Moralni hazard u agencijskom problemu osiguranja

Tutavac, Jelena

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

PRIRODOSLOVNO–MATEMATIČKI FAKULTET

MATEMATIČKI ODSJEK

Jelena Tutavac

MORALNI HAZARD U AGENCIJSKOM PROBLEMU OSIGURANJA

Diplomski rad

Voditelj rada:
Izv.prof.dr.sc. Ilko Vrankić

Zagreb, 2018.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana ___________________ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. __________________________, predsjednik
2. __________________________, član
3. __________________________, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom ______________.

Potpisi članova povjerenstva:

1. __________________________
2. __________________________
3. __________________________

Ovaj rad posvećujem mojoj Majci zbog neizmjerne ljubavi i podrške koju mi je pružila. Bez nje ne bih bila ovdje gdje jesam. Veliko hvala ocu što mi je omogućio da se školujem. Mojoj jedinoj i najdražoj sestri, koja je daleko od očiju, ali ne i od srca, hvala na pomoći s prijevodom literature. I na kraju, zahvaljujem mentoru prof.dr.sc. Ilku Vrankiću na strpljivosti i pomoći koju mi je pružio prilikom pisanja rada.

Sadržaj

Sadržaj **iv**

Uvod **2**

1 Osnove osiguranja **3**

2 Agencijska teorija **5**

2.1 Principal-agent problem 5

2.2 Moralni hazard 7

3 Agencijski problem osiguranja **9**

3.1 Optimalna polica osiguranja u kontekstu simetričnih informacija 12

3.2 Osiguranje u prisutnosti moralnog hazarda 17

4 Numerički prikaz modela **27**

5 Zaključak **39**

Bibliografija **41**

Uvod

Moralni hazard jedan je od glavnih pojmova u društvu i nalazi se u osnovi mnogih državnih politika. Moralni hazard je situacija do koje dolazi kada osoba mijenja svoje ponašanje jer uviđa da osobni interes može povećati bez ikakvih loših posljedica. Ljudi ignoriraju moralna načela svog ponašanja i umjesto da rade ono što je u redu, oni čine ono što im najviše koristi. Iako moralni hazard susrećemo u svakodnevnom životu, njegovo djelovanje najlakše možemo prikazati u osiguranju. Osiguranje možemo promatrati kao principal-agent odnos u kojem je osiguravatelj u službi principala, a osiguranik je agent. Glavni problem u tom odnosu je asimetričnost informacija koja uzrokuje moralni hazard. Osiguranik je svjestan da od onog trenutka kada kupi policu osiguranja, posljedice njegovog ponašanja preuzima osiguarvajuća kuća. Zbog toga što osiguravajuća kuća nema uvid u ponašanje osiguranika nakon što je on kupio policu osiguranja, informacije među njima su asimetrične. U tom trenutku osiguranik je u iskušenju da iskoristi prednost nad osiguravajućom kućom, promijeni svoje ponašanje i time poveća vjerojatnost nastanka štetnog događaja koji će, ako se dogodi, prouzrokovati smanjenje profita osiguravajuće kuće.
U ovom radu analizira se koja polica osiguranja će biti optimalna za osiguravajuću kuću. Osiguravajuća kuća ima cilj maksimizirati svoj profit. Budući da moralni hazard smanjuje profit osiguravajuće kuće, optimalna polica će biti ona polica osiguranja koja će spriječiti ili barem smanjiti učinke moralnog hazard.

U prvom i drugom poglavlju ovog rada opisuju se osnovni pojmovi koji su potrebni za daljnu analizu u radu. Opisane su osnove osiguranja i način na koji osiguranje funkcionira. Nakon toga, uvodi se pojam agencijske teorije unutar kojeg se susrećemo s principal-agent problemom i moralnim hazardom.
Glavni dio ovog rada, treće poglavlje, podijeljeno je na dva dijela. U prvom dijelu analizira se optimalna polica osiguranja u kontekstu simetričnih informacija, a u drugom dijelu traži se optimalna polica osiguranja u prisutnosti moralnog hazarda koji je posljedica asimetričnih informacija. Na kraju se nalazi primjer pomoću kojeg su numerički ilustrirani izvedeni rezultati.

Poglavlje 1

Osnove osiguranja

Osiguranje je jedan od oblika upravljanja rizikom kojim se prvenstveno smanjuje financijski gubitak. Ono se zasniva na čovjekovoj potrebi za zaštitom svog života ili imovine od rizika koji ga ugrožavaju. Pojedinci su voljni platiti premiju kako bi prenijeli svoj rizik na osigravajuće društvo. Osiguravajuće društvo je pravna osoba koja u Republici Hrvatskoj obavlja poslove životnog ili neživotnog osiguranja, koja ima odobrenje Agencije za obavljanje poslova osiguranja i upisana je u sudski registar nadležnog trgovačkog suda.[1]
Osiguranik je osoba iz ugovora o osiguranju čija se imovina ili život osigurava. Pismena isprava o sklopljenom ugovoru o osiguranju, između osiguravajućeg društva i osiguranika, naziva se polica osiguranja. U polici osiguranja, koju pojedinac potpiše, nalaze se sve obveze i uvjeti koje pojedinac mora ispunjavati kako bi polica osiguranja vrijedila.

Osnovna logika osiguravajućeg društva je grupiranje rizika pojedinih osiguranika u tzv. zajednice rizika. Na temelju statistički uprosječenih podataka o očekivanom ostvarenju štetnog događaja osiguravajuća kuća određuje premije. Definiramo ”štetni događaj” kao događaj za kojeg ne znamo hoće li se dogoditi, tj. nemoguće ga je predvidjeti, a ako i znamo da će se dogoditi u tom slučaju ne znamo kada će to biti. Financijske posljedice

[1] Članak 3. stavka 1. Zakona o osiguranju, Narodne novine br. 30/2015

tog osiguranog štetnog događaja pokriva osiguranje. Grupiranje rizika znači da se gubici nekolicine pojedinaca proširuju na cijelu grupu, tako da u tom procesu prosječan gubitak predstavlja zamjenu za stvarni gubitak. Grupiranje rizika i slučajan nastanak gubitaka u samoj su srži funkcioniranja osiguranja. Sredstva iz kojih će osiguranicima biti isplaćena naknada formira se iz uplata osoba koje su izložene istoj vrsti opasnosti, odnosno rizika. Ta određena svota koju osiguravajuće kuće grupiraju zove se premija. Osiguranje može postojati samo ako postoji zajednica rizika jer srž osiguranja predstavlja grupiranje svih ljudi izloženih istoj vrsti opasnosti kako bi se zajednički podnijela šteta koja može nastati, a koja će s određenom vjerojatnošću zadesiti samo neke od njih. To znači da su solidarnost i uzajamnost osnove osiguranja.

Posao osiguranja je da formira zajednice rizika koje su dovoljno velike i homogene kako bi se mogao na njih primijeniti zakon velikih brojeva, prema kojem će prosječni rezultat ponavljanja nekog događaja veliki broj puta biti blizu određene vrijednosti iako događaj uključuje slučajne varijable. Osiguravajuće društvo na osnovi tih homogenih zajednica rizika odeđuje visinu premije koja odgovara uprosječenom riziku. Razlog tome je jednakost vjerojatnosti nastanka štete kod svih članova zajednice rizika, a svaki od njih će platiti odgovarajući dio uprosječene premije osiguranja.

Najvažnija podjela osiguranja je na životno i neživotno osiguranje. Vrste osiguranja života su mješovito osiguranje, osiguranje za slučaj smrti i osiguranje za slučaj doživljenja. U neživotno osiguranje ubrajaju se osiguranje od posljedica nesretnog slučaja, obvezna osiguranja u prometu, zdravstveno osiguranje, osiguranje cestovnih vozila, ostala osiguranja imovine itd.

Poglavlje 2

Agencijska teorija

Agencijska teorija objašnjava kako najbolje organizirati odnose u kojima jedna strana određuje posao dok druga strana obavlja posao. Poticaj razvoja agencijske teorije bilo je proučavanje odnosa vlasničke i kontrolne funkcije u velikim poduzećima. Začetnici agencijske teorije su M. C. Jensen i W. H. Meckling (*Theory of the firm: Managerial behavior, agency costs and ownership structure*, vidi [8]).

2.1 Principal-agent problem

Kada blagostanje jedne osobe ovisi o tome što i kako radi druga osoba govorimo o principal-agent odnosu. U tom odnosu principal zapošljava agenta da odradi posao ili obavi zadatak koji on nije u stanju ili ga ne želi obaviti. Zadatak agenta je optimalno obavljanje tog zadanog posla kako bi se realizirao interes principala. Agent djeluje u ime i za račun principala. Dakle, agent je osoba koja radi, a principal osoba na koju utječe taj rad.

Općenito, principal-agent problemi postoje svaki put kada akcija jednog pojedinca ima učinak na drugog pojedinca, npr. poslodavac - zaposlenik, osiguravatelj - osiguranik, vlasnik - menadžer itd. Problem nastaje zbog divergencije interesa principala i agenta zbog toga što će svaki od njih nastojati maksimizirati svoju korist. Prema tome možemo zaključiti da agent neće uvijek obavljati posao u najboljem interesu za principala. Glavni zadatak principala je pronaći način da motivira agenta da djeluje u njegovom interesu. Cilj je pronaći optimalan ugovor između principala i agenta. Taj ugovor treba donositi maksimum očekivanog profita principalu, a s druge strane, treba biti pihvatljiv agentu, koji u konkurentnom okruženju ima mogućnost alternativne akcije. Primjer koji ćemo u daljnjem radu razmatrati je principal-agent odnos između osiguravajućeg društva (principal) i osiguranika (agent).

Informiranost

U teoriji govorimo o savršeno konkurentnim tržištima gdje su svi sudionici savršeno infomirani. Nažlost, u praksi to baš i ne susrećemo. U stvarnom životu dostupnost informacija nikada nije jednaka za sve sudionike. Primjerice, vlasnik polovnog autobmobila zna više o njegovom stanju nego potencijalni kupac, kao i što je osoba koja kupuje zdravstveno osiguranje puno bolje upućena u svoje zdravlje nego bilo koja osiguravajuća kuća itd. Na temelju toga dolazimo do zaključka da nikada nismo potpuno informirani i uvijek postoji mogućnost da je neka druga strana došla do novih, drugačijih informacija, u odnosu na nas. Tržišta na kojima je jedna ili druga strana nesavršeno informirana su tržišta s nesavršenim informacijama. Informiranost nam je vrlo bitna u agencijskoj teoriji jer znamo da i jedna i druga strana posjeduju određene informacije na osnovu kojih će donijeti odluke.
Razlikujemo dvije vrste informiranosti:

1.) simetrična (potpuna) informiranost

2.) asimetrična (nepotpuna) informiranost

Glavno pitanje u principal-agent teoriji jest koliko dobro, tj. koliko precizno principal može utvrditi agentovo ponašanje. U slučaju da principal može utvrditi agentovo ponašanje to znači da imamo simetričnu informiranost u principal-agent odnosu. Ako principal nema informacije o agentovom ponašanju ili ne može izravno utvrditi agentovo ponašanje, ali može uočiti pokazatelje koji mu ukazuju na razinu napora koju ulaže agent tada govorimo o asimetričnoj infomiranosti u principal-agent odnosu. Asimetričnost informacija se obično proučava u kontekstu agencijske teorije, gdje je agent najčešće onaj koji raspolaže s boljim informacijama, tj. ima prednost nad principalom.

2.2 Moralni hazard

Moralni hazard je situacija kada se određena strana (pojedinac ili institucija) izolirana od rizika ponaša drugačije nego da je u situaciji u kojoj je u potpunosti suočena s rizikom.[1] Moralni hazard je posljedica asimetrične informiranosti u principal-agent odnosu. Javlja se kada su principal i agent isto informirani sve do trenutka kada se agent ne opredijeli za određenu akciju. Poslije tog trenutka principal može vidjeti samo ishode te poduzete akcije, ali ne i samu akciju. Na temelju ishoda principal ne može znati je li agent uložio adekvatan napor i je li izabrao akciju koja je bila najoptimalnija za principala. Moralni hazard se pojavljuje kada je osoba spremna više riskirati jer netko drugi snosi posljedice tog rizika. U tom slučaju agent ima priliku prihvatiti dodatni rizik koji negativno utječe na principala. Agent donosi odluku na temelju veće koristi, a ne na temelju moralnosti, odnosno onoga što se smatra ispravnim.

Svakodnevno se susrećemo s moralnim hazardom - radnici bez nadzora dolaze u napast izbjegavati svoje dužnosti, ljudi s osiguranjem u slučaju krađe manje su oprezni oko mjesta na kojem se parkiraju, taxi vozači koji voze turiste dužim putem do odredišta itd. Moralni hazard najčešće susrećemo u osiguravajućim kućama. Osiguravajuće društvo je svjesno da nudeći isplate za zaštitu od gubitaka prilikom nezgoda, mogu potaknuti rizično ponašanje. Rezultat toga je smanjenje njihovog profita jer isplaćaju više šteta. Osiguravatelji stra-

[1] Institut za javne financije, dostupno na http://www.ijf.hr/hr/korisne-informacije/leksikon-javnih-financija/14/slovo/m/, prosinac 2017.

huju da stav "ne brinite, to je osigurano" dovodi do toga da osiguranici koji su osigurani od automobilskih nesreća voze nepažljivo ili oni čije su kuće osigurane od požara puše u krevetu. Prema tome, hazard u osigurnaju stvara ili uvećava šansu za nastanak štetnog događaja. Onog trenutka kada se sklopi polica osiguranja, osiguranik može promijeniti svoje ponašanje čime može povećati vjerojatnost nastanka štete ili veličinu šetete pokušajem prijevare osiguravajućeg društva. Dakle, moralni hazard se pojavljuje nakon sklapanja ugovora o osiguranju, a dovodi do promjene u ponašanju koja ne mora značiti (ali uključuje) namjerno izazivanje štetnog događaja. Osiguranik je svjestan da sklapanjem ugovora o osiguranju on ne snosi štetne posljedice svojih postupaka. Zbog toga će njegovo ponašanje nakon sklapanja ugovora biti manje pažljivo i tako će nastati moralni hazarda. Moralni hazard nastaje kao posljedica nemogućnosti osiguravajućeg društva da kontrolira ponašanje osiguranika, tj. zbog asimetričnih informacija. Dakle, kada se jednom osigurao, osiguranik ima manje poticaja izbjegavati rizično ponašanje. U daljnjem radu razmatrat ćemo kako moralni hazard utječe na osiguranje i koja su moguća rješenja za njegovo sprječavanje.

Poglavlje 3

Agencijski problem osiguranja

Matematički model koji će se obraditi u ovom poglavlju preuzet je iz knjige *Advanced Microeconomic Theory* (G. A. Jehle i P. J. Reny), vidi [7].

Glavni dio ovog rada zasniva se na analizi principal-agent problema u osiguravajućim kućama. U prethodnom poglavlju objasnili smo sve pojmove koji će nam biti korisni za daljni dio rada. Te pojmove ćemo sada konkretno primijeniti na osiguranje. Moralni hazard u osiguranju nastaje kada agent, u našem slučaju osiguranik, svojim ponašanjem ima utjecaj na principala, osiguravajuću kuću, ali principal ne može promatrati ponašanje agenta. Zahvaljujući sigurnosti koju nam pruža osiguranje, osiguranici imaju manju averziju prema prihvaćanju rizika. Dolazi do nepostojanja dovoljnog poticaja za brižljivo i savjesno ponašanje osiguranika - ako postoji osiguranje povećana je vjerojatnost nastanka ili veličina štete. Dovoljno je da osiguranici budu manje pažljivi, odnosno indiferentni u pogledu poduzimanja mjera za sprječavanje nastanka rizika. Osiguravajuća kuća teži mijenjanju motiva pojedinca, osiguranika, kako bi izbjegla moguće gubitke. Moralni hazard znači veću vjerojatnost da osiguranik promijeni svoje ponašanje nakon što ugovori osiguranje, a ta promjena će povećati šansu za gubitke što će utjecati na troškove osiguravatelja. Cilj osiguravajuće kuće je da nađe rješenje kojim bi smanjila utjecaj moralnog hazarda.

Pretpostavke matematičkog modela

Kako bi nam stvari bile jednostavnije, promatrat ćemo model koji se sastoji od jedne osiguravajuće kuće i jednog potrošača. Potrošač može prouzrokovati nesreću koja rezultira različitim iznosima gubitaka. Pretpostavimo da imamo L razina gubitaka, u rasponu od 1 dolar do L dolara, koji ovise o težini nesreće koja se dogodila. S L označavamo najveću razinu gubitka prilikom nesreće. Također, postoji mogućnost da je nesreća u potpunosti izbjegnuta i tada to definiramo kao nesreću s gubitkom od 0 dolara.
Označimo s $\pi_l(e) > 0$ vjerojatnost nastanka nesreće s razinom gubitka $l \in \{0, 1, \ldots, L\}$, gdje je e iznos truda uloženog u sigurnu vožnju. Budući da je vjerojatnost normirana vrijedi

$$\sum_{l=0}^{L} \pi_l(e) = 1 \tag{3.1}$$

za svaku uloženu fiksnu razinu trud e.
Pretpostavimo da potrošač može uložiti samo dvije razine truda u sigurnu vožnju. Neka je $e = 0$ niska razina truda, a $e = 1$ visoka razina truda uložena u sigurnu vožnju. Intuitivno je da visoka razina truda koju potrošač ulaže u sigurnu vožnju rezultira manjom vjerojatnošću nastanka ozbiljne nesreće. Zbog toga pretpostavljamo da vrijedi monotoni omjer vjerojatnosti.

Pretpostavka 3.0.1. (Monotoni omjer vjerojatnosti) *Omjer* $\pi_l(0)/\pi_l(1)$ *je strogo rastući za svaki* $l \in \{0, 1, \ldots, L\}$.

Monotoni omjer vjerojatnosti nam kaže sljedeće: omjer vjerojatnosti da je uložen manji trud i vjerojatnosti da je uložen veći trud raste s povećanjem razine gubitka l. Vidimo da vrijedi $\pi_0(0) < \pi_1(0) < \pi_2(0) < \ldots < \pi_L(0)$, tj. vjerojatnost da se dogodi nesreća koja rezultira sve većim gubitkom pri uloženom niskom trudu strogo raste. Također, $\pi_0(1) > \pi_1(1) > \pi_2(1) > \ldots > \pi_L(1)$, tj. vjerojatnost da se dogodi nesreća koja rezultira sve većim gubitkom pri uloženom visokom trudu strogo pada. Budući da brojnik razlomka $\pi_l(0)/\pi_l(1)$

raste s povećanjem gubitka l, a nazivnik pad s povećanjem gubitka l, to znači da cijeli razlomak raste s povećanjem l. Dakle, vidimo da vrijedi monotoni omjer vjerojatnosti i može se reći da je potrošač uložio nizak trud u sigurnju vožnju, ako je opaženi gubitak od nesreće visok.

Sljedeća iskazana propozicija bit će nam korisna u daljnjem radu.

Propozicija 3.0.2. *Neka je* $\pi_l(e) > 0$ *vjerojatnost da će se dogodit nesreća koja rezultira gubitkom* l *ako je uložena razina truda* $e \in \{0, 1\}$. *Ako vrijedi monotoni omjer vjerojatnosti, tj.* $\pi_l(0)/\pi_l(1)$ *strogo raste za svaki* $l \in \{0, 1, \ldots, L\}$, *tada je*

$$\sum_{l=0}^{L} \pi_l(0)x_l > \sum_{l=0}^{L} \pi_l(1)x_l$$

za svaki rastući niz realnih brojeva $x_0 < x_1 < \ldots < x_L$.

Neka potrošač ima strogo rastuću, neprekidnu i strogo konkavnu[1] von Neumann-Morgensternovu funkciju korisnosti[2], $u(\cdot)$, ukupno bogatstvo i početnu razinu bogatstva označenu s w. Zbog svojstava funkcije zaključujemo da vrijedi $u'(\cdot) > 0$ i $u''(\cdot) < 0$. Da bi model imao smisla moramo pretpostaviti da je početna razina bogatstva strogo veća od najveće razine gubitka, tj. $w > L$. Nadalje, $d(e)$ označava razinu potrošačevog "neefektivnog truda" [3] e. Prema tome, za danu razinu truda uloženog u sigurnu vožnju e, potrošačeva von Neumann-Morgensternova funkcija korisnosti je $u(\cdot) - d(e)$, gdje je $d(1) > d(0)$. Intuitivno vrijedi da će neefektivnost truda ako je uložen veliki trud biti veća od neefektivnosti truda ako je uložen manji trud.

Pretpostavimo da osiguravajuća kuća zna koliki je iznos gubitka, l, prilikom nesreće, ali ne zna razinu truda uloženu u sigurnju vožnju, tj. razinu truda uloženu u izbjegavanje nesreće, e. Budući da osiguravajuća kuća ne zna koju je razinu truda potrošač uložio u

[1] Potrošač je nesklon riziku.

[2] Pokazuje korist koju pojedinac pridružuje svakom mogućem ishodu. Donositelj odluka će uvijek odabrati onaj put koji maksimizira njegovu funkciju korisnosti.

[3] eng. Disutility of effort, dio uloženog truda od kojeg neće biti koristi

sigurnu vožnju, iznos naknade koju će osiguravajuća kuća isplatiti osiguraniku nakon nesreće može ovisiti jedino o iznosu gubitka prilikom nesreće. Označimo s B_l naknadu koju će isplatiti osiguravajuća kuća kada dođe do nesreće s razinom gubitka l. Prema tome, polica osiguranja je $L-$torka $(p, B_0, B_1, \ldots, B_L)$, gdje je p cijena plaćena osiguravajućoj kući, tj. premija, koja osigurava potrošaču B_l dolara ako se dogodi nesreća gubitka l. U terminima osiguranja, B_l je osigurana svota uz plaćenu premiju od p dolara.
Cilj je odrediti koju policu osiguranja će osiguravajuća kuća ponuditi potrošaču, a da pritom maksimizira svoj profit?

3.1 Optimalna polica osiguranja u kontekstu simetričnih informacija

Prvo ćemo analizirati slučaj simetričnih informacija. Već smo spomenuli da je to situacija u kojoj principal može utvrditi ponašanje agenta, tj. osiguravajuća kuća može utvrditi potrošačev uloženi trud u sigurnu vožnju. Postavlja se pitanje koja je optimalna kompenzacija za trud sa stajališta osiguravajuće kuće. Osiguravajuće kuće mogu ponuditi policu koja isplaćuje naknadu samo kada je potrošač uložio određenu razinu truda, tj. osiguravajuće kuće mogu izabrati razinu potrošačevog truda.
Prema tome, osiguravajuća kuća želi riješiti zadani problem:

$$\max_{e,p,B_0,\ldots,B_L} p - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e) B_l, \quad \text{uz uvjet} \tag{3.2}$$

$$\sum_{l=0}^{L} \pi_l(e) u(w - p - l + B_l) - d(e) \geq \bar{u} \tag{3.3}$$

gdje $\bar{u}$ označava potrošačevu minimalnu korist. Ako uzmemo u obzir da potrošač uvijek može izabrati da ne kupi osiguranje, kako bi privukli potrošača moramo mu dati ponudu koja je barem jednaka ili veća njegovoj minimalnoj koristi u slučaju da ne uzme osiguranje, odnosno treba vrijediti $\bar{u} \geq \max\limits_{e \in \{0,1\}} \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u(w-l) - d(e)$. Dakle, osiguravajuća kuća želi maksimizirati svoj profit uz uvjet da je potrošačeva očekivana korist veća od minimalne koristi. Osiguravajuća kuća bira policu i razinu truda kako bi maksimizirala očekivani profit uz uvjet da polica daje potrošaču barem njegovu minimalnu korist - tada će potrošač biti spreman prihvatiti uvjete police i uložiti traženu razinu truda.

Ovaj problem maksimizacije najlakše ćemo riješiti ako pretpostavimo da je razina truda $e \in \{0,1\}$ fiksna i prema tome formiramo Langrangeovu funkciju kao funkciju od $p, B_0, ..., B_L$. Lagrangeova funkcija koju pridružujemo problemu optimizacije uz ograničenje je

$$\mathcal{L}(p, B_0, \ldots, B_L, \lambda) = p - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)B_l - \lambda\left[\bar{u} - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u(w-p-l+B_l) + d(e)\right].$$

Iz nužnih uvjeta prvog reda proizlazi sustav jednadžbi u kojem su nepoznanice plaćena premija p, naknade $B_0, B_1, \ldots, B_L$ te Lagrangeov množitelj λ

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p} = 1 - \lambda\left[\sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u'(w-p-l+B_l)\right] = 0 \tag{3.4}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_l} = -\pi_l(e) + \lambda\pi_l(e)u'(w-p-l+B_l) = 0, \quad \forall l \geq 0 \tag{3.5}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \bar{u} - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u(w-p-l+B_l) + d(e) \leq 0. \tag{3.6}$$

Budući da je ograničenje (3.3) uz kojeg maksimiziramo funkciju definirano s nejednakošću moramo uzeti u obzir još jedna nužan uvjet prvog reda

$$\lambda\left[\bar{u} - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u(w-p-l+B_l) + d(e)\right] = 0. \tag{3.7}$$

Iz uvjeta (3.7) slijedi da je $\lambda = 0$ ili $\bar{u} - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u(w-p-l+B_l) + d(e) = 0$. Budući da je prema pretpostavci $\pi_l(e) > 0$ i $u'(\cdot) > 0$ da bi vrijedila jednakost (3.5) slijedi da je $\lambda > 0$ što znači da treba vrijediti $\bar{u} - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u(w-p-l+B_l) + d(e) = 0$. Također, vrijedi

$$u'(w-p-l+B_l) = \frac{1}{\lambda}, \quad \forall l \geq 0.$$

To znači da je

$$u'(w - p - 0 + B_0) = 1/\lambda$$
$$u'(w - p - 1 + B_1) = 1/\lambda$$
$$\vdots$$
$$u'(w - p - l + B_l) = 1/\lambda$$
$$\vdots$$
$$u'(w - p - L + B_L) = 1/\lambda.$$

Stoga, $B_l - l$ mora biti konstanta za svaki $l = 0, 1, ..., L$. Zbog zaključka da je $\bar{u} - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u(w - p - l + B_l) + d(e) = 0$ slijedi

$$\sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u(w - p - l + B_l) = d(e) + \bar{u}.$$

Budući da je $\sum_l \pi_l(e) = 1$ i $B_l - l$ konstanta slijedi

$$u(w - p - l + B_l) = d(e) + \bar{u}, \quad \forall l \geq 0. \tag{3.8}$$

Sada promotrimo uvjete prvog reda (3.4) i (3.5). Kada raspišemo uvjet (3.4) dobivamo

$$1 - \lambda[\pi_0(e)u'(w - p + B_0) + \pi_1(e)u'(w - p - 1 + B_1) + \ldots + \pi_l(e)u'(w - p - l + B_l)$$
$$+ \ldots + \pi_L(e)u'(w - p - L + B_L)] = 0.$$

Iz drugog uvjeta, (3.5), imamo $(L + 1)$ jednadžbu

$$-\pi_0(e) + \lambda\pi_0(e)u'(w - p + B_0) = 0$$
$$-\pi_1(e) + \lambda\pi_1(e)u'(w - p - 1 + B_1) = 0$$
$$\vdots$$
$$-\pi_l(e) + \lambda\pi_l(e)u'(w - p - l + B_l) = 0$$
$$\vdots$$
$$-\pi_L(e) + \lambda\pi_L(e)u'(w - p - L + B_L) = 0.$$

Kada svaku od tih jednadžbi pomnožimo s -1 i zbrojimo sve jednadžbe dobivamo

$$\pi_0(e) + \pi_1(e) + ... + \pi_l(e) + ... + \pi_L(e) - \lambda[\pi_0(e)u'(w - p + B_0) + ... + \pi_l(e)u'(w - p - l + B_l) + ...$$

$$+\pi_L(e)u'(w - p - L + B_L)] = 0.$$

Budući da vrijedi (3.1), slijedi

$$1 - \lambda[\pi_0(e)u'(w - p + B_0) + \ldots + \pi_l(e)u'(w - p - l + B_l) + \ldots + \pi_L(e)u'(w - p - L + B_L)] = 0.$$

Vidimo da smo iz uvjeta prvog reda (3.5) dobili uvjet prvog reda (3.4), što znači da su te dvije jednadžbe zavisne. Zaključujemo da prvu jednadžbu (3.4) možemo izbaciti jer slijedi iz $(L + 1)$ jednadžbi (3.5). Sada rješavamo sustav $(L + 2)$ jednadžbe s $(L + 3)$ nepoznanice. Budući da imamo $(L+2)$ jednadžbe s $(L+3)$ nepoznanice bez smanjenja općenitosti stavimo da je $B_0 = 0$. Doista, jasno je od početka da pretpostavka $B_0 = 0$ ništa ne mijenja. Zato što promjene u B_0 mogu uvijek biti neutralizirane odgovarajućim promjenama u cijeni p i visini naknada $B_1, ..., B_L$ bez mijenjanja koristi potrošača ili profita osiguravajuće kuće. Nadalje, ako stavimo $l = 0$ u jednadžbu (3.8) imamo

$$u(w - p) = d(e) + \bar{u}.$$

Time smo dobili jednadžbu koja ima samo jednu nepoznanicu p te tako možemo odrediti premiju p. Zbog toga što je $B_l - l$ konstanta za svaki $l = 0, 1, ..., L$, i zbog $B_0 - 0 = 0$ slijedi $B_l - l = 0$ za svaki $l = 0, 1, ..., L$ pa zaključujemo

$$B_l = l, \quad \text{za svaki} \quad l = 0, 1, ..., L.$$

Dakle, za svaku fiksnu razinu truda uloženu u sigurnju vožnju $e \in \{0, 1\}$ rješenje problema maksimizacije profita osiguravajuće kuće pri simetričnim informacijama pruža potpuno osiguranje potrošaču za svaku razinu gubitka. Ako osiguravajuća kuća ima uvid u ponašanje potrošača nakon što je sklopio policu osiguranja tada ona osigurava potpunu

nadoknadu osiguraniku u slučaju štetnog događaja. Budući da osiguravajuća kuća može promatrati osiguranika, osiguranik će biti nesklon riziku, a osiguravajuća kuća će biti neutralna na rizik. To je primjer učinkovitog dijeljenja rizika.
Nakon što smo odredili optimalnu policu osiguranja za svaku razinu truda, iz toga direktno možemo odrediti koja je razina truda najoptimalnija.
Neka je $e \in \{0, 1\}$, optimalni iznosi naknade su $B_l = l$ za svaki $l = 0, 1, ..., L$, koristeći (3.8) optimalna cijena $p(e)$ implicitno je dana s

$$u(w - p(e)) = d(e) + \bar{u}. \tag{3.9}$$

Dakle, osiguravajuća kuća odabire $e \in \{0, 1\}$ kako bi maksimizirala

$$p(e) - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e) l.$$

Zbog (3.9), $d(0) < d(1)$ i strogo rastuće funkcije korisnosti slijedi

$$\begin{aligned} u(w - p(0)) = d(0) + \bar{u} < d(1) + \bar{u} &= u(w - p(1)) \\ &\Leftrightarrow u(w - p(0)) < u(w - p(1)) \\ &\Leftrightarrow w - p(0) < w - p(1) \\ &\Leftrightarrow p(0) > p(1). \end{aligned}$$

Vidimo da je cijena premije kada potrošač ulaže niži trud u sigurnu vožnju veća, nego cijena premije kada potrošač ulaže viši trud u sigurnu vožnju. Zaključujemo da zahtijevanje ulaganja nižeg truda u sigurnu vožnju dopušta osiguravajućim kućama da naplaćuju veću cijenu, tj. veću premiju. Isto tako, zahtijevanje ulaganja višeg truda u sigurnu vožnju smanjuje očekivane gubitke prilikom nesreće (prema svojstvu monotonog omjera vjerojatnosti), a time se povećava očekivani profit osiguravajuće kuće. Što znači da ako će potrošač manje paziti prilikom vožnje tada će on platiti veću premiju za osiguranje jer je vjerojatnost da ostvari nesreću veća zbog njegove nepažnje, a ako će biti jako oprezan njegova premija će biti manja jer je i manja vjerojatnost da dođe do nesreće. Na taj način osiguravajuće kuće povećavaju svoj profit. Treba odlučiti koja razina truda je najbolja za osiguravajuću kuću u bilo kojem određenom slučaju. Bez obzira koja razina truda je najbolja za osiguravajuću kuću, polica osiguranja kojom se maksimizira profit osiguravajuće kuće uvijek uključuje potpuno osiguranje. Ovo povlači da je rezultat Pereto-efikasan[4].

3.2 Osiguranje u prisutnosti moralnog hazarda

Došli smo do glavnog dijela rada u kojem promatramo puno zanimljiviji slučaj gdje osiguravajuća kuća ne može utvrditi potrošačevu razinu truda uloženu u sigurnu vožnju. To je slučaj asimetričnih informacija u principal-agent problemu kada dolazi do moralnog hazarda. Kao i do sada, osiguravajuća kuća traži policu osiguranja koja će maksimizirati njezin očekivani profit. Međutim, ako osiguravajuća kuća sada ne može utvrditi razinu truda koju je potrošač uložio, kako će odabrati optimalnu policu? Možemo razmisliti o problemu na sljedeći način.

Osiguravajuće kuće moraju kreirati policu sa željenom razinom izbjegavanja nesreće, tj. sa željenom razinom truda koju bi potrošač trebao uložiti u sigurnu vožnju. Budući da osiguravajuća kuća ne može utvrditi potrošačevu uloženu razinu truda, ona mora osigurati da uvjeti police učine optimalnim za potrošača da dobrovoljno odabere njihovu željenu razinu truda. Time dolazimo do novog uvjeta u problemu maksimizacije očekivanog profita osiguravajuće kuće. Polica i razina truda moraju biti odabrane ne samo da osiguraju potrošaču barem njegovu minimalnu korist, nego i da potaknu potrošača da dobrovoljno odabere razinu truda koju želi osiguravajuća kuća.

[4]Stanje u kojem nije moguće učiniti situaciju jednog ekonomskog subjekta boljom bez pogoršanja situacije drugog ekonomskog subjekta.

Prema tome, problem maksimizacije očekivanog profita je sljedeći

$$\max_{e,p,B_0,\ldots,B_L} p - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)B_l, \quad \text{uz uvjet} \tag{3.10}$$

$$\sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u(w - p - l + B_l) - d(e) \geq \bar{u}, \quad \text{i} \tag{3.11}$$

$$\sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u(w - p - l + B_l) - d(e) \geq \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e')u(w - p - l + B_l) - d(e') \tag{3.12}$$

gdje su $e, e' \in \{0, 1\}$ i $e \neq e'$. Novi uvjet u problemu maksimizacije je (3.12). Kada proučimo taj uvjet vidimo da je njime osigurano da je e, razina truda uložena u sigurnu vožnju koju osiguravajuća kuća ima na umu kada računa svoj profit, ista koju će izabrati potrošač. Uvjet garantira da ta razina truda maksimizira potrošačevu očekivanu korist s obzirom na predloženu policu osiguranja. Uvjetom indirektno prisiljavamo potrošača da izabere razinu truda e jer će tada njegova korist biti veća od koristi kada bi izabrao bilo koju drugu razinu truda e'.

Ovaj problem maksimizacije ćemo riješiti analogno kao i prethodni. Prvo ćemo fiksirati razinu truda, e, i onda ćemo odrediti optimalnu policu za tu razinu truda. Kada to odredimo za obje razine truda, tada je jednostavno stvar provjere koja razina truda povezana s optimalnom policom maksimizira profit osiguravajuće kuće.

Optimalna polica osiguranja za nisku razinu truda

Prvo ćemo odrediti koja je optimalna polica ako je razina truda koju osiguravajuća kuća želi da potrošač uloži u sigurnu vožnju niska. Pretpostavimo da osiguravajuća kuća želi potaknuti potrošača da uloži nisku razinu truda. Među svim policama koje imaju taj rezultat, koja je najbolja za osiguravajuću kuću? Pitanje je koja polica maksimizira očekivani profit. Iako možemo formirati Lagrangeovu funkciju kao u prethodnom dijelu, jednostavnije je riješiti problem na drugačiji način.

Prisjetimo se da ako nema dodatnog uvjeta (3.12) tada je optimalna polica za nisku razinu trud $e = 0$ dana odabirom premije i naknada $p, B_0, ..., B_L$ koji zadovoljavaju

$$\begin{aligned} u(w - p) &= d(0) + \bar{u} \\ B_l = l, &\quad \forall l = 0, 1, ..., L. \end{aligned} \tag{3.13}$$

Dodavanjem novog uvjeta problemu, ne možemo povećati maksimizirani profit osiguravajuće kuće. Taj uvjet je dodatno ograničenje za optimalnu policu. Dakle, ako rješenje (3.13) zadovoljava novi uvjet, tada ono mora biti željena optimalna polica. Provjerimo zadovalja li naše rješenje novi uvjet za razinu truda $e = 0$. Uvrštavamo naše rješenje i razinu truda $e = 0$ u novi uvjet i dobivamo

$$\begin{aligned} &\sum_{l=0}^{L} \pi_l(0) u(w - p) - d(0) \geq \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e') u(w - p) - d(e') \\ \Leftrightarrow &\sum_{l=0}^{L} \pi_l(0)(d(0) + \bar{u}) - d(0) \geq \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e')(d(0) + \bar{u}) - d(e'). \end{aligned}$$

Zbog toga što vrijedi $\sum_l \pi_l(e) = 1$ i $e' = 1$ jer je $e = 0$, a prema pretpostavci su $e, e' \in \{0, 1\}$ i $e \neq e'$ slijedi

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow d(0) + \bar{u} - d(0) \geq d(0) + \bar{u} - d(1) \\ &\Leftrightarrow \bar{u} \geq d(0) + \bar{u} - d(1) \\ &\Leftrightarrow d(1) \geq d(0). \end{aligned}$$

Dobili smo da je $d(1) \geq d(0)$, a to vrijedi (stroga nejednakost) prema pretpostavci. Rješenje doista zadovoljava (3.12).

Zaključak je da poticanje potrošača da uloži nizak trud u sigurnu vožnju na način da se maksimizira profit zahtijeva da osiguravajuća kuća ponudi istu policu koju bi ponudila i da je mogla utvrditi razinu uloženog truda. Rješenje ovog problema maksimizacije je jednako rješenju prethodnog problema u slučaju simetričnih informacija za uloženu nisku razinu truda. To znači da će potošač uložiti nizak trud ako je optimalna polica koja mu je ponuđena potpuno osiguranje i u tom slučaju maksimizirana je profit osiguravajuće kuće.

Optimalna polica osiguranja za visoku razinu truda

Sada pretpostavimo da želimo potaknuti potrošača da uloži visoku razinu truda, $e = 1$. Tražimo optimalnu policu za osiguravajuću kuću tako da fiksiramo razinu truda $e = 1$ u problemu maksimizacije (3.10). Prema tome, maksimiziramo u ovisnosti o premiji p i naknadama $B_0, ..., B_L$, tj. tražimo premiju i naknade takve da maksimiziraju profit osiguravajuće kuće. Budući da je $e = 1$, $e, e' \in \{0, 1\}$ i $e \neq e'$ zaključujemo da je $e' = 0$ u uvjetu (3.12). Definiramo Lagrangeovu funkciju

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(p, B_0, ..., B_L, \lambda, \beta) = p - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(1)B_l - \lambda\left[\bar{u} - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(1)u(w - p - l + B_l) + d(1)\right] \quad (3.14)\\ -\beta\left[\sum_{l=0}^{L} \pi_l(0)u(w - p - l + B_l) - d(0) - \left(\sum_{l=0}^{L} \pi_l(1)u(w - p - l + B_l) - d(1)\right)\right],\end{aligned}$$

gdje su λ i β Lagrangeovi množitelji odgovarajućim uvjetim (3.11) i (3.12).
Uvjeti prvog reda su

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p} = 1 - \left[\sum_{l=0}^{L} (\lambda\pi_l(1) + \beta(\pi_l(1) - \pi_l(0)))u'(w - p - l + B_l)\right] = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_l} = -\pi_l(1) + [\lambda\pi_l(1) + \beta(\pi_l(1) - \pi_l(0))]u'(w - p - l + B_l) = 0, \quad \forall l \geq 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \bar{u} - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(1)u(w - p - l + B_l) + d(1) \leq 0 \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \beta} = \sum_{l=0}^{L} (\pi_l(0) - \pi_l(1))u(w - p - l + B_l) - d(0) + d(1) \leq 0. \quad (3.18)$$

Zbog nejednakosti u ograničenjima (3.11) i (3.12) imamo još dva dodatna nužna uvjeta prvog reda

$$\lambda\left[\bar{u} - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(1)u(w - p - l + B_l) + d(1)\right] = 0 \tag{3.19}$$

$$\beta\left[\sum_{l=0}^{L} (\pi_l(0) - \pi_l(1))u(w - p - l + B_l) - d(0) + d(1)\right] = 0. \tag{3.20}$$

Iz jednadžbe (3.19) slijedi

$$\lambda = 0 \quad \text{ili} \quad \bar{u} - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(1)u(w - p - l + B_l) + d(1) = 0.$$

Analogno, iz jednadžbe (3.20) slijedi

$$\beta = 0 \quad \text{ili} \quad \sum_{l=0}^{L} (\pi_l(0) - \pi_l(1))u(w - p - l + B_l) - d(0) + d(1) = 0.$$

Kao i u prethodnom modelu sa simetričnim informacijama jednostavno dođemo do zaključka da su prva dva uvjeta (3.15) i (3.16) zavisna, tj. prvi uvjet (3.15) slijedi iz $(L + 1)$ jednadžbi drugog uvjeta (3.16). Također, bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti $B_0 = 0$. Sada ćemo preformulirati uvjet (3.16). Imamo

$$\begin{aligned} -\pi_l(1) + [\lambda\pi_l(1) + \beta(\pi_l(1) - \pi_l(0))]u'(w - p - l + B_l) = 0, \quad \forall l \geq 0 \\ \Leftrightarrow [\lambda\pi_l(1) + \beta(\pi_l(1) - \pi_l(0))]u'(w - p - l + B_l) = \pi_l(1). \end{aligned}$$

Zbog toga što prema pretpostavci vrijedi $\pi_l(1) > 0$ i znamo da je $u'(\cdot) > 0$ vrijedi

$$\begin{aligned} \left[\lambda + \beta\left(1 - \frac{\pi_l(0)}{\pi_l(1)}\right)\right]u'(w - p - l + B_l) = 1 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{u'(w - p - l + B_l)} = \lambda + \beta\left[1 - \frac{\pi_l(0)}{\pi_l(1)}\right]. \end{aligned} \tag{3.21}$$

Dokazat ćemo da su λ i β različiti od nule, tj. $\lambda, \beta \neq 0$.

Prvo ćemo dokazati da je $\beta \neq 0$. Pretpostavimo suprotno i dođimo do kontradikcije. Pretpostavimo da je $\beta = 0$. Tada je jednadžba (3.21) s pretpostavkom $\beta = 0$ jednaka

$$\frac{1}{u'(w - p - l + B_l)} = \lambda. \tag{3.22}$$

Zbog toga što je desna strana jednadžbe (3.22) konstanta slijedi da je lijeva strana konstanta za svaki l iz čega slijedi da je $w - p - l + B_l$ konstanta za l. Zbog toga što je $w - p - l + B_l$ konstanta za svaki l i $\sum_{l=0} \pi_l(e) = 1$ za svaki e iz uvjeta (3.18) dobivamo $-d(0) + d(1) \leq 0$, tj. vrijedi $d(1) \leq d(0)$. To je kontradikcija s činjenicom da je $d(1) > d(0)$. Prema tome, možemo zaključiti da je $\beta \neq 0$. S ekonomskog stajališta, kada bi vrijedilo $\beta = 0$ tada bi se vratili na slučaj simetričnih informacija u kojem osiguravajuća kuća pruža potpuno osiguranje pa bi potrošač sigurno izabrao nisku razinu truda, a to nam ne odgovara.

Sada ćemo pokazati da je $\lambda \neq 0$. Primjetimo da iz monotonog omjera vjerojatnosti slijedi da postoji l takav da vrijedi $\pi_l(0) \neq \pi_l(1)$. Zbog $\sum_l \pi_l(0) = \sum_l \pi_l(1) = 1$, moraju postojati l and l' takvi da vrijedi $\pi_l(0) > \pi_l(1)$ i $\pi'_l(0) < \pi'_l(1)$. Npr. ako je $l' = 0$ tada je $\pi_0(0) < \pi_0(1)$, a za $l' = L$ je $\pi_L(0) > \pi_L(1)$. To znači da je vjerojatnost nastanka nesreće s gubitkom nula, tj. vjerojatnost da je nesreće izbjegnuta je veća kada je potrošač uložio veći trud, a vjerojatnost nastanka nesreće s gubitkom L je veća ako je razina truda uložena u sigurnu vožnju manja. To znači da izraz $\left[1 - \dfrac{\pi_l(0)}{\pi_l(1)}\right]$ iz jednadžbe (3.21) poprima i pozitivne i negativne vrijednosti, jer je za $l = 0$ razlomak manji od 1 pa je uglata zagrada pozitivna, a za ostale l razlomak je veći od 1 pa je uglata zagrada negativna.

Pretpostavimo suprotno, neka je $\lambda = 0$. Tada vrijedi

$$\frac{1}{u'(w - p - l + B_l)} = \beta\left[1 - \frac{\pi_l(0)}{\pi_l(1)}\right].$$

Zbog toga što je $\beta \neq 0$ desna strana jednakosti poprima i pozitivne i negativne vrijednosti. Međutim, lijeva strana je uvijek strogo pozitivna jer je $u'(w - p - l + B_l) > 0$ jer je funkcija $u(\cdot)$ strogo rastuća. Došli smo do kontradikcije pa zaključujemo da vrijedi $\lambda \neq 0$. Budući da izraz u uglatim zagradama poprima i pozitivne i negativne vrijednosti, a znamo da je $\beta \neq 0$ možemo zaključiti da λ mora biti veća od nule kako bi taj izraz na desnoj strani bio pozitivani kao i izraz na lijevoj strani. Iz ove diskusije zaključujemo da je $\lambda > 0$.

Činjenica da su i λ i β različiti od nula povlači za sobom da oba uvjeta, (3.17) i (3.18), sudjeluju u optimalnom rješenju. Rješenje maksimizacije profita osiguravajuće kuće ovisit će o ta dva uvjeta. Prema tome, potrošač se drži svoje minimalne koristi i on je indiferentan između odabira visokog i niskog truda. Potrošaču je bitno da osigura barem minimalnu korist, ali njemu nije važno koju razinu truda će uložiti u sigurnu vožnju, što znači da će mu osiguravajuća kuća ponudom odgovarajuće police u ovom slučaju nametnuti visoku razinu truda, $e = 1$, koju će potrošač uložiti u sigurnu vožnju.

Budući da je $\lambda \neq 0$ i $\beta \neq 0$ iz (3.19) i (3.20) slijedi da su uvjeti (3.17) i (3.18) jednaki nula, tj. vrijedi

$$\bar{u} - \sum_{l=0}^{L} \pi_l(1)u(w - p - l + B_l) + d(1) = 0 \tag{3.23}$$

$$\sum_{l=0}^{L} (\pi_l(0) - \pi_l(1))u(w - p - l + B_l) - d(0) + d(1) = 0. \tag{3.24}$$

Kako bi lakše došli do optimalne police za razinu truda $e = 1$ korisno je pokazati da je $\beta > 0$. Ponovno pretpostavimo suprotno, neka je $\beta < 0$ (znamo da je $\beta \neq 0$). Promatramo jednadžbu (3.21)

$$\frac{1}{u'(w - p - l + B_l)} = \lambda + \beta\left[1 - \frac{\pi_l(0)}{\pi_l(1)}\right].$$

Zbog monotonog omjera vjerojatnosti znamo da povećanjem l razlomak $\pi_l(0)/\pi_l(1)$ strogo raste što znači da izraz u uglatoj zagradi iz jednadžbe (3.21) strogo pada povećanjem l te zbog pretpostavke $\beta < 0$ vrijedi da $\beta\left[1 - \frac{\pi_l(0)}{\pi_l(1)}\right]$ strogo raste povećanjem gubitka l. Također, znamo da je i $\lambda > 0$ pa zaključujemo da cijela desna strana jednakosti (3.21) strogo raste povećanjem l. Zbog toga i lijeva strana jednakosti (3.21) mora strogo rasti pa $u'(w-p+B_l-l)$ strogo pada kada l raste. Prema definiciji strogo padajuće funkcije $B_l - l$ strogo raste. Zbog toga što je $u(\cdot)$ strogo rastuća znamo da kada $B_l - l$ strogo raste tada $u(w - p + B_l - l)$ strogo raste. Navedeno zajedno sa monotonim omjerom vjerojatnosti i propozicijom 3.0.2 daje $\sum_l(\pi_l(1) - \pi_l(0))u(w - p + B_l - l) < 0$. Odnosno, vrijedi $\sum_l(\pi_l(0) - \pi_l(1))u(w - p + B_l - l) > 0$. Iz jednadžbe (3.24) imamo

$$\sum_{l=0}^{L} (\pi_l(0) - \pi_l(1))u(w - p + B_l - l) = d(0) - d(1).$$

Budući da je $\sum_l(\pi_l(0) - \pi_l(1))u(w - p + B_l - l) > 0$ slijedi

$$
\begin{aligned}
0 < \sum_{l=0}^{L}(\pi_l(0) - \pi_l(1))u(w - p + B_l - l) &= d(0) - d(1) \\
&\Leftrightarrow 0 < d(0) - d(1) \\
&\Leftrightarrow d(1) < d(0).
\end{aligned}
$$

Došli smo do kontradikcije jer znamo da vrijedi $d(1) > d(0)$. Zaključujemo da je $\beta > 0$. Nakon što smo dokazali da je $\lambda > 0$ i $\beta > 0$ promotrimo ponovno jednadžbu (3.21)

$$\frac{1}{u'(w - p - l + B_l)} = \lambda + \beta\left[1 - \frac{\pi_l(0)}{\pi_l(1)}\right].$$

Monotoni omjer vjerojatnosti implicira da se iznos uglate zagrada u jednadžbi smanjuje povećanjem gubitka l i zbog $\lambda > 0$ i $\beta > 0$ cijela desna strana jednadžbe strogo pada. Da bi vrijedila jednakost to znači da i lijeva strana jednadžbe mora strogo padati, odnosno $u'(w - p + B_l - l)$ strogo raste. Budući da $u'(w - p + B_l - l)$ strogo pada kada $B_l - l$ raste, to znači da $u'(w - p + B_l - l)$ strogo raste kada $B_l - l$ pada, tj. kada $l - B_l$ raste. Na temelju toga, optimalna polica mora zadovoljavati sljedeći uvjet

$$l - B_l \quad \text{strogo raste u} \quad l = 0, 1, ..., L. \tag{3.25}$$

Prisjetimo se da bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti da je $B_0 = 0$. Zbog toga uvjet optimalnosti police osiguranja (3.25) ukazuje da optimalna polica osiguranja koja zahtijeva visoku razinu truda uloženu u sigurnu vožnju ne pruža potpuno osiguranje. Osiguravajuća kuća radije definira iznos sudjelovanja osiguranika u trošku štete koju je prouzrokovao, koji će se povećavati s veličinom štete koju je izazvao. Kako raste šteta nesreće tako $l - B_l$ raste, odnosno razlika između gubitka l i naknade B_l se povećava, tj. što je šteta veća manja je naknada koju će osiguranje platiti osiguraniku. Ovo je vrlo intuitivno. Kako bi dali potrošaču motivaciju da izabere visoku razinu truda uloženog u sigurnu vožnju, mora postojati nešto u tome i za potrošača. Kada $l - B_l$ strogo raste, postoji dodatna pozitivna korist ulaganja visokog truda. Naime,

$$\sum_{l=0}^{L}(\pi_l(1) - \pi_l(0))u(w - p - l + B_l) > 0.$$

Suma je strogo pozitivna zbog uvjeta (3.25) i propozicije 3.0.2. Vidimo da prema (3.24) vrijedi

$$\begin{aligned} 0 < \sum_{l=0}^{L}(\pi_l(1) - \pi_l(0))u(w - p + B_l - l) &= d(1) - d(0) \\ \Leftrightarrow 0 < d(1) - d(0). \end{aligned}$$

Cijena dodatne pozitivne koristi povezana s visokim trudom uloženim u sigurnu vožnju je $d(1) - d(0) > 0$. Optimalna polica je izrađena tako da je dodatna korist ulaganja visokog truda u sigurnu vožnju jednaka cijeni dodatne koristi. Djelomično pokriće je polica osiguranja koja će maksimizirati očekivani profit osiguravajuće kuće u prisutnosti moralnog hazarda kada je potošač potaknut da uloži visoki trud u sigurnu vožnju.

Optimalna polica i Pareto-efikasnost

Pokazano je da će optimalna polica ovisiti o tome želi li osiguravajuća kuća potaknuti potrošača da uloži visoki ili niski trud u izbjeganje nesreće. Zaključili smo da u slučaju kada osiguravajuća kuća želi potaknuti potrošača da uloži nizak trud ona njemu nudi potpuno osiguranje. Kada osiguravajuća kuća želi potaknuti potrošača da uloži visoki trud tada će optimalna polica uključivati djelomično pokriće. Time će se osigurati da potrošač uloži visoki trud jer on treba sudjelovati u pokriću gubitka koji mu se dogodio. Krajnja optimalna polica - ona koja rješava problem maksimizacije (3.10) - je jedna od ove dvije police koja donosi veći očekivani profit osiguravajućoj kući.
Pretpostavimo da u slučaju simetričnih informacija niska razina truda maksimizira očekivani

profit osiguravajuće kuće pa je optimalna razina truda potrošača koju osiguravajuća kuća bira niska. Tada će potpuno osiguranje biti optimalno i u slučaju asimetričnih informacija. To vrijedi zato što takva polica donosi isti očekivani profit kao i u slučaju simetričnih informacija, a maksimalni očekivani profit pri visokom trudu nije viši u slučaju asimetričnih infomacija zato što postoji dodatni uvjet u problemu maksimizacije koji će smanjiti profit. To rješenje je Pareto-efikasno.
Sada pretpostavimo da je optimalna razina truda koja će maksimizirati očekivani profit osiguravajuće kuće u slučaju simetričnih informacija visoka razina truda. U tom slučaju osiguravajuća kuća će zahtijevati od potrošača da uloži visoku razinu truda. Ali, tada bi maksimalni očekivani profit mogao biti znatno niži kada osiguravajuća kuća potiče potrošača da uloži visoki trud u slučaju asimetričnih informacija. Budući da je očekivani profit pri uloženom niskom trudu identičan u slučaju simetričnih i asimetričnih informacija, moglo bi biti optimalno za osiguravajuću kuću da u slučaju asimetričnih informacija potakne potrošača da uloži nisku razinu truda. Zbog toga što prilikom uložene niske razine truda znamo koliki je očekivani profit jer je isti kao u slučaju simetričnih informacija, a za uloženu visoku razinu truda ne znamo očekivani profit - može biti znatno manji od očekivanog profita za uloženu visoku razinu truda prilikom simetričnih informacija. Iako bi ovo bilo optimalno jer smo pokazali da su to optimalne police, ali to ne bi bilo Pareto-efikasno rješenje. Razlog tome je postojanje boljeg rješenje od navedenog prilikom kojeg potrošačeva korist ostaje nepromijenjena, a profit osiguravajuće kuće se povećava. To je upravo rješenje u slučaju simetričnih informacija za visoku razinu truda. Znamo da je tada korist potrošača nepromjenjena (i jednaka $\bar{u}$), a maksimalni profit osiguravajuće kuće je veći nego u slučaju asimetričnih informacija.

Poglavlje 4

Numerički prikaz modela

U ovom dijelu rada prikazat ćemo numeričku ilustraciju izvedenih rezultata iz prethodnog poglavlja. Promatrat ćemo jednog potrošača s danom funkcijom korisnosti za kojeg ćemo odrediti optimalnu policu osiguranja u slučaju simetričnih informacija i u prisutnosti moralnog hazarda.

Primjer 4.0.1. *Promatramo model moralnog hazarda u osiguranju. Neka je dana potrošačeva funkcija korisnosti s* $u(w) = \sqrt{w}$*, gdje je* w *bogatstvo potrošača. Početno bogatstvo potrošača je* \$100*, a ako se dogodi nesreća tada je njegovo bogatstvo* \$49*. Ako potrošač ulaže visoku razinu truda (*$e = 1$*), tada je vjerojatnost da se dogodi nesreća* $\frac{1}{3}$*. Ako potrošač ulaže nisku razinu truda (*$e = 0$*), tada je vjerojatnost nastanka nesreće* $\frac{2}{3}$*. Neefikasnost uloženog truda, ako potrošač ulaže visoku razinu truda, iznosi* $d(e = 1) = \frac{1}{3}$*, inače* $d(e = 0) = 0$*.*[1]

a) Nađi potrošačevu minimalnu korist uz pretpostavku da postoji samo jedna osiguravajuća kuća i da je potrošačeva jedina druga opcija da ne kupi osiguranje.

[1] G. A. Jehle, P. J. Reny, *Advanced Microeconomic Theory*, Pearson Education Limited, Harlow (England), 2011., vidi [7]

b) *Koju razinu truda će uložiti potrošač ako nema kupljeno osiguranje?*

c) *Dokaži da je optimalna polica koju će osiguravajuća kuća ponuditi potrošaču ona koja potiče potrošača da uloži visoku razinu truda u slučaju simetričnih informacija.*

d) *Dokaži da polica osiguranja iz c) dijela neće potaknuti ulaganje visoke razine truda u slučaju asimetičnih informacija.*

e) *Nađi optimalnu policu za osiguravajuću kući u slučaju asimetričnih informacija.*

f) *Usporedi profit osiguravajuće kuće u slučaju simetričnih i asimetričnih informacija. Također, usporedi potrošačevu funkciju korisnosti u ta dva slučaja. Objasni da je rješenje u slučaju simetričnih informacija Pareto-dominantno u odnosu na rješenje u slučaju asimetričnih informacija.*

Za početak, prije samog rješavanja primjera, promotrimo zadane podatke u primjeru i prilagodimo ih zapisima iz prethodnog poglavlja. Kao i do sada, imamo dvije razine truda koje potrošač može uložiti. S $e = 0$ označena je niska razina uloženog truda, a s $e = 1$ označena je visoka razina truda. Funkcija korisnosti potrošača ovisi o njegovom bogatstvu w i uloženoj razini truda e. Dana funkcija korisnosti $u(w) = \sqrt{w}$ je strogo rastuća i strogo konkavna von Neumann-Morgensternova funkcija korisnosti. Početna razina bogatstva je $w = \$100$, a ako se dogodi nesreća gubitka l tada je razina bogatstva $w - l = \$49$. Iz toga zaključujemo da je nesreća koja se dogodila rezultirala gubitkom $l = \$51$. Znamo da je vjerojatnost nastanka nesreće koja rezultira gubitkom $l = \$51$, ako potrošač uloži visok trud $e = 1$, jednaka $\pi_{51}(1) = \frac{1}{3}$. Također, vjerojatnost nastanka nesreće koja rezultira gubitkom $l = \$51$, ako potrošač uloži nisku razinu truda $e = 0$, je jednaka $\pi_{51}(0) = \frac{2}{3}$. Znamo da vrijedi $\sum_l \pi_l(e) = 1$. To znači $\pi_0(0)+\pi_{51}(0) = 1$, iz čega slijedi da je $\pi_0(0) = \frac{1}{3}$, tj. vjerojatnost da je nesreća u potpunosti izbjegnuta ako je uložena niska razina truda jednaka je $\frac{1}{3}$. Nadalje, $\pi_0(1) + \pi_{51}(1) = 1$, iz čega slijedi $\pi_0(1) = \frac{2}{3}$, tj. vjerojatnost da je nesreća u potpunosti izbjegnuta ako je uložena visoka razina truda jednaka je $\frac{2}{3}$. Razina neefektivnog truda pri niskoj razini uloženog truda je $d(0) = 0$, a pri visokoj razini truda $d(1) = \frac{1}{3}$, iz čega vidimo da je $d(1) > d(0)$ kao što smo i pretpostavili u prethodnom poglavlju. Konačno, sažetak s vjerojatnostima je dan u tablici:

	$l = \$0$	$l = \$51$
$e = 0$	1/3	2/3
$e = 1$	2/3	1/3

Rješenje:

a) Nađi potrošačevu minimalnu korist uz pretpostavku da postoji samo jedna osiguravajuća kuća i da je potrošačeva jedina druga opcija da ne kupi osiguranje.

Potrošačeva minimalna korist je korist koju ima potrošač kada ne kupi osiguranje. U prethodnom poglavlju smo je označili s $\bar{u}$ i rekli smo da vrijedi $\bar{u} \geq \mathbb{E}[u(e)] = \max_{e\in\{0,1\}} \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u(w-l) - d(e)$. Budući da smo pretpostavili da postoji samo jedna osiguravajuća kuća vrijedi

$$\bar{u} = \mathbb{E}[u(e)] = \max_{e\in\{0,1\}} \sum_{l=0}^{L} \pi_l(e)u(w-l) - d(e).$$

Potrošač ima mogućnost izabrati nisku ili visoku razinu uloženog truda. Očekivana korist u oba slučaja je

$$\mathbb{E}[u(e = 0)] = \pi_0(0)u(w - 0) + \pi_{51}(0)u(w - 51) - d(0)$$

ili

$$\mathbb{E}[u(e = 1)] = \pi_0(1)u(w - 0) + \pi_{51}(1)u(w - 51) - d(1).$$

Minimalna korist će biti veća od te dvije očekivane koristi. Slijedi

$$\mathbb{E}[u(e = 0)] = \frac{1}{3}u(100 - 0) + \frac{2}{3}u(100 - 51) - 0 = \frac{1}{3}\sqrt{100} + \frac{2}{3}\sqrt{49} = \frac{24}{3}$$
$$\mathbb{E}[u(e = 1)] = \frac{2}{3}u(100 - 0) + \frac{1}{3}u(100 - 51) - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{100} + \frac{1}{3}\sqrt{49} - \frac{1}{3} = \frac{26}{3}.$$

Zaključujemo da je minimalna korist kada potošač nema osiguranje jednaka očekivanoj koristi kada potrošač ulaže visoku razinu truda, tj. $\bar{u} = \frac{26}{3}$.

b) Koju razinu truda će uložiti potrošač ako nema kupljeno osiguranje?

Potrošač će uložiti visoku razinu truda ako nema kupljeno osiguranje. To smo pokazali pod *a)*.

c) Dokaži da je optimalna polica koju će osiguravajuća kuća ponuditi potrošaču ona koja potiče potrošača da uloži visoku razinu truda u slučaju simetričnih informacija.

Znamo da imamo samo jednu osiguravajuću kuću koja želi maksimizirati svoj profit. U slučaju simetričnih informacija osiguravajuća kuća će ponuditi policu osiguranja potrošaču koja će ga navesti da se ponaša kao da ni nije osiguran. Trebamo izračunati koliku naknadu treba osiguravajuća kuća isplatiti potrošaču u slučaju nesreće i koliku premiju treba potrošač platiti osiguravajućoj kući kako bi maksimizirala profit. Neka je p premija koju će platiti potrošač, a B_l naknada koju će osiguravajuća kuća isplatiti potrošaču ako se dogodi nesreća razine gubitka l.
Prvo računamo u slučaju kada potrošač ulaže visoku razinu truda. Zadan je problem maksimizacije iz prethodnog poglavlja (3.2) uz $e = 1$.
Problem makismizacije s našim podacim je sljedeći:

$$\begin{aligned} &\max_{p,B_{51}} p - \pi_{51}(1)B_{51}, \quad \text{uz uvjet} \\ &\pi_0(1)u(100 - p) + \pi_{51}(1)u(49 - p + B_{51}) - d(1) = \frac{26}{3}. \end{aligned}$$

Jednakost u uvjetu slijedi iz analize u prethodnom poglavlju. U dijelu *a)* smo pokazali da je $\bar{u} = \frac{26}{3}$. Lagrangeova funkcija pridružena problemu maksimizacije:

$$\mathcal{L}(p, B_{51}) = p - \frac{1}{3}B_{51} - \lambda\left(9 - \frac{2}{3}\sqrt{100 - p} - \frac{1}{3}\sqrt{49 - p + B_{51}}\right).$$

Uvjeti prvog reda su:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p} = 1 - \lambda\left(\frac{2}{3}\sqrt{100-p} + \frac{1}{3}\sqrt{49-p+B_{51}}\right) = 0 \tag{4.1}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{51}} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\lambda\sqrt{49-p+B_{51}} = 0 \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -9 + \frac{2}{3}\sqrt{100-p} + \frac{1}{3}\sqrt{49-p+B_{51}} = 0. \tag{4.3}$$

Iz uvjeta (4.1) dobivamo:

$$\lambda = \frac{1}{\frac{2}{3}\sqrt{100-p} + \frac{1}{3}\sqrt{49-p+B_{51}}}. \tag{4.4}$$

Iz uvjeta (4.2) dobivamo:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{49-p+B_{51}}}. \tag{4.5}$$

Izjednačavanjem (4.4) i (4.5) slijedi

$$\frac{1}{\frac{2}{3}\sqrt{100-p} + \frac{1}{3}\sqrt{49-p+B_{51}}} = \frac{1}{\sqrt{49-p+B_{51}}}$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{100-p} + \frac{1}{3}\sqrt{49-p+B_{51}} = \sqrt{49-p+B_{51}}$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{100-p} = \frac{2}{3}\sqrt{49-p+B_{51}}$$

$$100 - p = 49 - p + B_{51}$$

$$B_{51} = \$51.$$

Iz prva dva uvjeta prvog reda možemo zaključiti da je naknada koju će osiguravajuća kuća isplatiti potrošaču za nesreću gubitka $l = \$51$ jednaka $B_{51} = \$51$, u slučaju simetričnih informacija pri visokom trudu, tj. vidimo da osiguravajuća kuća pruža potpuno osiguranje potrošaču. To smo zaključili i u prethodnom poglavlju.

Iz uvjeta (4.3) dobit ćemo traženu visinu premije. Iz $B_{51} = \$51$ slijedi

$$-9 + \frac{2}{3}\sqrt{100-p} + \frac{1}{3}\sqrt{100-p} = 0$$

$$\sqrt{100 - p} = 9$$

$$100 - p = 81$$

$$p = \$19.$$

Zaključujemo da je premija koju će potrošač platiti osiguravajućoj kući u slučaju simetričnih informacija, prilikom ulaganja visokog truda, jednaka \$19. Sada ćemo izračunati očekivani profit osiguravajuće kuće s danom premijom \$19 i naknadom \$51.

$$p - \pi_{51}(1)B_{51} = 19 - \frac{1}{3}51 = 19 - 17 = \$2.$$

Vidimo da je očekivani profit osiguravajuće kuće \$2.

Sada ćemo izračunati optimalnu policu osiguranja kada potrošač ulaže nisku razinu truda u slučaju simetričnih informacija. Ponovno imamo isti problem maksimizacije (3.2), ali uz uloženu nisku razinu truda, $e = 0$. Problem maksimizacije je sljedeći:

$$\max_{p,B_{51}} p - \pi_{51}(0)B_{51}, \quad \text{uz uvjet}$$

$$\pi_0(0)u(100 - p) + \pi_{51}(0)u(49 - p + B_{51}) - d(0) = \frac{26}{3}.$$

Formiramo Lagrangeovu funkciju:

$$\mathcal{L}(p, B_{51}) = p - \frac{2}{3}B_{51} - \lambda\left(\frac{26}{3} - \frac{1}{3}\sqrt{100 - p} - \frac{2}{3}\sqrt{49 - p + B_{51}}\right).$$

Uvjeti prvog reda su:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p} = 1 - \lambda\left(\frac{1}{3}\sqrt{100 - p} + \frac{2}{3}\sqrt{49 - p + B_{51}}\right) = 0 \tag{4.6}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{51}} = -\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\lambda\sqrt{49 - p + B_{51}} = 0 \tag{4.7}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -\frac{26}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{100 - p} + \frac{2}{3}\sqrt{49 - p + B_{51}} = 0. \tag{4.8}$$

Iz (4.6) i (4.7) dobivamo:

$$\frac{1}{\frac{1}{3}\sqrt{100 - p} + \frac{2}{3}\sqrt{49 - p + B_{51}}} = \frac{1}{\sqrt{49 - p + B_{51}}}$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{100-p}+\frac{2}{3}\sqrt{49-p+B_{51}} = \sqrt{49-p+B_{51}}$$
$$\frac{1}{3}\sqrt{100-p} = \frac{1}{3}\sqrt{49-p+B_{51}}$$
$$100-p = 49-p+B_{51}$$
$$B_{51} = \$51.$$

Analogno prethodnom rješenju, naknada koju će osiguravajuća kuća isplatiti osiguraniku jednaka je cijeni gubitka, tj. Ako se dogodila nesreća gubitka $l = \$51$, tada će osiguravajuća kuća isplatiti osiguraniku $B_{51} = \$51$. Osiguravajuća kuća osiguraniku nudi policu potpunog osiguranja. Još trebamo vidjeti koju cijenu premije će potrošač platiti ako ulaže nisku razinu truda.

Iz uvjeta (4.8) uz $B_{51} = \$51$ slijedi

$$-\frac{26}{3}+\frac{1}{3}\sqrt{100-p}+\frac{2}{3}\sqrt{100-p} = 0$$
$$\sqrt{100-p} = \frac{26}{3}$$
$$100-p = 75,11$$
$$p = \$24,89.$$

Zaključujemo da je premija koju će potrošač platiti ako uloži nisku razinu truda u slučaju simetričnih informacija jednaka $p = \$24,89$. Vidimo da je premija ako je uložen visoki trud manja od premije pri uloženom niskom trudu u slučaju simetričnih informacija, a to smo pokazali i u prethodnom poglavlju, tj. vrijedi $p(e = 0) > p(e = 1)$.

Još nam preostaje izračunati očekivani profit osiguravajuće kuće uz premiju $\$24,89$ i naknadu $\$51$. Slijedi

$$p - \pi_{51}(0)B_{51} = 24,89 - \frac{2}{3}51 = 24,89 - 34 = \$ - 9,11.$$

Iz navedenog izračuna vidimo da je osiguravajuća kuća u gubitku, tj. njezin profit je negativan. Stoga, zaključujemo da je optimalna polica koju će osiguravajuća kuća ponuditi potrošaču ona koja potiče potrošača da uloži visoku razinu truda u slučaju simetričnih informacija jer je tada očekivani profit osiguravajuće kuće veći.

d) Dokaži da polica osiguranja iz c) dijela neće potaknuti ulaganje visoke razine truda u slučaju asimetičnih informacija.

Pokazali smo da je optimalna polica iz *c)* dijela potpuno osiguranje. Potrošač zna da će mu osiguravajuća kuća pružiti potpuno osiguranje pa on neće trgovati većom vjerojatnošću nastanka nesreće ulaganjem niskog truda po cijeni ulaganja visokog truda. Kada osiguravajuća kuća ponudi potpuno osiguranje potrošač neće poduzeti niti jednu skuplju aktivnost kako bi smanjio vjerojatnost nastanka nesreće. To se može pokazati i matematički. Pokazat ćemo da je očekivana korist uz danu policu osiguranja kada potrošač ulaže nizak trud veća od očekivane koristi uz danu policu osiguranja kada potrošač ulaže visok trud u slučaju asimetričnih informacija. Dokaži:

$$\mathbb{E}[u(e=0)] > \mathbb{E}[u(e=1)], \quad \text{tj.}$$
$$\sum_{l=0}^{L} \pi_l(0)u(w-p-l+B_l) - d(0) > \sum_{l=0}^{L} \pi_l(1)u(w-p-l+B_l) - d(1).$$

uz policu potpunog osiguranja za koju je $p = \$19$ i $B_{51} = \$51$. Vrijedi:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[u(e=0)] &= \pi_0(0)u(100-19-0+B_0) + \pi_{51}(0)u(100-19-51+51) - d(0) \\
&= \frac{1}{3}u(81) + \frac{2}{3}u(81) = \frac{1}{3}\sqrt{81} + \frac{2}{3}\sqrt{81} = 9 \\
\mathbb{E}[u(e=1)] &= \pi_0(1)u(81) + \pi_{51}(1)u(81) - d(1) = \frac{2}{3}\sqrt{81}) + \frac{1}{3}\sqrt{81} - \frac{1}{3} \\
&= \frac{26}{3} = 8,67.
\end{aligned}$$

Zaključujemo da je očekivana korist za danu policu osiguranja kada potrošač ulaže nizak trud uz potpuno osiguranje u slučaju asimetričnih informacija veća od očekivane koristi kada potrošač ulaže visok trud uz potpuno osiguranje u slučaju asimetričnih informacija.

e) Nađi optimalnu policu za osiguravajuću kući u slučaju asimetričnih informacija.

Optimalnu policu za osiguravajuću kuću u slučaju simetričnih informacija naći ćemo maksimizacijom očekivanog profita osiguravajuće kuće uz uvjete da osiguramo minimalnu korist potrošaču (uvjet sudjelovanja) i da ga navedemo da uloži razinu truda koju želi osiguravajuća kuća. Prvi uvjet (uvjet sudjelovanja) kojim želimo osigurati minimalnu korist potrošaču tako da on kupi osiguranje je jednak kao i u slučaju simetričnih informacija, bez obzira koju razinu truda je potrošač uložio. Ali, vidjeli smo pod *d)* da osiguravajuća kuća nema poticaj da izazove nisku razinu truda kod potrošača. S obzirom na uvjet sudjelovanja, osiguravajuća kuća ne može ostvariti očekivani profit ako potakne potrošača da uloži nisku razinu truda pa zbog toga neće ponuditi niti jednu policu osiguranja koja će potaknuti potrošača da jedino može uložiti nisku razinu truda. Zbog toga mora postojati slučaj u kojem će osiguravajuća kuća potaknuti potrošača da uloži visoku razinu truda i time maksimizirati očekivani profit u slučaju asimetričnih informacija. Problem maksimizacije je sljedeći:

$$\begin{aligned}
&\max_{p,B_{51}} p - \pi_{51}(1)B_{51}, \quad \text{uz uvjet} \\
&\pi_0(1)u(100-p)+\pi_{51}(1)u(49-p+B_{51}) - d(1) \geq \frac{26}{3}, \quad \text{i} \qquad (4.9)\\
&\pi_0(1)u(100-p)+\pi_{51}(1)u(49-p+B_{51}) - d(1) \geq \pi_0(0)u(100-p) \\
&\qquad\qquad + \pi_{51}(0)u(49-p+B_{51}) - d(0) \qquad (4.10)
\end{aligned}$$

Uvjet kojim će osiguravajuća kuća potaknuti potrošača da uloži razinu truda koju osiguravajuća kuća želi je novi. Taj uvjet nije potreban u slučaju simetričnih informacija jer tada znamo koju će razinu truda potrošač izabrati. S obzirom da osiguravajuća kuća želi potaknuti potrošača da uloži visoku razinu truda, tada očekivana korist potrošača koju će on dobiti ako uloži visoku razinu truda mora biti barem veća od očekivane koristi pri niskoj razini truda. To je uvjet (4.10).

Uvrštavanjem danih podataka iz primjera u uvjet (4.10) slijedi

$$\frac{2}{3}\sqrt{100-p}+\frac{1}{3}\sqrt{49-p+B_{51}}-\frac{1}{3}\geq\frac{1}{3}\sqrt{100-p}+\frac{2}{3}\sqrt{49-p+B_{51}}$$

$$\sqrt{100-p}-\sqrt{49-p+B_{51}}\geq 1.$$

Ova nejednakost nam kaže da korisnost potrošača u slučaju da ne doživi nesreću prije nego se u obzir uzme cijena truda mora biti veća barem za jednu jedinici od koristi kada dođe do nesreće. Naravno da je nemoguće ponuditi istu policu osiguranja potrošaču kao u slučaju simetričnih informacija kada je optimalna polica osiguranja potpuno osiguranje. Najbliže što možemo doći do police osiguranja iz *c)* je učiniti novi uvjet obaveznim. Što znači da treba vrijediti

$$\sqrt{100-p}-\sqrt{49-p+B_{51}}=1.$$

U isto vrijeme uvjet sudjelovanja (4.9) mora vrijediti. Pa imamo sljedeću jednadžbu

$$\pi_0(1)u(100-p)+\pi_{51}(1)u(49-p+B_{51})-d(1)=\frac{26}{3}$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{100-p}+\frac{1}{3}\sqrt{49-p+B_{51}}-\frac{1}{3}=\frac{26}{3}$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{100-p}+\frac{1}{3}\sqrt{49-p+B_{51}}=9.$$

Sada rješavamo dvije jednadžbe s dvije nepoznanice

$$\sqrt{100-p}=\sqrt{49-p+B_{51}}+1$$

$$2\sqrt{100-p}+\sqrt{49-p+B_{51}}=27.$$

Slijedi

$$2\sqrt{49-p+B_{51}}+\sqrt{49-p+B_{51}}=25$$

$$3\sqrt{49-p+B_{51}}=25$$

$$\sqrt{49-p+B_{51}}=\frac{25}{3}$$

$$49 - p + B_{51} = 69,44$$

$$B_{51} - p = \$20,44.$$

Još nam preostaje izračunati premiju

$$\sqrt{100 - p} = \frac{28}{3}$$

$$100 - p = \frac{784}{9}$$

$$p = \$12,89.$$

Zbog $B_{51} - p = \$20,44$ i $p = \$12,89$ slijedi $B_{51} = \$33,33$.

Zaključujemo da je optimalna polica koju će osiguravajuća kuća ponuditi potrošaču u slučaju asimetričnih informacija polica s premijom $p = \$12,89$ i s naknadom $B_{51} = \$33,33$ u slučaju gubitka $l = \$51$. S tom policom osiguranja osiguravajuća kuća je potaknula potrošača da uloži visoku razinu truda jer mu neće pokriti cijelu štetu nastalu prilikom nesreće. Tada je očekivani profit osiguravajuće kuće

$$p - \pi_{51}(1)B_{51} = 12,89 - \frac{1}{3}33,33 = 12,89 - 11,11 = \$1,78.$$

f) Usporedi profit osiguravajuće kuće u slučaju simetričnih i asimetričnih informacija. Također, usporedi potrošačevu funkciju koristi u ta dva slučaja. Objasni da je rješenje u slučaju simetričnih informacija Pareto-dominantno u odnosu na rješenje u slučaju asimetričnih informacija.

Potrošačeva funkcija korisnosti je jednaka u slučaju simetričnih i asimetričnih informacija zato što imamo isti uvjet sudjelovanja i funkcija korisnosti će biti jednaka minimalnoj koristi koja je nepromjenjena u oba slučaja. Također, vidimo da je u slučaju asimetričnih informacija profit osiguravajuće kuće $1,78, a u slučaju simetričnih informacija (pod *c)*) jednak $2. To znači da je profit osiguravajuće kuće manji u slučaju asimetričnih informacija. Time zaključujemo da je rješenje u slučaju simetričnih informacija Pareto-dominanto u odnosu na rješenje u slučaju asimetričnih informacija. Rješenje u slučaju asimetričnih informacija je Pareto-neefikasno zbog toga što postoji način da potrošaču ostane isto, a da se očekivani profit osiguravajuće kuće poveća (slučaj simetričnih informacija).

Poglavlje 5

Zaključak

Cilj ovog rada bio je pronaći način kojim bi se minimizirao utjecaj moralnog hazarda u osiguranju. Nažalost, živimo u svijetu u kojem vladaju tržišta s nesavršenim informacijama. Ljudi iskorištavaju tu nemogućnost jednake informiranosti i ponašaju se na način da maksimiziraju svoju korist. Moralni hazard je dio svakodnevnog života i pojavio se puno prije nastanka osiguravajućih kuća. Njegovi učinci se ne mogu spriječiti, ali pokušavaju se pronaći načini pomoću kojih bi njegov utjecaj smanjili.

Između ostalih, i osiguravajuće kuće trpe štetu zbog moralnog hazarda. Ako osiguravajuće kuće mogu savršeno pratiti akcije svojih potrošača, one mogu na temelju uvida u ponašanje potrošača ponuditi policu osiguranja kojom će isplatiti naknadu za štetu samo onda kada je potrošač uložio određenu razinu truda s kojom će se maksimizirati njihov profit. Zbog toga što osiguravajuće kuće ne mogu savršeno promatrati akcije svojih potrošača, one su onemogućene da pruže količinu zaštite koju bi ponudili u svijetu sa savršenim informacijama.

Budući da ne postoji zakon, a ni način kojim bi se moralni hazard zabranio ili smanjio osiguravajuće kuće su prepuštene same sebi u minimalizaciji štete uzrokovane moralnim hazardom. Osiguravajuće kuće se bore protiv moralnog hazarda reduciranjem pokrića za nastalu štetu njihovih osiguranika kako bi potaknuli potrošača da se ponaša obzirno. Na primjeru konkretnog slučaja pronašli smo optimalnu policu koja minimizira štetu uzrokovanu moralnim hazardom. Vidjeli smo da optimalna polica koja će biti ponuđena potrošaču ovisi o traženoj razini uloženog truda, cijeni premije, naknadi koju će isplatiti osiguranje, potrošačevoj funkciji koristi, cijeni koristi i vjerojatnosti za nastnak štete. Dakle, kod svakog potencijalnog kupca postoje različiti faktori kojima osiguravajuće kuće moraju prilagoditi ponudu optimalne police kako bi se šteta uzrokovana moralnim hazardom svela na minimum.

Bibliografija

[1] A. Beattie, *What is moral hazard?*, dostupno na https://www.investopedia.com/ask/answers/09/moral-hazard.asp (prosinac 2017.).

[2] Đ. Berić, *Problem osiguranja maksimalnog zalaganja radnika*, Ekonomska misao i praksa Dubrovnik, god. XVIII (2009), 19-42.

[3] M. P. Farnham, *Problem Set 3*, dostupno na http://web.uvic.ca/~mfarnham/525/pset3_525soln.pdf (siječanj 2018.).

[4] Hrvatski sabor, *Zakon o osiguranju*, dostupno na https://www.zakon.hr/z/369/Zakon-o-osiguranju (prosinac 2017.).

[5] Institut za javne financije, dostupno na http://www.ijf.hr/hr/korisne-informacije/leksikon-javnih-financija/14/slovo/m/ (prosinac 2017.).

[6] Ž. Jakovljević, *Seminarski rad: Moralni hazard i negativna selekcija*, dostupno na https://docslide.net/documents/seminarski-moralni-hazard-primer-polovnih-automobilapdf.html (prosinac 2017.).

[7] G. A. Jehle, P. J. Reny, *Advanced Microeconomic Theory*, Pearson Education Limited, Harlow (England), 2011.

[8] M. C, Jensen, W. H. Meckling, *Theory of the firm: Managerial behavior, agency costs and ownership structure*, Journal of Financial Economics, Volume 3, Issue 4, 1976, 305-360.

[9] I. Macho-Stadler, J. D. Perez-Castrillo, *An Introduction to the Economics of Information*, Oxford University Press, New York, 2001.

[10] T. Majić, B. Pongrac, G. Richter, *Information asymmetry and moral hazard in financial economics*, Tehnički glasnik, Vol. 9 (2015), 209-215.

[11] J. McMillian, *Moral Hazard in Life Insurance*, dostupno na `https://pocketsense.com/moral-hazards-life-insurance-6561726.html` (prosinac 2017.).

[12] F. S. Mishkin, *Ekonomija novca, bankarstva i financijskih tržišta*, Mate d.o.o., 2010.

[13] M. Njavro, *Donošenje odluka u uvjetima neizvjesnosti i rizika*, dostupno na `http://agririsk.agr.hr/Uprava-pdf/Poslovno_odlucivanje.pdf` (prosinac 2017.).

[14] V. Njegomir, *Negativna selekcija rizika, moralni hazard i prijevare u osiguranju*, Svijet osiguranja, 9 (2006), 40-44.

[15] N. Podrug, *Teorijski pristup korporativnom upravljanju (agencijska teorija i teorija uslužnosti*, dostupno na `http://web.efzg.hr/dok/OIM/dtipuric/TEORIJSKI%20PRISTUPI%20KU%20-%20AGENCIJSKA%20TEORIJA%20I%20TEORIJA%20USLU%C5%BDNOSTI%20diplomski%20studij%202014%20web.pdf` (prosinac 2017.).

[16] C. P. Simon, L. Blume, *Mathematics for economists*, W. W. Norton&Company, Inc, New York, 1994.

[17] Wikipedia, *Osiguranje*, `https://hr.wikipedia.org/wiki/Osiguranje_(kolektivno)` (prosinac 2017.).

Sažetak

Principal-agent odnos je situacija u kojoj blagostanje jedne osobe ovisi o tome što i kako druga osoba radi. U odnosu dvoje pojedinaca nemoguće je u potpunosti znati motive i misli druge osobe te zbog toga dolazi do principal-agent problema jer su informacije među njima asimetrične. Asimetrične informacije uzrokuju moralni hazard koji predstavlja situaciju u kojoj pojedinci, zahvaljujući sigurnosti od negativnog ishoda, imaju manju averziju prema prihvaćanju rizika.

U ovom radu proučava se principal-agent problem osiguravajuće kuće i osiguranika. Osiguravajuće kuće su svjesne da od onog trenutka kada potrošač kupi policu osigranja za svoje vozilo, on ima mogućnost moralnog hazarda u obliku nepažljive vožnje. Postavlja se pitanje koju policu osiguranja će osiguravajuća kuća ponuditi kupcu, a da pritom maksimizira profit. Analizira se model pod utjecajem simetričnih i asimetričnih informacija te se numerički ilustriraju izvedeni rezultati.

Summary

Principal-agent relationship is the situation in which well-being of one individual depends on the actions of the other one. In a relationship between two individuals, it is impossible to fully know the motives and thoughts of the partner. This asymmetry between two individuals leads to a principal-agent problem. Asymmetric informations also cause a moral hazard - a situation in which individuals, due to safety of negative outcomes, are risk averse.

This work examines the principal-agent problem of the insurance company and insured. Insurance companies are aware that from the moment when a consumer buys an insurance policy for their vehicle, he can commit a moral hazard in the form of an careless driving. The question is, which insurance policy insurance company should offer to the buyer, in order to maximize profit. The model is analyzed under the influence of symmetric and asymmetric information and obtained results are being numerically illustrated.

Životopis

Rođena sam 22. listopada 1993. godine u Metkoviću. Odrasla sam u Opuzenu s roditeljima. Osnovnu školu Opuzen upisala sam 2000. godine u Opuzenu. Nakon završetka osnovne škole 2008. godine upisala sam Gimnaziju Metković; opći smjer. Fakultetsko obrazovanje započela sam 2012. godine na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu gdje sam upisala preddiplomski sveučilišni studij Matematika; smjer: nastavnički. Nakon završetka preddiplomskog sveučilišnog studija stekla sam titulu sveučilišne prvostupnice edukacije matematike te 2015. godine upisujem diplomski sveučilišni studij Financijska i poslovna matematika.
Od listopada 2017. godine radim u OTP Osiguranju u Zagrebu kao Suradnik u aktuarskom odjelu.