Mjerenje energije gama zraka kod raspada pozitronija CeBr3 detektorima

Matejak, Karolina

Master's thesis / Diplomski rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:559868

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-20**

Repository / Repozitorij:

Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Karolina Matejak

MJERENJE ENERGIJE GAMA ZRAKA KOD RASPADA POZITRONIJA $CeBr_3$ DETEKTORIMA

Diplomski rad

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

SMJER: PROFESOR FIZIKE I INFORMATIKE

Karolina Matejak

Diplomski rad

Mjerenje energije gama zraka kod raspada pozitronija $CeBr_3$ detektorima

Voditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Damir Bosnar

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2016.

Ovom prilikom zahvaljujem se prof. dr. sc. Damiru Bosnaru na mentorstvu za ovaj rad te uvodu u eksperimentalnu fiziku. Zahvale upućujem i dr. sc. Petru Žugecu na informatičkoj i programskoj pomoći.
Hvala i svim prijateljima i kolegama koje sam stekla tijekom svog fakultetskog obrazovanja i s kojima je proteklih 5 godina proletjelo u društvu, zabavi, ali i poticajnom okruženju za učenje i napredovanje.
Nadalje, želim zahvaliti članovima svoje uže i šire obitelji, a napose roditeljima i bratu na bezrezervnoj podršci i neprestanom bodrenju.
Naposlijetku, teško je u nekoliko riječi svesti petinu života, sve uspone i padove, zgode i nezgode. Hvala Tomislavu na optimizmu i nadi u svjetlu budućnost!
"*A sada je na nas dvoje red!*"

Sažetak

Elektron i pozitron mogu tvoriti nestabilno vezano stanje - pozitronij. Ovisno o spinu vezanog stanja moguć je raspad na dvije gama zrake (para-pozitronij), odnosno tri gama zrake (orto-pozitronij), s različitim vremenima života i vjerojatnostima raspada. Pozitronij je od otkrića bio pogodan sustav za ispitivanje temeljnih zakona fizike. U ovom diplomskom radu mjerene su energije gama zraka iz raspada pozitronija trima $CeBr_3$ detektorima. Obrada podataka izvršena je u programskoj platformi ROOT.

Measurment of gamma rays energies at positronium decay using $CeBr_3$ detectors

Abstract

The electron and positron can form unstable bound state - positronium. Positronium decays on the two gamma rays (parapositronium) or on the three gamma rays (orthopositronium), depending on the spin of bound states. Parapositronium and orthopositronium have different lifetimes and probabilities of decay. Positronium has been, ever since the discovery, an appropriate system for testing fundamental laws of physics. In this thesis, energy of gamma rays was measured from the positronium decay, using three $CeBr_3$ detectors. Data analysis was performed in the program platform ROOT.

Sadržaj

1 Uvod **1**

2 Teorijski dio **2**
2.1 Beta raspad . . . 2
2.1.1 Beta plus raspad . . . 3
2.1.2 Beta minus raspad . . . 3
2.1.3 Uhvat elektrona . . . 4
2.2 Gama emisija . . . 4
2.2.1 Stanje izomera . . . 6
2.3 Anihilacijsko zračenje . . . 6
2.4 Udarni presjek . . . 7

3 Međudjelovanje gama zračenja s materijom **9**
3.1 Fotoelektrični efekt . . . 9
3.2 Comptonovo raspršenje . . . 11
3.3 Tvorba parova . . . 11

4 Pozitronij **13**
4.1 Svojstva pozitronija i usporedba s vodikom . . . 13
4.2 Formiranje pozitronija . . . 16
4.3 Raspad pozitronija . . . 17
4.3.1 Raspad parapozitronija . . . 17
4.3.2 Raspad ortopozitronija . . . 18

5 Eksperimentalni postav **20**
5.1 Scintilacijski detektori . . . 20
5.1.1 Princip rada . . . 20
5.1.2 Svojstva . . . 21
5.1.3 Anorganski scintilatori . . . 22
5.2 Fotomultiplikatori . . . 22

6 Provedba eksperimenta **25**
6.1 Opis eksperimenta i aparature . . . 25
6.1.1 Kobalt - 60 . . . 25
6.1.2 Izvor pozitrona ^{22}Na . . . 25
6.1.3 Detektori $CeBr_3$ . . . 26
6.1.4 ROOT platforma . . . 27
6.2 Rad detektora u parovima . . . 28
6.2.1 Mjerenje vremenske rezolucije detektora . . . 28
6.2.2 Energijske rezolucije detektora . . . 30
6.3 Mjerenje energije gama zraka iz pozitronija . . . 32

6.3.1 Promjena horizontalne skale 32
6.4 Rezultati mjerenja energija gama zraka iz raspada ortopozitronija . . . 33

7 Zaključak **41**

8 Metodički dio **42**
8.1 Ciljevi učenja 42
8.1.1 Obrazovni ishodi (očekivana učenička postignuća) 42
8.1.2 Odgojni ishodi 43
8.2 Obrada teme - Antičestice 43

Dodaci **47**

A Programski kod za transformaciju sa skale kanala na skalu energija **47**

1 Uvod

Nedugo nakon što je Paul Dirac teorijski predvidio pozitron 1929. godine, a Carl Andersson 1932. otkrio, hrvatski znanstvenik Stjepan Mohorovičić 1934. pitao se što bi se dogodilo da se elektron i pozitron sretnu dovoljno blizu da ih privuče Coulombova sila, ali dovoljno daleko da ne dođe do anihilacije. U takvoj bi situaciji, tvrdio je Mohorovičić, nastao egzotični atom kojega je imenovao elektrum. Teorijsko predviđanje Mohorovičića pokazalo se točnim kada je 1951. Martin Deutsch na MIT – u eksperimentalno detektirao takav atom i nadjenuo mu ime pozitronij, pod kojim je i danas poznat.

Pozitronij je najlakši egzotični atom koji se sastoji od elektrona i njegove antičestice, pozitrona. U svim matematičkim opisima analogan je opisima vodikovog atoma, od koga se razlikuje po tome što nema jezgru, već elektron i pozitron kruže oko zajedničkog središta mase. Pozitronij je nestabilan te se stoga vrlo brzo elektron i pozitronij anihiliraju. Broj gama zraka koje nastanu ovisi o relativnom odnosu spinova elektrona i pozitrona. Ako su im spinovi antiparalelni (S = 0), pozitronij se nalazi u singletnom stanju poznatom kao parapozitronij (pPs) te prilikom anihilacije emitira dvije gama zrake. Svaka od emitiranih gama zraka tada ima energiju 511 keV. Kada se te energije zbroje, daju 1022 keV, što je jednako zbroju energija mirovanja elektrona i pozitrona. Zbog očuvanja impulsa, zrake se emitiraju u suporotnom smjeru, odnosno pod kutem od $180°$. Srednje vrijeme života parapozitronija je oko 125 ps.

U ovom diplomskom radu promatrana je konfiguracija pozitronija s paralelnim spinovima elektrona i pozitrona (S = 1). Pozitronij se tada nalazi u tripletnom stanju poznatom kao ortopozitronij (oPs) i raspada se na tri gama zrake. U najvjerojatnijem slučaju, svaka gama zraka ima oko trećine ukupne energije mirovanja pozitrona i elektrona, oko 340 keV. U tom slučaju, zbog očuvanja impulsa, zrake se emitiraju međusobno pod kutem od 120°. Srednje vrijeme života ortopozitronija oko 1000 je puta duže od srednjeg vremena života parapozitronija i iznosi oko 142 ns.

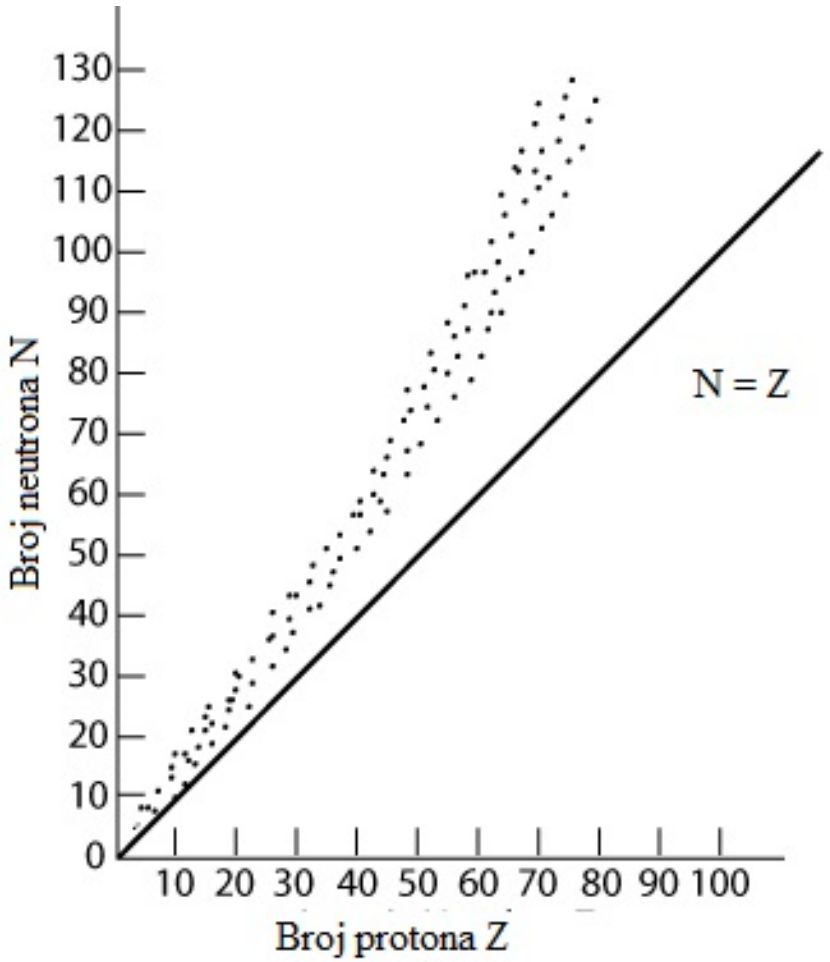
Kao detektori gama zraka nastalih raspadom ortopozitronija korištena su tri $CeBr_3$ scintilacijska detektora, a skupljanje podataka vršilo se digitalizatorom pulsa. Obrada podataka i crtanje grafova napravljeni su u ROOT platformi, koristeći programe napisane u C++.

Kao rezultat eksperimenta izračunali smo energijske rezolucije $CeBr_3$ detektora, a pokazano je i kako suma energija traženih gama zraka odgovara pretpostavci.

2 Teorijski dio

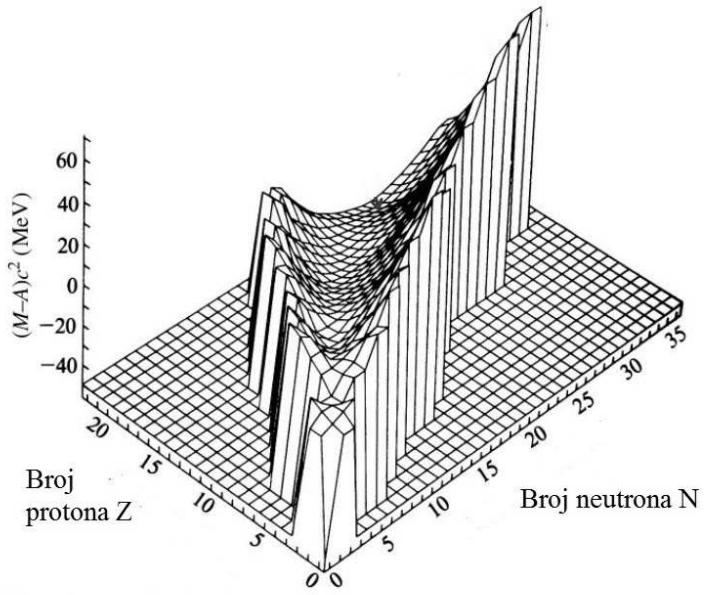
2.1 Beta raspad

Beta (β) česticama nazivamo elektrone i njihove antičestice pozitrone nastale beta raspadima. Zbog pridruženih naboja, elektron se naziva još i β^- čestica, dok je pozitron β^+ čestica. Beta čestice nastaju radioaktivnim raspadom neutrona ili protona u jezgri koja ima višak jednog od dva nabrojana supstituenta jezgre. Ovim raspadom jezgra se vraća na liniju stabilnosti u N-Z grafu 2.1.



Slika 2.1: Dvodimenzionalni Segreov graf, s prikazom broja protona i neutrona za stabilne jezgre. [1]

Vraćanje na liniju stabilnosti nakon bilo kojeg radioaktivnog raspada, ne samo β raspada postaje jasnije ako Segreov graf pogledamo u 3D koordinatnom sustavu (slika 2.2), pri čemu je na vertikalnu os nanesena nanesena relativna energija koju pojedina jezgra ima. Bitno je za primijetiti kako β raspadom maseni broj jezgre A ostaje isti, dok redni broj jezgre Z varira za ± 1 [2].



Slika 2.2: Trodimenzonalni Segreov graf za jezgre do Z=22. Treća os prikazuje energiju vezanja za svaki pojedini nuklid određen sa Z i N. [3]

2.1.1 Beta plus raspad

Beta plus raspad karakterističan je za jezgre koje imaju višak protona u jezgri. U njima se jedan proton transformira u neutron uz emitiranje elektrona i antineutrina. Dakle, nakon β^+ raspada, atomski broj jezgre ostaje isti, dok se redni broj jezgre smanji za 1. Smanjenjem rednog broja jezgre, jezgra se pomiče ulijevo na N-Z grafu prema liniji stabilnosti.

$$ {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{1}_{0}n + e^+ + \nu_e \tag{2.1} $$

Uvjet pod kojim neke jezgre s viškom protona podliježu β^+ raspadu je taj da ukupna masa reaktanata bude veća od ukupne mase produkata. Odnosno, potrebno je da energija vezanja nastale jezgre bude veća od početne jezgre.

Jedan od mogućih emitera β^+ je i izotop ^{22}Na:

$$ {}^{22}_{11}Na \rightarrow {}^{22}_{10}Ne + e^+ + \nu_e \tag{2.2} $$

2.1.2 Beta minus raspad

Jezgre s viškom neutrona podliježu β^- raspadu, pri čemu se jedan od neutrona jezgre transformira u proton, koji ostaje vezan u jezgri, uz istovremeno emitiranje elektrona i antineutrina. Atomski broj jezgre tijekom ovog raspada ostaje isti, dok se redni broj nastale jezge poveća za jedan u odnosu na početnu jezgru. β^- raspadom jezgra se pomiče udesno na N-Z grafu prema liniji stabilnosti.

$$ {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + e^{-} + \overline{\nu}_{e} \tag{2.3} $$

Kao što postoje jezgre koje su prirodni emiteri β^{+} čestica, tako postoje jezgre koje su prirodni emiteri β^{-} čestica. Jedna od takvih jezgri je i jezgra ^{60}Co.

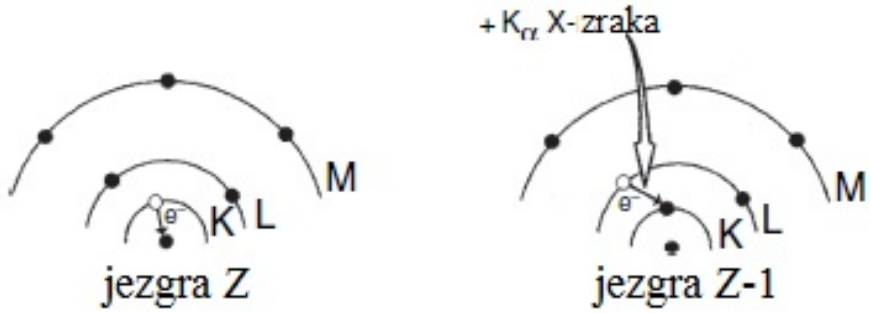
$$ {}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + e^{-} + \overline{\nu}_{e} \tag{2.4} $$

Uvjet da jezgra s viškom neutrona podlijegne β^{-} raspadu je taj da je masa produkata β^{-} raspada manja od mase početne jezgre. Razlika u masi produkta i reaktanata odlazi na povećanje energije produkata, posebice elektrona, koji se nakon β^{-} raspada gibaju relativističkim brzinama [2].

2.1.3 Uhvat elektrona

U nekim jezgrama bogatim protonima emisija β^{+} čestice energijski je nemoguća pa se stoga neki od orbitalnih elektrona, najčešće iz K - ljuske, mogu uhvatiti s protonom iz jezgre (kao što vidimo na 2.3), formirajući neutron uz istovremenom emitiranje neutrina [3].

$$ {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{0}\nu \tag{2.5} $$



Slika 2.3: uhvat-elektrona. [4]

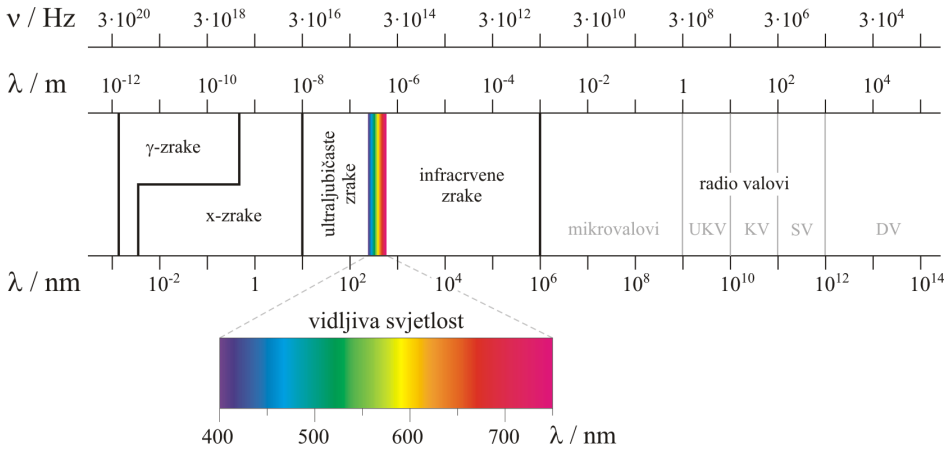
Ako bismo se za detekciju uhvata elektrona morali osloniti jedino na emitirane čestice, ovaj bi proces bilo gotovo nemoguće detektirati, s obzirom da je jedino neutrino emitiran. No ipak, uhvat elektrona od strane protona iz jezgre ostavlja šupljinu u elektronskom omotaču atoma, koju odmah popunjava drugi elektron omotača, i to iz više ljuske. Ovaj proces prepoznajemo po emisiji X - zraka iz atoma ili, u rijetkim slučajevima, oslobađanjem elektrona iz atoma. Potonji proces naziva se Augerov efekt, a etako emitirani elektron Augerov elektron [2].

2.2 Gama emisija

Gama raspad je oblik radioaktivnog raspada u kojem ne dolazi do klasične promjene broja protona ili neutrona u jezgri, kao kod alfa i beta raspada, već ovdje dolazi do

oslobađanja energije iz pobuđene jezgre. Energija se oslobađa emitiranjem gama zraka, stoga se gama raspad često naziva i gama emisija [3].

Gama zračenje je vrsta elektromagnetskog zračenja, i to frekvencijski i energijski najviša. Spektar elektromagnetskog zračenja vidimo na slici 2.4. Energije gama zračenja kreću se u rasponu od oko 100 keV pa sve do oko 10 MeV. Energiju od 10 MeV koja je ranije navedena, nipošto se ne može shvatiti kao gornja granica energije elektromagnetskih zračenja. Astronomi su u svojim istraživanjima detektirali i zračenje puno viših enegija, tzv. kozmičke gama zrake, koje idu i iznad 10^8 MeV [4].

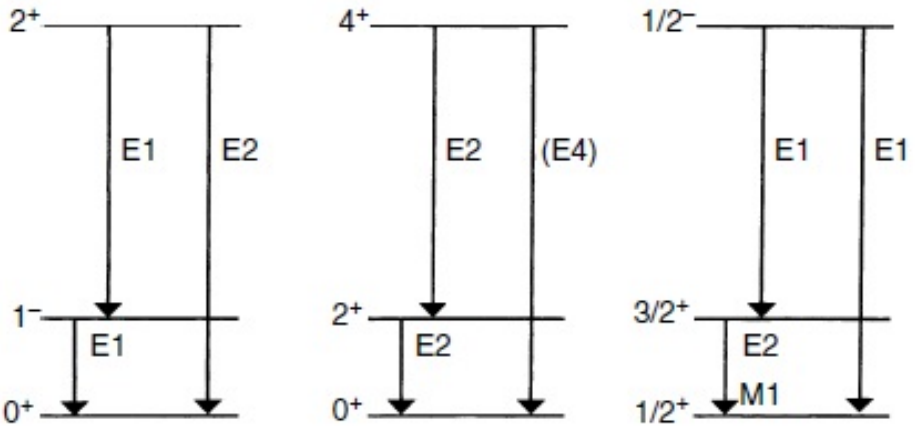


Slika 2.4: Spektar elektromagnetskog zračenja s označenim valnim duljinama i frekvencijama pojedinog zračenja. [5]

Jednako kao što elektroni u elektronskom oblaku mogu zauzimati različita energijska stanja, ljuske K, L, M i dr., jednako se tako ponašaju i nukleoni u jezgri. Pobuđeno stanje jezgre imamo kada se jedan ili više nukleona, protona i/ili neutrona, nalazi u stanju više energije. Energija nuklearnih stanja ovisi o promjeni nabojnih i strujnih distribucija unutar jezgre. Nabojna distribucija rezultira električnim momentima, a strujna distribucija magnetskim. Premda samo proton zbog električnog naboja čini električni moment jezgre, neutron doprinosi magnetskom momentu jezgre, s obzirom da posjeduje magnetski moment.

Osciliranje naboja unutar jezgre opisujemo sfernim harmonicima, koje možemo raspisati multipolnim razvojem. Uzastopni članovi multipolnog razvoja odgovaraju kutnom momentu u određenim kvantiziranim jedinicama. Ako multipolni razvoj sadrži samo jedan član, on odgovara električnom dipolnom zračenju oznake E1. Isto tako, ako multipolni razvoj sadrži dva člana, imamo električno kvadrupolno zračenje E2 itd. Na isti način određujemo magnetski multipolni razvoj. Ako u razvoju imamo samo jedan član, to je magnetski dipolni moment M1, ako u razvoju imamo dva člana, to je magnetski kvadrupolni moment M2 itd. Uz opisanu promjenu kutnog momenta, moramo uzeti u obzir i promjenu parnosti π. Parnost promatra ponašanje valne funkcije s obje strane ishodišta koordinatnog sustava, te tako valna funkcija može biti parna (+) ili neparna (-).

Dakle, za promatrane prijelaze nukleona u viša/niža energijska stanja jezgre, u obzir moramo uzeti vrstu prijelaza (električna ili magnetska), red multipolnog razvoja te promjenu parnosti funkcije. Poznavanje ovih podataka unosi pravilnost u naizgled proizvoljna pobuđenja nukleona unutar jezgre. Prikazi pojedinih raspada imaju, uz parnost, naznačen i spin nukleona, kao i osnovno energijsko stanje te nekoliko pobuđenih, kao što vidimo na slici 2.5.



Slika 2.5: Prikaz nekoliko mogućih shema gama emisije, uz navedene spinove, parnost i očekivane multipolne tranzicije. [4]

2.2.1 Stanje izomera

Premda je emisija γ zrake iz pobuđene jezgre gotovo trenutna, oko 10^{-12} sekundi, neke jezgre u pobuđenom stanju mogu ostati relativno dugo. Ovom odstupanju od trenutne emisije uzrok su zabranjeni prijelazi među energijskim razinama, što rezultira znatno većim vremenom poluživota, od nekoliko sekundi pa sve do nekoliko godina. Odgovor ovome možemo pronaći i u većem broju članova multipolnog razvoja (E4 i/ili M4), masenom broju jezgre, te o mnogostrukosti prijelaza [4]. Jezgre koje se nalaze u pobuđenom stanju duže vremena pokazuju radioaktivna svojstva koja se bitno razlikuju od onih koje jezgra inače ima u osnovnom stanju [2].

Ovakve se jezgre nazivaju izomerima, što se označava dodavanjem slova m iza masenog broja u eksponenet. Primjeri za izomerne jezgre jesu ^{60m}Co i ^{69m}Zn.

2.3 Anihilacijsko zračenje

Pozitron je elektronova antičestica te kao takva ima istu masu kao elektron, istu količinu naboja kao i elektron, samo suprotnog predznaka. Prolaskom kroz materiju, od relativističke kinetičke energije, kinetička energija pozitrona prilazi nuli. U takvim uvjetima, sasvim sigurno će naletjeti na elektron. Tako nastali elektron - pozitron par

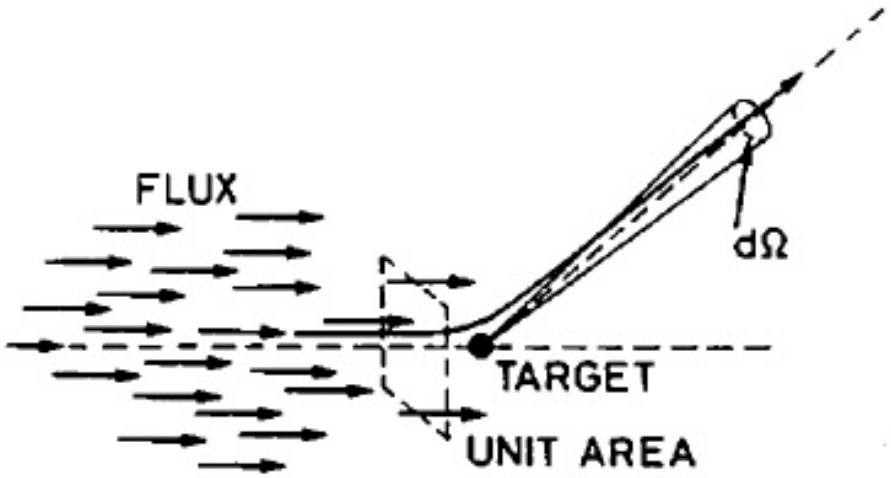
gotovo trenutno će se anihilirati u dva fotona, svaki sa energijom jednakom elektronovoj masi 511 keV. Ovako nastali fotoni nazivaju se anihilacijskim zračenjem, a emitiraju se u suprotnim smjerovima zbog očuvanja kutnog momenta.

2.4 Udarni presjek

Sudare ili interakcije dviju čestica najčešće opisujemo udarnim presjekom, koji daje mjeru vjerojatnosti odvijanja neke reakcije i može se izračunati ako su nam poznate osnovne vrste interakcija između čestica.

Razmotrimo snop čestica usmjeren na metu kao na slici 2.6. Pretpostavimo da je širina snopa čestica puno veća od širine mete te da su čestice unutar snopa ravnomjerno raspoređene prostorno i vremenski. Takav snop zovemo tokom (eng. flux) sastavljenim od F čestica po jediničnoj površini u jediničnom vremenu. U realnom slučaju, broj čestica po jediničnoj površini u jedinčnom vremenu varira oko $\frac{dN_s}{d\Omega}$, gdje je N_s prosječan broj raspršenih čestica u jediničnom vremenu. Diferencijalni udarni presjek tada definiramo kao

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E,\Omega) = \frac{1}{F}\frac{dN_s}{d\Omega}, \tag{2.6}$$



Slika 2.6: Grafički prikaz raspršenja snopa čestica I na meti. [2]

pri čemu je $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ prosječan broj čestica raspršenih u prostorni kut $d\Omega$ po jediničnom toku F u jediničnom vremenu.

S obzirom na dimenziju toka čestica F, kako bi jednadžba 2.6 dimenzijski bila točna, $d\sigma$ mora imati dimenziju površine. S obzirom da samo dio toka čestica F uistnu i pogodi metu, $d\sigma$ nikako ne možemo uzeti kao stvarnu mjeru dimenzija mete.

Vrijednost $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ varirat će o energiji reakcije te o kutu raspršenja čestica, što sugerira

i jednadžba 2.6. Ukupan udarni presjek za bilo koje raspršenje čestice toka, neovisno o energiji reakcije, dobivamo integrirajući $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ po svim mogućim kutevima

$$\sigma(E) = \int \frac{d\sigma}{d\Omega}\, d\Omega. \tag{2.7}$$

Slučaj koji smo razmotrili prilično je pojednostavljen u odnosu na realne slučajeve. Mete u realnim situacijama su zapravo tanki komadi materijala koji se sastoje od mnoštva mogućih centara raspršenja, pa je stoga poželjno saznati prosječan broj interakcija toka čestica F s metom.

Kako bismo ovo izračunali, napravit ćemo nekoliko pretpostavki. Centri raspršenja su jednoliko raspoređeni unutar mete, dok je materijal mete vrlo malih dimenzija ∂x u smjeru širenja toka čestica F, što znači da su centri raspršenja raspoređeni jedan do drugoga i ne zaklanjaju se međusobno. Broj centara raspršenja na koje tok čestica F nalijeće označavamo sa $N\partial x$, pri čemu je N gustoća centara raspršenja unutar mete. Površinu mete označavamo sa A i pritom moramo paziti je li snop čestica F veći ili manji od površine mete. Ako je veći, tada za A uzimamo čitavu površinu mete, a ako je manji, tada za A uzimamo samo onu površinu koja odgovara poprečnom presjeku toka čestica F. Prosječan broj čestica raspršen u prostorni kut $d\Omega$ je

$$N_s(\Omega) = FAN\partial x \frac{d\sigma}{d\Omega}, \tag{2.8}$$

a integracijom dobijemo ukupan broj raspršenih čestica

$$N_{uk} = FAN\partial x\sigma. \tag{2.9}$$

Iz svih navedenih podataka, možemo izračunati i vjerojatnost raspršenja pojedinačne čestice u meti debljine ∂x kao

$$p = \frac{N_{uk}}{FA} = N\sigma\partial x. \tag{2.10}$$

3 Međudjelovanje gama zračenja s materijom

Nedugo nakon Becquerelovog otkrića radioaktivnosti, otkriveno je da se zračenje koje se emitira pri radioaktivnom raspadu sastoji od tri različite vrste. Prve dvije vrste nazvane α i β opazio je Rutherford, koji je ustanovio kako je β zračenje puno prodornije od α. Giesel i, neovisno o njemu, Meyer i Schweidler opazili su kako magnetsko polje skreće ove dvije vrste zračenja, pri čemu se α zračenje ponaša kao pozitivna čestica, a β zračenje kao negativna čestica u magnetskom polju. Nedugo nakon ovoga, Villard je otkrio i treću komponentu zračenja nazvanu γ zračenje i ustanovio kako na njega ne utječe magnetsko polje. Gama zračenje ima najveću prodornost te se eksponencijalno apsorbira u materiji, slično kao i X zračenje. Stoga se pretpostavilo, a kasnije i pokazalo da je γ zračenje dio elektromagnetskog spektra i da se sastoji od fotona [6].

Zbog nepostojanja električnog naboja, sve vrste interakcija svojstvene električki nabijenim česticama nisu moguće kod interakcije fotona s materijom. Glavne vrste interakcija fotona s materijom su:

1. Fotoelektrični efekt
2. Comptonovo raspršenje
3. Tvorba parova

Kako je ranije navedeno, fotoni pokazuju svojstvo izrazite prodornosti u materiju. To je posljedica atenuacije fotonske zrake, odnosno činjenice da prolaskom kroz materiju fotonska zraka ne gubi energiju, već samo intenzitet. Fotoni koji najdalje prodru u materiju, oni su koji na putu debljine x nisu doživjeli nikakvu interakciju od tri prethodno navedene. Atenuacija fotonske zrake zapravo je proces uklanjanja fotona koji su prethodno doživjeli neku interakciju iz fotonske zrake [2]. Prikazuje se eksponencijalnom ovisnošću o debljini prodiranja:

$$I(x) = I_0 \cdot exp(-\mu x) \tag{3.1}$$

3.1 Fotoelektrični efekt

Fotoelektrični efekt pojava je izbijanja vezanih elektrona iz atoma. Ovu je pojavu prvi primijetio Heinrich Hertz prilikom studije elektromagnetskih valova. Proučavanje ove pojave dovelo je u pitanje sve što se dotad znalo o elektromagnetskim valovima. Pojačanje intenziteta zračenja kojim se obasjavala metalna pločica nije povećavalo energiju izbijenih fotoelektrona, već samo njihov broj. Na energiju izbijenih fotoelektrona utjecala je samo promjena frekvencije zračenja.

1905. Albert Einstein uvodi pretpostavku o fotonima, kvantima elektromagnetskog zračenja, kojima objašnjava fotoefekt. Fotoni imaju energiju proporcionalnu frekvenciji zračenja

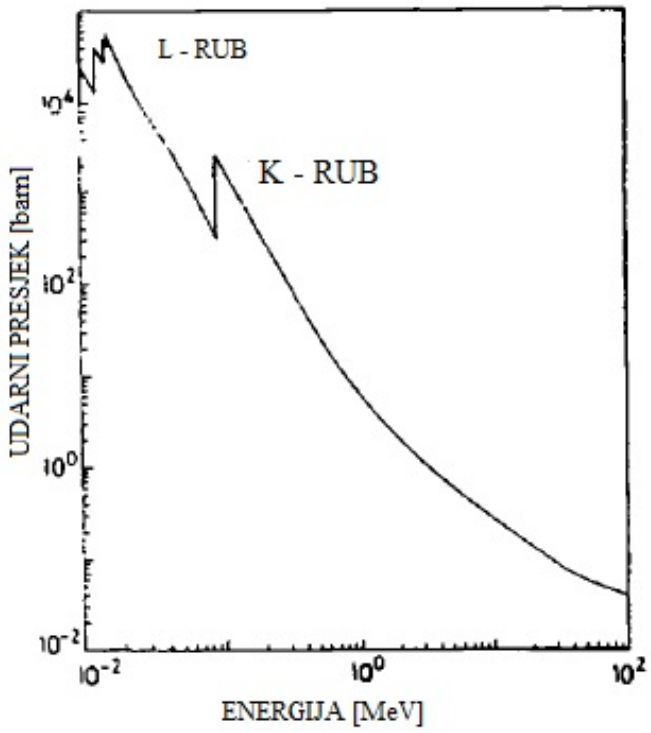
$$E_\gamma = hf \tag{3.2}$$

te se njihovom apsorpcijom oslobađa vezani elektron iz atoma, za što je potrebno svladati izlazni rad elektrona ϕ. Ako je energija fotona veća od izlaznog rada pojedinog elektrona, foton se u potpunosti apsorbira, dio energije fotona se potroši na svladavanje izlaznog rada elektrona, a ostatak daje kinetičku energiju fotoelektrona, koja je dana Einsteinovom relacijom

$$E_\gamma = E_K + \phi \tag{3.3}$$

Za fotoefekt potrebno je da elektron bude vezan. Naime, slobodan elektron ne može upiti foton i poštovati zakon očuvanja impulsa. Atomska jezgra, za koju je elektron vezan, upija ostatak impulsa u suprotnom smjeru.

Udarni presjek fotoefekta ovisi o relativnom odnosu energije fotona i energije vezanja određenih ljuski atoma (slika 3.1). Tako se fotoelektrični udarni presjek povećava kako se energija upadnog fotona približava energiji K-ljuske. Kada energija fotona postane manja od energije K – ljuske, udarni presjek drastično opada jer elektroni iz K – ljuske više nisu dostupni za fotoefekt. Taj se pad naziva K – apsorpcijski rub. Slično se ponavlja i za preostale ljuske u elektronskoj strukturi atoma te tako razlikujemo L – apsorpcijski rub, M – apsorpcijski rub i dr. Položaji apsorpcijskih rubova odgovaraju iznosu izlaznog rada ϕ određene ljuske.

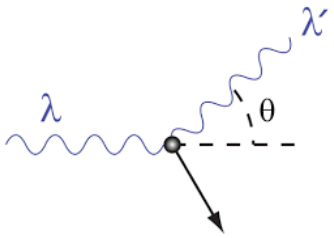


Slika 3.1: Prikaz izračunatog fotoelektričnog udarnog presjeka za olovo. [2]

Udarni presjek fotona ovisi i o rednom broju Z atoma, i to kao Z^n, $n \in [4.0, 4.6]$. Atomi s većim rednim brojem Z češće podliježu fotoefektu od ostalih, te se zato materijali načinjeni od takvih koriste kao detektori visokoenergijskih γ zraka [2].

3.2 Comptonovo raspršenje

1922. godine A. H. Compton zamijetio je, a 1923. i objasnio povećanje valne duljine rendgenskog zračenja prilikom raspršenja na atomima male atomske mase. Energija vezanja pojedinog elektrona u višim orbitama takvih atoma je zanemariva u usporedbi s energijom upadnog zračenja, zbog čega ih možemo smatrati slobodnim elektronima.



Slika 3.2: Grafički prikaz Comtponovog efekta, valne duljine fotona prije i poslije sraza s elektronom, te brzinu elektrona nakon sraza. [7]

Objašnjenje Comptonovog efekta zapravo je potvrda valno - čestičnog svojstva elektromagnetskog zračenja. Prilikom sraza fotona i slobodnog elektrona, dio energije fotona predaje se elektronu. Foton se raspršuje o elektron pod kutem θ u odnosu na smjer upada, a zbog smanjene energije poveća mu se valna duljina. Elektron, zbog primljene energije, odbija se pod kutem ϕ (slika 3.2).

Iz jednadžbi zakona očuvanja energije i količine gibanja možemo dobiti povećanje valne duljine

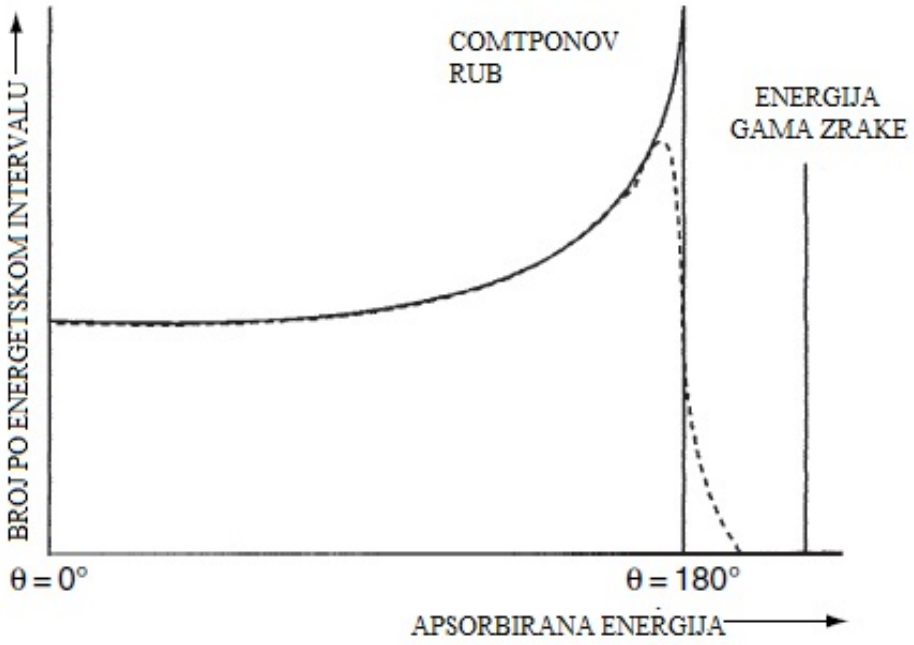
$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c}(1 - cos\theta), \tag{3.4}$$

pri čemu je λ početna valna duljina fotona, a λ' valna duljina nakon raspršenja. Iz jednadžbe vidljivo je kako je prijenos energije s fotona na slobodni elektron najveće pri upadnom kutu od $\theta = 180°$. Maksimalni prijenos energije s fotona na slobodni elektron u spektru je poznat kao Comptonov rub (slika 3.3).

3.3 Tvorba parova

Tvorba parova je treći važan proces za atenuiranje fotonske zrake koji je 1932. godine prvi detektirao bračni par Curie - Joliot. U ovom procesu jedan foton se transformira u čestica - antičestica par. Tako možemo dobiti elektron - pozitron par, mion - antimion par, tau - antitau par. Proces se događa u statičkom električnom polju jezgre koja apsorbira foton uz tvorbu para čestica - antičestica. Zbog prisutstva jezgre u procesu, impuls je očuvan.

No ipak, za transformaciju fotona u čestica - antičestica par potrebno je da foton ima minimalnu energiju koja odgovara dvostrukoj energiji mirovanja čestice (ili



Slika 3.3: Energija predana apsorberu Comptonovim raspršenjem, u ovisnosti o kutu raspršenja. [4]

antičestice, s obzirom da obje imaju istu masu) [6].

$$E_\gamma = 2 \cdot m_e \tag{3.5}$$

Dakle, minimalna energija koju fotonska zraka mora imati prilikom tvorbe elektron - pozitron para ($m = 511keV/c^2$) iznosi

$$E_\gamma = 1022\ keV \tag{3.6}$$

4 Pozitronij

Egzotični atomi nastaju tako da se jedna od sastavnica, bilo proton ili elektron, zamijene nekom drugom česticom istog naboja. Najjednostavniji i najpoznatiji egzotični atom je svakako pozitronij, oznake Ps, koji je vezano nestabilno stanje elektrona e^- i njegove antičestice pozitrona e^+. Egzotični su atomi vrlo nestabilni te se vrlo brzo raspadnu, no traju dovoljno dugo da pokažu dobro definirani i mjerljivi spektar. Pozitronij pruža plodno tlo za testiranje kvantne elektrodinamike, te kao model za izučavanje kvarkonija. Uz pozitronij, poznati egzotični atomi su i mionski vodik $p^+\mu^-$, pionski vodik $p^+\pi^-$, mionij μ^+e^- i dr [8].

Najuočljivija razlika pozitronija i vodika leži u činjenici da pozitronij nema pravu, gotovo stacionarnu jezgru kao vodik. Kod pozitronija, elektron i pozitron zajedno kruže oko središta mase sustava, zbog čega prilikom proučavanja ovo možemo svesti na klasični opis gibanja tijela reducirane mase oko fiksnog centra [8].

4.1 Svojstva pozitronija i usporedba s vodikom

S obzirom da elektron i pozitron imaju istu masu, reducirana masa sustava pozitronija iznosi

$$\mu = \frac{m_e \cdot m_e}{m_e + m_e} = \frac{m_e}{2}. \tag{4.1}$$

Usporedbe radi, reducirana masa vodika iznosi upravo $\mu_H = m_e$. Dvostruko manja reducirana masa pozitronija povlači dvostruko veći Bohrov radijus pozitronija (slika 4.1) u odnosu na vodik:

$$r_B = \frac{1}{\alpha\mu} = \frac{2}{\alpha m_e}. \tag{4.2}$$

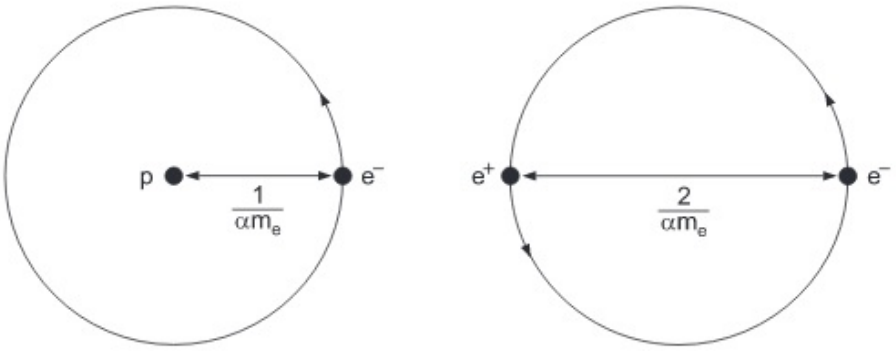
Gibanja elektrona i pozitrona u sustavu pozitronija su nerelativstička, što je slučaj i kod vodika. Ako nerelativstičko gibanje povežemo s činjenicom da elektron u prvoj Bohrovoj orbiti ima orbitalni moment jednak 1, možemo lako izračunati brzine elektrona i pozitrona:

$$m_e v r_B \cong \frac{v}{\alpha} \cong 1. \tag{4.3}$$

Vidimo da su tipične brzine reda konstante fine rešetke $\alpha = \frac{1}{137}$. Iz ovoga dobivamo da je tipični impuls reda αm_e. [9].

Hamiltonijan za problem dva tijela ima oblik

$$H = \frac{\mathbf{p_1}}{2m_1} + \frac{\mathbf{p_2}}{2m_2} + V(\mathbf{r_1}, \mathbf{r_2}). \tag{4.4}$$



Slika 4.1: Usporedba rotacije elektrona oko jezgre u vodikovom atomu te elektrona i pozitrona oko središta mase u pozitroniju. [10]

Uzevši u obzir da potencijal ovisi samo o udaljenosti dva tijela $\mathbf{r} = |\mathbf{r_1} - \mathbf{r_2}|$ te da, ako radimo u sustavu središta mase gdje vrijedi $\mathbf{p_1} = -\mathbf{p_2} = \mathbf{p}$ tada možemo napisati Hamiltonijan jedne čestice impulsa $\mathbf{p}$ i reducirane mase μ

$$H = H = \frac{\mathbf{p}}{2\mu} + V(\mathbf{r}). \tag{4.5}$$

Pozitronijsku reduciranu masu izračunali smo u 4.1, a potencijal ima oblik kao kod vodika

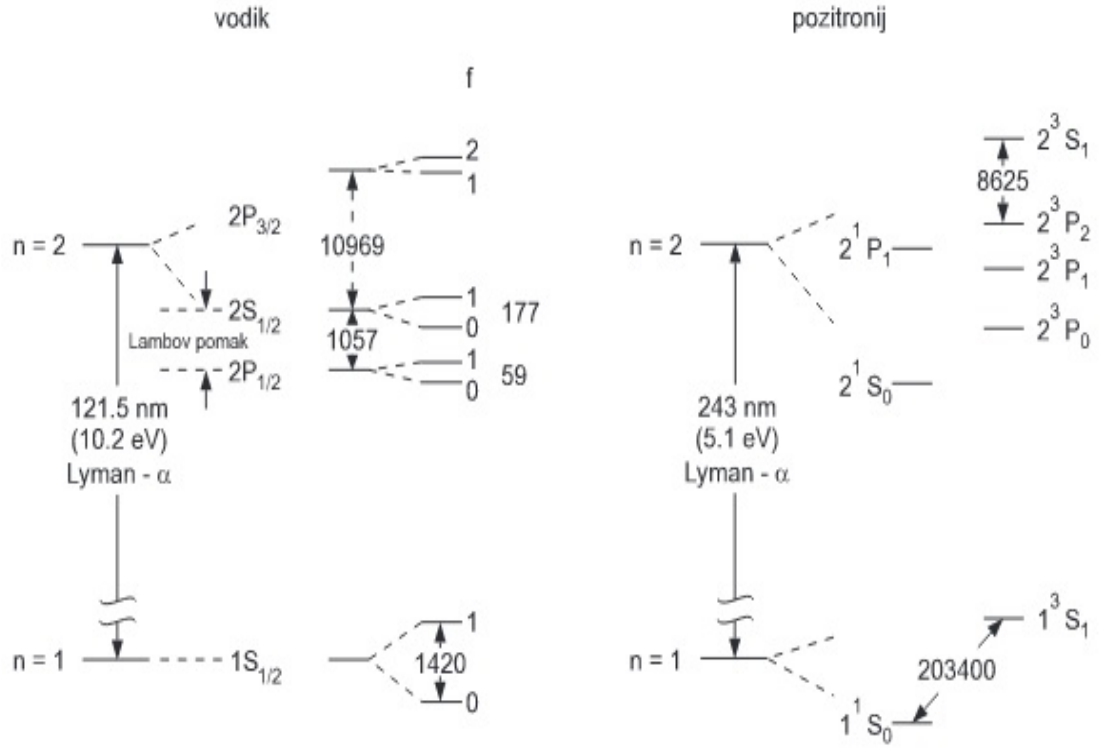
$$V = -\frac{e^2}{r}. \tag{4.6}$$

Sa svim ovim podacima, možemo dobiti energijske razine pozitronija koristeći odgovarajuće iznose u Bohrovoj formuli:

$$E_n^{Ps} = \frac{1}{2}E_n^H = -\alpha mc^2\frac{1}{4n^2} = -\frac{R}{2n^2}, \tag{4.7}$$

pri čemu je $R = 13,6eV$ Rydbergova konstanta, a $n = 1, 2, 3....$ glavni kvantni broj. Iz ove formule dobije se osnovno energijsko stanje pozitronija $E_1^{Ps} = -6.8eV$ [8].

Za svaku vrijednost glavnog kvantnog broja n postoje odgovarajući drugi kvantni brojevi, kao što su orbitalni kvantni broj l koji se računa kao $l = 0, 1, ..., n-1$ (S, P, D, F,... u spektroskopskoj notaciji) te magnetski kvantni broj l_z koji se računa kao $l_z = -l, ..., 0, ...l$. Orbitalni i magnetski kvantni brojevi označaju broj degeneriranih energijskih razina za svaki glavni kvantni broj n. No, za potpuni opis stanja, potreban je i spin čestice. Uračunavši i spin, za svaku energijsku razinu određenu brojevima n, l i l_z, moramo uračunati još dva degenerirana stanja, koja ovise o vrijednostima z-komponenti spina svake čestice. Elektron i pozitron oba imaju spin jednak $\frac{1}{2}$, što znači da se kod pozitronija dva spinska kutna momenta mogu kombinirati na dva načina: tako da daju ukupnu spinsku vrijednost $S = 0$, što nam daje singletna stanja ili $S = 1$, što nam daje tripletna stanja. Osnovno signletno stanje pozitronija naziva se parapozitronij, pPs, $^1S_0$, a osnovno tripletno stanje naziva se ortopozitronij, oPs, $^3S_1$ [9].



Slika 4.2: Usporedba osnovnog i prvog pobuđenog stanja vodika i pozitronija. [10]

Kao i reducirana masa i Bohrova orbita, tako se i fina struktura pozitronija modificira u usporedbi s vodikovom

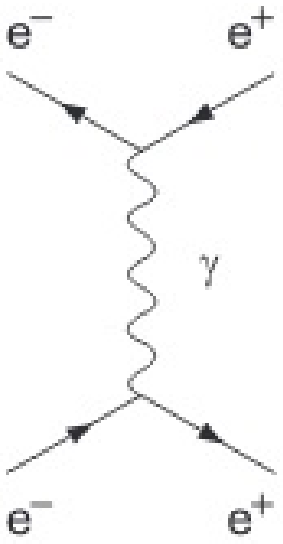
$$E_{fs}^{Ps} = \alpha^4 mc^2 \frac{1}{2n^3}[\frac{11}{32n} - \frac{1+\frac{\epsilon}{2}}{2l+1}], \tag{4.8}$$

gdje za singletno stanje $\epsilon = 0$, a za tripletno stanje ϵ ovisi o orbitalnom kutnom momentu i ukupnom spinu kao sljedeće:

$$\epsilon = \begin{cases} -\frac{3l+4}{(l+1)(2l+3)}, & j = l+1 \\ \frac{1}{l(l+1)}, & j = l \\ \frac{3l+1}{l(2l-1)}, & j = l-1 \end{cases} \tag{4.9}$$

Lambov pomak ovdje gubi na značenju jer slučajne degeneracije na razini fine strukture ovdje ne postoje. Kod pozitronija postoji nova vrsta korekcija, tzv. korekcija razinama, koja je posljedica mogućnosti privremene anihilacije elektrona i pozitrona u virtualni foton, što vidimo na slici 4.3. Kako bi se privremena anihilacija mogla dogoditi elektron i pozitron moraju se naći u istoj točki. Naveden uvjet vrijedi samo za stanja s $l = 0$. Nastali foton imat će spin $S = 1$ samo ako se anihilacija elektrona i pozitrona dogodi u tripletnom stanju, s paralelnim spinovima čestica. Ovaj proces povećava energiju tripletnih stanja za

$$\Delta E_{anih} = \alpha^4 mc^2 \tfrac{1}{4n^3}, \quad l = 0, s = 1. \tag{4.10}$$



Slika 4.3: Feynmannov dijagram privremene anihilacije elektrona i pozitrona u pozitroniju. [10]

Ovdje leži objašnjenje zašto je na slici 4.2 energija osnovnog stanja ortopozitronija veća od energije osnovnog stanja parapozitronija. Pri paralelnim spinovima elektron i pozitron pri približavanju moraju svladati odbojnu magnetsku silu, dok je za antiparalelne spinove magnetska sila između elektrona i pozitrona privlačna.

4.2 Formiranje pozitronija

Deutschevo otkriće pozitronija 1951. temeljilo se na nastanku i detekciji istoga u plinovima, tehnici koja je postala vrlo popularna nakon toga. U ovom diplomskom radu koristili smo zeolit u čijim porama nastaje pozitronij.

Pozitronij u plinovima nastaje uhvatom elektrona mete pozitronom, kada je atom mete u osnovnom stanju. Ovaj proces opisuje jednadžba

$$e^+ + X \rightarrow Ps + X^+. \tag{4.11}$$

Energijski formacijski prag E_{Ps} nastanka pozitronija je

$$E_{Ps} = E_i - \frac{6.8}{n_{Ps}^2}, \tag{4.12}$$

pri čemu je E_i ionizacijski prag atoma mete ili molekule, dok potonji član predstavlja energiju vezanja za pojedino energijsko stanje pozitronija sa zadanim glavnim kvantnim brojem n_{Ps}. Razmatrane energije su reda veličine eV. U najvećem broju slučaja, u plinovima opisanim procesom nastane pozitronij u osnovnom stanju, $n_{Ps} = 1$.

Formiranje pozitronija unutar metala nije moguće, usprkos velikoj gustoći slobodnih elektrona. Upravo gustoća slobodnih elektrona i pripadajuće raspršenje pozitv-

nog naboja na njima onemogućuju vezanje elektrona i pozitrona. No, pozitronij se ipak može oformiti na površinama metala ili u porama metala, gdje je gustoća slobodnih elektrona znanto manja. Tako formirani pozitronij emitira se s površine metala u vakuum s kinetičkom energijom manjom ili jednakom negativnoj vrijednosti formacijskog potencijala pozitronija ϵ_{Ps}. Izrazit ćemo navedenu tvrdnju koristeći očuvanje energije u terminima radnih funkcija elektrona i pozitrona za materijal, ϕ_- i ϕ_+.

$$\epsilon_{Ps} = \phi_+ + \phi_+ - \frac{6.8}{n_{Ps}^2}. \tag{4.13}$$

Formacijski potencijal pozitronija je najčešće negativan za $n_{Ps} = 1$, što emisiju pozitronija s površine metala čini dopuštenom. Iznimka, dakako, postoji, a ona je vezana uz emisiju pozitronija s površine dijamanta. Formacijski je potencijal pozitronija pozitivan za $n_{Ps} = 2$, što rezultira emisijom pozitronija u pobuđenom stanju.

Nadalje, pozitronij se može formirati i unutar mnogih izolatora i molekulskih kristala. Pozitronij se tada emitira s površine spomenutih materijala u vakuum kinetičkom energijom manjom ili jednakom negativnoj vrijednosti radne funkcije pozitronija ϕ_{Ps}. Ovu radnu funkciju izrazit ćemo u terminima energije vezanja pozitronija, kao i kemijskog potencijala pozitronija μ_{Ps}. Korištenje radne funkcije pozitronija ovdje je primjereno jer pozitronij u slučaju izolatora i molekulskih kristala može postojati i unutar njih.

$$\phi_{Ps} = -\mu_{Ps} + E_B - \frac{6.8}{n_{Ps}^2}. \tag{4.14}$$

4.3 Raspad pozitronija

Kao vezano stanje čestice i pripadajuće joj antičestice, elektrona i pozitrona, pozitronij je izrazito nestabilan atom te se vrlo brzo raspada. Spomenute konfiguracije osnovnog stanja pozitronija, parapozitronij i ortopozitronij, ne razlikuju se samo u orjentaciji spinova elektrona i pozitrona, već i u vremenu života, te u načinu raspada. Parapozitronij pPs ima srednje vrijeme života oko $125\ ps$, dok isto za ortopozitronij iznosi oko 1000 puta duže, oko $140\ ns$. Nadalje, parapozitronij se uvijek raspada na paran broj gama zraka, od kojih je navjerojatniji i najčešći raspad na dva fotona. Ortopozitronij se uvijek raspada na neparan broj gama zraka, od kojih je najčešći i najvjerojatniji raspad na tri fotona. Svaki idući raspad (na 4, 6,... ili 5, 7,... fotona za pPs i oPs respektivno) ima vjerojatnost manju za faktor 10^6 u odnosu na prethodni raspad.

4.3.1 Raspad parapozitronija

Prema Landau-Yangovom teoremu, raspad ortopozitrnija na dva fotona nije moguć, ali zato je moguć takav raspad parapozitronija.

$$1^1S_0 \to 2\gamma. \tag{4.15}$$

J. A. Wheeler prvi je izračunao učestalost raspada parapozitronija u vakuumu. Za takav izračun potrebni su polarizirani udarni presjek anihilacije na dva fotona za sudar elektrona i pozitrona pri niskim energijama σ, tok udarnih sudarajućih čestica F, te gustoća čestica u trenutku anihilacije. Udarni presjek glasi

$$\sigma = \frac{\pi}{cv_{rel}}(\frac{\alpha\hbar}{m})^2, \tag{4.16}$$

pri čemu je v_{rel} relativna brzina čestice. Nadalje, izračunati udarni presjek vrijedi samo za jednu od moguće 4 orjentacije spina elektrona i pozitrona $(\uparrow\uparrow, \uparrow\downarrow, \downarrow\uparrow, \downarrow\downarrow)$, tako da ćemo kod konačnog izračuna morati voditi računa i o tome, te ubaciti potreban faktor. Tok udarnih sudarajućih čestica računamo kao umnožak relativne brzine čestice i gustoće čestica u trenutku anihilacije, za što uzimamo kvadrat orbitalne valne funkcije parapozitronija $\psi_{1,0,0}(0)$ [11]

$$F = v_{rel}|\psi_{1,0,0}(0)|^2 = v_{rel}\frac{1}{\pi}(\frac{mc\alpha}{2\hbar})^2. \tag{4.17}$$

Konačno, učestalost raspada dobijemo kao umnožak udarnog presjeka i toka udarnih sudarajućih čestica [11]

$$\Gamma(1^1S_0 \to 2\gamma) = 4 \cdot F \cdot \sigma = \frac{mc^2\alpha^5}{2\hbar} \cong 8.032 \cdot 10^9\ s^{-1}. \tag{4.18}$$

Srednje vrijeme života parapozitronija dobijemo kao inverziju vrijednosti 4.18

$$\tau(1^1S_0 \to 2\gamma) = \Gamma^{-1} \cong 125\ ps. \tag{4.19}$$

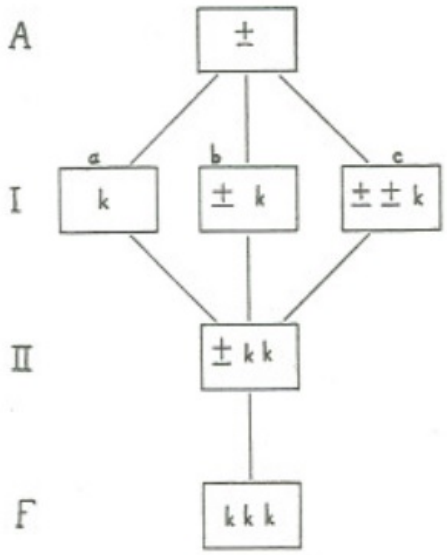
4.3.2 Raspad ortopozitronija

Iako najvjerojatniji raspad ortopozitronija označavamo slično kao i 4.16

$$1^3S_1 \to 3\gamma, \tag{4.20}$$

raspad ortopozitronija odvija se preko dva međustanja, I i II, kao na slici 4.4. Na dijagramu slovom A označeno je početno stanje elektron-pozitron para, dok je slovom F označeno konačno stanje, sa 3 emitirana fotona. Kao što dijagram i sugerira, postoji više načina kako od početnog stanja A doći do konačnog stanja F, a ti su načini označeni slovima a, b i c. Također, simboli $\pm$ i k, označavaju pristunost para i fotona, respektivno.

Tranzicije označene sa b ne uključuju stvaranje virtualnog para, te u tim tranzicijama možemo zanemariti Coulombovsku interakciju te energiju vezanja. Tranzicije označene sa a i c uključuju formaciju virtualnog para. Slučaj c uključuje istovremeno postojanje dva virtualna para, pri čemu bismo morali odabrati samo onaj virtualni par koji ne krši Paulijeva načela isključenja. No, ukupni doprinos ovih stanja jednak



Slika 4.4: Dijagram mogućih tranzicija koje rezultiraju anihilacijom para elektron-pozitron u tri fotona. [12]

je nuli, pa su Paulijeva načela isključenja već uračunata [11].

Udarni presjek za 3 - fotonsku anihilaciju poštuje $\frac{1}{v}$ zakon pri nerelativističkim brzinama. Razlog tomu je ovisnost učestalosti anihilacije o gustoći elektrona oko pozicije pozitrona. Stoga, račun udarnog presjeka za male brzine proizlazi kao posljedica graničnog slučaja nultih brzina. Učestalost raspada [11] tako poprima

$$\Gamma(1^3S_1 \to 2\gamma) = \frac{16}{9}(\pi^2 - 9)\frac{\alpha^3}{m_e^2}|\psi(0)|^2 \tag{4.21}$$

Faktor α^3 nastaje kao doprinos svakog emitiranog fotona. Raspisivanjem Coulombovske valne funkcije, dobijemo

$$\Gamma(1^3S_1 \to 2\gamma) = \frac{2}{9\pi}(\pi^2 - 9)\alpha^6 m_e^2. \tag{4.22}$$

Konačno, srednje vrijeme života ortopozitronija računamo kao inverziju vrijednosti 4.22

$$\tau(1^3S_1 \to 3\gamma) = \Gamma^{-1} \cong 140\ ns. \tag{4.23}$$

5 Eksperimentalni postav

5.1 Scintilacijski detektori

Scintilator je materijal koji upijanjem elektromagnetskog zračenja ili snopa nuklearnih čestica proizvodi bljeskove vidljive svjetlosti (scintilacije). Scintilacijski materijali osnova su scintilacijskih detektora, koji su jedni od najčešćih i najraširenijih detektora u fizici čestica i nuklearnoj fizici. Prolaskom kroz scintilacijski kristal nabijene čestice i zračenje gube energiju. Scintilacijski detektor ima zadaću pretvoriti taj gubitak u mjerljivi električni signal. To se ostvaruje spojem scintilacijskog kristala na pojačalo kao što je fotomultiplikator. Analizom električnog signala možemo dobiti potrebne informacije o ulaznom zračenju, kao što su recimo energija upadne zrake ili vrijeme dolaska čestice [2].

Najraniji primjer korištenja scintilatora za detekciju čestica datira iz 1903. godine, kada ga je za potrebe istraživanja međudjelovanja α čestica s materijom upotrijebio Sir William Crookes. Uređaj se zvao spintariskop, a sadržavao je sloj cinkovog sulfida ZnS, koji bi pogođen α česticom izazivao bljeskove vidljive svjetlosti u vidu iskri (grč. spintar znači iskra). Iskrenje cinkovog sulfida bilo je vidljivo u zamračenoj prostoriji pomoću mikroskopa. Premda je ovaj uređaj kumovao mnogim važnim otkrićima, ipak je zbog zahtjevne upotrebe bio krajnje nepopularan. Naime, čovjek bi gledajući kroz mikroskop sam brojao iskre, što je vrlo zahtjevan i dugotrajan posao [13].

1944. godine tim znanstvenika Curran i Baker izumio je fotomultiplikacijsku cijev koja je zamijenila ljudski faktor u eksperimentima i time značajno olakšala i skratila tijek eksperimenata. Ovaj je revolucionarni izum označio početak modernih scintilacijskih detektora. Niti desetljeće nakon, scintilatori su postali sastavnim dijelovima eksperimenata iz nuklearne fizike i fizike čestice zbog svoje pouzdanosti i jednostavnosti primjene [13].

5.1.1 Princip rada

Scintilacijski detektor sastoji se od scintilacijskog materijala optički povezanog s fotomultiplikacijskom cijevi, izravno ili posredstvom svjetlovoda. Scintilacijski materijal upija energiju upadnog zračenja. Apsorbirana energija u scintilacijskom kristalu pobuđuje elektrone u atomima i molekulama kristala, što uzrokuje svjetlucanje materijala. Ta se svjetlost dovodi do katode fotomultiplikacijske cijevi gdje izaziva fotoefekt i stvara struju fotoelektrona, koja se zatim pojačava na dinodama fotomultiplikatora. Pojačana struja elektrona skuplja se na anodi (kolektoru) gdje se formira električni impuls. Električni se impuls pojačava, a konačni signal umnoženih elektrona analizira elektroničkim sustavom i daje nam podatke o amplitudi ulaznog zračenja ili vremenu prolaska [2].

5.1.2 Svojstva

Neka od ključnih svojstava koja scintilacijski detektor posjeduje su sljedeća:

- ENERGIJSKA OSJETLJIVOST
  Princip energijske linearnosti omogućuje uporabu scintilacijskog detektora za energijsku spektrometriju, premda nije idealan uređaj za to. Naime, nakon određenog vremenskog praga, svjetlosni izlaz scintilatora razmjeran je energiji pobuđivanja. Fotomultiplikator je također linearan uređaj, što znači da je i amplituda konačnog električnog signala izravno proporcionalna ulaznoj energiji.

- BRZO VRIJEME ODZIVA
  Vremena odziva i oporavka scintilacijskih detektora puno su kraća u usporedbi s ostalim vrstama sličnih detektora. Kraće vrijeme odziva omogućuje veću preciznost određivanja vremenskog razmaka između dva događaja, dok kraće vrijeme oporavka detektora omogućuje veću stopu brojanja događaja.

- RAZLIKOVANJE OBLIKA PULSA
  Analizom pulsova emitiranog svjetla moguće je razlikovati različite tipove čestica. To je zato jer četice imaju svoj vlastiti potpis, odnosno različitom ionizacijskom moći pobuđuju različite fluorescencijske mehanizme.

Scintilacijski materijali iskazuju svojstvo luminiscencije, kao što je ranije već rečeno. Izloženi različitim oblicima zračenja, scintilacijski materijali apsorbiraju i reemitiraju energiju u obliku vidljive svjetlosti. Ako se reemisija dogodi unutar vremenskog razmaka od 10^{-8} sekundi, govorimo o fluorescenciji, a ako je reemisija odgođena (od milisekunde do sata) govorimo o fosforescenciji.
Vremenski razvoj opisanog procesa reemisije opisujemo jednostavnim eksponencijalnim raspadom:

$$N(t) = \frac{N_0}{\tau_d} exp(-\frac{t}{\tau_d}) \tag{5.1}$$

$N(t)$ predstavlja broj emitiranih elektrona u vremenu t, N_0 je ukupan broj emitiranih elektrona, dok je τ_d konstanta raspada. Vrijeme porasta (eng. rise time) je puno kraće od vremena raspada (decay time) pa ga ovdje ne razmatramo. Realniji prikaz procesa reemisije opisuje se dvjema komponentama. Za mnoge scintilatore, jedna komponenta je puno brža od druge pa ih stoga i nazivamo brzom i sporom:

$$N(t) = A \cdot exp(-\frac{t}{\tau_d}) + B \cdot exp(-\frac{t}{\tau_s}) \tag{5.2}$$

Relativne vrijednosti ovih dviju komponenti A i B posebno su svojstvo svakog materijala. Upravo je postojanje ovih dviju komponenti ključno za razlikovanje oblika pulsova.

Ukratko, dobar scintilacijski detektor mora zadovoljavati sljedeće uvjete:

- visoka efikasnost u pretvorbi energije pobuđivanja u fluorescentno zračenje

- prozirnost vlastitom fluorescentnom zračenju kako bi se omogućila transmisija svjetlosti
- emisija u spektralnom pojasu koja je u skladu sa spektralnim odgovorom postojećeg fotomultiplikatora
- malena konstanta raspada τ

Postoji 6 glavnih skupina materijala od kojih se izrađuju scintilacijski detektori. To su organski kristali, organski fluidi, plastika, anorganski kristali, plinovi i staklo. Za potrebe ovog diplomskog rada, u eksperimentu smo koristili anorganske kristale [2].

5.1.3 Anorganski scintilatori

Materijali koji se koriste za izradu anorganskih scintilatora su većinom anorganski kristali alkalijskih halida sa malenim aktivatorima nečistoća. Anorganski su scintilatori općenito 2 do 3 puta sporiji u usporedbi sa organskim scintilatorima zbog izražene fosforescencije. Vremenski razvoj emisije lako se opisuje pomoću jedne ili dvije eksponencijalne forme raspada.

Veliki nedostatak nekih anorganskih kristala je higroskopnost. Kao zaštitu od vlage u zraku, scintilacijski materijal stavlja se u uski zaštitni pokrov. Primjer higroskopnih anorganskih kristala su NaI, CsF, KI(Tl), LiI(Eu). Neki anorganski materijali uopće ne pokazuju higroskopnost, primjerice, BGO i BaF_2. CsI(Tl), s druge strane, je higroskopan, ali može vrlo dobro funkcionirati i bez zaštitnog pokrova. U eksperimentu smo koristili detektor $CeBr_3$, koji pokazuje svojstvo higroskopnosti.

Prednost anorganskih scintilatora je veća moć zaustavljanja prodora zračenja unutar materijala zbog veće gustoće i većeg rednog broja atoma. Iz ovog razloga, savršen su detektor za γ zrake i visokoenergijske elektrone i pozitrone. Anorganski scintilatori omogućuju neke od najvećih svjetlosnih izlaza, što u konačnici rezultira boljom energijskom rezolucijom. Scintilacijski mehanizmi u potpunosti su uvjetovani strukturom elektronske vrpce u kristalnoj rešetci materijala [2].

5.2 Fotomultiplikatori

Fotomultiplikator je elektronička vakuumska cijev unutar koje su spojeni fotoćelija i elektronski multiplikator. Zadatak fotomultiplikatora je pretvoriti vidljivu svjetlost u mjerljivu električnu struju. Ovo je izrazito osjetljiv instrument i u nuklearnoj i visokoenergijskoj fizici najčešće je vezan uz scintilacijske detektore, premda ima i drugu široku upotrebu.

Razmotrit ćemo najosnovniji tip fotomultiplikatora. Osnovni dijelovi fotomultiplikatora su katoda (izrađena je od fotoosjetljivog materijala), dio za skupljanje elektrona, dinode (sustava za umnažanje elektrona), te anoda s koje se uzima konačan

signal. Svi navedeni dijelovi smješteni su unutar staklene cijevi. Sustav za umnažanje elektrona sastoji se od n dinoda. Između katode i prve dinode u nizu razlika potencijala je 2 do 3 puta veća nego razlika potencijala između pojedinačnih susjednih dinoda.

Katoda fotomultiplikatora izrađena je od fotoosjetljivog materijala na unutarnjoj strani staklene cijevi. Taj je materijal najčešće tanak i poluproziran sloj cezija i antimona. Važno je da taj sloj lagano oksidiran kako bi se izbjegla prevelika osjetljivost fotoćelije u crvenom području svjetlosti. Ovom laganom oksidacijom također se postiže i povećana osjetljivost u plavom području spektra, gdje je i maksimum emisije većine scintilacijskih detektora.

Kada foton izazvan, recimo scintilacijom materijala, dopre do katode, tamo izaziva fotoefekt i iz katode izbija fotoelektron. Takavi fotoelektrone imaju relativno malenu energiju od 1 do 3 eV. Zbog ranije spomenutog napona i potencijalnih ljestvi, fotoelektroni se usmjeravaju na prvu dinodu. Prva je dinoda na potencijalu višem oko 300 V u odnosu na potencijal katode, što znači da energija fotoelektrona pri udaru u dinodu iznosi 300 eV. Dinoda je naziv za multiplikacijsku elektrodu i ona je pločica izrađena od nekog metala, najčešće legure srebra i magnezija ili su prekrivene slojem jednakog materijala kao i fotokatoda. Prilikom udara fotoelektrona o dinodu, događa se sekundarna emisija elektrona: fotoelektroni dio svoje energije predaju elektronima u dinodi što uzrokuje njihovo emitiranje iz dinode.

Broj emitiranih sekundarnih elektrona ovisi o nekoliko faktora, a to su energija upadnih fotoelektrona i kvaliteta same površine dinode. Na pojedinoj dinodi možemo definirati faktor pojačanja elektronske struje m. Njega definiramo kao prosječan broj izbačenih sekundarnih elektrona po jednom upadnom (foto)elektronu. Napuštanjem prve dinode, sekundarni elektroni također imaju relativno malenu energiju, ali se ubrzavaju razlikom potencijala između druge i prve dinode. Na drugoj, trećoj itd. dinodi opisani se postupak ponavlja. Razlika potencijala između prve i druge, te između svih ostalih dinoda je oko 100 V.

Struja elektrona na pojedinoj dinodi proporcionalna je struji upadnih fotoelektrona uz faktor proporcionalnosti m-1. Posljednja dinoda u nizu, odnosno anoda, naziva se i kolektor jer se na njoj skuplja konačna elektronska struja. Ukupno pojačanje fotomultiplikatora M jednako je n-toj potenciji faktora pojačanja elektronske struje m, pri čemu je n broj dinoda u fotomultiplikatoru.

Ako poznajemo razliku potencijala između dinoda, možemo ukupno pojačanje M izraziti i uz pomoć razlike potencijala između dinoda. Inače, m ovisi o energiji elektrona kao V^x, pri čemu je x broj manji od 1 i svojstven materijalu dinode. S obzirom da poznajemo razliku potencijala između svih dinoda i između prve dinode i katode možemo pisati $M = konst \cdot V^{nx}$.

Princip rada fotomultiplikatora omogućuje linearnost sustava katode i dinoda, što znači da je izlazna struja fotomultiplikatora izravno proporcionalna broju primljenih fotona. Radijacijski detektor nastao spajanjem scintilacijskog detektora sa fotomul-

tiplikatorom daje informacije ne samo o prisutnosti čestica, već i o energiji koju one ostavljaju u detektoru. Ta je energija proporcionalna broju proizvedenih fotona, tj. na kraju struji elektrona. Fotoni koji nastaju na scintilacijskom materijalu imaju istu energiju, a ona ovisi upravo o materijalu, tj. razlici energijskih nivoa između kojih se događaju prijelazi [13].

6 Provedba eksperimenta

6.1 Opis eksperimenta i aparature

Zadatak ovog diplomskog rada bio je izmjeriti energiju gama zraka koje nastaju raspadom ortopozitronija (oPs). Ortopozitronij se, kako je već ranije navedeno, raspada na neparan broj gama zraka, od čega je najvjerojatniji raspad na tri gama zrake. Vjerojatnost za raspad ortopozitronija na 5 ili više gama zraka opada za faktor 10^{-6} za svaki veći neparni broj [2].

S obzirom na to kako pri raspadu ortopozitronija mora biti očuvana količina gibanja vrijedi da će gama zrake najvjerojatnije biti emitirane međusobno pod kutem od $120°$, te u tu svrhu postavljamo tri scintilacijska detektora upravo pod tim kutem. Svaki od detektora $CeBr_3$ spojit ćemo na odgovarajući izvor napona i na digitalizator pulsa DC282 koji će električne signale pretvoriti u digitalne, koje potom možemo analizirati.

Prilikom trajanja eksperimenta od iznimne je važnosti da se traženi događaj istovremeno zapazi na sva tri detektora. Kako bi digitalizator pulsa uzimao u obzir samo te događaje, prilikom pokretanja eksperimenta bilo je potrebno postaviti detektore u AND način rada, pri čemu AND označava logičku operaciju konjunkcije. Dakle, AND način rada određuje spremanje i digitalizaciju signala samo ako su sva tri detektora istovremeno zabilježila signal. Ovaj način rada značio je znatno sporije skupljanje podataka, tako da je konačan eksperiment trajao 10 dana, tijekom kojih je skupljeno 10 000 događaja.

6.1.1 Kobalt - 60

Radioaktivni izotop kobalta ^{60}Co $\beta-$ raspadom pretvara se u pobuđeni $^{60}Ni^*$ koji gotovo simultano emitira dvije gama zrake, jednu energije $1,17\ MeV$, a drugu energije $1,33\ MeV$, kao što vidimo na slici 6.1.

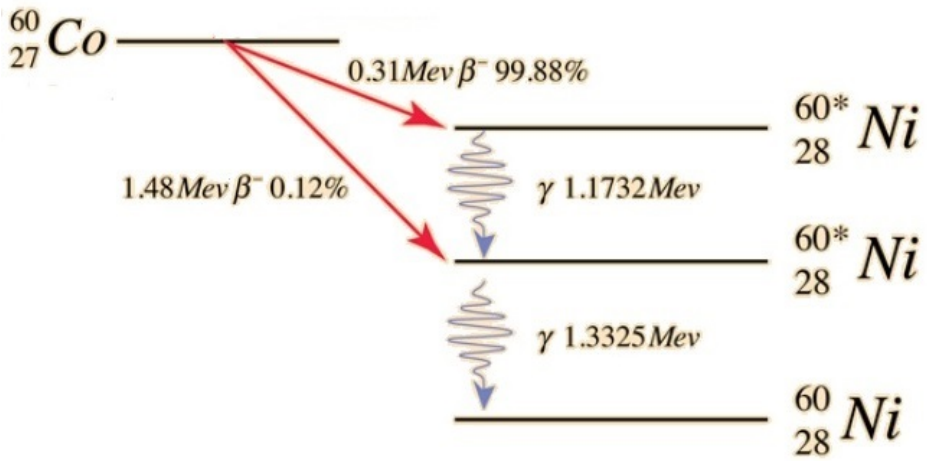
Kobalt - 60 korišten je za mjerenje vremenske rezolucije $CeBr_3$ detektora.

6.1.2 Izvor pozitrona ^{22}Na

Kao radioaktivni izvor pozitrona koji su formirali pozitronij za sam eksperiment korišten je radioaktivni izotop natrija ^{22}Na, čiju jednadžbu $\beta+$ raspada vidimo na jednadžbi 6.1 .

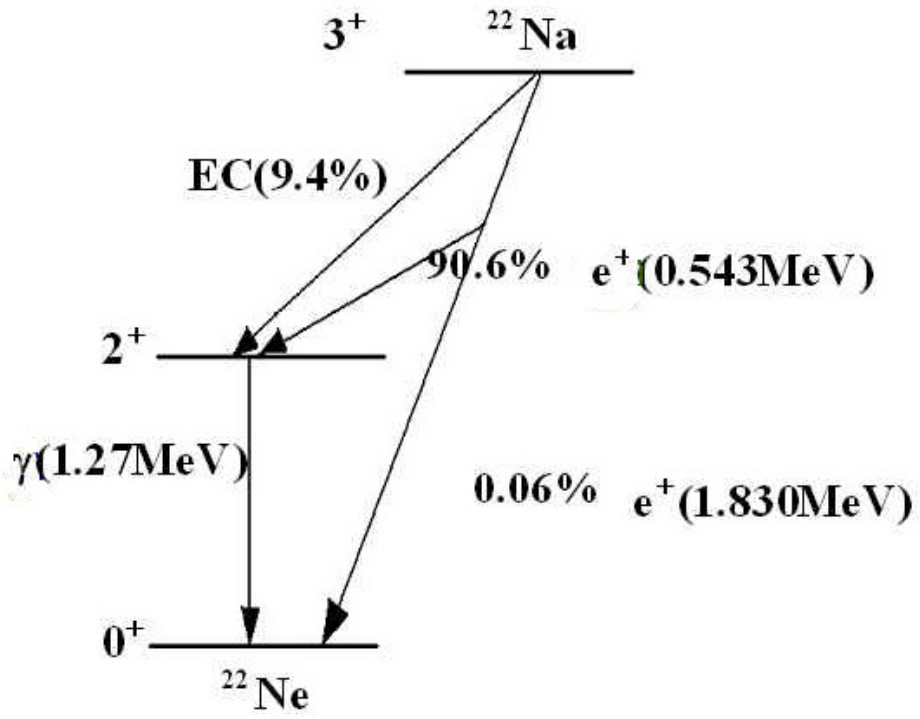
$$^{22}_{11}Na \rightarrow {}^{22}_{10}Ne^* + e^+ + \nu_e \tag{6.1}$$

Neon koji nastane nalazi se u pobuđenom stanju, te nakon 3 ps nakon nastanka pozitrona emitira gama zraku 1,27 MeV prilikom vraćanja u osnovno stanje. Ovaj podatak omogućuje nam mjerenje vremena života pozitrona u nekom materijalu. Detekcija gama zrake od 1,27 MeV označava vrijeme nastanka pozitrona, a detekcija



Slika 6.1: Grafički prikaz $\beta-$ raspada ^{60}Co [18].

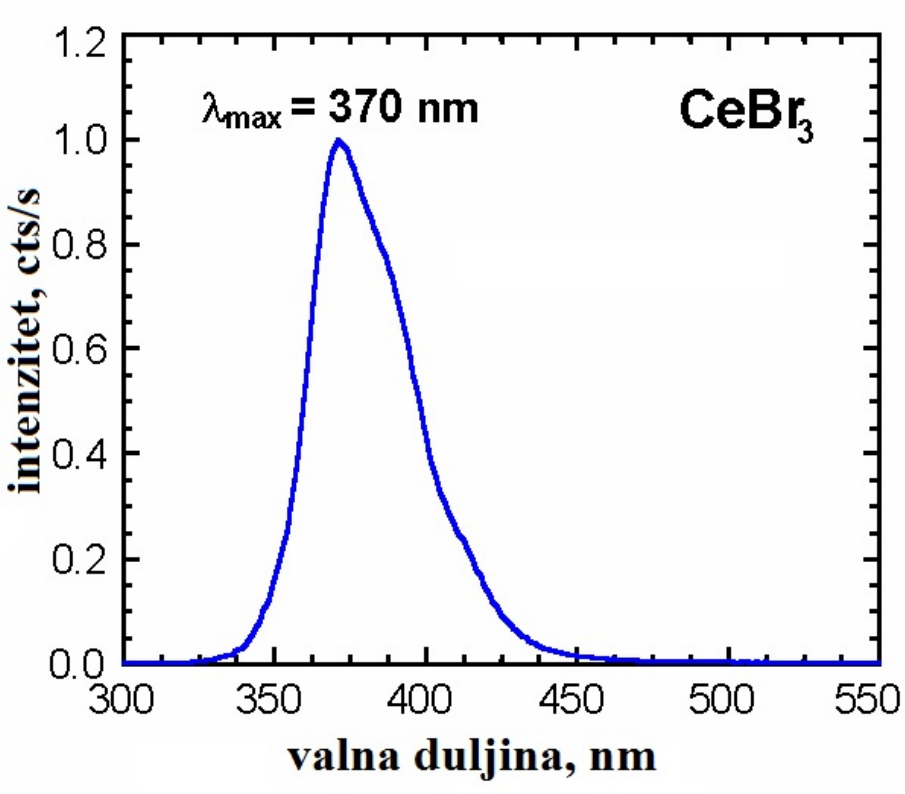
gama zrake od 0,511 MeV označava vrijeme njegove anihilacije. Shema raspada ^{22}Na je na slici 6.2. Ovaj izotop natrija u 90% slučajeva emitira pozitron, dok je u preostalih 10% slučajeva na djelu uhvat elektrona. Iznimno je rijedak slučaj (manje od 1%)da ^{22}Na odmah po raspadu prijeđe u osnovno stanje ^{22}Ne [14].



Slika 6.2: Grafički prikaz raspada ^{22}Na. [15]

6.1.3 Detektori $CeBr_3$

Scintilacijski materijal $CeBr_3$ heksagonalne je kristalne strukture. Gustoća mu je $5,2\ g/cm^3$, a talište na temperaturi od $722°\ C$. Higroskopan je, zbog čega se koristi



Slika 6.3: Spektar optičke emisije $CeBr_3$ detektora nastala izlaganjem X - zračenju. [16]

uski zaštitni pokrov oko samog kristala. Brza i spora komponenta kristala podjednakih su vrijednosti, te stoga možemo govoriti kako $CeBr_3$ ima samo jednu, a njezin se vršak nalazi na otprilike $370\ nm$, kao što je prikazano na slici 6.3 [16].

Kao i svi anorganski materijali, i $CeBr_3$ je idealan detektor za detekciju visokoenergijskih X - zraka i γ - zračenja. Zbog brzog vremena odziva, visokog svjetlosnog izlaza i dobre vremenske i energijske rezolucije, $CeBr_3$ može poslužiti kao optimalan detektor za primjene u medicini, prije svega za pozitronsku emisijsku tomografiju (PET) i scintigrafiju (SPECT) [16].

6.1.4 ROOT platforma

ROOT je objektno - orjentirani program i biblioteka razvijen posebno za potrebe rada CERN - a. Prvotna mu je uloga bila analiza podataka dobivenih eksperimentima fizike čestica, a kasnije mu se primjena povećava na srodne grane fizike, astronomiju, ali i rudarenje podataka. Razvoj ROOT - a započeo je 1994. na inicijativu Renea Bruna i Fonsa Rademakersa, a kao glavni alat CERN - a 2003. godine zamjenjuje FORTRAN.

Korištenje objektno - orjentiranih okvira olakšava baratanje velikim skupovima podataka s obzriom da se podaci definiraju kao skupovi objekata. Stoga je lako pristupiti pojedinim atributima bez potrebe za analizom glavnine podataka. ROOT sadrži

vrlo veliki broj metoda, a za potrebe ovog diplomskog rada od iznimne su važnosti histogramske metode, prilagodbe raznih krivulja na podatke, evaluacije funkcija i dr.

Unutar ROOT - a ugrađen je interpreter cling jezika C++, što omogućuje korištenje C++ za pisanje programa, skripti i sl. Sustav je dizajniran tako da se pretraživanje baza podataka vrši simultanim radom na višejezgrenim računalima, što znatno smanjuje vrijeme pretraživanja. ROOT je otvoren sustav koji se u budućnosti može drastično proširiti vanjskim bibliotekama, a upravo ovo svojstvo napredovanja čini ga nezamijenjivom platformom za dohvaćanje, simulaciju i analizu podataka.

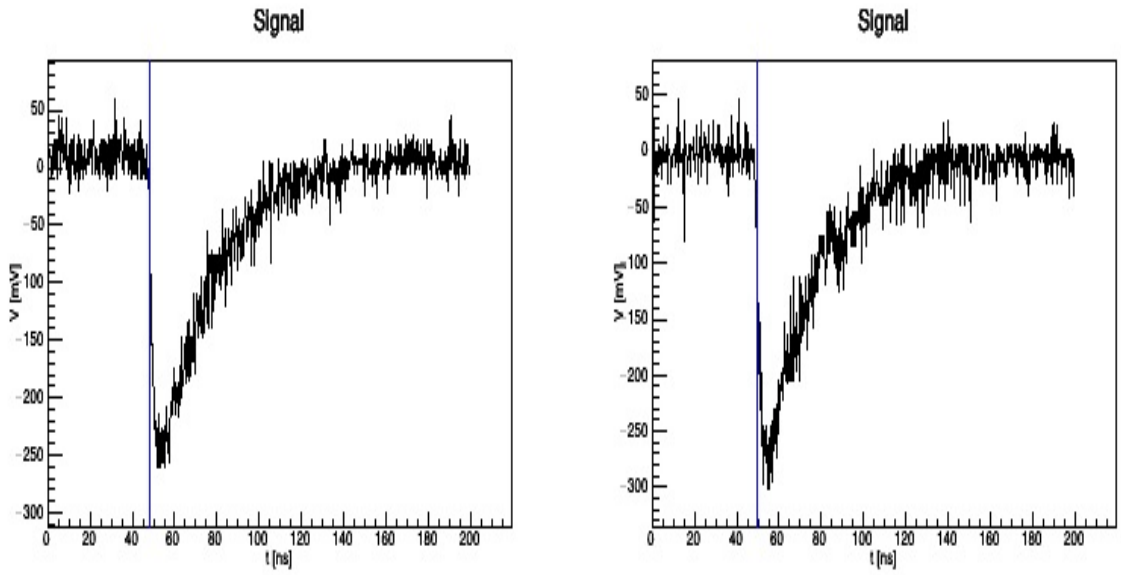
6.2 Rad detektora u parovima

Prije provođenja samog eksperimenta, potrebno je odrediti iznos visokog napona za koji pojedini $CeBr_3$ detektor ima najbolju vremensku rezoluciju. Digitalizator pulsa DC252 u jednakim vremenskim razmacima od $500\ ps$ bilježi vrijednost signala. Kao radioaktivni izvor koristili smo ^{60}Co, koji je zbog gotovo simultanog emitiranja dviju gama zraka prilikom $\beta-$ raspada idealan za ovaj zadatak. S obzirom na istovremenost emitiranja dviju gama zraka, vremenska razlika u njihovom detektiranju trebala bi biti nula. No, zbog nesavršenosti električkih instalacija, šumovima koji se javljaju u kablovima i možebitnoj razlici u duljini kablova, moguće je mjeriti vremensku razliku između primanja ova dva signala. Vremenska rezolucija određena je širinom Gaussove funkcije koja predstavlja razliku vremena (histogram time difference) bilježenja signala u svakom od detektora. Odredili smo ju provjerom funkcioniranja detektora u parovima. Dva detektora postavili smo na pravac (tako da zatvaraju kut od $180°$), maksimalno ih približili kako bismo maksimirizali prostorni kut, a između njih stavili radioaktivni izvor ^{60}Co. Detektori su potom spojeni na digitalizator pulsa DC252 te izvor visokog napona.

6.2.1 Mjerenje vremenske rezolucije detektora

Na raspolaganju su nam detektori označeni brojevima 252, 253 i 254. Najprije smo provjerili detektore 252 i 253, potom detektore 252 i 254, te na kraju 253 i 254. Za svaki od navedenih parova nekoliko smo puta ponovili mjerenje, svaki put podižući napon napajanja. Signal koji scintilacijski detektori mjere prikazan je na slici 6.4.

Kako je ranije rečeno, digitalizator pulsa svakih $500\ ps$ točkom bilježi vrijednost signala, koje se zatim spajaju linijom, kao što se vidi na slici 6.4. Za određivanje trenutka zaprimanja signala koristi se metoda konstantne frakcije (eng. Constant Fraction Triggering), što na slici 6.4 predstavlja vertikalna plava linija. Eksperimentalni podaci brojnih istraživanja sugerirali su da postoji optimalna razina okidanja signala za najbolju vremensku rezoluciju. Ovisno o tipu signala, kao trenutak dolaska signala uzima se trenutak kada signal dosegne određeni postotak svoje maksimalne moguće



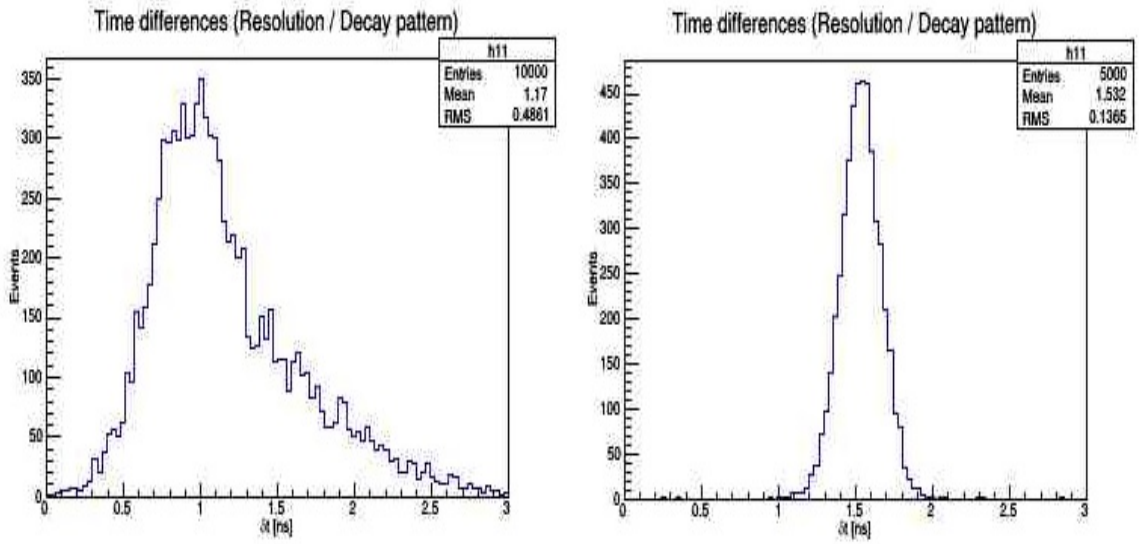
Slika 6.4: Prikaz signala na digitalizatoru signala prilikom obrade prikupljenih podataka.

visine. Ovo vrijedi za svaki slučaj, neovisno o amplitudi. U slučaju ovdje opisanog eksperimenta, zadani postotak je 30%. Spomenuta metoda izvršava se na signalima koje bilježe oba detektora te se na taj način računa vremenska razlika između zaprimanja dva događaja, prikazano na slici 6.5.

Za svaki par detektora izvršili smo nekoliko mjerenja. Pri nižim iznosima napona napajanja i razina okidanja detektor je zabilježio i mnoštvo tragova Comptonskog raspršenja gama zraka. Povišenjem napona napajanja i razine okidanja, dobiveni rezultati vremenske rezolucije bili su sve bolji. Na slikama 6.6 i 6.5 vidimo usporedbe amplituda i vremenskih razlika za najlošiji i za najbolji slučaj vremenske rezolucije. Vremenska rezolucija zapravo je širina vrha na polovici visine vrha (eng. Full Width at Half Maximum, kratica FWHM) histograma vremenske razlike između primanja signala na dva detektora. Lako se računa ako poznajemo standardnu devijaciju σ histograma vremenske razlike, koju dobijemo prilagodbom Gaussove funkcije na nju. ROOT nam kao rezultat, uz standardnu devijaciju σ daje i prosjek μ označenog dijela histograma. Veza FWHM i standardne devijacije dana je izrazom

$$FWHM = 2\sigma\sqrt{2ln(2)} = 2.35\sigma. \tag{6.2}$$

Konačno, za par detektora 252 i 253 dobili smo vremensku rezoluciju $282\ ps$ za napon $-1800\ V$ i $-1650\ V$ respektivno. Za detektore 252 i 254 dobili smo vremensku rezoluciju $286\ ps$, za napone $-1800\ V$, te $-1650\ V$. Za detektore 253 i 254 kombinirali smo rezultate dobivene u prethodna dva postupka i dobili iznose od $-1650\ V$ na oba. Vremenska rezolucija u ovom slučaju iznosila je $266\ ps$. Konačno, naponi napajanja za svaki pojedini detektor su $-1800\ V$ za 252, te $-1650\ V$ za 253 i 254. Razine okidanja dobivene ovom provjerom nećemo koristiti u glavnom eksperimentu



Slika 6.5: Usporedba najlošije (lijevo) i najbolje (desno) vremenske razilike dobivene provjerom rada detektora 252 i 253.

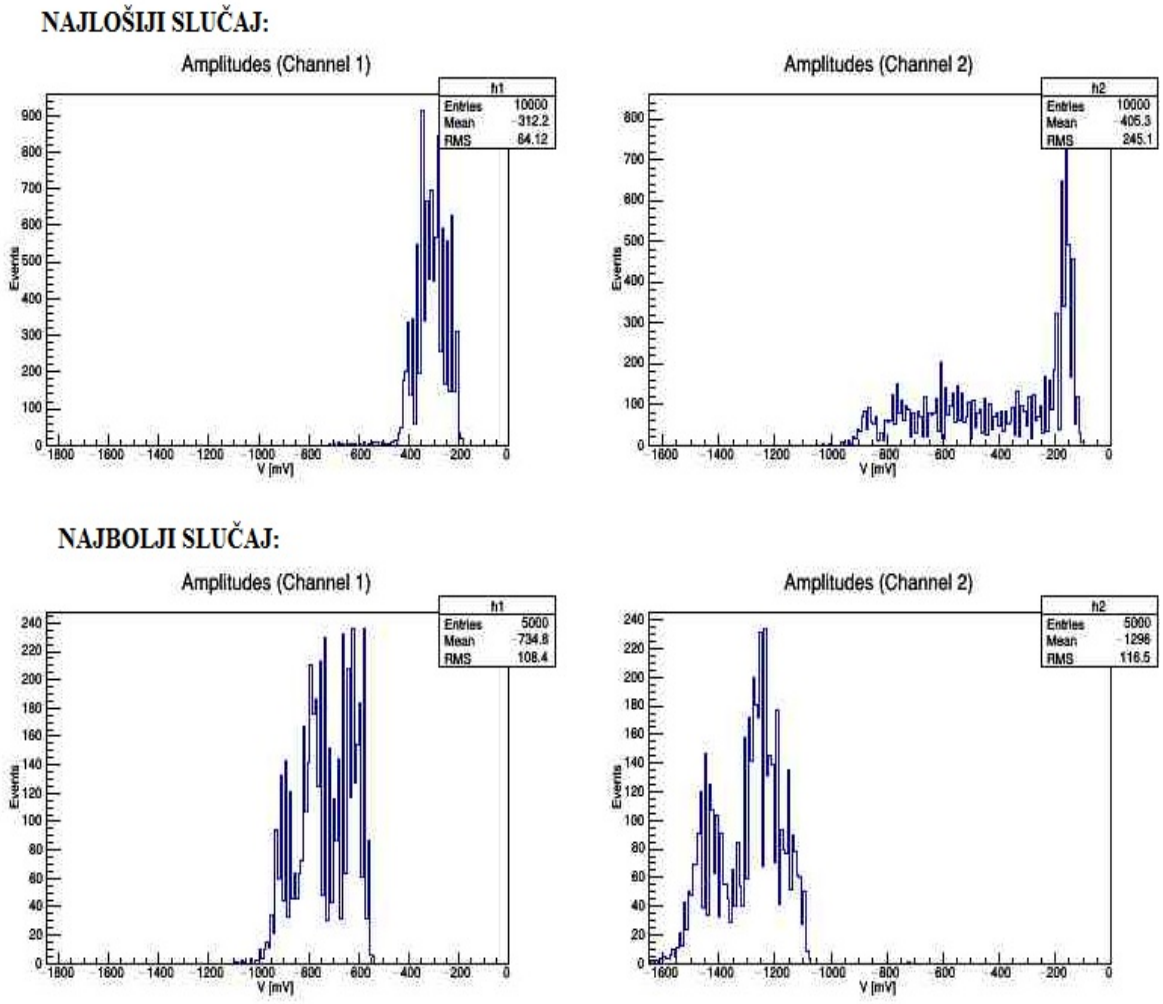
jer one ne propuštaju niske energije, a signali niskih energija bit će itekako potrebni u glavnom eksperimentu. Naime, kako je već navedeno kroz ovaj rad, tri gama zrake koje nastanu raspadom $oPs - a$ imaju energiju svaka od oko $340\ keV$.

6.2.2 Energijske rezolucije detektora

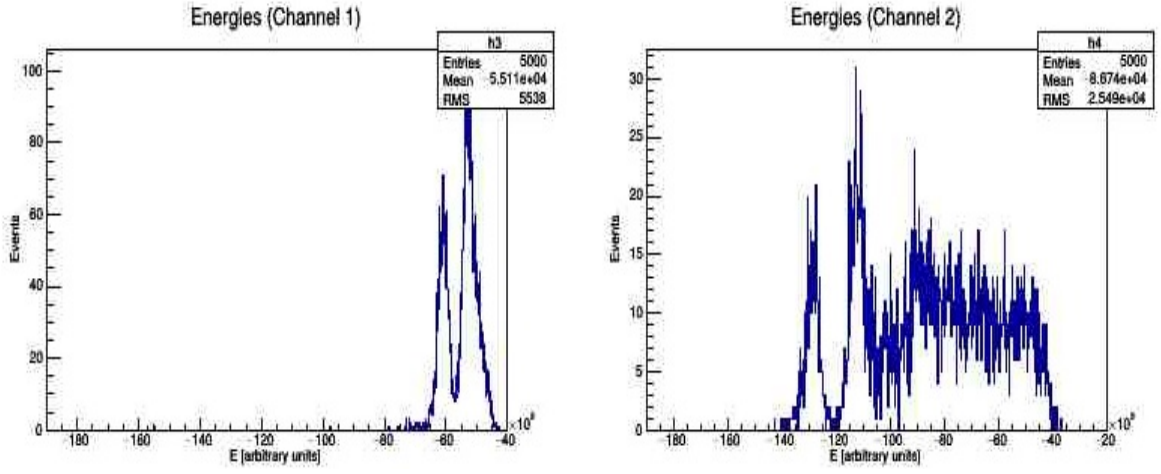
Energijska rezolucija je sposobnost detektora da točno odredi energiju ulaznog zračenja. Za njezin račun potreban nam je FWHM vrhova na histogramu energija (slika 6.7), ali i broj kanala na kojem se nalazi prosjek vrha

$$Energijskarezolucija = \frac{FWHM}{mean} = \frac{2.35\sigma}{\mu} \cdot\ 100\%. \tag{6.3}$$

Što je iznos energijske rezolucije niži, to je detektor bolji. Na slici 6.7 i na lijevom i na desnom histogramu vidimo po dva izolirana vrha. Na svaki vrh prilagodili bismo Gaussovu funkciju, čime bismo dobilli standardnu devijaciju oko vrha σ i prosjek, tj. kanal na kojem je zaprimljen sam vrh μ. Energijsku rezoluciju računali smo za svaki detektor posebno. Detektor 252 pri naponu od $-1800\ V$ gama zraku $1,33\ MeV$ prikazuje s energijskom rezolucijom od 6%, dok gama zraku od $1,17\ MeV$ prikazuje s energijskom rezolucijom od 8%. S obzirom kako detektore 253 i 254 spajamo na isti napon od $-1650\ V$, za očekivati je da će oba za iste gama zrake dati iste, ili barem vrlo slične, energijske rezolucije. Eksperimentalno dobiveni podaci potvrđuju našu pretpostavku jer smo na detektoru 253 za energijsku rezoluciju gama zrake od $1,33\ MeV$ dobili 5%, a za gama zraku od $1,17\ MeV$ energijsku rezoluciju od $5,8\%$. Detektor 254 za energijsku rezoluciju gama zrake od $1,33\ MeV$ daje $5,2\%$, a za gama



Slika 6.6: Usporedba amplituda signala kod najlošije (gore) i najbolje (dolje) vremenske rezolucije dobivene provjerom rada detektora 252 i 253.



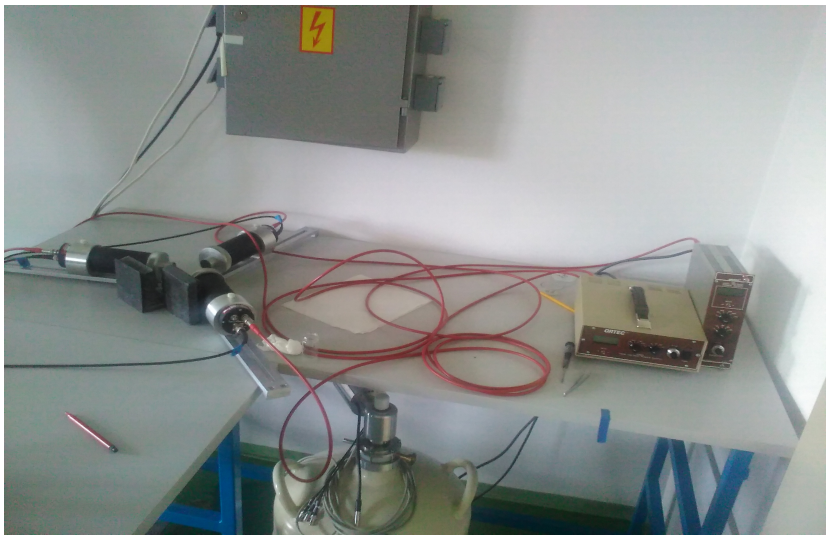
Slika 6.7: Histogram energija gama zraka detektektiranih detektorima 252 i 253.

zraku od $1,17\ MeV$ $6,2\%$.

Detektori $CeBr_3$ novijeg su datuma u odnosu na detektore BaF_2 pa je zanimljivo usporediti njihove vremenske i energijske rezolucije. Detektori $CeBr_3$ pokazuju veliku prednost u energijskoj rezoluciji nad BaF_2, čija je energijska rezolucija oko 12%. No, BaF_2 daje bolju vremensku rezoluciju od oko $140\ ps$, dvostruko manje u odnosu na izmjerenu vremensku rezoluciju kod $CeBr_3$. Svi navedeni podaci vrijede za eksperimente sa ^{60}Co [19].

6.3 *Mjerenje energije gama zraka iz pozitronija*

Nakon opisanog postupka određivanja napona za svaki pojedni detektor $CeBr_3$, postavljamo sva tri detektora na postav pod kutem od $120°$, kao što je prikazano na slici 6.8. Ovaj put kao radioaktivni izvor korišten je ^{22}Na. Detektori su spojeni na odgovarajuće izvore napona i na digitalizator signala DC282.



Slika 6.8: Slika eskperimentalnog postava.

6.3.1 Promjena horizontalne skale

Kako je već ranije rečeno, na apscisi histograma s amplitudama naveden je iznos signala u proizvoljnim jedinicama, kanalima. Prije pokretanja konačnog eksperimenta bilo je potrebno promijeniti horizontalnu skalu, odnosno transformirati kanale pojedinog signala u energiju signala. To možemo odrediti vizualnim pregledom vrhova na histogramu te tako uočiti najizglednije kandidate za gama zrake točno određenih energija.

No, kako bismo bili što sigurniji u određivanju kanala na kojima se nalaze vrhovi gama zraka energija $0,511\ MeV$ i $1,27\ MeV$, napravili smo jedno mjerenje u OR načinu rada digitalizatora DC282. OR način rada znači da će se spremiti, a kasnije i digitalizirati, signal kojeg primi bilo koji detektor, neovisno o tome primaju li ostali

detektori neki drugi signal. Upravo zbog ovog svojstva, provedenim mjerenjem skupilo se 900 000 događaja u manje od 10 minuta. Ovim načinom rada na histogramu amplituda prikazani su vrhovi oko kanala na kojima se detektira najviše signala, a to su energije gama zraka od $0,511\ MeV$ i $1,27\ MeV$.

Transformacija skale provedena je na sljedeći način. Za svaki vrh na histogramu amplituda prilagodbnom Gaussove funkcije odredili smo prosjek, odnosno kanal na kojem se zaprimilo najviše događaja istovrsne energije. Iako je skala histograma amplituda u kanalima, između kanala vrijede jednaki omjeri kao i omjeri između stvarnih energija. Količnik brojeva 1,27 i 0,511 iznosi 2.48, a količnik između 0,511 i 1,27 iznosi 0.4. Stoga, tražili smo kanale čiji količnik daje jedan od navedena dva broja. Pronalaskom traženih količnika, lako određujemo koji kanal prikazuje koju energiju te iz toga dobivamo uređene parove brojeva kanal - energija. Ovi parovi zapravo čine dvije točke pravca kojima određujemo kalibracijski pravac za prijelaz sa skale kanala na skalu enegrija. Navedeni postupak primjenjujemo na sva tri histograma koja prikazuju amplitude iz tri detektora.

Dobiveni kalibracijski pravci su:

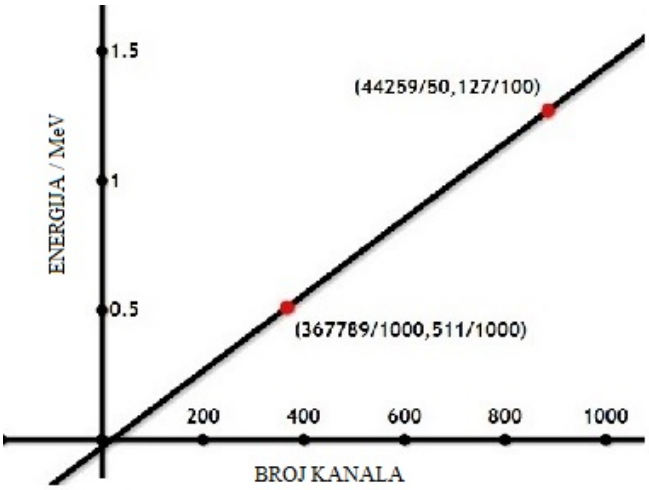
- $y_1 = 0,00146697 \cdot x_1 - 0,028531508$
- $y_2 = 0,000913116 \cdot x_2 - 0,004298561$
- $y_3 = 0,001306168 \cdot x_3 + 0,000088372$

Svi pravci prikazani su na slici 6.9.

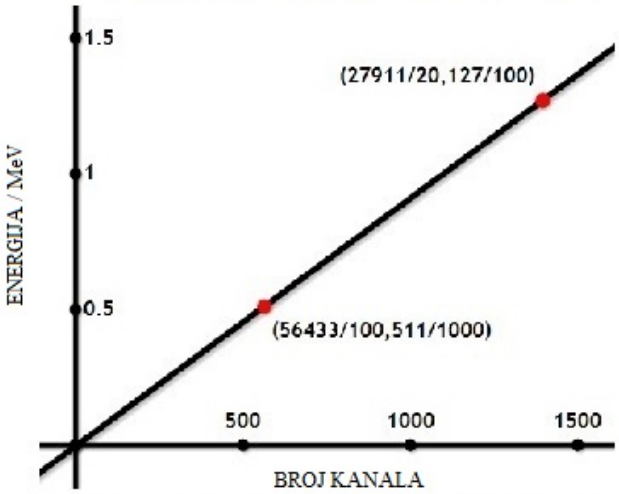
Određivanjem kalibracijskih pravaca za prijelaz kanal $\rightarrow$ energija, dobili smo sve potrebne parametre za pisanje programa transformacije $transform_new.c$. Nakon što transformiramo skalu (slika 6.10), bit će potrebno izolirati energije kandidate za tragove pozitronija, a to su one energija između 0,25 i 0,4 MeV. To ćemo postići uklanjanjem visokih energija iznad $0,5\ MeV$, ali i onih niskih ispod $0,2\ MeV$ na kojima je zaprimljen šum. Zatim će biti potrebno zbrojiti preostale energije, ali pritom moramo paziti da događaji, čije energije zbrajamo, budu u koincidenciji. Kako bismo dobili događaje u koincidenciji, potrebno je operirati nad sirovim podacima, odnosno nad podacima koji još nisu procesuirani, a skupljeni su na izvoru. Stoga, prilikom digitalizacije signala sirove podatke spremamo u zasebnu datoteku $EXTRA.root$, koja će nam poslužiti kao ulazni argument za program transformacije. Program transformacije, uz samu transformaciju skale kanal $\rightarrow$ energija, može postavljati rez na amplitude i energije, na istom grafu prikazati histograme izoliranih energija, te zbrojiti izolirane energije.

6.4 Rezultati mjerenja energija gama zraka iz raspada ortopozitronija

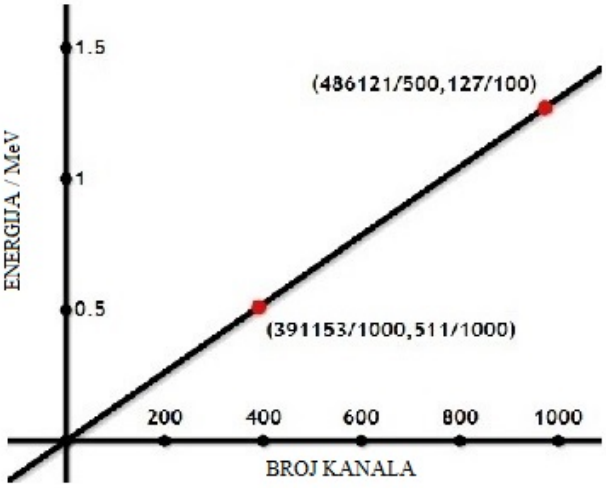
Konačni eksperiment trajao je 10 dana i pritom je skupljeno 10 000 događaja. Bilježili su se samo oni događaji kod kojih su sva tri detektora istovremeno registrirala



1. PRVI KALIBRACIJSKI PRAVAC

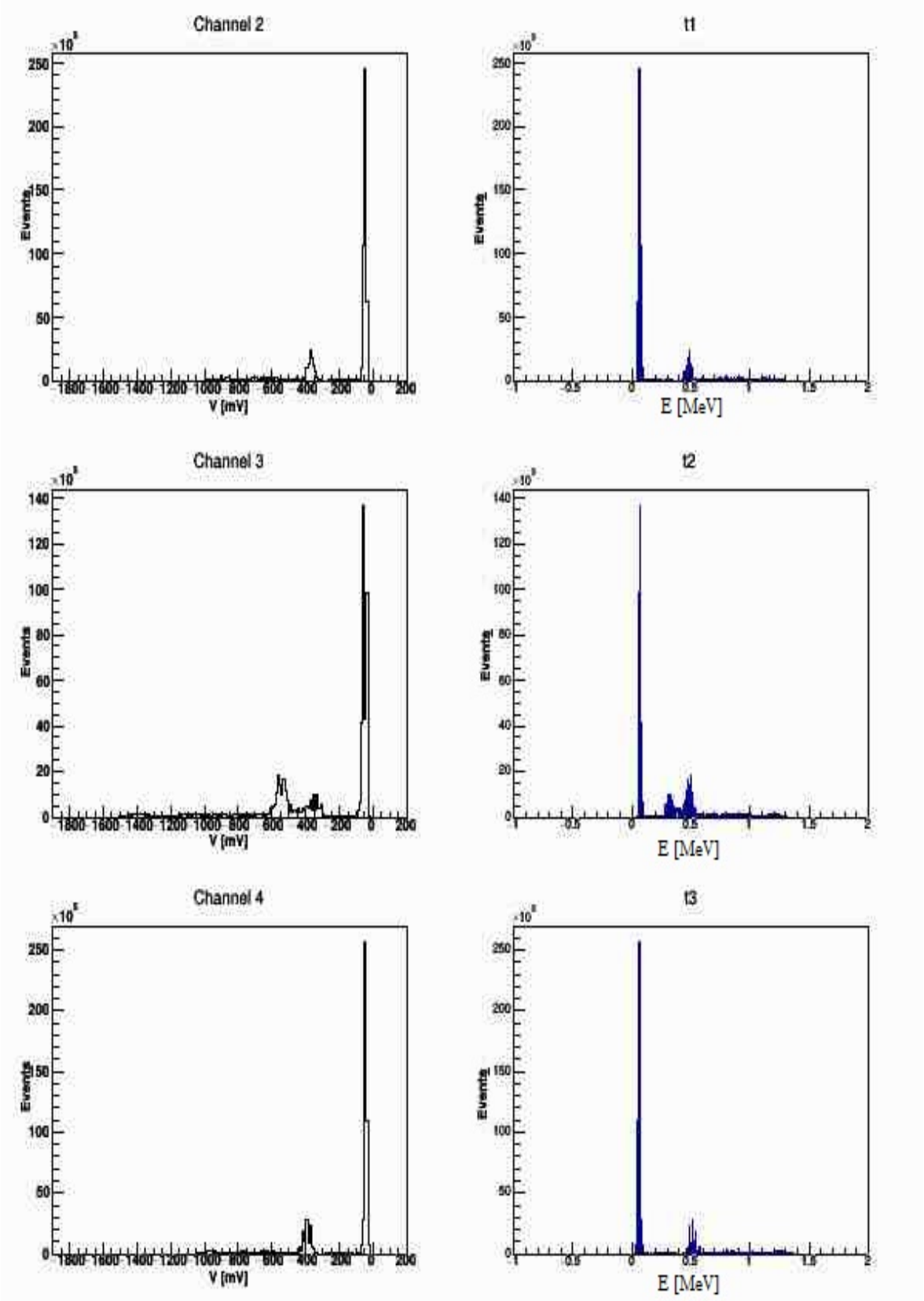


2. DRUGI KALIBRACIJSKI PRAVAC

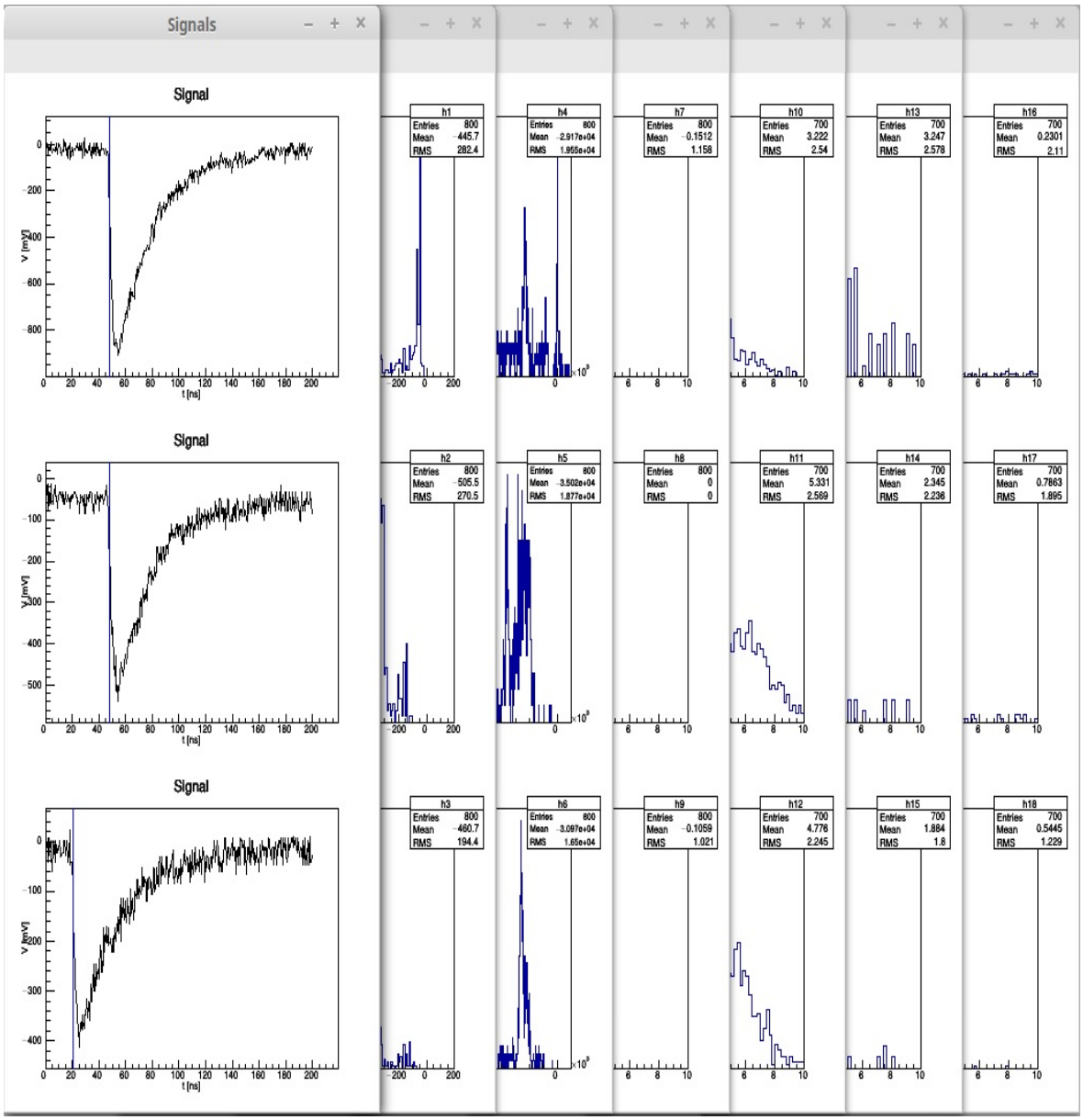


3. TREĆI KALIBRACIJSKI PRAVAC

Slika 6.9: Kalibracijski pravci potrebni za prijelaz sa skale kanal → energija.



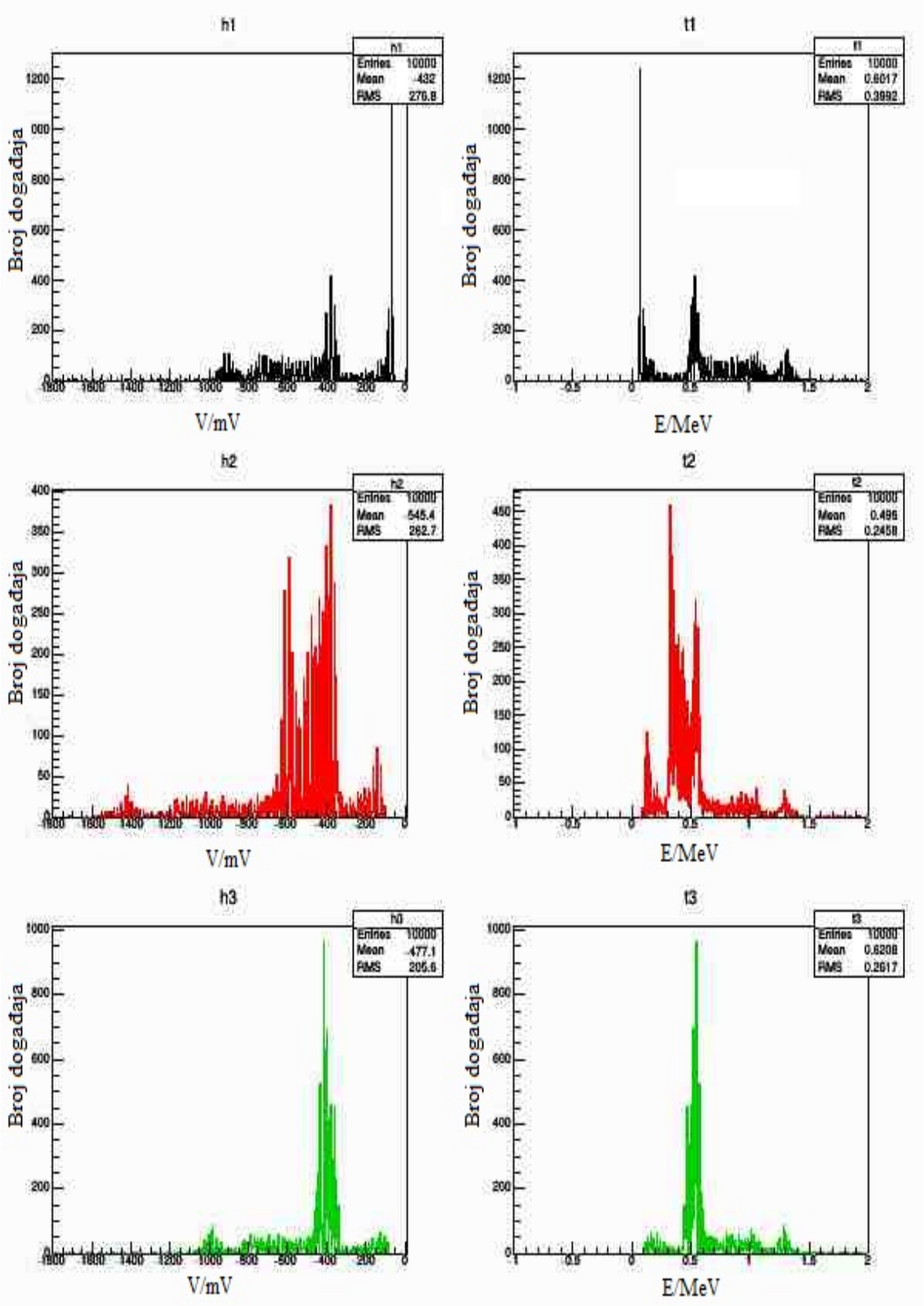
Slika 6.10: Prikaz originalnog histograma amplituda u kanalima (lijevo) te transformirani histogrami (desno). Podaci su dobiveni mjerenjem u OR načinu rada.



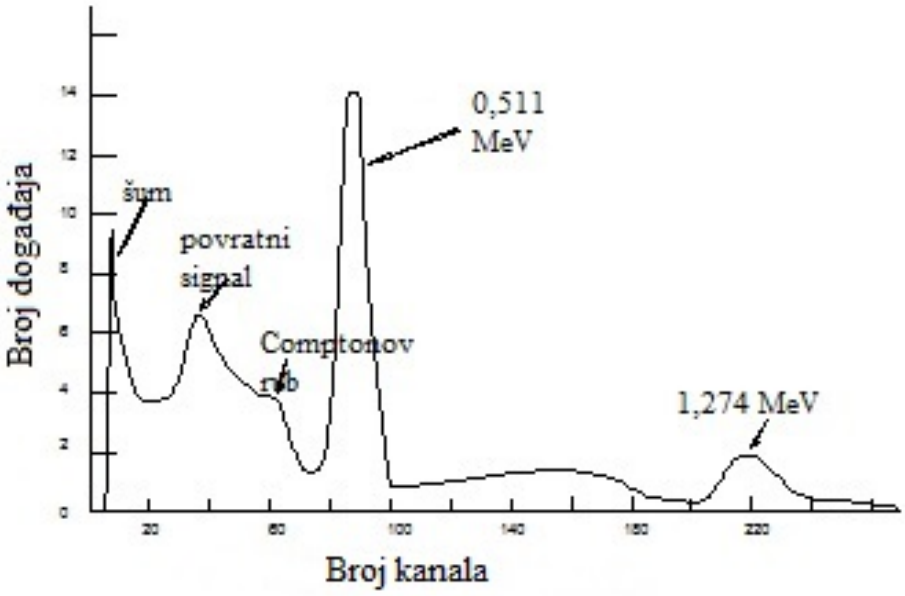
Slika 6.11: Prikaz digitalizacije signala na kraju eksperimenta.

signal iznad zadanog praga. Obrada skupljenih signala bila je jednaka obradi opisanoj u prethodnom potpoglavlju. Na slici 6.11 vidimo prikaz digitalizacije prikupljenih događaja. Slika 6.12 prikazuje prikupljene događaje u terminima kanala, ali i transformirane u termine energije ulaznog zračenja. Kao provjeru dobre transformacije, možemo usporediti sliku 6.12 sa udžbeničkom slikom spektra ^{22}Na na 6.13. Nadalje, na slici 6.14 prikazane su detektirane energije po detektorima u zadanom rasponu energija , a na slici 6.15 vidimo zbrojene energije s prošle slike. Prosjek zbroja nalazi se na vrijednosti od $1018\ keV$, što se sasvim dobro slaže s energijom mirovanja pozitronija, $1022\ keV$. Gaussova prilagodba na histogram zbrojenih energija daje nam vrh na energiji od $1040\ keV$ uz standardnu devijaciju od $25\ keV$.

Iz priloženih grafova vidimo kako je veliki broj događaja otpao prilikom analize podataka i postavljanja rezova na energijama. To su događaji kod kojih sva tri detek-

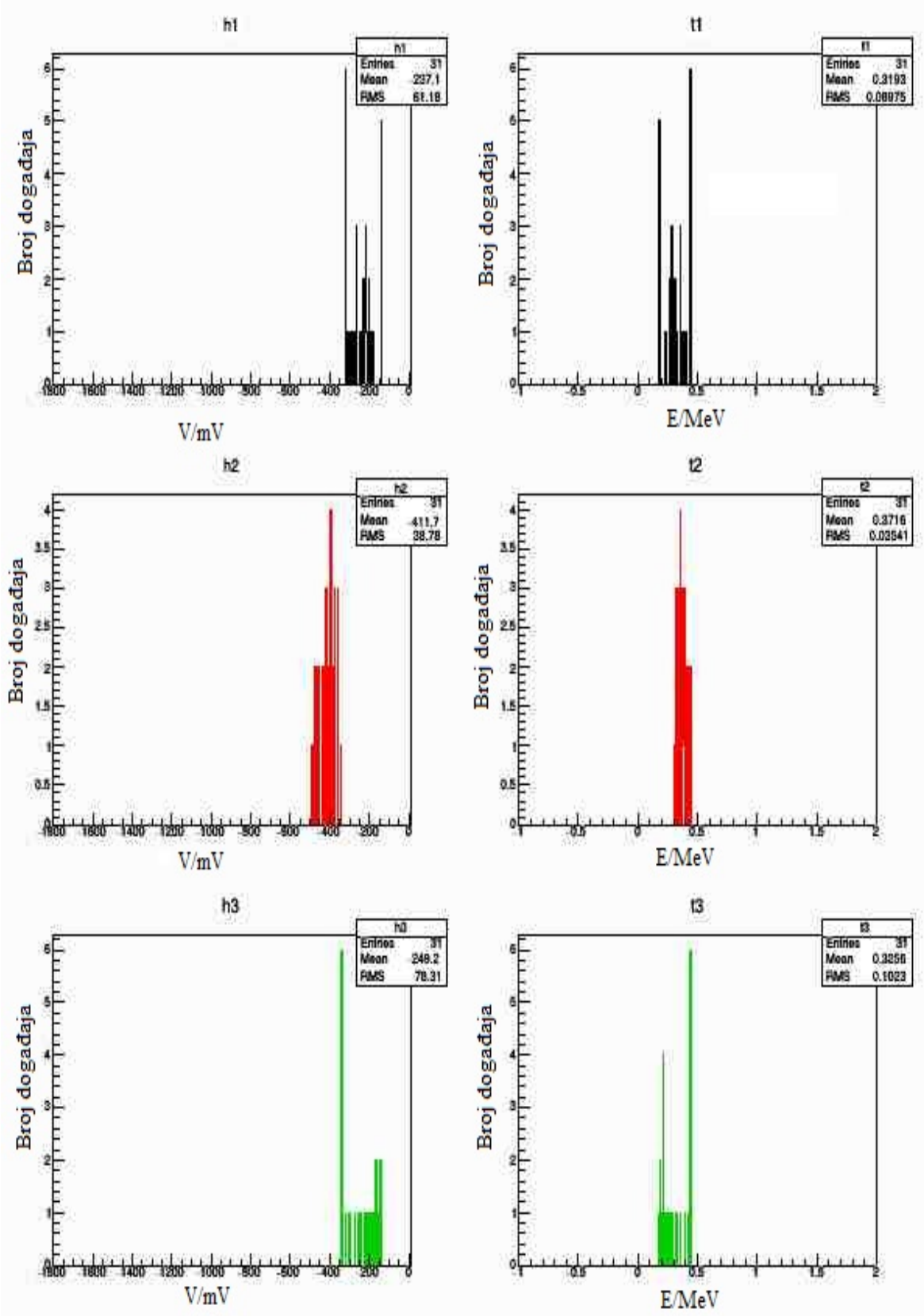


Slika 6.12: Prikaz signala u terminima kanalima na lijevoj strani slike, te transformiranih u termine energije na desnoj strani slike.

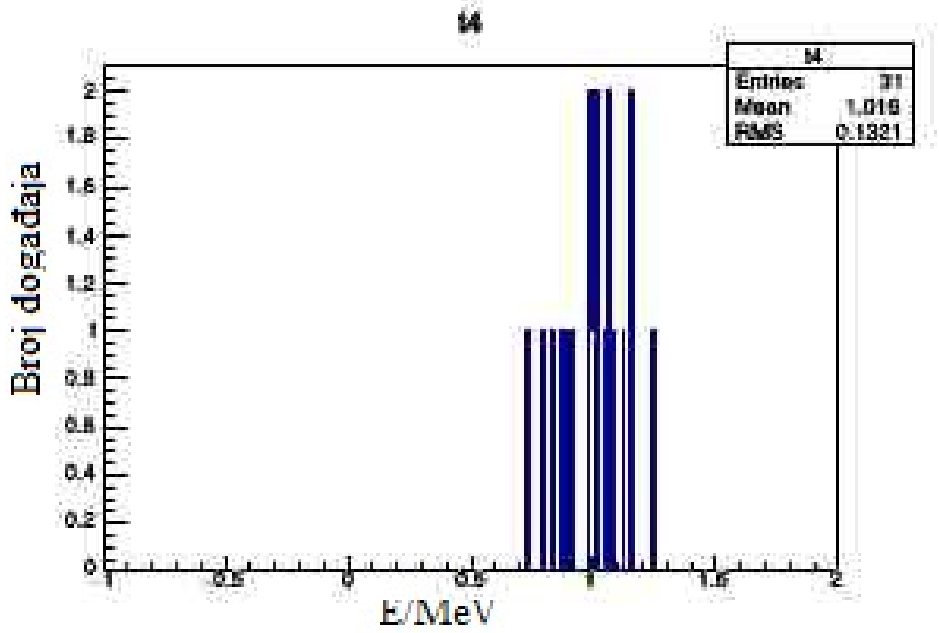


Slika 6.13: Prikaz spektra raspada ^{22}Na kao kontrolu dobre transformacije [20].

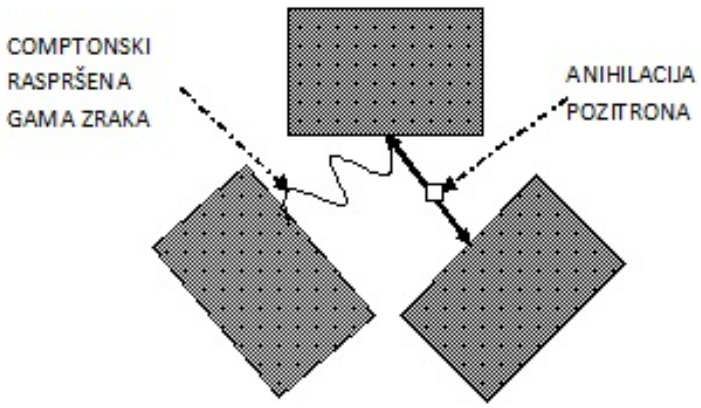
tora uistinu zabilježe signale u koincidenciji, ali ti događaji nisu posljedica raspada ortopozitronija, već vjerojatno potječu od detektirane comptonovski raspršene gama zrake na susjednom detektoru (prikaz na slici 6.16).



Slika 6.14: Prikaz energija detektiranih signala po detektorima između 200 keV i 400 keV.



Slika 6.15: Zbroj detektiranih energija između 200 keV i 400 keV pazeći da zbrojeni događaji budu u koincidenciji.



Slika 6.16: Grafički prikaz mogućeg razloga za primanje događaja u koincidenciji iz različitih izvora. Jedna od gama zraka emitiranih anihilacijom pozitrona comptonski se rasprši na jednom detektoru, a detektira na drugom.

7 Zaključak

Uz mjerenje energije gama zraka koje nastaju raspadom ortopozitronija, za potrebe ovog diplomskog rada izračunate su i vremenske i energijske rezolucije relativno novih scintilacijskih detektora $CeBr_3$, te su te vrijednosti uspoređene s istima kod starijih detektora BaF_2. Detektori $CeBr_3$ korišteni u ovom diplomskom radu daju bolju energijsku, ali lošiju vremensku rezoluciju od detektora BaF_2. Sva su mjerenja potvrdila teorijska očekivanja.

Nadalje, za svu potrebnu obradu prikupljenih podataka poslužila nam je ROOT platforma, posebice skup klasa i metoda vezanih uz histograme, no bitno je istaknuti kako je to tek kap u moru nevjerojatnih mogućnosti kojima ROOT raspolaže.

Prije samog eksperimenta, bilo je potrebno obaviti mnoštvo priprema. Najprije je bilo potrebno odrediti iznos napona napajanja za koje bismo dobili najbolju vremensku rezoluciju detektiranja potrebnih događaja. Nadalje, bilo je potrebno identificirati dijelove histograma i odrediti dijelove od posebnog značaja za eksperiment, a to su vrhovi oko energija koje nastaju nakon $\beta+$ raspada ^{22}Na (gama zraku $1.27\ MeV$ emitira pobuđeni $^{60}Ni^*$, dok gama zraka od $0.511\ MeV$ dolazi iz anihilacije pozitrona), Comptonsko raspršenje gama zraka te šum na niskim energijama. S obzirom kako je dobivena skala energije signala prikazivala u proizvoljnim jedinicama, bilo je potrebno transformirati skalu u termine energije. Nakon dobivene transformirane skale, uklonjene su visoke i izrazito niske energije, a ono što je ostalo, identificirali smo kao zaprimljene gama zrake nastale raspadom ortopozitronija. Konačno, trebalo je zbrojiti takve gama zrake pazeći pritom da zbrajamo događaje u koincidenciji.

Kako je već navedeno, svi su rezultati potvrdili teorijska očekivanja. Gama zrake zbrojile su se energiju od $1040\ keV$, uz standardnu devijaciju od $25\ keV$, što se od energije mirovanja pozitronija razlikuje oko 2%. Navedeni rezultat potvrda je zakona očuvanja energije, ali i zakona očuvanja količine gibanja.

8 Metodički dio

Nastavna lekcija (fizike) elementarnih čestica jedna je od posljednjih lekcija fizike četvrtih razreda srednjih škola. U njoj se daje povijesni pregled otkrića 'zrnatosti' tvari, od Daltonovog otkrića atoma, preko otkrića elektrona, protona, neutrona i pozitrona do današnjeg standardnog modela.

Antičestice se u udžbenicima upoznaju već pri lekcijama radioaktivnih raspada, napose $\beta+$ i $\beta-$ raspada gdje nastaju pozitron i neutrino te elektron i antineutrino. Jedan dio lekcije o elementarnim česticama posvećen je i opisu antičestica, ali i opisu djelovanja čestica i antičestica.

Pozitronij, kao spoj čestice i antičestice, mogao bi se obraditi kao izborna tema, proširenje postojeće lekcije u vidu dodatnog sata ili kao samostalni seminarski rad učenika.

8.1 Ciljevi učenja

8.1.1 Obrazovni ishodi (očekivana učenička postignuća)

Učenici će nakon sata moći/znati:

- analizirati snimak iz maglene komore slijedeći potpitanja
- objasniti anihilaciju čestica i antičestica
- primijeniti formulu za anihilaciju
- dati primjer uporabe antimaterije u popularnoj kulturi
- opisati pozitronij
- objasniti raspad pozitronija

Učenici će na satu razvijati sposobnosti:

- logičkog razmišljanja i zaključivanja
- kritičkog mišljenja
- promatranja i iskazivanja opažanja
- verbalnih vještina

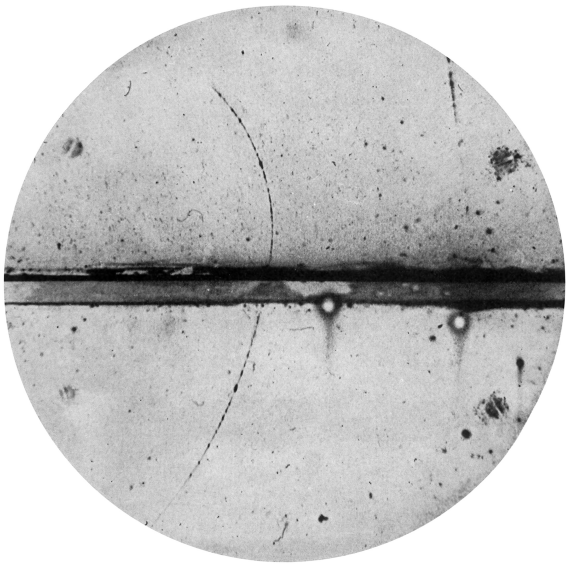
8.1.2 Odgojni ishodi

Učenici će tijekom sata stjecati vrijednosti:

- sudjelovanja u raspravi i uvažavanja tuđih mišljenja
- aktivnog slušanja
- volje i potrebe za stjecanjem novih spoznaja

8.2 Obrada teme - Antičestice

Prije početka sata, učenici su već upoznati sa pojmovima čestica i njihovom podjelom na leptone i hadrone. Kao uvodni problem, nastavnik predstavlja sliku 8.1 kao problem pred učenike. Upoznaje ih sa okolnostima nastanka slike: bilo je to 1932. godine, kada je znanstvenik C. D. Anderson na njoj otkrio trag dotad nepoznate čestice. Postavlja pitanje, zasad retoričko, kako je znanstvenik prepoznao novu česticu.



Slika 8.1: Snimak iz maglene komore s tragom pozitrona.

Nastavnik objašnjava kako je posred slike olovna pregrada debljine $6\ mm$ te kako u čitavom prostoru djeluje homogeno magnetsko polje, usmjereno u papir. Smjer gibanja nepoznate čestice na prvu nam nije poznat, ali iz traga se to može jednostavno detektirati. Postavlja pitanje učenicima što se dogodilo s polumjerom zakrivljenosti putanje čestice. Sa slike učenici vide kako se polumjer smanjio. Iduće potpitanje traži odgovor zašto se polumjer smanjio. Traženi odgovor je da je brzina u tom dijelu sike manja jer, uz homogeno magnetsko polje i stalni naboj i masu čestice, ona je jedina varijabla koja određuje polumjer zakrivljenosti. Ako učenici ne zaključe odmah, nastavnik nastavlja s potpitanjima, skrećući pažnju na olovnu pregradu i što ona predstavlja za česticu. Učenici zaključuju da je brzina manja nakon prolaska kroz olovnu pregradu, te da je time i radijus zakrivljenosti manji. Zaključuje se i o smjeru

gibanja čestice, a to je od dna slike prema vrhu.

Ako učenici budu imali problema sa zaključivanjem o brzini čestice u magnetskom polju i radijusu zakrivljenosti putanje te čestice, nastavnik ih uvijek može podsjetiti na gradivo trećeg razreda. Magnetska sila ne obavlja rad nad nabijenom česticom, već ju samo zakreće u kružnu putanju, što nam dopušta da magnetsku silu izjednačimo sa centripetalnom silom. Učenici prvo provode račun u bilježnice, a nakon toga netko od učenika piše rezultat na ploču.

$$F_{cp} = F_{mag} \tag{8.1}$$

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \tag{8.2}$$

$$r = \frac{mv}{qB} \tag{8.3}$$

Na kraju analize, nastavnik traži od učenika naboj detektirane čestice. Učenici primjenjuju pravilo desne ruke za magnetsku silu, palac postavljaju u smjeru brzine (koju određuju kao tangentu na krivulju), ispružene prste u smjeru magnetskog polja. Magnetska sila koju dobiju usmjerena je prema lijevo, a na tu stranu je i zakrivljenost putanje čestice. Učenici zaključuju kako je promatrana čestica pozitivnog naboja. Nastavnik zaključuje uvodni dio opisujući detalje zaključka eksperimenta. Trag koji elektron ostavlja u maglenoj komori sa istom jakosti magnetskog polja i istom olovnom pregradom identičan je tragu na slici, samo je zakrenut na drugu stranu. Zaključak je kako je detektirana čestica elektronova antičestica, nazvana pozitron. Ako nastavnik procjeni da je prikladno, govori učenicima kako je pozitron teorijski predvidio engleski fizičar P. Dirac, još 1928. godine. Ovdje nastavnik zapisuje naslov na ploču (”Antičestice”) te potiče učenike da skiricaju sliku sa projektora i ukratko opišu postupak zaključivanja.

S obzirom kako je pojava antimaterije zastupljena u popularnoj kulturi, učenicima ona nije nepoznata. Učenici će vjerojatno kao neke primjere navesti svemirski brod USS Enterprise koji se pogoni antimaterijom ili film Anđeli i demoni, u kojemu je prijetila mogućnost da bomba antimaterije raznese grad Rim.

Ono što učenici također znaju iz popularne kulture, ili barem intuitivno naslućuju, je da će se materija pri susretu s jednakom količinom antimaterije poništiti. Stoga, odgovor na nastavnikovo pitanje što bi se dogodilo pri takvom susretu ne bi trebao biti problem. Ostaje jedino raspraviti što će se dogoditi nakon poništenja materije antimaterijom. Nastavnik prikuplja odgovore učenika. Jedan od mogućih odgovora mogao bi biti da se neće dogoditi ništa. Ovdje bi nastavnik mogao intervenirati pitajući učenike jesu li čestice imale energiju prije sudara i gdje je ta energija nestala. No, vjerojatnije je da će učenici zaključiti kako bi se pri takvom procesu oslobodila energija. Nastavnik zatim potvrđuje takvu pretpostavku i imenuje opisani proces

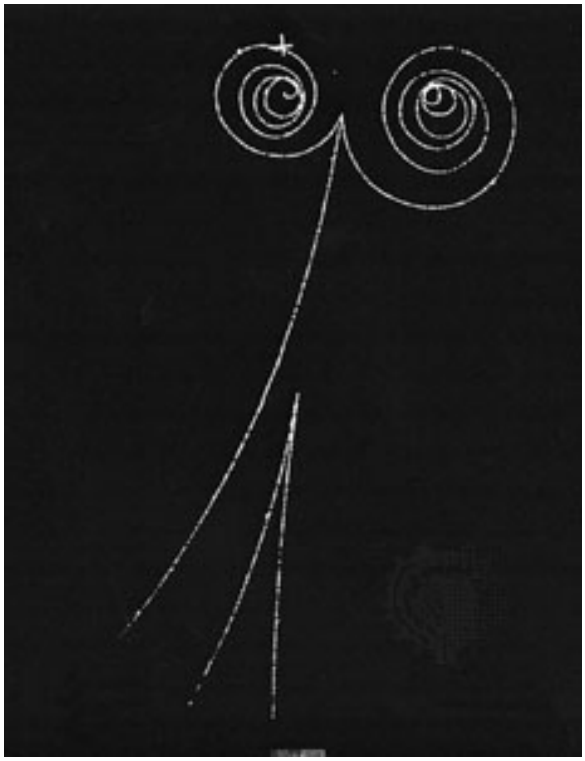
anihilacijom. Dodaje kako se energija oslobađa u vidu dviju gama zraka. Na ploču zapisuje reakciju 8.4 i jednadžbu pretvorbe energije 8.5.

$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma \tag{8.4}$$

$$2E_\gamma = 2m_e c^2 \tag{8.5}$$

Učenici zaključuju kako će obje emitirane gama zrake imati jednaku energiju, pri čemu će energija jedne gama zrake biti jednaka polovini energije koju su elektron i pozitron imali prije anihilacije. Nastavnik dodaje kako se gama zrake emitiraju u suprotnim smjerovima. Ako nastavnik procjeni da učenici dobro barataju gradivom, može napomenuti kako je to zbog očuvanja količine gibanja ili pustiti učenike da sami zaključe o tome.

Nastavnik zatim pokazuje na projektoru sliku 8.2. Pita učenike za kratku analizu slike, a zatim im tumači da ova slika prikazuje proces obrnut anihilaciji. Takav proces zove se tvorba parova. Učenici zaključuju da se pri tvorbi parova energija, odnosno jedna gama zraka (koja se na slici 8.2 ne vidi) pretvara u česticu i antičesticu. Po uzoru na relacije 8.4 i 8.5 učenici sami zapisuju isto za ovaj slučaj, 8.6 i 8.7.



Slika 8.2: Snimak iz maglene komore s tvorbom para elektron-pozitron.

$$\gamma \rightarrow e^- + e^+ \tag{8.6}$$

$$E_\gamma = 2m_e c^2 \tag{8.7}$$

U završnom dijelu sata, nastavnik može stupiti korak dalje. Predstavlja učenicima hrvatskog znanstvenika s početka 20. stoljeća, Stjepana Mohorovičića, koji je vrlo brzo nakon što je pozitron otkriven, teorijski predskazao postojanje jednog egzotičnog atoma, pozitronija, spoj elektrona i pozitrona. Učenici bi trebali dati točno predviđanje da je pozitronij kao takav izrazito nestabilan te da bi se elektron i pozitron vrlo brzo trebali anihilirati. Vjerojatno će koristeći znanje stečeno na satu predvidjeti kako će se raspasti na dvije gama zrake. Nastavnik ovdje pohvaljuje dobar zaključak, ali upozorava da je polovičan te podsjeća učenike na prijašnje gradivo i kvantne brojeve. Za raspad pozitronija bitan je odnos spinova elektrona i pozitrona. Ako su spinovi paralelni (jednakog predznaka), pozitronij će se raspasti na tri gama zrake, a ako su im spinovi antiparalelni (različitog predznaka), pozitronij će se raspasti na dvije gama zrake.

Ako preostane dovoljno vremena na kraju sata, učenici bi mogli riješiti nekoliko zadataka. U suprotnom, ostaju za zadaću.

Zadatak 1. Godišnje se na punjenje jednog smartphone uređaja potroši u prosjeku 2 kWh. Izračunaj masu materije i antimaterije čijom bi anihilacijom dobili jednaku količinu energije! (Rj. $m = 4 \cdot 10^{-11} kg$)

Zadatak 2. U iznimno rijetkim slučajevima, parapozitronij se može raspasti na 4 gama zrake. Izračunaj energiju jedne takve gama zrake. Kako će biti usmjerene te gama zrake? Rješenje napiši u keV-ima! (Rj. $E_\gamma = 255.5\ keV$, orjentirane su pod $90°$.)

Dodaci

Dodatak A Programski kod za transformaciju sa skale kanala na skalu energija

```
#include <string>
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <sstream>

#include <TFile.h>
#include <TCanvas.h>
#include <TH1F.h>
#include <TTree.h>

#include "GetRidOf.h"
#include "Bleach.h"

void transform_new()
{
GetRidOf *getrid=new GetRidOf(__FILE__);
delete getrid;

TFile *fin=new TFile("EXTRA.root");
if (fin->IsOpen()) {
TTree *tree=(TTree*)fin->Get("extra");

double amp1,amp2,amp3,eng1,eng2,eng3,diff1,diff2,diff3 ;
tree->SetBranchAddress("amp1",&amp1);
tree->SetBranchAddress("amp2",&amp2);
tree->SetBranchAddress("amp3",&amp3);
tree->SetBranchAddress("eng1",&eng1);
tree->SetBranchAddress("eng2",&eng2);
tree->SetBranchAddress("eng3",&eng3);
tree->SetBranchAddress("diff1",&diff1); //dodano
tree->SetBranchAddress("diff2",&diff2); //dodano
tree->SetBranchAddress("diff3",&diff3); //dodano

const int bins=500;
```

```
const double from=-1;
const double to=2;



TH1F *t1=new TH1F("t1","t1",bins,from,to);
TH1F *t2=new TH1F("t2","t2",bins,from,to);
TH1F *t3=new TH1F("t3","t3",bins,from,to);
TH1F *t4=new TH1F("t4","t4",bins,from,to);

TH1F *h1=new TH1F("h1","h1", bins,-1800,10);
TH1F *h2=new TH1F("h2","h2", bins,-1800,10);
TH1F *h3=new TH1F("h3","h3", bins,-1800,10);


TH1F *d1=new TH1F("d1","d1",bins,-1.5,to); //dodano za diff1
TH1F *d2=new TH1F("d2","d2",bins,-1.5,to); //dodano za diff2
TH1F *d3=new TH1F("d3","d3",bins,-1.5,to); //dodano za diff3


t1->SetDirectory(0);
t2->SetDirectory(0);
t3->SetDirectory(0);
t4->SetDirectory(0);

h1->SetDirectory(0);
h2->SetDirectory(0);
h3->SetDirectory(0);

d1->SetDirectory(0);
d2->SetDirectory(0);
d3->SetDirectory(0);


double cal1,cal2,cal3;
//#####Postavljanje reza na energije ##################
/*    for (int i=0; i<tree->GetEntries(); i++) {
tree->GetEntry(i);

h1->Fill(amp1);
h2->Fill(amp2);
```

```
h3->Fill(amp3);

cal1=-0.001466976*amp1-0.028537508;
cal2=-0.000913116*amp2-0.004298561;
cal3=-0.001306168*amp3+0.000088372;

if (cal1 < 0.4 && cal1 > 0.1 && cal2 < 0.4 &&
cal2 > 0.1 && cal3 < 0.4 && cal3 > 0.1)  { //

t1->Fill(cal1);
t2->Fill(cal2);
t3->Fill(cal3);
t4->Fill(cal1+cal2+cal3);

d1->Fill(diff1);  //histogrami time differences
d2->Fill(diff2);
d3->Fill(diff3);
}
}

//#####Postavljanje reza na amplitudu ##################
for (int i=0; i<tree->GetEntries(); i++) {
tree->GetEntry(i);

h1->Fill(amp1);
h2->Fill(amp2);
h3->Fill(amp3);

if (amp1 > -340 && amp1 < -150 && amp2 > -500 && amp2 < -100
&& amp3 > -350 && amp3 < -100)  { //
cal1=-0.001466976*amp1-0.028537508;
cal2=-0.000913116*amp2-0.004298561;
cal3=-0.001306168*amp3+0.000088372;

t1->Fill(cal1);
t2->Fill(cal2);
t3->Fill(cal3);
t4->Fill(cal1+cal2+cal3);

d1->Fill(diff1);  //histogrami time differences
d2->Fill(diff2);
```

```
d3->Fill(diff3);
}
}*/

//################ Rez na time differences #########
for (int i=0; i<tree->GetEntries(); i++) {
tree->GetEntry(i);

//  if (diff1 > -0.5 && diff1 < 0.5 && diff2 > 0 && diff2
< 1.5 &&  diff3 > 0 && diff3 < 1.5 )  {

cal1=-0.001363171*amp1-0.004489942;
cal2=-0.0008804461*amp2+0.004358742;
cal3=-0.001314377*amp3-0.02240037;

if ( cal1 < 0.45 && cal2 < 0.45 && cal3 < 0.45 ) {

h1->Fill(amp1);  //histogrami amplituda
h2->Fill(amp2);
h3->Fill(amp3);

t1->Fill(cal1); //histogrami transformirane skale
t2->Fill(cal2);
t3->Fill(cal3);
t4->Fill(cal1+cal2+cal3);

d1->Fill(diff1);  //histogrami time differences
d2->Fill(diff2);
d3->Fill(diff3);
//  }
}
}
//##############################################


TCanvas *c1=new TCanvas("c1","c1",800,20,600,700);
//canvas za aplitude i energije
c1->Divide(2,3);

TCanvas *c2=new TCanvas("c2","c2",480,200,300,230);
 //canvas za sum(energija)
```

```
c2->Divide(1,1);

TCanvas *c3=new TCanvas("c3","c3",480,500,300,230);
//canvas za zbroj dogadjaja u koincidenciji
c3->Divide(1,1);

Bleach bl;

//##############################################
TCanvas *c4=new TCanvas("c4","c4",200,20,300,700);
 //canvas za TimeDiff
c4->Divide(1,3);
//##############################################

//crtanje
c1->cd(1);
//bl.ShiftLRBT(0.04,0.04,0.04,0.04);
h1->Draw();

c1->cd(3);
h2->Draw();

c1->cd(5);
h3->Draw();

c1->cd(2);
t1->Draw();

c1->cd(4);
t2->Draw();

c1->cd(6);
t3->Draw();

TH1F *tc1=(TH1F*)t1->Clone("tc1");
TH1F *tc2=(TH1F*)t2->Clone("tc2");
TH1F *tc3=(TH1F*)t3->Clone("tc3");

tc1->SetDirectory(0);
tc2->SetDirectory(0);
tc3->SetDirectory(0);
```

```
c2->cd(1);
tc1->Draw();
tc2->Draw("same");
tc3->Draw("same");

tc1->SetLineColor(kBlack);
tc2->SetLineColor(kRed);
tc3->SetLineColor(kGreen+1);

c3->cd(1);
t4->Draw();

//#### DIFF ######
c4->cd(1);
//bl.ShiftLRBT(0.04,0.04,0.04,0.04);
d1->Draw();

c4->cd(2);
d2->Draw();

c4->cd(3);
d3->Draw();
//###### DIFF ########

t1->SetLineColor(kBlack);
t2->SetLineColor(kRed);
t3->SetLineColor(kGreen+1);
h1->SetLineColor(kBlack);
h2->SetLineColor(kRed);
h3->SetLineColor(kGreen+1);

/*
TFile *fout=new TFile("output.root","recreate");
h1->Write();
h2->Write();
h3->Write();
t1->Write();
t2->Write();
t3->Write();
fout->Close();
```

```
*/
bl.TitleDisplay(true);
bl.StatisticsDisplay(true);
bl.Whiten(c1);
bl.Whiten(c2);
}
fin->Close();
}
```

Literatura

[1] Segreov graf, http://www.algebralab.org/img/5cb2c6e6-0c3d-4a4a-919a-30f7c103c41d.gif, 23.8.2016

[2] Leo, W. R. Techniques for nuclear and particle physics experiments: A how-to approach. Berlin: Springer;1994.

[3] Young HD, Freedman RA, Ford AL, Sears FW. Sears and Zemansky's university physics: With modern physics. San Francisco: Pearson Addison Wesley; 2008.

[4] Gilmore G, Hemingway JD. Practical gamma-ray spectroscopy. Chichester: Wiley, 2008.

[5] Spetar elektromagnetskog zračenja, http://www.periodni.com/gallery/spektar_elektromagnetskog_zracenja.png, 23.7.2016.

[6] Apsorpcija gama zračenja, http://www.phy.pmf.unizg.hr/~makek/nukl_prakt/vjezbe/nprak_vj06.pdf, 9.6.2016.

[7] Comptonovo raspršenje, grafički prikaz, https://astrobites.org/wp-content/uploads/2012/04/500px-Compton-scattering.png, 10. 9. 2016.

[8] Griffiths, D. Introduction to Elementary Particles. John Wiley and Sons, 1987.

[9] Nachtmann, O. Elementary Particle Physics: Concepts and Phenomena, Berlin: Springer-Verlag; 1990.

[10] Picek, I., Fizika elementarnih čestica. Zagreb: HINUS, 1997.

[11] Harpen MD. Positronium: Review of symmetry, conserved quantities and decay for the radiological physicist. Medical Physics. 31 (2004) 57.

[12] Ore A, Powell J. Three-Photon Annihilation of an Electron-Positron Pair. Phys. Rev. 75 (1949) 1696.

[13] Opis rada scintilacijskog detektora, http://www.phy.pmf.unizg.hr/~makek/nukl_prakt/vjezbe/nprak_vj04.pdf, 9.6.2016.

[14] Crivelli, P., ETH Institute for Particle Physics, Switzerland, 2004. http://neutrino.ethz.ch/Positron/Na22.html, 10. 7. 2016.

[15] Shematski prikaz raspada 22Na, http://neutrino.ethz.ch/Positron/Na22.h12.jpg, 10.7.2016.

[16] Kanai S. Shah, Jaroslaw Glodo : CeBr3 Scintillators for Gamma-Ray Spectroscopy. // IEEE Transactions On Nuclear Science. Vol. 52, No. 6; 2005.

[17] ROOT sažetak, https://root.cern.ch/gitweb/?p=root.git;a=summary, 11. 10. 2016.

[18] Shema raspada kobalta 60, http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/nuclear/betaex.html, 11. 10. 2016.

[19] Enerijske i vremenske rezolucije detektora BaF_2 https://www.hzdr.de/FWK/jb04/PDF/s22.pdf, 12. 10. 2016.

[20] Prikaz spektra 22Na, https://www.andrews.edu/phys/wiki/PhysLab/lib/exe/fetch.php?media=lab14.fig.2.jpg, 10.7.2016.