho_{44})\mu_{14} + E_c\sigma_{12}\mu_{24} - \hbar\sigma_{14}(\omega_{14}-\omega_r))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{42} &= \frac{i\hbar(\Gamma_{14}+\Gamma_{24})\sigma_{24} - 2(E_r\sigma_{21}\mu_{14} - E_p\sigma_{34}\mu_{23} + E_c(\rho_{22}-\rho_{44})\mu_{24} - E_c\sigma_{45}\mu_{25}}{\hbar} \\
&\frac{+\hbar\sigma_{24}(\omega_{12}-\omega_{14}+\omega_c))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{43} &= \frac{i\hbar(\Gamma_{13}+\Gamma_{14}+\Gamma_{23}+\Gamma_{24})\sigma_{34} - 2(E_r\sigma_{31}\mu_{14} + E_c\sigma_{32}\mu_{24}) + 2\hbar\sigma_{34}(\omega_{13}+\omega_c))}{\hbar} \\
&\frac{+2(E_p\sigma_{24}\mu_{23} + \hbar\sigma_{34}(\omega_{14}+\omega_p)))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{45} &= \frac{i\hbar(\Gamma_{14}+\Gamma_{24}+\Gamma_{25})\sigma_{54} + 2i(E_r\sigma_{51}\mu_{14} + E_c(\sigma_{52}\mu_{24}-\sigma_{24}\mu_{25}) - \hbar\sigma_{54}(\omega_{14}-\omega_{15}))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{51} &= \frac{i\hbar\Gamma_{25}\sigma_{15} + 2(E_r\sigma_{45}\mu_{14} - E_c\sigma_{12}\mu_{25} + \hbar\sigma_{15}(\omega_{15}-\omega_r))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{52} &= \frac{-i\hbar\Gamma_{25}\sigma_{25} - 2(E_p\sigma_{35}\mu_{23} + E_c\sigma_{45}\mu_{24} - E_c(\rho_{22}-\rho_{55})\mu_{25} - \hbar\sigma_{25}(\omega_{12}-\omega_{15}+\omega_c))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{53} &= \frac{-i\hbar(\Gamma_{13}+\Gamma_{23}+\Gamma_{25})\sigma_{35} + 2(E_c\sigma_{32}\mu_{25} + \hbar\sigma_{35}(\omega_{13}+\omega_c)) - 2(E_p\sigma_{25}\mu_{23} + \hbar\sigma_{35}(\omega_{15}+\omega_p))}{\hbar} = 0 \\
\dot{\rho}_{54} &= \frac{i\hbar(\Gamma_{14}+\Gamma_{24}+\Gamma_{25})\sigma_{45} - 2i(E_r\sigma_{15}\mu_{14} + E_c(\sigma_{25}\mu_{24}-\sigma_{42}\mu_{25}) - \hbar\sigma_{45}(\omega_{14}-\omega_{15}))}{\hbar} = 0
\end{aligned}
\tag{9.5}
$$

Dobivene jednadžbe zatim su rješavane numerički programskim paketom Mathematica.

Reference

[1] J. Anglin, W. Ketterle, "Bose-Einstein condensation of atomic gases", *Nature* **416**, 211–218 (2002).

[2] T. Maiman, "Stimulated optical radiation in ruby", *Nature* **187**, 493–494 (1960).

[3] G. A. Askar'yian, "Effects of the gradient of a strong electromagnetic beam on electrons and atoms", *Sov. Phys. JETP* **15**, 1088–1090 (1962).

[4] V. S. Letokhov, "Narrowing of the Doppler width in a standing light wave", *JETP Lett.* **7** (1968).

[5] A. Ashkin, "Atomic-beam deflection by resonance-radiation pressure", *Phys. Rev. Lett.* **25**, 1321–& (1970).

[6] A. Ashkin, J. Dziedzic, J. Bjorkholm, S. Chu, "Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles", *Opt. Lett.* **11**, 288–290 (1986).

[7] T. Hänsch, A. Schawlow, "Cooling of gases by laser radiation", *Opt. Comm.* **13**, 68–69 (1975).

[8] D. Wineland, H. Dehmelt, "Proposed 10^{14} Δv < v Laser Fluorescence Spectroscopy on Tl+ Mono-Ion Oscillator III (side band cooling)", *Bull. Am. Phys. Soc.* **20**, 1521–1521 (1975).

[9] W. Phillips, H. Metcalf, "Laser deceleration of an atomic-beam", *Phys. Rev. Lett.* **48**, 596–599 (1982).

[10] S. Chu, L. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable, A. , "3-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure", *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48–51 (1985).

[11] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, D. E. Pritchard, "Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure", *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631–2634 (1987).

[12] W. D. Phillips, "Nobel lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms", *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721–741 (1998).

[13] M. Anderson, J. Ensher, M. Matthews, C. Wieman, E. Cornell, "Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor", *Science* **269**, 198–201 (1995).

[14] Van der Straten, P and Metcalf, H Jl, *Laser Cooling and Trapping*, Springer-Verlag New York Inc, 1999.

[15] A. S. Bell, J. Stuhler, S. Locher, S. Hensler, J. Mlynek, T. Pfau, "A magneto-optical trap for chromium with population repumping via intercombination lines", *EPL (Europhysics Letters)* **45**, 156 (1999).

[16] G. Uhlenberg, J. Dirscherl, H. Walther, "Magneto-optical trapping of silver atoms", *Phys. Rev. A* **62**, 063404 (2000).

[17] H. Hachisu, K. Miyagishi, S. G. Porsev, A. Derevianko, V. D. Ovsiannikov, V. G. Pal'chikov, M. Takamoto, H. Katori, "Trapping of neutral mercury atoms and prospects for optical lattice clocks", *Phys. Rev. Lett.* **100**, 053001 (2008).

[18] K. A. Brickman, M. S. Chang, M. Acton, A. Chew, D. Matsukevich, P. C. Haljan, V. S. Bagnato, C. Monroe, "Magneto-optical trapping of cadmium", *Phys. Rev. A* **76**, 043411 (2007).

[19] J. McClelland, J. Hanssen, "Laser cooling without repumping: A magneto-optical trap for erbium atoms", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 143005 (2006).

[20] K. Honda, Y. Takahashi, T. Kuwamoto, M. Fujimoto, K. Toyoda, K. Ishikawa, T. Yabuzaki, "Magneto-optical trapping of Yb atoms and a limit on the branching ratio of the P-1(1) state", *Phy. Rev. A* **659**, R934–R937 (1999).

[21] M. Lu, S. H. Youn, B. L. Lev, "Trapping ultracold dysprosium: A highly magnetic gas for dipolar physics", *Phys. Rev. Lett.* **104**, 063001 2010.

[22] C. Oates, K. Vogel, J. Hall, "High precision linewidth measurement of laser-cooled atoms: Resolution of the Na 3p P-2(3/2) lifetime discrepancy", *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2866–2869 (1996).

[23] A. Marian, M. Stowe, J. Lawall, D. Felinto, J. Ye, "United time-frequency spectroscopy for dynamics and global structure", *Science* **306**, 2063–2068 (2004).

[24] `http://www.nist.gov/pml/div688/grp50/primary-frequency-standards.cfm`.

[25] N. Hinkley, J. A. Sherman, N. B. Phillips, M. Schioppo, N. D. Lemke, K. Beloy, M. Pizzocaro, C. W. Oates, A. D. Ludlow, "An Atomic Clock with 10(-18) Instability", *Science* **341**, 1215–1218 (2013).

[26] B. J. Bloom, T. L. Nicholson, J. R. Williams, S. L. Campbell, M. Bishof, X. Zhang, W. Zhang, S. L. Bromley, J. Ye, "An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10(-18) level", *Nature* **506**, 71+ (2014).

[27] A. Wicht, J. Hensley, E. Sarajlic, S. Chu, "A preliminary measurement of the fine structure constant based on atom interferometry", *Phys. Scripta* **T102**, 82–88 (2002).

[28] M. Kasevich, S. Chu, "Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer", *Appl. Phys. B-Photo.* **54**, 321–332 (1992).

[29] A. Peters, K. Chung, S. Chu, "Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms", *Nature* **400**, 849–852 (1999).

[30] J. Weiner, V. Bagnato, S. Zilio, P. Julienne, "Experiments and theory in cold and ultracold collisions", *Rev. Mod. Phys.* **71**, 1–85 (1999).

[31] A. Fioretti, D. Comparat, A. Crubellier, O. Dulieu, F. Masnou-Seeuws, P. Pillet, "Formation of cold Cs-2 molecules through photoassociation", *Phy. Rev. Lett.* **80**, 4402–4405 (1998).

[32] K. M. Jones, E. Tiesinga, P. D. Lett, P. S. Julienne, "Ultracold photoassociation spectroscopy: Long-range molecules and atomic scattering", *Rev. Mod. Phys.* **78**, 483–535 (2006).

[33] T. Köhler, K. Goral, P. S. Julienne, "Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances", *Rev. Mod. Phys.* **78**, 1311–1361 (2006).

[34] G. Timp, R. E. Behringer, D. M. Tennant, J. E. Cunningham, M. Prentiss, K. K. Berggren, "Using light as a lens for submicron, neutral-atom lithography", *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1636–1639 (1992).

[35] D. Meschede, H. Metcalf, "Atomic nanofabrication: atomic deposition and lithography by laser and magnetic forces", *J. Phys. D Appl. Phys.* **36**, R17–R38 (2003).

[36] `http://webphysics.davidson.edu/Alumni/JoCowan/honors/section2/EXPERIMT1.htm`.

[37] L. C. Karssen, *Trapping cold atoms with ultrasort laser pulses*, doktorska disertacija, Universitet Utrecht, 2008.

[38] Pantita Palittapongarnpim, *Characterization of Magneto-optical Trap For Experiments in Light-Atom Interfacing*, doktorska disertacija, University of Calgary, Alberta, 2012.

[39] J. Dalibard, C. Cohentannoudji, "Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients - simple theoretical-models", *J. Opt. Soc.Am. B* **6**, 2023–2045 (1989).

[40] A. Steane, C. Foot, "Laser cooling below the doppler limit in a magnetooptical trap", *Europhys. Lett.* **14**, 231–236 (1991).

[41] B. Saubamea, T. Hijmans, S. Kulin, E. Rasel, E. Peik, M. Leduc, C. Cohen-Tannoudji, "Direct measurement of the spatial correlation function of ultracold atoms", *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3146–3149 (1997).

[42] M. Kasevich, S. Chu, "Laser cooling below a photon recoil with 3-level atoms", *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741–1744 (1992).

[43] A. E. Leanhardt, T. A. Pasquini, M. Saba, A. Schirotzek, Y. Shin, D. Kielpinski, D. E. Pritchard, W. Ketterle, "Cooling bose-einstein condensates below 500 picokelvin", *Science* **301**, 1513–1515 (2003).

[44] D. A. Steck, "Rubidium 87 d line data", `http://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.pdf`.

[45] N. Vujičić, *Utjecaj magneto-optičkih efekata na rezonantne linije rubidijevih atoma*, doktorska disertacija, Sveučilište u Zagrebu, 2011.

[46] X. Xu, T. Loftus, M. Smith, J. Hall, A. Gallagher, J. Ye, "Dynamics in a two-level atom magneto-optical trap", *Phys. Rev. A* **66**, 011401 (2002).

[47] *Manual: Alkali Metal Dispensers*, Saes Getters.

[48] *Manual: Task Controler*, Varian, Inc., Vacuum Technologies.

[49] *Manual: Turbo-V 81-M*, Varian, Inc., Vacuum Technologies.

[50] *Manual: SH-110 Dry Scroll Vacuum Pump*, Varian, Inc., Vacuum Technologies.

[51] *Manual: Ion Pumps*, Varian, Inc., Vacuum Technologies.

[52] A. F. Molisch and B. P. Oehry, *Radiation Trapping in Atomic Vapours*, Oxford Science Publications, 1999.

[53] *Manual: External Cavity Diode Lasers*, Toptica Photonics.

[54] G. Školnik, N. Vujičić, T. Ban, "Optical pumping of the Zeeman components in the rubidium vapor", *Opt. Comm.* **282**, 1326–1334 (2009).

[55] Thorlabs, "PID Tutorial", `http://www.thorlabs.de/tutorials.cfm?tabID=33653`.

[56] Patrick Tierney, *Magnetic Trapping of an Ultracold 87Rb -133Cs Atomic Mixture*, doktorska disertacija, Durham University, 2009.

[57] *Manual: Shamrock sr-303i*, Andor Technology.

[58] *Manual: Andor iDus 420i*, Andor Technology.

[59] A. Fioretti, *Atom-atom collisions in a vapor of laser-cooled cesium atoms*, doktorska disertacija, Scuola Normale Superiore, Pisa, 1999.

[60] M. H. Shah, H. A. Camp, M. L. Trachy, G. Veshapidze, M. A. Gearba, B. D. DePaola, "Model-independent measurement of the excited fraction in a magneto-optical trap", *Phys. Rev. A* **75**, 053418 (2007).

[61] D. Sesko, T. Walker, C. Wieman, "Behavior of neutral atoms in a spontaneous force trap", *J. Opt. Soc. Am. B* **8**, 946–958 (1991).

[62] W. Petrich, M. Anderson, J. Ensher, E. Cornell, "Behavior of atoms in a compressed magnetooptical trap", *J. Opt. Soc. Am. B* **11**, 1332–1335 (1994).

[63] C. Townsend, N. Edwards, C. Cooper, K. Zetie, C. Foot, A. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin, J. Dalibard, "Phase-space density in the magnetooptical trap", *Phys. Rev. A* **52**, 1423–1440 (1995).

[64] T. Walker, D. Sesko, C. Wieman, "Collective behavior of optically trapped neutral atoms", *Phys. Rev. Lett.* **64**, 408–411 (1990).

[65] V. B. Tiwari, S. Singh, H. S. Rawat, M. P. Singh, "Measurements on impulsive force-induced dynamics of a cold (85)Rb atom cloud in a magneto-optical trap", *J. Phys. B-At. Mol. Opt.* **41**, 205301 (2008).

[66] K. Kim, K. Lee, M. Heo, H. Noh, W. Jhe, "Measurement of the trap properties of a magneto-optical trap by a transient oscillation method", *Phys. Rev. A* **71**, 053406 (2005).

[67] P. Kohns, P. Buch, W. Suptitz, C. Csambal, W. Ertmer, "Online measurement of sub-doppler temperatures in a Rb magnetooptical trap by trap center oscillations (Vol 22, Pg 517, 1993)", *Europhys. Lett.* **23**, 153 (1993).

[68] C. Wallace, T. Dinneen, K. Tan, A. Kumarakrishnan, P. Gould, J. Javanainen, "Measurements of temperature and spring constant in a magnetooptical trap", *J. Opt. Soc. Am. B* **11**, 703–711 (1994).

[69] A. Steane, M. Chowdhury, C. Foot, "Radiation force in the magnetooptical trap", *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 2142–2158 (1992).

[70] *Manual: AOM* , Crystal Technology.

[71] D. J. McCarron, "A Guide to Acousto-Optic Modulators", `http://massey.dur.ac.uk/resources/slcornish/AOMGuide.pdf`.

[72] W. J. Schwenger, J. M. Higbie, "High-speed acousto-optic shutter with no optical frequency shift", *Rev. Sci. Instrum.* **83**, 083110 (2012).

[73] *Manual: CMOS* , Thorlabs.

[74] A. Vorozcovs, M. Weel, S. Beattie, S. Cauchi, A. Kumarakrishnan, "Measurements of temperature scaling laws in an optically dense magneto-optical trap", *J. Opt. Soc. Am. B* **22**, 943–950 (2005).

[75] C. Cooper, G. Hillenbrand, J. Rink, C. Townsend, K. Zetie, C. Foot, "The temperature of atoms in a magnetooptical trap", *Europhys. Lett.* **28**, 397–402 (1994).

[76] M. Drewsen, P. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison, C. Salomon, "Investigation of sub-doppler cooling effects in a cesium magnetooptical trap", *Appl. Phys. B-Lasers O.* **59**, 283–298 (1994).

[77] N. Nekić, *Dinamika hladnih atoma rubidija zatočenih u magneto-optičkoj stupici*, diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, 2014.

[78] T. Dinneen, C. Wallace, K. Tan, P. Gould, "Use of trapped atoms to measure absolute photoionization cross-sections", *Opt. Lett.* **17**, 1706–1708 (1992).

[79] L. Moi, G. Batignani, A. Khanbekyan, K. Khanbekyan, C. Marinelli, E. Mariotti, L. Marmugi, L. Corradi, A. Dainelli, R. Calabrese, G. Mazzocca, L. Tomassetti, P. Minguzzi, "Detection of excited level population transfer in an MOT through the measurement of trapped atom number", *Meas. Sci. & Technol.* **24**, 015201 (2013).

[80] K. Jooya, N. Musterer, K. W. Madison, J. L. Booth, "Photon-scattering-rate measurement of atoms in a magneto-optical trap", *Phys. Rev. A* **88**, 063401 (2013).

[81] O. Axner, J. Gustafsson, N. Omenetto, J. Winefordner, "Line strengths, A-factors and absorption cross-sections for fine structure lines in multiplets and hyperfine structure components in lines in atomic spectrometry - a user's guide", *Spectrochim. Acta B* **59**, 1–39 (2004).

[82] R. Boyd, *Nonlinear Optics*, Nonlinear Optics Series, Elsevier Science, 2008.

[83] G. Reinaudi, T. Lahaye, Z. Wang, D. Guery-Odelin, "Strong saturation absorption imaging of dense clouds of ultracold atoms", *Opt. Lett.* **32**, 3143–3145 (2007).

[84] Y. Ye, and S. Cundiff, *Femtosecond optical frequency comb technology*, Springer Science + Business Media, Inc., Boston, 2005.

[85] A. Foltynowicz, T. Ban, P. Maslowski, F. Adler, J. Ye, "Quantum-Noise-Limited Optical Frequency Comb Spectroscopy", *Phys. Rev. Lett.* **107**, 233002 (2011).

[86] N. R. Newbury, "Searching for applications with a fine-tooth comb", *Nature Photon.* **5**, 186 (2011).

[87] A. Marian, M. C. Stowe, D. Felinto, J. Ye, "Direct frequency comb measurements of absolute optical frequencies and population transfer dynamics", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 023001 (2005).

[88] E. Ilinova, M. Ahmad, A. Derevianko, "Doppler cooling with coherent trains of laser pulses and a tunable velocity comb", *Phys. Rev. A* **84**, 033421 (2011).

[89] E. Ilinova, A. Derevianko, "Doppler cooling of three-level Lambda systems by coherent pulse trains", *Phys. Rev. A* **86**, 023417 (2012).

[90] D. Aumiler, T. Ban, "Simultaneous laser cooling of multiple atomic species using an optical frequency comb", *Phys. Rev. A* **85**, 063412 (2012).

[91] D. Felinto, C. A. C. Bosco, L. H. Acioli, S. S. Vianna, "Coherent accumulation in two-level atoms excited by a train of ultrashort pulses", *Opt. Commun.* **215**, 69 (2003).

[92] *Manual: Tsunami*, Toptica Photonics.

[93] A. V. Akimov, E. O. Tereshchenko, S. A. Snigirev, A. Y. Samokotin, "Resonant interaction of femtosecond radiation with a cloud of cold Rb-87 atoms", *J. Exp. Theor. Phys+* **109**, 359 (2009).

[94] G. Kregar, N. Šantić, D. Aumiler, H. Buljan, T. Ban, "Frequency-comb-induced radiative force on cold rubidium atoms", *Phys. Rev. A* **89**, 053421 2014.

[95] T. Dubček, N. Šantić, D. Jukić, D. Aumiler, T. Ban, H. Buljan, "Synthetic lorentz force in classical atomic gases via doppler effect and radiation pressure", *Phys. Rev. A* **89**, 063415 (2014).

Životopis

Gordana Kregar (rođena Školnik) rođena je 23.11.1981. u Zagrebu. Osnovnu školu "Mato Lovrak" i opću "Gornjogradsku" gimnaziju završila je u Zagrebu. 2000. godine upisuje inženjerski smjer fizike na Prirodoslovno - matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. 28. veljače 2008. godine brani diplomski rad iz eksperimentalne fizike naslova "Koherentna spektroskopija femtosekundnim frekventnim češljem", mentor dr. sc. Ticijana Ban. Upisuje doktorski studij Atomske i Molekularne fizike na Sveučilištu u Zagrebu u svibnju 2008. U rujnu 2008. počinje raditi na Institutu za fiziku u svojstvu znanstvenog novaka/asistenta.

Popis objavljenih znanstvenih radova

5. G. Kregar, N. Šantić, D. Aumiler and T. Ban:

   Radiation pressure force on cold rubidium atoms due to excitation to a non-cooling hyperfine level

   prihvaćeno za objavljivanje u EPJD (2014)

4. G. Kregar, N. Šantić, D. Aumiler, H. Buljan and T. Ban:

   Frequency-comb-induced radiative force on cold rubidium atoms

   PRA **89**, 053421 (2014)

3. N. Vujičić, G. Kregar, T. Ban, D. Aumiler and G. Pichler:

   Frequency comb polarization spectroscopy of multilevel rubidium atoms

   EPJD **68**, 9 (2014)

2. N. Vujičić, T. Ban, G. Kregar, D. Aumiler and G. Pichler:

   Velocity-selective double resonance in Doppler-broadened rubidium vapor

   PRA **87**, 013438 (2013)

1. G. Školnik, N. Vujičić and T. Ban:

   Optical pumping of the Zeeman components in the rubidium vapor

   Opt. Comm. **282**, 1326-1334 (2009)