

# Rupertova kaplja

---

Canjuga, Ana

Master's thesis / Diplomski rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:710176>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-11-04**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Ana Canjuga

Rupertova kaplja

Diplomski rad

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ  
FIZIKA; SMJER NASTAVNIČKI

**Ana Canjuga**

Diplomski rad

**Rupertova kaplja**

Voditelj diplomskog rada: doc. dr. sc. Nikola Poljak

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2018.

Zahvaljujem se svojim roditeljima na pruženoj podršci, strpljenju i ljubavi tijekom mojeg cjelokupnog školovanja. Zahvaljujem se sestri Maji na savjetima i strpljenju tijekom suživota za vrijeme cijelog studija. Zahvaljujem se prijateljima i Kristijanu na velikoj podršci, ljubavi i ohrabrenju. Zahvaljujem se i svom mentoru Nikoli Poljaku na savjetima, potpori i pomoći tijekom pisanja ovog rada.

## Sažetak

Rupertove kaplje su stakleni predmeti oblika kaplje tankog, izduženog repa koji se proizvode tako da se vruće tekuće staklo naglo hladi. U tom procesu površina se ohladi puno prije no unutrašnjost kapi, što rezultira u naprezanjima u materijalu. Ukoliko se na tijelo kaplje primijeni velik pritisak, on se kompenzira unutarnjim pritiskom i kaplju je vrlo teško razbiti. S druge strane, primjena male sile na rep kaplje dovoljna je za uzrokovanje katastrofalnog urušavanje cijele kaplje. U diplomskom radu će se izrađivati kaplje i mjeriti brzina širenja propagacije eksplozije od repa prema tijelu kaplje. Kako se radi o brzinama reda veličine 10km/s, mjerenje brzine će se pokušati napraviti rezistivnom metodom i osciloskopom.

Ključne riječi: Rupertova kaplja, staklo, naprezanje, rezistivna metoda

# Prince Rupert's drop

## Abstract

Prince Rupert's drops are tear-shaped glass objects with a thin, elongated tail obtained when hot molten glass is rapidly cooled down. In this process, the surface is cooled down much faster than the inner parts of the drop, which results in stresses in the material. If large mechanical pressure is applied to the body of the drop, it is compensated by inner pressure and the drop becomes very hard to break. On the other hand, application of a small pressure to the tail of the drop is enough to cause the destruction of the whole drop. In this paper, we plan to make drops and measure the disintegration speed from the tail to the head of the drop. As we are working with speeds in the order of 10km/s, we will use a resistive method and an oscilloscope for measuring the disintegration speed.

Keywords: Rupert's drop, glass, stress, resistive method

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teorijski uvod</b>	<b>2</b>
2.1	Termičko širenje . . . . .	2
2.2	Termalno naprezanje . . . . .	4
2.3	Polarizacija pri naprezanju . . . . .	6
2.4	Rupertova kaplja . . . . .	7
2.5	Teorijsko predviđanje brzine pucanja Rupertove kaplje . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Izrada kaplje i sklopa za mjerenje</b>	<b>10</b>
3.1	Izrada kaplje . . . . .	10
3.2	Provjera termičkog naprezanja . . . . .	11
3.3	Izrada sklopa za mjerenje . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Mjerenja</b>	<b>18</b>
4.1	Analiza prvog mjerenja . . . . .	18
4.2	Analiza drugog mjerenja . . . . .	19
4.3	Usporedba mjerenja . . . . .	21
<b>5</b>	<b>Metodički dio</b>	<b>22</b>
5.1	Istraživački usmjerena nastava fizike . . . . .	22
5.2	Nastavna priprema iz fizike . . . . .	24
<b>6</b>	<b>Zaključak</b>	<b>38</b>
	<b>Literatura</b>	<b>39</b>

# 1 Uvod

Rupertova kaplja je stakleni objekt u obliku kapljice koji prilikom svog nastanka razvija posebna svojstva. Prilikom hlađenja stakla u kapljici se pojavljuje termičko naprezanje. Zbog termičkog naprezanja kapljicu je praktički nemoguće razbiti ako primijenimo silu na glavu kapljice, ali ako samo okrnemo rep kapljica će eksplodirati praktički u trenu. U ovom radu izrađivat ćemo kapljice koristeći dvije vrste stakla i nakon toga ćemo rezistivnom metodom mjeriti brzinu propagacije eksplozije kroz kapljicu. Prije nego izradimo postav za mjerenje brzine izradit ćemo model i teorijski izračunati vrijednosti koje očekujemo. Na temelju modela izradit ćemo postav kojim ćemo odraditi potrebna mjerenja. Spojit ćemo strujni krug, analizirati ga te pomoću osciloskopa u strujnom krugu mjeriti potrebne vrijednosti. Pomoću izmjerenih podataka računski ćemo izračunati brzinu i usporediti ju s teorijskim predviđanjem.

Na početku rada nalazi se teorijski uvod u kojem su objašnjeni najvažniji pojmovi potrebni za razumijevanje Rupertove kaplje. Detaljno je objašnjen i nastanak same kapljice koji zapravo prikazuje nastanak sigurnosnih stakala i stakala za automobile. Opisan je i postupak izrade postava te samo mjerenje. Na kraju rada nalazi se metodički dio u kojem je opisana istraživački usmjerena nastava fizike i u kojem je primjer pripreme za takvu vrstu nastave.



## 2 Teorijski uvod

### 2.1 Termičko širenje

Termičko širenje je svojstvo tvari da se širi s povećanjem temperature. Poznati primjeri termičkog širenja su rast stupca žive u termometru, produljenje metalne šipke s povećanjem temperature, itd. Da bi opisali termičko širenje, uvodimo koeficijent termalnog širenja. On opisuje kako se veličina objekta mijenja s povećanjem temperature i za različite materijale je različit. Može biti linijski, površinski i volumni. Linijski i volumni koeficijent širenja ćemo detaljnije opisati. U sljedećim primjerima uzet ćemo situacije u kojima promjena temperature nije prevelika pa ćemo uzeti da je koeficijent širenja konstantan i ne mijenja se s temperaturom.

Prvo ćemo promotriti linearno termičko širenje. Šipka duljine  $L_0$  ima neku početnu temperaturu  $T$ . Ako se temperatura promijeni za  $\Delta T$ , duljina šipke se promijeni za  $\Delta L$ . Eksperimentalno je dokazano da ako promjena temperature nije prevelika (otprilike manja od  $100^\circ C$ ) tada je  $\Delta L$  proporcionalno s  $\Delta T$ , a konstanta proporcionalnosti naziva se koeficijent linearnog širenja  $\alpha$  i možemo pisati:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T. \quad (2.1)$$

Također, ako šipka ima duljinu  $L_0$  na temperaturi  $T_0$ , tada je njezina duljina  $L$  na temperaturi  $T = T_0 + \Delta T$  jednaka:

$$L = L_0 + \Delta L = L_0 + \alpha L_0 \Delta T = L_0(1 + \alpha \Delta T). \quad (2.2)$$

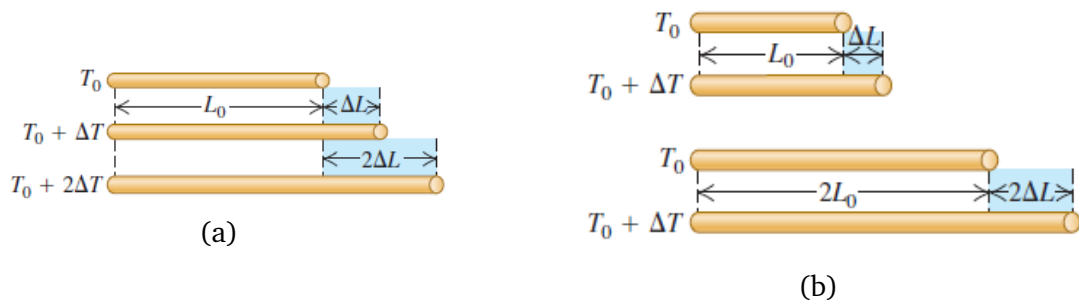
Na slici 2.1<sup>1</sup> možemo vidjeti kako se mijenja duljina šipke s promjenom temperature.

Povećanje temperature zapravo izaziva širenje u svim smjerovima, tj. volumno širenje. Isto kao u prošlom slučaju i ovdje uzimamo slučaj kada nemamo veliko povećanje temperature (otprilike manje od  $100^\circ C$ ). Tada je povećanje volumena  $\Delta V$  proporcionalno s promjenom temperature  $\Delta T$  i s početnim volumenom tijela  $V_0$ :

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T. \quad (2.3)$$

---

<sup>1</sup>Slika je preuzeta iz [2]



Slika 2.1: Veza promjene temperature s  $L_0$  i  $\Delta T$ .

Konstanta proporcionalnosti  $\beta$  naziva se koeficijent volumnog širenja. Za krute tvari postoji jednostavna veza volumnog i linearnog koeficijenta širenja. Zamislimo da imamo kocku čije su stranice duljine  $L$ , a njezin volumen je  $V = L^3$ . Na početnoj temperaturi te veličine iznose  $L_0$  i  $V_0$ . Kada se temperatura poveća za  $dT$ , duljine stranica se povećaju za  $dL$ , a volumen se poveća za  $dV$  i iznosi:

$$dV = \frac{dV}{dL}dL = 3L^2dL. \quad (2.4)$$

Ako  $L$  i  $V$  zamijenimo s njihovim početnim vrijednostima  $L_0$  i  $V_0$  tada je  $dL$  prema jednadžbi 1.1 jednak:

$$dL = \alpha L_0 dT. \quad (2.5)$$

Ako je  $V_0 = L_0^3$ ,  $dV$  možemo pisati:

$$dV = 3L_0^2 \alpha L_0 dT = 3\alpha V_0 dT. \quad (2.6)$$

Prepoznamo da je ova jednadžba jednaka jednadžbi 1.3 samo ako vrijedi:

$$\beta = 3\alpha. \quad (2.7)$$

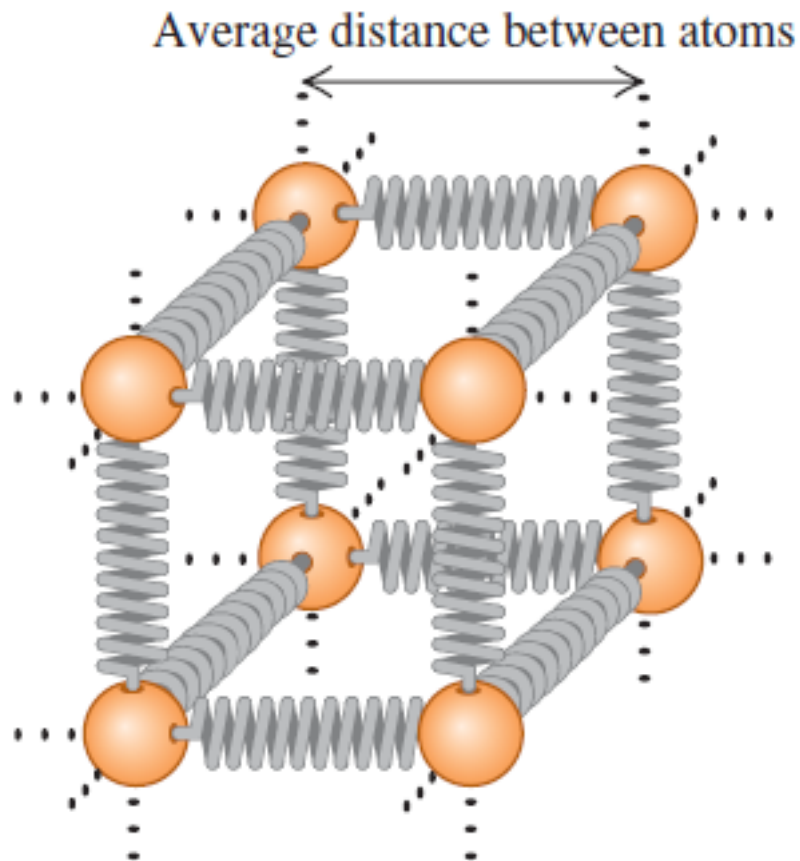
Volumen nakon termičkog širenja je jednak:  $V = V_0 + dV$  i ako uvrstimo izraz za  $dV$  dobivamo vezu početnog i konačnog volumena koji iznosi:

$$V = V_0 + \beta V_0 dT = V_0(1 + \beta dT). \quad (2.8)$$

Kako bi bolje razumijeli termalno širenje možemo ga objasniti na atomskoj razini. Zamislimo međuatomske sile u krutoj tvari kao opruge (Slika 2.2<sup>2</sup>). Svaki atom

<sup>2</sup>Slika je preuzeta iz [2]

vibrira oko ravnotežnog položaja i kada povećamo temperaturu tijela povećaju se energija i amplituda vibriranja. Međuatomske opruge su takve da ih je puno lakše rastegnuti nego stisnuti i to znači da one ne vibriraju simetrično oko ravnotežnog položaja. Zbog tog svojstva kada povećamo amplitudu vibriranja, srednja udaljenost između atoma se povećava. Kako se atomi u tijelu udaljavaju tako se povećava i dimenzija samog tijela.



Slika 2.2: Model međuatomskih sila u krutom tijelu.

## 2.2 Termalno naprezanje

Termalno naprezanje je naprezanje uzrokovano promjenama u temperaturi u materijalu. Ovakvo naprezanje može dovesti do loma ili deformacije materijala. Termalno naprezanje ovisi i o koeficijentu termalnog širenja koji je različit za različite materijale. Pojave koje mogu izazvati toplinsko naprezanje su:

- Termalni gradijent

Zbog naglog hlađenja ili zagrijavanja materijala temperatura na površini i unutar materijala ne će biti ista. U materijalu će se javiti termalno širenje ili skupljanje, a samo gibanje u materijalu izaziva termalno naprezanje.

- Termalni šok

Kombinacija velikog termalnog gradijenta i nagle promjene temperature u lomljivim materijalima. Nagla promjena u temperaturi izaziva naprezanje na površini koja je napeta što dovodi do pukotina i širenja tih pukotina (npr. bacanje kocke leda u toplu vodu izaziva pucanje leda).

- Termalno širenje ili skupljanje

Ako materijal učvrstimo na rubovima da izbjegnemo termalno širenje ili skupljanje i pritom promijenimo temperaturu materijala, to će izazvati termalno naprezanje materijala. Materijal će se htjeti proširiti ili skupiti ali učvršćenja na rubovima to ne dopuštaju što dovodi do deformacije ili pucanja materijala.

Da bi promotрили termalno naprezanje uzet ćemo šipku koju ćemo učvrstiti na krajevima. Prvo trebamo izračunati koliko bi se šipka proširila (ili skupila) da nije učvršćena na krajevima. Zatim trebamo naći koliki je pritisak potreban da skupimo (ili proširimo) šipku do njezine originalne duljine. Šipki početne duljine  $L_0$  i poprečnog presjeka  $A$  držimo duljinu konstantnom i smanjujemo temperaturu. Time izazivamo naprezanje u materijalu. Ako bi šipka bila slobodna frakcijska promjena duljine bila bi:

$$\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{thermal} = \alpha \Delta T. \quad (2.9)$$

Ako su  $\Delta L$  i  $\Delta T$  negativne moramo povećati napetost za iznos  $F$  što je dovoljno da izazove jednaku i suprotnu frakcijsku promjenu duljine ( $\Delta L/L_0$ ). Za daljnje računanje potreban nam je Youngov modul elastičnosti. On je mjera krutosti materijala i jednak je omjeru vučne napetosti i nastale deformacije:

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_0}. \quad (2.10)$$

Prema tome frakcijska promjena duljine je:

$$\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{tension} = \frac{F}{AY}. \quad (2.11)$$

Ako želimo da je duljina konstantna, ukupna frakcijska promjena duljine mora biti nula. Spajanjem jednažbi 2.9 i 2.11 dobivamo:

$$\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{thermal} + \left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{tension} = \alpha\Delta T + \frac{F}{AY} = 0. \quad (2.12)$$

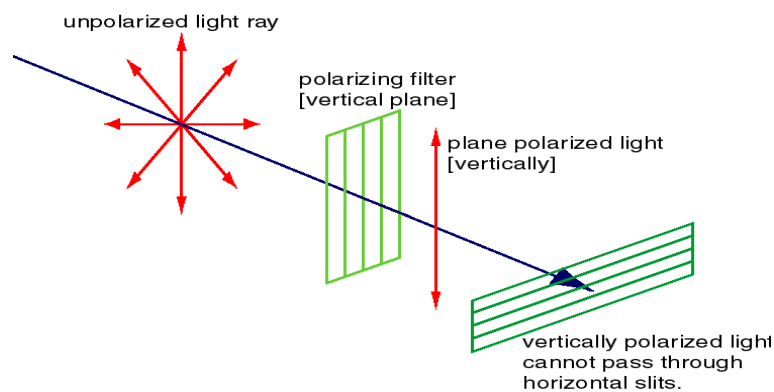
Rješavanjem jednažbe dobivamo da je naprezanje potrebno da duljina šipke ostane stalna jednako:

$$\frac{F}{A} = -Y\alpha\Delta T. \quad (2.13)$$

Ova jednažba znači da ako je  $\Delta T$  negativan, onda su  $F$  i  $F/A$  pozitivni što znači da su sila i naprezanje potrebni da duljina šipke ostane stalna vučni. Ako je  $\Delta T$  pozitivan to znači da su  $F$  i  $F/A$  negativni što nam govori da su potrebna sila i naprezanje kompresivni.

### 2.3 Polarizacija pri naprezanju

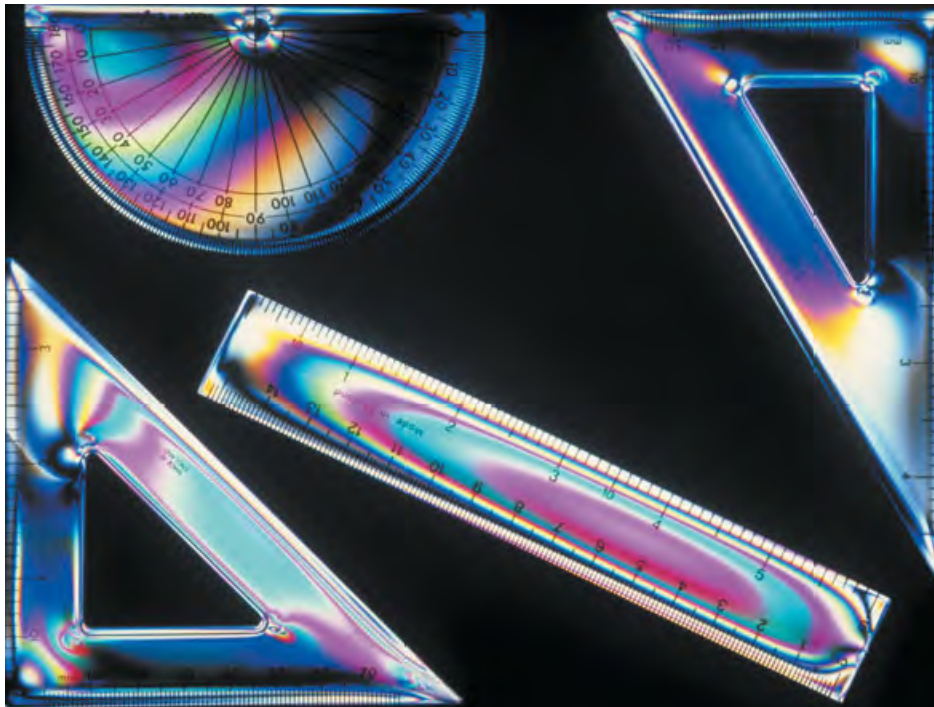
Polarizacija je svojstvo transverzalnih valova. Svjetlost je transverzalni elektromagnetski val koji se sastoji od magnetnog i električnog polja koji su međusobno okomiti i okomiti su na smjer širenja vala. Prirodna svjetlost oko nas je nepolarizirana, tj. ima sve smjerove titranja vektora električnog polja. Da bi dobili polariziranu svjetlost, moramo nepolariziranu svjetlost propustiti kroz polarizator. Polarizator je optički sustav koji propušta samo jednu komponentu električnog polja koja titra samo duž određenog pravca. Svjetlost koja prođe kroz polarizator je polarizirana što znači da električno polje titra samo u jednom smjeru. Na slici 2.3<sup>3</sup> možemo vidjeti primjer polarizacije.



Slika 2.3: Polarizacija svjetlosti.

<sup>3</sup>Slika je preuzeta iz [13]

Osim pomoću polarizatora svjetlost možemo polarizirati refleksijom, raspršenjem, dvolomom, itd. Za analizu naprežanja koristit ćemo polarizaciju pomoću dvoloma koju ćemo promatrati kada materijal stavimo između polarizatora i analizatora. Kada na fotoelastični materijal primijenimo pritisak on postaje dvoloman što znači da se polarizirana zraka koja upada na materijal rastavlja na dva snopa. Ravnine polarizacija ova dva snopa su okomite jedna na drugu i zbog različitog smjera širenja snopovi se šire različitim brzinama. Zbog tog svojstva na izlazu iz materijala postoji razlika u fazi između dva snopa. Dva snopa zatim prolaze kroz analizator koji propušta samo one komponente snopa koje titraju u ravnini njegove osi. Nakon analizatora zrake interferiraju i ovisno o razlici u fazi stvaraju različitu valnu duljinu, tj boju na zaslonu. Na slici 2.4<sup>4</sup> prikazan je primjer polarizacije pomoću dvoloma.



Slika 2.4: Prikaz različitih linija napetosti u priboru za crtanje.

## 2.4 Rupertova kaplja

Rupertova kaplja je stakleni objekt u obliku kapljice. Nastaje kada vruće taljeno staklo ulijemo u hladnu vodu. Tokom formiranja kapljice površina se brže ohladi, a unutarnji dio kapljice ostaje topliji. Zbog toga ohlađena i formirana kapljica na površini ima kompresivno naprežanje, a unutar kapljice vučno naprežanje.

<sup>4</sup>Slika je preuzeta iz [2]

Robert Hooke je u Londonu 1660. godine predstavio kapljicu Kraljevskom društvu za unaprjeđenje prirodnih znanosti. Sama kapljica dobila je ime po njegovom nećaku, Princu Rupertu Bavarskom. On je tu kapljicu donio iz Njemačke i predstavio ju je kralju. U studijama Roberta Hookea nalaze se prvi eksperimenti i objašnjenja nastanka same kapljice [1].

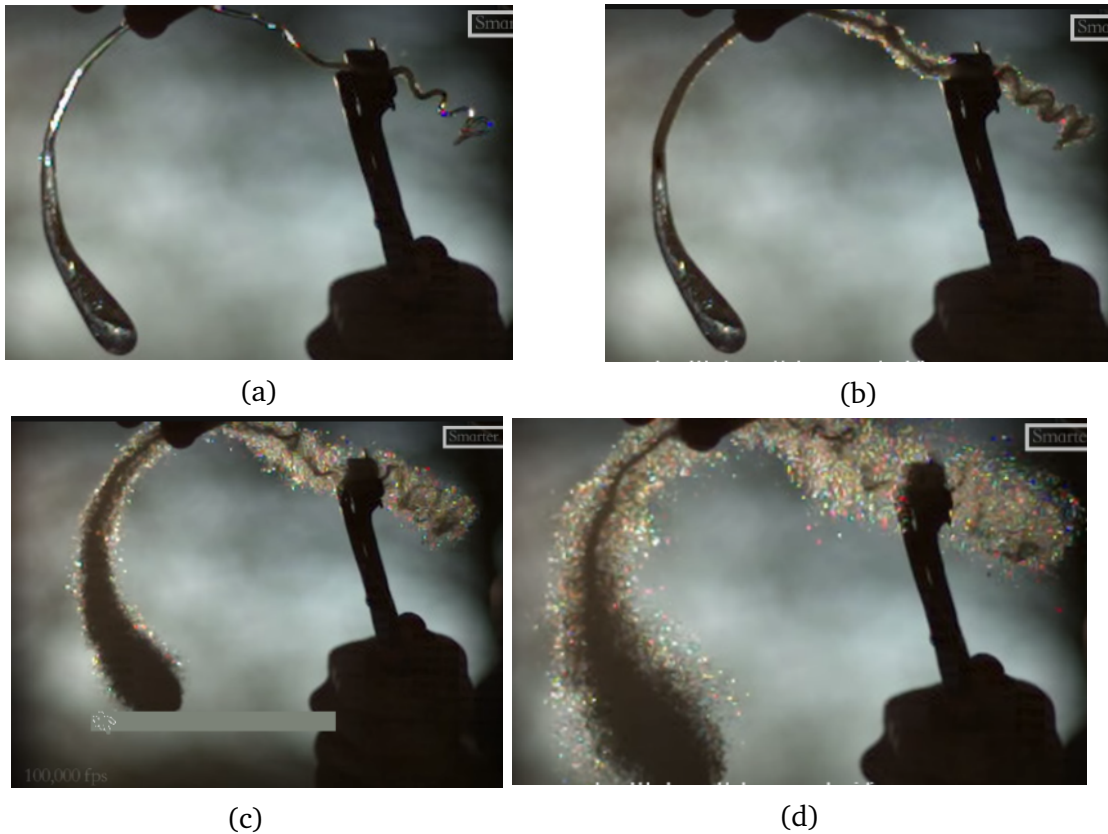
Rupertova kaplja ima posebno svojstvo da kada primijenimo veliki pritisak na glavu kapljice ona će ostati nepromijenjena i neće se deformirati niti razbiti. Ako rep kaplje barem malo oštetimo ona eksplodira i pretvara se u prah praktički u trenu. Proces eksplozije događa se vrlo velikom brzinom od repa prema glavi kaplje. Da bi objasnili ovo svojstvo kaplje moramo detaljnije objasniti proces nastanka same Rupertove kaplje. Vruće staklo koje ulijevamo u vodu je u tekućem stanju i sastoji se od mnogo infinitezimalnih dijelova koji su u međusobnoj interakciji. Kada staklo dodirne vodu dijelovi na površini se hlade, očvrstnu i stvore vanjski dio kaplje. U tom trenu unutrašnjost kaplje je još uvijek u tekućem stanju. U nastavku unutrašnji dio se počinje hladiti i unutrašnji dijelovi počinju vući dijelove na površini prema unutra. Pošto je vanjski dio već očvrstnuo i ne može se više pomicati stvara se kompresivno naprezanje jer se površina pokušava sve više stisnuti ali ne može. Zbog toga ona postaje sve čvršća. Pošto se vanjski dio ne može pomicati unutarnji dio se mora povlačiti prema unutra i stvara vučnu napetost. Zatim se cijela kaplja ohladi i očvrstne u takvom stanju. Na taj način dobili smo kaplju koja na površini ima kompresivno naprezanje što ju čini vrlo čvrstom i teškom za razbiti i koja u unutrašnjosti ima vučno naprezanje. Zbog toga što površina i unutrašnjost imaju različita naprezanja kaplja je vrlo nestabilna. Ako se jedan dio u napetosti razbije cijeli lanac se urušava i kaplja eksplodira. Pošto je površina tj. glava kaplje jako čvrsta vrlo je teško razbiti jedan dio lanca u napetosti, ali u repu kaplje je lako prekinuti taj lanac pa se eksplozija širi iz repa i povlači za sobom sve dijelove kaplje što izaziva trenutnu eksploziju kaplje i otpuštanje velike količine elastične energije. Na slici 2.5<sup>5</sup> prikazana je eksplozija Rupertove kaplje snimljena kamerom koja snima 100 000 slika u sekundi.

## ***2.5 Teorijsko predviđanje brzine pucanja Rupertove kaplje***

Kroz povijest se više puta pokušala odrediti brzina propagacije eksplozije u Rupertovoj kaplji, ali još uvijek nije otkriven točan mehanizam pucanja. Jedan od priznatih

---

<sup>5</sup>Slika je preuzeta iz [3]



Slika 2.5: Proces pucanja Rupertove kaplje.

načina na koji se može izračunati brzina pucanja je prema izrazu  $v = 0,38c_0$  [1] pri čemu je  $c_0$  jednak:

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (2.14)$$

U ovom izrazu  $E$  je Youngov modul, a  $\rho$  je gustoća materijala. Ako se uvrste podaci za razna stakla, dobije se interval brzine između 1265 m/s i 2145 m/s.

Izračunate brzine za nekoliko vrsta stakala nalaze se u tablici 2.1.

Tablica 2.1: Brzine pucanja za različite vrste stakla.

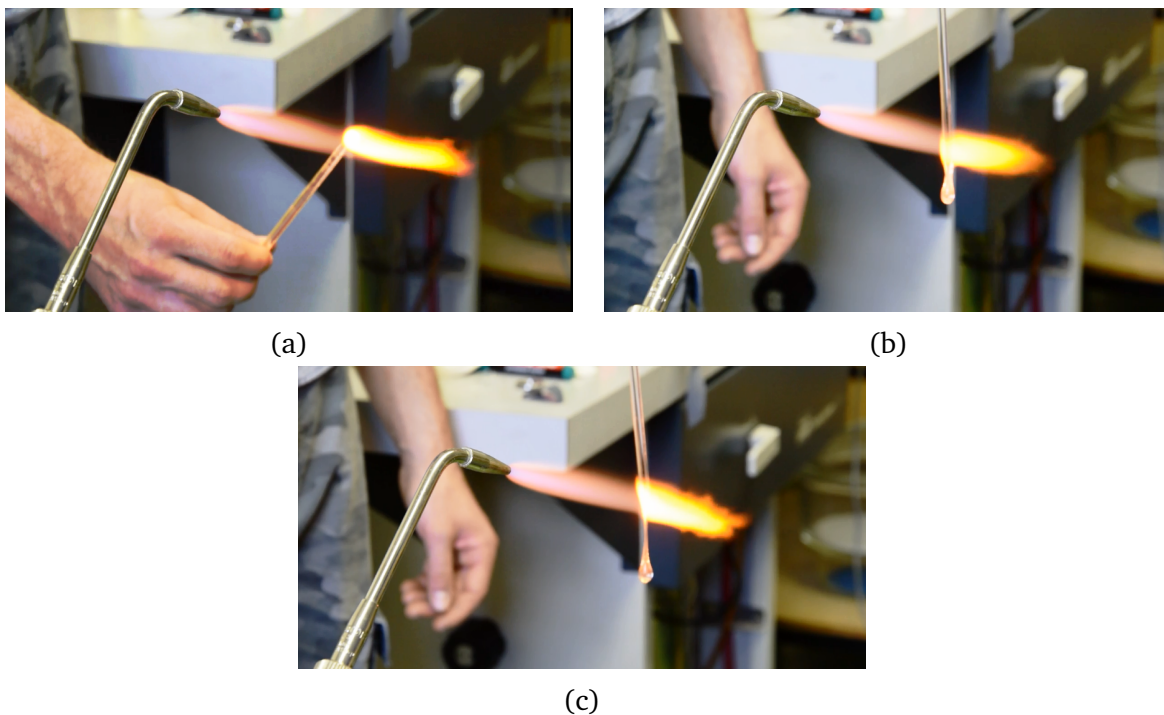
Vrsta stakla	Youngov modul/GPa	Gustoća/ $\text{kg m}^{-3}$	Brzina/ $\text{m s}^{-1}$
Pyrex	65,5	2230	2059
Kvarc	76,6	2649	2043
Borosilikat	64	2230	2036



## 3 Izrada kaplje i sklopa za mjerenje

### 3.1 Izrada kaplje

Kod izrade kaplje morali smo paziti na temperaturu kojom talimo staklo i na vrstu stakla s kojim radimo. Vrstu stakla koju smo odabrali je obično staklo tj. pyrex. Koeficijent volumnog termičkog širenja za pyrex je  $9 \cdot 10^{-6} K^{-1}$  [14]. Za izradu kaplji koristili smo staklene medicinske štapiće i staklene epruvete. Ovisno o štapiću ili epruveti kaplje su izgledale jednako, ali imale su različita svojstva. Proces same izrade je izgledao tako da smo upalili plamenik i zatim mu prislonili staklo. Na vrhu plamenika temperatura je viša, a na dnu niža pa smo na taj način mijenjali temperaturu taljenja. Na kraju smo zaključili da je za izradu kaplje bolje kada temperatura nije previsoka. Primjer izrade kaplje nalazi se na slici 3.1. Svojstvo po kojem se



Slika 3.1: Proces izrade Rupertove kaplje.

kaplje razlikuju je iznos napetosti. Neke su jače napate, a neke manje. U sljedećem poglavlju ću objasniti kako smo provjeravali napetost pojedinih kaplji. Druga stvar koja je različita je veličina kaplje. Tijekom procesa pucanja zaključili smo da manje kaplje lakše pucaju od većih. Problem s kojim smo se susreli tijekom izrade kaplje je bio da je velik broj njih puklo prilikom ulaska u vodu. Napetost u kaplji je bila prevelika i ona se raspršila u vodi. Pretpostavljam da su se raspršile zato jer im je

temperatura taljenja bila previsoka ili staklo nije bilo prikladno za izradu ovakvih kaplji. Na slici 3.2 mogu se vidjeti napravljene kaplje. Iz slike se može zaključiti da su neke manje, neke veće, a također se razlikuju i po duljini repa. Na slici se može



Slika 3.2: Rupertove kaplje.

vidjeti jedna kaplja koja je različita od ostalih. Ta kaplja se nalazi najviše od ostalih i razlikuje se po tome jer je napravljena od kvarca. Ako se pogleda slika vidi se da je ona i oblikom različita od ostalih. Rupertove kaplje su izdužene, a kaplja od kvarca ima deblju glavu i kraća je. Za razliku od ostalih u njoj nema naprezanja što ću objasniti u sljedećem poglavlju. Za nastanak ove kaplje bila je potrebna puno viša temperatura jer kvarc ima više talište. Zbog nedostatka naprezanja ovu kaplju nismo mogli koristiti za mjerenje.

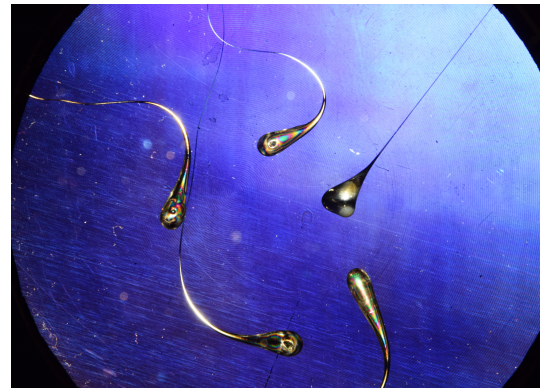
### **3.2 Provjera termičkog naprezanja**

Kako bi provjerali postoji li naprezanje u izrađenim kapljama stavili smo ih između dva polarizatora i usmjerili snop svjetlosti kroz njih. U poglavlju 1.4 opisan je proces na koji način nastaje dvolom u kapljama. Mijenjanjem kuta između polarizatora gledali smo postoje li linije napetosti u kapljama.

Na slici 3.3 pod a) izbliza je prikazana napetost u Rupertovoj kaplji. Različite boje nam govore da postoji napetost i da je ona različite vrijednosti. U b) dijelu slike



(a)



(b)

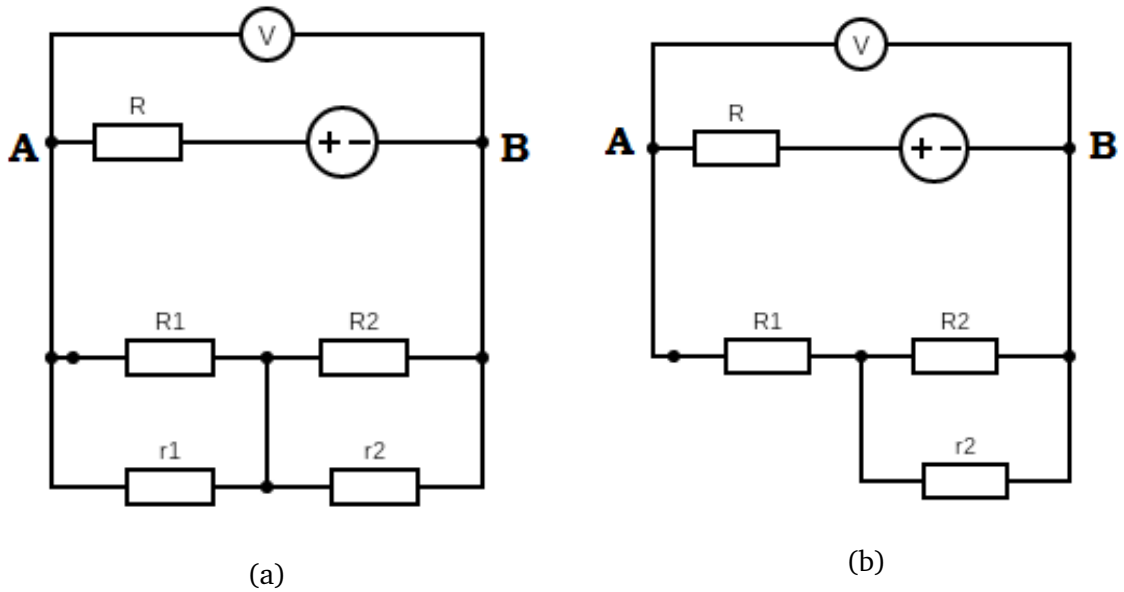
Slika 3.3: Napetost u Rupertovim kapljama.

prikazano je nekoliko kaplji. Na slici se može primijetiti da je jedna kaplja drugačija. Ta kaplja je napravljena od kvarca. Sa slike se vidi da u njoj nema naprezanja što zaključujemo jer nema linije napetosti različitih boja. U njoj ne dolazi do dvoloma svjetlosti kao u ostalima. Razlog zašto nema napetosti je to da kvarc ima mali koeficijent volumnog termičkog širenja. On iznosi  $1 \cdot 10^{-6} K^{-1}$  [14]. Pyreks ima koeficijent  $9 \cdot 10^{-6} K^{-1}$  [14], što je puno veće i zbog toga dolazi do razlike. Zbog toga jer ima mali koeficijent termičkog širenja tokom hlađenja on se puno manje stegne nego obično staklo. Pošto se u isto vrijeme puno manje stegne ne dolazi do napetosti jer se materijal stigne ohladiti bez naprezanja.

### 3.3 Izrada sklopa za mjerenje

Zadatak ovog rada je izračunati brzinu udarnog vala eksplozije kapljice. Da bi došli do brzine treba osmisliti način na koji će se odraditi mjerenje. Mjerenje se izvodi pomoću rezistivne metode. Shema strujnog kruga kojeg treba spojiti prikazana je na slici 3.4. Pokraj njega nalazi se strujni krug koji prikazuje situaciju nakon što eksplozija kaplje krene, tj. kada se prvi kontakt na kaplji prekine.

Strujni krug se sastoji od izvora koji je serijski spojen s otpornikom R. Zatim su s njima u paralelu spojena 2 jednaka otpornika i u paraleli s njima je spojena Rupertova kaplja. Svi otpori R su jednaki i svi mali otpori r su jednakog iznosa. Na Rupertovoj kaplji je vodljivo ljepilo koje predstavlja male otpore r. Točke A i B se spajaju na osciloskop na kojem se očitava pad napona u vremenu. Rupertovu kaplju smo spojili u krug na način da smo prvo na nju stavili vodljivo ljepilo na bazi srebra i zatim smo kada je ljepilo još bilo mokro, zalijepili tri kontakta na nju. Kontakt je vrlo tanki



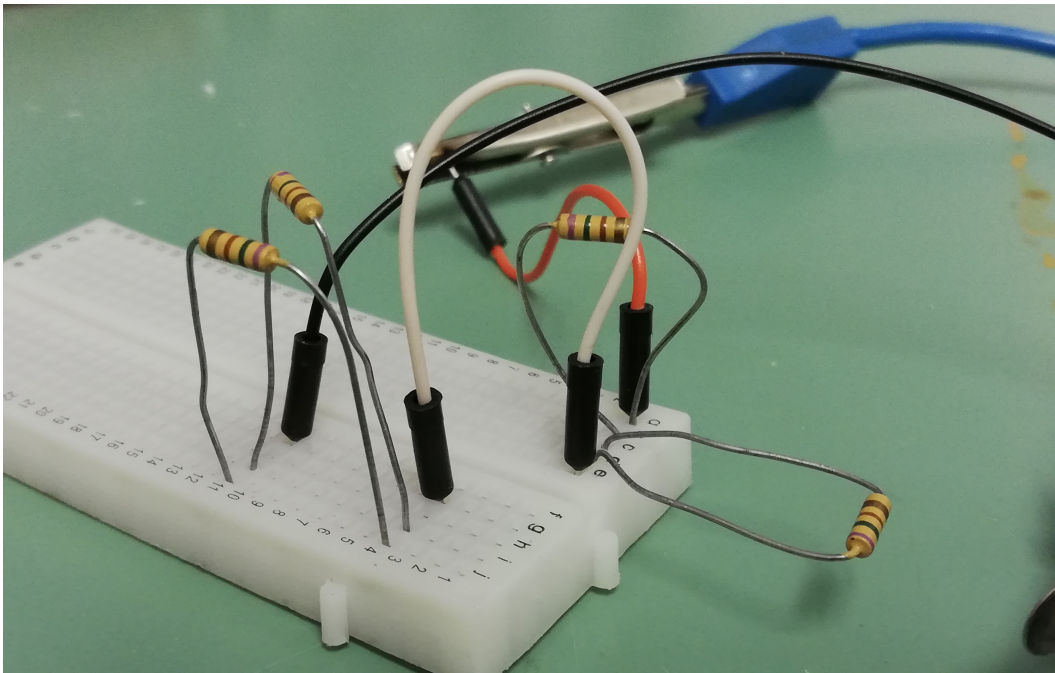
Slika 3.4: Strujni krug za mjerenje brzine eksplozije prije (a) i tokom (b) eksplozije.

vodič. To ljepilo smo ostavili da se suši kroz noć. Kada se osušilo i kada su kontakti bili zalijepljeni za kaplju mogli smo kontakte zalemiti za otpornike R. Na slici 3.5 se vidi kako to izgleda. Na ovoj slici su spojena 3 otpornika R i postoje 3 mala otpora r, ali za mjerenja smo koristili kaplju s 2 otpornika R i 2 mala otpora r. Prije nego smo



Slika 3.5: Rupertova kaplja na koju su spojeni kontakti.

krenuli spajati pravi strujni krug napravili smo model i teorijski izračunali koliki bi trebao biti pad napona nakon što kaplja eksplodira. Model smo radili da provjerimo ispravnost pretpostavljenog strujnog kruga i da vidimo hoćemo li dobiti rezultate koje smo predvidjeli. Model smo napravili tako da smo strujni krug sa slike 3.4 pod a) spojili pomoću proto ploče i umjesto malih otpora  $r$  koje predstavlja vodljivo ljepilo uzeli smo obične otpornike. Da bi demonstrirali eksploziju kaplje odspojili smo jednu nogu otpornika  $r$  što je izazvalo pad napona u krugu. Da bi vidjeli pad napona u strujni krug smo spojili osciloskop pomoću kojeg smo dobili ovisnost pada napona u vremenu. Na slici 3.6 je prikazan model pomoću kojeg smo provjerili ispravnost postava. Nakon mjerenja dobili smo zadovoljavajuće rezultate i mogli smo nastaviti s izradom pravog postava za mjerenje. Teorijski izračun pada napona radili smo tako



Slika 3.6: Model mjerenja.

da smo izračunali efektivne otpore u strujnim krugovima na slici 3.4. Otpore smo izračunali pomoću izraza za ukupan otpor u serijskom i paralelnom spoju:

$$R_s = R_1 + R_2 \quad , \quad \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Za paralelni dio strujnog kruga na slici 3.4 pod a) vrijedi:  $\frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2r}$ . Nakon što smo izračunali koliki je otpor u paralelnom spoju sada imamo serijski zbroj otpornika

R i otpora u paralelnom spoju. Sada će efektivni otpor u cijelom krugu iznositi:

$$R_{eff} = \frac{2rR}{R+r} + R = \frac{3rR + R^2}{R+r} = \frac{R(3r+R)}{R+r}. \quad (3.1)$$

Na isti način ćemo izračunati efektivni otpor u krugu na slici 3.4 pod b). Kod njega paralelni otpor iznosi:  $\frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r}$ . Uz paralelni otpor ovdje imamo dva otpornika R koji su spojeni serijski i sada je efektivni otpor za cijeli krug:

$$R_{eff} = \frac{rR}{R+r} + 2R = \frac{3rR + 2R^2}{R+r} = \frac{R(3r+2R)}{R+r}. \quad (3.2)$$

Na osciloskopu ćemo promatrati kako se mijenja napon između točaka A i B i zbog toga ćemo izračunati koliki bi ti naponi trebali biti. Pad napona na otporniku R između točaka A i B je:  $V_R = IR = \frac{U}{R_{eff}}R$ . Tada će napon između točaka A i B biti jednak:

$$U_{AB} = U - U \frac{R}{R_{eff}} = U \left( 1 - \frac{R}{R_{eff}} \right). \quad (3.3)$$

Sada izračunate otpore iz izraza 3.1 i 3.2 uvrstimo u izraz za napon između A i B točke.

$$U_{AB} = U \left( 1 - \frac{R}{\frac{R(3r+R)}{R+r}} \right) = U \left( 1 - \frac{R+r}{3r+R} \right). \quad (3.4)$$

$$U'_{AB} = U \left( 1 - \frac{R}{\frac{R(3r+2R)}{R+r}} \right) = U \left( 1 - \frac{R+r}{3r+2R} \right). \quad (3.5)$$

Sada samo treba uvrstiti iznose u izračunate izraze. Ako pretpostavimo da su mali otpori r jako mali, tj. da je njihov otpor zapravo zanemariv, a otpornici R imaju iznos R i napon na izvoru je 3 V, tada dobivamo da je u prvom strujnom krugu napon između točaka A i B:

$$U_{AB} = U \left( 1 - \frac{R}{R} \right) = U \cdot 0 = 0V, \quad (3.6)$$

a u drugom strujnom krugu:

$$U'_{AB} = U \left( 1 - \frac{R}{2R} \right) = U \left( 1 - \frac{1}{2} \right) = 1,5V. \quad (3.7)$$

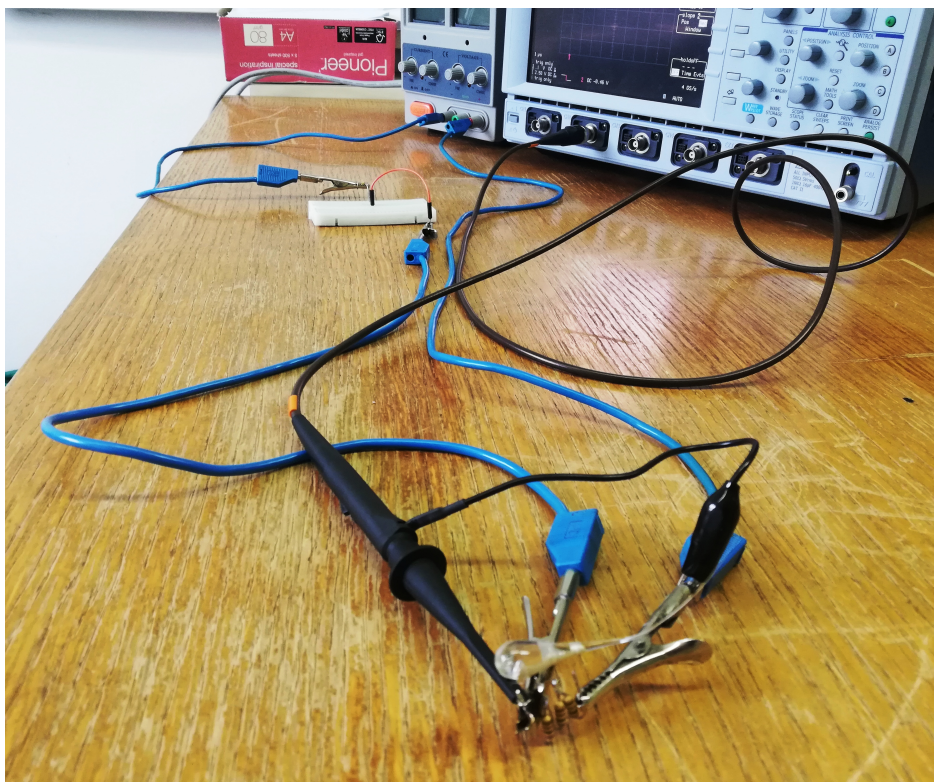
Rezultat koji smo dobili znači da u prvom krugu struja koja prolazi kroz paralelni spoj izabire put manjeg otpora i zapravo se ne mijenja na tom dijelu. To znači da jedino

mjesto gdje će biti pada napona je između točki A i B na otporniku R. Pošto zbroj pada napona u cijelom krugu mora biti nula, između točki A i B imamo izvor napona U koji cijeli padne na otporniku R i osciloskop će tada mjeriti 0 V. U drugom strujnom krugu struja koja prolazi kroz paralelni dio opet se ne mijenja jer izabire put manjeg otpora koji je približno nula. Za razliku od prošlog kruga sada imamo dva otpornika spojena u seriju. To znači da će se pola napona izgubiti na prvom otporniku R, a druga polovica na otporniku R između točki A i B. Sada između točki A i B imamo izvor U i pošto se napon u vanjskom dijelu kruga smanjio za pola, između točki A i B ostalo je pola početnog napona što smo i pokazali u teorijskom izračunu. Kad se kaplja potpuno disintegrira, nestanu svi otpori  $r$ . U tom slučaju strujni krug se satoji od tri jednaka otpornika R s efektivnim otporom  $R_{eff} = 3R$ . Napon koji mjeri osciloskop jednak je:

$$U_{AB} = U \left( 1 - \frac{R}{3R} \right) = 2V. \quad (3.8)$$

Kod mjerenja u modelu dobili smo podatke koji odgovaraju ovoj pretpostavci pa smo mogli nastaviti s izradom pravog postava za mjerenje brzine u Rupertovoj kaplji.

Na slici 3.5 vidimo Rupertovu kaplju na kojoj je vodljivo ljepilo koje predstavlja male otpore  $r$  i na koje smo stavili kontakte koje smo zalemili s otpornicima R. Na taj postav smo još spojili jedan otpornik R i sve spojili na naponski izvor. Svi otpornici R su jednaki i njihov otpor iznosi  $R = 750\Omega$ . U krug smo još dodali osciloskop pomoću kojeg ćemo promatrati padove napona tokom eksplozije kaplje. Postav je prikazan na slici 3.7. Nakon spajanja ovog postava potrebno je samo razbiti Rupertovu kaplju i očitati mjerenja.



Slika 3.7: Postav za mjerenje brzine u Rupertovoj kaplji.



## 4 Mjerenja

Nakon što smo postavili postav upalili smo izvor i krenuli smo puknuti Rupertovu kaplju. Pretpostavka je bila da će kaplja odmah puknuti ako joj oštetimo rep, ali u našem slučaju bilo je potrebno naći određenu poziciju na kojoj kaplja puca i primijeniti određenu silu. U prvom pokušaju mjerenja nismo uspjeli slomiti ni jednu pripremljenu kaplju. Tada smo zaključili da treba izraditi manje kaplje koje lakše pucaju. Većina kaplji je imala vrlo dugačak rep u obliku niti. Repovi su bili dugi i do metar, ali kidanjem tih repova nije došlo do uništenja kapi. Da bi se uništila kap trebalo je primijeniti silu na početku repa, otprilike 1-2 cm ispod glave kaplje. Kada je kaplja napokon pukla osciloskop je zabilježio graf promjene napona u vremenu. Napravili smo dva mjerenja pa imamo dva grafa za analizirati.

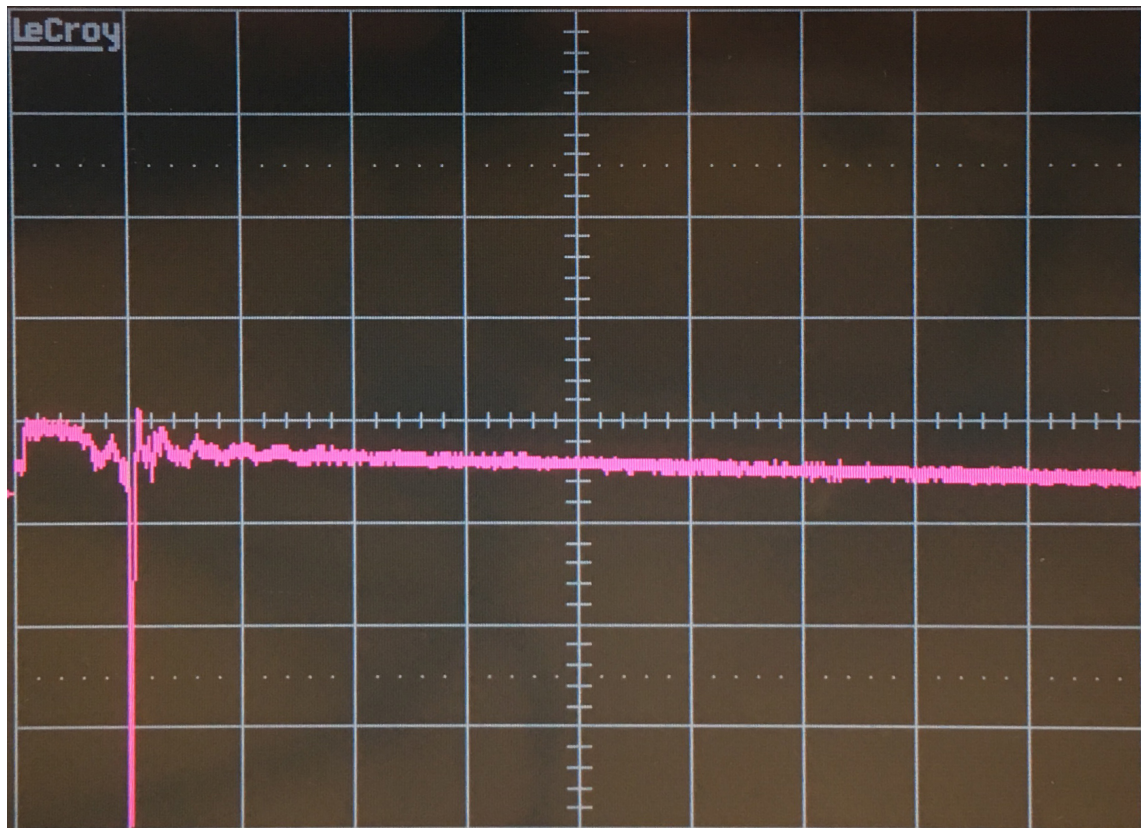
### 4.1 Analiza prvog mjerenja

Za prvo mjerenje postavili smo da je izvor napona  $U = 3V$ . Na osciloskopu smo promatrali U-t graf. Vremenska skala je postavljena na  $1\mu s$ , a naponska skala je postavljena tako da jedan kvadrat predstavlja napon od 1 V. Razmak između kontakata otpornika na prvoj kaplji je iznosio 15,6 mm. Graf koji smo dobili nakon prvog mjerenja prikazan je na slici 4.1. Na grafu možemo očitati da je vrijeme kada je kaplja počela pucati  $-0,2\mu s$ . Na tom mjestu vidimo nagli pad napona zbog smetnji uzrokovanih pritiskom sile na kaplju. Nakon toga napon se polagano kreće smanjivati. Ono što vidimo na grafu je zapravo samo mali dio procesa pucanja stakla zato što je postavljena skala dosta mala i osciloskop nije uspio uloviti cijelu promjenu napona tokom pucanja kaplje. Ono što možemo očitati s grafa jest da ja iznos napona kada je kaplja počela pucati jednak 0,5 V. Sljedećih  $1,8\mu s$  napon pada i za to vrijeme on se smanji za otprilike 0,4 V. To znači da će vrijeme potrebno da napon padne s 0 V na -2 V biti 5 puta veće. To vrijeme će iznositi  $9\mu s$ . Pretpostavit ćemo da je brzina

Tablica 4.1

$\Delta U/V$	$t/\mu s$
0,4	1,8
2	9

propagacije u kaplji jednolika i tada možemo računati brzinu prema izrazu za brzinu



Slika 4.1: Graf ovisnosti napona u vremenu.

jednolikog pravocrtnog gibanja. Brzina je tada jednaka prijeđenom putu u nekom vremenskom intervalu:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \quad (4.1)$$

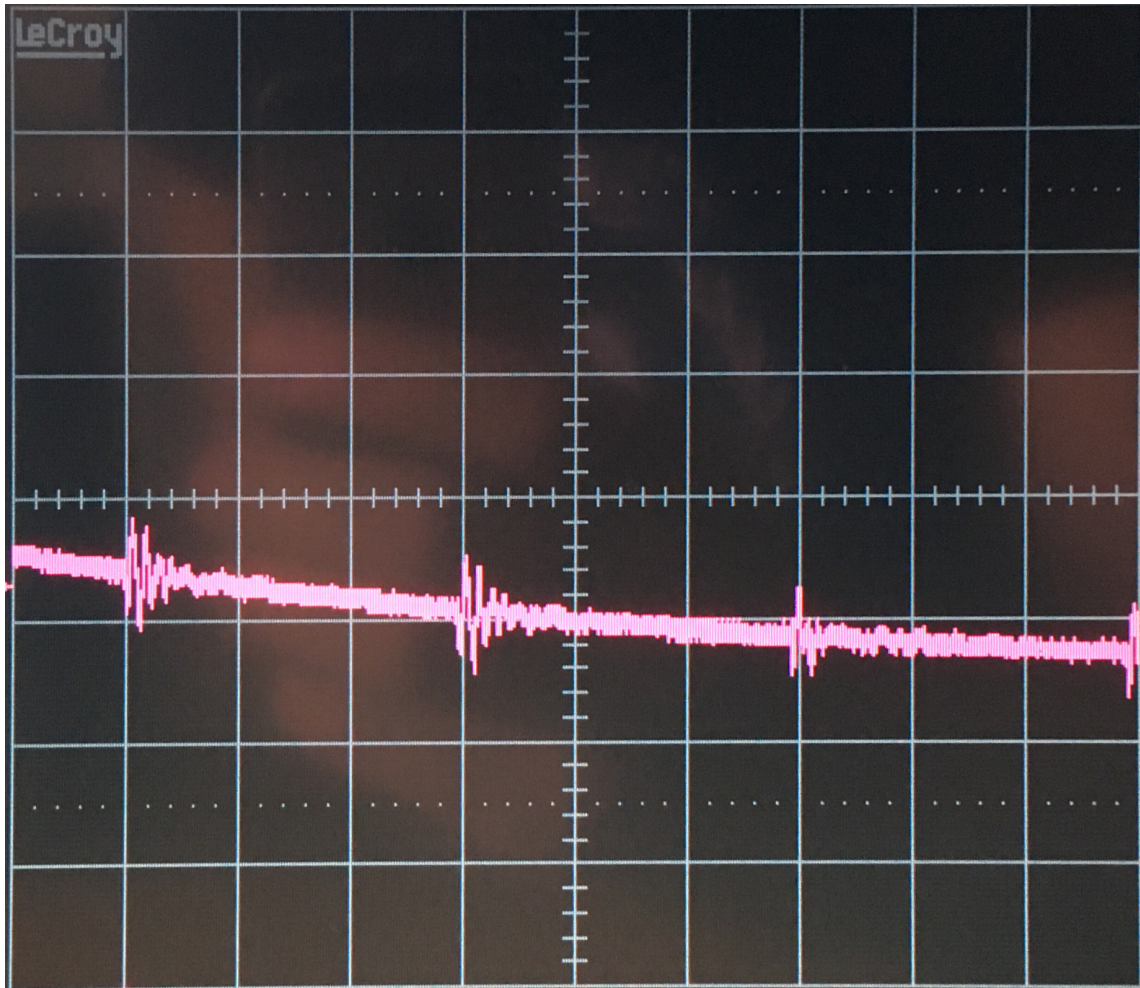
Uvrštavanjem očitanih podataka brzina propagacije u Rupertovoj kaplji iznosi:

$$v = \frac{15,6 \cdot 10^{-3} m}{9 \cdot 10^{-6} s} = 1734 m/s. \quad (4.2)$$

## 4.2 Analiza drugog mjerenja

U drugom mjerenju ponovili smo postupak kao i u prvom mjerenju. Postavili smo napon izvora  $U=3\text{ V}$  i na osciloskopu smo ponovno promatrali  $U-t$  graf, tj. promjenu napona u vremenu. Naponska skala je ostala ista i iznosila je  $1\text{ V}$ , a vremensku skalu smo promijenili. Sada je vremenska skala bila postavljena na  $5\mu s$ . Duljina druge kapljice je bila malo manja i iznosila je  $10,8\text{ mm}$ . Graf koji smo dobili u drugom mjerenju prikazan je na slici 4.2.

Na ovom grafu primjećujemo nekoliko smetnji. One su uzrokovane pucanjem kaplje i micanjem kaplje tokom propagacije eksplozije prilikom čega su se kontakti



Slika 4.2: Graf ovisnosti napona u vremenu.

na kapljici malo pomicali i stvarali smetnje. Iz grafa također primjećujemo da je trenutak u kojem je kaplja pukla bio u  $t = -4\mu s$ . Napon je u tom trenu jednak  $-0,5$  V i s vremenom se dalje smanjivao. U ovom slučaju možemo promatrati kako napon pada  $9\mu s$  što je puno više nego u prvom mjerenju, ali i dalje premalo. Ovdje vidimo otprilike polovinu pucanja kaplje. Nakon  $9\mu s$ , koliko vidimo da se napon smanjivao, on se smanjio za  $0,8$  V. Prema tome vrijeme potrebno da se smanji s  $0$  V na  $-2$  V je  $2,5$  puta veće i iznosi  $22,5\mu s$ . Ponavljamo postupak kao i u prvom mjerenju i računamo

Tablica 4.2

$\Delta U/V$	$t/\mu s$
0,8	9
2	22,5

brzinu prema jednadžbi 4.1 koja predstavlja brzinu za jednoliko pravocrtno gibanje.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \quad (4.3)$$

$$v = \frac{10,8 \cdot 10^{-3} m}{22,5 \cdot 10^{-6} s} = 480 m/s. \quad (4.4)$$

### **4.3 Usporedba mjerenja**

Usporedbom rezultata oba mjerenja zaključujemo da su rezultati dosta različiti što znači da u jednom od mjerenja postoji gruba pogreška. Odbacili smo drugo mjerenje zbog oscilacija u signalu, za koje vjerujemo da su uzrokovane nepotpunim pucanjem ljepila, iako je kaplja pukla.

U tablici 2.1 može se očitati da je predviđena brzina pucanja kaplje za pyrex staklo 2059 m/s. Naše mjerenje iznosi 1734 m/s. To znači da se naše mjerenja razlikuje od teorijske pretpostavke za 16,8 %. Na temelju tog rezultata zaključujem da je mjerenje u redu i u skladu s teorijom.

## 5 Metodički dio

### 5.1 Istraživački usmjerena nastava fizike

Tijekom povijesti važnost obrazovanja se jako mijenjala i u današnje vrijeme obrazovanje bi trebalo biti jedna od najvažnijih grana za društvo. U školi učenici stječu nova znanja, susreću se s novim problemima, pripremaju se za ostatak života i zapravo sa školom započinje njihov odrasli život. Zbog toga oblik nastave koja se vodi u školi treba razvijati i unaprjeđivati.

Za sada je u Hrvatskoj još uvijek najzastupljeniji oblik nastave fizike predavačka nastava. Obilježje te nastave je frontalni rad u kojem nastavnik ima najveću ulogu. U takvoj nastavi učenici su često pasivni, ne sudjeluju u nastavi i ne potiču se na razmišljanje. Njihova je intelektualna aktivnost obično mala, kao i interakcija između nastavnika i učenika. Takva nastava je često nezanimljiva učenicima i oni kroz nju ne razvijaju dovoljnu količinu znanja i vještina. Druga vrsta nastave fizike koja postaje sve popularnija je istraživački usmjerena nastava. Ta vrsta nastave usmjerena je više na učenike. Njima se postavlja neki problem kojeg istraživanjem trebaju riješiti. Pritom učenici formuliraju i testiraju svoje hipoteze, smišljaju i izvode pokuse, samostalno razmišljaju i donose svoje zaključke koje bilježe. Nastavnik je u toj priči također bitan, ali njegova je uloga da prezentira problem i da pitanjima i analogijama vodi učenike u radu. Učenici tada aktivno uče, što znači da razmišljaju o tome što rade i uz pomoć nastavnika organiziraju svoj rad. Na taj način učenici se uče odgovornosti i razvijaju brojne vještine.

Interakcija između učenika i nastavnika te učenika međusobno je također vrlo bitna. Pomoću nje nastavnik saznaje kako učenici napreduju, u kojem smjeru ih treba potaknuti i dobiva povratnu informaciju o svome radu i o tome koliko su učenici naučili. Interaktivnost na nastavi može se potaknuti na nekoliko načina. Jedan od njih je usmjerena rasprava u kojoj nastavnik pitanjima potiče učenike na razmišljanje i na iskazivanje ideja. Zatim ih, ovisno o odgovorima, usmjerava pitanjima do željenog zaključka. Sljedeća metoda je interaktivno izvođenje pokusa. Pokusi se moraju izvoditi tako da svi učenici dobro vide što se u pokusu događa i da se prije pokusa pojasni svaki dio postava pokusa. Kod izvođenja pokusa učenike se potiče na raspravu o predviđanjima, opažanjima i konačno o zaključcima o pokusu. Sljedeća interaktivna metoda je kooperativno rješavanje zadataka u manjim

grupama. Ova metoda je dobra za sve učenike, jer učenici koji su lošijeg znanja imaju oko sebe prijatelje koje će jednostavnije pitati da im nešto objasne nego nastavnika, a uspješniji učenici prilikom objašnjavanja produbljuju razumijevanje gradiva i razvijaju svoje verbalne vještine. Ovaj način rješavanja zadataka je produktivan, jer potiče sve učenike da budu aktivni, dok kod rješavanja zadataka na ploči imamo nekolicinu aktivnih učenika, a ostali često bez razmišljanja prepisuju riješene zadatke s ploče. Još jedna interaktivna nastavna metoda su konceptualna pitanja s karticama. Ova metoda funkcionira tako da se učenicima postavi pitanje i ponudi nekoliko odgovora u formi višestrukog izbora. Zatim učenici dižu svoj odgovor (A, B, C, D) pomoću kartica, a nastavnik proziva učenike da objasne svoje odgovore. Tada učenici argumentiraju svoje odgovore i nakon toga se posavjetuju s ostalim učenicima. Nakon dogovora opet se dižu kartice. Ova metoda može se primijeniti na početku i na kraju sata. Kada se koristi na početku sata služi nastavniku da vidi koliko učenici imaju predznanja i u kojem smjeru treba usmjeriti nastavu. Na kraju sata koristi se za provjeru naučenog sadržaja i za provjeru razumijevanja gradiva. Interaktivnost se postiže i interaktivnim izvodima. Oni se koriste kod težih izvoda, koje bi učenici teško samostalno razumjeli. Koraci izvoda se postavljaju kao problemi koje učenici moraju riješiti. Učenici tada samostalno provode korake, a nastavnik obilazi učenike, prati njihov rad i usmjerava ih. Svaki korak se zatim diskutira u razredu i zapisuje na ploču.

Vrlo bitna stvar kod istraživački usmjerene nastave fizike su očekivani ishodi učenja tog sata. Za svaki nastavni sat treba odrediti ishode učenja za koje smatramo da će ih učenici tijekom sata ostvariti. Ishodi se pišu tako da odredimo što će učenici nakon sata moći interpretirati, primijeniti i objasniti, te koje će sposobnosti tijekom sata razvijati. Kod evaluacije učenika provjeravamo koje su ishode učenici ostvarili, a koje ne. Na temelju toga nastavnik zaključuje koliko je bio uspješan sat i u kojem smjeru treba usmjeriti daljnju nastavu. Iako je ova vrsta nastave učinkovitija od predavačke još uvijek nije dovoljno zastupljena u školama. Jedan od razloga za to je preopširno gradivo, pogotovo u srednjim školama. Zbog toga su nastavnici primorani samo određene teme izvoditi na istraživački način i posvetiti im više vremena, a ostale teme se obrađuju problemski, ali bez eksperimentalnog istraživanja. Sljedeći razlog je nezainteresiranost nastavnika, koji ili nemaju volje za ovu nastavu ili u školama nemaju dovoljno eksperimentalne opreme za ovakvu vrstu nastave.

U nastavku se nalazi primjer nastavne pripreme koja je predviđena za dva sata istraživački usmjerene nastave fizike.

## **5.2 Nastavna priprema iz fizike**

Nastavna jedinica Volumno termičko širenje je tema za 2. razred srednjih škola koje imaju četverogodišnji program. Prije ove teme obrađuje se linearno termičko širenje na kojem učenici nauče što se događa s tijelima prilikom zagrijavanja, ali samo u jednoj dimenziji. Na ovim satovima učenici će proširiti svoje znanje i naučiti što se događa s volumenom tijela prilikom zagrijavanja. Ova priprema je predviđena za dva školska sata istraživački usmjerene nastave fizike. Tema je zanimljiva jer se može povezati s gradivom kemije i biologije prilikom obrade anomalije vode, a tijekom izvoda matematičkih izraza potrebno je povezati se s gradivom matematike. Na nastavi će se izmjenjivati frontalna, individualna nastava te grupni rad. Nastavne metode koje će se koristiti tijekom sata su demonstracija pokusa te učeničko izvođenje pokusa, metoda pisanja/crtanja, konceptualna pitanja s karticama, usmjerena rasprava i kooperativno rješavanje zadataka u manjim skupinama. Od nastavnih pomagala i sredstava koristit će se: kreda, ploča, računalo, projektor, plastična boca, balon, voda, kuhalo za vodu, plamenik, metalna kugla i obruč, upaljač, termometar. U nastavku slijede ishodi nastavnog sata i tijekom sata.

### **OBRAZOVNI ISHODI (OČEKIVANA UČENIČKA POSTIGNUĆA)**

Učenici će:

- razlikovati linearno i volumno termičko širenje
- objasniti pomoću čestičnog modela građe tvari što se događa s volumenom tijela tijekom zagrijavanja
- objasniti značenje koeficijenta volumnog termičkog širenja
- iskazati vezu koeficijenta linearnog i volumnog termičkog širenja
- iskazati vezu početnog volumena i volumena tijela nakon zagrijavanja
- objasniti što se događa s gustoćom tijela tijekom zagrijavanja
- objasniti anomaliju vode

- razvijati kritičko razmišljanje i znanstveno zaključivanje

## **ODGOJNI ISHODI**

- Izražavanje i argumentiranje svog mišljenja
- Poštivanje pravila
- Slušanje i uvažavanje tuđih mišljenja

## **TIJEK NASTAVNOG SATA**

### **1) Uvodni dio**

**Uvodni problem: Kako si možemo pomoći otvoriti staklenku koju je teško otvoriti?**

Učenici daju svoje ideje, vjerojatno će se netko dosjetiti da možemo poklopac staviti pod vruću vodu. Učenike vodimo do toga da to povežu s toplinskim rastezanjem o kojem su učili na prethodnom satu.

**Do sada smo vidjeli da se tijela mogu rastezati linearno u jednoj dimenziji.**

**Pogledajmo sada sljedeći pokus.**

#### **Pokus 1.**

Prije izvođenja pokusa tražimo da učenici zapišu što misle da će se dogoditi kada bocu na kojoj je balon stavimo u vruću vodu.

Nakon što pročitaju pretpostavke izvodimo pokus.

Pozovemo jednog učenika da pomogne staviti balon na bocu i da stavi bocu u vruću vodu. Primjećujemo da se balon napuhao.

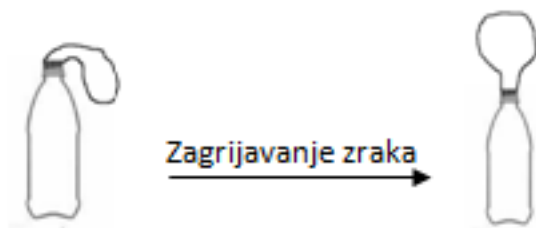
#### **Zašto se balon napuhao?**

Pustimo učenike da razmisle i zapišu svoje odgovore. Zatim prozovemo nekoliko učenika da pročitaju svoja razmišljanja.

Nakon učeničkih opažanja i rasprave učenici zapisuju zaključak da se balon napuhao jer se zraku unutar boce zagrijavanjem povećava volumen.

Tražimo od učenika da se prisjete gradiva s prošlog sata. Na prošlom satu smo promatrali kako se duljina šipke povećava zagrijavanjem.





Slika 5.1: Pokus 1.

**Zašto se zrak širi u svim smjerovima, a na prošlom satu se šipka produljila samo u jednom smjeru?**

Saslušamo odgovore učenika. Tijekom rasprave učenici trebaju zaključiti da se šipki produljila samo duljina zato jer su joj širina i visina jako male, pa se zagrijavanjem te dvije strane zanemarivo rastežu. Zbog toga gledamo samo produljenje duljine, a kod zraka se volumen povećava u svim smjerovima.

Uvodimo naslov: Volumno termičko širenje.

## 2) Središnji dio

**Istraživačko pitanje: Kako se mijenja volumen tijela pri zagrijavanju?**

### Pokus 2.

Pribor potreban za pokus su metalna kugla koja prolazi kroz metalni obruč i plamenik. Prvo pokažemo učenicima da kugla prolazi kroz obruč. Nakon toga tražimo pretpostavku.

**Što će se dogoditi s kuglom kada ju zagrijemo? Hoće li proći kroz obruč?**

Učenici zapisuju pretpostavku i nekoliko učenika pročita svoja razmišljanja.

Zapalimo plamenik i stavimo metalnu kuglu iznad njega da se kugla zagrije. Nakon što se kugla zagrije pokušamo je pustiti kroz obruč. Kugla je sada prevelika i ne može proći kroz obruč. Tražimo od učenika da napišu opažanja i nacrtaju pokus u bilježnice. Nakon čitanja opažanja prokomentiramo pokus.

**Zašto kugla nije prošla kroz obruč?**

Zagrijavanjem smo joj povećali volumen.

### Što se dogodilo s obručem?

Njemu nismo mijenjali volumen i sada on ima manji promjer od kugle pa ona ne može proći.

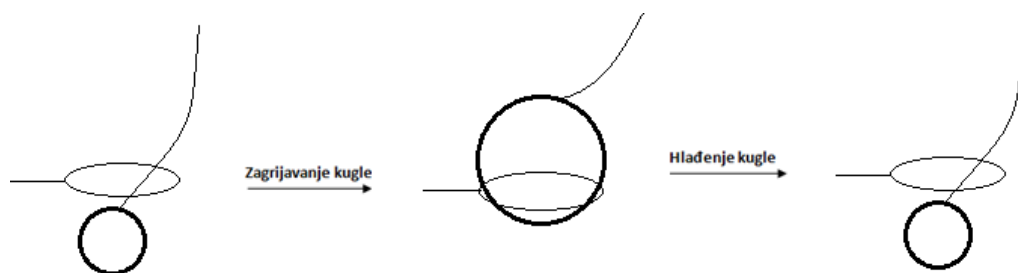
Učenici zaključuju da se zagrijavanjem povećava volumen tijela.

### Što će se dogoditi s kuglom ako ju ohladimo?

Učenici ponovno pišu pretpostavku.

Pustimo kuglu neko vrijeme da se ohladi. Kugla sada ponovno prolazi kroz obruč.

Učenici pišu opažanja i crtaju pokus.



Slika 5.2: Zagrijavanje i hlađenje kugle.

### Zašto je nakon nekog vremena kugla pala kroz obruč? Što se događalo s temperaturom kugle?

Kugla se ohladila i pritom joj se smanjio volumen.

Učenici zaključuju da se hlađenjem tijelu smanjuje volumen.

Nakon što se kugla ohladila ponovno prikažemo da kugla prolazi kroz obruč. Sada promatramo situaciju u kojoj zagrijavamo kuglu i obruč. Ovaj dio pokusa izvodi se samo ako su kugla i obruč od istog materijala.

### Što će se dogoditi ako zagrijemo kuglu i obruč?

Učenici pišu pretpostavke i slušamo njihove odgovore.

Izvedemo pokus. Zagrijavanjem smo povećali volumen kugle i obruča. Kugla u ovoj situaciji prolazi kroz obruč. Učenici pišu opažanja i crtaju pokus.

### Što se dogodilo s promjerom obruča i što to znači?

Učenici uočavaju da se pri tom povećao i promjer otvora obruča.

### Što se dogodilo s volumenom kugle?

Kugli smo također povećali promjer, a s time i volumen.

### Zašto kugla prolazi kroz obruč? Što smo promijenili zagrijavanjem?

Promijenili smo volumen kugle i obruča, ali promjer kugle i nakon zagrijavanja ima manji od promjera obruča.

### Što se dogodi s volumenom kugle i obruča nakon nekog vremena, kad se oni ohlade?

Volumeni se smanje, ali kugla i dalje prolazi kroz obruč jer se smanjuju oba volumena.

Učenici samostalno pišu svoj zaključak: Tijelima se zagrijavanjem povećava volumen, a hlađenjem se volumen smanjuje.



Slika 5.3: Zagrijavanje i hlađenje kugle i obruča.

Da bismo učenicima pokazali zašto dolazi do termičkog širenja na atomskoj razini, pokažemo animaciju koja prikazuje atome povezane oprugama. Opruge predstavljaju međuatomske veze. Nakon što odgledaju animaciju prokomentiramo što vide na njoj.

Kako se atomi u čvrstom tijelu (npr. željeznoj kugli) gibaju?

Titraju oko ravnotežnog položaja.

**Što se događa s atomima kada zagrijavamo tijelo?**

Brže se gibaju i udaljenost između atoma se povećava.

**Što se događa s tijelom ako mu se povećava udaljenost između svih atoma?**

Povećava mu se volumen. Nakon rasprave učenici zaključuju da se zagrijavanjem povećava volumen tijela zato jer se povećava udaljenost između atoma.

Da bismo izveli izraz koji prikazuje ovisnost promjene volumena s promjenom temperature kažemo učenicima da umjesto kugle iz prošlog pokusa radi jednostavnosti zamisle kocku i da ćemo promatrati što se događa pri zagrijavanju kocke.

Prvo nacrtamo na ploču kocku brida duljine  $l_0$ .

Prokomentiramo s učenicima koliki je volumen nacrtane kocke. Nakon rasprave zapisujemo na ploču  $V_0 = l_0^3$ . Nakon toga slijedi rasprava o tome što se događa s kockom kad ju zagrijemo i kako ćemo to nacrtati.

**Što se dogodi s kockom kada ju zagrijemo?**

Poveća joj se volumen.

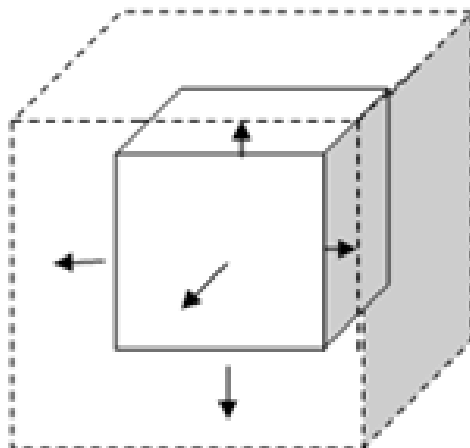
**Kako biste to nacrtali, u kojem se smjeru povećala kugla?**

Kugla se jednoliko povećava u svim smjerovima.

Okolo prvotne kocke crtkano ili drugom bojom nacrtamo veću kocku brida  $l$ . Na slici možemo strelicama označiti smjer širenja. Nakon što nacrtaju sliku učenici zapisuju volumen kocke nakon zagrijavanja.

$$V = l^3 \tag{5.1}$$

Tražimo od učenika da se prisjete s prošlog sata izraza za linearno termičko širenje. Taj izraz ponovno zapišemo na ploču i umjesto  $l$  u volumenu za zagrijanu kocku napišemo izraz za linearno termičko širenje.



Slika 5.4: Volumno termičko širenje.

Sada imamo :

$$V = (l_0(1 + \alpha\Delta T))^3. \quad (5.2)$$

Kažemo učenicima da ovdje imamo kub zbroja i da ćemo primijeniti izraz:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3. \quad (5.3)$$

Raspravimo s učenicima što je u našem slučaju  $a$ , što  $b$  i zapisujemo na ploči. Učenici sami raspisuju izraz za volumen u bilježnice. Nastavnik obilazi učenike i pregledava što učenici pišu. Nakon nekoliko minuta profesor prokomentira što su učenici ispisali i zapisuje izraz na ploči:

$$V = l_0^3(1 + 3\alpha\Delta T + 3(\alpha\Delta T)^2 + (\alpha\Delta T)^3). \quad (5.4)$$

### Što je alfa i koliko otprilike iznosi?

Alfa je koeficijent linearnog termičkog rastezanja i iznos je reda veličine  $10^{-5} K^{-1}$ .

U daljnjoj raspravi učenici zaključuju da kvadriranjem i kubiranjem alfe zadnja dva člana postaju puno manja od alfe pa se zbog toga zadnja dva člana u izrazu 5.4 zanemaruju.

Prekrižimo zadnja dva člana i prepisemo izraz koji nam je ostao:

$$V = l_0^3(1 + 3\alpha\Delta T). \quad (5.5)$$

**Što je  $l_0^3$ ?**

Početni volumen.

Umjesto  $l_0^3$  pišemo  $V_0$ .

**Profesor uvodi novi pojam: koeficijent volumnog termičkog širenja.**

$$3\alpha = \gamma \quad (5.6)$$

Profesor objasni slovo gama i prozove ga koeficijentom volumnog termičkog širenja. Jedinica za gama je  $K^{-1}$  (Kelvin na minus prvu).

**Što nam govori koeficijent termičkog širenja?**

Govori nam koliko puta se poveća volumen tijela kada mu se poveća temperatura za 1 K.

**Npr. koeficijent volumnog termičkog širenja za vodu iznosi  $0,18 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ , što to znači?**

To znači da ako vodi povisimo temperaturu za 1K, njezin volumen će se povećati  $0,18 \cdot 10^{-3}$  puta.

Sada imamo sve potrebne podatke i zapisujemo izraz koji povezuje početni i konačni volumen kocke:

$$V = V_0(1 + \gamma\Delta T). \quad (5.7)$$

**Kako se gustoća tijela mijenja tijekom zagrijavanja?**

Prisjetimo se o čemu ovisi gustoća tijela i zapisujemo izraz na ploči.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (5.8)$$

Prisjetimo se pokusa s balonom i bocom s početka sata. Možemo ponoviti pokus ako je potrebno.

**Što se događa s masom zraka tijekom zagrijavanja?**

Masa se ne mijenja. Raspravimo s učenicima da je masa svojstvo tijela koje se ne

mijenja.

**Što se događa s volumenom zraka u boci tijekom zagrijavanja?**

Povećava se ,što uzrokuje napuhivanje balona.

**Što se događa s česticama čvrstoga tijela kada mu se povećava volumen?**

Između čestica se povećava razmak.

**Ako se povećao razmak, što to govori o gustoći?**

Gustoća se smanjuje.

Analizom izraza za gustoću učenici zaključuju da su volumen i gustoća obrnuto proporcionalni što smo i pokazali pokusom.

**Izvedite izraz za gustoću pri zagrijavanju.**

Učenici zapisuju izraz za početnu gustoću i gustoću nakon zagrijavanja:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \rho_0 = \frac{m}{V_0}. \quad (5.9)$$

Umjesto volumena u izrazu za gustoću nakon zagrijavanja pišu izraz za volumno termičko širenje.

$$\rho = \frac{m}{V_0(1 + \gamma\Delta T)}. \quad (5.10)$$

U zadnjem izrazu prepoznaju izraz za početnu gustoću tijela i sada imaju izraz koji im govori kolika je gustoća nakon zagrijavanja tijela.

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma\Delta T}. \quad (5.11)$$

**Nakon ovog zaključka pitamo učenike misle li da ovo vrijedi za sve tvari. Slušamo ideje učenika. Nakon njihovih ideja pitamo učenike jesu li na nekom drugom predmetu spominjali anomaliju vode i raspravimo što znaju o tome.**

Voda ima posebno svojstvo da joj se volumen tokom zagrijavanja od 0-4° C smanjuje.

**Raspravimo s učenicima što to znači za gustoću vode.**

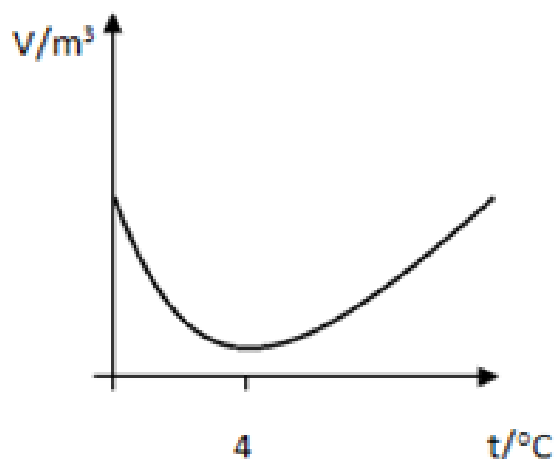
**Ako se volumen smanjuje, a gustoća se povećava, kada će voda imati najveću gustoću?**

Voda će imati najveću gustoću na 4° C.

**Kako se voda ponaša nakon 4° C?**

Voda se ponaša normalno, zagrijavanjem mu se volumen povećava, a gustoća smanjuje.

Na temelju ovih podataka tražimo od učenika da nacrtaju V-t graf <sup>6</sup>za vodu u bilježnicu. Kada oni crtaju profesor obilazi učenike i izabere jednog učenika da crta na ploči te da objasni što je nacrtao.



Slika 5.5: Graf ovisnosti volumena vode o temperaturi.

Sada tražimo od učenika da ovaj zaključak primjene na promjenu temperature vode u jezeru.

**Što se tada događa s volumenom i gustoćom vode kada se temperatura smanjuje?**

Volumen se smanjuje, a gustoća raste.

**Što se dogodi na 4°C?**

Voda tada ima najveću gustoću i padne na dno.

---

<sup>6</sup>Graf je preuzet iz [9], str. 12.



### **A što se dogodi s vodom koja je bila na dnu?**

Diže se na vrh i dalje se hladi jer ne može na dno. Nakon nekog vremena se smrzne.

### **Zašto ribe mogu zimi preživjeti u jezeru?**

Na dnu je toplija voda koja im omogućuje da prežive iako je iznad njih led.

Tražimo da učenici skiciraju ovaj proces u bilježnice i zapišu zaključak.

### **3) Završni dio**

1. Zašto možemo pomoću mlaza vruće vode otvoriti staklenku koju je teško otvoriti?

Poklopac staklenke ima veći koeficijent termičkog širenja od staklenke. Zagrijavanjem staklenke s poklopcem više ćemo povećati volumen poklopcu nego staklenke. Zbog toga poklopac neće biti toliko zategnut i lakše će se otvoriti.

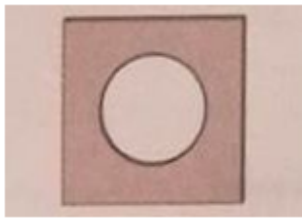
2. Zašto se kod izrade mostova postavlja ovakav mehanizam prikazan na slici 5.6?

Ovisno o temperaturi zraka mostovi mijenjaju svoj volumen. Ljeti se šire, a zimi skupljaju. Ovaj mehanizam se postavlja jer omogućuje širenje mosta bez pucanja, tj. kada se most širi popunjava razmak između mosta i ceste.



Slika 5.6

3. Što će se dogoditi s rupom u ploči nakon što zagrijemo ploču?



Slika 5.7

- a) Povećat će se.
- b) Smanjit će se.
- c) Ostat će ista.

R:a)

4. Bakrena kocka ima pri  $0^{\circ}\text{C}$  brid  $a=5\text{ cm}$ . ( $\alpha(\text{bakar})=1,7 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ )

a) Pri kojoj će temperaturi njezin obujam biti  $126\text{ cm}^3$ ?

b) Koliki je njezin obujam pri  $200^{\circ}\text{C}$ ?

$$a) a = 5\text{ cm} = 0,05\text{ m}$$

$$V_0 = 126\text{ cm}^3 = 126 \cdot 10^{-6}\text{ m}^3$$

$$V = a^3 = 0,05^3 = 125 \cdot 10^{-6}\text{ m}^3$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_2 - 0 = t_2$$

$$V = V_0(1 + 3\alpha\Delta t)$$

$$126 \cdot 10^{-6} = 125 \cdot 10^{-6}(1 + 5,1 \cdot 10^{-5}t_2)$$

$$0,008 = 5,1 \cdot 10^{-5}t_2$$

$$t_2 = 156,86^{\circ}\text{C}$$

(5.12)

$$b) V = V_0(1 + 3\alpha\Delta t)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 200 - 0 = 200^{\circ}\text{C}$$

$$V = 125 \cdot 10^{-6}(1 + 5,1 \cdot 10^{-5} \cdot 200)$$

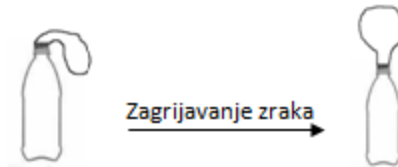
$$V = 126,28\text{ cm}^3$$

(5.13)

**PLAN PLOČE**  
**VOLUMNO TERMIČKO ŠIRENJE**

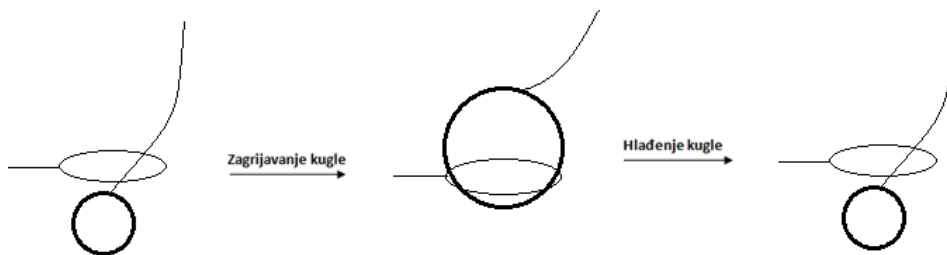
**Pokus 1.**

Kako se mijenja volumen tijela pri zagrijavanju?



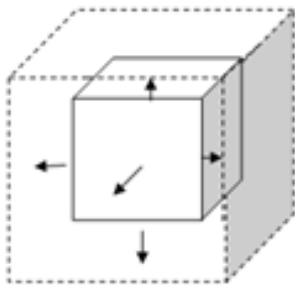
**Pokus 2.**

Zagrijavanje kugle:



Zagrijavanje kugle i obruča:





$$V_0 = l_0^3$$

$$V = l^3 \quad l = l_0(1 + \alpha\Delta T)$$

$$V = l_0^3(1 + \alpha\Delta T)^3$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a = 1; b = \alpha\Delta T$$

$$V = l_0^3(1 + 3\alpha\Delta T + 3(\alpha\Delta T)^2 + (\alpha\Delta T)^3)$$

$$V = l_0^3(1 + 3\alpha\Delta T)$$

$$3\alpha = \gamma \quad \gamma = \text{koeficijent volumnog termičkog širenja} \quad [\gamma] = K^{-1}$$

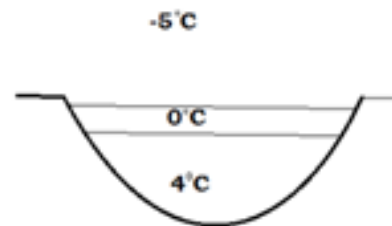
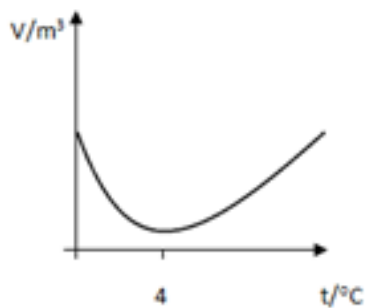
$$V = V_0(1 + \gamma\Delta T)$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \rho_0 = \frac{m}{V_0}$$

$$\rho = \frac{m}{V_0(1 + \gamma\Delta T)} \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma\Delta T}$$

0-4°C → volumen vode se smanjuje

4°C → voda ima najveću gustoću



## 6 Zaključak

U ovom radu bavili smo se staklenim predmetom oblika kaplje tankog, izduženog repa koji se proizvodi tako da se rastaljeno staklo ulije u vodu i naglo hladi. Takva kaplja se naziva Rupertova kaplja. Za potrebe ovog rada izrađivali smo Rupertove kaplje i pomoću rezistivne metode određivali brzinu propagacije eksplozije kaplje. Kod izrade kaplje staklene štapiće smo prislonili uz plamen visoke temperature i čekali da se staklo otali. Nakon toga staklo je palo je u hladnu vodu gdje se formirala kapljica. Da bi provjerili postoji li napetost u kaplji stavili smo ju između dva polarizatora gdje smo uočili pruge različitih boja koje nastaju polarizacijom svjetlosti kroz kaplju. Te pruge su dokazale da postoji napetost.

Da bi odredili brzinu propagacije eksplozije u kaplji koristili smo rezistivnu metodu. Kaplju smo preko vodljivog ljepljiva i tankih kontakata spojili s otpornicima i spojili u strujni krug. Na strujni krug smo priključili osciloskop na kojem smo promatrali ovisnost promjene napona u vremenu prilikom pucanja kaplje. Pomoću grafova koje smo dobili i duljine kaplje izračunali smo brzine propagacije eksplozije u kaplji. Problem kod očitavanja grafova je bio taj što smo postavili premalu vremensku skalu. Zbog toga nismo dobili graf koji prikazuje pad napona od početka do kraja pucanja kaplje, nego samo početak pucanja. Unatoč tom problemu mogli smo izračunati vrijeme pada napona do kraja pucanja.

Brzine koje smo dobili u dva mjerenja vrlo su različite. Brzina kod prvog mjerenja u skladu je s teorijskiom pretpostavkom, tj. nalazi se u intervalu izračunatih teorijskih brzina pucanja kaplje. Brzina koju smo dobili u drugom mjerenju razlikuje se od teorijske pretpostavke. Uzrok krivog rezultata je gruba pogreška prilikom mjerenja. Zbog toga odbacujemo drugo mjerenje i uzimamo u obzir samo rezultat prvog mjerenja. To mjerenje pokazuje da je rezistivna metoda uspješna i da se pomoću nje može odrediti brzinu propagacije eksplozije u Rupertovoj kaplji, ali i da se ova metoda može koristiti za određivanje brzine u raznim eksplozijama.

## Literatura

- [1] Gusenkova, D.; Bochkov, M.; Glushkov, E.; Zotova, J.; Zhabin, S. N. Resistive method for measuring the disintegration speed of Prince Rupert's drops, 2016.
- [2] Young, H.D.; Freedman, R.A. University Physics with modern physics.12th edition. Pearson, 2008.
- [3] SmarterEveryDay:Mystery of Prince Rupert's drop at 130,000 fps  
URL:<https://www.youtube.com/watch?v=xe-f4gokRBs>, 2013.
- [4] Thermal stress URL:[https://en.wikipedia.org/wiki/Thermal\\_stress](https://en.wikipedia.org/wiki/Thermal_stress), 2018.
- [5] Fotoelasticimetrija, Leksikografski zavod Miroslav Krleža  
URL:<http://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=20241#top>
- [6] Josef Golubić, S. Laboratorijske vježbe iz fizika za studente PBF-a  
URL:[http://www.phy.pmf.unizg.hr/~sanja/wp-content/uploads/2013/02/LVF2\\_vjezba51.pdf](http://www.phy.pmf.unizg.hr/~sanja/wp-content/uploads/2013/02/LVF2_vjezba51.pdf) , 2013.
- [7] Planinić, M. Predavanja iz Metodike nastave fizike 1, 2017.
- [8] Mikuličić, B.; Vernić, E.; Varićak, M. Zbirka zadataka iz fizike, Školska knjiga, Zagreb, 2009.
- [9] Labor, J. Fizika 2, udžbenik za 2. razred gimnazije, Alfa Zagreb, 2014.
- [10] Galović,S.; Srdelić,M. Edutorij-digitalni obrazovni sadržaji, Carnet  
URL:[https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/452e1469-e362-4711-abcb-6f535c3b5254/html/1170\\_Volumno\\_termicko\\_sirenje.html](https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/452e1469-e362-4711-abcb-6f535c3b5254/html/1170_Volumno_termicko_sirenje.html)
- [11] Kasalo,V.; Lipošćak,A.; Paris,T. Edutorij-digitalni obrazovni sadržaji, Carnet  
URL:[https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/9fa73ce9-74d3-4c51-9a14-c976650188a6/html/7167\\_Toplinsko\\_sirenje\\_tijela.html](https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/9fa73ce9-74d3-4c51-9a14-c976650188a6/html/7167_Toplinsko_sirenje_tijela.html)
- [12] Galović,S.; Srdelić,M. Edutorij-digitalni obrazovni sadržaji, Carnet  
URL:[https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/452e1469-e362-4711-abcb-6f535c3b5254/html/1170\\_Volumno\\_termicko\\_sirenje.html](https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/452e1469-e362-4711-abcb-6f535c3b5254/html/1170_Volumno_termicko_sirenje.html)

noauth/edutorij/api/proxy-guest/452e1469-e362-4711-abc-  
6f535c3b5254/video/9696-0-termicko-mp4-1533199023993.mp4

[13] URL:<http://yousense.info/3139/01638-polarization.html>

[14] Element, Fizika 3, URL:<https://element.hr/artikli/file/2403>