

# Analiza bioekvivalencije

---

Jelić, Mateja

Master's thesis / Diplomski rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:260543>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-02**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**PRIRODOSLOVNO–MATEMATIČKI FAKULTET**  
**MATEMATIČKI ODSJEK**

Mateja Jelić

**ANALIZA BIOEKVIVALENCIJE**

Diplomski rad

Voditelj rada:  
Doc. dr. sc. Vesna Lužar-  
Stiffler

Zagreb, rujan, 2017

Ovaj diplomski rad obranjen je dana \_\_\_\_\_ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. \_\_\_\_\_, predsjednik
2. \_\_\_\_\_, član
3. \_\_\_\_\_, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom \_\_\_\_\_.

Potpisi članova povjerenstva:

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_

*Hvala Trojedinom Bogu na providnosti i daru strpljivosti i  
sv. Antunu, zaštitniku mog studiranja.*

*Hvala mojim roditeljima koji su mi bili neizmjerena podrška i  
prijateljicama Mii i Kristini što su mi svaki dan mog studiranja učinili posebno radosnim.*

*Hvala mentorici Vesni na svakoj pomoći.*

# Sadržaj

<b>Sadržaj</b>	<b>iv</b>
<b>Uvod</b>	<b>2</b>
<b>1 Randomizacija i paralelni dizajn</b>	<b>3</b>
1.1 Randomizacija . . . . .	3
1.2 Paralelni dizajn . . . . .	3
1.3 Primjer paralelnog dizajna . . . . .	4
<b>2 Problem bioekvivalencije</b>	<b>7</b>
2.1 Test, pouzdani interval . . . . .	8
<b>3 Istraživački problem</b>	<b>11</b>
3.1 Rezultati za $\gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0$ . . . . .	13
3.2 Rezultati za $\gamma_1 = 2, \gamma_2 = 11$ . . . . .	25
<b>Bibliografija</b>	<b>33</b>
<b>A SAS kod</b>	<b>36</b>

# Uvod

Pojam *bioraspoloživost* skraćena je od *biološka raspoloživost*. Tijekom godina, definicija bioraspoloživosti se jako mijenjala, no danas se uzima ona od FDA (United States Food and Drug Administration). Bioraspoloživost se tako definira kao brzina i mjera u kojoj se aktivni sastojci lijeka ili njezin terapijski dio apsorbira i postaje dostupno mjestu djelovanja lijeka. *Komparativna raspoloživost* bavi se usporedbom bioraspoloživosti različitih formulacija istog lijeka ili pak različitih lijekova. Ako se za dvije formulacije istog lijeka ili za dva lijeka kaže da su *bioekvivalentni*, to znači da će oni dati isti terapijski učinak, odnosno da su terapijski ekvivalentni. Još, dva lijeka su *farmaceutski bioekvivalentna* ako sadrže istu količinu aktivnih sastojaka. Također, oni su *farmaceutski alternativni* jedan drugom ako oba imaju identičan terapijski dio, ali ne nužno u istom kemijskom obliku ili u istom obliku i dozi. Tako, dva lijeka su bioekvivalentna ako su farmaceutski bioekvivalentna ili ako su farmaceutski alternativna i njihova brzina i mjera apsorpcije ne pokazuju statistički značajnu razliku kada se primjenjuju u istoj terapijskoj molarnoj dozi pod istim uvjetima (vidi [4]).

Zadnjih nekoliko godina, generički lijekovi postali su jako popularni. Prema [6], definiramo ih kao farmaceutski proizvod u pravilu namijenjen kao zamjenski proizvod umjesto prvog originalnog lijeka, koji se obično proizvodi bez dozvole proizvođača prvog originalnog lijeka i stavlja se u promet nakon isteka patentnih prava. Postoje dva razloga zašto je studij bioekvivalencije od velike značajnosti, kako za inovatorske tvrtke, tako i za one koje se bave izradom generičkih lijekova. Prvo, ukoliko tvrtka generičkih lijekova ima dokaz bioekvivalencije, FDA više ne zahtjeva dopuštenje od NDA (New Drug Application) koje pokazuje efikasnost, sigurnost i korist, odnosno rizik lijeka. Drugo, ukoliko na tržište izlazi nova formulacija nekog lijeka, tada FDA zahtjeva bioekvivalenciju takvog novog lijeka s tim lijekom od kojeg se čini nova formulacija.

Kada se lijek unese u ljudski organizam, ono prolazi kroz nekoliko faza: apsorpcije, distribucije, metabolizma i eliminacije unutar tijela. Bioraspoloživost se može odrediti pomoću farmakokinetičkih mjerenja koji se mogu procijeniti iz krvne ili plazma koncentracijske krivulje dobivene praćenjem davanja lijeka kroz vrijeme. Načini doziranja koji se obično gledaju su tablete, kapsule, prah i tekuće suspenzije. Za dani lijek se obično radi više oblika doziranja (formulacija), ovisno o njihovoj namjeni. Na primjer, za djecu

i starije osobe puno su praktičniji lijekovi u formi tekuće suspenzije (sirupi), nego li oni u krutom obliku. U praksi, svakako je najčešći oblik uzimanja lijeka oralno u krutom obliku (dakle, tablete i kapsule). Kako bi se apsorbirali, kruti oblici doziranja se moraju otopiti, a samo vrijeme otapanja ovisi o njihovoj veličini. Sam lijek se može unjeti u organizam na dva načina. Enteralno, tj. kroz probavni trak, što uključuje uzimanje na usta, pod jezik ili kroz debelo crijevo, te parenteralno, čime se mimoilazi probavni trak, tako da se lijek unese direktno u tkivo (infuzijske otopine), ubrizga u venu (intravenski), itd.

Kako bilo, različiti oblici doziranja i različiti načini unošenja lijeka utječu na bioraspoloživost lijeka. Bioekvivalencija stoga nastoji usporediti različite formulacije istog lijeka, generičkog produkta i inovatorskog koji imaju iste aktivne sastojke, a različit način uzimanja.

Sama analiza bioekvivalencije može biti provedena in-vitro ili in-vivo testovima. In-vitro testovi koriste se za *paralelni dizajn* studija bioekvivalencije, dok su za *cross-over dizajn* in-vivo testovi. U prvom poglavlju ću tako opisati dizajn koji sam koristila u svom istraživanju, a to je paralelni dizajn. U drugom poglavlju obradit ću teorijsku pozadinu vezanu za test koji se koristi kod analize bioekvivalencije, a to je TOST test (*eng. "Two one-sided test"*), te teorijsku pozadinu za pouzdane intervale testa, dok je treće poglavlje istraživački dio. U tom dijelu ću s obzirom na dvije distribucije podataka ispitati utjecaj veličine grupa podataka i njihovih varijanci na snagu TOST-a.

# Poglavlje 1

## Randomizacija i paralelni dizajn

### 1.1 Randomizacija

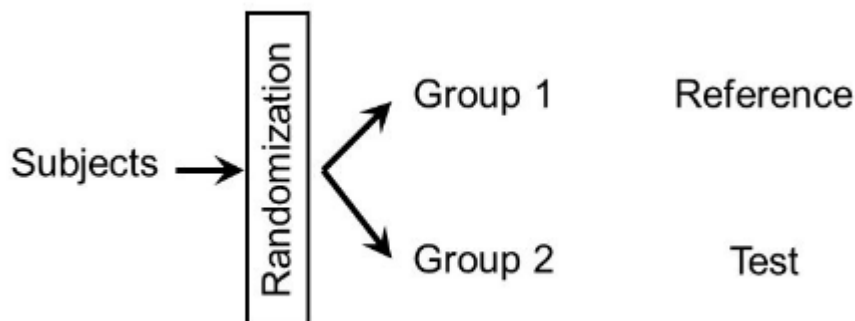
Statistički zaključci su obično doneseni pod pretpostavkom da su greške observacija nezavisne i slučajne. Randomizacija tako osigurava valjanost tih pretpostavki. Što će zapravo biti slučajno, ovisi o vrsti dizajna. Kod paralelnog dizajna gdje uspoređujemo dvije vrste formulacija nekog lijeka, na slučajan način dodijeljujemo subjekte formulaciji koju će primiti. Za cross-over dizajn formulacije su slučajno dodijeljene unutar subjekta, pa tako subjekt reprezentira restrikciju cijele randomizacije.

### 1.2 Paralelni dizajn

Paralelni dizajn je cijeli slučajan dizajn u kojem svaki subjekt prima jednu, i samo jednu formulaciju lijeka odabranu slučajno. Ovisno o broju grupa koje imamo, najjednostavniji paralelni dizajn je onaj s dvije grupe koji dakle uspoređuje dvije formulacije lijeka. Svaka grupa obično ima jednaki broj subjekata, no u istraživačkom dijelu ću imati slučaj i s različitim brojem subjekata po grupi. Primjer paralelnog dizajna u dvije grupe dan je na slici 1.1.

Unatoč svojoj jednostavnosti, paralelni dizajn ipak nije prikladniji od cross-over-a. Naime, to je zbog varijacija u observacijama koje se sastoje od varijacija unutar i između subjekta. Obično se procjena bioekvivalencije formulacija bazira na varijaciji unutar subjekta, a kod paralelnog dizajna nema razlike u tim dvjema varijacijama pošto subjekt prima samo jedan lijek tokom cijelog studija. Ipak, paralelni dizajn se može koristiti u tom





Slika 1.1: Paralelni dizajn u dvije grupe

tzv. ABE studiju (*Average bioavailability*), no općenito će dati manje precizne statističke zaključke od cross-over dizajna.

Postoje i neke situacije u kojima je ipak paralelni dizajn bolji od cross-over dizajna. Na primjer, ako je poznato da lijeku treba puno vremena da izgubi pola svoje aktivnosti, tada cross-over nije prikladan jer je za takav dizajn potrebno i vrijeme 'ispiranja' lijeka, što će onda sve skupa vremenski jako odužiti studiju. Isto, ukoliko su u studiju uključeni jako bolesni pacijenti, preporuča se paralelni dizajn kako bi studij mogao brzo završiti.

Paralelni dizajn se tako može koristiti kao zamjena za cross-over ako je varijacija između subjekta relativno mala u usporedbi s varijacijom unutar subjekta; ako je lijek jako otrovan te ima jako dugo vrijeme eliminacije; ako se populacija sastoji od jako bolesnih pacijenata te ako je povećanje broja subjekata puno jeftinije od dodavanja novog perioda tretmana ([4], str. 37).

### 1.3 Primjer paralelnog dizajna

Za vidjeti kako se primjenjuje paralelni dizajn te kako se iščitavaju rezultati studija, pogledajmo sljedeći primjer koji je preuzet s interneta (vidi [1]). Iako je primjer dan za cross-over dizajn, preformulirat ćemo ga u paralelni dizajn. Imamo 12 subjekata gdje prvo primaju testni, a zatim referentni lijek. Pretpostavit ćemo da su testna mjerenja mjerenja prve grupe, dok su referentna mjerenja mjerenja druge grupe te da su ti subjekti, kojih mi sada imamo 24, slučajno dodijeljena jednoj od grupa.

Stoga je i kod malo drugačiji od onoga koji stoji u [3]:

```
data auc;
  input TestAUC RefAUC @@;
  auc=testauc;
  product="TEST";
  output;
  auc=refauc;
  product="REF";
  output;
  datalines;
  103.4 90.11 59.92 77.71 68.17 77.71 94.54 97.51
  69.48 58.21 72.17 101.3 74.37 79.84 84.44 96.06
  96.74 89.30 94.26 97.22 48.52 61.62 95.68 85.80
  ;
run;

proc sort data=auc;
  by descending product;
run;

proc ttest data=auc dist=lognormal tost(0.85, 1.176) order=data;
  var auc;
  class product;
run;
```

Kao rezultat, između ostaloga, dobili smo tablice:

product	Method	Geometric Mean	95% CL Mean		Coefficient of Variation	95% CL CV	
TEST		78.3150	67.6730	90.6306	0.2329	0.1639	0.4056
REF		83.2077	74.2931	93.1920	0.1798	0.1289	0.3099
Ratio (1/2)	Pooled	0.9412	0.7907	1.1203	0.2079	0.1601	0.2975
Ratio (1/2)	Satterthwaite	0.9412	0.7902	1.1210			

TOST Level 0.05 Equivalence Analysis

product	Method	Geometric Mean	Lower Bound		90% CL Mean		Upper Bound	Assessment
Ratio (1/2)	Pooled	0.9412	0.85	>	0.8148	1.0872	< 1.176	Not equivalent
Ratio (1/2)	Satterthwaite	0.9412	0.85	>	0.8145	1.0876	< 1.176	Not equivalent

Iz tablice 'TOST Level 0.05 Equivalence Analysis' možemo iščitati zaključak ekvivalencije: Not equivalent. To znači da nismo odbacili hipotezu neekvivalencije  $H_0$ , odnosno te dvije formulacije lijeka nisu statistički ekvivalentne. Taj rezultat imamo i za pooled i za satterthwaite metodu. Pooled metoda koristi se kod jednakih varijanci, dok se druga koristi kod nejednakih varijanci. Test jednakosti varijanci čitamo iz tablice 'Equality of variances' koja je također jedna od output tablica naredbe *proc ttest*.

Također, uočimo da su granice ekvivalencije u našoj tablici (0.85, 1.176). To je uobičajena vrijednost granica ekvivalencije kod paralelnog dizajna, dok je kod cross-over dizajna ona (0.80, 1.25), što vidimo i u [1]. Razlog tomu je što je obično kod in-vitro testova varijanica manja nego kod in-vivo testova.

## Poglavlje 2

### Problem bioekvivalencije

Koncentracija mjerena po vremenu povezana je s poligonalnom krivuljom PIK (površina ispod krivulje),  $C_v$  (vršna koncentracija),  $T_v$  (vrijeme do vršne koncentracije lijeka). Površina ispod krivulje je čimbenik kojim se izražava količina djelatne tvari koja je s mjesta apsorpcije ušla u sistemsku cirkulaciju. Vršna koncentracija je najveća izmjerena koncentracija u periodu uzorkovanja, dok je  $T_v$  vrijeme od primjene lijeka do najviše izmjerene koncentracija. Dva lijeka su bioekvivalentna ako su populacijske sredine od PIK-a i  $C_v$ -a dovoljno blizu (vidi [7]).

Neka je  $\mu_T$  populacijska sredina PIK-a za testnu grupu te  $\mu_R$  populacijska sredina PIK-a referentne grupe. Da bi utvrdili bioekvivalenciju, testiramo sljedeće hipoteze:

$$H_0 : \frac{\mu_T}{\mu_R} \leq \delta_L \text{ ili } \frac{\mu_T}{\mu_R} \geq \delta_U$$

vs.

$$H_1 : \delta_L < \frac{\mu_T}{\mu_R} < \delta_U \quad (2.1)$$

Vrijednosti  $\delta_L$  i  $\delta_U$  su zadane granice ekvivalencije koje govore koliko 'blizu' trebaju biti dva lijeka da bi utvrdili bioekvivalenciju. U radu koristim granice  $\delta_U = 1.175$  i  $\delta_L = 1/1.175 = 0.85$ . Često se uzima logaritam hipoteze (2.1) te ona postaje sljedeća hipoteza:

$$H_0 : \eta_T - \eta_R \leq \theta_L \text{ ili } \eta_T - \eta_R \geq \theta_U$$

vs.

$$H_1 : \theta_L < \eta_T - \eta_R < \theta_U \quad (2.2)$$

Dakle,  $\eta_T = \log(\mu_T)$ ,  $\eta_R = \log(\mu_R)$ ,  $\theta_U = \log(\delta_U)$  i  $\theta_L = \log(\delta_L)$ . Uočimo da je  $\theta_U = -\theta_L$ , odnosno simetrični su oko nule.

*Pogreška prve vrste* je odbacivanje hipoteze  $H_0$  ako je  $H_0$  istinita. Samim time, *razina značajnosti testa*  $\alpha$  je vjerojatnost odbacivanja nulte hipoteze ako je  $H_0$  istinita. Prema tome, u testiranju (2.1) ili (2.2), pogreška prve vrste je deklarirati da su dva lijeka bioekvivalentna, kad zapravo nisu. Za razinu značajnosti testa obično se uzimaju male vrijednosti, npr.  $\alpha = 0.05$ .

## 2.1 Test, pouzdani interval

Neka su  $X^*$  i  $Y^*$  redom originalna mjerenja testne i referentne grupe, te neka su  $X = \log(X^*)$  i  $Y = \log(Y^*)$ . Nadalje, neka su  $(\eta_T, \sigma^2)$  i  $(\eta_R, \sigma^2)$  logonormalni parametri za  $X^*$  i  $Y^*$ , redom. Tada je sredina testne i referentne grupe jednaka  $\mu_T = \exp(\eta_T + \sigma^2/2)$  i  $\mu_R = \exp(\eta_R + \sigma^2/2)$ . Uvjet

$$\delta_L < \frac{\mu_T}{\mu_R} = \exp(\eta_T - \eta_R) < \delta_R$$

postaje ekvivalentan s

$$\theta_L < \eta_T - \eta_R < \theta_U \quad (2.3)$$

gdje su  $\theta_U = \log(\delta_U)$ ,  $\theta_L = \log(\delta_L)$  unaprijed poznate konstante. Obično se koristi oblik hipoteze (2.1) i test se bazira na log transformiranim podacima koji su normalne distribucije s parametrima sredina  $\eta_T$  i  $\eta_R$  i zajedničkom varijancom  $\sigma^2$ .

Hipoteza (2.2) se može rastaviti na dva skupa jednostranih hipoteze:

$$H_{01} : \eta_T - \eta_R \leq \theta_L \text{ vs. } H_{a1} : \eta_T - \eta_R > \theta_L$$

i

$$H_{02} : \eta_T - \eta_R \geq \theta_U \text{ vs. } H_{a2} : \eta_T - \eta_R < \theta_U \quad (2.4)$$

Ukoliko odbacimo  $H_{01}$  u korist  $H_{a1}$ , te odbacimo  $H_{02}$  u korist  $H_{a2}$ , zaključujemo (2.3). Dakle,  $\eta_T$  i  $\eta_R$  su ekvivalentni. Odbaciti  $H_{01}$  i  $H_{02}$  u (2.4) ekvivalentno je odbacivanju  $H_0$  u (2.2).

Ovakav test (2.4) naziva se "*dva jednostrana testa*", eng. "*two one-sided test*", odakle i skraćenica TOST. Prvi matematičar koji je predstavio TOST proceduru baziranu na (2.4) je Schuirman (1987). Predstavljeni test (2.4) daje zaključak bioekvivalencije za  $\eta_T$  i  $\eta_R$  na razini značajnosti  $\alpha$  ako, i samo ako,  $H_{01}$  i  $H_{02}$  su odbačene na toj istoj razini značajnosti  $\alpha$ .

Neka je razlika sredina  $\eta_d = \eta_T - \eta_R$  procijenjena s  $D = \bar{X} - \bar{Y}$ , gdje su  $\bar{X}$  i  $\bar{Y}$  aritmetičke sredine mjerenja  $X$ , odnosno  $Y$ . *Aritmetičku sredinu* mjerenja  $X$  definiramo kao sumu

observacija podijeljena s brojem observacija, tj.  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$ , gdje su  $X_1, \dots, X_N$   $N$  vrijednosti observacije.

Neka su  $s_x$  i  $s_y$  procjene standardnih devijacija za  $X$  i  $Y$ . Tada je pooled procjena zajedničke varijance dana s:

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_x^2 + (n_2 - 1)s_y^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

gdje su  $n_1$  i  $n_2$  duljina uzorka testne i referentne grupe, redom.

Uz pretpostavku normalnosti, dva skupa jednostranih testova mogu se testirati običnim jednostranim t-testom. Zaključujemo da su  $\eta_T$  i  $\eta_R$  ekvivalentni ako

$$T_L = \frac{D - \theta_L}{s_d \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} > t(\alpha, n_1 + n_2 - 2)$$

i

$$T_U = \frac{D - \theta_U}{s_d \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} > -t(\alpha, n_1 + n_2 - 2) \quad (2.5)$$

Procedura dva jednostrana t testa je ekvivalentna pristupu klasičnih pouzdanih intervala, odnosno ako je klasični  $(1-2\alpha) \times 100\%$  pouzdan interval za  $\eta_T - \eta_R$  unutar  $(\theta_L, \theta_U)$ , tada su obje  $H_{01}$  i  $H_{02}$  odbačene na razini  $\alpha$  od TOST procedure. Klasični  $(1-2\alpha) \times 100\%$  pouzdan interval je baziran na sljedećoj t statistici:

$$T = \frac{D - \eta_d}{s_d \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Pod pretpostavkom normalnosti,  $T$  ima centralnu t distribuciju s  $n_1 + n_2 - 2$  stupnjeva slobode. Nadalje, klasični  $(1-2\alpha) \times 100\%$  pouzdan interval za  $\eta_T - \eta_R$  je:

$$L_1 = D - t(\alpha, n_1 + n_2 - 2) s_d \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

te

$$U_1 = D + t(\alpha, n_1 + n_2 - 2) s_d \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Dijeljenjem toga s  $\bar{Y}$  dobijemo  $(1-2\alpha) \times 100\%$  pouzdan interval za  $\eta_T / \eta_R$ , odnosno:

$$L_2 = (L_1/\bar{Y} + 1) \times 100\%$$

$$U_2 = (U_1/\bar{Y} + 1) \times 100\%$$

Ukoliko imamo nejednake varijance, odnosno slučaj da je testna grupa distribucije  $(\eta_T, \sigma_x^2)$ , a referentna  $(\eta_R, \sigma_y^2)$ , koristimo Satterthwaite aproksimaciju standardne pogreške (vidi [3]):

$$SE_s = \sqrt{\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}}$$

Broj stupnjeva slobode više nije  $n_1 + n_2 - 2$ , nego se računa sljedećom formulom:

$$df_s = \frac{\left(\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1-1}\left(\frac{s_x^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2-1}\left(\frac{s_y^2}{n_2}\right)^2}$$

Satterthwaite  $(1-2\alpha)\times 100\%$  pouzdan interval za  $\eta_T - \eta_R$  je dan s:

$$L_{1s} = D - t(\alpha, df_s) SE_s$$

te

$$U_{1s} = D + t(\alpha, df_s) SE_s$$

Neka su  $\theta_L$  i  $\theta_U$  redom donja i gornja granica ekvivalencije za razliku sredina te  $\delta_L$  i  $\delta_U$  redom donja i gornja granica ekvivalencije za omjer sredina grupa. Tada zaključujemo ekvivalenciju ako je

$$(L_1, U_1) \in (\theta_L, \theta_U)$$

$$\text{ili } (L_2, U_2) \in (\delta_L, \delta_U)$$

Sam koncept  $(1-2\alpha)\times 100\%$  pouzdanog intervala za razliku  $\eta_T - \eta_R$  je taj da ako, npr. B puta ponovimo studiju, tada njih  $(1-2\alpha)\times 100\%$  od B konstruiranih pouzdanih intervala će prekriti  $\eta_T - \eta_R$ . Drugim riječima, nakon puno ponavljanja,  $(1-2\alpha)\times 100\%$  pouzdani interval će imati najmanje  $1-2\alpha$  šanse da prekrije razliku (ili omjer) sredina jer pod pretpostavkom normalnosti, imamo:

$$P\{\eta_T - \eta_R \in (L_1, U_1)\} = 1 - 2\alpha$$

no, to nam ne garantira da će vjerojatnost da  $(1-2\alpha)\times 100\%$  pouzdan interval bude unutar granica ekvivalencije biti barem  $1-2\alpha$ , odnosno vjerojatnost  $P\{(L_1, U_1) \in (\theta_L, \theta_U)\}$  ne mora nužno biti veća ili jednaka  $1-2\alpha$ .

## Poglavlje 3

### Istraživački problem

U istraživačkom problemu Monte Carlo studijima ispitala sam utjecaj distribucije i varijance podataka na snagu TOST testa za testiranje hipoteze o bioekvivalenciji. *Snagu testa* definiramo kao vjerojatnost točnog odbacivanja  $H_0$  kada je  $H_0$  lažna, odnosno označimo li s  $\beta$  pogrešku druge vrste, što je vjerojatnost da ne odbacimo  $H_0$  kada je  $H_0$  lažna, onda je

$$Snaga = 1 - \beta = P(\text{odbaciti } H_0 \text{ kada je } H_0 \text{ lažna}).$$

Cijeli studij provela sam u statističkom programu SAS.

Za generiranje podataka po zadanoj distribuciji za zadanim koeficijentom asimetrije (*eng. skewness*, oznaka  $\gamma_1$ ) i koeficijentom spljoštenosti (*eng. kurtosis*, oznaka  $\gamma_2$ ) koristila sam Fleishmanovu metodu polinomijalne transformacije.

**Definicija 3.0.1.** *Koeficijent asimetrije je mjera simetrije, odnosno nedostatka simetrije. Za observaciju  $Y_1, Y_2, \dots, Y_N$  koeficijent asimetrije je:*

$$\gamma_1 = \frac{\sum_{k=1}^N (Y_k - \bar{Y})^3 / N}{s^3},$$

gdje je  $N$  veličina uzorka,  $s$  standardna devijacija i  $\bar{Y}$  sredina uzorka ([2]).

**Definicija 3.0.2.** *Koeficijent spljoštenosti za danu observaciju  $Y_1, Y_2, \dots, Y_N$  definiramo s:*

$$\gamma_2 = \frac{\sum_{k=1}^N (Y_k - \bar{Y})^4 / N}{s^4},$$

gdje je  $N$  veličina uzorka,  $s$  standardna devijacija i  $\bar{Y}$  sredina uzorka ([2]).



*Fleishmanova metoda polinomijalne transformacije* generira nenormalnu varijablu  $Y$  sa zadanim koeficijentom asimetrije i spljoštenosti na sljedeći način:  $Y=a+b*Z+c*Z^2+d*Z^3$ , gdje je  $Z$  standardna normalna varijabla,  $Z \sim N(0,1)$  i  $a, b, c$  i  $d$  ( $a=-c$ ) koeficijenti transformacije koje računam u macro varijabli *Fleishman* (vidi Appendix A).

Neka imamo dvije grupe, 1-testna grupa i 2-referentna grupa.

Neka su  $n_1$  i  $n_2$  redom veličine uzoraka testne i referentne grupe te  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  redom standardne devijacije grupa 1 i 2. Navedeni eksperiment provodim za sve moguće kombinacije sljedećih faktora:

1. Odnos veličina uzoraka: a) jednaki, b) nejednaki

a)  $(n_1, n_2) = (10, 10), (20, 20), (30, 30)$  i  $(60, 60)$

b)  $(n_1, n_2) = (5, 15), (10, 30), (20, 40)$  i  $(40, 80)$

2. Standardne devijacije: a) jednake, b) nejednake

a)  $(\sigma_1, \sigma_2) = (5, 5), (10, 10), (20, 20)$

b)  $(\sigma_1, \sigma_2) = (3, 6), (8, 12), (15, 24)$

3. Koeficijenti asimetrije i spljoštenosti:

$$(\gamma_1, \gamma_2) = (0, 0), (2, 11)$$

4. Granice ekvivalencije:

$$(\theta_L, \theta_U) = (0.85, 1.175)$$

Za svaku moguću kombinaciju izvela sam 500 replikacija i sprovela proceduru TTEST za paralelni dizajn s opcijama dist=lognormal i TOST. Hipotetski omjeri sredina  $\frac{\mu_1}{\mu_2}$ , gdje su  $\mu_1$  i  $\mu_2$  redom sredine prve i druge grupe, su od 0.80 do 1.25 s korakom 0.5.

Za prvu, testnu grupu generiramo brojeve sa sredinom  $100 * \frac{\mu_1}{\mu_2}$ , dok za drugu, referentnu grupu sa sredinom 100.

U tablicama ću za svaki par standardnih devijacija (*skraćeno*, std) i za svaki omjer sredina ispisati broj (i proporciju) uzoraka za koje je odbačena nulta hipoteza o neekvivalenciji na razini statističke značajnosti  $\alpha=0.05$ .

### 3.1 Rezultati za $\gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0$

#### Odnosi veličina grupa i varijanci jednaki

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	0 (0)	383 (76.6)	498 (99.6)	500 (100)	500 (100)	462 (92.4)	121 (24.2)	2 (0.4)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	0 (0)	163 (32.6)	370 (74)	466 (93.2)	389 (77.8)	228 (45.6)	63 (12.6)	0 (0)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	0 (0)	24 (4.8)	62 (12.4)	276 (55.2)	62 (12.4)	56 (11.2)	27 (5.4)	12 (2.4)	3 (0.6)

Tablica 3.1: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(10, 10)$

Iz tablice 3.1 možemo uočiti da što je dalje (i lijevo i desno) mean ratio od 1, to je za sve manje uzoraka odbačena nulta hipoteza o neekvivalenciji kod svih triju parova standardnih devijacija. Posebno to možemo uočiti kad su nam omjeri sredina  $\pm 0.15$  i više, od 1.00. Isto, kako je sve veća standardna devijacija, odnosno sve veća raspršenost podataka, to je za te ljeviše i desnije omjere sredina od 1.00 sve manje uzoraka za koje je odbačena nulta hipoteza o neekvivalenciji. Vidimo da kad imamo svega 10 podataka po grupi, std ne smiju biti velike, odnosno za par std-a (20, 20) najveća jakost testa je svega oko 55%, dok za par (10, 10) uočavamo da samo za omjer sredina 1.00 imamo jakost iznad 80%. Drugim riječima, 10 podataka po grupi ipak nije baš pogodno za ispitivanje bioekvivalencije, eventualno za jako male standardne devijacije.

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	16 (3.2)	476 (95.2)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	224 (44.8)	0 (0)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	23 (4.6)	238 (47.6)	475 (95)	500 (100)	483 (96.6)	339 (67.8)	82 (16.4)	2 (0.4)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	3 (0)	21 (4.2)	83 (16.6)	186 (37.2)	263 (52.6)	268 (46.4)	143 (28.6)	48 (9.6)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.2: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(20, 20)$

Usporedimo li tablicu 3.2 s prethodnom tablicom, vidimo da su nam se povećali brojevi, pa tako i proporcije uzoraka kod kojih je odbačena  $H_0$  za sve parove standardnih

devijacija. Pogledajmo tablice i za ostala dva para veličina uzoraka.

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	30 (6)	496 (99.2)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	283 (56.6)	0 (0)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	21 (4.2)	327 (65.4)	493 (98.6)	500 (100)	498 (99.6)	419 (83.8)	128 (25.6)	2 (0.2)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	27 (5.4)	110 (22)	311 (62.2)	411 (82.2)	344 (68.8)	166 (33.2)	50 (10)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.3: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(30, 30)$

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	21 (4.2)	496 (99.2)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	407 (81.4)	0 (0)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	21 (5.2)	445 (89)	500 (100)	500 (100)	498 (99.6)	487 (97.4)	171 (34.2)	0 (0)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	10 (2)	181 (36.2)	410 (82)	494 (98)	444 (88.8)	266 (53.2)	59 (11.8)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.4: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(60, 60)$

Uočimo iz zadnje dvije tablice da je za par std-a (20, 20) kod nekih omjera sredina jakost testa iznad 80%. Prema tome, možemo zaključiti da nam je najbolje imati između 30 i 60 podataka po grupi u slučaju da imamo jednake veličine grupa podataka i jednake varijance grupa, i to sa sve manjim razlikama u sredinama ukoliko nam se povećava raspršenost podataka.

Ove rezultate iz tablica 3.1 - 3.4 dobivene simulacijama usporedit ću s naredbom *proc power* iz SAS programa.

Pogledajmo prvo koliki je potreban broj podataka po grupi da bi jakost testa bila barem 0.8 za dani koeficijent varijacije i asimptotske mean-ove. Koeficijent varijacije (*skraćeno*, CV) je omjer standardne devijacije i očekivanja. Naše standardne devijacije su 5, 10 i 20, dok nam se sredine testne grupe mijenjaju, a kod referentne grupe ona iznosi 100. Prema tome, zbog jednostavnosti gledat ćemo samo koeficijente varijacije referentne grupe koji

će onda biti redom, 0.05, 0.1 i 0.2.

<b>Computed N per Group</b>			
<b>Mean Ratio</b>	<b>Actual Power</b>	<b>N per Group</b>	<b>Error</b>
0.80	.	.	Invalid input
0.85	.	.	Invalid input
0.90	0.828	11	
0.95	0.869	4	
1.00	0.887	3	
1.05	0.880	4	
1.10	0.815	8	
1.15	0.803	63	
1.20	.	.	Invalid input
1.25	.	.	Invalid input

Tablica 3.5: Potreban broj podataka po grupi za jakost testa  $>0.8$  kada je  $\text{std}=5$

<b>Computed N per Group</b>			
<b>Mean Ratio</b>	<b>Actual Power</b>	<b>N per Group</b>	<b>Error</b>
0.80	.	.	Invalid input
0.85	.	.	Invalid input
0.90	0.806	39	
0.95	0.810	11	
1.00	0.852	8	
1.05	0.822	11	
1.10	0.809	29	
1.15	0.800	247	
1.20	.	.	Invalid input
1.25	.	.	Invalid input

Tablica 3.6: Potreban broj podataka po grupi za jakost testa  $>0.8$  kada je  $\text{std}=10$

Uz granice ekvivalencije od 0.85 – 1.176, za normalnu distribuciju ( $\gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0$ ) standardne devijacije 10 i omjera sredina grupa 0.90, iz tablice 3.6 čitamo da nam je potrebno 39 podataka po grupi da bi jakost testa bila oko 0.8, odnosno da bi se kod barem

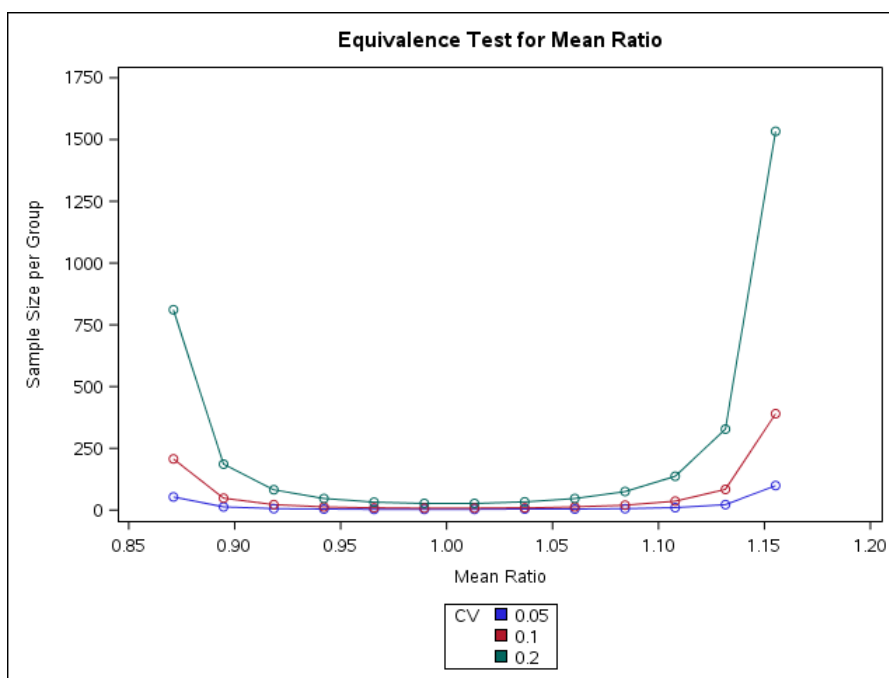
80% podataka odbacila nulta hipoteza o neekvivalenciji. Usporedimo li to s rezultatom iz tablica 3.1 - 3.4, tj. pogledamo li polja broja (i proporcije) gdje je par std-a (10, 10) i omjer sredina 0.90, vidimo da za  $(n_1, n_2)=(30, 30)$  imamo jakost oko 65%, dok za 60 podataka po grupi jakost iznosi 89%. Prema tome, i iz tablica 3.1 - 3.4 možemo zaključiti da nam je potrebno više od 30 i manje od 60 podataka po grupi, a procedura power nam je dala i točan broj.

Computed N per Group			
Mean Ratio	Actual Power	N per Group	Error
0.80	.	.	Invalid input
0.85	.	.	Invalid input
0.90	0.802	150	
0.95	0.800	40	
1.00	0.816	27	
1.05	0.804	39	
1.10	0.802	110	
1.15	0.800	971	
1.20	.	.	Invalid input
1.25	.	.	Invalid input

Tablica 3.7: Potreban broj podataka po grupi za jakost testa  $>0.8$  kada je  $\text{std}=20$

Iz svih triju tablica, 3.5 - 3.7 možemo zaključiti da je najveća jakost baš kada je omjer sredina 1.00 i tada je potrebno najmanje podataka da se odbaci  $H_0$ . Tako, potreban broj podataka po grupi se povećava da bi snaga testa bila barem 0.8 kako se omjer sredina odmiče od 1.00 (i lijevo i desno), što možemo zaista isčitati i iz tablica simulacija 3.1 - 3.4. Također, što smo još zaključili iz tablica 3.1 - 3.4, a vidimo i u ovim tablicama 3.5 - 3.7 je da se i povećanjem standardne devijacije povećava potreban broj podataka da bi jakost testa bila barem 0.8.

Slika 3.1 grafički prikazuje rezultate tablica 3.5 - 3.7, odnosno prikazane su krivulje potrebnih veličina grupa po CV-u da bi jakost testa bila barem 0.8.

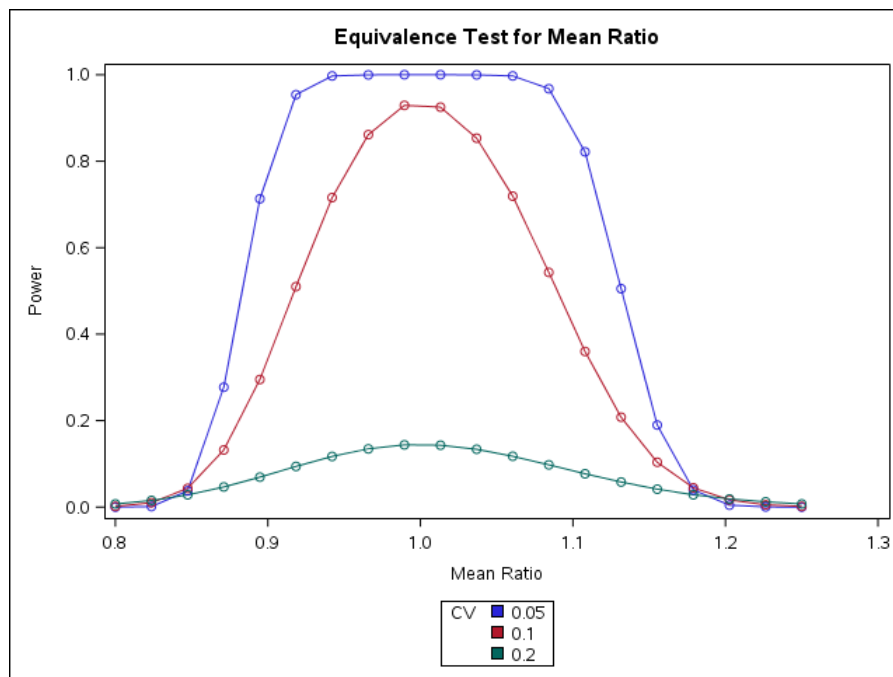


Slika 3.1: Krivulja broja podataka po CV za jakost testa &gt;0.8

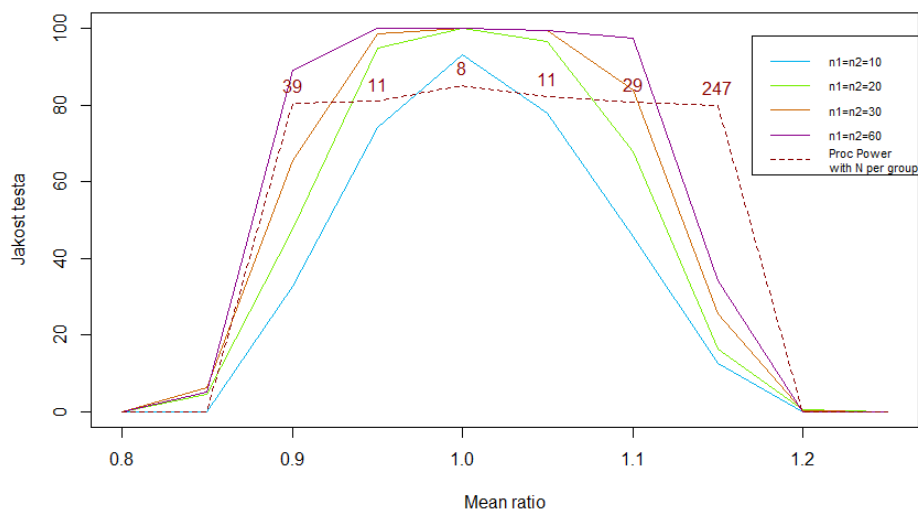
Na slici 3.2 vidimo da kad je veličina uzoraka po grupi 10, za standardnu devijaciju 20 snaga testa nikako ne može biti 80% i više, neovisno kakav je omjer sredina. To vidimo i iz tablica simulacija kao i iz tablice 3.7, jer za omjer sredina 1.00, da bi jakost bila barem 0.8 potrebno je 27 podataka po grupi, a lijevo i desno od 1.00 je taj broj sve veći.

Pogledamo li na slici 3.3 jakosti testa za standardnu devijaciju 10 dobivene simulacijama za sva četiri para jednakih veličina grupa i jakosti dobivene iz proc power za istu standardnu devijaciju (odnosno, 'actual power' dobivene u tablici 3.6) zajedno s potrebnim brojem podataka po grupi da bi jakost bila barem 0.8, vidimo da se rezultati zaista poklapaju. Na primjer, za omjer sredina 0.90, znamo da je potrebno 39 podataka po grupi da bi jakost bila barem 0.8. Zato je samo krivulja za  $(n_1, n_2)=(60, 60)$  iznad krivulje proc power-a za taj omjer, a ostale su ispod zbog nedovoljnog broja podataka.

*Napomena:* uočimo da u tablici 3.6 nemamo broj podataka po grupi za omjere sredina 0.80, 0.85, 1.20, 1.25, što znači da je nemoguće imati jakost barem 80% za te omjere sredina i standardnu devijaciju 10. Za potrebe crtanja slike 3.3 označila sam ta mjesta s 0.



Slika 3.2: Krivulje jakosti testa po CV za  $n_1=n_2=10$



Slika 3.3: Krivulje jakosti testa za  $\text{std}=10$

**Jednake veličine grupa, nejednake varijance**

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	2 (0.4)	33 (6.6)	178 (35.6)	409 (81.8)	472 (94.4)	386 (77.2)	208 (41.6)	53 (10.6)	0 (0)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	0 (0)	6 (1.2)	18 (3.6)	41 (8.2)	51 (10.6)	60 (12)	14 (2.8)	17 (3.4)	0 (0)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	0 (0)	0 (0)	2 (0.4)	1 (0.2)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.8: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(10, 10)$ 

Usporedimo li ovu tablicu 3.8 s tablicom 3.1, vidimo da su rezultati puno lošiji kod nejednakih varijanci, no opet, ako već i imamo nejednake varijance, bolje je da su što manje kod obiju grupa.

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	36 (7.2)	307 (61.4)	495 (99)	500 (100)	473 (94.6)	320 (64)	16 (3.2)	2 (0.2)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	7 (1.4)	23 (4.6)	82 (16.4)	202 (40.4)	249 (49.8)	179 (35.8)	89 (17.8)	29 (5.8)	9 (1.8)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.9: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(20, 20)$ 

Kroz četiri tablice 3.8 - 3.11 vidimo da se povećanjem veličine uzoraka povećava i broj (i proporcija) podataka za koje je odbačena nulta hipoteza o neekvivalenciji za sve parove standardnih devijacija. Isto, vidimo da za par std-a (15, 24) nije dovoljno ni 60 podataka po grupi da bi bar za neke omjere sredina imali snagu testa 80%, dok npr. u prve četiri tablice simulacija vidimo da to imamo već za par  $(n_1, n_2)=(30, 30)$ . Da bi najbolje vidjeli da su zaista bolji podaci onda kada imamo iste varijance, na slici 3.4 grafički su prikazane jakosti iz tablica 3.8 - 3.11 za par std-a (8, 12) zajedno s rezultatima iz proc power-a za jednake varijance (odnosno, iz tablice 3.6). Vidimo da su s krivuljom iz proc power-a puno bolja poklapanja na slici 3.3, npr. za omjer sredina 1.00, gdje nam je bilo dovoljno 8 podataka po grupi da bi jakost bila barem 0.8, ovdje nije dovoljno ni 20 podataka.

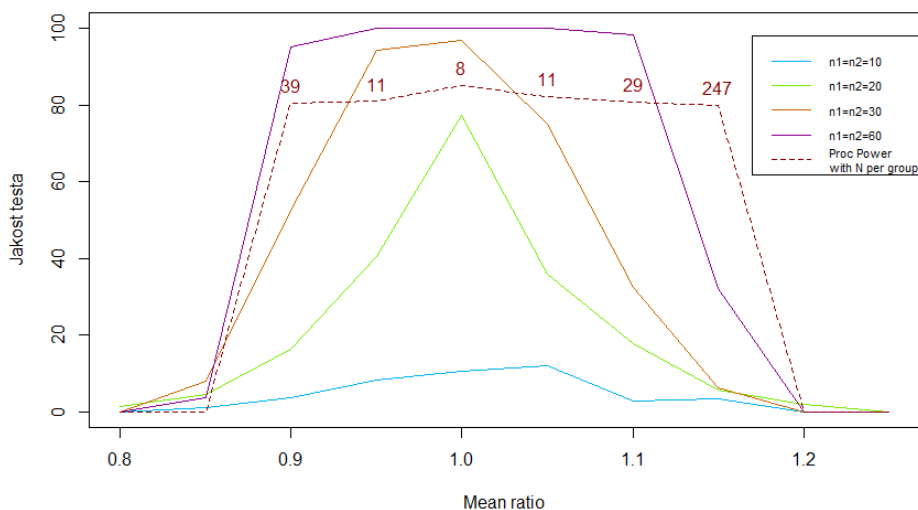


	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	37 (7.4)	402 (80.4)	498 (99.6)	500 (100)	498 (99.6)	460 (92)	103 (20.6)	1 (0.2)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	5 (1)	23 (4.6)	169 (33.8)	325 (65)	371 (74.2)	246 (49.2)	126 (25.2)	35 (7)	0 (0)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	1 (0.2)	0 (0)	2 (0.4)	3 (0.6)	10 (2)	7 (1.4)	3 (0.6)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.10: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(30, 30)$

	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	36 (7.2)	484 (96.8)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	476 (95.2)	125 (25)	1 (0.2)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	0 (0)	40 (8)	263 (52.6)	471 (94.2)	484 (96.8)	375 (75)	162 (32.4)	31 (6.2)	0 (0)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	10 (2)	34 (6.8)	65 (13)	67 (13.4)	58 (11.6)	27 (5.4)	8 (1.6)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.11: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(60, 60)$



Slika 3.4: Krivulje jakosti testa za  $\text{std}=10$  i  $(\sigma_1, \sigma_2)=(8, 12)$

**Nejednake veličine grupa, jednake varijance**

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	1 (0.2)	42 (8.4)	279 (55.8)	485 (97)	500 (100)	498 (99.6)	400 (80)	111 (22.2)	3 (0.6)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	4 (0.8)	27 (5.4)	126 (25.2)	295 (59)	369 (73.8)	318 (63.6)	167 (33.4)	49 (9.8)	7 (1.4)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	8 (1.6)	23 (4.9)	31 (6.2)	34 (6.8)	29 (5.8)	24 (4.8)	10 (2)	7 (1.4)	0 (0)

Tablica 3.12: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(5, 15)$ 

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	21 (4.2)	434 (86.8)	499 (99.8)	500 (100)	500 (100)	493 (98.6)	190 (38)	2 (0.4)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	21 (4.2)	188 (37.6)	416 (83.2)	497 (99.4)	464 (92.8)	291 (58.2)	87 (17.4)	0 (0)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	26 (5.2)	64 (12.8)	126 (25.2)	177 (35.4)	145 (29)	87 (17.4)	28 (5.6)	8 (1.6)	0 (0)

Tablica 3.13: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(10, 30)$ 

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	31 (6.2)	492 (98.4)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	259 (51.8)	0 (0)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	29 (5.8)	299 (59.8)	491 (98.2)	500 (100)	500 (100)	404 (80.8)	99 (19.8)	2 (0.4)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	35 (7)	111 (22.2)	286 (57.2)	363 (72.6)	299 (59)	148 (29.6)	46 (9.2)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.14: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(20, 40)$

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	25 (5)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	299 (78)	0 (0)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	21 (4.2)	417 (83.4)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	493 (98.6)	164 (32.8)	0 (0)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	20 (4)	170 (34)	411 (82.2)	484 (96.8)	440 (88)	260 (52)	52 (10.4)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.15: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(40, 80)$

Kod malih standardnih devijacija, kao što je (5, 5), već u prvoj tablici 3.12 vidimo da za omjere sredina od 0.95 do 1.10 imamo jakost testa barem 80%. No, to nije slučaj za velike std, (20, 20). Jakost od 80% javlja se tek za velike veličine grupa, (40, 80).

Usporedimo li tablice 3.12 - 3.15 s tablicama 3.1 - 3.4, potreban broj podataka da bi se odbacila nulta hipoteza o neekvivalenciji postaje sve sličniji s povećanjem veličina grupa. Drugim riječima, ukoliko imamo jednake varijance, neovisno o njihovoj veličini, i velike veličine grupa, bile jednake ili različite, možemo očekivati gotovo iste rezultate. Također, u prethodnoj podsekciji gdje smo imali jednake veličine grupa, a nejednake varijance, podaci su bili dosta lošiji od onih iz tablica 3.1 - 3.4, posebno kod većih varijanci. Iz toga možemo zaključiti, ukoliko možemo birati, puno je bolje odabrati grupe s jednakom varijancom, a nejednakom veličinom grupa, nego obrnuto.

### Odnosi veličina grupa i varijanci nejednaki

Iz tablice 3.16 vidimo jako loše rezultate, odnosno jako male brojeve podataka kod kojih je odbačena  $H_0$  i za par std-a (8, 12) i za (15, 24).

Tablica 3.17 pokazuje bolje rezultate za par standardnih devijacija (8, 12) od tablice 3.16, no s većim parom std-a to ipak nije slučaj, odnosno rezultati su isti bez obzira na veličinu grupa.

To je slučaj i kod tablice 3.18, a tek kod tablice 3.19 vidimo blago povećanje broja podataka (i proporcije) kod kojih je odbačena nulta hipoteza o neekvivalenciji, no to je i dalje premalo, svega 15%.

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	25 (5)	193 (38.6)	417 (83.4)	477 (95.4)	409 (81.8)	200 (40)	60 (12)	3 (0.6)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	1 (0)	10 (2)	26 (5.2)	35 (7)	46 (9.2)	44 (8.8)	27 (5.4)	10 (2)	0 (0)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	0 (0)	0 (0)	1 (0.2)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.16: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(5, 15)$ 

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	31 (6.2)	338 (67.6)	495 (99)	500 (100)	487 (97.4)	337 (67.4)	76 (15.2)	0 (0)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	5 (1)	33 (6.6)	107 (21.4)	168 (37.6)	221 (44.2)	148 (29.6)	76 (15.2)	27 (5.4)	8 (1.6)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	0 (0)	1 (0.2)	0 (0)	1 (0.2)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.17: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(10, 30)$ 

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	57 (11.4)	402 (80.4)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	411 (82.2)	98 (19.6)	3 (0.6)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	3 (0.6)	41 (8.2)	186 (37.2)	311 (66.2)	387 (77)	279 (55.8)	116 (23.2)	26 (5.2)	4 (0.8)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	1 (0.2)	0 (0)	1 (0.2)	6 (1.2)	3 (0.6)	4 (0.8)	1 (0.2)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.18: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(20, 40)$ 

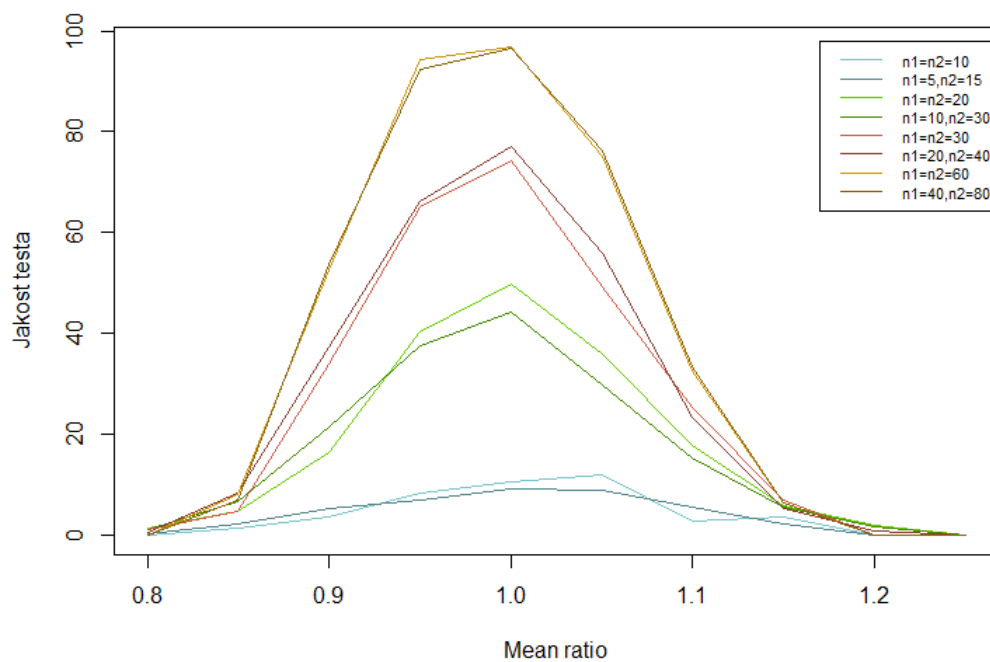
Dakle, ovakav slučaj nije nikako povoljan ukoliko imamo velike varijance, a ako i nisu baš velike, opet nam je potrebna velika veličina uzoraka po grupi kako bi jakost bila barem 80%.

Zanimljivo je, usporedimo li tablice 3.16 - 3.19 s tablicama 3.8 - 3.11, kada smo imali nejednake varijance, ali jednake veličine po grupama, vidimo da su rezultati jako slični.

	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	41 (8.2)	483 (96.6)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	489 (97.8)	135 (27)	0 (0)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	0 (0)	34 (6.8)	269 (53.8)	462 (92.4)	483 (96.6)	381 (76.2)	166 (33.2)	31 (6.2)	0 (0)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	1 (0.2)	24 (4.8)	42 (8.4)	54 (10.8)	79 (15.8)	44 (8.8)	23 (4.6)	3 (0.6)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.19: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(40, 80)$

Na slici 3.5 to najbolje vidimo za primjer standardnih devijacija (8, 12).



Slika 3.5: Krivulje jakosti testa za jednake i nejednake veličine grupa i  $(\sigma_1, \sigma_2)=(8, 12)$

### 3.2 Rezultati za $\gamma_1 = 2, \gamma_2 = 11$

#### Odnosi veličina grupa i varijanci jednaki

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	27 (4.4)	470 (94)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	30 (6)	0 (0)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	28 (5.6)	158 (31.6)	360 (72)	470 (94)	406 (81.8)	193 (38.6)	64 (12.8)	6 (1.6)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	4 (0.8)	9 (1.8)	22 (4.4)	54 (10.8)	75 (15)	57 (11.4)	3 (0.6)	0 (0)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.20: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(10, 10)$

I kod nenormalne distribucije možemo uočiti smanjenje broja (i proporcije) podataka kod kojih je odbačena nulta hipoteza o neekvivalenciji kako raste standardna devijacija. Isto, sve veće smanjenje je i kako se povećava, odnosno smanjuje omjer sredina od 1.00.

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	29 (5.8)	475 (95)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	496 (99.2)	207 (41.4)	0 (0)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	24 (4.8)	236 (47.2)	472 (94.4)	500 (100)	485 (97)	336 (67.2)	86 (17.2)	5 (1)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	4 (0.8)	23 (4.6)	84 (16.8)	216 (43.2)	253 (50.6)	238 (47.6)	128 (25.6)	45 (9)	5 (1)	0 (0)

Tablica 3.21: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(20, 20)$

Iz tablica 3.20 - 3.23 vidimo isto ponašanje kao i kod normalne distribucije. Naime, povećanjem veličina grupa sve je veći broj onih podataka kod kojih je odbačena  $H_0$ . Isto, za svaki par veličina grupa imamo slučaj da se povećanjem varijance smanjuje broj podataka kod kojih je odbačena nulta hipoteza o neekvivalenciji.

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	23 (4.6)	496 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	270 (54)	0 (0)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	29 (5.8)	333 (66)	496 (99.2)	500 (100)	498 (99.6)	500 (100)	105 (21)	4 (0.8)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	18 (3.6)	123 (24.6)	315 (63)	402 (80.4)	331 (66.2)	158 (31.6)	49 (9.8)	6 (1.2)	0 (0)

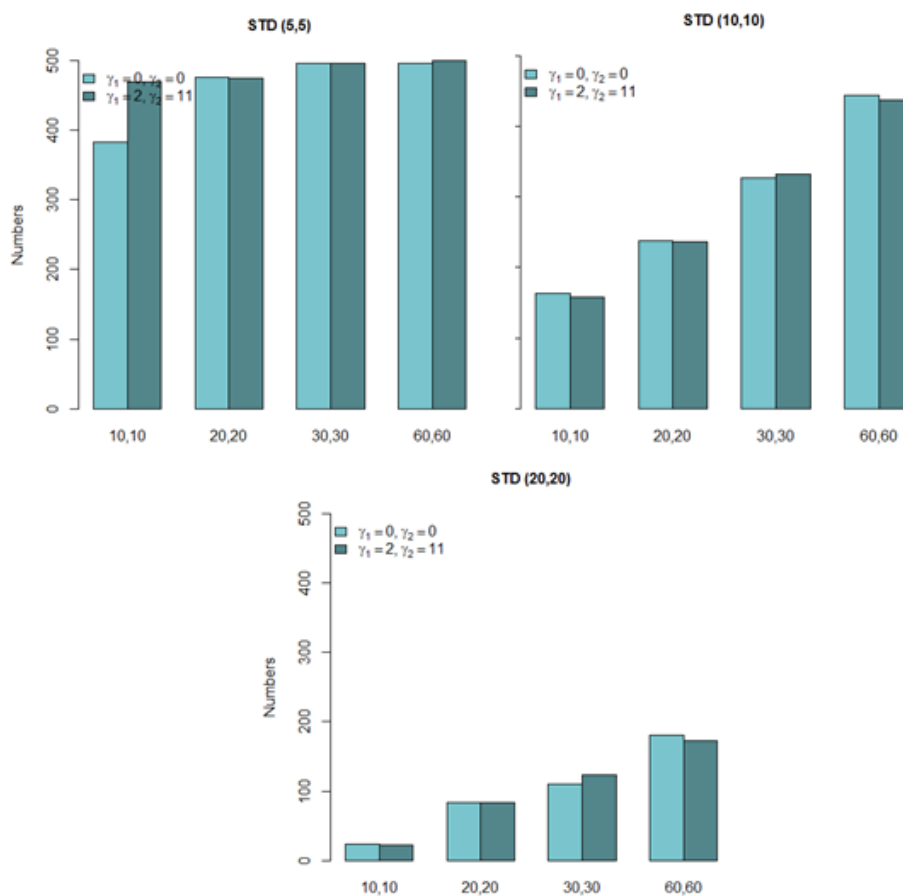
Tablica 3.22: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(30, 30)$ 

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	18 (3.6)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	413 (82.6)	0 (0)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	25 (5)	438 (87.6)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	170 (34)	0 (0)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	11 (2.2)	173 (34.6)	430 (86)	492 (98.4)	444 (88.8)	259 (51.8)	71 (14.2)	2 (0.4)	0 (0)

Tablica 3.23: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(60, 60)$ 

Kako bismo vizualno usporedili ove podatke s podacima jednakih veličina i varijanci normalne distribucije, odnosno s tablicama 3.1 - 3.4, slika barplot-ova 3.6 prikazuje broj uzoraka kod kojih je odbačena nulta hipoteza za omjer sredina 0.90 za sva tri para standardnih devijacija i za sve parove veličina grupa. Vidimo da i nema neke veće razlike među rezultatima.

Stoga, ako bismo i ovdje htjeli odrediti potrebnu veličinu uzoraka da bi se nulta hipoteza o neekvivalenciji uz granice ekvivalencije od 0.85 – 1.176 odbacila na razini statističke značajnosti  $\alpha = 0.05$ , ako pretpostavimo da je omjer sredina grupa 0.90, standardne devijacije 10 (tj. koeficijent varijabiliteta 10%), uzorci iste veličine, uz snagu testa od otprilike 0.80 (ili više), dovoljno je otprilike isto podataka kao i kod normalne, između 30 i 60.



Slika 3.6: Odnos broja podataka kod kojih je odbačena  $H_0$  za omjer sredina 0.90 dviju distribucija za jednake veličine grupa

### Jednake veličina grupa, nejednake varijance

Iz tablica 3.24 - 3.27 vidimo da velike nejednake varijance nisu pogodne, neovisno o veličini grupa. Također, i za srednje standardne devijacije, jakost od 80% nalazimo tek kada imamo 60 podataka po grupi. Sve skupa, varijanca jako utječe na snagu TOST-a i kod nenormalne distribucije. Na primjer, kod tablice 3.20 gdje imamo svega 10 podataka po grupi, već za srednji par standardnih devijacija imamo jakost 0.8 i više. Kod nenormalne je ta jakost tek oko 15%.



	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	1 (0.2)	188 (37.6)	487 (97.4)	495 (99)	375 (75)	181 (36.2)	63 (13.6)	0 (0)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	0 (0)	6 (1.2)	21 (4.2)	30 (6)	46 (9.2)	74 (14.8)	38 (7.6)	19 (3.8)	1 (0.2)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.24: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(10, 10)$ 

Usporedimo li tablice iz ove podsekcije s tablicama iz normalne distribucije, 3.8 - 3.11, kao i u prethodnoj podsekciji zaključujemo da nemamo velikih razlika u brojevima podataka kod kojih je odbačena nulta hipoteza o neekvivalenciji.

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	22 (4.4)	303 (60.6)	490 (98)	500 (100)	478 (95.6)	325 (65)	22 (4.4)	0 (0)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	0 (0)	0 (0)	98 (19.6)	221 (44.2)	394 (78.8)	161 (32.2)	94 (18.8)	3 (0.6)	0 (0)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	1 (0.2)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.25: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(20, 20)$ 

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	41 (8.2)	485 (97)	499 (99.8)	500 (100)	500 (100)	387 (75.6)	78 (15.6)	2 (0.2)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	0 (0)	0 (0)	167 (33.4)	329 (65.8)	384 (76.8)	240 (48)	37 (7.4)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	3 (0.6)	3 (0.6)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.26: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(30, 30)$

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	46 (9.2)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	478 (95.2)	132 (26.4)	0 (0)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	0 (0)	46 (9.2)	286 (57.2)	470 (94)	471 (94.2)	376 (75.2)	178 (35.6)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	5 (1)	31 (6.2)	52 (10.4)	69 (13.8)	50 (10)	1 (0.2)	10 (2)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.27: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(60, 60)$ **Nejednake veličine grupa, jednake varijance**

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	31 (6.2)	327 (65.4)	494 (98.8)	500 (100)	498 (99.6)	403 (80.6)	112 (22.4)	1 (0.2)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	37 (7.4)	125 (25)	309 (61.8)	409 (81.6)	327 (65.4)	175 (35)	48 (9.6)	0 (0)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	12 (2.4)	5 (1)	18 (3.6)	21 (4.2)	19 (3.6)	13 (2.6)	11 (2)	2 (0.4)	0 (0)

Tablica 3.28: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(5, 15)$ 

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	34 (6.8)	445 (89)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	493 (98.6)	145 (29)	1 (0.2)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	30 (6)	207 (41.4)	440 (88)	497 (99.4)	461 (92.2)	293 (58.6)	54 (11.4)	0 (0)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	21 (4.2)	63 (12.6)	130 (26)	185 (37)	146 (29.2)	70 (14)	36 (7.2)	1 (0.2)	0 (0)

Tablica 3.29: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(10, 30)$ 

Kako smo već zaključili, imati jednake varijance je puno bolje od nejednakih. Sama veličina grupa utječe na broj podataka kod kojih će se odbaciti nulta hipoteza o neekvivalenciji, to taj utjecaj je sve manji kako se povećava njihova veličina.

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	31 (6.2)	327 (65.4)	494 (98.8)	500 (100)	498 (99.6)	403 (80.6)	112 (22.4)	1 (0.2)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	37 (7.4)	125 (25)	309 (61.8)	408 (81.6)	327 (65.4)	175 (35)	48 (9.6)	0 (0)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	21 (2.4)	118 (23.6)	307 (61.4)	329 (65.8)	200 (40)	63 (16.6)	24 (4.8)	2 (0.4)	0 (0)

Tablica 3.30: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(20, 40)$ 

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(5, 5)</b>	0 (0)	22 (4.4)	499 (99.8)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	403 (80.6)	0 (0)	0 (0)
<b>(10, 10)</b>	0 (0)	23 (4.6)	424 (84.8)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	484 (96.8)	152 (30.4)	0 (0)	0 (0)
<b>(20, 20)</b>	0 (0)	20 (4)	191 (38.2)	409 (81.8)	492 (98.4)	439 (87.8)	240 (48)	49 (9.8)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.31: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(40, 80)$ 

### Odnosi veličina grupa i varijanci nejednaki

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	27 (5.4)	195 (39)	413 (82.6)	479 (95.8)	397 (79.4)	242 (48.4)	45 (9)	5 (1)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	0 (0)	11 (2.2)	27 (5.2)	47 (5.4)	46 (9.4)	31 (6.2)	26 (5.2)	13 (2.6)	0 (0)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.32: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(5, 15)$ 

Sve u svemu, iz slike 3.7 vidimo da varijanca jako utječe na snagu testa. Njezinim povećanjem, potrebno je sve više podataka da bi se povećala jakost testa, odnosno da bi se kod što više podataka odbacila nulta hipoteza o neekvivalenciji.

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	38 (7.6)	291 (58.2)	493 (98.6)	500 (100)	485 (97)	346 (69.2)	79 (15.8)	3 (0.6)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	11 (0)	36 (7.2)	102 (20.4)	183 (36.6)	210 (42)	154 (30.8)	61 (12.2)	31 (6.2)	7 (1.4)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.33: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(10, 30)$ 

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	33 (6.6)	404 (80.8)	498 (99.6)	500 (95.8)	499 (99.8)	418 (83.6)	83 (16.6)	2 (0.4)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	0 (0)	37 (7.4)	175 (35)	318 (63.6)	394 (78.8)	262 (52.4)	112 (22.4)	18 (3.6)	0 (0)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	1 (0.2)	1 (0.2)	3 (0.6)	4 (0.8)	1 (0.2)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)

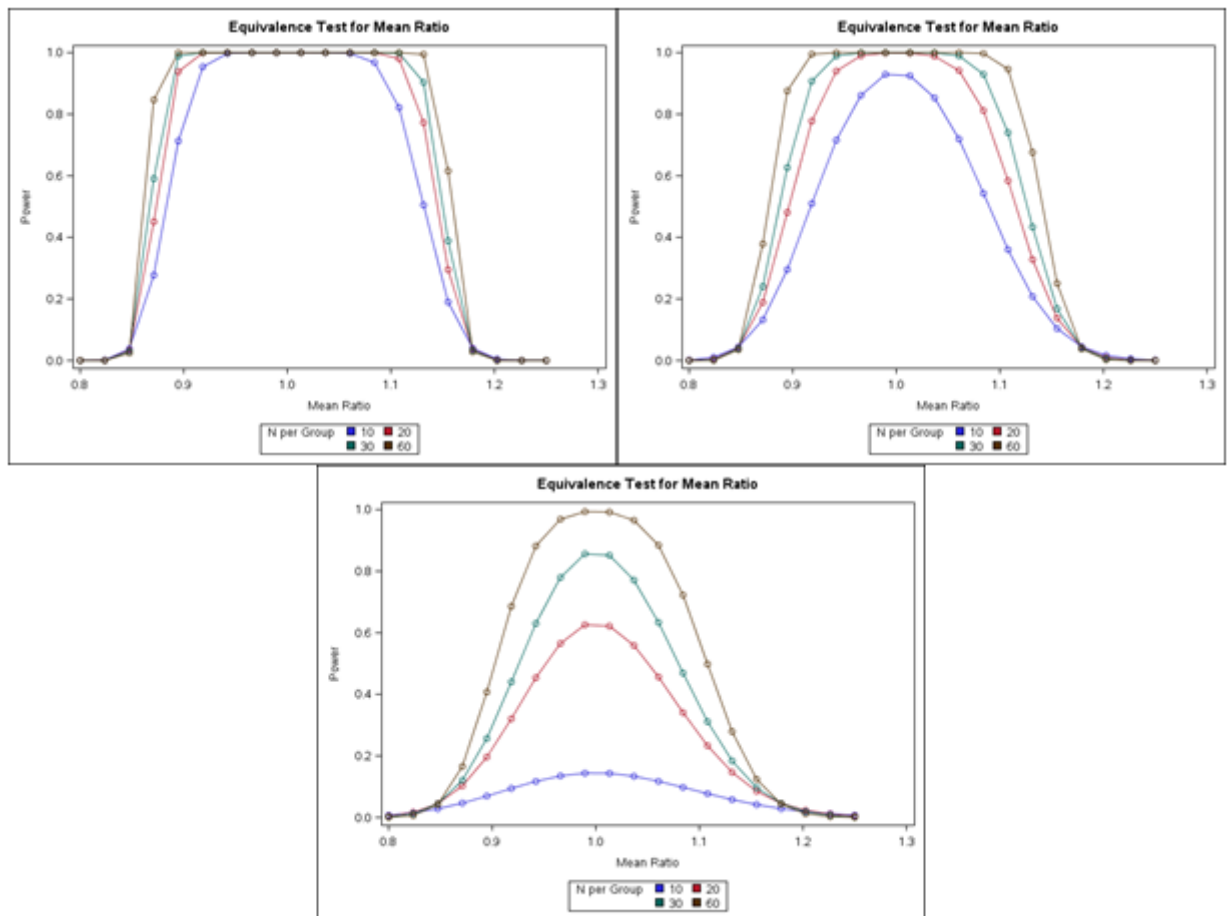
Tablica 3.34: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(20, 40)$ 

	<b>0.80</b>	<b>0.85</b>	<b>0.90</b>	<b>0.95</b>	<b>1.00</b>	<b>1.05</b>	<b>1.10</b>	<b>1.15</b>	<b>1.20</b>	<b>1.25</b>
<b>(3, 6)</b>	0 (0)	48 (9.6)	490 (98)	500 (100)	500 (100)	500 (100)	492 (98.4)	122 (24.4)	0 (0)	0 (0)
<b>(8, 12)</b>	0 (0)	44 (8.8)	269 (53.8)	476 (95.2)	482 (96.4)	386 (77.2)	177 (35.4)	22 (4.4)	0 (0)	0 (0)
<b>(15, 24)</b>	0 (0)	14 (2.8)	49 (9.8)	76 (15.2)	77 (15.4)	51 (10.2)	22 (4.4)	6 (1.2)	0 (0)	0 (0)

Tablica 3.35: Broj (proporcija) uzoraka za koje je odbačena  $H_0$  za  $(n_1, n_2)=(40, 80)$ 

Općenito, sama distribucija ima puno veći utjecaj ukoliko imamo malo podataka po grupi, no ukoliko povećavamo taj broj, tako se i smanjuje razlika utjecaja distribucije na broj podataka kod kojih se odbacuje nulta hipoteza o neekvivalenciji, odnosno sve su manje razlike među tim brojevima.

Možemo uočiti da omjer sredina također utječe na jakost testa. Što se više smanjuje, ali i povećava omjer sredina od 1, to je potrebno više podataka da imamo što veću proporciju uzoraka kod kojih je odbačena nulta hipoteza o neekvivalenciji.



Slika 3.7: Krivulje jakosti testa po CV (lijevo 0.05, desno 0.1, dolje 0.2)

# Bibliografija

- [1] *Example 92.5 Equivalence Testing with Lognormal Data*, [https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63033/HTML/default/viewer.htm#statug\\_ttest\\_sect013.htm](https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63033/HTML/default/viewer.htm#statug_ttest_sect013.htm).
- [2] *Measures of Skewness and Kurtosis*, <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35b.htm>.
- [3] *Two-Independent-Sample Design*, [http://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63033/HTML/default/viewer.htm#statug\\_ttest\\_a00000000126.htm](http://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63033/HTML/default/viewer.htm#statug_ttest_a00000000126.htm).
- [4] L. Jen pei C. Shein-Chung, *Design and analysis of bioavailability and bioequivalence studies*, Marcel Dekker, Inc., 2000.
- [5] Felsovalyi A. Sivo S.A. Keenan S.C Fan, X., *SAS for Monte Carlo Studies: A Guide for Quantitative Researchers*, 2002.
- [6] Narodne novine, *Pravilnik o ispitivanju bioraspoloživosti i bioekvivalenciji lijekova*, 1999, [http://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/1999\\_07\\_71\\_1305.html](http://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/1999_07_71_1305.html).
- [7] Jason C. Hsu Roger L. Berger, *Bioequivalence Trials, Intersection-Union Tests and Equivalence Confidence Sets*, *Statistical Science* **11** (1996), br. 4, 283–319.

# Sažetak

Analizom bioekvivalencije utvrđuje se jesu li dva lijeka ekvivalentna, odnosno imaju li isti terapijski učinak. Za ispitivanje se koriste dva dizajna, paralelni i cross-over, bazirani na dva jednostrana testa (TOST-u). Za dane granice ekvivalencije, koje kod paralelnog dizajna (kojeg sam i koristila u istraživanju) iznose 0.85 i 1.175, testira se na statističkoj razini značajnosti  $\alpha = 0.05$  da li je cijeli 90% pouzdani interval omjera sredina grupa sadržan unutar granica ekvivalencije. Ukoliko je, tada imamo ekvivalenciju.

Ispitivanjem utjecaja veličine i varijanci grupa na snagu TOST-a za dvije distribucije, normalne (skewness=0, kurtosis=0) i nenormalne (skewness=2 i kurtosis=11) zaključili smo da nije dobro imati premale (prevelike) varijance (npr. 25(400)) niti pak premale veličine grupa, kao npr. 10 ili 20 podataka po grupi. Sama distribucija za razumne veličine grupa i varijanci nema velikog utjecaja na snagu testa.

# Summary

Bioequivalence analysis is used to determine if two drugs are equivalent, i.e. if they have the same therapeutic effect. There are two designs in use, parallel and cross-over design. Both of them are based on two one-sided test (abbr. TOST) where we test if 90% confident interval of mean ratio is within bioequivalence limits 0.85 and 1.175, which are for parallel design, as I used it in my research.

By examining the influence of sizes and variances of two groups on power of TOST test for normal (skewness=0, kurtosis=0) and non-normal (skewness=2 i kurtosis=11) distribution, we conclude it is not good to have too small/high variances (e.g. 25(400)) or small number of subjects per group, like 10 od 20. Distribution doesn't have too much influences on power if sizes and variances of groups are reasonable.



# Dodatak A

## SAS kod

Za istraživački problem koristila sam SAS kod u ovom dodatku. Za generiranje podataka iz nenormalne distribucije koeficijenata asimetrije i spljoštenosti 2 i 11, koristila sam macro varijablu fleishman (preuzeto iz [5]). Kod normalne distribucije potrebno je samo kreirati dataset fleishman. Ostali komentari nalaze se u samom kodu.

```
%macro fleishman;
PROC IML;

    use skewkurt;
    read all var{skewness kurtosis} into skewkurt;

START NEWTON;
    RUN FUN;
    DO ITER = 1 TO MAXITER
        WHILE(MAX(ABS(F))>CONVERGE);
            RUN DERIV;
            DELTA=-SOLVE(J , F);
            COEF=COEF+DELTA;
            RUN FUN;
        END;
FINISH NEWTON;
MAXITER=25;
CONVERGE=.000001;
START FUN;
    X1=COEF[ 1 ];
    X2=COEF[ 2 ];
    X3=COEF[ 3 ];
    F=(X1**2+6*X1*X3+2*X2**2+15*X3**2 - 1)//
```

```

(2 * X2 * (X1 ** 2 + 24 * X1 * X3 + 105 * X3 ** 2 + 2) - SKEWNESS) //
(24 * (X1 * X3 + X2 ** 2 * (1 + X1 ** 2 + 28 * X1 * X3) + X3 ** 2 *
(12 + 48 * X1 * X3 + 141 * X2 ** 2 + 225 * X3 ** 2)) - KURTOSIS);
FINISH FUN;
START DERIV;
J = ((2 * X1 + 6 * X3) || (4 * X2) || (6 * X1 + 30 * X3)) //
((4 * X2 * (X1 + 12 * X3)) || (2 * (X1 ** 2 + 24 * X1 * X3 + 105 * X3 ** 2 + 2))
|| (4 * X2 * (12 * X1 + 105 * X3))) //
((24 * (X3 + X2 ** 2 * (2 * X1 + 28 * X3) + 48 * X3 ** 3)) ||
(48 * X2 * (1 + X1 ** 2 + 28 * X1 * X3 + 141 * X3 ** 2)) ||
(24 * (X1 + 28 * X1 * X2 ** 2 + 2 * X3 * (12 + 48 * X1 * X3 + 141 * X2 ** 2 + 225 * X3 ** 2)
+ X3 ** 2 * (48 * X1 + 450 * X3))));
FINISH DERIV;
DO;
NUM = NROW(SKEWKURT);
DO VAR=1 TO NUM;
SKEWNESS=SKEWKURT[VAR, 1];
KURTOSIS=SKEWKURT[VAR, 2];
COEF={1.0, 0.0, 0.0};
RUN NEWTON;
COEF=COEF';
SK_KUR=SKEWKURT[VAR, ];
COMBINE=SK_KUR || COEF;
IF VAR=1 THEN RESULT=COMBINE;
ELSE IF VAR>1 THEN RESULT=RESULT // COMBINE;
END;
PRINT "COEFFICEINTS OF B, C, D FOR FLEISHMAN'S POWER TRANSFORMATION";
PRINT "Y = A + BX + CX^2 + DX^3";
PRINT " A = -C";
MATTRIB RESULT COLNAME={({SKEWNESS KURTOSIS B C D})
FORMAT=12.9;
PRINT RESULT;
END;
create fleishman from result[colname={SKEWNESS KURTOSIS B C D}];
append from result;

QUIT;

%mend fleishman;

```

```

*****

```

```

data skewkurt;
  input skewness kurtosis;
  datalines;
  0 0          * for non-normal: 2 11;
;
run;

%fleishman;          * calling for macro variable fleishman, but only for
                    non-normal data;

                    * Fleishman coefficients for data shapes
                    non-equal size data (aa=2), equal size data (aa=1);
                    unequal variances (b=2), equal variances (b=1);

data fleishman;
  set fleishman;
  aa=1; b=1; c=0; d=0; SKEWNESS=0; KURTOSIS=0; output;
run;

*****

%MACRO BIOEQ;
%DO A=1 %TO 1;      * A=1: equal size data, A=2: non-equal size data;
%DO B=1 %TO 2;      * B=1: equal variance, B=2: unequal variance;
%LET ALPHA=0.05;    * nominal Type I error rate

                    * generate data for group T;

data groupT;
merge fleishman(where=(aa=&a)) meanvar(where=(aa=&a and bb=&b and group=1));
*meanvar is our basic dataset with datas we need; missing ;;
a=-c;
DO REP=1 TO 500; * 500 replications in each cell;
do i=1 to n;
x=RANNOR(0);
x=a + b*x + c* x**2 + d*x**3;
x=mean + sqrt(var)* x;
output;
end;
end;
run;

```

```

                                * generate data for group R;
data groupR;
merge fleishman(where=(aa=&a)) meanvar(where=(aa=&a and bb=&b and group=2));
a=-c;
DO REP=1 TO 500; * 500 replications in each cell;
do i=1 to n;
x=RANNOR(0);
x=a + b*x + c* x**2 + d*x**3;
x=mean + sqrt(var)* x;
output;
end;
end;
run;

                                * combine 2 groups data , vertical concatenation;
data dataall;
set groupT groupR;
run;
proc sort data=dataall;
by rep group;
run;

ods graphics off;
ods html close;
ods rtf close;
ods listing;

                                * run TTEST analysis , and output TTEST results for 90% CL Mean of
                                equivalence analysis to a SAS working data 'TTESTOUT';

PROC TTEST DATA=dataall dist=lognormal TOST(0.85, 1.176);
CLASS GROUP;
VAR X;
by rep;
ods output EquivLimits=TTESTOUT;
RUN;

ods graphics on;
ods html;

```

```

        /* proc datasets library=work; delete dataall group1 group2 aa ab;
           run; quit; */

PROC APPEND BASE=&resultsdata; RUN;
%END;
%END;
%MEND BIOEQ;

%let resultsdata=n10all;

        /* this data meanvar is for equal size data, but unequal variances,
           where mean for each group is 100, std for 1st group is 8, and
           for 2nd is 12, and each group have 20 subjects */

data meanvar;
input Aa Bb group mean var n;
datalines;
1 2 1 100 64 20
1 2 2 100 144 20
;
run;

%bioeq;

        * we use method='Satterthwaite' for unequal variance;
        * for equal variances, method='Pooled';

data equiv;
set work.Ttestout;
if (Assessment="Equivalent" & Method="Satterthwaite") then do; bio=1; end;
else if (Assessment="Not equivalent" & Method="Satterthwaite") then do; bio=0; end;
keep bio;
run;

proc freq data=equiv;
tables bio;
run;

```

# Životopis

Rođena sam 26. rujna 1992. godine u Nürnbergu, Republika Njemačka, a odrasla sam u Zagrebu, Republika Hrvatska, gdje i sada živim. Završila sam Osnovnu školu Sesevski Kraljevec u Sesevskom Kraljevcu te 2007. u Zagrebu upisala prirodoslovno-matematičku XV. gimnaziju, poznatiju kao MIOC. Po završetku srednje škole, 2011. godine sam u istom gradu upisala Prirodoslovno-matematički fakultet, smjer Matematika, te 2015. godine stekla titulu univ. bacc. math. Nakon toga upisala sam diplomski studij Matematička statistika na istom fakultetu.