

# Helij-neonski laser

---

**Hrastić, Kristina**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:956949>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-25**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Kristina Hrastić

HELIJ-NEONSKI LASER

Diplomski rad

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

SMJER: PROFESOR FIZIKE

**Kristina Hrastić**

Diplomski rad

**Helij-neonski laser**

Voditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Damir Veža

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2016.

*Zahvaljujem svom mentoru prof. dr. sc. Damiru Veži na pruženom znanju te strpljenu i pomoći pri pisanju diplomskog rada. Također želim zahvaliti dr. Sc. Maji Planinić na korisnim uvidima i uputama, i na kraju svojoj obitelji i prijateljima na pruženoj podršci i razumijevanju tijekom studija.*

## Sažetak

Princip rada lasera (tj. stimuliranu emisiju) je predložio još Albert Einstein 1917. godine, ali prvi je laser izrađen tek 40-ak godina kasnije i radio je u području mikrovalova (MASER, C.H.Townes et al, 1953). Prvi helij-neonski laser koji je radio u kontinuiranom načinu rada i emitirao zračenje u infracrvenom području na 1,15  $\mu\text{m}$  je napravio Ali Javan 1960. godine. Dvije godine kasnije postignuta je emisija svjetlosti u vidljivom području. Kao laserski medij u ovom laseru se koristi mješavina plinova helija i neona u izboju koji se pobuđuje pomoću visokonaponskog izvora. Pobuđeni atomi helija predaju energiju atomima neona tijekom sudara, a atomi neona se stimuliranom emisijom postepeno vraćaju u osnovno stanje. Medij se nalazi unutar optičkog rezonatora pomoću kojeg se postiže laserski efekt koji je moguć na nekoliko atomskih prijelaza. HeNe laser je poznat upravo zbog svojeg kontinuiranog zračenja u crvenom dijelu vidljivog spektra, na 632.8 nm. Zraka ostaje kolimirana i na velikim udaljenostima, pa se HeNe laser upotrebljava u raznim područjima, a očekivani vijek trajanja može biti čak i do 50 000 sati ovisno o veličini lasera. U ovom radu je opisan razvoj HeNe lasera, njegova građa, princip rada, te je prikazan primjer jednog školskog HeNe lasera.

# Helium-Neon Laser

## Abstract

Basic working principle of laser (stimulated emission) was suggested by Albert Einstein in 1917., but it took almost 40 years for a first microwave laser to be build (MASER, C.H.Townes et al, 1953). In 1960., Ali Javan managed to build first helium-neon laser which produced continuous beam of infrared rays ( $\lambda = 1,15 \mu\text{m}$ ). Couple of years later, emission of continuous beam in visible spectrum was accomplished. A mixture of helium and neon gas is used as medium and an electric discharge through the gas energizes helium which transfers that energy to neon through collision. Gas medium is placed inside optical resonator which gives of laser effect on several different atomic transitions. HeNe laser is famous for its continuous and coherent beam ( $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ ). Because of that coherent beam, which can stay focused over large distances, HeNe laser is used in many different areas, and has life expectancy of up to 50 000 hours. In this thesis is described development of HeNe laser, its basic structure, working principle and an example of school HeNe laser is provided.

## Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod.....</b>	<b>1</b>
1.1	Povijesni razvoj.....	1
1.2	Vrste lasera s obzirom na laserski medij.....	4
1.3	Vrste lasera s obzirom na broj nivoa.....	4
<b>2</b>	<b>Grada HeNe lasera .....</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Princip rada HeNe lasera .....</b>	<b>8</b>
3.1	Bohrov model atoma.....	8
3.2	Fotoni i energija .....	9
3.3	Spontana i stimulirana emisija.....	9
3.4	Einsteinovi koeficijenti .....	11
3.5	Inverzna naseljenost.....	12
3.6	Energetski dijagrami helija i neona .....	14
3.7	Optički rezonator .....	16
3.8	Brewsterov kut i Brewsterovi prozori.....	20
3.9	Longitudinalni modovi .....	21
3.10	Transverzalni modovi .....	21
3.11	Dopplerov efekt .....	22
<b>4</b>	<b>Prednosti, nedostaci i uporaba lasera.....</b>	<b>24</b>
4.1	Uporaba lasera .....	24
4.2	Holografija .....	25
4.3	Metrologija.....	27
4.4	Velocimetrija .....	28
4.5	Vibrometrija.....	29
4.6	Konfokalna mikroskopija.....	30
4.7	Primjer školskog HeNe lasera.....	32
<b>5</b>	<b>Metodički dio .....</b>	<b>34</b>
5.1	Priprema za nastavni sat: Sferna zrcala .....	36
5.1.1	Uvodni dio .....	37

5.1.2 Središnji dio .....	38
5.1.3 Završni dio .....	43
<b>6 Zaključak .....</b>	<b>47</b>



## 1. Uvod

Helij-neonski laser je bio jedan od prvih napravljenih lasera, a vrlo je popularan i danas. Jedan je od najčešće korištenih plinskih lasera koji kao aktivni laserski medij koristi mješavinu plinovitog helija i neona. Helij i neon se nalaze u cijevi u omjeru oko 10:1 i pod niskim tlakom. Najpoznatiji i najkorišteniji laser zrači u crvenom dijelu vidljivog spektra na 632.8 nm, ali je moguće postići zračenje i na drugim valnim duljinama: zelenoj (543.5 nm), žutoj (594 nm), narančastoj (612 nm) i u infracrvenom području (1.523  $\mu\text{m}$ ). Moguća je emisija i na drugim valnim duljinama u infracrvenom dijelu spektra. Ovisno o veličini, HeNe laser obično ima snagu između 0.5 i 50 mW u crvenom dijelu spektra, dok je snaga puno manja za ostale valne duljine. Laser daje monokromatsku, usmjerenu i koherentnu zraku, a očekivani vijek trajanja može biti čak i do 50 000 sati, ovisno o veličini lasera.

### 1.1 Povijesni razvoj

Laseri kakve poznajemo danas ne bi bili mogući bez razumijevanja da je svjetlost elektromagnetski val. 1900. godine Max Planck je uočio vezu između energije i frekvencije zračenja te je došao do zaključka da energija može biti emitirana ili apsorbirana samo u određenim paketićima koje je nazvao *kvanti*. Za svoje otkriće kvanta je dobio i Nobelovu nagradu 1918. godine. Njegova teorija je označila prekretnicu u fizici i inspirirala teoriju fotoelektričnog efekta Alberta Einsteina, u kojoj on pretpostavlja da svjetlost također može prenositi energiju u paketićima koje je nazvao *fotoni*. 1917. godine, Einstein predlaže proces stimulirane emisije, koji je kasnije postao temelj rada lasera. Pretpostavljao je da uz spontanu emisiju i apsorpciju, atomi mogu biti stimulirani tako da emitiraju fotone određene valne duljine. Bilo je potrebno još skoro 40 godina da znanstvenici shvate kako proizvesti pojačanje i koherentno generiranje elektromagnetskog zračenja (tj. stimuliranu emisiju), potvrđujući time Einsteinovu teoriju [1].

*MASER* - Nakon Drugog svjetskog rata znanstvenici su tražili način za generiranje elektromagnetskih valova valne duljine manje od centimetra koji bi služili za istraživanje molekularne strukture. U početku su pokušali preraditi dijelove radara koji su ostali nakon rata, ali to se ubrzo pokazalo nepraktičnim za dobivanje željenih valnih duljina. Charles Townes, koji je radio kao inženjer na radarima tijekom rata, našao je rješenje 1950. godine. Pretpostavio je da bi same molekule bile dobar izvor zračenja željenih valnih duljina, kada bi se samo moglo potaknuti veliki broj molekula da emitiraju fotone istovremeno. Rješenje

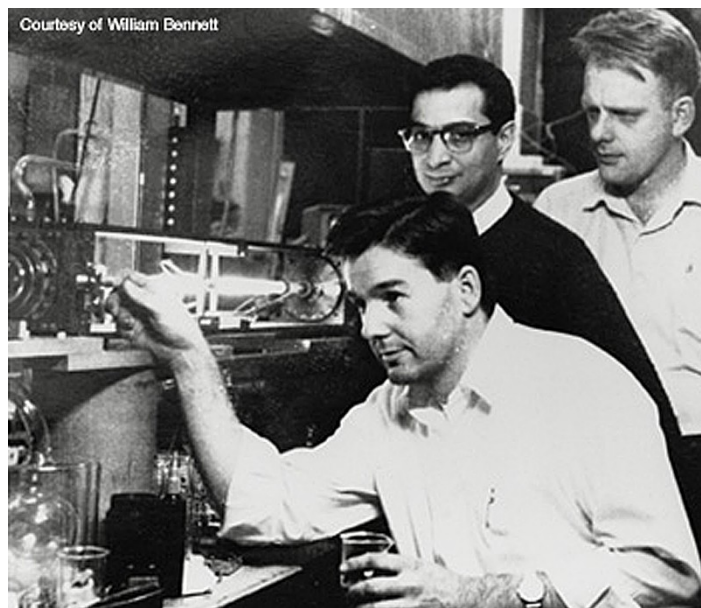
tog problema je došlo korištenjem Einsteinove teorije stimulirane emisije koju su iskoristili Willis Lamb i Robert Rutherford 1947. godine za istraživanje strukture vodikovog atoma. Townes je pretpostavljao sljedeće - kada bi se mogla postići određena naseljenost pobuđenih molekula u rezonantnoj šupljini odgovarajućih dimenzija, dio fotona emitiranih tijekom spontane emisije bi se reflektirao nazad u medij i međudjelovao s molekulama, uzrokujući tako stimuliranu emisiju, čime bi se ostvario pojačani signal.

Townes je sa svojim suradnicima, Herbertom Zeigerom i Jamesom Gordonom, 1954. godine konstruirao mikrovalni oscilator u kojem su kao medij koristili plinoviti amonijak ( $\text{NH}_3$ ) i proizveli pojačano mikrovalno zračenje. Svoj su uređaj nazvali MASER (eng. *Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation* ili prevedeno – pojačavanje mikrovalova pomoću stimulirane emisije zračenja). MASER je zračio na valnim duljinama oko 1cm i proizvodio oko 10nW snage. Iako je izlazna snaga bila mala, gotovo sva energija je bila koncentrirana u jednoj oštroj liniji spektra, karakteristične valne duljine i uz jako malo šuma. Nezavisno od njih, u Rusiji, Nikolaj Basov i Aleksandar Prohorov također predlažu princip rada mikrovalnog oscilatora koji se temelji na stimuliranoj emisiji te konstruiraju MASER 1955. godine. Townes, Basov i Prohorov su za svoj rad dobili Nobelovu nagradu 1964. godine [2].

*LASER* - Nakon što su Charles Townes i Arthur Schawlow 1958. godine predložili princip rada MASER-a koji bi davao zračenje u vidljivom području, nekoliko laboratorija diljem Amerike je pokrenulo istraživanja u nadi da će uspjeti postići željene valne duljine zračenja. Prvi je to postigao Theodore Maiman koji je 1960. godine u Hughes Laboratories konstruirao prvi laser koristeći štapić od umjetnog rubina (aluminijev oksid s atomima kroma kao primjesama koje mu daju specifičnu crvenu boju), dugačkog nekoliko centimetara i promjera jednog centimetar. Krajnje plohe štapića su bile ravne, međusobno paralelne, polirane i presvučene slojem srebra kako bi bile reflektirajuće. Takav uređaj je poznat po imenu Fabry-Perotov etalon. Za pobudu medija služila je bljeskalica velike snage, a izlazno zračenje nije bilo kontinuirano nego u obliku pulseva. Analogno imenu MASER, uređaj je bio nazvan LASER (eng. *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* ili prevedeno - pojačavanje svjetlosti pomoću stimulirane emisije zračenja) [3].

Istovremeno, u Bell Labs, Ali Javan je pokušavao postići emisiju vidljive svjetlosti pomoću plina umjesto čvrstog medija. Javan je ideju za laser dobio nakon razgovora s Schawlowom te je nakon detaljnog istraživanja predložio princip rada plinskog lasera po kojem se elektroni prvo sudaraju s atomima helija i tako ih pobuđuju u viša stanja, nakon

čega atomi helija sudarima predaju energiju atomima neona te ih pobuđuju u metastabilna stanja. Javan je očekivao da će na taj način postići invertiranu populaciju pobuđenih atoma neona. Uz pomoć Williama Benetta i Donalda Harriotta počeo je konstruirati laser. Nakon nekoliko neuspjelih pokušaja uspjeli su napraviti konstrukciju koja je davala željeni efekt. Laser je sadržavao smjesu plinovitog helija i neona te je emitirao kontinuirano zračenje u infracrvenom području na  $1,15 \mu\text{m}$ , a energija potrebna za pobudu plina se dovodila u sustav pomoću električnog izboja. Nekoliko mjeseci nakon Maimanovog uspjeha, Javan, Bennett i Herriott (slika 1.1) su predstavili HeNe laser (prvi plinski laser) koji je emitirao kontinuiranu zraku umjesto pulseva.



Slika 1.1: Don Herriott, Ali Javan and William Bennett (s lijeva na desno) s prvim helij-neonskim laserom u Bell Labs [4]

Njihovo istraživanje su nastavili Alan White i Dane Rigden koji su usavršili HeNe laser i nastavili eksperimentirati s njim. Uspjeli su povećati izlaznu snagu lasera te su otkrili nove detalje u spektru, uključujući metastabilno stanje helija. Pretpostavili su da bi to metastabilno stanje moglo potaknuti emisiju fotona pobuđenog neona u vidljivom području ( $632.8 \text{ nm}$ ). U laser su postavili nova zrcala koja su imala najveću reflektivnost u crvenom dijelu vidljivog spektra, te su 1962. godine demonstrirali poboljšani HeNe laser [4].

### 1.2 Vrste lasera s obzirom na laserski medij

Nakon uspješne demonstracije rubinskog i HeNe lasera koji su emitirali zraku u vidljivom području spektra, drugi tipovi lasera su se razvili vrlo brzo, a nastavljaju se razvijati i danas. Neke vrste lasera koji se koriste danas su:

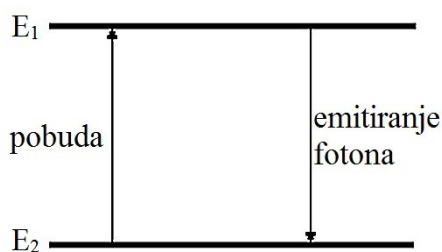
- plinski laseri (imaju laserski medij u plinovitom stanju, najčešće korišteni su HeNe laser, argonski laser i CO<sub>2</sub> laser)
- laseri s čvrstom jezgrom (imaju jezgru napravljenu od kristala ili amorfne tvari, često u obliku štapića; prvi takav laser je bio rubinski laser iz 1960. g., a danas se koristi i Nd:YAG laser koji daje infracrveno zračenje)
- poluvodički laseri (ili diodni laseri) koji se sastoje od sićušnog poluvodičkog kristala
- kemijski laseri (koriste određene kemijske reakcije koje mogu proizvesti molekule u pobuđenom stanju, npr. ArF ili XeF) [5].

### 1.3 Vrste lasera s obzirom na broj nivoa

Laseri se mogu podijeliti i ovisno o načinu dobivanja inverzne populacije potrebne za laserske prijelaze.

#### a) Sustav s dva nivoa

U ovakvom hipotetskom sustavu se uz apsorpciju istovremeno vrše i stimulirani prijelazi na niži nivo (slika 1.2). Za dovoljno veliku pobudu, moguće je postići da se pola atoma nalazi u pobuđenom stanju E<sub>2</sub>, a pola u osnovnom stanju E<sub>1</sub>.

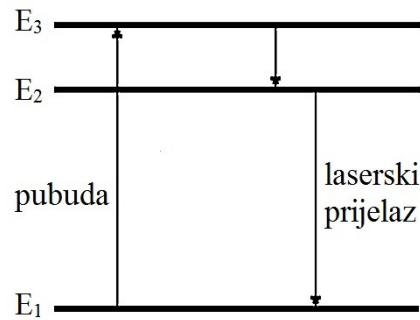


Slika 1.2: Sustav s dva energetska nivoa

U ovakvom sustavu je praktično nemoguće postići inverznu populaciju stanja koja je potrebna za laserske prijelaze. Realne molekule i atomi imaju više od dva energetska nivoa, pa se uglavnom koriste (pojednostavljeni) modeli s tri ili četiri energetska nivoa.

b) Sustav s tri nivoa

U početnom trenutku se najveći broj atoma nalazi u osnovnom stanju  $E_1$ . Atomi se pobuđuju na viši energetska nivo  $E_3$ , iz kojeg se vrlo brzo relaksiraju u metastabilno stanje  $E_2$  (slika 1.3). Ako je pobuda dovoljno velika, nakon određenog vremena, više od polovice atoma će se naći u stanju  $E_2$ , čime se postiže inverzna populacija stanja između nivoa  $E_2$  i  $E_3$  potrebna za laserske prijelaze.

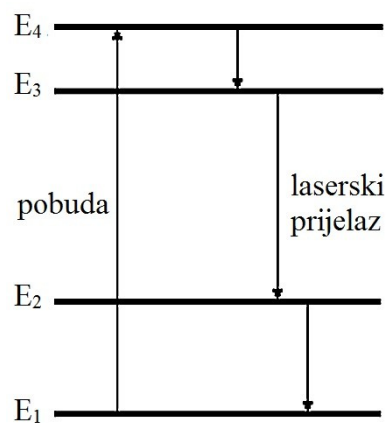


Slika 1.3: Sustav s tri energetska nivoa

Nedostatak ovakvog sustava je u tome što donji nivo laserskog prijelaza nije prazan. To se rješava povećanjem broja nivoa na četiri.

c) Sustav s četiri nivoa

Ovaj sustav ima dodatni energetska nivo  $E_2$  iznad osnovnog stanja  $E_1$ . U ovom slučaju se inverzija populacije postiže između nivoa  $E_2$  i  $E_3$  (slika 1.4). Dodatni nivo  $E_2$  ima vrlo kratko vrijeme života zbog čega se brzo prazni i na taj način olakšava održavanje inverzne populacije stanja [6].

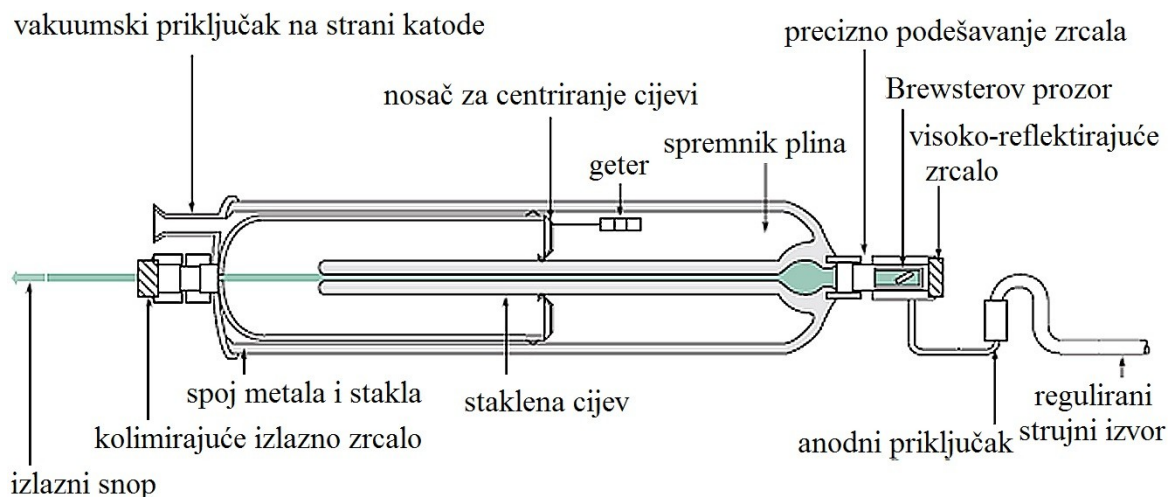


Slika 1.4: Sustav s četiri energetska nivoa

HeNe laser koristi upravo ovakav način dobivanja inverzne populacije. Detaljniji opis procesa je dan u trećem poglavlju.

## 2. Građa HeNe lasera

HeNe laser se sastoji od 3 komponente - laserskog medija, laserske „pumpe“ i optičkog rezonatora (slika 2.1).



Slika 2.1: Shematski prikaz HeNe lasera [7]

Laserski medij se sastoji od mješavine helija i neona u omjeru između 5:1 ili 14:1 i nalazi se u zatvorenoj staklenoj cijevi pod niskim tlakom od oko 130Pa (1mmHg). Ovisno o izlaznoj snazi lasera, cijev može biti široka od 1 do nekoliko centimetara i dugačka od 15 do nekoliko desetaka centimetara. Atomi helija se mogu lako pobuditi te se takvi sudaraju s atomima neona. Ti sudari prenose energiju atomima neona i oni prelaze u pobuđeno stanje. Pri prelasku u niža stanja, atomi neona emitiraju fotone specifične valne duljine – 632.8nm. Bez atoma helija, neon bi bio uglavnom pobuđen u niža stanja, a fotoni emitirani pri prelasku u osnovno stanje nalazili bi se izvan vidljivog područja [6]. Zbog niskog tlaka koji je potreban za rad lasera, u cijev se dodaje i supstanca za uklanjanje nečistoća (eng. *getter*) koje uglavnom nastaju tijekom izlaska plina iz cijevi ili erozijom elektroda tijekom električnog pražnjenja [7].

Laserska „pumpa“ je mehanizam koji osigurava energiju za rad lasera, a vrsta „pumpe“ koja se koristi ovisi o laserskom materijalu. HeNe laser kao pumpu koristi električni izboj u plinskoj mješavini helija i neona, tijekom kojeg dolazi do pobude atoma neona pomoću atomskih sudara drugog reda. Ovakav način pobude koristi se u plinskim smjesama koje imaju dvije komponente (u ovom slučaju to su helij i neon), a atomi moraju imati neke energetske razine približno jednake da bi došlo do pobude. Sama pobuda se odvija u dva koraka: prvo se sudarom elektrona pobuđuje atom helija, nakon čega se sudarom pobuđenog atoma helija s atomom neona, atom neona prelazi u pobuđeno

stanje, dok se atom helija se vraća u osnovno stanje. Laserski prijelazi nastaju u atomu neona.

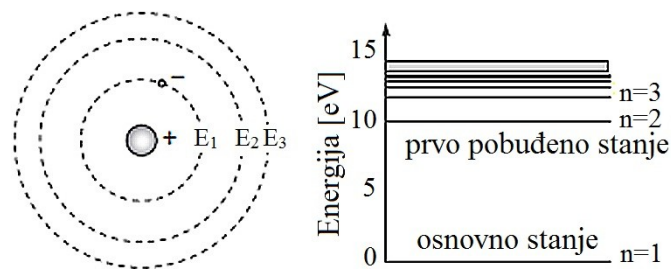
Elektrode koje dovode elektrone u medij su smještene blizu krajeva cijevi te je na njih spojen izvor visokog istosmjernog napona (slika 2.1). Jakost struje koja se dovodi mediju je između 3mA i 20mA, u krug je spojen i balastni otpornik koji stabilizira električni izboj. Za održavanje ionizacije je potreban visoki napon (oko 1000V), dok je za samo pokretanje ionizacije potreban još veći napon (tzv. napon paljenja). Taj napon se primjenjuje u trenutku paljenja uređaja i traje samo nekoliko mikrosekundi, nakon čega uređaj radi na konstantnom naponu od oko 1000V.

Optički rezonator se sastoji od dva međusobno paralelna zrcala smještena na krajevima cijevi. Fotoni koji se gibaju paralelno s osi između zrcala se na njima reflektiraju i uzrokuju stimuliranu emisiju dodatnih fotona koji se kreću u istom smjeru. Na ovaj se način u kratkom roku postiže dominantan smjer emisije fotona koji je uvijek duž osi između zrcala. U standardnoj konfiguraciji, jedno zrcalo je u potpunosti reflektirajuće, dok drugo propušta oko 1% ulazne svjetlosti. Zraka svjetlosti koju vidimo je nastala od fotona koji su prošli kroz to djelomično propusno zrcalo [6].

### 3. Princip rada HeNe lasera

#### 3.1 Bohrov model atoma

Niels Bohr je početkom dvadesetog stoljeća predložio model atoma vodika koji je objašnjavao niz fenomena koji su godinama zbunjivali znanstvenike. Iako model nije u potpunosti točan prema današnjim standardima, u to vrijeme je postao temelj kvantne mehanike. U Bohrovom modelu (slika 3.1) elektroni se gibaju po kružnici oko pozitivne jezgre pod utjecajem Coulombove sile. Te kružnice se nazivaju orbite, fiksne su i postoji određeni broj stabilnih orbita koje su dostupne elektronima. Pod određenim uvjetima, elektron može prijeći iz svog osnovnog stanja u više, pobuđeno stanje ili se relaksirati iz pobuđenog stanja u osnovno, ali ne može se naći između tih stanja. Dozvoljene orbite u kojima se elektron može naći se nazivaju kvantna stanja i označavaju se s kvantnim brojevima (1, 2, 3, itd.).



Slika 3.1: Bohrov model atoma i jednostavni energetska dijagram [7]

Kvantna stanja se mogu predočiti energetska dijagramom koji je prikazan na slici 3.1. Da bi elektron mogao prijeći u pobuđeno stanje potrebno mu je dovesti energiju što se može ostvariti na više načina: neelastičnim ili djelomično elastičnim sudarima s atomima ili apsorpcijom energije putem elektromagnetskog zračenja. Analogno tome, atom pri prijelazu iz pobuđenog stanja u osnovno stanje emitira određenu količinu energije. Energija koju atom emitira ili apsorbira biti će jednaka razlici energija između ta dva stanja, tj.:

$$\Delta E = E_m - E_n \quad (3.1)$$

gdje je  $E_m$  energija višeg pobuđenog stanja, a  $E_n$  energija nižeg pobuđenog stanja [7].



### 3.2 Fotoni i energija

Vežu između frekvencije zračenja i energije je izveo Max Planck:

$$E = h\nu, \quad (3.2)$$

gdje je  $\nu$  frekvencija, a  $h$  Planckova konstanta ( $h=6.626 \times 10^{-34}$  Js). Frekvencija i valna duljina su povezani formulom

$$\lambda\nu = c, \quad (3.3)$$

gdje  $\lambda$  predstavlja valnu duljinu, a  $c$  brzinu svjetlosti u vakuumu ( $c=3 \times 10^8$  m s<sup>-2</sup>), pa se jednadžba (3.2) može zapisati u obliku:

$$E = \frac{hc}{\lambda}. \quad (3.4)$$

Iz jednadžbe je vidljivo da energija pada s povećanjem valne duljine pa će ultraljubičasto zračenje imati veću energiju od infracrvenog.

Ako formulu (3.4) primijenimo na Bohrov model atoma, možemo dobiti valnu duljinu fotona kojeg će elektron moći apsorbirati kako bi se pobudio u više stanje:

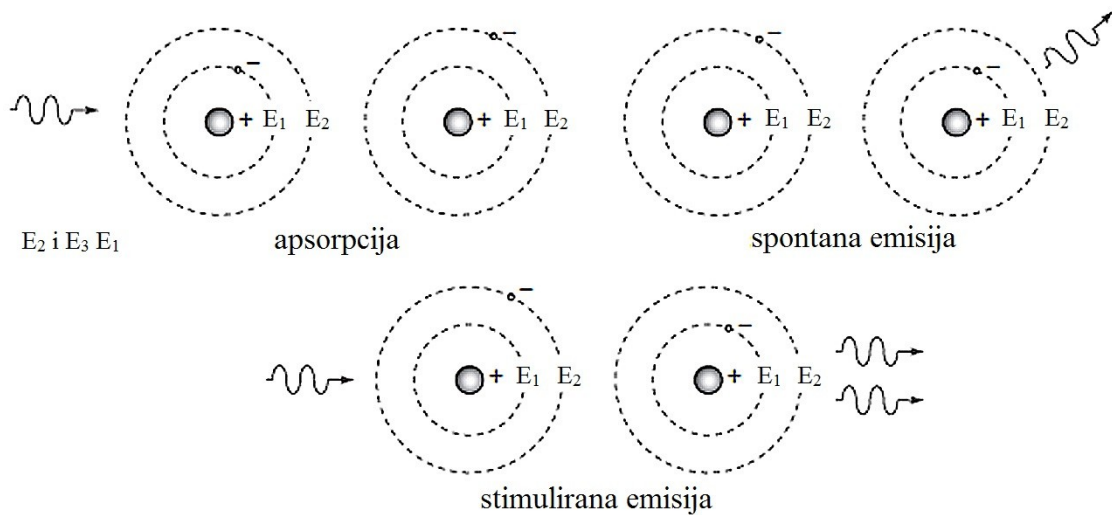
$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E}, \quad (3.5)$$

pri čemu je  $\Delta E$  razlika energija početnog i konačnog stanja atoma. Dobivena formula vrijedi i za određivanje valne duljine emitiranog zračenja [6].

### 3.3 Spontana i stimulirana emisija

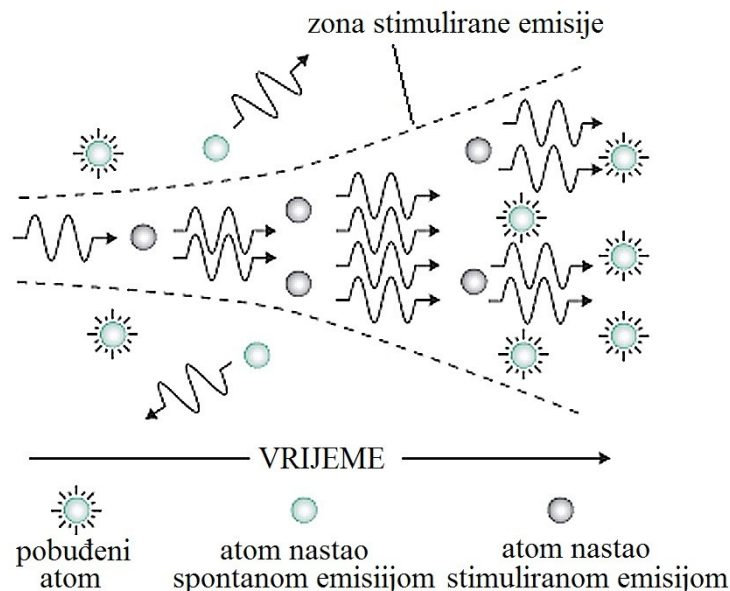
Atomi pobuđeni sudarima s elektronima nalaze se u nestabilnom stanju i spontanom emisijom (slika 3.2) se brzo vraćaju u svoje osnovno stanje pri čemu emitiraju foton u nasumičnom smjeru i s nasumičnom fazom. Prosječno vrijeme potrebno za povratak elektrona u osnovno stanje naziva se vremenska konstanta spontane emisije i označava se s  $\tau$ .

Stimulirana emisija (slika 3.2) se događa kada atome izložimo svjetlosti visokog intenziteta. U slučaju da foton energije  $E_2-E_1$  pogodi atom koji se nalazi u pobuđenom stanju  $E_2$ , atom će otpustiti foton pri prelasku u osnovno stanje  $E_1$ . Otpušteni foton će se gibati u istom smjeru, s istom fazom kao i upadni foton.



Slika 3.2: Procesi apsorpcije, spontane i stimulirane emisije [7]

Proces stimulirane nastavlja se lančano širiti. Pretpostavimo da se svi atomi u grupi (slici 3.3) nalaze u istom pobuđenom stanju, da je njihov  $\tau$  velik i da je šansa za stimuliranu emisiju 100%. Energiju potrebnu za pobuđivanje atoma je potrebno dovesti izvana. Upadni foton međudjeluje s prvim atomom i uzrokuje stimuliranu emisiju fotona čime dobivamo dva koherentna fotona koji međudjeluju sa sljedeća dva atoma. Rezultat su četiri koherentna fotona koji ponovno međudjeluju sa sljedećim atomima. Svi nastali fotoni imaju iste faze i gibaju se u istom smjeru, tj. koherentni su. Na taj način se dobiva velik broj fotona pomoću nekoliko stimuliranih emisija.



Slika 3.3: Pojačanje pomoću stimulirane emisije [7]

Ovakva reprodukcija fotona zvuči jednostavno u teoriji, ali ju je eksperimentalno nemoguće postići. Naime, u realnom slučaju, šansa za stimuliranu emisiju je mala te se svi

atomi ne nalaze u pobuđenom stanju već upravo suprotno. Prema Boltzmannovom principu, za skupinu atoma u termodinamičkoj ravnoteži, relativna naseljenost bilo koja dva energetska nivoa jednaka je:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\exp(-(E_2 - E_1))}{kT}, \quad (3.6)$$

gdje su  $N_1$  i  $N_2$  populacije donjeg i gornjeg energetskog nivoa,  $T$  temperatura ravnoteže, a  $k$  Boltzmannova konstanta ( $k = 1.38064852 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}$ ). Razliku energije možemo zapisati preko frekvencije (3.2) pa dobivamo:

$$\Delta N = N_1 - N_2 = \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right) N_1. \quad (3.7)$$

U osnovnom stanju će uvijek biti više atoma nego u pobuđenom. S obzirom da je vjerojatnost da atom apsorbira foton jednaka vjerojatnosti da pobuđeni atom emitira foton procesom stimulirane emisije, skupina atoma će efektivno apsorbirati energiju, a ne je emitirati, pa pojačanje neće biti moguće. Da bi ostvarili stanje pogodno za rad lasera, potrebno je postići inverznu naseljenost stanja [7].

### 3.4 Einsteinovi koeficijenti

Razmotrimo grupu atoma s  $N_1$  atoma u stanju  $E_1$  i  $N_2$  atoma u stanju  $E_2$  te pretpostavimo da se sustav nalazi u termodinamičkoj ravnoteži. Takav sustav će biti opisan Boltzmannovom raspodjelom (3.6). Promjena broja atoma u stanju  $E_2$  zbog spontane emisije je dana sa:

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2, \quad (3.8)$$

gdje je  $A_{21}$  Einsteinov koeficijent za spontanu emisiju, tj. vjerojatnost da atom spontano prijeđe iz stanja  $E_2$  u stanje  $E_1$ .

Taj proces uzrokuje povećanje broja atoma u stanju  $E_1$ :

$$\frac{dN_1}{dt} = A_{21}N_2. \quad (3.9)$$

Nadalje, promjena broja atoma u stanju  $E_1$  zbog stimulirane emisije je dana sa:

$$\frac{dN_1}{dt} = B_{21}N_2u(\nu), \quad (3.10)$$

gdje je  $B_{21}$  Einsteinov koeficijent za stimuliranu emisiju, tj. vjerojatnost da će atom prijeći iz stanja  $E_2$  u stanje  $E_1$  procesom stimulirane emisije, a  $u(\nu)$  gustoća energije.

Na promjenu broja atoma  $N_1$  u stanju  $E_1$  utječe još i apsorpcija:

$$\frac{dN_1}{dt} = -B_{12}N_1u(\nu), \quad (3.11)$$

pri čemu je  $B_{12}$  Einsteinov koeficijent za apsorpciju, tj. vjerojatnost da će atom u stanju  $E_1$  apsorbirati foton i prijeći u pobuđeno stanje  $E_2$ .

Ukupna promjena broja atoma u nivou  $E_1$  mora biti jednaka nuli:

$$A_{21}N_2 + B_{21}N_2u(\nu) - B_{12}N_1u(\nu) = 0. \quad (3.12)$$

Iz jednadžbe (3.12) možemo izlučiti gustoću energije:

$$u(\nu) = \frac{A_{21}N_2}{B_{12}N_1 - B_{21}N_2}. \quad (3.13)$$

Jednadžbu 3.13 možemo podijeliti s  $N_2$  te upotrijebiti izraz za Boltzmannovu raspodjelu (3.6):

$$u(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \left( \frac{B_{12}}{B_{21}} e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)^{-1}. \quad (3.14)$$

Dobiveni izraz možemo usporediti s Planckovim zakonom zračenja pošto smo pretpostavili da se sustav nalazi u termodinamičkoj ravnoteži:

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \left( e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)^{-1}. \quad (3.15)$$

Usporedbom jednadžbi 3.14 i 3.15, dobivaju se izrazi za Einsteinove koeficijente:

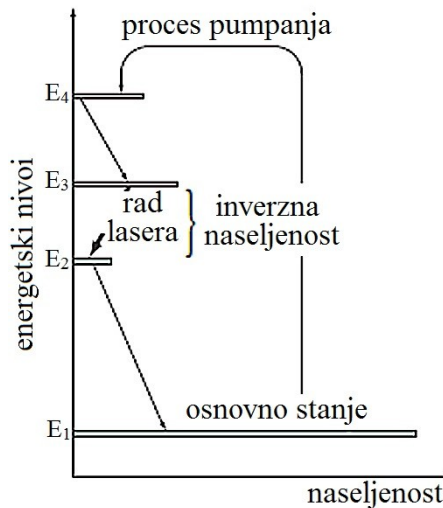
$$B_{12} = B_{21}, \quad (3.16)$$

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}. \quad (3.17)$$

Iz jednakosti 3.16 je vidljivo da je vjerojatnost stimulirane emisije jednaka vjerojatnosti za apsorpciju, a relacija 3.17 određuje uvjete koje je potrebno uzeti u obzir pri odabiru medija koji će se koristiti u laseru [6].

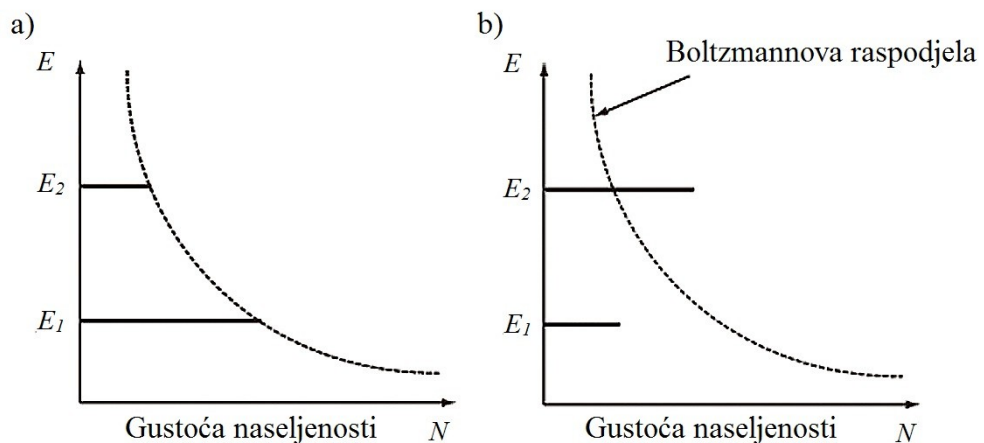
### 3.5 Inverzna naseljenost

Do sada smo razmatrali jednostavan slučaj sa samo 2 energetska nivoa, u kojem elektron prelazi s nivoa više energije na nivo niže energije i obratno. Međutim, atomi imaju puno energetskih stanja i svako od tih stanja ima vlastitu vremensku konstantu  $\tau$ . Razmotrimo sustav koji ima 4 energetska nivoa za koja su dopušteni svi prijelazi (slika 3.4).



Slika 3.4: Inverzna populacija stanja [7]

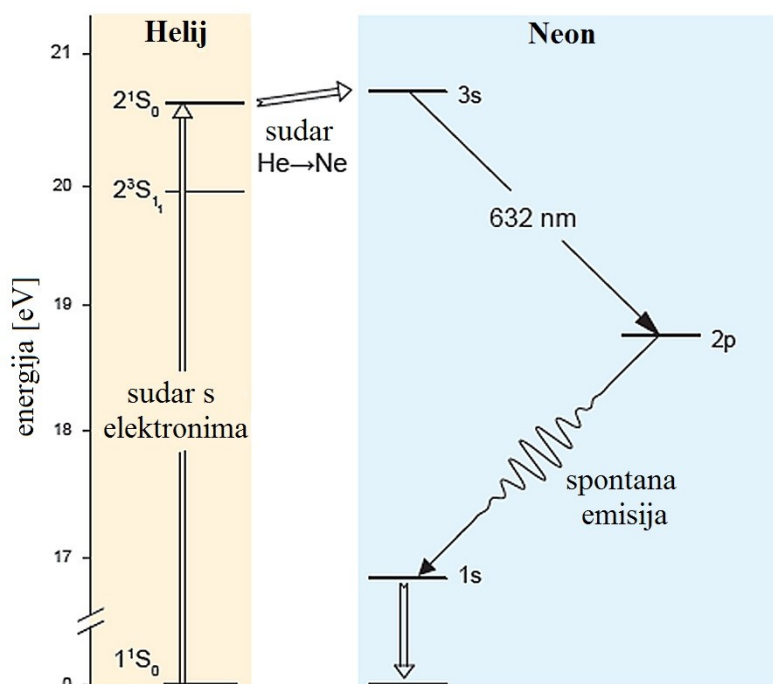
Pomoću procesa pumpanja dovodimo energiju u sustav i pobuđujemo atome iz stanja  $E_1$  u stanje  $E_4$ . Atom nakon pobuđenja pada u stanje  $E_3$ , zatim u stanje  $E_2$  i konačno u stanje  $E_1$ . Pri svakom prijelazu se emitira foton čija energija odgovara upravo razlici energija konačnog i početnog stanja elektrona. Pretpostavimo da je vremenska konstanta ( $\tau$ ) prelaska između stanja  $E_3$  i  $E_2$  puno veća od one prelaska između stanja  $E_2$  i  $E_1$ . Veća vremenska konstanta znači da će atom duže ostati u tom stanju pa dolazi do inverzne naseljenosti između nivoa  $E_3$  i  $E_2$ . Zahvaljujući inverznoj naseljenosti, postoji više fotona nastalih tijekom prelaska atoma iz stanja  $E_3$  u stanje  $E_2$  nego tijekom drugih prijelaza, a njihov broj se dalje povećava procesom stimulirane emisije. Na slici 3.5 je prikazana usporedba Boltzmannove raspodjele s raspodjelom dobivenom pomoću inverzne naseljenosti [6].



Slika 3.5: a) Boltzmannova raspodjela  
b) Inverzna naseljenost stanja [8]

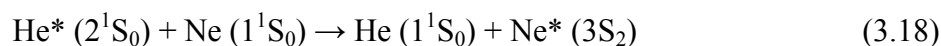
### 3.6 Energetski dijagrami helija i neona

Na slici 3.6 je prikazan djelomični energetski dijagram helija i neona, na kojemu su prikazani samo nivoi važni za rad lasera koji daje izlaznu zraku u crvenom dijelu spektra.



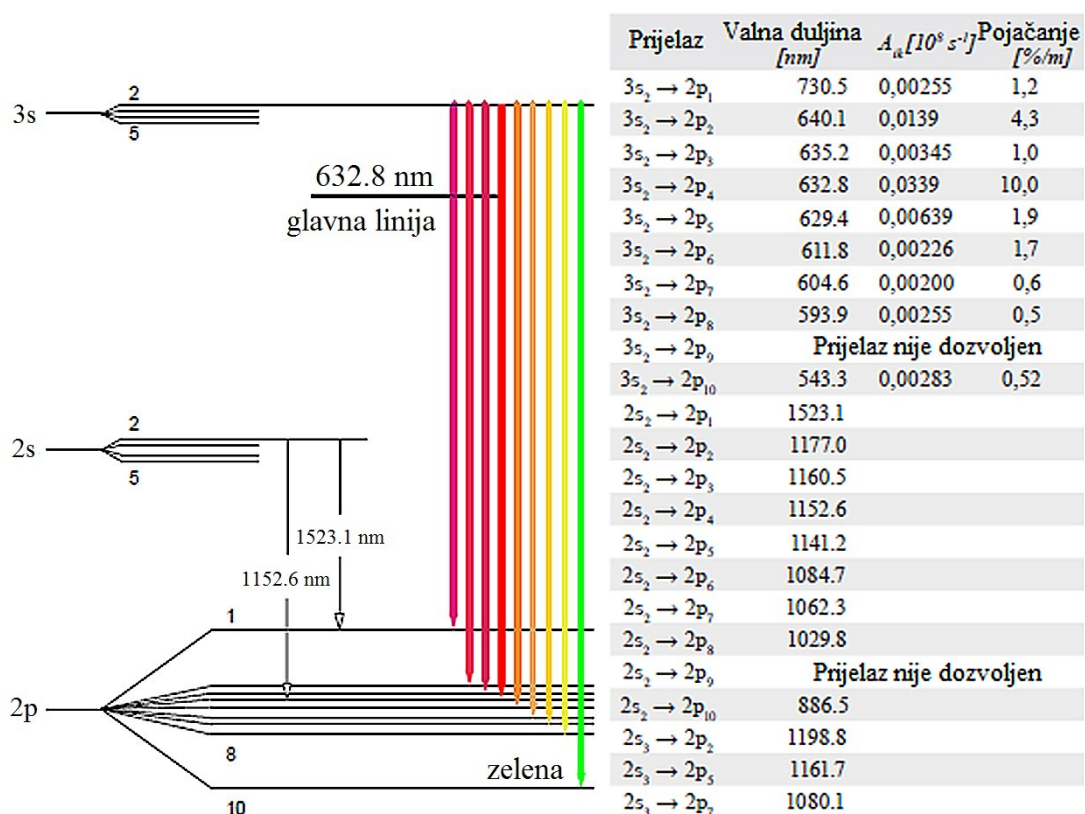
Slika 3.6: Pojednostavljeni energetski dijagram helija i neona [9]

Prilikom električnog izboja, u mediju dolazi do sudara elektrona s atomima helija i neona te pobuđivanja atoma na različite energetske nivoe. Većina tih nivoea je nestabilna i pobuđeni atomi se brzo vraćaju u osnovno (ili prvo stabilno) stanje procesom spontane emisije. U atomu helija postoje 2 metastabilna stanja s dužim vremenima života. To su stanja  $2^3S_1$  ( $\tau=20$  ms) i  $2^1S_0$  ( $\tau \geq 600$  ms), prikazana su na slici 3.6. Gustoća pobuđenih atoma u navedenim stanjima brzo raste jer se ta stanja ne postižu samo sudarima s elektronima, već i spontanom emisijom iz stanja viših energija. Sa slike 3.6 je vidljivo da je nivo helija  $2^1S_0$  energetski vrlo blizu nivou  $3s$  neona što omogućuje prijenos energije pobuđenja između ta dva atoma. Energije metastabilnih stanja helija i neona su:  $E(\text{He}^*(2^1S_0))=20.61\text{eV}$  i  $E(\text{Ne}^*(3S_2))=20.66\text{eV}$ . Sudarom pobuđenog atoma helija u stanju  $2^1S_0$  s atomom neona u osnovnom stanju  $1^1S_0$ , dolazi do prijenosa energije pri čemu se helij vraća u osnovno stanje  $1^1S_0$ , a neon je pobuđen u stanje  $3S_2$ . Ovakav prijenos energije je moguć i događa se s visokom vjerojatnošću samo zbog bliskih energetskih nivoea ovih atoma (tzv. rezonancija,  $\Delta E=50\text{meV}$ ). Proces prijenosa energije između atoma helija i neona se može prikazati sljedećom relacijom:



Do sada je opisan način dobivanja dobro poznate crvene zrake ( $\lambda=632\text{ nm}$ ), no neon ima nekoliko drugih stanja čiji se prijelazi mogu koristiti za dobivanje velikog broja linija različitih valnih duljina u laboratorijima. Neki od tih prijelaza su prikazani na slici 3.7.

Gustoća pobuđenih atoma neona u stanju  $3s$  raste zahvaljujući sudarima s atomima helija u stanju  $2^1S_0$ , a stanje  $2s$  je naseljeno sudarima s atomima u  $2^3S_1$  stanju. Stanje neona  $3s$  se sastoji od 4 podstanja od kojih je najgušće naseljeno stanje  $3S_2$  (gustoća naseljenosti ostalih nivoa je približno 400 puta manja). Prijelazi između  $3S_2$  i  $2p_i$  stanja daju fotone u vidljivom dijelu spektra, a prijelazi između  $2s_i$  i  $2p_i$  stanja daju fotone u infracrvenom dijelu spektra. Indeks  $i$  označava broj podstanja u kojem se elektron nalazi. Atomi neona u  $2p$  stanju veoma su nestabilni i u vrlo kratkom vremenu se vraćaju u osnovno stanje, zbog čega u bilo kojem trenutku postoji više atoma neona u  $3S_2$  stanju nego u  $2p$  stanju te se tako postiže inverzna populacija između ta dva nivoa. U tablici uz sliku 3.7 prikazani su najvažniji laserski prijelazi, Einsteinovi koeficijenti za vidljivi dio spektra i odgovarajuća pojačanja [6].



Slika 3.7: Neki od mogućih prijelaza neona [9] i tablica najvažnijih laserskih prijelaza i njihovih valnih duljina [9]

### 3.7 Optički rezonator

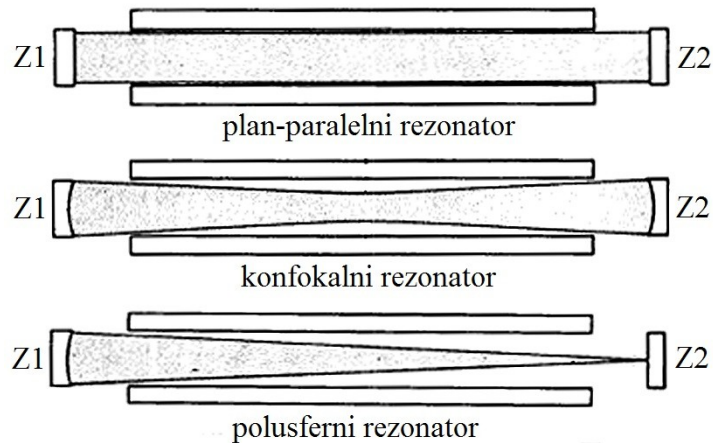
Zahvaljujući inverziji naseljenosti možemo pojačati signal pomoću stimulirane emisije, ali, bez korištenja neke vrste pojačanja, ukupna količina zračenja koju atomi neona mogu emitirati nije dovoljna za proizvodnju dovoljno jake zrake. Slično kao i u običnoj žarulji, fotoni su emitirani u nasumičnim smjerovima zbog čega je nemoguće dobiti fokusiranu zraku. Da bi ovakav sustav pretvorili u laser, potrebna je neka vrsta pozitivne povratne veze koja bi uzrokovala da većina atoma u mediju pridonosi koherentnom i usmjerenom izlaznom signalu. Tome služi rezonator, sustav dva paralelna zrcala smještena oko laserskog medija, koja omogućuju pojačavanje zrake (slika 3.8). Prostor između zrcala naziva se rezonantna šupljina. Prilikom refleksije, fotoni koji se ne gibaju paralelno s osi između zrcala izlaze iz medija, a oni koji se gibaju paralelno s osi vraćaju se u medij i potiču daljnje procese stimulirane emisije. Svi fotoni dobiveni na ovaj način će se gibati u istom smjeru, paralelno s osi između zrcala. U standardnoj konfiguraciji, jedno zrcalo je u potpunosti reflektirajuće, dok drugo propušta oko 1% ulazne svjetlosti, iz čega slijedi da je snaga upadne zrake na zrcalo skoro 100 puta veća od snage izlazne zrake. Zraka svjetlosti koju vidimo je nastala od fotona koji su prošli kroz djelomično propusno zrcalo.

Postoji nekoliko načina za konstrukciju optičkog rezonatora (slika 3.8). Najjednostavniji rezonator sastoji se od dva ravna, paralelno postavljena zrcala (eng. *plane parallel resonator*) i gotovo se uopće ne koristi. Takav sustav je veoma teško namjestiti, veoma je nestabilan i ima velike difrakcijske gubitke jer u medij reflektira samo one fotone čiji je upadni kut strogo okomit na zrcalo.

Konfokalni rezonator (eng. *confocal resonator*) ima dva konkavna zrcala ( $Z_1$  i  $Z_2$ ) istog radijusa, a svako zrcalo se nalazi u centru zakrivljenosti onog drugoga. Iako je ovakav sustav lakše namjestiti nego prethodni, pa se dosta često koristi, mala odstupanja u udaljenosti između zrcala mogu uzrokovati probleme.

Polusferni rezonator (eng. *hemispherical resonator*) sastoji se od ravnog zrcala ( $Z_1$ ) koje se nalazi u centru zakrivljenosti konkavnog zrcala ( $Z_2$ ), a ako se udaljenost među zrcalima malo smanji, dobije se kvazi-polusferni rezonator (eng. *quasi-hemispherical resonator*). Takav rezonator lako se namješta, ali koristi samo oko jedne trećine dostupnog medija što smanjuje izlaznu snagu. Unatoč nedostacima, zbog svoje jednostavnosti i stabilnosti, kvazi-polusferni rezonator se najčešće koristi u proizvodnji lasera.

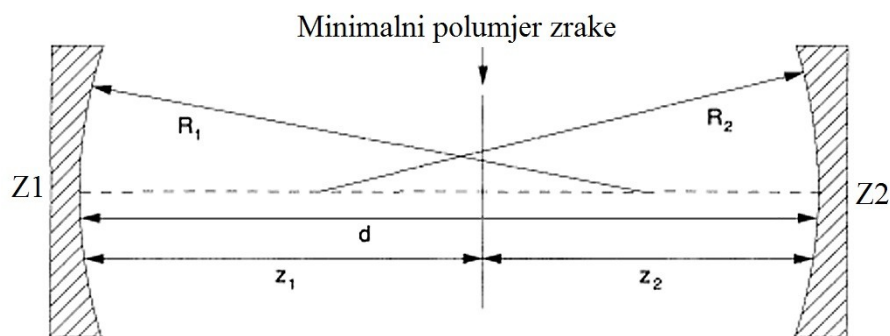




Slika 3.8: Različite konstrukcije rezonatora [10]

Prilikom konstrukcije lasera, zrcala optičkog rezonatora su najbitnija komponenta. Razlika između savršenog zrcala, s optimalnom refleksijom i propusnošću te bez ikakvih gubitaka zbog raspršenja ili apsorpcije, i realnog zrcala dobivenog masovnom proizvodnjom, može značiti gubitak od 50 ili više posto izlazne snage. U posljednjih nekoliko godina koriste se nove i preciznije tehnike izrade zrcala koje uvelike povećavaju kvalitetu lasera [10].

Kao ilustraciju utjecaja optičkog rezonatora na svojstva lasera, promotrimo konfokalni sustav prikazan na slici 3.9. Zrcala imaju polumjere zakrivljenosti  $R_1$  i  $R_2$ , udaljenost između zrcala je  $d$ , a  $z_1$  i  $z_2$  su udaljenosti zrcala od minimalnog polumjera zrake (eng. *beam waist*).



Slika 3.9: Parametri optičkog rezonatora [6]

Zakrivljenost valne fronte gausijanske zrake se može opisati sa:

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z}. \quad (3.19)$$

Parametar  $z_R$  se naziva Rayleighova udaljenost:

$$z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}. \quad (3.20)$$

Zakrivljenost valne fronte mora biti jednaka zakrivljenosti zrcala  $R_1$  i  $R_2$ , iz čega slijede sljedeće relacije:

$$R(z_1) = z_1 + \frac{z_R^2}{z_1} = -R_1, \quad (3.21)$$

$$R(z_2) = z_2 + \frac{z_R^2}{z_2} = R_2, \quad (3.22)$$

$$d = z_2 - z_1. \quad (3.23)$$

Predznak minus u jednadžbi 3.21 je posljedica konvencije – zakrivljenost valne fronte se smatra pozitivnom za divergirajuću zraku i negativnom za konvergirajuću zraku. Zakrivljenost zrcala se obično piše kao pozitivna za konkavna zrcala te negativna za konveksna.

Možemo još definirati  $g$  parametre (parametre zakrivljenosti) rezonatora kao:

$$g_1 = 1 - \frac{d}{R_1}, \quad (3.24)$$

$$g_2 = 1 - \frac{d}{R_2}. \quad (3.25)$$

Rješavanjem jednadžbi 3.21 i 3.22 uz pomoć relacija 3.23, 3.24 i 3.25, možemo dobiti izraze za Rayleighovu udaljenost  $z_R$ , te za udaljenosti  $z_1$  i  $z_2$  kao ovisnosti o parametrima  $g_1$  i  $g_2$ :

$$z_R^2 = \frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2} d^2, \quad (3.26)$$

$$z_1 = \frac{g_2 (1 - g_1)}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2} d, \quad (3.27)$$

$$z_2 = \frac{g_1 (1 - g_2)}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2} d. \quad (3.28)$$

U primjeru na slici 3.9, zrcalo  $Z_1$  se nalazi lijevo od najmanjeg polumjera zrake koji je unutar rezonatora, pa će izraz za  $z_1$  biti negativan.

Koristeći izraze 3.20 i 3.26, možemo odrediti izraz za najmanji polumjer zrake ( $\omega_0$ ):

$$\omega_0 = \frac{\lambda}{\pi} z_R = \frac{\lambda d}{\pi} \sqrt{\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2}}. \quad (3.29)$$

Analogno možemo dobiti i izraze za polumjere zraka na zrcalima:

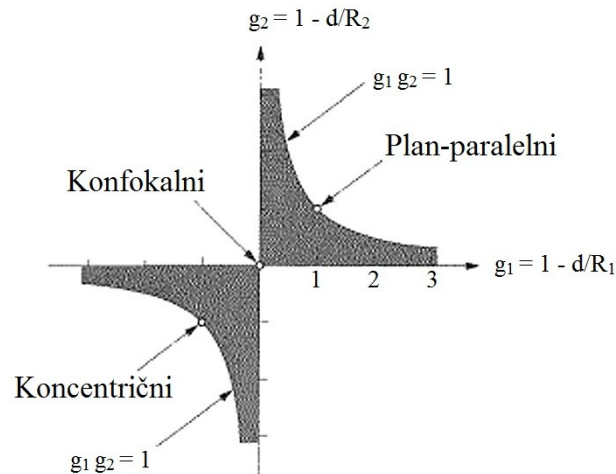
$$\omega_1 = \frac{\lambda d}{\pi} \sqrt{\frac{g_2}{g_1(1 - g_1 g_2)}}, \quad (3.30)$$

$$\omega_2 = \frac{\lambda d}{\pi} \sqrt{\frac{g_1}{g_2(1 - g_1 g_2)}}. \quad (3.31)$$

Iz dobivenih relacija možemo vidjeti da će rješenja biti realna samo ako je ispunjen sljedeći uvjet:

$$0 < g_1 g_2 < 1. \quad (3.32)$$

To se naziva *uvjet stabilnosti rezonatora*. Izvan tog intervala veličina zrake je beskonačna i snop divergira, tj. rezonator postaje nestabilan. Ovaj uvjet je moguće prikazati pomoću dijagrama stabilnosti koji je prikazan na slici 3.10.



Slika 3.10: Dijagram stabilnosti rezonatora [6]

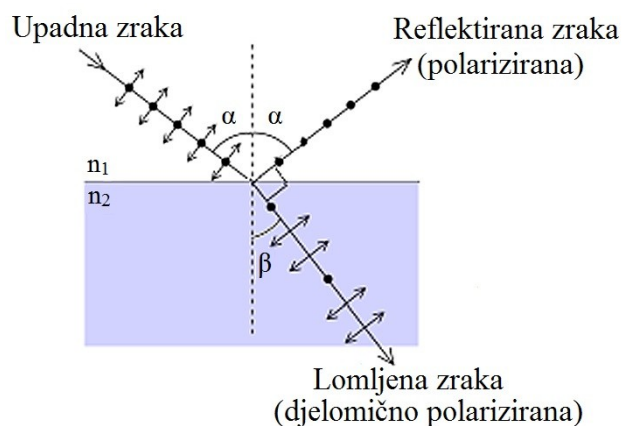
U osjenčanim područjima je ispunjen uvjet 3.32 i rezonator je stabilan. Tri označene točke označavaju rezonatore koji se nalaze na rubu stabilnosti:

- koncentrični ( $R_1=R_2=d/2$ )
- konfokalni ( $R_1=R_2=d$ )
- plan-paralelni ( $R_1=R_2=\infty$ )

U praksi se takvi rezonatori konstruiraju s malim promjenama u polumjerima zakrivljenosti kako bi bili unutar područja stabilnosti umjesto na samom rubu [6].

### 3.8 Brewsterov kut i Brewsterovi prozori

Većina izvora svjetlosti daje nepolariziranu svjetlost, koja se na granici s prozirnim sredstvom djelomično reflektira, a djelomično lomi. Pri određenom upadnom kutu, koji je takav da lomljena i reflektirana zraka zatvaraju kut od  $90^\circ$  (slika 3.11), reflektirana svjetlost je polarizirana okomito na ravninu refleksije.



Slika 3.11: Brewsterov kut, reflektirana i lomljena zraka zatvaraju pravi kut [11]

Brewsterov kut se može dobiti iz Snellovog zakona:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (3.33)$$

Iz zakona refleksije znamo da kut koji upadna zraka zatvara s okomicom, mora biti jednak kutu koji reflektirana zraka zatvara s okomicom ( $\alpha$ ). S obzirom da reflektirana i lomljena zraka zatvaraju pravi kut, sa slike 3.11 je vidljivo da će kut koji lomljena zraka zatvara s okomicom ( $\beta$ ) biti:

$$\beta = 90^\circ - \alpha \quad (3.34)$$

Uz pretpostavku da se svjetlost prelazi iz zraka ( $n_1 = 1$ ) u neko optičko sredstvo ( $n_2 = n$ ), te uz primjenu izraza:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha \quad (3.35)$$

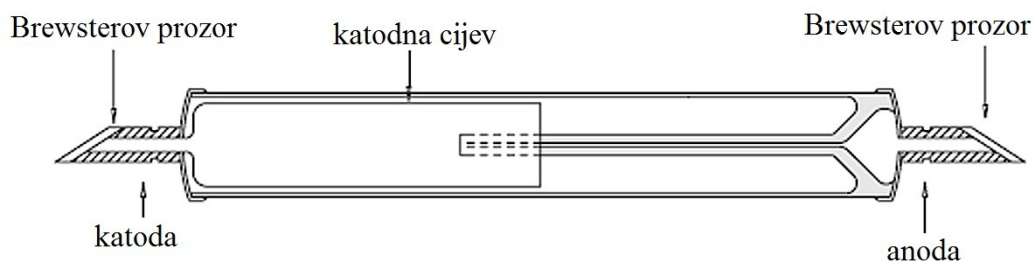
dolazimo do Brewsterovog zakona:

$$n = \tan \alpha_B \quad (3.36)$$

Pri čemu  $\alpha_B$  predstavlja Brewsterov kut [12].

Prilikom konstrukcije lasera, prije zrcala se može postaviti prozirna pločica, „Brewsterov prozor“, čiji nagib odgovara Brewsterovom kutu. Optički gubiteci su skoro zanemarivi u ovom slučaju, a dobivena zraka je polarizirana. Brewsterovi prozori se mogu

postaviti s jedne ili s obje strane laserske cijevi. Na slici 3.12 je prikazana cijev s dva Brewsterova prozora [9].



Slika 3.12: Laserska cijev s Brewsterovim prozorima sa svake strane [9]

### 3.9 Longitudinalni modovi

U rezonantnoj šupljini postoje longitudinalni modovi oscilacija i samo one valne duljine koje odgovaraju stojnim valovima se pojačavaju. Ostale valne duljine se brzo gube zbog destruktivne interferencije. Da bi stojni val postojao, ukupni pređeni optički put mora biti jednak cjelobrojnom višekratniku valne duljine, tj.

$$m\lambda = 2L, \quad (3.37)$$

gdje je  $m$  cijeli broj, a  $L$  duljina rezonantne šupljine. Iz izraza (3.37) možemo dobiti izraz za rezonantne frekvencije

$$\nu = \frac{mc}{2L}. \quad (3.38)$$

Te dozvoljene frekvencije se nazivaju *longitudinalni modovi* (načini titranja). Razlika u frekvenciji između dva najbliža moda je dana s izrazom

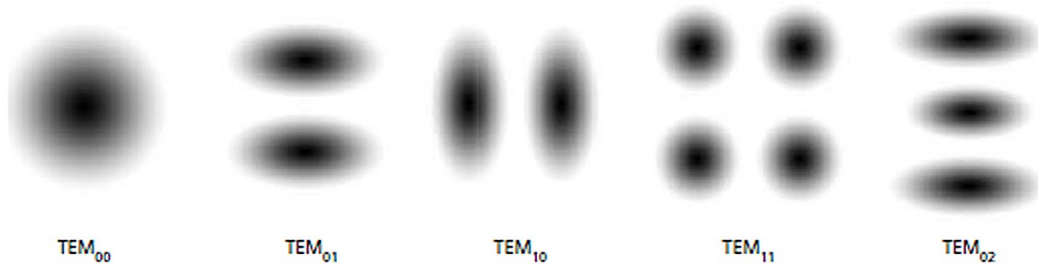
$$\Delta\nu = \frac{c}{2L}, \quad (3.39)$$

iz čega je vidljivo da frekvencija ovisi samo o duljini rezonantne šupljine [10].

### 3.10 Transverzalni modovi

Uz longitudinalne modove, u rezonantnoj šupljini se može naći i niz transverzalnih električnih i magnetskih modova. U tim modovima distribucija zračenja duž vektora električnog i magnetskog polja pokazuje jednu ili više nula. Pod malim kutovima u odnosu na os rezonatora moguće je dobiti niz različitih stojnih valova od kojih svaki može ostvariti stabilni mod oscilacija. Ti transverzalni elektromagnetski valovi se označavaju oznakom

TEM i indeksima  $m$  i  $n$ . Indeksi označavaju broj čvorova u ravnini duž osi rezonatora. Najniži mod transverzalnih elektromagnetskih stojnih valova se označava s  $TEM_{00}$  i odgovara prethodno opisanim longitudinalnim valovima. U tom modu se javljaju minimalni difrakcijski gubici, minimalna divergencija te je zračenje moguće fokusirati u jednu točku. Upravo je iz tog razloga poželjno da se rad lasera ograniči na taj jedan, osnovni mod. Viši modovi imaju puno veće gubitke i nemoguće ih tako precizno fokusirati. Na slici 3.13 je prikazano nekoliko različitih TEM modova [7].



Slika 3.13: Različiti TEM modovi [7]

### 3.11 Dopplerov efekt

U sustavima u kojima atomi približno miruju, njihove spektralne linije se mogu opisati pomoću Lorenzove raspodjele. Ako se atomi u sustavu gibaju, dolazi do proširenja njihovih linija zbog Dopplerovog efekta te se u tom slučaju linije mogu opisati Gaussovom raspodjelom (slika 3.14). Promotrimo atome neona koji se slobodno gibaju unutar laserske cijevi. U obzir uzimamo samo one atome koji utječu na lasersku zraku, tj. samo one koji se gibaju duž x-osi. Vjerojatnost da se atom mase  $m$  i brzine  $v_x$  nađe u intervalu  $v_x+dv_x$  se može opisati Maxwell-Boltzmannovom raspodjelom:

$$P(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) dv_x. \quad (3.40)$$

Za opažača koji miruje, promjena frekvencije se može izraziti kao

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right), \quad (3.41)$$

gdje je  $\nu_0$  frekvencija apsorpcije ili emisije atoma koji miruje, a  $c$  brzina svjetlosti. Ako iskoristimo relaciju (3.41) i zamijenimo brzinu u Maxwell-Boltzmannovoj relaciji (3.40), možemo dobiti novu frekvenciju na kojoj će biti emitirana spektralna linija. Pošto je intenzitet proporcionalan raspodjeli molekula po brzinama, možemo pisati:

$$I(\nu) = I_0 \frac{c}{\nu_0} \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp \left[ - \left[ \frac{c}{v_w \nu_0} (\nu - \nu_0) \right]^2 \right]. \quad (3.42)$$

Veličina  $v_w$  je najvjerojatnija brzina, dana kao:

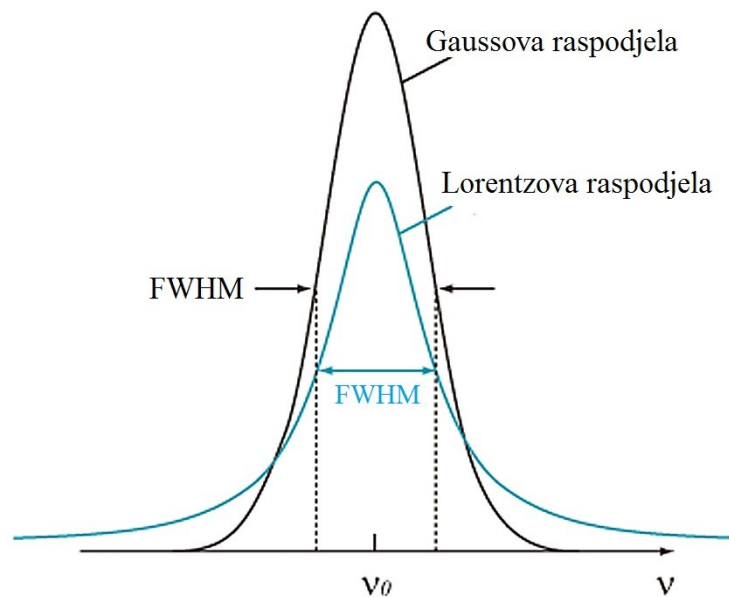
$$v_w = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (3.43)$$

Proširenje linije se može odrediti iz pomaka frekvencije  $(\nu - \nu_0)$ , pomoću izraza za punu širinu na polovici visine (eng. *full width at half maximum* ili FWHM):

$$I(\nu) = \frac{1}{2} I(\nu_0). \quad (3.44)$$

Za računanje Dopplerovog pomaka u frekvenciji, potrebno je uzeti u obzir pozitivne i negativne pomake frekvencije u odnosu na središte, tj. dobivenu relaciju pomnožiti s 2 [6]:

$$\Delta\nu = 2(\nu - \nu_0) = 2 \frac{v_w}{c} \nu_0 \sqrt{\ln 2}. \quad (3.45)$$



Slika 3.14: Usporedba Gaussove i Lorentzove raspodjele [8]

#### 4. Prednosti, nedostaci i uporaba lasera

Iako nije među jačima ili efikasnijim laserima, HeNe laser ima mnoge prednosti u odnosu na druge tipove lasera. HeNe laseri emitiraju svjetlost u vidljivom području, jeftini su, jednostavni za napraviti, lako dostupni i kompaktni. Dok većina lasera ne može emitirati kvalitetnu zraku svjetlosti u vidljivom spektru bez uporabe potrošnih materijala, poput safirnih šipki ili kriogenskih plinova, HeNe laser daje kvalitetnu zraku u vidljivom spektru koja ostaje fokusirana i na velikim udaljenostima. Također, za razliku od većine ostalih lasera, HeNe laser se ne zagrijava previše pa stoga nisu potrebni posebni uređaji za hlađenje lasera. Očekivani vijek trajanja ovih lasera je do 50 000 sati. Kod većih lasera, koji nemaju fiksna zrcala, zamjenom zrcala se mogu dobiti zrake drugih valnih duljina što je posebno korisno u laboratorijskim eksperimentima.

Kao i svaki uređaj, HeNe laser ima svojih nedostataka: mala izlazna snaga, potreban je visoki napon za rad uređaja, plin s vremenom izlazi iz cijevi i tako smanjuje efikasnost lasera, pri proizvodnji treba eliminirati neželjene valne duljine koje laser daje kako bi se dobila čista, koherentna zraka jedne valne duljine što povećava troškove izrade. Kod manjih lasera, eliminacija neželjenih valnih duljina se postiže kvalitetnom izradom zrcala koja reflektiraju samo specifičnu valnu duljinu. U veće lasere se postavlja magnet duž laserske cijevi koji dodatno guši neželjene valne duljine (uglavnom u infracrvenom području), a može se dodati i infracrveni filter između zrcala rezonatora.

##### 4.1 Uporaba HeNe lasera

HeNe laseri su praktični uređaji koji se upotrebljavaju u mnoge svrhe. Mogu se pronaći u integriranim čitačima barkodova (u ručnim čitačima se obično nalaze crvene LED diode ili jeftini poluvodički laseri), uređajima za mjerenje udaljenosti i položaja, kao referentna zraka pri namještanju cijevi i u konstrukciji, za čitanje optičkih diskova i dr. Koriste se u holografiji, metrologiji, velocimetriji, vibrometriji, konfokalnoj mikroskopiji te za razne optičke pokuse. Kod laserskog printanja, precizno određena zraka daje detaljan uzorak na fotoosjetljivom materijalu. U interferometriji, stabilna, koherentna zraka lasera je nužna za identifikaciju optičkih svojstava materijala, poput oblika površine i njezine glatkoće. Laseri koji daju zraku u infracrvenom području (1.523  $\mu\text{m}$ ) koriste se za testiranje optičkih kabela pošto su gubici u svjetlovodu (eng. *optical fiber*) minimalni u tom području [6].

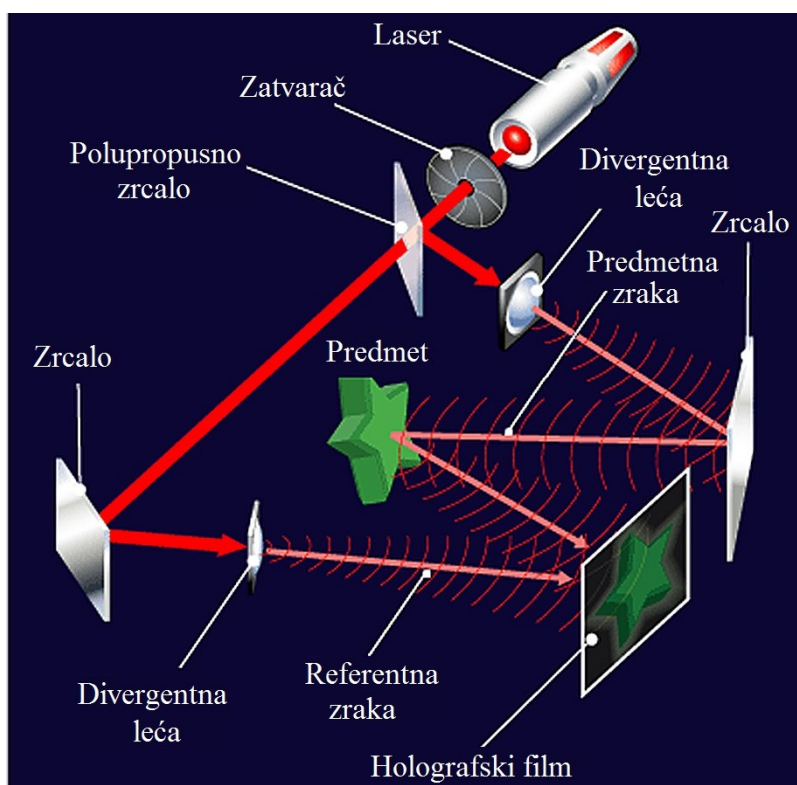


## 4.2 Holografija

Možda najzanimljivija uporaba HeNe lasera je u holografiji. Pod holografijom se podrazumijeva skup metoda za „3D“ snimanje i reprodukciju valnih fronti emitiranih s promatranih objekata. Za snimanje holograma potrebni su:

- laser – uglavnom se koriste crveni HeNe laseri zbog svojih stabilnih i koherentnih zraka koje olakšavaju dobivanje kvalitetne slike
- divergentne leće – raspršuju lasersku zraku
- polupropusno zrcalo – dijeli zraku na dvije koherentne zrake
- zrcala – usmjeravaju zrake na željeno područje
- holografski film – snima objekt u visokoj rezoluciji

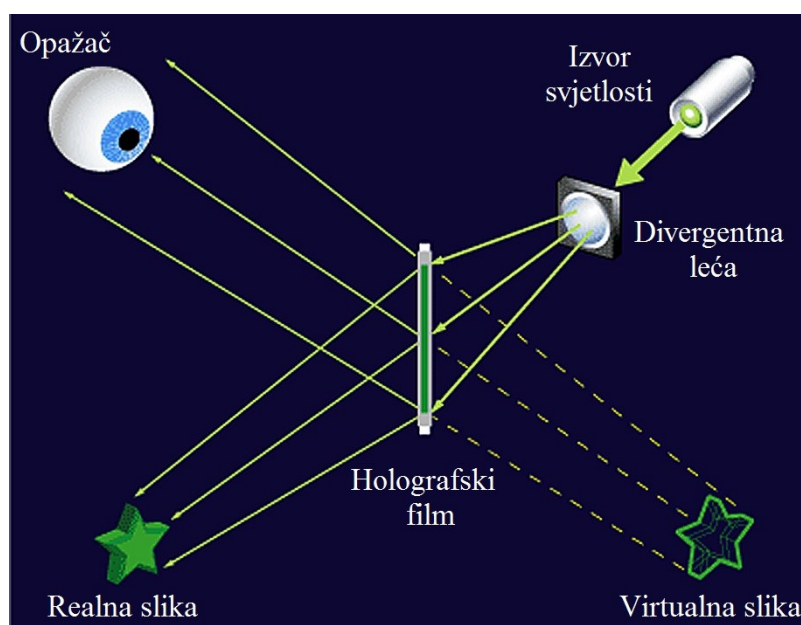
Laserska zraka se usmjeri na polupropusno zrcalo koje dijeli zraku. Predmetna zraka prolazi kroz divergentnu leću te se pomoću zrcala usmjerava na predmet s kojeg se reflektira na holografski film. Referentna zraka se pomoću zrcala usmjerava prema divergentnoj leći te tako raspršena pada na holografski film (slika 4.1).



Slika 4.1: Grafički prikaz načina rada holograma [13]

Na film se zapravo snima interferogram („hologram“) u kojem su zapisane faza i amplituda vala koji je posljedica interferencije referentnog i predmetnog vala. Te dvije zrake su međusobno koherentne, a razlika faza u pojedinoj točki holograma odgovara optičkoj razlici puteva korištenih zraka. Raspodjela intenziteta zračenja snimljena na hologramu sadrži (trodimenzionalnu) informaciju o položaju i izgledu osvijetljenog predmeta.

Za rekonstrukciju slike, snimljeni hologram potrebno je osvijetliti zrakom koja je istovrsna referentnoj uz jednak kut upada kao pri samom snimanju. Zraka djelomično prolazi kroz hologram, a djelomično se ogiba i daje dvije slike – virtualnu i realnu koje su prikazane na slici 4.2 [13].



Slika 4.2: Rekonstrukcija slike snimljene na holografskom filmu [13]

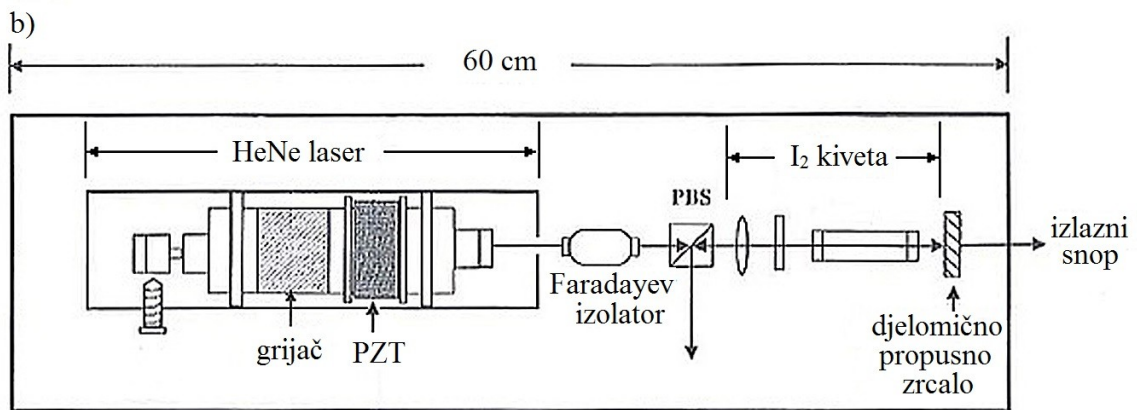
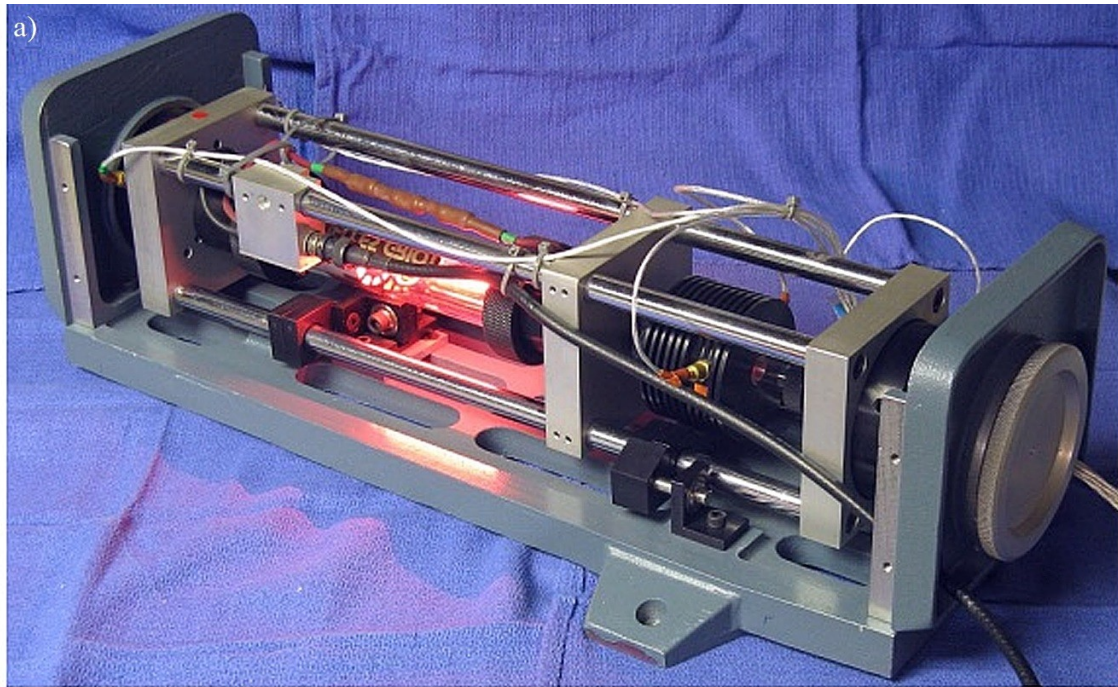
Hologrami danas imaju vrlo široku primjenu. Neka od područja gdje se mogu naći hologrami su u medicini, umjetnosti, a svakodnevno se susrećemo s različitim oblicima sigurnosnih holograma. Sigurnosne holograme je teško falsificirati pa se često stavljaju kao zaštite na novčanice, osobne dokumente, DVD-ove, sportsku opremu i dr. U zadnjih nekoliko godina se pokušavaju se pronaći načini za korištenje holograma kao medija za pohranu podataka. Prednost ovakvog tipa medija je u mogućnosti korištenja cijelog volumena, a ne samo površinskog dijela, što bi uvelike povećalo kapacitet različitih medija [14].

### 4.3 Metrologija

Metrologija je znanstvena disciplina koja se bavi mjerenjem (odnosno, znanost o mjerenju) i obuhvaća znanstvene pretpostavke, postupke i načine mjerenja te njihove primjene propisane zakonima. Njeni glavni zadaci obuhvaćaju definiranje međunarodno prihvaćenih mjernih jedinica, ostvarivanje tih jedinica znanstvenim metodama te dokumentaciju vrijednosti i točnosti mjerenja. U sklopu metrologije, laseri se najčešće koriste pri mjerenju i određivanju duljina, u interferometriji, a mogu se koristiti i za mjerenje frekvencije i brzine.

Jedna od osnovnih jedinica SI sustava – metar – je prošla kroz mnoge različite definicije tijekom godina. Najpoznatija je vjerojatno definicija iz devetnaestog stoljeća koja se temeljila na međunarodno priznatom *prametri* od platiniridija koji se čuvao u Parizu. Kasnije je definiran kao duljina koja odgovara 1650763,73 valnih duljina spektralne linije kripton 86, što se vrlo brzo pokazalo neprikladno. Definicija metra koja se koristi i danas je određena 1983. godine, a definira metar kao duljinu puta koju svjetlost pređe u vakuumu tijekom vremenskog intervala od  $1/229792458$  sekundi i predstavlja valnu duljinu zračenja jodom stabiliziranog HeNe lasera [15].

Jodom stabilizirani HeNe laser (eng. *Iodine Stabilized HeNe Laser* ili ISHL) sadrži dodatnu ćeliju ispunjenu plinovitim jodom na niskom tlaku (slika 4.3a)). Princip rada ovakvog lasera je jednostavan – jod ima apsorpcijski spektar sa stotinama apsorpcijskih linija, a namještanjem duljine laserske šupljine može se održavati valna duljina u samom centru željene apsorpcijske linije. U ovakvoj konstrukciji, barem jedno zrcalo optičkog rezonatora mora biti pomično kako bi se mogla namjestiti potrebna duljina laserske šupljine [16]. Na slici 4.3b) je shematski prikaz jodom stabiliziranog HeNe. Duljina laserske šupljine regulira se pomoću tankog filma koji se može zagrijavati (eng. *heating film*), omotanog oko cijevi lasera, a frekvencija lasera se fino podešava pomoću PZT cijevi (eng. *piezo-effect tube*) [17].

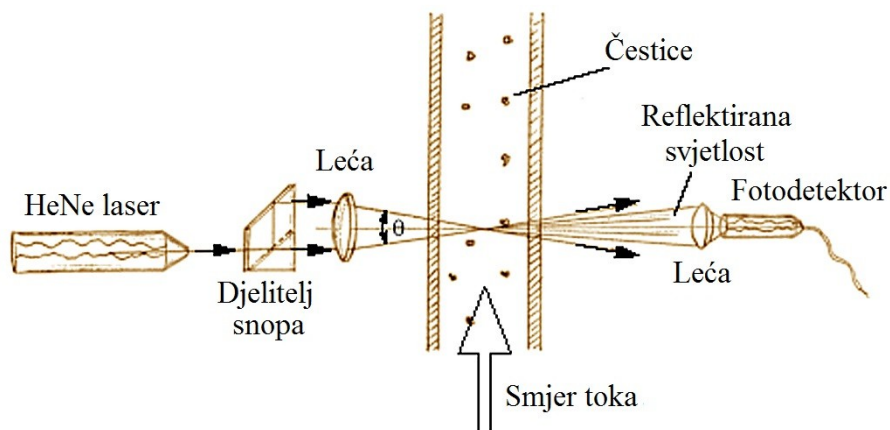


Slika 4.3: a) Jodom stabilizirani HeNe laser (ćelija s jodom je vidljiva desno od laserske cijevi kao crni cilindar) [16]  
 b) Shematski prikaz jodom stabiliziranog HeNe lasera [17]

#### 4.4 Velocimetrija

Velocimetrija (eng. *Laser Doppler Velocimetry* ili LDV) je tehnika u kojoj se koristi Dopplerov pomak HeNe laserske zrake za mjerenje brzine prozirnih ili djelomično prozirnih tekućina. Uređaj koristi dvije paralelne monokromatske, koherentne laserske zrake koje se ostvaruju pomoću dijeljenja jedne zrake kako bi se osigurala koherentnost. Zrake se fokusiraju na tekućinu u kojoj se nalaze čestice pomoću leće, a čestice reflektiraju upadnu svjetlost. Reflektirane zrake se sabiru pomoću druge leće i fokusiraju na fotodetektor (prikazano na slici 4.4). Intenzitet reflektiranih zraka fluktuiraju, a Dopplerov

pomak frekvencije se određuje usporedbom upadne i reflektirane zrake. Iz dobivene frekvencije određuje se brzina čestica koje se nalaze u istoj ravnini kao i laserske zrake. Kombinacijom tri različita tipa lasera, s različitim valnim duljinama, moguće je istovremeno mjeriti sve tri komponente brzine u promatranom toku. Najčešće se koriste HeNe laser, argonski laser i laserske diode [18].



Slika 4.4: Grafički prikaz velocimetrije [18]

S obzirom na to da se uređaj može postaviti izvan tekućine te se tako mogu izbjeći utjecaji na promatrani tok, ova tehnika se često koristi u mnogim područjima: u zračnim tunelima za mjerenje brzine potrebne za testiranje aerodinamičnosti objekta i struktura, u hidrodinamici, za konstrukciju brodova i motora i sl. U medicini se ova metoda koristi za mjerenje protoka krvi što omogućuje praćenje utjecaja raznih vježbi, lijekova, ekoloških i fizioloških manipulacija na krvožilni sustav [19].

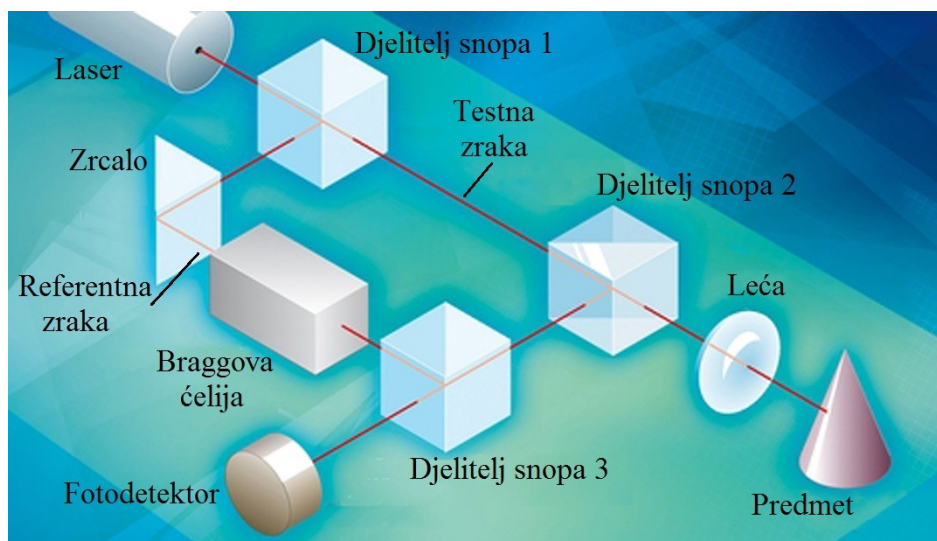
#### 4.5 Vibrometrija

Vibrometrija je metoda mjerenja vibracija površina, a mjerenja se izvode pomoću vibrometra (eng. *Laser Doppler vibrometer* ili LDV). Slično kao i u velocimetriji, uređaj koristi dvije laserske zrake i radi kao interferometar koji mjeri razlike u frekvenciji ili fazi između referentne i testne zrake (eng. *test beam* ili *measurement beam*). Za mjerenje se najčešće koristi HeNe laser, ali se mogu koristiti i laserske diode, optički laseri (eng. *fiber lasers*) i Nd:YAG laseri.

Princip rada uređaja je prikazan na slici 4.5. Zraka lasera se pomoću djelitelja snopa 1 (eng. *beam splitter*) dijeli u dvije koherentne zrake. Testna zraka prilazi kroz djelitelj 2 nakon čega se pomoću leće fokusira na predmet. Zrake reflektirane od predmeta



se pomoću djelitelja 2 usmjeravaju prema djelitelju 3 gdje se spajaju s referentnom zrakom i usmjeravaju na fotodetektor.



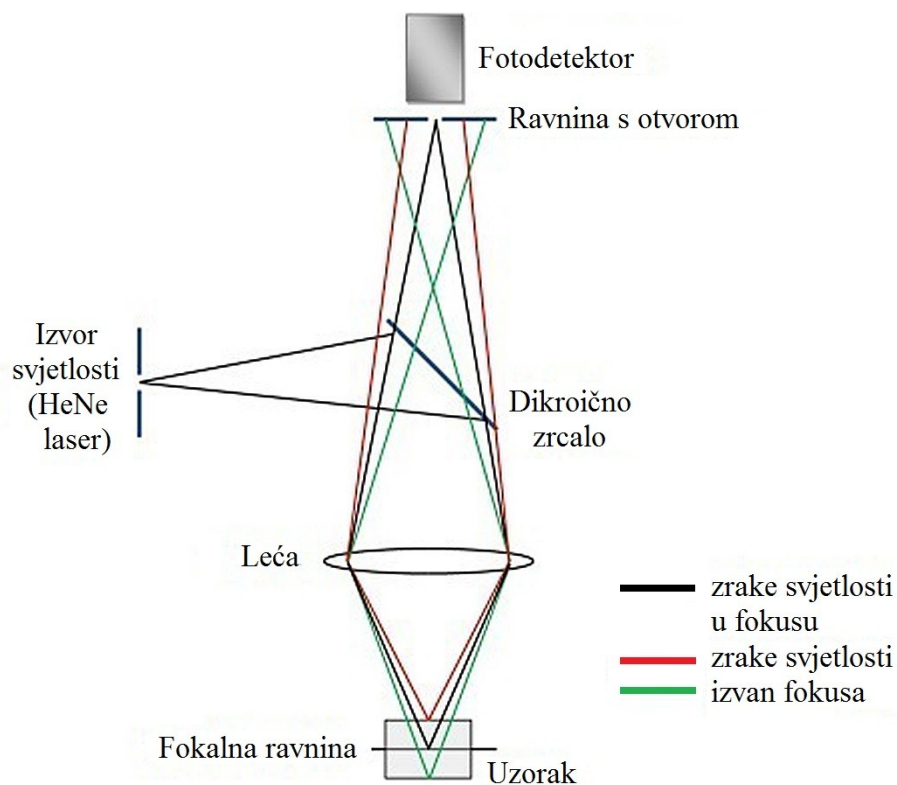
Slika 4.5: Grafički prikaz rada vibrometra [20]

Put koji prelazi referentna zraka je konstantan u vremenu, a pomaci predmeta uzrokuju svjetla i tamna područja na fotodetektoru. Promjena optičkog puta testne zrake se očituje kao Dopplerov pomak u frekvenciji. Najveći problem ovakvog postava je u tome što je iz dobivene interferentne slike nemoguće odrediti smjer gibanja predmeta (dobiva se ista slika za predmet koji se giba prema interferometru kao i za predmet koji se giba od njega). Za rješenje tog problema se u sustav dodaje akustičko-optički modulator – Braggova ćelija, koja mijenja frekvenciju referentne zrake za 40MHz (frekvencija laserske zrake je  $\nu(\text{laser})=4.47 \cdot 10^{14}\text{Hz}$ ). Time se postiže nova, poznata, modulirana frekvencija predmeta koji miruje, dok pomaci prema interferometru rezultiraju smanjenjem, a pomaci od interferometra povećanjem te frekvencije. Na taj način se uz amplitudu može odrediti i smjer pomaka. Ovisno o načinu obrade podataka, pomoću ovakvog uređaja moguće je mjeriti pomake i brzinu. Vibrometar se koristi u različitim područjima znanstvenog, industrijskog i medicinskog istraživanja [20].

#### 4.6 Konfokalna mikroskopija

Konfokalna mikroskopija (eng. *Confocal laser scanning microscopy* ili CLSM) je metoda svjetlosne mikroskopije pomoću koje je moguće detektirati svjetlost emitiranu iz vrlo tankog sloja u uzorku. Za razliku od klasične mikroskopije, gdje se istovremeno osvjetljava cijeli uzorak, u konfokalnoj mikroskopiji se osvjetljava točka po točka uzorka.

Fokusirana laserska zraka prelazi preko pojedine točke uzorka i pobuđuje fluorescentne molekule koje se detektiraju pomoću detektora, uglavnom fotomultiplikatora. Za osvjetljavanje uzorka koriste se pretežno plinski laseri, a u novije vrijeme i laserske diode. Prednost ove metode je u mogućnosti detekcije svjetlosti emitirane iz vrlo malog volumena uzorka i iz samo jedne fokalne ravnine.



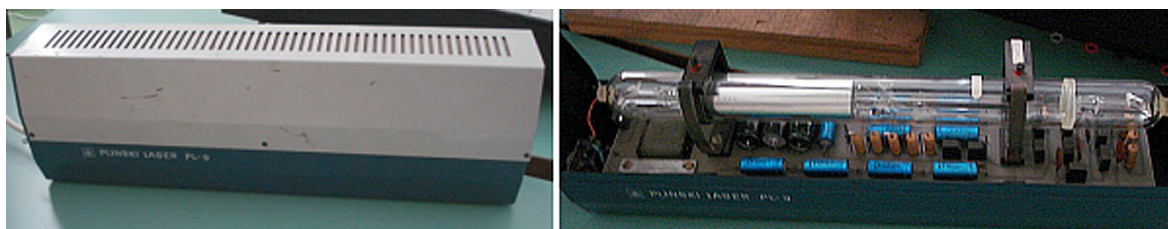
Slika 4.6: Princip konfokalne mikroskopije [21]

Snimanje samo jedne fokalne ravnine postiže se postavljanjem zaslona s vrlo malim otvorom (eng. *pinhole*) u optičku ravninu paralelnu s fokalnom ravninom promatranog uzorka. S obzirom na to da se taj zaslon nalazi neposredno ispred fotodetektora, kroz otvor prolazi samo svjetlost iz fokalne ravnine dok je ostatak svjetlosti blokiran zaslonom, kao što je prikazano na slici 4.6. Iako se tako postiže visoka rezolucija skeniranja, zaslon uzrokuje pad intenziteta svjetlosti. Taj problem se rješava duljom ekspozicijom uzorka tijekom skeniranja.

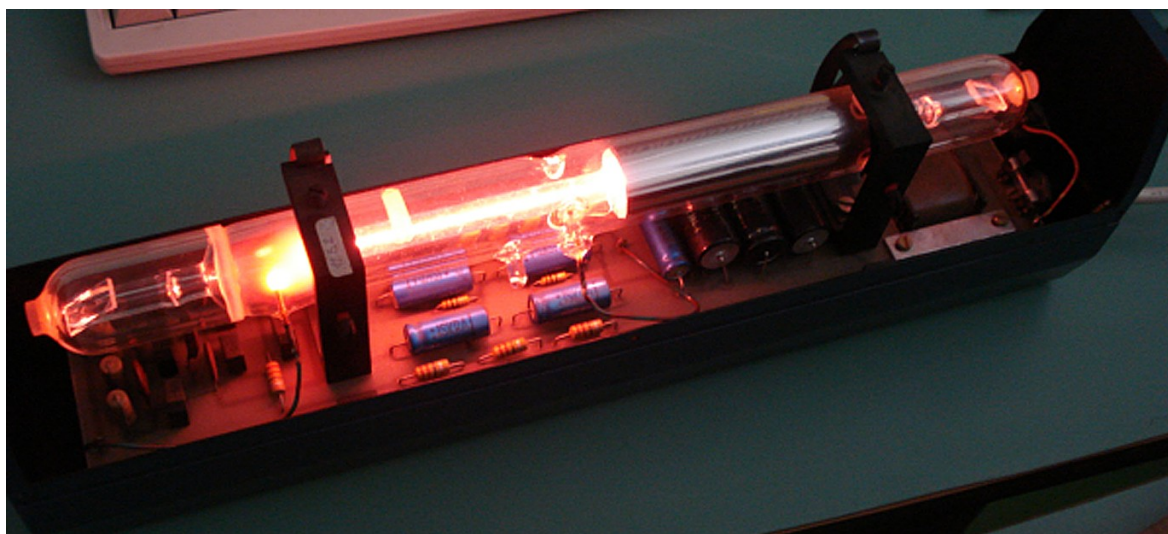
Kako je u bilo kojem trenutku osvjetljena samo jedna točka uzorka, pomoću ove metode nikada nije moguće vidjeti realnu sliku čitavog uzorka. Skeniranjem se dobiva detaljna slika vrlo tankog sloja promatranog objekta, a ukupna slika se generira dio po dio, ili sloj po sloj za trodimenzionalnu sliku, pomoću računala [22].

#### 4.7 Primjer školskog HeNe lasera

Na sljedećim slikama prikazan je školski laser koji se nalazi u Praktikumu za atomsku fiziku Fizičkog odsjeka PMF-a u Zagrebu, proizveden sredinom osamdesetih godina prošlog stoljeća. Radi se o modelu lasera PL-9, proizvedenog u slovenskoj firmi ISKRA. Kućište je dugačko oko 40 cm, a dimenzije cijevi su približno 35 cm duljine i 2.5 cm širine. Laser emitira zraku u crvenom dijelu spektra, na 632 nm, a širina zrake je reda veličine milimetra. Laser nije potrebno namještati niti dodavati leće za fokusiranje zrake kako bi se dobila kvalitetna zraka.

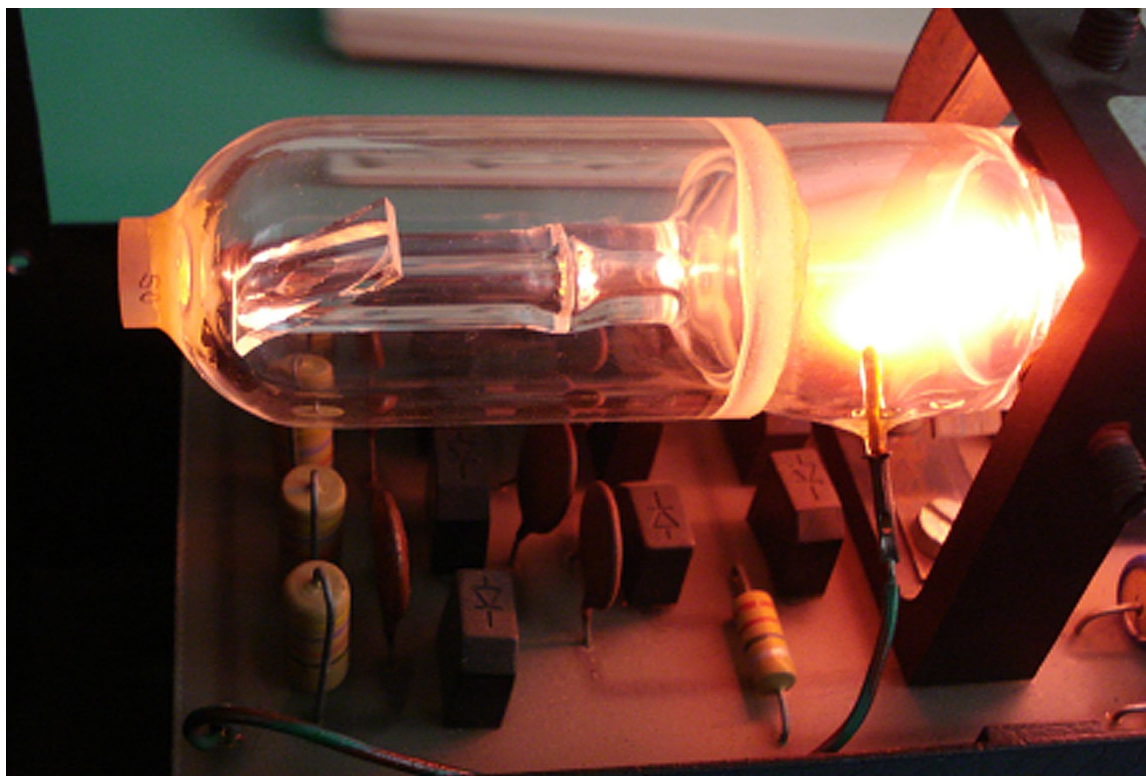


Slika 4.7: Kućište školskog lasera (lijevo) i laserska cijev (desno)

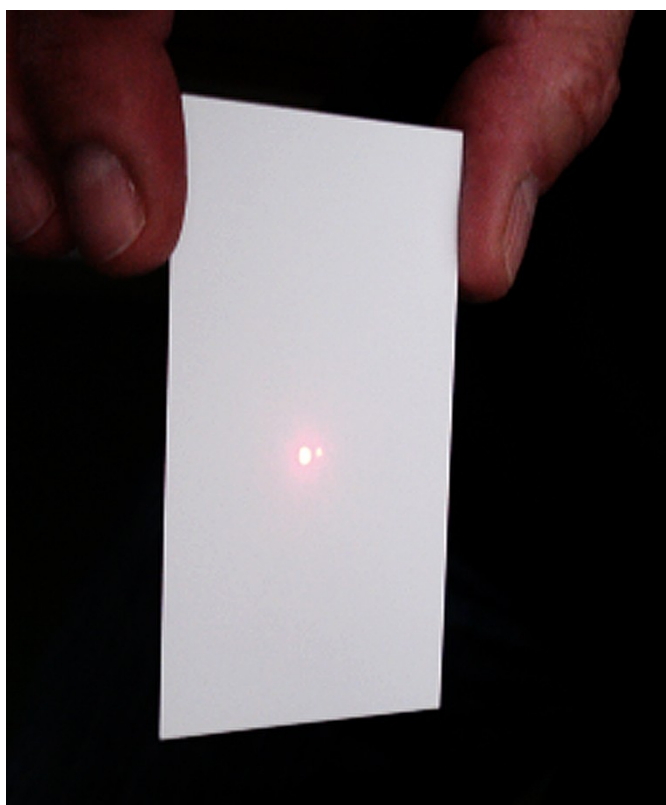


Slika 4.8: Upaljeni laser, na slici su vidljive anoda i katoda koje služe kao laserska pumpa





Slika 4.9: Brewsterov prozor i anoda



Slika 4.10: Slika izlazne zrake, približno 20 cm od lasera

## 5. Metodički dio

U vrijeme kada se promjene na znanstvenoj, tehnološkoj i društvenoj razini odvijaju vrlo brzo, nastava u školama bi trebala odražavati te promjene i prilagoditi se novim očekivanjima. Nažalost, unatoč brojnim prijedlozima i mogućnostima pristupa učenicima i gradivu, velik broj profesora i dalje se drži tradicionalnog, predavačkog načina iznošenja gradiva. Takav pristup ima mnoge nedostatke poput jednosmjernosti predavanja, pasivnosti i nezainteresiranosti učenika, nemogućnosti otkrivanja učeničkih pretkonceptija, dok je primarni učinak ovakve nastave usvajanje deklarativnog znanja, koje će učenici kasnije moći reproducirati. Najveći je problem, koji se javlja kod deklarativnog znanja, nemogućnost primjene naučenoga u rješavanju novih problemskih situacija. Uz brze promjene u svijetu, danas je nemoguće predvidjeti s kojim će se problemima i zadacima učenici susresti nakon odlaska iz škole, pa je poželjno da tijekom školovanja uz deklarativno steknu i proceduralno znanje, tj. da stečeno deklarativno znanje znaju odgovarajuće primijeniti na nove probleme s kojima se suočavaju.

Istraživački usmjerena nastava se temelji upravo na toj ideji. Pomoću ovakvog oblika nastave razvija se i razumijevanje fizike, znanje o funkcioniranju znanosti te brojne važne sposobnosti, a ne samo činjenično znanje. Naglasak je na razvijanju kognitivnih sposobnosti jer učenici nisu pasivni kao u tradicionalnom načinu predavanja nego aktivno sudjeluju u nastavi. Da bi se to postiglo, učenike je potrebno staviti u situacije u kojima im je omogućeno samostalno razmatranje problema koje će trebati analizirati, usporediti s prethodno poznatim situacijama i razmisliti o mogućim rješenjima. Uloga nastavnika više nije diktiranje i iznošenje činjenica i formula, već da kroz pitanja, diskusiju i istraživanje vodi učenike u razmišljanju i zaključivanju. Kroz razgovor s učenicima nastavnik može identificirati učeničke pretkonceptije i pomoći im u ispravljanju krivih ideja i pojednostavljenog zaključivanja. Na taj način učenici sami mogu primijetiti pogreške, te ih shodno tome ispraviti umjesto da pokušavaju novo znanje prilagoditi svojim postojećim konceptima.

Za uspješno održavanje istraživački usmjerene nastave potrebno je zainteresirati i motivirati učenike za sudjelovanje u nastavi. To se može postići na više načina: usmjerenom raspravom, pomoću konceptualnih pitanja s karticama, kooperativnim rješavanjem zadataka u grupama, interaktivnim izvođenjem pokusa te uporabom računala u nastavi. Potrebno je naglasiti da korištenje samo nekih od ovih metoda nije dovoljno. Primjerice, danas se računala sve češće koriste u nastavi, ali način uporabe nije uvijek

prikladan. Nastavnici koriste računala kao zamjenu za klasično pisanje po ploči ili diktiranje, što im omogućuje da prođu više zadanog gradiva u školskom satu. Za učenike to stvara dodatne probleme što uzrokuje još veću nezainteresiranost. Računala mogu koristiti kao pomoć nastavnicima u demonstracijama i istraživanju fizikalnih pojava koje je nemoguće pokazati eksperimentom u razredu (simulacije), ali kao i kod klasičnih eksperimenata, potrebno je pažljivo voditi učenike u razmišljanju i tražiti od njih aktivno sudjelovanje kroz predviđanja, opažanja, opise i zaključke kako bi se postigao željeni učinak. U današnje vrijeme sve više nastavnika uviđa važnost izvođenja eksperimenata u učionici, iako mnogi i dalje griješe u samom pristupu eksperimentu. Tijekom izvođenja pokusa, potrebno je angažirati učenike. Prije izvođenja eksperimenta nastavnik treba zatražiti da predvide što će se dogoditi, a nakon izvođenja da opišu što su opazili. Kod jednostavnijih i kratkih pokusa, dobro je dati učenicima šansu da se sami upoznaju s pojavom kroz samostalno ili grupno izvođenje eksperimenta.

Nastavni bi se sat u okviru istraživački usmjerene nastave trebao sastojati od tri dijela. Uvodni dio, u kojem se učenici upoznaju s novom pojavom kroz neki problem ili pokus, omogućava nastavniku da prikupi učeničke ideje i identificira njihove pretkoncepcije. Poželjno je da se uvodni problem može lako povezati s njihovim iskustvom i prethodnim znanjem te da predstavi fizikalnu pojavu koja će se istraživati tijekom sata. Središnji dio služi za istraživanje nove pojave, a započinje postavljanjem jednog ili više istraživačkih pitanja na koja je potrebno naći odgovore. Upravo je u ovom dijelu naglasak na vođenom istraživanju tijekom kojega učenici mogu sami predlagati pokuse, testirati svoje hipoteze, predviđati rezultate te ih kasnije i analizirati, a nakon konstrukcije fizikalnog modela, doći i do matematičkog opisa promatrane pojave. Bitno je napomenuti da bi tijekom izvođenja pokusa učenici trebali pokušati identificirati fizikalne veličine koje su važne za opisivanje razmatrane pojave i predložiti moguće načine mjerenja imajući na umu kontrolu varijabli. U završnom je dijelu potrebno testirati i primijeniti razvijeni model. To se može postići pomoću konceptualnih pitanja, jednostavnih zadataka, aplikacijskih pokusa, povratkom na uvodni problem i sl. [23,24]

### **5.1 Priprema za nastavni sat: Sferna zrcala (2 sata)**

Geometrijska optika opisuje širenje, odbijanje i lom svjetlosti pri čemu se širenje svjetlosti prikazuje zrakama, tj. pravcima po kojima se širi svjetlosna energija. Pomoću zakonitosti do kojih dolazi geometrijska optika možemo objasniti svjetlosne pojave u većini svakodnevnih situacija, kao i funkcioniranje optičkih instrumenata i pomagala. Osnovni zakoni geometrijske optike su zakon pravocrtnog širenja svjetlosti, zakon o nezavisnosti svjetlosnih snopova, zakon odbijanja (refleksije) i zakon loma (refrakcije).

Ova se nastavna jedinica izvodi na kraju trećeg razreda srednje škole. Ovdje opisani tijek nastave je predviđen za dva školska sata u gimnazijama.

#### *Obrazovni ishodi*

Nakon održane nastave, učenici će moći:

- opisati karakteristike sfernih zrcala
- opisati nastajanje i prirodu slike koju daju sferna zrcala
- konstruirati sliku koja nastaje u sfernim zrcalima
- matematički odrediti položaj i visinu slike u sfernim zrcalima.

Tijekom sata će razvijati sposobnosti:

- logičnog razmišljanja i zaključivanja
- promatranja i opažanja
- usmenog i pismenog izražavanja.

#### *Odgojni ishodi*

Vrijednosti koje će učenici usvajati tijekom sata su:

- izražavanje vlastitog mišljenja
- uvažavanje tuđeg načina mišljenja i zaključivanja
- sistematičnost pri vođenju bilješki
- aktivno sudjelovanje u raspravi.

### 5.1.1 Uvodni dio

- **Jeste li ikada bili u dvorani sa zrcalima u zabavnom parku ili se susreli sa zrcalima koja nisu davala sliku na kakvu ste navikli? Jeste li se ikada pokušali pogledati u metalnoj žlici?**

Učenici se prisjećaju da slika koju vide u zrcalu može biti i drugačije veličine od predmeta i izobličena.

Pošaljem nekoliko sfernih zrcala po razredu.

- **Pogledajte se u zrcalu. Što vidite? Pokušajte pomaknuti zrcalo bliže ili dalje? Mijenja li se vaša slika? Kako?**

Učenici zapisuju i iznose svoje ideje. Uočavaju da se njihova slika mijenja kad pomaknu zrcalo.

- **Mijenja li se slika kada se primičete ili odmičete od ravnog zrcala? Što mislite, zašto se u ovom slučaju mijenja?**

Na ravnom zrcalu se slika predmeta ne mijenja pri primicanju i odmicanju predmeta od zrcala. Pretpostavljam da će većina učenika zaključiti da do promjena dolazi zato što je zrcalo zaobljeno.

- **Zrcala u kojima ste se promatrali nazivaju se sfernim zrcalima. Ona su dio kugline plohe kojoj je jedna strana glatka tako da reflektira svjetlost. Što mislite, kakvo sve sferno zrcalo može biti?**

Zrcalo može biti udubljeno (konkavno) ili izbočeno (konveksno). Ako se učenici ne mogu sjetiti izraza konkavno i konveksno, uvedem te pojmove.

Na ploču crtam konkavno zrcalo.

- **Ako je sferno zrcalo dio kugline plohe, što mislite koje bi nam veličine mogle biti bitne da ga opišemo? Što vam sve treba za crtanje kružnice? Možemo li to nekako označiti na ovom zrcalu?**

Učenici se prisjećaju centra kružnice i njezinog radijusa koje ucrtam na sliku te uvodim i označavam pojmove:

Središte zakrivljenosti ( $C$ ) – središte zamišljene sfere čiji je dio zrcalo

Polumjer zakrivljenosti ( $R$ ) – duljina spojnice središta zakrivljenosti ( $C$ ) i tjemena ( $T$ ) (polumjer zamišljene sfere čiji je dio zrcalo)

Tjeme zrcala (T) – točka koja predstavlja središte reflektirajuće plohe (najudubljenija ili najispupčenija točka)

Optička os – pravac koji prolazi središtem zakrivljenosti (C) i tjemnom (T)

### 5.1.2 Središnji dio

#### **Istraživačko pitanje 1: Kako se odbija svjetlost na konkavnom zrcalu?**

**Pokus 1 (izvodi se u grupama):** Pomoću svjetiljke puštamo paralelni snop (paralelan s optičkom osi) na zakrivljeni lim koji služi kao konkavno zrcalo [25].

- **Što uočavate, kako se ponašaju reflektirane zrake?**

Sve se reflektirane zrake sijeku u istoj točki.

- **Označite točku u kojoj se sijeku zrake. Točka u kojoj se sijeku reflektirane zrake naziva se fokus ili žarište (F), a udaljenost od fokusa (F) do tjemena (T) naziva se žarišna daljina ( $f$ ).**

**Pomoću ravnala izmjerite udaljenosti između centra zakrivljenosti i tjemena te između fokusa i tjemena. Što opažate?**

Fokus se nalazi na pola udaljenosti između centra zakrivljenosti i tjemena.

**Pokus 2 (izvodi se u grupama):** Pomoću svjetiljke puštamo uski snop svjetlosti na zakrivljeni lim koji služi kao konkavno zrcalo. Lim se nalazi na komadu papira s označenom optičkom osi, centrom zakrivljenosti i fokusom (određenim u pokusu 1) [25]. Tijekom pokusa učenici zapisuju svoja opažanja.

- **Hoće li se što promijeniti u odnosu na prethodni pokus, ako pustite samo jednu zraku paralelnu s optičkom osi?**

Ništa se neće promijeniti. Učenici iznose svoja mišljenja i eksperimentalno ih provjeravaju.

- **Što se događa sa zrakom koja prolazi kroz fokus? Mijenja li se što ako promijenite kut pod kojim svjetlost prolazi kroz fokus?**

Zraka koja prolazi kroz fokus se uvijek reflektira paralelno s optičkom osi.

- **Što ako zraku usmjerite kroz centar zakrivljenosti? Promijenite kut pod kojim svjetlost prolazi kroz centar zakrivljenosti. Što uočavate?**

Zraka koja prolazi kroz centar zakrivljenosti uvijek se reflektira sama u sebe.

- Te se zrake koje ste proučavali nazivaju karakterističnim zrakama i služe za konstrukciju slike na sfernim zrcalima.

Na ploču crtam konkavno zrcalo s označenim fokusom, centrom zakrivljenosti, tjemenom optičkom osi i nekom točkom A u kojoj dolazi do refleksije zrake.

- Nacrtajte odbijanje zrake koja upada na zrcalo paralelno s optičkom osi.

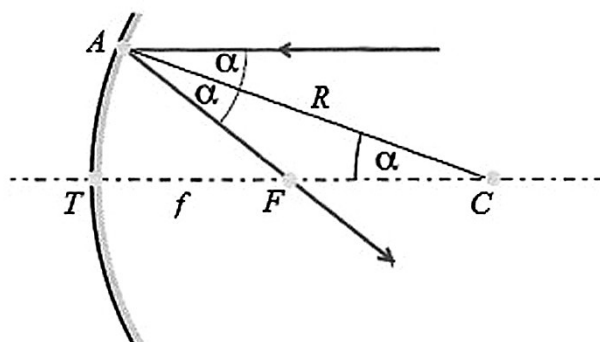
Učenici crtaju svoje slike, a potom zrake ucrtavam na sliku na ploči.

- Vrijedi li za ove zrake zakon refleksije? Označite upadni kut i kut refleksije.

Za zakon refleksije nam treba okomica na zrcalo, u ovom slučaju to je polumjer zakrivljenosti, a kut upada i kut odbijanja moraju biti jednaki. Ucertavam radijus i kuteve na sliku (slika 5.1).

- Upadna zraka je paralelna s optičkom osi. Kakav je onda kut između polumjera zakrivljenosti ( $R$ ) i optičke osi?

Taj kut je također jednak  $\alpha$ .



Slika 5.1: Određivanje žarišne daljine konkavnog zrcala [26]

- Što možete zaključiti o trokutu AFC? Znamo da je udaljenost između točkaka A i C jednaka  $R$ . Ako je C centar zakrivljenosti, kolika je udaljenost između točkaka C i T? U kakvom su odnosu udaljenosti AF i TF? Što možete na temelju toga zaključiti o žarišnoj daljini?

Iz dobivene se skice može zaključiti da je trokut AFC jednakokratan, tj. da vrijedi  $|AF| = |FC|$ . Zbog aproksimacije da je zraka blizu optičkoj osi vrijedi  $|AF| \approx |TF|$ , pa je  $|TF| \approx |FC|$ . Pošto je udaljenost  $|TF| = f$ , a  $|CT| = R$ , žarišna će daljina biti jednaka polovini polumjera zakrivljenosti:

$$f = \frac{R}{2} . \quad (5.1)$$

**Istraživačko pitanje 2: Kako nastaje slika na konkavnom zrcalu i koje su njezine osobine?**

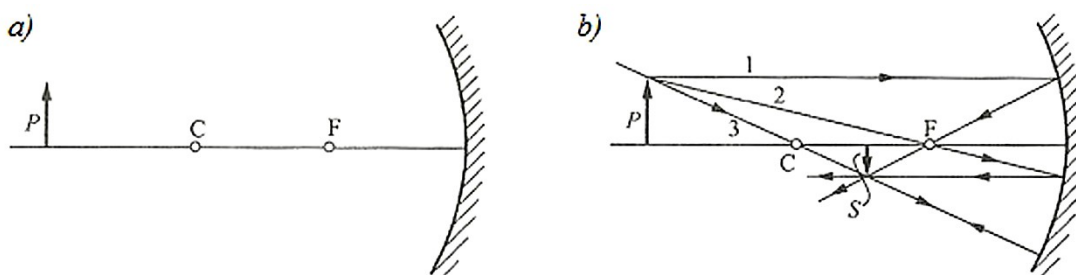
**Pokus 3 (izvodi se u grupama):** Konkavno zrcalo, pričvršćeno na stalak, postavimo na jedan kraj mjerne vrpce, a žaruljicu, koja služi kao predmet, na drugi kraj mjerne vrpce. Vrpca nam služi kao optička os, a na njoj su označeni središte zakrivljenosti i fokus. Žaruljicu polako pomičite prema zrcalu i promatrajte što se događa sa slikom.

- **Kako se mijenja slika dok pomičete žaruljicu prema središtu zakrivljenosti? Što se događa kada pomičete žaruljicu od središta zakrivljenosti do fokusa, a što kada se žaruljica pomiče od fokusa prema zrcalu?**

Slika žaruljice je obrnuta i umanjena, a pomicanjem prema središtu zakrivljenosti njena veličina raste, kao i tijekom daljnjeg pomicanja do fokusa. Nakon fokusa, slika je uspravna i uvećana.

- **Pokušajte konstruirati sliku predmeta pomoću karakterističnih zraka za slučaj kada je predmet dalje od središta zakrivljenosti, kada se nalazi u fokusu i kada je između fokusa i zrcala. Kao predmet uzmite strelicu okrenutu prema gore i kojoj donji dio leži na optičkoj osi (slika 5.2 a)). Odgovaraju li dobivene slike vašim opažanjima? Opišite prirodu dobivenih slika.**

Kada se predmet nalazi dalje od središta zakrivljenosti, dobivena slika je umanjena, obrnuta i realna. Za predmet u fokusu, slika se stvara u beskonačnosti, a kada je između fokusa i zrcala, slika će biti uspravna, uvećana i virtualna. Primjer konstrukcije slike dan je na slici 5.2 b).



Slika 5.2: a) Primjer predmeta za koji treba konstruirati sliku, b) Konstrukcija slike [27]

- **Što se događalo s veličinom slike predmeta dok ste ga pomicali prema zrcalu? Možemo li nekako odrediti povećanje kod sfernog zrcala? Što mislite kako? Kakvo će biti povećanje ako je slika manja od predmeta, a kakvo ako je slika veća?**



Veličina koja nam govori o omjeru visina predmeta i slike naziva se linearno povećanje zrcala ( $m$ ) i računa se kao:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a} . \quad (5.2)$$

Kada je slika predmeta veća od predmeta, povećanje će biti veće od 1, a ako je slika manja od predmeta, povećanje će biti manje od 1. Negativan predznak u drugom dijelu jednadžbe proizlazi iz dogovora da je za uspravne slike povećanje pozitivno, a za obrnute negativno.

#### *Interaktivni izvod jednadžbe sfernog zrcala*

Učenici samostalno ili u parovima postepeno provode korak po korak izvoda, a svaki se korak poslije diskutira s cijelim razredom.

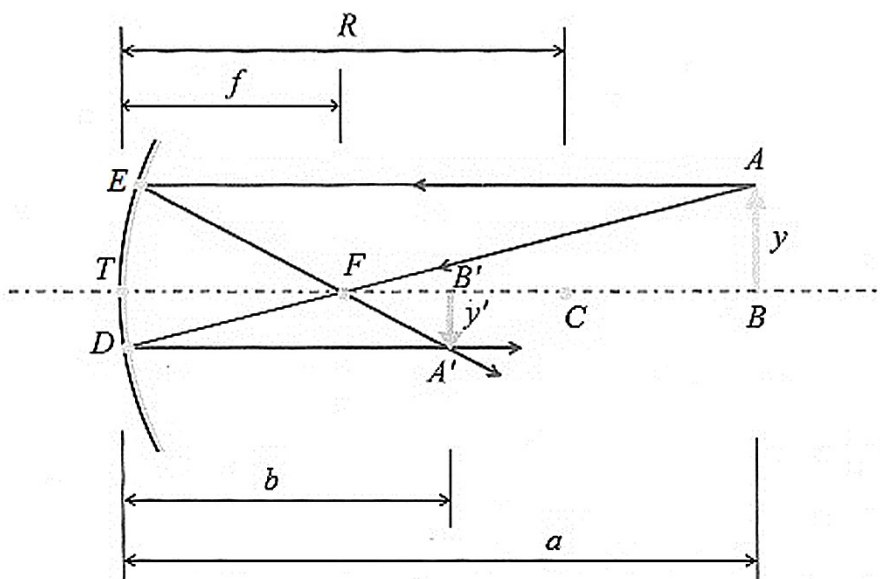
- **Što mislite, možemo li položaj i veličinu slike odrediti i na neki drugi način osim konstrukcijom? Koje su nam sve veličine bitne kako bismo odredili položaj i veličinu slike matematički?**

Pošto slika predmeta ovisi o zrcalu i predmetu, treba uzeti u obzir žarišnu daljinu zrcala ( $f$ ), visinu predmeta ( $y$ ) te udaljenost predmeta od zrcala ( $a$ ). Slika predmeta se mijenja ovisno o položaju predmeta pa će nam trebati i visina slike ( $y'$ ) i udaljenost slike od zrcala ( $b$ ).

- **Konstruirajte sliku predmeta pomoću karakterističnih zraka (slika 5.3). Pretpostavimo da su zrake paralelne s optičkom osi vrlo blizu optičke osi. U tom slučaju možemo aproksimirati kružni luk ED dužinom okomitom na optičku os, pa je  $|TD| \approx y'$ , a  $|ET| \approx y$ .**

**Zanima nas kako se odnose veličine predmeta i slike Promotrimo trokute koji kao stranice imaju visine slika, a to su trokuti AFB i A'B'F. Koji je trokut sličan trokutu AFB, a koji trokutu A'B'F?**

Trokutu AFB je sličan trokut TDF, a trokutu A'B'F trokut ETF.



Slika 5.3: Konstrukcija slike na konkavnom zrcalu [26]

- **Promotrimo slične trokute TDF i AFB. Koje stranice su slične? Napišite omjere odgovarajućih stranica tih trokuta.**

Slične stranice su AB i TD te TF i BF. Znamo da je udaljenost  $|TF|$  jednaka žarišnoj daljini ( $f$ ), a udaljenost  $|FB|$  se može izračunati kao ukupna udaljenost predmeta od zrcala ( $a$ ) od koje oduzmemo žarišnu daljinu ( $f$ ). Kada se dobivene veličine stave u omjer, dobiva se:

$$\frac{y'}{y} = \frac{f}{a - f} . \quad (5.3)$$

- **Uzmimo sada trokute A'B'F i ETF. Pokušajte odrediti omjer veličine predmeta i slike na isti način.**

Analogno gornjem slučaju, dobiva se:

$$\frac{y'}{y} = \frac{b - f}{f} . \quad (5.4)$$

- **Na temelju dobivenih izraza povežite  $a$ ,  $b$  i  $f$  u jednu jednadžbu.**

Lijeve strane jednadžbi su jednake, pa se desne strane mogu izjednačiti:

$$\frac{b - f}{f} = \frac{f}{a - f} , \quad (5.5)$$

a raspisivanjem se dobije:

$$ab = af + bf . \quad (5.6)$$

- **Dobivenu jednadžbu je potrebno još podijeliti s  $abf$  kako bismo dobili jednadžbu sfernog zrcala:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} . \quad (5.7)$$

- Prilikom korištenja ove jednadžbe treba pripaziti na predznake. Kod konkavnih zrcala, žarišna daljina ima pozitivan predznak, a kod konveksnih negativan. Ako je slika predmeta realna, udaljenost  $b$  će imati pozitivan predznak, a ako je slika virtualna, predznak će biti negativan. Visina slike ima pozitivan predznak kada je usmjerena prema gore, a negativan kada je usmjerena prema dolje u odnosu na optičku os.
- **Uzimajući to u obzir, kakve su veličine koje smo koristili tijekom izvoda?  $y'$  je negativan, pošto je slika obrnuta. Mijenja li to konačnu jednadžbu koju smo dobili? Zašto?**

Sve veličine koje smo koristili ( $y$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $f$ ) su pozitivne osim visine slike ( $y'$ ), koja je negativna, ali to ne utječe na konačnu jednadžbu, nego samo na predznak povećanja.

### 5.1.3 Završni dio

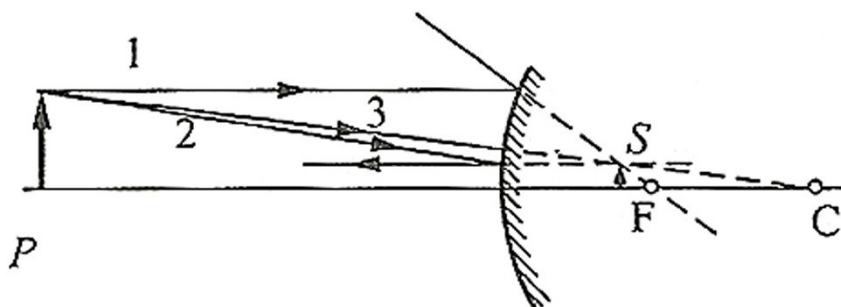
*Kako se odbija svjetlost i nastaje slika na konveksnom zrcalu? Primijenite stečena znanja s primjera konkavnog zrcala.*

**Pokus 3 (izvodi se u grupama):** Pomoću svjetiljke puštamo prvo paralelni snop svjetlosti, a potom zasebne uske snopove svjetlosti na zakrivljeni lim koji služi kao konveksno zrcalo. Proučavamo što se događa s karakterističnim zrakama u ovom slučaju [25].

- **S koje strane zrcala se nalazi središte zakrivljenosti i fokus? Kako biste odredili fokus na ovakvom zrcalu?**

Centar zakrivljenosti i fokus nalaze se iza zrcala, a fokus se može odrediti produžecima zraka koje padaju na zrcalo paralelno s optičkom osi.

- **Konstruirajte sliku predmeta P pomoću karakterističnih zraka (slika 5.4).**



Slika 5.4: Konstrukcija slike na konveksnom zrcalu [27]

- **Kakvu sliku ste dobili?**

Virtualnu, uspravnu i umanjenu.

- **Kakvog će predznaka biti karakteristične veličine u ovom slučaju? Zašto?**

Visina predmeta ( $y$ ) i njegova udaljenost od zrcala ( $a$ ) će biti uvijek pozitivni. Slika je uspravna pa će njezina visina također biti pozitivna veličina ( $y'$ ). Fokus ( $f$ ) i udaljenost slike od zrcala ( $b$ ) su negativnog predznaka, jer se radi o konveksnom zrcalu i slika je virtualna.

\*Zadaci se rješavaju individualno pomoću kartica, a ako učenici imaju problema s nekim pitanjem, konzultiraju se u grupama od 2-4 učenika:

1. Pod kojim se kutem od konveksnog zrcala odbija zraka koja na zrcalo upada pod kutem od  $30^\circ$ ?

a)  $15^\circ$

**b)  $30^\circ$**

c)  $60^\circ$

Kut pod kojim se zraka odbija je uvijek jednak upadnom kutu, bez obzira o kojem se zrcalu radi.

2. Kolika je žarišna daljina sfernog zrcala čiji polumjer zakrivljenosti iznosi 40 cm?

a) 40 cm

**b) 20 cm**

c) 60 cm

Žarišna daljina je jednaka polovici polumjera zakrivljenosti.

3. Zraka svjetlosti koja na konkavno sferno zrcalo dolazi paralelno s optičkom osi reflektira se:

a) tako da prolazi kroz središte zakrivljenosti

**b) tako da prolazi kroz fokus**

c) sama u sebe

4. Slika koju stvara konkavno sferno zrcalo je:

a) uvijek virtualna,

b) uvijek realna,

**c) virtualna kada se predmet nalazi između fokusa i tjemena zrcala**

5. Osoba trči prema konveksnom zrcalu. Slika koju opaža u zrcalu je:

- a) realna i postaje sve veća
- b) realna i postaje sve manja
- c) virtualna i postaje sve veća**
- d) virtualna i postaje sve manja

\*Zadaci se rješavaju u grupama od 2-4 učenika:

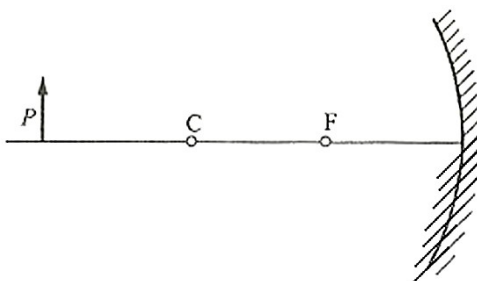
6. Jesu li retrovizori u automobilima ravna, konveksna ili konkavna zrcala? Obrazložite.

Retrovizori su konveksna zrcala. Konveksnih zrcala nam daju puno širi vidni kut koji nam omogućava da vidimo predmete iza automobila koje s ravnim ili konkavnim zrcalima ne bismo bili u mogućnosti vidjeti. Također, konveksna zrcala uvijek daju uspravnu, umanjenu i virtualnu sliku, dok se kod konkavnih zrcala priroda slike mijenja ovisno o položaju predmeta. Iz iskustva znamo da je u retrovizoru slika uvijek uspravna i umanjena, bez obzira na položaj predmeta koji promatramo.

7. U retrovizoru oblika konveksnog zrcala vidi se slika automobila. Automobil je udaljen 100 m od tjemena zrcala, a polumjer zakrivljenosti zrcala je 10 m. Koliko je linearno povećanje?

Zadana je udaljenost predmeta od zrcala ( $a$ ), fokus zrcala ( $f$ ) se određuje pomoću formule 5.1, pri čemu treba uzeti u obzir da je zrcalo konveksno pa će žarišna daljina biti negativna. Udaljenost slike od zrcala ( $b$ ) možemo izračunati pomoću formule 5.5 i također treba biti negativna. Linearno povećanje se računa pomoću formule 5.6 i iznosi 0.05, što znači da je slika umanjena.

8. Na slici je prikazano konkavno zrcalo, kojemu je prekrivena donja polovica (slika 5.5). Konstruirajte sliku predmeta pomoću karakterističnih zraka. Obrazložite.



Slika 5.5: Konkavno zrcalo sa prekrivenim donjim djelom [27]

Iako je prekriven dio zrcala, slika se konstruira na isti način kao što je prikazano na slici 5.2 b). Karakteristične zrake koje koristimo služe nam samo kao pomoć tijekom

konstrukcije slike pošto znamo točno kako se reflektiraju od zrcala. U realnom slučaju, na zrcalo pada beskonačno mnogo zraka koje se reflektiraju i stvaraju sliku predmeta, pa čak i kada je zrcalo djelomično prekriveno, i dalje postoji dovoljno zraka koje će dati sliku.

**9.** Predmet i realna slika su međusobno udaljeni 60 cm. Slika je dva puta veća od predmeta. Kolika je žarišna daljina upotrijebljenog zrcala i o kojem se zrcalu radi?

Pošto je slika realna, nalazi se ispred zrcala, kao i predmet, što znači da je udaljenost slike od zrcala ( $b$ ) pozitivna veličina. Veća slika od predmeta znači da se slika nalazi dalje od predmeta ( $b > a$ ), pa je izraz za međusobnu udaljenost predmeta  $b - a = 60$  cm. Udaljenosti  $a$  i  $b$  se mogu izračunati pomoću izraza 5.6 i iznose  $a = 60$  cm i  $b = 120$  cm. Žarišna daljina se računa pomoću jednadžbe sfernog zrcala (5.5) i iznosi 40 cm. Pošto je žarišna daljina pozitivna veličina, radi se o konkavnom zrcalu. [26, 28]

## 6. Zaključak

Prvi HeNe laser izradio je Ali Javan 1960. godine. Laser se sastoji od tri glavna dijela: laserskog medija, pumpe i optičkog rezonatora. Kao medij služi mješavina plinova helija i neona koji se nalaze u staklenoj cijevi. Izmjenična struja se u medij dovodi pomoću 2 elektrode i održava proces električnog pražnjenja naboja u mediju koji pobuđuje atome. Tijekom sudara s elektronima atomi helija se pobude u metastabilna stanja, nakon čega predaju energiju atomima neona. Ovaj proces ne bi bio moguć da metastabilna stanja helija nisu bliska po energiji pobuđenim stanjima neona. Pobuđeni atomi neona tijekom prijelaza u niža stanja emitiraju fotone, a najčešći prijelaz je na 632.8 nm. Optički rezonator, koji se sastoji od dva paralelna zrcala smještena oko medija, služi za pojačanje zrake. Zrcala reflektiraju fotone koji se gibaju paralelno s osi između zrcala nazad u medij i tako potiču stimuliranu emisiju. Jedno zrcalo treba biti djelomično propusno kako bi dobili izlaznu zraku, a prigodan odabir zrcala može dati zrake drugih valnih duljina, žutu, narančastu i zelenu. Zbog jednostavnosti izrade i svoje karakteristične koherentne zrake, HeNe laser se i danas upotrebljava u raznim područjima.

## Literatura

- [1] World of Lasers, History of Lasers, <http://www.worldoflasers.com/laserhistory.htm>, 19.6.2016.
- [2] American Physical Society, Focus: Invention of the Maser and Laser, <http://physics.aps.org/story/v15/st4>, 19.6.2016.
- [3] American Institute of Physics – Bright Idea: The First Lasers, <https://www.aip.org/history/exhibits/laser/sections/raydevices.html>, 18.8.2016.
- [4] Optics & Photonics News, History of Gas Lasers, Part 1 - Continuous Wave Gas Lasers, [http://www.osa-opn.org/home/articles/volume\\_21/issue\\_1/features/history\\_of\\_gas\\_lasers\\_part\\_1%E2%80%94continuous\\_wave\\_gas/](http://www.osa-opn.org/home/articles/volume_21/issue_1/features/history_of_gas_lasers_part_1%E2%80%94continuous_wave_gas/), 19.6.2016.
- [5] How Stuff Works, How Lasers Work, <http://science.howstuffworks.com/laser7.htm>, 19.6.2016.
- [6] Silfvast, William T. Laser Fundamentals, 2nd edition, Cambridge 2004
- [7] Melles Griot – Introduction to Laser Technology, <http://www.astro.caltech.edu/~lah/ay105/pdf/Laser-Guide.pdf>, 19.6.2016.
- [8] Laser Selection, <http://laser.photoniction.com/tutorial/>, 18.8.2016.
- [9] LD Didactic – Helium Neon Laser, <http://www.ld-didactic.de/documents/en-US/EXP/PHO/4747104EN.pdf>, 19.6.2016.
- [10] Melles Griot – Introduction to Laser Technology, [http://www.phys.columbia.edu/~w3081/exp\\_files/melles\\_griot\\_1.pdf](http://www.phys.columbia.edu/~w3081/exp_files/melles_griot_1.pdf), 19.6.2016.
- [11] Wikipedia, Brewster's Angle [https://en.wikipedia.org/wiki/Brewster%27s\\_angle](https://en.wikipedia.org/wiki/Brewster%27s_angle), 18.8.2016.
- [12] HyperPhysics, Polarization by Reflection <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/polref.html>, 18.8.2016.
- [13] Science, How Stuff Works, How Holograms Work, <http://science.howstuffworks.com/hologram3.htm>, 19.6.2016.
- [14] Wikipedia, Holography <https://en.wikipedia.org/wiki/Holography>, 18.8.2016.
- [15] Howarth, P.; Redgrave, F: Mjeriteljstvo ukratko, 3. izdanje, prijevod: Molnar, M., [http://www.dzm.hr/\\_download/repository/Metrologija\\_ukratko.pdf](http://www.dzm.hr/_download/repository/Metrologija_ukratko.pdf), 18.8.2016.
- [16] Sam's Laser FAQ, <http://www.repairfaq.org/sam/laserhen.htm#heni2shl>, 18.8.2016.
- [17] Cheng, W.Y.; Shy, J.T.; Lin, T: A compact iodine-stabilized HeNe laser and crossover resonance at 543 nm // Optics Communications 156 (1998), str. 170-177



- [18] Velocimetry, [http://www.velocimetry.net/ldv\\_principles.htm](http://www.velocimetry.net/ldv_principles.htm), 18.8.2016.
- [19] Wikipedia, Laser Doppler Velocimetry  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Laser\\_Doppler\\_velocimetry](https://en.wikipedia.org/wiki/Laser_Doppler_velocimetry), 18.8.2016.
- [20] Polytec, Basec Principles of Vibrometry  
<http://www.polytec.com/us/solutions/vibration-measurement/basic-principles-of-vibrometry/>, 18.8.2016.
- [21] Trinity College Dublin, Photonics,  
<https://www.tcd.ie/Physics/research/themes/photonics/nanophotonics/plasmon.php>,  
18.8.2016.
- [22] Wikipedia, Confocal Microscopy [https://en.wikipedia.org/wiki/Confocal\\_microscopy](https://en.wikipedia.org/wiki/Confocal_microscopy),  
18.8.2016.
- [23] Krsnik, R. Suvremene ideje u metodici nastave fizike, Zagreb: Školska knjiga, 2008.
- [24] Planinić, M. Predavanja iz Metodike nastave fizike 1, Zagreb: PMF, 2014.
- [25] Sušac, A.; Pećina, P. Praktikum iz eksperimentalne nastave fizike 1, Zagreb: PMF,  
2013.
- [26] Labor, J. Fizika 3: udžbenik za treći razred gimnazije, Zagreb: Alfa, 2007.
- [27] Krsnik, R. Fizika 4: udžbenik za 4. razred gimnazije, Zagreb: Školska knjiga, 2000.
- [28] Brković, N.; Pećina, P. Fizika u 24 lekcije: Priručnik za pripremu državne mature, 3.  
izdanje, Zagreb: Element, 2013.