Utjecaj neizvjesnosti i dinamike na rezultate Monti-Kleinovog modela o ovisnosti tržišta kredita i depozita

Kerner, Mislav

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO–MATEMATIČKI FAKULTET
MATEMATIČKI ODSJEK

Mislav Kerner

UTJECAJ NEIZVJESNOSTI I DINAMIKE NA REZULTATE MONTI-KLEINOVOG MODELA O OVISNOSTI TRŽISTA KREDITA I DEPOZITA

Diplomski rad

Voditelj rada:
Izv. prof. dr. sc. Ilko Vrankić

Zagreb, 2017.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana ____________________ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. ____________________________, predsjednik
2. ____________________________, član
3. ____________________________, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom ________________.

Potpisi članova povjerenstva:

1. ____________________________
2. ____________________________
3. ____________________________

Ovaj diplomski rad posvećujem svojim roditeljima i sestri koji su mi bili najveća moguća podrška tijekom cijelog školovanja.
Zahvaljujem mentoru na odličnom vodstvu.

Sadržaj

Uvod

U ovom radu predstavit ćemo Monti-Kleinov model monopolističke banke i njegovu oligopolističku verziju koju ćemo, jednostavnosti radi, uglavnom analizirati na primjeru duopola. Ovaj model sugerira da su odluke banaka o optimalnoj količini depozita koje trebaju primiti i kredita kojih trebaju plasirati nezavisne. Intuitivno je jasno da to ne oslikava realnu situaciju na tržištu. Monti-Kleinov model je u osnovi statičan (sve banke na tržištu nastaju istovremeno) i ne uključuje nikakavu neizvjesnost odnosno rizik. Cilj ovog diplomskog rada je pokazati da uvođenjem nekih realnih pretpostavki u model, poput dinamike i neizvjesnosti, spomenute odluke banaka oko optimalne količine kredita i depozita prestaju biti nezavisne.
U prvom poglavlju predstavljamo originalni Monti-Kleinov model monopolističke banke. U drugom poglavlju u takav model uvodimo neizvjesnost, prvenstveno rizik nevraćanja kredita koje je banka plasirala i utjecaj takvog scenarija na likvidnost banke. U trećem poglavlju predstavit ćemo oligopolističku verziju Monti-Kleinovog modela. U četvrtom poglavlju uvodimo dinamiku u duopolistički Monti-Kleinov model. Dinamiku uvodimo na način da je jedna banka već prisutna na tržištu, a druga tek ulazi na tržište, odnosno razmišlja o ulasku na tržište ovisno o aktivnostima prve banke, ali i uvjetima ulaska na tržište poput određene ulazne naknade.

Poglavlje 1

Monti-Kleinov model monopolističke banke - osnovna verzija

U ovom poglavlju prvo opisujemo strukturu banaka i ekonomiju u kojoj one funkcioniraju, nakon čega slijedi opis Monti-Kleinovog modela za monopolističku banku i njegovi glavni rezultati [1].

1.0 Struktura banaka i ekonomije

Svaka banka u ekonomiji prima ukupan iznos depozita D_i i izdaje ukupan iznos kredita L_i.
Troškovi banke opisani su pomoću funkcije troškova $C(L_i, D_i)$.

Definicija 1.0.1. $C(L, D)$ *je funkcija troškova banke ako zadovoljava sljedeća svojstva:*

1. *C je rastuća u L i D;*
2. *C je konveksna;*
3. *C je dva puta diferencijabilna;*

Pretpostavljamo da sve banke imaju istu funkciju troškova i neka postoji konačan broj banaka N.

[1]Modele u ovom poglavlju radili smo po uzoru na modele iz knjige Microeconomics of banking, treće poglavlje, str. 69-79. Vidi [3] u literaturi.

Razliku između iznosa depozita i kredita banke nazivamo rezerve banke R_i. Rezerve banke podijeljene su na gotovinske rezerve C_i koje banka mora držati na računu kod Središnje banke i na neto poziciju banke na međubankarskom tržištu M_i. Ta neto pozicija može biti i pozitivna i negativna. Pretpostavljamo da postoji zakonski propisana stopa gotovinskih rezervi (definirana kao postotak depozita banke) koje banka mora držati na računu kod Središnje banke, označavamo ju s α.

$$R_i = D_i - L_i \tag{1.1}$$

$$R_i = C_i + M_i \tag{1.2}$$

$$C_i = \alpha D_i \tag{1.3}$$

Ključna uloga komercijalnih banaka je prikupljanje štednje kućanstava S kako bi se financirale investicije I privatnog sektora. Vlada financira proračunski deficit G tako što izdaje određenu količinu trezorskih zapisa i obveznica B te pomoću primarnog novca M_0 čiju količinu kontrolira ore đivanjem obavezne stope gotovinskih rezervi za komercijalne banke. Kamatna stopa po kojoj se komercijalne banke mogu zadužiti kod Središnje banke ili na međubankarskom tržištu određena je od strane Središnje banke i označavamo ju s r.

$$D = \sum_{i=1}^{N} D_i \tag{1.4}$$

$$L = \sum_{i=1}^{N} L_i \tag{1.5}$$

$$G = B + M_0 \tag{1.6}$$

$$M_0 = \alpha D \tag{1.7}$$

$$D = \frac{M_0}{\alpha} = \frac{G - B}{\alpha} \tag{1.8}$$

$$L = M_0(\frac{1}{\alpha} - 1) = (G - B)(\frac{1}{\alpha} - 1) \tag{1.9}$$

1.1 Monti-Kleinov model

Sada smo spremni predstaviti Monti-Kleinov model monopolističke banke. Pretpostavljamo da postoji samo jedna banka na tržištu. Zato u svim oznakama iz prethodnog poglavlja nije potrebno koristiti indeks i pridružen $i-toj$ banci budući postoji samo jedna banka. Poznata je krivulja potražnje za kreditima $L(r_L)$ koja ovisi o kamatnoj stopi na kredite r_L i koja je opadajuća. Također, poznata je i krivulja ponude depozita $D(r_D)$ koja je rastuća u kamatnoj stopi na štednju (depozite) r_D.
Radit ćemo s njihovim inverznim funkcijama $r_L(L)$ i $r_D(D)$, budući su varijable odluke L i D.
Pretpostavljamo da su r i α egzogene varijable.
Banka želi maksimizirati svoj profit, odnosno razliku svojih prihoda i rashoda. Pogledajmo od čega se oni sastoje.

Prihodi banke: kamate na kredite koje iznose $r_L L$ i eventualno kamate koje banka naplaćuje zbog pozitivne neto pozicije na međubankarskom tržištu koje iznose rM.

Rashodi banke: kamate na depozite $r_D D$, troškovi tehnologije i transakcijski troškovi opisani funkcijom troškova $C(L, D)$ i eventualno kamate koje banka plaća zbog zaduživanja na međubankarskom tržištu rM.

Budući da M može biti i pozitivan i negativan, funkciju profita banke možemo zapisati:

$$\pi = \pi(L, D) = r_L(L)L + rM - r_D(D)D - C(L, D) \tag{1.10}$$

odnosno

$$\pi = \pi(L, D) = (r_L(L) - r)L + (r(1-\alpha) - r_D(D))D - C(L, D) \tag{1.11}$$

Uvedimo sada još neke intuitivne pretpostavke koje će nam kasnije biti važne:

1. C je aditivno separabilna, odnosno ima oblik

   $$C(L, D) = \gamma_L L + \gamma_D D \tag{1.12}$$

   (razumno je pretpostaviti da su transakcijski troškovi separabilni i jednostavnosti radi pretpostavljamo linearnost)

2. $r_L''(L) < 0$ (granična promjena kamatne stope manje je osjetljiva kad banka cilja visoke razine kredita koje će plasirati jer tada kamatne stope obično postaju dosta male i dovoljno atraktivne za ljude kako bi se zadužili pa ih nije potrebno previše smanjivati)

3. $r''_D(D) > 0$ (granična promjena kamatne stope na depozite postaje osjetljivija kad banka cilja velike razine depozita jer ljudi prirodno postaju osjetljiviji što veći novac povjeravaju banci)

Uz ove pretpostavke funkcija profita $\pi(L, D)$ je konkavna.

Dokaz. Računamo:

$$\frac{\partial\pi}{\partial L} = r'_L(L)L + r_L(L) - r - C'_L(L, D) \tag{1.13}$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial D} = -r'_D(D)D + r(1-\alpha) - r_D(D) - C'_D(L, D) \tag{1.14}$$

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial L^2} = r''_L(L)L + 2r'_L(L) < 0 \tag{1.15}$$

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial D^2} = -r''_D(D)D - 2r'_D(D) < 0 \tag{1.16}$$

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial L\partial D} = 0 \tag{1.17}$$

Sada je očito prva minora Hesseove matrice funkcije π negativna zbog (1.15), dok druga minora zbog (1.17) iznosi $\frac{\partial^2\pi}{\partial L^2}\frac{\partial^2\pi}{\partial D^2}$, što je pozitivno zbog (1.15) i (1.16). Dakle, Hesseova matrica funkcije π je negativno definitna čime smo dokazali tvrdnju. $\square$

Sad kada znamo da je π konkavna, dovoljno je samo naći točku (L,D) koja zadovoljova uvjete prvog reda i time smo pronašli rješenje problema maksimizacije funkcije profita banke. Dakle, mora vrijediti:

$$\frac{\partial\pi}{\partial L} = r'_L(L)L + r_L(L) - r - C'_L(L, D) = 0 \tag{1.18}$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial D} = -r'_D(D)D + r(1-\alpha) - r_D(D) - C'_D(L, D) = 0 \tag{1.19}$$

Rješenje ne možemo zapisati u zatvorenoj formi jer ne znamo točan oblik funckija r_D i r_L, ali nam one ionako nisu važne za našu raspravu. Rješenje ćemo zapravo izraziti preko optimalnih kamatnih stopa r_L^* i r_D^* koje rješavaju naš maksimizacijski problem. Ipak, moramo prije toga uvesti dva ekonomski važna pojma.

Definicija 1.1.1. *Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, pri čemu je X neki podskup od $\mathbb{R}$. Elastičnost funkcije f (u točki x) definiramo kao:*

$$\epsilon_f = \frac{xf'(x)}{f(x)} = \frac{\frac{df(x)}{f(x)}}{\frac{dx}{x}} \tag{1.20}$$

Primijetimo, elastičnost funkcije zapravo govori koliki je omjer postotne promjene vrijednosti funkcije i postotne promjene vrijednosti varijable za malu promjenu varijable. Elastičnost je uvijek definirana kao pozitivna pa u slučaju da je derivacija funkcije negativna u definiciji samo promijenimo predznak.
Definirajmo elastičnost funkcija potražnje za kreditima i ponude depozita u ovisnosti o pripadajućim kamatnim stopama:

$$\epsilon_L = -\frac{r_L L'(r_L)}{L(r_L)} > 0, \epsilon_D = \frac{r_D D'(r_D)}{D(r_D)} > 0 \tag{1.21}$$

Definicija 1.1.2. *Neka je P cijena proizvoda, a MC granični trošak proizvodnje. Lernerov indeks monopolističke moći kompanije definiran je kao:*

$$\frac{P - MC}{P} \tag{1.22}$$

Rješenje (r_L^*, r_D^*) jednadžbi (1.18) i (1.19) zapisujemo na sljedeći način:

$$\frac{r_L^* - (r + \gamma_L)}{r_L^*} = \frac{1}{\epsilon_L(r_L^*)} \tag{1.23}$$

$$\frac{r(1-\alpha) - \gamma_D - r_D^*}{r_D^*} = \frac{1}{\epsilon_D(r_D^*)} \tag{1.24}$$

Ovo predstavlja jednostavnu adaptaciju iz industrijskog sektora gdje su također elastičnosti obrnuto proporcionalne Lernerovom indeksu. Iz jednadžbi (1.23) i (1.24) vidljiv je glavni rezultat Monti-Kleinovog modela.

Zaključak: Ako je funkcija troškova banke aditivno separabilna, odluke banke oko količine kredita i depozita su nezavisne. Iz jednadžbi vidimo da bi eventualna ovisnost mogla postojati samo ako bi troškovi poslovanja bili međusobno ovisni. Ipak, sami troškovi ne smatraju se toliko važnom stavkom tako da bi idejni rezultat modela bio isti čak i da ne vrijedi aditivna separabilnost troškova.

U idućem poglavlju uvest ćemo neizvjesnost u model i proučiti kako će to utjecati na prethodni zaključak.

Poglavlje 2

Uvođenje neizvjesnosti u M-K model

2.1 Kreditni rizik

Jedan od najvećih rizika kojima je izložena bilo koja banka je kreditni rizik, odnosno rizik da krediti koje je banka plasirala neće biti vraćeni. Banka se tada može naći u situaciji da ne može ispunjavati svoje obaveze i prijeti joj opasnost bankrota. [1]

Jednostavnosti radi, u ovom poglavlju ćemo zanemariti obaveznu stopu rezervi koju svaka komercijalna banka mora držati na računu kod Središnje banke. Ta stopa je ionako fiksna i nema utjecaj na našu raspravu. Možemo i gledati na to kao da smo uzeli da je $\alpha = 0$. Zanemarit ćemo i troškove tehnologije banke koji nam također ne igraju bitnu ulogu budući su aditivno separabilni i općenito se smatraju manje važnim dijelom funckije profita banke jer su relativno mali u odnosu na prihode banke od kamata na kredite i rashoda na kamate na depozite. Dakle, u ovom poglavlju uzimamo $C(L, D) = 0$ za sve (L, D).

Rizik u model uvodimo na sljedeći način:
-pretpostavimo da je banka posudila ukupan iznos kredita L nekoj tvrtki (ili općenitije skupini tvrtki odnosno pravnih osoba)
-tvrtka ostvaruje neto prinos Y na svoje investicije, pri čemu je Y slučajna varijabla
-za realizaciju $Y = y$ za koju vrijedi $y < r_L$, tvrtka propada i banka uzima svu njenu imovinu koja vrijedi $(1 + y)L$

[1] Modele u ovom poglavlju radili smo po uzoru na modele iz članka Jeana Derminea: Deposit rates, credit rates and bank capital. Vidi [1] u literaturi.

Iz pretpostavki vidimo da povrat banke na posuđena sredstva zapravo iznosi $min(r_L, y)$.

Analizirajmo prihode i rashode banke u novom scenariju:

prihodi banke: povrat na posuđena sredstva koji iznosi $min(r_L, y)L$ i eventualno kamate $r(D-L)$ ako banka ima pozitivnu neto poziciju na međubankarskom tržištu
rashodi banke: kamate na depozite koje iznose $r_D D$ i eventualno kamate $r(L-D)$ ako banka ima negativnu neto poziciju na međubankarskom tržištu

Funckija profita sada ovisi i o realizaciji Y i za $Y = y$ ona postaje:

$$\tilde{\pi}(L, D, y) = [min(r_L(L), y) - r]L + [r - r_D(D)]D \tag{2.1}$$

Ukoliko je $\tilde{\pi}(L, D, y) < 0$, banka će bankrotirati. Prema tome, najmanji neto povrat tvrtke y^* za koji banka neće bankrotirati dobivamo iz

$$\tilde{\pi}(L, D, y^*) = [y^* - r]L + [r - r_D(D)]D = 0 \tag{2.2}$$

i on iznosi

$$y^* = r - [r - r_D(D)]\frac{D}{L} \tag{2.3}$$

Budući da banka propada za bilo koji negativan profit, ona želi maksimizirati svoj profit u slučaju da je on pozitivan. Funkcija profita koju banka želi maksimizirati dana je s

$$\pi(L, D) = \mathbb{E}[max(0, \tilde{\pi}(L, D, Y))] \tag{2.4}$$

Nužni uvjeti prvog reda:

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = \mathbb{E}[\frac{\partial \tilde{\pi}}{\partial L}(L, D, Y)\mathbb{I}_{Y>y^*}] = 0 \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial D} = \mathbb{E}[\frac{\partial \tilde{\pi}}{\partial D}(L, D, Y)\mathbb{I}_{Y>y^*}] = 0 \tag{2.6}$$

pri čemu $\mathbb{I}_A$ označava karakterističnu funkciju skupa A.

Vrijedi:

$$\frac{\partial \tilde{\pi}}{\partial D}(L, D, Y) = r - r_D - Dr'_D(D) \tag{2.7}$$

i za $Y = y$

$$\frac{\partial \tilde{\pi}}{\partial L}(L, D, y) = \begin{cases} r_L - r + Lr'_L(L), & \text{za } y > r_L \\ y - r, & \text{za } y < r_L \end{cases} \tag{2.8}$$

Izraz $\frac{\partial \tilde{\pi}}{\partial D}$ očito ne ovisi o y i kombiniranjem jednadžbi (2.6) i (2.7) dobivamo izraz iz kojeg računamo optimalnu razinu depozita D^*.

$$r - r_D(D^*) = D^* r_D'(D^*) \tag{2.9}$$

Budući da ne znamo točan oblik funkcije $r_D(D)$ ne možemo izraziti D^* u zatvorenoj formi niti nam je to važno za našu raspravu.
Uočimo da optimalan iznos depozita banke ne ovisi o događajima vezanim uz kredite banke niti o njihovom ukupnom iznosu L.

Optimalan iznos kredita L^* određuje se malo kompleksnije, a formulu iz koje ga određujemo dobivamo kombiniranjem (2.5) i (2.8)

$$\mathbb{P}(Y > r_L)(r_L - r + L r_L'(L)) + \mathbb{E}[(Y - r)\mathbb{I}_{y* < Y < r_L}] = 0 \tag{2.10}$$

Naravno, niti L^* ne možemo izraziti u zatvorenoj formi, ali iz prethodne jednadžbe od ključne važnosti nam je drugi član s lijeve strane odnosno član

$$\mathbb{E}[(Y - r)\mathbb{I}_{y* < Y < r_L}] \tag{2.11}$$

Vidimo da on ovisi o y^*, a ako se prisjetimo izraza (2.3) vidimo da y^* ovisi o D. Time smo dobili ovisnost optimalne razine kredita o optimalnoj razini depozita što i je glavni zaključak ovog poglavlja. Napomenimo da u ovom poglavlju nismo razmatrali jesu li nužni uvjeti prvog reda (2.5) i (2.6) ujedno i dovoljni budući nam ovisnost L o D slijedi iz same nužnosti tih uvjeta. Dakle, postoji li rješenje (L^*, D^*) maksimizacijskog problema banke, ono će biti takvo da odluke banke nisu nezavisne.

Zaključak: Uvedemo li kreditni rizik u Monti-Kleinov model, odluke banaka oko optimalne količine kredita i depozita prestaju biti nezavisne kao u osnovnom Monti-Kleinovom modelu.

2.2 Slučaj s kapitalom i osiguranjem depozita

U ovom potpoglavlju uvodimo kapital i mogućnost osiguranja depozita. Banka bira razinu kapitala E koji želi imati na raspolaganju, a do njega može doći na tržištu kapitala na kojem je kamatna stopa jednaka r, kao na međubankarskom tržištu. Uvodimo i pojam osiguranja depozita. Banka može osigurati depozite svojih štediša kod treće strane, društva za osiguranje depozita. U slučaju propasti banke, to društvo preuzima obveze banke prema svojim depozitarima, a banka im plaća premiju P zbog preuzetog rizika. Sve ostale okolnosti su iste kao u prethodnom potpoglavlju. I dalje zanemarujemo obavezne rezerve kod Središnje banke, kao i transakcijske troškove.

Zbog lakšeg baratanja s pojmom kapitala, nećemo analizirati profit banke već njezinu neto vrijednost. Dakle, funkcija cilja koju banka želi maksimizirati bit će njezina neto vrijednost, odnosno razlika između imovine i obaveza banke. Pogledajmo sastav imovine i obveza banke.

Imovina banke: pozicija na međubankarskom tržištu M (može biti negativna) i kamate na nju, krediti plasirani na tržište i njihove kamate, premija koju banka plaća društvu za osiguranje depozita

Obveze banke: depoziti i kamate na njih, kapital i njegove kamate

Neto vrijednost banke označit ćemo sa NV (net value) i ona je razlika između imovine i obveza. Krediti su rizični i modelirani na sljedeći način: tvrtka (odnosno grupacija dužnika) posjeduje ukupnu vrijednost imovine y koja može poprimiti vrijednosti u intervalu $[k, K]$, a ona je slučajna s funkcijom gustoće f i funkcijom distribucije F. Zapravo je vrijednost imovine modelirana slučajnom varijablom Y čija je realizacija y. Banka ima pravo uzeti svu imovinu dužnika ukoliko on ne ispunjava svoje obveze prema njoj. Donja granica imovine y^* za koju banka može preživjeti odnosno ispuniti svoje obveze iznosi:

$$y^* = (1 + r_D)D - (1 + r)M \tag{2.12}$$

Postoje tri scenarija:

1. $y \geq (1 + r_L)L$ i dužnik vraća kredit u cjelosti
2. $y^* \leq y \leq (1 + r_L)L$, dužnik ne vraća kredit u cjelosti i propada, ali banka preživljava
3. $y < y^*$ i banka propada

Vjerojatnost bankrota banke zapravo iznosi $F(y^*)$. Banka maksimizira svoju očekivanu ukupnu neto vrijednost:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[NV] = &\int_{(1+r_L)L}^{K} [(1 + r_L)L + (1 + r)M - (1 + r_D)D]f(y)dy \\ &+ \int_{y^*}^{(1+r_L)L} [y + (1 + r)M - (1 + r_D)D]f(y)dy - (1 + r)E \end{aligned} \tag{2.13}$$

uz uvjet

$$M + L + P = D + E \tag{2.14}$$

Primijetimo, prvi integral je zapravo očekivana vrijednost neto imovine banke u slučaju da je dužnik sposoban vraćati kredite, a drugi integral je očekivana vrijednost neto imovine u slučaju bankrota dužnika.

Premija na rizik koju banka plaća društvu za osiguranje depozita dana je u sljedećoj formi:

$$P = c - \alpha \frac{1}{1+r} \int_k^{y^*} [y + (1+r)M - (1+r_D)D] f(y) dy \tag{2.15}$$

U brojnim državama premija je proporcionalna iznosu depozita što bi odgovaralo slučaju $\alpha = 0$ i $c = c'D$, pri čemu je c' neka konstanta. Mi ćemo se baviti općenitim slučajem.

Izrazimo li sada M iz (2.14) dobivamo $M = D + E - L - P$. To ubacujemo u (2.13), slijedi:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[NV] = &\int_{(1+r_L)L}^{K} [(r_L - r)L + (r - r_D)D + (1+r)E - (1+r)P] f(y) dy \\ &+ \int_{y^*}^{(1+r_L)L} [y - (1+r)L + (r - r_D)D + (1+r)E - (1+r)P] f(y) dy - (1+r)E\end{aligned} \tag{2.16}$$

U izrazu (2.16) s desne strane jednakosti dodamo i oduzmemo $\int_{y^*}^{(1+r_L)L} [(r_L - r)L + (r - r_D)D + (1+r)E - (1+r)P] f(y) dy$. Dobivamo:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[NV] = &\int_{y^*}^{K} [(r_L - r)L + (r - r_D)D + (1+r)E - (1+r)P] f(y) dy \\ &+ \int_{y^*}^{(1+r_L)L} [y f(y)] dy + [(r - r_L)L - (1+r)L] (\int_{y^*}^{(1+r_L)L} f(y) dy) - (1+r)E\end{aligned} \tag{2.17}$$

Integriramo li po dijelovima drugi integral u (2.17) i uzmemo u obzir definiciju y^* iz (2.12), dobivamo:

$$\mathbb{E}[NV] = (r_L - r)L + (r - r_D)D - (1+r)P - \int_{y^*}^{(1+r_L)L} F(y) dy \tag{2.18}$$

Uzmemo li u obzir oblik premije na osiguranje depozita iz (2.15), slijedi:

$$\mathbb{E}[NV] = (r_L - r)L + (r - r_D)D - \int_{y^*}^{(1+r_L)L} F(y)dy - \alpha \int_k^{y^*} F(y)dy - (1+r)c \quad (2.19)$$

Očekivana neto vrijednost jednaka je kao u klasičnom slučaju, umanjena za očekivani gubitak zbog bankrota dužnika (prvi oduzeti integral u (2.19)) i za iznos premije (zadnja dva oduzeta člana).

U daljnjim analizama zadržavamo pretpostavku da je funkcija ponude depozita $D(r_D)$ rastuća u kamatnoj stopi na depozite, a to možemo učiniti jer su depoziti građana osigurani. Kad ne bi bilo osiguranja, kamatna stopa na depozite ne bi bila relevantna jer su depozitari suočeni s potencijalnim gubitkom i neispunjavanjem obveza banke prema njima. Tada bi ponuda depozita zapravo bila rastuća funkciju očekivanog povrata na depozite, označimo ga s $\overline{r_D}$.

Pretpostavit ćemo da vrijedi $\alpha F(y^*) < 1$. To je nužno kako nekakv vanjski šok, odnosno nagla promjena u y^* ne bi imala beskonačan efekt.

Sad se možemo posvetiti pronalasku optimalnih kamatnih stopa i optimalne razine kapitala. Računamo nužne uvjete prvog reda i objasnit ćemo njihovu ekonomsku interpretaciju. Kao i prije, nećemo se baviti dovoljnošću tih uvjeta jer nam je to nebitno za raspravu oko ovisnosti tržišta kredita i depozita.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbb{E}[NV]}{\partial r_D} &= ((r - r_D)D' - D)\frac{1 - F(y^*)}{1 - \alpha F(y^*)} \\ &= ((r - r_D)D' - D)(1 - F(y^*)) + \alpha F(y^*)(\frac{(r - r_D)D' - D}{1 - \alpha F(y^*)})(1 - F(y^*)) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

U drugom redu u prethodnoj jednakosti rastavili smo izraz radi lakše ekonomske interpretacije. Promjena očekivane ukupne neto vrijednosti uzrokovana promjenom kamatne stope na depozite zbroj je dva člana. Prvi član je očekivani granični prihod (odnosno bolje rečeno rashod) u slučaju da banka ne bankrotira, a drugi član je prihod (ili rashod) zbog promjene premije na depozite. Naime, premija na depozite ovisi o kamatanoj stopi na depozite i mijenja se na sljedeći način ovisno o kamatnoj stopi:

$$\frac{\partial P}{\partial r_D} = -\alpha \frac{1}{1+r} F(y^*) \frac{(r - r_D)D' - D}{1 - \alpha F(y^*)} \quad (2.21)$$

U slučaju da je premija postavljena pošteno (za $\alpha = 1$), možemo iz drugog člana jednakosti (2.20) uočiti da banka uzima u obzir gubitke i u slučaju svog bankrota iako te gubitke snosi društvo za osiguranje depozita. Ipak, premija ne mora biti postavljena pošteno. O tome ćemo nešto kasnije.

Iz prvog reda u (2.20) vidimo da mora vrijediti:

$$(r - r_D)D' - D = 0 \tag{2.22}$$

Odnosno kamatna stopa ne depozite ne ovisi o kamatnoj stopi na kredite niti o vjerojatnosti bankrota banke $F(y^*)$. Sljedeći nužan uvjet prvog reda odnosi se na promjenu očekivane neto vrijednosti kad se mijenjaju kamatne stope na kredite.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbb{E}[NV]}{\partial r_L} &= ((r_L - r)L' + L) - F((1+r_L)L)((1+r_L)L' + L) + (1-\alpha)(1+r)L' \frac{F(y^*)}{1-\alpha F(y^*)} \\ &= ((r_D - r)L' + L)(1 - F((1+r_L)L)) - (1+r)L'(F((1+r_L)L) - F(y^*)) \\ &\quad - \frac{\alpha F(y^*)(1+r)L'}{1-\alpha F(y^*)}(1 - F(y^*)) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{2.23}$$

I ovu jednakost možemo ekonomski interpretirati. Naime, u drugom redu rastavili smo jednakost na tri člana. Prvi član predstavlja granični dobitak od promjene kamatne stope u slučaju da su banci vraćeni krediti. Drugi član je granični gubitak zbog bankrota dužnika, ali ne i banke dok je treći član granični prihod (ili rashod) zbog promjene premije uzrokovane promjenom kamatne stope na kredite:

$$\frac{\partial P}{\partial r_L} = \frac{\alpha F(y^*)L'}{1-\alpha F(y^*)} \tag{2.24}$$

1. slučaj, $\alpha = 1$

Pogledajmo sada prvi red u jednakosti (2.22) za $\alpha = 1$. Slijedi:

$$((r_L - r)L' + L) - F((1+r_L)L)((1+r_L)L' + L) = 0 \tag{2.25}$$

Vidimo da je kamatna stopa na kredite neovisna o kamatnoj stopi na depozite.

Ipak, rijetko je $\alpha = 1$ jer banke ili podcjenjuju (slučaj $\alpha < 1$) gubitke u slučaju bankrota ili ih precjenjuju (slučaj $\alpha > 1$). Pogledajmo prvo kako promjena razine kapitala banke utječe na očekivani profit pa ćemo prokomentirati slučajeve kad se α razlikuje od 1.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbb{E}[NV]}{\partial E} &= -(1-\alpha)(1+r)\frac{F(y^*)}{1-\alpha F(y^*)} \\ &= -(1+r) + (1+r)(1-F(y^*)) + \frac{\alpha F(y^*)(1+r)}{1-\alpha F(y^*)}(1-F(y^*)) \\ &= 0\end{aligned} \tag{2.26}$$

Analiziramo li drugi red prethodne jednakosti, vidimo da na tu promjenu očekivane neto vrijednosti utječu tri člana. Prvi član predstavlja oportunitetni trošak kapitala, drugi član predstavlja očekivani prinos na kapital u slučaju preživljavanja banke dok treći član mjeri prihod (ili rashod) zbog promjene premije nastale zbog promjene razine kapitala:

$$\frac{\partial P}{\partial E} = \frac{-\alpha F(y^*)}{1-\alpha F(y^*)} \tag{2.27}$$

Vrijedi:

1. $\partial \mathbb{E}[NV]/\partial E = 0$ za $\alpha = 1$
2. $\partial \mathbb{E}[NV]/\partial E < 0$ za $\alpha < 1$
3. $\partial \mathbb{E}[NV]/\partial E > 0$ za $\alpha > 1$

Optimalna razina kapitala kad je premija pošteno postavljena je očigledno neodređena.

2. slučaj, $\alpha < 1$

Optimalna razina kapitala u ovom slučaju je blizu nuli. Ono što nam je najvažnije možemo zaključiti iz prvog reda jednakosti (2.23). Kako $\alpha \neq 1$, vidimo da optimalna kamatna stopa ovisi o y^*, a s druge strane $y^* = (1+r_D)D - (1+r)M$ ovisi o kamatnoj stopi na depozite i o količini depozita. **Kamatna stopa na kredite ovisi o kamatnoj stopi na depozite i time tržište kredita i depozita prestaju biti nezavisni.**

3. slučaj, $\alpha > 1$

Vidimo da je optimalna razina kapitala u ovom slučaju takva da vjerojatnost bankrota banke teži u nulu. Slično kao u prethodnom slučaju, iz drugog reda u (2.23) možemo izvući ključan zaključak. Opet vrijedi $\alpha \neq 1$ pa su **kamatne stope na kredite i depozite povezane preko y^*.**

Rezimiramo li ovo potpoglavlje, vidimo da je uvođenje neizvjesnosti uzrokovalo ovisnost tržišta kredita i depozita. U ovom potpoglavlju uveli smo i pojam kapitala i premije na osiguranje depozita i ključne odluke banaka ovisne su na način da kamatna stopa na kredite ovisi o kamatnoj stopi na depozite čim premija na osiguranje depozita nije postavljena potpuno pošteno, a to je slučaj koji je jako blizu realnosti u stvarnom životu, pogotovo što je u brojnim državama ta premija samo proporcionalna ukupnom iznosu depozita što bi odgovaralo slučaju kad banke podcjenjuju gubitke uzrokovane bankrotom, odnosno $\alpha = 0 < 1$.

Poglavlje 3

Oligopolistička verzija M-K modela

Situacija koju smo analizirali u prethodnim poglavljima, u kojoj postoji samo jedna banka na tržištu, nije blizu realnosti. Zato u ovom poglavlju uvodimo oligopolističku verziju Monti-Kleinovog modela. Pretpostavit ćemo da na tržištu postoji konačan broj banaka N. Oligopolističko proširenje našeg modela odgovarat će Cournotovom oligopolu. Zato prvo ukratko predstavljamo općeniti Cournotov oligopol, a zatim ga primjenjujemo u Monti-Kleinovom modelu. [1]

3.1 Cournotov oligopol

Ovaj model prvenstveno je razvijen za industrijsku granu, ali lako je primjenjiv i na druga područja ekonomije.

Osnovne pretpostavke:

1. Postoji konačno mnogo tvrtki na tržištu, označimo taj broj s N
2. Svaka tvrtka proizvodi isti, nedjeljivi proizvod i sve tvrtke ga prodaju po jedinstvenoj tržišnoj cijeni
3. $I-ta$ tvrtka proizvodi količinu proizvoda q_i
4. Tržišna cijena proizvoda P opadajuća je funkcija ukupne proizvedene količine proizvoda $Q = \sum_{i=1}^{N} q_i$
5. Tvrtke odluke donose racionalno, tako da maksimiziraju svoj profit

[1] Modele u ovom poglavlju radili smo po uzoru na modele iz knjige Microeconomics of banking, treće poglavlje, str. 79-81. Vidi [3] u literaturi.

6. Tvrtke se natječu ovisno o količini proizvoda koju biraju

7. Troškovi $i - te$ tvrtke opisani su funkcijom $C_i(q_i)$

Pretpostavit ćemo i da su funkcije troškova iste za svaku tvrtku i da svaka tvrtka ima jednak utjecaj na tržišnu cijenu. To su razumne pretpostavke budući zasad nema razloga da se tvrtke međusobno razlikuju bilo po tehnologiji bilo po utjecaju na tržište. Ove pretpostavke zapisujemo na sljedeći način:

$$C_i(q) = C_j(q), \forall i, j \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial P}{\partial q_i}(Q) = \frac{\partial P}{\partial q_j}(Q), \forall i, j \tag{3.2}$$

Zapisujemo funkciju profita $i - te$ tvrtke koju ona maksimizira tako da uzima količine ostalih tvrtki kao zadane:

$$\pi_i = P(q_i + \sum_{i \neq j} q_j)q_i - C_i(q_i) \tag{3.3}$$

Uvjeti prvog reda koji vrijede za svaki $i = 1, 2, ..., N$:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = \frac{\partial P(q_i + \sum_{i \neq j} q_j)}{\partial q_i} - \frac{\partial C_i(q_i)}{\partial q_i} = 0 \tag{3.4}$$

Zbog (3.1) i (3.2) zapravo svi q_i moraju zadovoljiti identične jednadžbe. To nam sugerira da sve tvrtke biraju jednaku količinu i ona iznosi Q/N. Cournotov model oligopola nudi još neke važne rezultate poput cijene u savršenoj konkurenciji (kada N teži u beskonačnost), ali oni nam sada nisu bitni. Važan nam je samo prethodni zaključak da svaka tvrtka bira jednaku količinu i to ćemo iskoristiti u idućem potpoglavlju.

Primjer Cournotovog duopola

Imamo dvije tvrtke na tržištu i funkciju cijene P koja je linearnog oblika:

$$P(q_1 + q_2) = a - (q_1 + q_2) \tag{3.5}$$

Uzimajući u obzir da je $C_i(q_i) = cq_i$ (troškovi su proporcionalni proizvedenoj količini) funkcija troškova proizvodnje i-te tvrtke, koja je u ovom slučaju ista za obje tvrtke, profit i-te tvrtke tada postaje:

$$\pi_i = P(q_1 + q_2)q_i - C_i(q_i) = (a - (q_1 + q_2))q_i - cq_i \tag{3.6}$$

Nužan uvjet prvog reda za i-tu banku glasi:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0 \tag{3.7}$$

Na primjeru prve banke:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2q_1 - q_2 - c = 0 \tag{3.8}$$

Iz čega slijedi:

$$q_1 = \frac{a - q_2 - c}{2} \tag{3.9}$$

Zbog simetrije slijedi:

$$q_2 = \frac{a - q_1 - c}{2} \tag{3.10}$$

To su zapravo funkcije reakcije jedne od tvrtki na količinu proizvodnje druge. Kombiniranjem (3.9) i (3.10) dobivamo ravnotežne količine proizvodnje za prvu i drugu tvrtku:

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a - c}{3} \tag{3.11}$$

Primijetimo da obje tvrtke proizvode jednaku količinu kao što smo i analizirali prethodno.

Napomena. Generaliziramo li ovaj jednostavan primjer na slučaj oligopola s konačnim brojem od N tvrtki, a ostavimo da je cijena linearno opadajuća funckija, $P(Q) = a - bQ$, ukupne proizvedene količine Q te da su troškovi svake tvrtke ,$C_i(q_i) = cq_i$, proporcionalni proizvedenoj količini te tvrtke, dobivamo da je ravnotežna količina proizvodnje svake od N tvrtki jednaka:

$$q_i^* = \frac{(a - c)}{b(N + 1)} \tag{3.12}$$

što odgovara našem primjeru za $N = 2$ i $b = 1$.

3.2 Primjena na bankarski sektor

Imamo N banaka koje su svaka pojedinačno strukturirane kao u monopolističkoj verziji M-K modela koju smo obradili u prvom poglavlju. Funkcije profita svake banke bit će slične funkciji profita u (1.11) uz jednu važnu razliku: kamatne stope na kredite odnosno depozite sada ovise o ukupnoj količini kredita i depozita svih banaka

u ekonomiji.
Pretpostavljamo da svaka banka odluke ostalih banaka uzima kao dane i na temelju njih odlučuje o svojem iznosu kredita i depozita kako bi maksimizirala svoj profit. Sve banke imaju istu funkciju troškova koja je aditivno separabilna.

$$C(L_i, D_i) = \gamma_L L_i + \gamma_D D_i \tag{3.13}$$

Označimo s L^* ukupnu ravnotežnu količinu kredita plasiranih na tržište, a s D^* ukupnu ravnotežnu količinu zaprimljenih deozita u svim bankama.

Funkcija profita $i-te$ banke koju ona maksimizira po varijablama L_i i D_i izgleda:

$$\pi_i = (r_L(L_i + \sum_{j\neq i} L_j) - r)L_i + (r(1-\alpha) - r_D(D_i + \sum_{j\neq i} D_j))D_i - C(L_i, D_i) \tag{3.14}$$

Koristeći rezultat prethodnog poglavlja, da svaka banka u ravnoteži uzima jednaku količinu kredita i depozita zaključujemo da vrijedi $L_i^* = L^*/N$ i $D_i^* = D^*/N$.

Uvjeti prvog reda daju nam:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial L_i} = r'_L(L^*)\frac{L^*}{N} + r_L(L^*) - r - \gamma_L = 0 \tag{3.15}$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial D_i} = -r'_D(D^*)\frac{D^*}{N} + r(1-\alpha) - r_D(D^*) - \gamma_D = 0 \tag{3.16}$$

Ravnotežne količine opet ne možemo izraziti u zatvorenoj formi, ali ih zapisujemo efektnije:

$$\frac{r_L^* - (r + \gamma_L)}{r_L^*} = \frac{1}{N\epsilon_L(r_L^*)} \tag{3.17}$$

$$\frac{r(1-\alpha) - \gamma_D - r_D^*}{r_D^*} = \frac{1}{N\epsilon_D(r_D^*)} \tag{3.18}$$

Prisjetimo se jednadžbi u slučaju monopola

$$\frac{r_L^* - (r + \gamma_L)}{r_L^*} = \frac{1}{\epsilon_L(r_L^*)} \tag{3.19}$$

$$\frac{r(1-\alpha) - \gamma_D - r_D^*}{r_D^*} = \frac{1}{\epsilon_D(r_D^*)} \tag{3.20}$$

Primijetimo da je jedina razlika to što su u slučaju oligopola elastičnosti potražnje za kreditima odnosno ponude depozita pomnožene s brojem banaka u ekonomiji N. Dakle, u ovom slučaju će Lernerovi indeksi biti obrnuto proporcionalni elastičnosti pomnoženoj s brojem konkurentnih banaka.

Vidimo da su i u oligopolističkoj verziji Monti-Kleinovog modela odluke čitave industrije oko optimalne razine kredita i depozita nezavisne. U idućem poglavlju uvest ćemo dinamiku u ovakav model. Banke više neće odluke donositi istovremeno, odnosno samo u jednoj fazi već u dvije faze.

Za kraj ovog poglavlja, ukratko ćemo prikazati jednu jednostavnu posljedicu formula (3.17) i (3.18). Pretpostavimo da Središnja banka mijenja kamatnu stopu r koja je, podsjetimo se, jednaka kamatnoj stopi po kojoj se komercijalne banke zadužuju međusobno ili kod Središnje banke. Zanima nas utjecaj te promjene na eventualne promjene kamatnih stopa r_L i r_D. Derivirajmo zato izraze (3.18) i (3.19) po varijabli r.
Dobivamo sljedeće:

$$\frac{\partial r_L^*}{\partial r} = \frac{1}{1 - \frac{1}{N\epsilon_L}} \tag{3.21}$$

$$\frac{\partial r_D^*}{\partial r} = \frac{1-\alpha}{1 + \frac{1}{N\epsilon_D}} \tag{3.22}$$

Vidimo da kako se konkurencija povećava (odnosno N raste), r_L^* postaje manje osjetljiva na promjenu r. S druge strane, r_D^* postaje osjetljivija na promjenu r.

Poglavlje 4

Uvođenje dinamike u M-K model

U ovom poglavlju uvodimo dinamiku u M-K model, odnosno banke više odluke ne donese istovremeno već u dvije faze. To ćemo napraviti na tri načina, a svaki ćemo opisati u zasebnom potpoglavlju i na kraju pogledati kako to utječe na nezavisnost odluka banaka oko količine kredita i depozita. Jednostavnosti radi, sve ćemo opisati na primjeru duopola, ali modeli su lako proširivi i na tržište na kojem postoji veći, ali konačan broj banaka. [1]

4.1 Natjecanje banaka u količini

Pretpostavljamo da postoje dvije banke od kojih je jedna već na tržištu (takozvana banka starosjedioc), a druga razmišlja hoće li ući na tržište (novoulazeća banka).
Za ulazak na tržište postoji fiksna naknada F.
Varijable odluke za banke su iznosi ukupnih kredita koje će plasirati i depozita koje će primiti, L_1 i D_1 te L_2 i D_2. Zato kažemo da se banke natječu u količinama, a ne u "cijenama". Natjecanje u cijenama bi bio slučaj kad bi varijable odluke banaka bile kamatne stope na kredite i depozite.
I dalje pretpostavljamo da obje banke imaju identične funkcije troškova koje imaju aditivno separabilnu formu:

$$C(L_i, D_i) = \gamma_L L_i + \gamma_D D_i \tag{4.1}$$

U prvoj fazi natjecanja, banka koja je već na tržištu može unaprijed odrediti svoje poslovanje koje želi imati u drugoj fazi i obvezati se da će to biti ispunjeno. Banka

[1]Modele u ovom poglavlju radili smo po uzoru na modele iz članka Pavela Dvoraka: Rethinking the Monti-Klein model of banking industry: new insights about the separability of loans and deposit decisions. Vidi [2] u literaturi.

koja razmišlja o ulasku na tržište promatra te poteze i strategiju prve banke i odlučuje hoće li ući. U drugoj fazi, pretpostavljamo da će banka starosjedioc ispuniti svoje obaveze iz prve faze i onda ovisno o tome novoulazeća banka maksimizira svoj profit ukoliko se uopće odlučila na ulazak.

Ulaznu naknadu F banke dogovaraju međusobono. Na taj način prva banka može drugoj učiniti ulazak u posao neisplativim jer inzistira na preivsokoj ulaznoj naknadi. Također, prva banka može odrediti svoje količine kredita i depozita u drugoj fazi takvima da se drugoj banki ne isplati ući u igru jer ne može pokriti trošak ulazne naknade.

I dalje pretpostavljamo da su kamatne stope na kredite $r_L(L_1 + L_2)$ i depozite $r_D(D_1 + D_2)$ funkcije ukupne količine kredita plasiranih od strane banaka, odnosno ukupne količine zaprimljenih depozita.

Pretpostavimo za početak da još uvijek nema ulazne naknade, odnosno da je $F = 0$. Tada novoulazeća banka maksimizra svoju funkciju profita:

$$\pi_2 = (r_L(L_1 + L_2) - r)L_2 + (r(1 - \alpha) - r_D(D_1 + D_2))D_2 - \gamma_L L_2 - \gamma_D D_2 \tag{4.2}$$

To nam daje funkcije optimalnih izbora L_2^* i D_2^* za drugu banku:

$$L_2^* = L_2^*(r, \gamma_L, L_1) \tag{4.3}$$

$$D_2^* = D_2^*(r, \alpha, \gamma_D, D_1) \tag{4.4}$$

Banka starosjedioc maksimizira svoju funkciju profita:

$$\pi_1 = (r_L(L_1 + L_2^*(L_1)) - r)L_1 + (r(1-\alpha) - r_D(D_1 + D_2^*(D_1)))D_1 - \gamma_L L_1 - \gamma_D D_1 \tag{4.5}$$

pri čemu smo s $L_2^*(L_1)$ i $D_2^*(D_1)$ kraće zapisali funkcije iz (4.3) i (4.4) budući su ostali parametri o kojima ovise fiksni po pretpostavci.

Uvjeti prvog reda za prvu banku:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial L_1} = r_L(L_1 + L_2^*(L_1)) - r + r_L'(L_1 + L_2^*(L_1))(1 + L_2^{*'}(L_1))L_1 - \gamma_L = 0 \tag{4.6}$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial D_1} = r(1-\alpha) - r_D(D_1 + D_2^*(D_1)) - r_D'(D_1 + D_2^*(D_1))(1 + D_2^{*'}(D_1))D_1 - \gamma_D = 0 \tag{4.7}$$

Iz toga slijede funkcije optimalnih izbora za prvu banku:

$$L_1^* = L_1^*(r, \gamma_L) \tag{4.8}$$

$$D_1^* = D_1^*(r, \alpha, \gamma_D) \tag{4.9}$$

Vidimo da su i odluke banke starosjedioca oko iznosa kredita i depozita i dalje nezavisne.
Uvedimo sada ulaznu naknadu, odnosno pretpostavljamo da F više nije nula. Funkcija profita novoulazeće banke sada postaje:

$$\pi_2 = (r_L(L_1 + L_2) - r)L_2 + (r(1-\alpha) - r_D(D_1 + D_2))D_2 - \gamma_L L_2 - \gamma_D D_2 - F \tag{4.10}$$

Po pretpostavci je F fiksan. Banka starosjedioc uspoređuje je li joj profitabilniji ulazak druge banke na tržište ili izbor iznosa kredita i depozita pri kojemu druga banka ne može ostvariti pozitivan profit i odustaje od ulaska. Funkcija profita prve banke u slučaju ulaska druge ista je kao u (4.5) samo ćemo sada staviti indeks U kako bi naglasili da je u ovom slučaju druga banka ušla na tržište.

$$\pi_1^U = (r_L(L_1^U + L_2^*(L_1^U)) - r)L_1^U + (r(1-\alpha) - r_D(D_1^U + D_2^*(D_1^U)))D_1^U - \gamma_L L_1^U - \gamma_D D_1^U \tag{4.11}$$

pri čemu su L_1^U i D_1^U otpimalni iznosi koje prva banka izabire u slučaju ulaska druge na tržište.

Određivanje funkcije profita prve banke u slučaju da druga banka odustaje od ulaska malo je kompleksnije jer prva banka prvo mora izabrati količine kredita i depozita takve da se drugoj banci ne isplati ući jer ne može ostvariti pozitivan profit. Preciznije, prva banka bira L_1 i D_1 tako da vrijedi $\pi_2 \leq 0$, odnosno:

$$(r_L(L_1+L_2^*(L_1))-r)L_2^*(L_1)+(r(1-\alpha)-r_D(D_1+D_2^*(D_1)))D_2^*(D_1)-\gamma_L L_2^*(L_1)-\gamma_D D_2^*(D_1)-F \leq 0 \tag{4.12}$$

Ovom nejednadžbom zapravo su određene sve kombinacije L_1 i D_1 za koje druga banka ne ulazi na tržište zbog nemogućnosti ostvarivanja pozitivnog profita. Ove kombinacije možemo izraziti kao $L_1^{**} = L_1^{**}(D_1^{**})$ ili kao $D_1^{**} = D_1^{**}(L_1^{**})$, pri čemu indeks $**$ označava to da takvi L_1 i D_1 zadovoljavaju nejednadžbu (4.12). U idućem koraku prva banka maksimizira svoju funkciju profita koja je ista kao u slučaju monopola:

$$\pi_1 = (r_L(L_1^{**}) - r)L_1^{**} + (r(1-\alpha) - r_D(D_1^{**})D_1^{**} - \gamma_L L_1^{**} - \gamma_D D_1^{**} \tag{4.13}$$

uz to da vrijedi uvjet neulaska druge banke:

$$L_1^{**} = L_1^{**}(D_1^{**}) \tag{4.14}$$

Vidimo da su sada odluke prve banke oko optimalne količine kredita i depozita zavisne. Zavisnost dolazi iz (4.12) odnosno uvjeta neulaska druge banke na tržište.

Banka starosjedioc sada uspoređuje svoj najveći mogući profit u slučaju ulaska zainteresirane banke i u slučaju neulaska i odabire strategiju za koji je taj profit veći.

Glavni zaključak ovog poglavlja je da su odluke banke starosjedioca oko iznosa kredita i depozita postale zavisne, a zavisnost dolazi iz uvjeta da druga banka ne uđe na tržište.

4.2 Natjecanje banaka u kamatnim stopama

U ovom potpoglavlju više ne pretpostavljamo da se banke natječu u količini već u cijeni koju zapravo predstavljaju kamatne stope na kredite i depozite. Model će biti vrlo sličan modelu iz prethodnog potpoglavlja, samo što banke sada imaju drugu stratešku varijablu odluke.

Jednostavnosti radi, pretpostavit ćemo da je obavezna stopa rezervi koje banke moraju držati kod Središnje banke $\alpha = 0$. To nam neće puno promijeniti situaciju jer je α ionako fiksan, ali zapis će nam biti malo jednostavniji ako ignoriramo α.

Funkcije potražnje za kreditima prve i druge banke, kao i ponude depozita bankama ovise o kamatnim stopama obje banke. Realne su i sljedeće pretpostavke:

1. $\frac{\partial L_2}{\partial r_{L2}} \leq 0$ (budući će potražnja za kreditima pasti ako banka povisi kamatne stope i obratno)

2. $\frac{\partial D_2}{\partial r_{D1}} \leq 0$ (budući će ponuda depozita banci pasti ako konkurentska banka poveća kamatne stope na depozite i obratno)

3. $\frac{\partial L_2}{\partial r_{L1}} \geq 0$ (budući će potražnja za kreditima kod banke pasti ako konkurencija smanji kamatne stope i obratno)

4. $\frac{\partial D_2}{\partial r_{D2}} \geq 0$ (budući će ponuda depozita banci narasti ako ona povisi kamatne stope na depozite)

Analogne pretpostavke koje dobro oslikavaju realno stanje na tržištu vrijede i za potražnju za kreditima odnosno ponudu depozita i prvoj banci.
Dalje nastavljamo kao u prethodnom modelu. Pogledajmo prvo kako izgleda funkcija profita banke koja razmišlja o ulasku na tržište.

$$\pi_2 = (r_{L2} - r)L_2(r_{L1}, r_{L2}) + (r - r_{D2})D_2(r_{D1}, r_{D2}) - C(L_2(r_{L1}, r_{L2}), D_2(r_{D1}, r_{D2})) - F \tag{4.15}$$

Uvjeti prvog reda:

$$L_2(r_{L1},r_{L2})+(r_{L2}-r)\frac{\partial L_2(r_{L1},r_{L2})}{\partial r_{L2}}-\frac{\partial C(L_2(r_{L1},r_{L2}),D_2(r_{D1},r_{D2}))}{\partial L_2}\frac{\partial L_2(r_{L1},r_{L2})}{\partial r_{L2}}=0 \tag{4.16}$$

$$-D_2(r_{D1},r_{D2})+(r-r_{D2})\frac{\partial D_2(r_{D1},r_{D2})}{\partial r_{D2}}-\frac{\partial C(L_2(r_{L1},r_{L2}),D_2(r_{D1},r_{D2}))}{\partial D_2}\frac{\partial D_2(r_{D1},r_{D2})}{\partial r_{D2}}=0 \tag{4.17}$$

Iz ovog vidimo da bi zavisnost odluka banke oko kredita i depozita mogla dolaziti samo od funkcije troškova, ali ona je aditivno separabilna. Dakle, odluke druge banke su nezavisne i funkcije izbora optimalnih kamatnih stopa novoulazeće banke imaju sljedeći oblik:

$$r^*_{D2}=r^*_{D2}(r,r_{D1}) \tag{4.18}$$

$$r^*_{L2}=r^*_{L2}(r,r_{L1}) \tag{4.19}$$

U nastavku možemo zanemariti funkciju troškova budući je ionako aditivno separabilna i neće imati utjecaj na glavni rezultat naših razmatranja. Prva banka ponovno analizira svoj profit i u slučaju ulaska i u slučaju neulaska druge banke. U slučaju ulaska druge banke, funkcija profita prve glasi (ne zaboravimo, zanemarujemo troškove):

$$\pi_1^U=(r_{L1}-r)L_1(r_{L1},r^*_{L2}(r_{L1}))+(r-r_{D1})D_1(r_{D1},r^*_{D2}(r_{D1})) \tag{4.20}$$

Uvjeti prvog reda:

$$(r_{L1}-r)(\frac{\partial L1(r_{L1},r^*_{L2}(r_{L1}))}{\partial r_{L1}}+\frac{\partial L1(r_{L1},r^*_{L2}(r_{L1}))}{\partial r^*_{L2}}\frac{r^*_{L2}(r_{L1})}{r_{L1}})+L_1(r_{L1},r^*_{L2}(r_{L1}))=0 \tag{4.21}$$

$$(r-r_{D1})(\frac{\partial D1(r_{D1},r^*_{D2}(r_{D1}))}{\partial r_{D1}}+\frac{\partial D1(r_{D1},r^*_{D2}(r_{D1}))}{\partial r^*_{D2}}\frac{r^*_{D2}(r_{D1})}{r_{D1}})-D_1(r_{D1},r^*_{D2}(r_{D1}))=0 \tag{4.22}$$

Vidimo da su u slučaju neulaska druge banke odluke prve banke i dalje nezavisne.

Pogledajmo sada slučaj kad druga banka ne ulazi. Banka starosjedioc prvo mora izabrati kamatne stope r_{L1} i r_{D2} takve da druga banka ne može ostvariti pozitivan profit. Te kamatne stope moraju zadovoljavati sljedeću nejednadžbu:

$$\pi_2=(r^*_{L2}(r_{L1})-r)L_2(r_{L1},r^*_{L2}(r_{L1}))+(r-r^*_{D2}(r_{D1}))D_2(r_{D1},r^*_{D2}(r_{D1}))-F\leq 0 \tag{4.23}$$

Ovaj uvjet nam određuje sve kombinacije kamatnih stopa na kredite i depozite prve banke za koje novoulazeća banka ne može ostvariti pozitivan profit. To formalno zapisujemo na sljedeći način, pri čemu indeks ** označava da pripadne kamatne stope zadovoljavaju uvjet (4.23).

$$r^{**}_{L1} = r^{**}_{L1}(r, r_{D1}) \tag{4.24}$$

$$r^{**}_{D1} = r^{**}_{D1}(r, r_{L1}) \tag{4.25}$$

Upravo nam uvjet (4.23) donosi zavisnost odluka prve banke oko kamatnih stopa na kredite i depozite. U ovom slučaju prva banka se ponaša kao monopolistička i maksimizira svoju funkciju profita:

$$\pi_1 = (r^{**}_{L1} - r)L(r^{**}_{L1}) + (r - r^{**}_{D1})D(r^{**}_{D1}) \tag{4.26}$$

Nakon toga banka starosjedioc analizira isplati li joj se više da druga banka uđe ili ne uđe na tržište ovisno o tome u kojem slučaju može ostvariti veći maksimalan profit. Sada je jasno da odluke prve banke oko kamatnih stopa na kredite i depozite, koje onda utječu i na optimalne iznose kredita i depozita, prestaju biti nezavisne što je i glavni rezultat ovog potpoglavlja.

4.3 Natjecanje banaka s mogućnošću razlikovanja proizvoda

U modelima koje smo promatrali u prethodna dva slučaja prešutno smo pretpostavili da će banka starosjedioc stvarno ispuniti obećanje novoulazećoj banci, odnosno da će se držati iznosa kredita i depozita ili kamatnih stopa na njih kako je najavila pa prema tome druga banka kalkulira hoće li ući na tržište i onda eventualno maksimizira svoj profit u slučaju ulaska. Ipak, u izuzetno neizvjesnom bankarskom svijetu nije moguće računati da će obećanja i obaveze biti u potpunosti ispunjene i rizik je uvijek prisutan. U ovoj trećoj modifikaciji Monti-Kleinovog modela uvest ćemo mogućnost da se proizvodi banaka razlikuju na određeni način, a ujedno ćemo automatski eliminirati spomenuti problem ispunjavanja najavljenih odluka prve banke. I u ovom slučaju natjecanje se odvija u dvije faze.

U prvoj fazi banka starosjedioc bira određeni nivo razlikovanja (diferenciranja) od banke koja tek planira ući. Ovo možda zvuči apstraktno, ali to možemo zamisliti kao da prva banka odluči uložiti u oglašavanje. Budući da druga nije na tržištu, ona se ne može oglašavati. Na taj način će se proizvodi prve banke razlikovati od proizvoda druge jer ljudi su već čuli za njih, dobri oglasi odaju dojam da se radi o dobrim proizvodima i slično.

Pojednostavnit ćemo situaciju na način da prva banka ne može napraviti razliku u odnosu na drugu samo u kreditima ili samo u depozitima već mora istovremeno oglašavati ili na neki drugi način pokušati steći prednost za oba svoja ključna proizvoda. Varijablu koja će predstavljati to razlikovanje proizvoda nazvat ćemo Dif. Banka starosjedioc izborom $Difa$ utječe na svoju i konkurentsku potražnju za kreditima odnosno ponudu depozita. Što je Dif veći, to je banka starosjedioc stekla veću početnu prednost odnosno više diferencirala svoj proizvod od proizvoda novoulazeće banke.

Jednostavnosti radi, pretpostavljamo da potražnja za kreditima i ponuda depozita imaju sljedeći linearni oblik:

$$L_i = a - b_1(Dif)r_{Li} + b_2(Dif)r_{L(-i)} \tag{4.27}$$

$$D_i = c + d_1(Dif)r_{Di} - d_2(Dif)r_{D(-i)} \tag{4.28}$$

pri čemu indeks i može poprimiti vrijednosti 1 i 2. Indeks (-i) predstavlja vrijednost koja nije i. b_1, b_2, d_1 i d_2 su funkcije. Pretpostavit ćemo da ljudi vole kredite koji su više diferencirani odnosno, za ilustraciju, više oglašavani jer tako lakše mogu naći tip kredita koji više zadovoljava njihove specifične zahtjeve ili tip investicije. S druge strane, klijenti ne vole diferencirane depozite budući da njihovi depoziti ovise o stabilnosti banke. Ljudi su skloni vjerovati da je banka najstabilnija ako privlači standardne (homogene) ulagače, a ne razne specifične ulagače koje bi mogla privući velikim diferenciranjem (oglašavanjem) usluga oko depozita. Uzimajući u obzir navedeno, vrijedi:

1. $b_1'(Dif) \leq 0$ (veća diferencija pomaže banci tako što smanjuje pad potražnje za kreditima ako kamatna stopa banke raste)

2. $b_2'(Dif) \geq 0$ (veća diferencijacija pomaže banci i na način da povećava rast potražnje za kreditima banke ako konkurentska banka podiže kamatne stope na kredite)

3. $d_1'(Dif) \leq 0$ (veća diferencijacija kod depozita odmaže banci jer smanjuje rast ponude depozita banci u slučaju rasta kamatne stope)

4. $d_2'(Dif) \geq 0$ (veća diferencijacija i ovdje odmaže banci na način da povećava pad ponude depozita banci u slučaju da konkurentska banka podiže kamatne stope na depozite)

Kao i u prošlim modelima, novoulazeća banka će u prvoj fazi natjecanja izabrati ulazak na tržište ukoliko može ostvariti pozitivan profit. U drugoj fazi, banke (ili samo banka starosjedioc) biraju kamatne stope tako da maksimiziraju svoj profit. Ravnotežne kamatne stope u ovom slučaju bit će stabilnije nego u prošlima. Pogledajmo kako izgledaju funkcije profita prve i druge banke:

$$\pi_1 = (r_{L1} - r)(a - b_1(Dif)r_{L1} + b_2(Dif)r_{L2}) - (r - r_{D1})(c + d_1(Dif)r_{D1} - d_2(Dif)r_{D2}) \tag{4.29}$$

$$\pi_2 = (r_{L2} - r)(a - b_1(Dif)r_{L2} + b_2(Dif)r_{L1}) - (r - r_{D2})(c + d_1(Dif)r_{D2} - d_2(Dif)r_{D1}) - F \tag{4.30}$$

Zbog jednostavnosti uzimamo da ne postoje fiksni troškovi ulaska, odnosno $F = 0$. Ionako smo u prethodnim modelima dokazali da upravo ti fiksni troškovi donose zavisnost odluka banke starosjedioca oko količine kredita i depozita, a u ovom modelu pokazat ćemo da ta zavisnost postoji i bez postojanja fiksnih troškova. Uvjeti prvog reda, nakon diferenciranja obje jednadžbe po r_{Li} i r_{Di}, daju nam:

$$r_{Li} = \frac{a + b_1(Dif)r + b_2(Dif)r_{L(-i)}}{2b_1(Dif)} \tag{4.31}$$

$$r_{Di} = \frac{-c + d_1(Dif)r + d_2(Dif)r_{D(-i)}}{2d_1(Dif)} \tag{4.32}$$

Indeks i pri tome poprima vrijednosti 1 ili 2. Ovime smo zapravo elegantno zapisali 2 sustava jednadžbi s 2 nepoznanice čije je rješenje

$$r^*_{L1} = r^*_{L2} = \frac{a + b_1(Dif)r}{2b1(Dif) - b_2(Dif)} \tag{4.33}$$

$$r^*_{D1} = r^*_{D2} = \frac{c - d_1(Dif)r}{d_2(Dif) - 2d_1(Dif)} \tag{4.34}$$

U prvoj fazi banka starosjedioc bira optimalan level diferencijacije Dif kako bi maksimizirala svoj profit. Kako ne bi imali prekompliciran izraz, kamatne stope prve banke pisat ćemo samo kao funckije varijable Dif, a nećemo koristiti konkretne izraze (4.33) i (4.34). Funkcija profita prve banke, koja je tada još monopolistička glasi:

$$\pi^*_1 = (r_{L1}(Dif) - r)(a - b_1(Dif)r_{L1}(Dif)) - (r - r_{D1}(Dif))(c + d_1(Dif)r_{D1}(Dif)) \tag{4.35}$$

Uvjet prvog reda:

$$\frac{\partial \pi^*_1}{\partial Dif} = 0 \tag{4.36}$$

Ne možemo dobiti eksplicitan izraz za Dif, ali rješenje ima formu

$$Dif^* = Dif^*(a, c, r) \tag{4.37}$$

Iz toga, (4.33) i (4.34) nam slijede jednadžbe za optimalne kamatne stope na kredite i depozite banaka:

$$r^*_{L1} = r^*_{L2} = \frac{a + b_1(Dif^*(a, c, r))r}{2b1(Dif^*(a, c, r)) - b_2(Dif^*(a, c, r))} \tag{4.38}$$

$$r^*_{D1} = r^*_{D2} = \frac{c - d_1(Dif^*(a, c, r))r}{d_2(Dif^*(a, c, r)) - 2d_1(Dif^*(a, c, r))} \tag{4.39}$$

Iz ovog jasno vidimo da su odluke oko optimalnih kamatnih stopa na kredite i depozite međusobno ovisne i povezane su preko optimalnog levela diferencijacije. Ipak, to smo mogli uočiti odmah iz (4.35) i (4.36). Naime, postoji samo jedan uvjet prvog reda, a funkcija profita uključuje i kamatne stope na kredite i kamatne stope na depozite. Iz toga je jasno da će te dvije odluke biti međusobno zavisne.

Kako bi to jasnije vidjeli, zamislimo da postoji gornja ograda na kamatne stope na depozite. Ta gornja ograda je često zakonski propisana. Motivacija za njeno postavljanje leži u poticanju ljudi na investicije. Naime, u interesu svake ekonomije je da ljudi novac investiraju umjesto da ga drže "mrtvim". Banke bi mogle pokušati privući štediše postavljanjem jako visokih stopa i time kočiti ekonomiju, ali ih zakonske regulative u tome spriječavaju. Automatski bi narasle kamatne stope na kredite pa bi zaduživanje radi investicija postalo manje atraktivno.

Označimo gornju ogradu na kamatnu stopu na depozite sa $\overline{r_{D1}}$. Tada prilagođena funkcija profita banke starosjedioca postaje:

$$\pi^*_1 = (r_{L1}(Dif) - r)(a - b_1(Dif)r_{L1}(Dif)) - (r - \overline{r_{D1}})(c + d_1(Dif)\overline{r_{D1}}) \tag{4.40}$$

Odmah je vidljivo da će novi optimalni level diferencijacije, Dif^{**}, biti različit od Dif^* jer imamo dodatan uvjet

$$\frac{\partial \overline{r_{D1}}}{\partial Dif} = 0 \tag{4.41}$$

Zbog tog uvjeta očito ne dobivamo ponovnu ovisnost odluka prve banke oko količine kredita i depozita jer nam nužan uvjet $\frac{\partial \pi^*_1}{\partial Dif} = 0$ više ne povezuje obje kamatne stope zbog (4.41).

4.4 Zaključci

Predstavili smo tri modela u kojima smo modificirali oligopolističku verziju Monti-Kleinovog modela. Primijetimo da je oligopolistička verzija M-K modela jako jednostavna i ne oslikava dobro realnu situaciju na tržištu budući da pretpostavlja da sve banke nastaju u istom trenutku i da se sve nalaze u ravnopravnom položaju. Mi smo u ovom poglavlju predstavili tri vrlo jednostavne modifikacije klasičnog M-K modela. U prva dva samo smo uveli novitet da se igra odvija u dvije faze i da jedna banka tek ulazi na tržište uz pretpostavku o određenoj ulaznoj naknadi. U prva dva modela ključna pretpostavka bila je da će banka starosjedioc u drugoj fazi stvarno ispuniti obećanja odnosno provoditi strategiju najavljenu u prvoj fazi igre. Ta pretpostavka prešutno postoji i u klasičnoj oligopolističkoj verziji M-K modela budući da svaka banke maksimizira svoj profit, ali odluke ostalih uzima kao dane, odnosno kao odluke koje će konkurencija stvarno ispoštovati. U trećoj modifikaciji čak smo eliminirali i taj problem. Primijetimo i da je treća modifikacija vrlo jednostavna jer se bazira na tome da se dvije banke ne nalaze u simetričnom položaju već ona koja je već na tržištu ima bolji položaj i može difrencirati svoje proizvode od banke koja tek ulazi na tržište. To jako dobro odgovara realnoj situaciji na tržištu i vrlo je jasno da će postojeće banke kad čuju za potencijalni dolazak nove konkurencije povući određene poteze kako bi smanjile svoje potencijalne gubitke. Jednostavne i elegantne modifikacije bile su dovoljne da pobiju najkontroverzniji rezultat M-K modela o kojem se dosad najviše raspravljalo u stručnoj literaturi - neovisnost odluka banaka oko količine kredita i depozita s kojima planiraju poslovati. Kako je brojne stvarne situacije često komplicirano matematički modelirati, dosadašnji pokušaji pobijanja glavnog rezultata M-K modela bili su prilično komplicirani, a u ovom poglavlju mi smo na tri elegantna načina pobili spomenuti rezultat.

Bibliografija

[1] J. Dermine, *Deposit rates, credit rates and bank capital. The Klein-Monti Model Revisited*, Journal of Banking and Finance 10 (1986) 99-114., North-Holland

[2] P. Dvorak, *Rethinking the Monti-Klein model of banking industry: new insights about the separability of loans and deposits decisions*, Discussion paper No.2005-138 (March 2005), Charles University

[3] X. Frexias, J. C. Rochet, *Microeconomics of Banking, Second Edition*, The MIT press, 2008.

Sažetak

U ovom diplomskom radu analizirali smo Monti-Kleinov model monopolističke banke. To je jedan od prvih modela zasnovanih na industrijskom pristupu bankarskoj industriji. Model je sam po sebi jednostavan i elegantan i poslužio je kao dobar temelj za kasniji razvoj složenijih modela. Jedan od zaključaka modela koji je doživio najviše kritika je taj da su odluke banke oko optimalne količine kredita i optimalne količine depozita neovisne. Isti zaključak vrijedi i za odluke u oligopolističkoj verziji Monti-Kleinovog modela. Mana ovog modela je što ne uključuje dinamiku i neizvjesnost koje su u stvarnosti itekako prisutne na bankarskom tržištu. Mi smo uveli neizvjesnost u monopolističku verziju modela i kasnije smo u radu uveli dinamiku u oligopolističkoj verziji modela. U oba slučaja pobili smo spomenuti rezultat i pokazali da u realnijim okolnostima odluke banaka oko količine kredita i depozita prestaju biti nezavisne.

Summary

In this graduate thesis, we analysed Monti-Klein model of monopolistic bank. It's one of the first models based on the industrial approach to banking industry. Because of it's elegance and simplicity, this model served as a very good platform for some more complicated models that were developed later. One of the most criticized results of this model was the independence between bank's optimal loan and deposit amounts. The same conclusion counts for oligopolistic version of the Monti-Klein model. The fact that this model doesn't account dynamics and uncertainty is a real weakness because banking market is very well known for it's dynamics and uncertainty. In this thesis, we introduced both of these. First we introduced uncertainty in the monopolistic version and after that we were able to introduce dynamics in the oligopolistic version. In both cases we were able to break the independence between bank's loans and deposit decisions and prove that those are not separable if we take some more realistic circumstances into account.

Životopis

Rođen sam 29. srpnja 1993. godine u Zagrebu. Nakon završetka Osnovne škole Ante Kovačića, upisao sam Gimnaziju Lucijana Vranjanina u Zagrebu. 2012. godine upisujem preddiplomski sveučilišni studij Matematika na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu, a 2015. diplomski studij Financijska i poslovna matematika na istom fakultetu. 2015. godine dobio sam nagradu Vijeća Matematičkog odsjeka Prirodoslovno-matematičkog fakulteta namijenjenu najuspješnijim studentima preddiplomskog dijela studija.