

# Istraživanje studentskog razumijevanja grafova u fizici i matematici

---

**Kazotti, Elizabeta**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2015**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:641570>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-11**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET**  
**MATEMATIČKI ODSJEK**

Elizabeta Kazotti

**ISTRAŽIVANJE STUDENTSKOG**  
**RAZUMIJEVANJA GRAFOVA**  
**U FIZICI I MATEMATICI**

Diplomski rad

Zagreb, 2015.

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET**  
**MATEMATIČKI ODSJEK**

Elizabeta Kazotti

**ISTRAŽIVANJE STUDENTSKOG  
RAZUMIJEVANJA GRAFOVA  
U FIZICI I MATEMATICI**

Diplomski rad

Voditelj rada:  
dr. sc. Ana Sušac

Zagreb, 2015.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana \_\_\_\_\_ pred ispitnim povjerenstvom u sustavu:

1. \_\_\_\_\_ , predsjednik
2. \_\_\_\_\_ , član
3. \_\_\_\_\_ , član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom \_\_\_\_\_ .

Potpisi članova povjerenstva:

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_

*Zahvaljujem svojoj mentorici dr. sc. Ani Sušac na vodstvu, velikoj pomoći i savjetima te strpljenju pri izradi ovog diplomskog rada. Hvala joj na ukazanom povjerenju, podršci, razumijevanju i usmjeravanju tijekom mojeg studiranja te joj veliko hvala što sam kao njezina studentica uvidjela kakva profesorica želim postati.*

*Hvala studentima na sudjelovanju u istraživanju i svima koji su na bilo koji način doprinjeli izradi ovog diplomskog rada.*

*Hvala mojoj obitelji i prijateljima na ljubavi, bezuvjetnoj podršci i vjeri u moj uspjeh.*

# SADRŽAJ

1	UVOD.....	1
2	STUDENTSKE I UČENIČKE POTEŠKOĆE S GRAFOVIMA .....	5
3	METODE .....	9
3.1	Ispitanici.....	9
3.2	Test .....	9
3.2.1	Konstrukcija testa.....	9
3.2.2	Opis zadataka .....	10
3.3	Mjerenja pokreta očiju.....	12
3.3.1	Definicija.....	12
3.3.2	Povijesni razvoj .....	12
3.3.3	Oko .....	13
3.3.4	Princip rada uređaja za mjerenje pokreta oka .....	14
3.3.5	Postupak mjerenja .....	15
3.4	Analiza podataka .....	16
4	REZULTATI I DISKUSIJA .....	18
4.1	Točnost u rješavanju.....	18
4.1.1	Težina zadataka po konceptualnim područjima .....	19
4.1.2	Utjecaj konteksta na točnost u rješavanju.....	20
4.2	Strategije u rješavanju zadataka .....	23
4.2.1	Strategije u rješavanju zadataka vezanih uz nagib.....	24
4.2.2	Strategije u rješavanju zadataka vezanih uz površinu .....	29
4.3	Rezultati mjerenja pokreta očiju.....	34
4.3.1	Vrijeme rješavanja zadatka.....	35
4.3.2	Usporedbe vremena gledanja po područjima interesa .....	40
5	ZAKLJUČAK I IMPLIKACIJE NA NASTAVU .....	44
6	LITERATURA.....	46
7	PRILOZI.....	48

7.1	Prilog 1 – Test.....	48
7.2	Prilog 2 – Vrijeme gledanja po pojedinim područjima interesa .....	57
7.2.1	Područje interesa „obje osi“ .....	57
7.2.2	Područje interesa „graf“ .....	59
7.2.3	Područje interesa „zadatak“ .....	61
7.2.4	Područje interesa „odgovor“ .....	63
	SAŽETAK.....	65
	SUMMARY .....	67
	ŽIVOTOPIS.....	69

# 1 UVOD

Nacionalni okvirni kurikulum (NOK) dijeli cjelokupni odgojno-obrazovni proces (školovanje) na odgojno-obrazovna područja i odgojno-obrazovne cikluse. Tom podjelom nastoji se postići smisljena povezanost odgojno-obrazovnih sadržaja, fleksibilniji način programiranja i planiranja odgojno-obrazovnog rada fokusiranog prvenstveno na učenika. Temeljno obilježje NOK-a je prelazak na kompetencijski sustav obrazovanja i učenička postignuća, odnosno ishode učenja, za razliku od (do)sadašnjega obrazovanja usmjerenog na sadržaj. Čitajući NOK nailazimo na vrlo entuzijastične odgojno-obrazovne ciljeve kako prirodoslovnog područja (učenici će: naučiti raspravljati o pokusima, analizirati, vrednovati i tumačiti prikupljene podatke, znati prikazati rezultate opažanja i mjerenja grafikonom, tablicom, matematičkim izrazom, tematskom kartom, opisivati prirodne pojave pomoću osnovnih koncepata prirodoslovlja, koristiti modele u objašnjenju prirodnih pojava itd.) tako i matematičkog područja (učenici će: biti osposobljeni za rješavanje matematičkih problema i primjenu matematike u različitim kontekstima, uključujući i svijet rada, učinkovito komunicirati matematička znanja, ideje i rezultate služeći se različitim prikazima itd.) općega obveznoga i srednjoškolskog obrazovanja [11]. No međutim, postavlja se pitanje koliko se ti ciljevi uistinu ostvaruju tijekom školovanja.

U želji za analizom koliko se trenutno postižu odgojno-obrazovni ciljevi NOK-a vezani uz grafove u matematici i prirodnim znanostima, odnosno fizici, provedeno je istraživanje o razumijevanju grafova na studentima psihologije i studentima nastavnčkih smjerova fizike pretežito četvrte godine studija. Tijek i rezultati provedenog istraživanja opisani su u ovom diplomskom radu te su iz njih izvučeni glavni zaključci i implikacije za nastavu i nastavnike matematike i fizike u osnovnim i srednjim školama. Kao predmet istraživanja uzeti su grafovi jer su oni vrlo bitan alat kako u fizici i matematici tako i u svim ostalim znanostima te se sposobnost njihove konstrukcije, razumijevanja i interpretacije smatra važnom vještinom prirodoznanstvene pismenosti. Grafovi su također zanimljivi za proučavanje transfera znanja i dobar su primjer interdisciplinarnosti jer se uče i u matematici i u fizici te se koriste u brojnim drugim disciplinama i svakodnevnom životu.

Konstrukcija, razumijevanje i interpretacija grafova su u samom korijenu prirodnih znanosti jer su grafovi jedan od načina prikazivanja i bilježenja eksperimentalnih rezultata, a prema [1] eksperiment se smatra „srcem“ znanosti. Prema [17] „srce“ obrazovnog sustava je vjera u mogućnost transfera znanja iz jednog odgojno-obrazovnog područja u drugo. Jedan od glavnih ciljeva treba biti da znanja koja učenici usvoje na jednom nastavnim predmetu prenesu, primjenjuju, obogate i prošire u drugim nastavnim predmetima te taj postupak nastave pri prijelazu iz osnovne škole u srednju školu, iz srednje škole na fakultet te jednog dana i prilikom svog zaposlenja i u svom svakodnevnom životu.



Grafovi su u znanosti vrlo rašireni jer predstavljaju vrlo zgusnute izvore informacija koje vješt korisnik može lako i brzo iščitati iz njih [15] dok se iste informacije ne mogu lako iščitati pri prikazu istih podataka u tablici. Prema [22] ne postoji niti jedan drugi statistički alat tako snažan za olakšavanje prepoznavanja obrasca povezanosti u kompleksnim podacima. Grafovi prikupljene podatke prikazuju slikovito te ukratko izlažu veliku količinu informacija dok još dozvoljavaju popravljavanje detalja.

Već nakon prvog odgojno-obrazovnog ciklusa školovanja (nakon završena prva 4 razreda osnovne škole) očekivana učenička postignuća iz matematičkog područja vezana uz prikazivanje podataka i grafove prema NOK-u su:

- učenici će moći prikupiti, razvrstati i organizirati podatke koji proizlaze iz svakodnevnog života te ih prikazati jednostavnim tablicama, piktogramima (slikovnim dijagramima) i stupčastim dijagramima,
- učenici će moći pročitati i protumačiti podatke prikazane jednostavnim tablicama, piktogramima i stupčastim dijagramima.

Nakon završenog drugog odgojno-obrazovnog ciklusa školovanja (petog i šestog razreda OŠ) očekivana učenička postignuća iz matematičkog područja vezana uz prikazivanje podataka i grafove prema NOK-u su:

- prikazati matematičke objekte, ideje, postupke i rješenja riječima, slikama, crtežima, didaktičkim materijalima, dijagramima, grafovima, tablicama, brojevima, simbolima i misaono,
- odabrati i primijeniti prikladan prikaz u skladu s razmatranom situacijom, povezati različite prikaze i prelaziti s jednih na druge,
- prikupiti, razvrstati i organizirati podatke te ih na prikladan način prikazati tablicom, tablicom frekvencija, piktogramom, stupčastim i kružnim dijagramom te sustavnom listom,
- pročitati i protumačiti podatke prikazane tablicama, slikama, listama te različitim grafovima i dijagramima.

Nakon završenog trećeg odgojno-obrazovnog ciklusa školovanja (sedmog i osmog razreda OŠ) očekivana učenička postignuća iz matematičkog područja vezana uz prikazivanje podataka i grafove prema NOK-u su:

- prikazati jednostavnu ovisnost dviju veličina (linearna, čista kvadratna, drugi korijen) riječima, tablicom pridruženih vrijednosti, formulom i grafički, opisati takve prikaze te ih prevesti s jednoga na drugi,
- prikupiti, klasificirati i organizirati podatke te ih na prikladan način, pomoću računala i bez njega, prikazati sustavnom listom, tablicom, tablicom frekvencija, linijskim, stupčastim i kružnim dijagramom, grafikonom, „brkatom kutijom“ („*box and whiskers*” dijagram) i grafom,
- pročitati, tumačiti i analizirati podatke prikazane na različite načine.

Nakon završenog četvrtog odgojno-obrazovnog ciklusa, odnosno cjelokupnog osnovnoškolskog i srednjoškolskog obrazovanja očekivana učenička postignuća iz matematičkog područja prema NOK-u vezana uz prikazivanje podataka i grafove su proširena još ovim ishodima:

- opisati i izvesti jednostavne ovisnosti (veze) dviju veličina formulama, tablicama, grafovima i riječima; prevesti iz jednoga od navedena četiri oblika u drugi te čitati, uspoređivati i tumačiti ovisnosti (veze),
- prepoznati i protumačiti karakteristična svojstva jednostavnih grafova (monotonost, periodičnost) i njihove karakteristične točke (nultočke, ekstremi, točke važne za određenu situaciju) te uspoređivati jednostavne grafove,
- prikupiti, klasificirati i organizirati podatke te ih na prikladan način, pomoću računala i bez njega, prikazati za potrebe statističke analize,
- pročitati, tumačiti i analizirati podatke prikazane na različite načine,
- primijeniti funkcije i njihove grafove u rješavanju matematičkih problema i problema u ostalim odgojno-obrazovnim područjima i svakodnevnomu životu,
- prepoznati približnu linearnu vezu dviju varijabli, odrediti njezine koeficijente te ju rabiti pri modeliranju,
- protumačiti derivaciju funkcije fizikalno (brzina promjene) i geometrijski (koeficijent smjera tangente u točki) te derivirati polinome,
- pomoću derivacije ispitati tok i nacrtati graf polinoma (kvadratnoga i kubnoga),
- geometrijski protumačiti određeni integral te izračunati određeni integral polinoma rabeći Newton-Leibnizovu formulu,
- primijeniti derivaciju i određeni integral pri rješavanju jednostavnih problema.

S obzirom na to da se fizika kao nastavni predmet uči tek u sedmom razredu OŠ prva očekivana učenička postignuća iz prirodoslovnog područja vezana za fiziku i grafove prema NOK-u su tek nakon završenog trećeg odgojno-obrazovnog ciklusa školovanja te se od učenika očekuje da će moći različitim grafičkim prikazima opisati gibanja. Nakon završenog četvrtog odgojno-obrazovnog ciklusa očekivana učenička postignuća iz prirodoslovnog područja vezana uz fiziku i grafove prema NOK-u uglavnom i dalje ostaju vezana samo uz kinematiku te se primjenjuju na analizu složenih gibanja [11].

Možemo uočiti da se planirana učenička postignuća u prirodoslovnom području vezana uz grafove ne spominju baš na puno mjesta za razliku od matematičkog područja, no razvoj vještine razumijevanja, konstrukcije i interpretacije grafova se podrazumijeva u kinematici prilikom analize različitih jednostavnih i složenih gibanja kao i transformacije jednog tipa grafa u drugi, npr. transformacija  $s-t$  grafa u  $v-t$  graf i  $a-t$  graf. Učenici se s grafovima u nastavi fizike susreću i u svim drugim konceptualnim područjima prilikom prikazivanja eksperimentalnih rezultata i analiziranja ovisnosti pojedinih veličina (termodinamici, elektromagnetizmu, titranju, valovima i optici te modernoj fizici), a ne samo u kinematici (mehanicu).

U ispitnom katalogu za državnu maturu iz fizike također su navedeni ishodi koji se ispituju te se uz savladavanje osnovnih fizikalnih koncepata od učenika očekuje i da će moći:

- osmisлити jednostavne pokuse i mjerenja te prikazati i protumačiti njihove rezultate,
- primijeniti osnovna matematička znanja u kontekstu fizike,
- grafički prikazati međuovisnost izmjerenih veličina,
- evaluirati i protumačiti rezultate mjerenja,
- očitati vrijednosti veličina iz grafa,
- na temelju podataka nacrtati graf međuovisnosti dviju veličina,
- u slučaju linearne ovisnosti dviju veličina odrediti koeficijent smjera pravca i protumačiti njegovo značenje,
- rabiti osnovna matematička znanja u fizikalnim problemima (rabiti tablice i dijagrame, nacrtati grafove iz zadanih podataka, interpretirati grafove),
- na temelju jednoga prikaza gibanja napraviti drugi prikaz (tablica  $\leftrightarrow$  graf, graf  $\leftrightarrow$  graf, graf  $\leftrightarrow$  formula),
- odrediti impuls sile iz  $F-t$  grafičkoga prikaza,
- odrediti rad iz grafa ovisnosti sile o pomaku,
- grafički prikazati izohoru, izobaru i izotermu u  $p-T$ ,  $p-V$  i  $V-T$  dijagramima,
- grafički prikazati vremensku ovisnost izmjenične struje i napona,
- opisati matematički te grafički prikazati ovisnost elongacije, brzine i akceleracije titranja o vremenu,
- grafički prikazati ovisnost elongacije o vremenu i položaju za sinusni val te iz grafa odrediti elongaciju, amplitudu, period, valnu duljinu [5].

Iz svega navedenog uočavamo da su planirana učenička postignuća iz prirodoslovnog i matematičkog područja prema [5, 11] vrlo velika i predviđaju transfer znanja učenika iz jednog područja u drugo te se zbog toga prilikom upisa maturanata na studij fizike i matematike, ali i drugih studija, od njih već očekuje da su u svom osnovnoškolskom i srednjoškolskom obrazovanju savladali vještinu konstrukcije, razumijevanja i interpretacije grafova. No, već nakon kratkog perioda visokoškolskog obrazovanja na površinu isplivaju poteškoće s grafovima na vrlo osnovnim razinama, poput poteškoća pri konstrukciji i čitanju grafova kao i pri njihovoj analizi i interpretaciji.

Razumijevanje grafova uključuje očitavanje točke, prepoznavanje ili opis ovisnosti i trenda, određivanje i interpretaciju nagiba grafa te određivanje i interpretaciju površine ispod grafa [15]. S obzirom na to da su grafovi bitni za nastavu fizike i matematike važno je identificirati i proučiti učeničke i studentske poteškoće s grafovima kako bi se formirale nove i učinkovitije metode poučavanja grafova te da bi se vještina konstrukcije, razumijevanja i interpretacije grafova kod učenika i studenata dovela na višu razinu.

## 2 STUDENTSKE I UČENIČKE POTEŠKOĆE S GRAFOVIMA

Učeničko slabo razumijevanje grafova dobro je poznat problem i u matematici i u fizici već dulji vremenski period te su provedena mnoga edukacijska istraživanja u području matematike i fizike kako bi se identificirale najčešće učeničke poteškoće s interpretiranjem i razumijevanjem grafova. U ovom poglavlju navest ću glavne rezultate nekih istaknutijih studija.

McDermott i suradnici 1987. su proveli istraživanje razumijevanja grafova u kontekstu kinematike koje je trajalo nekoliko godina na Sveučilištu Washington na nekoliko stotina svojih studenata koji su polazili pripremni kolegij fizike u trajanju od jedne godine [10]. Rezultati istraživanja su pokazali da studenti imaju poteškoće s povezivanjem svojstava grafa i fizikalnih koncepata te poteškoće s povezivanjem grafa i stvarne pojave koju graf opisuje. Beichner je 1994. konstruirao test razumijevanja grafova u kinematici nazvan *Test of Understanding Graphs in Kinematics* (TUG-K) koji je sadržavao 21 pitanje višestrukog izbora te je njime testirao 895 srednjoškolaca i studenata [2]. U tablici 2.1 navedeni su obrazovni ishodi čija se ostvarenost željela provjeriti spomenutim testom.

Zadano je:	Ispitanici trebaju:
$s-t$ graf	Odrediti brzinu
$v-t$ graf	Odrediti akceleraciju
$v-t$ graf	Odrediti pomak
$a-t$ graf	Odrediti promjenu brzine
Graf iz kinematike	Pridružiti drugi odgovarajući graf
Graf iz kinematike	Pridružiti odgovarajući opis riječima
Opis gibanja riječima	Pridružiti odgovarajući graf

Tablica 2.1: Obrazovni ishodi čiju je ostvarenost provjeravao TUG-K [1, 2]

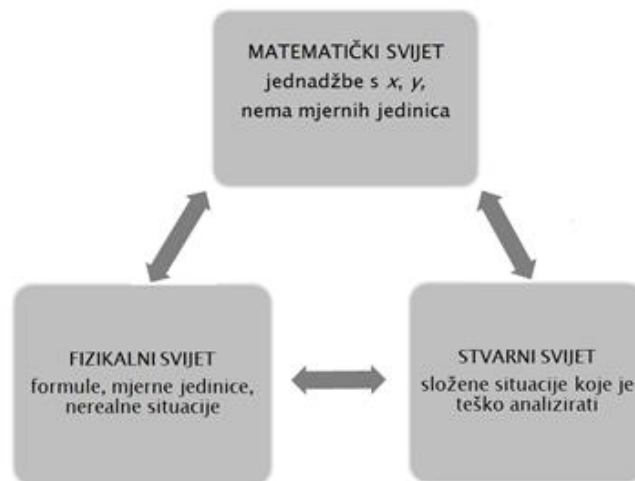
Neki od uočenih problema iz ovih dvaju istraživanja su tretiranje grafa kao slike putanje gibanja, nerazlikovanje nagiba i visine grafa, odnosno vrijednosti funkcije, poteškoće s interpretacijom promjene visine grafa i promjene nagiba na grafu, poteškoće s interpretacijom površine ispod krivulje grafa, nepovezivanje jednog tipa grafa s drugim, tj. poteškoće prilikom transformacije jedne vrste grafa u drugu te poteškoće prilikom povezivanja opisa gibanja iz teksta zadatka s odgovarajućim elementima grafa [1, 2, 10, 19] što su već ranije pokazala i edukacijska istraživanja u matematici [9].

Planinić i suradnice su htjele istražiti hoće li ispitanici koji znaju analizirati grafove u matematici znati primijeniti to znanje u fizikalnom kontekstu, odnosno postoji li transfer znanja među područjima te su u tu svrhu provele istraživanje u Hrvatskoj u rujnu 2008. godine. U istraživanju je sudjelovalo 80 učenika drugih razreda dviju zagrebačkih

gimnazija te 13 gimnazijalaca i 21 učenik strukovne škole iz Slunja (također polaznici drugog razreda). Test je sadržavao 8 parova paralelnih pitanja višestrukog izbora te je za rješavanje svakog para pitanja trebalo provesti jednak matematički postupak. Testom se ispitivala sposobnost učeničkog očitavanja vrijednosti s grafa, određivanja i interpretacije nagiba grafa te određivanja i interpretacije površine ispod grafa. U svim je školama značajno slabije riješen dio testa iz fizikalnog područja u odnosu na dio testa iz matematičkog područja, što sugerira da nedostatak znanja iz matematike nije glavni uzrok učeničkim poteškoćama s grafovima u fizici. Taj zaključak je bio i očekivan jer zadatci iz fizike osim matematičkog znanja zahtijevaju od učenika i sposobnost interpretacije fizikalnih veličina. U istraživanju se, dakle, uočio vrlo slab transfer znanja između matematike i fizike te vezanost znanja uz kontekst u kojem se ono usvajalo [19].

Rezultati istraživanja Nguyena i Rebella iz 2011. godine su pokazala da studenti iako znaju činjenicu da je površina ispod grafa funkcije jednaka određenom integralu te funkcije, ne znaju to prepoznati na grafu. Naime, uz ponuđenu vrijednost određenog integrala, studenti ne znaju prepoznati koja od površina ispod krivulja na ponuđenim grafovima odgovara danom integralu. Uočeno je i da studenti znaju činjenicu da je površina ispod krivulje u  $F$ - $x$  grafu obavljeni rad ( $W$ ), no međutim ne znaju zbog čega je to tako [12].

Matematika u fizici ima svoje posebnosti; fizika uvodi distinkcije među veličinama kojih u matematici nema (trenutna brzina, srednja brzina, rezultatna brzina, promjena brzine i sl.), u matematici učenici proučavaju isključivo funkcije jedne varijable dok ih u fizici obično ima više te su oznake, nazivi i jezik fizike malo drugačiji od istih u matematici [14]. U istraživanjima je uočeno da učenici probleme razvrstavaju prema njihovim površinskim, a ne strukturnim karakteristikama, a rezultat toga je neaktivacija matematičkih znanja u fizici. Prema [17] aktiviranje znanja (resursa) u pojedinoj situaciji ovisi o tome kako učenici/studenti prepoznaju određeni problem te u koju ga grupu problema svrstaju/kategoriziraju. Učenici/studenti moraju prvo interpretirati problem i odlučiti koje vrste resursa zahtjeva rješavanje zadanog problema kako bi ih mogli aktivirati. Uz direktnu primjenu transfera znanja prilikom rješavanja problema u drugom kontekstu, on se može manifestirati i kao povećanje sposobnosti za učenje ili priprema za buduće učenje. Prema [1, 17] Woolnough 2000. je primijetio otpor kod učenika prema korištenju matematičkih pojmova u fizici te je kroz intervjue uočio da učenici funkcioniraju u tri odvojena kognitivna svijeta (matematički svijet, fizikalni svijet i stvarni svijet) prikazana na slici 2.1. Svaki od svjetova za učenike ima zaseban skup pravila međusobno povezanih slabim vezama.



**Slika 2.1: Učenički kognitivni svjetovi [17]**

Sve navedene činjenice prema [17] potaknule su Planinić i suradnice na provođenje novog istraživanja u svrhu boljeg razumijevanja porijekla učeničkih poteškoća s grafovima u fizici. Istraživanje je provedeno na 385 studenata nastavničkih i istraživačkih smjerova matematike i fizike prve godine Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu na samom početku prvog semestra 2010. godine [16]. Test je sadržavao 8 skupina pitanja (4 skupine su činili zadatci višestrukog izbora i 4 skupine su činili zadatci otvorenog tipa) te je svaka skupina sadržavala tri paralelna pitanja, jedno u kontekstu matematike, jedno u kontekstu fizike i jedno u nekom drugom, nefizikalnom kontekstu. Rezultati istraživanja su pokazali da je koncept nagiba grafa bolje usvojen od koncepta površine ispod grafa te se pokazalo da su studenti najbolje riješili zadatke u kontekstu matematike dok su podjednako dobro riješili zadatke iz fizike koji su im bili poznati i zadatke iz drugih konteksta s kojima se prije nisu puno susretali što ukazuje na činjenicu da kinematika učenicima i studentima ostaje zahtjevan kontekst usprkos prethodnom učenju. Autorice mogućim razlogom ovakvih rezultata smatraju pretjerano oslanjanje učenika i nastavnika na formule čime se blokiraju drugi načini zaključivanja [16, 17]. Prema [17] u ovom istraživanju koncept nagiba se pokazao prilično homogenim i ima indicija da su ga studenti relativno uspješno transferirali iz matematike u fiziku i u druge kontekste. S druge strane smatra se važnim više razvijati interpretaciju značenja površine ispod grafa jer su tu uočeni najveći problemi. Transfer znanja se najčešće odvijao iz matematike u fiziku, no bilo je i obratnih primjera, a dosta je čest bio i transfer znanja iz fizike u druge kontekste.

U opisanom testu (koji se sastojao od 24 pitanja) analizirana su i kategorizirana studentska obrazloženja [1, 18]. Evo primjera najčešćih učeničkih/studentskih poteškoća koje su uočene; slabo povezivanje grafa i gibanja, shvaćanje grafa kao “fotografije” gibanja (učenici često ne razumiju da je graf simbolička reprezentacija međuovisnosti dviju veličina), zamjena nagiba grafa visinom grafa (učenici o nagibu zaključuju prema

visini grafa), zamjena intervala točkom (znak  $\Delta$  učenicima često nije jasan, nagib pokušavaju odrediti iz jedne točke grafa), poteškoće pri interpretaciji značenja nagiba grafa, poteškoće pri interpretaciji značenja površine ispod grafa (površinu koja ima kvadratnu jedinicu interpretiramo kao veličinu s linearnom jedinicom put/pomak), poteškoće s akceleracijom (povezivanje akceleracije s brzinom, umjesto s promjenom brzine), poteškoće pri povezivanju matematike i fizike (linearna ovisnost nije uvijek proporcionalnost), neuočavanje veličina na osima (učenici očekuju da  $v-t$ ,  $s-t$  i  $a-t$  graf za isto gibanje slično izgledaju) [1, 14, 15, 18].

## 3 METODE

### 3.1 Ispitanici

Istraživanje je provedeno u svibnju, listopadu i studenom 2014. godine na studentima nastavničkih studija fizike Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu i na studentima psihologije Filozofskog fakulteta i Hrvatskih studija u Zagrebu. Od nastavničkih studija fizike sudjelovali su studenti sljedećih smjerova: profesor fizike, profesor matematike i fizike, profesor fizike i kemije, profesor fizike i informatike. U istraživanju su ukupno sudjelovala 92 ispitanika uglavnom četvrte godine studija prosječne dobi ( $23 \pm 4$ ) godine, od čega 45 studenata fizike i 47 studenata psihologije. Od studenata fizike sudjelovalo je 26 ispitanika ženskog spola i 19 ispitanika muškog spola, dok je od studenata psihologije sudjelovalo 37 ispitanika ženskog spola i 10 ispitanika muškog spola, što čini ukupno 63 ispitanika ženskog spola i 29 ispitanika muškog spola. Važno je napomenuti da su studenti fizike učili fiziku i matematiku u osnovnoj i srednjoj školi te još tijekom studija dok znanje fizike i matematike studenata psihologije potječe samo od njihovog učenja u osnovnoj i srednjoj školi.

### 3.2 Test

#### 3.2.1 Konstrukcija testa

Testom se istraživalo studentsko razumijevanje grafova u fizici i matematici pa se on sastojao od dvije grupe po četiri zadatka. Jedna grupa zadataka ispitivala je studentsko razumijevanje grafova u fizici dok je druga grupa zadataka ispitivala studentsko razumijevanje grafova u matematici, odnosno svakodnevnom životu. Grupa zadataka koja je ispitivala studentsko razumijevanje grafova u matematici je vezana uz novac s kojim svi svakodnevno manipuliramo pa je taj kontekst blizak i poznat svim ispitanicima. Zadatci po grupama su paralelni na način da su matematički koncept koji se ispituje, procedura koju treba provesti pa čak i graf potpuno jednaki, samo je kontekst zadataka različit. Dakle, svaki od grafova se u testu pojavljuje dva puta, samo su veličine na osima promijenjene ovisno o kontekstu koji se ispituje, jednom je to kinematika, odnosno fizika, a drugi puta kontekst vezan uz novac, odnosno matematika. Kontekst vezan uz novac, tj. uz svakodnevni život u ovom istraživanju nazvan je matematičkim kontekstom. Po dva zadatka iz svake grupe ispituju kvalitativno razumijevanje, odnosno procjenu od čega jedan zadatak ispituje procjenu nagiba, a drugi procjenu površine dok preostala dva zadatka iz svake grupe ispituju kvantitativno razumijevanje, odnosno račun te također jedan zadatak ispituje račun nagiba, a drugi račun površine.



### 3.2.2 Opis zadataka

Svi zadatci su višestrukog izbora te su od njih konstruirane dvije verzije testa koje su se razlikovale samo po redoslijedu zadataka kako bi se izbjegao utjecaj redoslijeda zadataka na rezultate istraživanja. Zadatci nisu bili numerirani te su poredani tako da nikoja dva susjedna zadatka nisu istog konteksta i tako da paralelni zadatci ne dolaze jedan iza drugoga. Test se nalazi u Prilogu 1.

Kvalitativni zadatak u kojem se ispituje razumijevanje nagiba u kontekstu fizike sastoji se od grafa na kojem su prikazane brzine dvaju tijela u ovisnosti o vremenu te se traži usporedba ubrzanja tih dvaju tijela (Zadatak 1, Prilog 1). Ovim zadatkom ispitivalo se znaju li studenti interpretaciju koeficijenta smjera pravca u  $v-t$  grafu te znaju li procijeniti koji od dva zadana pravca ima manji/veći nagib. Dakle, od studenata se očekivalo da uoče da je nagib pravca u  $v-t$  grafu akceleracija tijela, odnosno njegovo ubrzanje te da od dva pravca prikazana na istom grafu manji nagib ima onaj koji za jednaku promjenu veličine na  $x$ -osi ima manju promjenu veličine na  $y$ -osi, tj. manje ubrzanje. Manju promjenu na  $y$ -osi za npr.  $\Delta x = 1$  s ima pravac koji prikazuje brzinu tijela A u ovisnosti o vremenu pa tijelo A ima manje ubrzanje od tijela B.

Kvalitativni zadatak u kojem se ispituje razumijevanje nagiba u kontekstu matematike, odnosno svakodnevnog života sastoji se od sličnog grafa kao u prethodnom zadatku samo su na njemu prikazane cijene dviju različitih dionica u ovisnosti o vremenu te se traži usporedba brzina rasta cijena tih dionica (Zadatak 5, Prilog 1). Ovim zadatkom se također ispitivalo znaju li studenti interpretaciju nagiba pravca u zadanom grafu te znaju li procijeniti koji od dva zadana pravca ima manji/veći nagib. Dakle, od studenata se očekivalo da uoče da je nagib pravca u ovome grafu brzina rasta cijene dionica te da od dva pravca prikazana na istom grafu manji nagib ima onaj koji za jednaku promjenu veličine na  $x$ -osi ima manju promjenu veličine na  $y$ -osi, tj. manju brzinu rasta cijene dionice. Manju promjenu na  $y$ -osi za npr.  $\Delta x = 1$  mjesec ima pravac koji prikazuje cijenu dionice EXP u ovisnosti o vremenu pa je brzina rasta cijene dionice EXP manja od brzine rasta cijene dionice ING.

Kvantitativni zadatak u kojem se ispituje razumijevanje nagiba u kontekstu fizike sastoji se od grafa na kojem je prikazana brzina vlaka u ovisnosti o vremenu te se traži ubrzanje vlaka (Zadatak 2, Prilog 1). Ovim zadatkom se opet ispitivalo znaju li studenti interpretaciju nagiba pravca u  $v-t$  grafu te znaju li izračunati taj nagib u konkretnom primjeru. Dakle, od studenata se očekivalo da uoče da je nagib pravca u  $v-t$  grafu akceleracija tijela, odnosno njegovo ubrzanje te da ga izračunaju kao kvocijent promjene brzine i vremena u kojemu se ta promjena dogodila i kao konačan rezultat dobiju da je ubrzanje vlaka  $0.5 \text{ m/s}^2$ .

Kvantitativni zadatak u kojem se ispituje razumijevanje nagiba u kontekstu matematike sastoji se od grafa na kojem je prikazana ukupna cijena telefonskih poziva u ovisnosti o

trajanju poziva te se traži cijena telefonskog razgovora po minuti (Zadatak 6, Prilog 1). Ovim zadatkom ispitivalo se hoće li studenti uočiti da je cijena telefonskog razgovora po minuti upravo nagib pravca koji prikazuje ukupnu cijenu telefonskog poziva u ovisnosti o trajanju poziva te također znaju li izračunati nagib pravca u konkretnom problemu. Dakle, od studenata se očekivalo da uoče da je nagib pravca u zadanome grafu cijena telefonskog razgovora po minuti te da ga izračunaju kao kvocijent promjene cijene i vremena u kojemu se ta promjena dogodila i dobiju da je cijena razgovora 0.5 kn/min.

Kvalitativni zadatak u kojem se ispituje razumijevanje površine ispod grafa funkcije u kontekstu fizike sastoji se od grafa na kojem su prikazane brzine dvaju tijela u ovisnosti o vremenu te se traži usporedba prijeđenih putova tih dvaju tijela (Zadatak 3, Prilog 1). Ovim zadatkom se ispitivalo znaju li studenti interpretaciju površine ispod pravca u  $v-t$  grafu te mogu li procijeniti ispod kojeg pravca je veća/manja površina. Dakle, od studenata se očekivalo da uoče da je površina ispod pravca u  $v-t$  grafu prijeđeni put te da je površina ispod pravca koji prikazuje brzinu tijela X u ovisnosti o vremenu veća od površine ispod pravca koji prikazuje brzinu tijela Y u ovisnosti o vremenu, odnosno da je tijelo X prešlo veći put od tijela Y.

Kvalitativni zadatak u kojem se ispituje razumijevanje površine ispod grafa funkcije u kontekstu matematike sastoji se od grafa na kojem su prikazane cijene po kilometru dvaju taxi prijevoznika u ovisnosti o prijeđenoj udaljenosti te se traži usporedba cijena vožnje za prvih 8 km za ta dva taxi prijevoznika (Zadatak 7, Prilog 1). Ovim zadatkom se ispitivalo hoće li studenti uočiti da je cijena vožnje upravo površina ispod pravca u zadanom grafu te mogu li procijeniti ispod kojeg pravca je veća/manja površina. Dakle, od studenata se očekivalo da uoče da je površina ispod pravca koji prikazuje cijene po kilometru u ovisnosti o prijeđenoj udaljenosti upravo cijena vožnje te da je površina ispod pravca koji prikazuje tu ovisnost za prijevoznika GOLD manja od površine ispod pravca koji prikazuje tu ovisnost za prijevoznika STAR, odnosno da je cijena prijevoznika GOLD manja od cijene prijevoznika STAR.

Kvantitativni zadatak u kojem se ispituje razumijevanje površine ispod grafa funkcije u kontekstu fizike sastoji se od grafa na kojem je prikazana brzina bolid Formule 1 u ovisnosti o vremenu te se traži put koji je prešao bolid tijekom 8 sekundi (Zadatak 4, Prilog 1). Ovim zadatkom također se ispitivalo znaju li studenti interpretaciju površine ispod pravca u  $v-t$  grafu te znaju li izračunati tu površinu. Dakle, od studenata se očekivalo da uoče da je površina ispod pravca u  $v-t$  grafu prijeđeni put te da tu površinu izračunaju pomoću formule za površinu pravokutnog trokuta i dobiju da je bolid prešao put od 160 m.

Kvantitativni zadatak u kojem se ispituje razumijevanje površine ispod grafa funkcije u kontekstu matematike sastoji se od grafa na kojem je prikazana cijena rada po satu u ovisnosti o broju odrađenih sati te se traži plaća radnika za 8 sati rada (Zadatak 8, Prilog 1). Ovim zadatkom se ispitivalo hoće li studenti uočiti da je površina ispod pravca koji

prikazuje ovisnost cijene rada po satu o broju odrađenih sati upravo plaća radnika te znaju li studenti izračunati tu površinu. Dakle, od studenata se očekivalo da uoče da je plaća radnika površina ispod pravca u zadanome grafu te da je izračunaju preko formule za površinu pravokutnog trokuta i dobiju da radnik za 8 sati rada zaradi 320 kuna.

Posljednja stranica testa sadržavala je upitnik s 8 pitanja kojima se željelo ispitati jesu li studenti uočili sličnost između zadataka, od studenata se tražilo da napišu svoj pristup u rješavanju zadataka s grafovima te na koji dio grafa posebno obraćaju pozornost. Posljednjih nekoliko pitanja ispitivalo je činjenično poznavanje nekih osnovnih koncepata srednjoškolske fizike i matematike poput izraza za akceleraciju, izraza za računanje nagiba, interpretacije nagiba i površine u  $v-t$  grafu te izraza za površinu pravokutnog trokuta.

### **3.3 Mjerenja pokreta očiju**

#### **3.3.1 Definicija**

Mjerenje pokreta očiju (eng. *eye tracking*) odnosi se na određivanje objekta na koji je pogled fokusiran, u našem slučaju određivanje područja na ekranu na koje je pogled fokusiran [4].

#### **3.3.2 Povijesni razvoj**

U ranoj fazi razvoja praćenja pokreta očiju uređaji koji su to omogućavali bili su izrazito invazivni i neudobni, ali su davali objektivne i precizne podatke poput uređaja kojeg je krajem 19. stoljeća koristio Edmund Burke Delabarre. Prema [8] uređaj se stavljao direktno na oko te je izgledom podsjećao na poklopac s rupicom kroz koju je ispitanik gledao, pomicanje oka pomicalo je polugicu te su tako dobiveni rezultati bili objektivni, no zbog invazivnosti ispitanik je prije stavljanja uređaja dobio anesteziju. Početkom 20. stoljeća razvijeni su uređaji koji se temelje na refleksiji svjetla od rožnice te na tom principu radi uređaj koji je korišten u ovom istraživanju.

Na slici 3.1 je prikazan jedan od prvih uređaja, koji je pomagao ljudima s poteškoćama u komunikaciji, čiji je princip rada zasnovan na praćenju pokreta očiju. Naočale na vrhu uređaja omogućavale su korisniku da odabere redak, odnosno stupac i da tako dođe do željenog slova. Ovakav sustav bio je vrlo spor, ali i učinkovit.



**Slika 3.1: Jedan od prvih uređaja za praćenje pogleda [8]**

Tijekom povijesti uređaji za praćenje pokreta očiju su se koristili u različite svrhe, kao na primjer istraživanje pažnje (Hermann von Helmholtz, 1821.-1894.), istraživanje utjecaja veličine, fonta i drugih obilježja teksta na čitanje (Miles Tinker, 1930-te), istraživanje pokreta oka pilota prilikom spuštanja aviona (Paul Fitts, 1947.), istraživanja u razvojnoj psihologiji, istraživanja u razumijevanju teksta kod djece s posebnim jezičnim teškoćama itd. [6, 8].

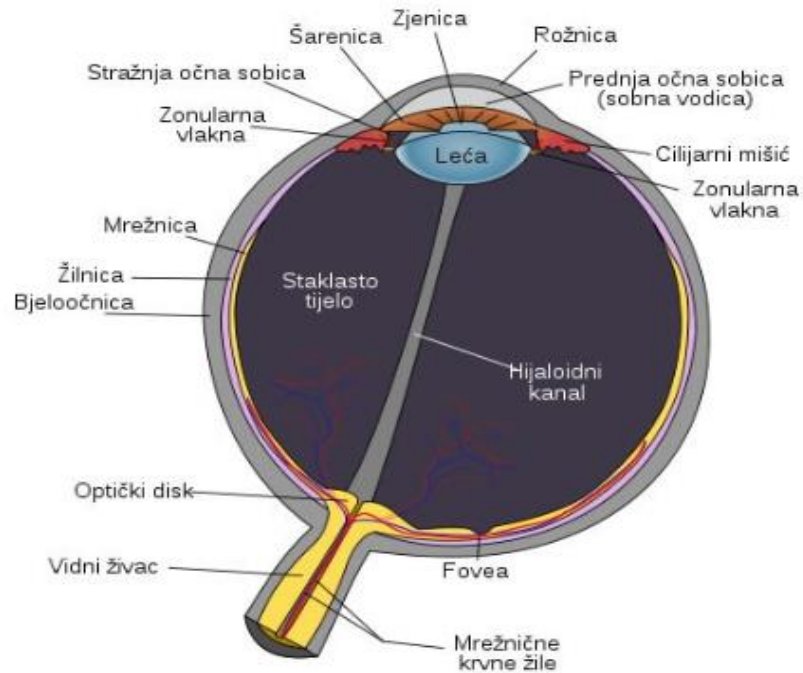
Današnji uređaji za mjerenje pokreta očiju obično rade tako da infracrvenom kamerom prate pomake očiju [4], a koriste se u različitim područjima poput istraživanja tržišta, testiranja oglasa, istraživanja uporabljivosti (npr. web stranica), kontrole pogledom za nepokretne, psihologije, istraživanja vida, medicinske dijagnostike, interakcije pogledom i sustava upravljanja automobilima, sustava upravljanja mobitelima, industrije zabave (računalne igre), testiranja snalaženja u prostoru za sportaše i vojnike [8] te u kriminalistici za utvrđivanje govori li ispitanik istinu ili laže [23].

### **3.3.3 Oko**

Oko je glavni organ kojim percipiramo svijet oko sebe. Dakle, oči koristimo kako bi prikupili informacije o okolini tako što usmjerimo pogled na neki objekt. Međutim, oči su važne i u društvenoj interakciji jer iz njih možemo saznati o nečijem raspoloženju, pažnji i emocionalnom stanju. Oko nam služi za interakciju sa svijetom, ali usmjerenost pogleda na neki objekt ne mora nužno značiti i stvarnu fokusiranost osobe na taj objekt.

Na slici 3.2 možemo vidjeti shematski prikaz ljudskog oka. Očna jabučica je kuglasti objekt promjera oko 12 mm. Obojeni dio oka koji vidimo izvana naziva se šarenica, njezin tamni centar zjenica i oko njih se nalazi bijeli dio oka, odnosno bjeloočnica. Zjenica i šarenica prekrivene su prozirnim slojem koji lomi svjetlo prije nego što ono uđe u oko koji nazivamo rožnicom. Svjetlost ulazi u oko kroz zjenicu koja kontrolira količinu svjetlosti tako što se širi ili skuplja. Nakon što svjetlost uđe u oko, lomi se na prozirnoj strukturi koja se nalazi iza zjenice i naziva se leća. Leća mijenja svoj oblik čime usmjerava zrake svjetlosti na površinu koja sadrži fotoreceptore, tj. mrežnicu. Fotoreceptori, vrsta neurona osjetljivih na svjetlost, pretvaraju svjetlost u električne impulse koji putuju optičkim živcima do mozga. Postoje dvije vrste fotoreceptora; štapići i čunjići. Štapići su osjetljivi na svjetlost i omogućuju

monokromatski pogled te omogućuju snalaženje u mračnijim prostorima dok čunjići omogućuju razlikovanje boja [8].



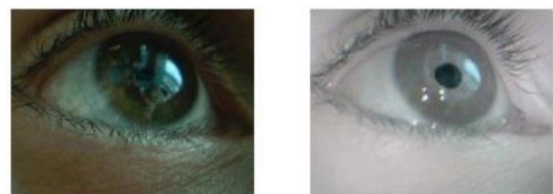
Slika 3.2: Shematski prikaz oka [8]

### 3.3.4 Princip rada uređaja za mjerenje pokreta oka

Na slici 3.3 prikazan je SMI iView X Hi-Speed uređaj za mjerenja pokreta očiju koji je korišten u ovom istraživanju. Taj uređaj snima pokrete očiju uz pomoć infracrvene lampice i kamere. Infracrvena lampica obasja lice i oko. Na lijevom dijelu slike 3.4 prikazano je oko obasjano bijelom svjetlošću, a na desnom oko obasjano infracrvenom svjetlošću [8]. Iz slike se jasno vidi da je kontrast između zjenice i šarenice oka izraženiji kada je oko osvijetljeno infracrvenom svjetlošću te se zbog toga tada lakše može pratiti pomicanje zjenice, nego u slučaju kada je oko obasjano bijelom svjetlošću.

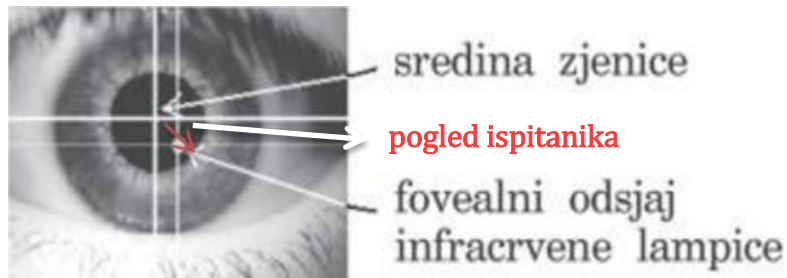


Slika 3.3: SMI iView X Hi-Speed uređaj za mjerenje pokreta očiju



Slika 3.4: Oko obasjano bijelom i IR svjetlošću [8]

Kamera snima fovealni odsjaj, tj. dio infracrvene svjetlosti reflektiran od površine oka koji se još naziva i Purkinjeva slika. Položaj fovealnog odsjaja se ne mijenja s obzirom na pomicanje očiju. Uz fovealni odsjaj kamera snima i sredinu zjenice oka koja apsorbira svjetlost i pritom se čini kao kontrastna tamna elipsa koja se miče prilikom pomicanja oka, odnosno preusmjeravanja pogleda. Pomoću softvera određuje se središte fovealnog odsjaja i zjenice.



**Slika 3.5: Određivanje smjera pogleda [6]**

Fovealnim odsjajem i sredinom zjenice definiran je vektor koji je usmjeren kao i pogled ispitanika. Dakle, smjer pogleda je vektor između fovealnog odsjaja i sredine zjenice koji je prikazan na slici 3.5 [6].

Kod mjerenja može smetati crna maskara na trepavicama pa je traženo od studentica da na ispitivanje dolaze bez maskare. Maskara smeta zbog toga što je crne boje kao i zjenica pa bi softver mogao pogrešno odrediti položaj centra zjenice i tako dobiveni vektor ne bi bio u smjeru pogleda ispitanika. Manji problem u mjerenju još mogu biti dioptrijske naočale ispitanika zbog refleksije svjetlosti, ali se promjenom kuta naočala to može ispraviti [3].

### 3.3.5 Postupak mjerenja



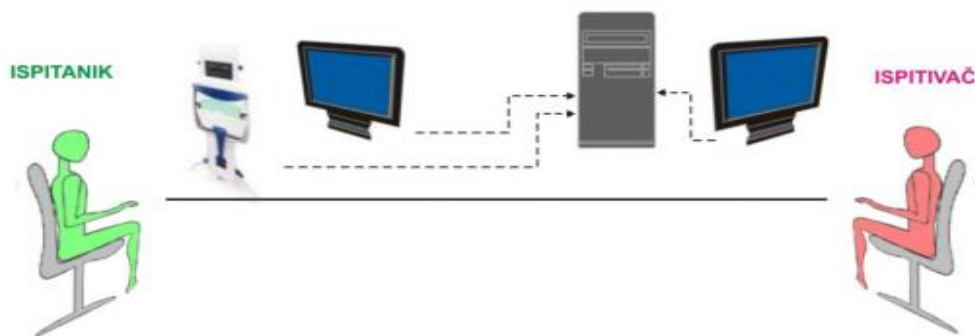
**Slika 3.6: Položaj ispitanika za vrijeme mjerenja**

Na slici 3.6 je prikazano kako je ispitanik postavljen uz uređaj prilikom mjerenja. Ispitanik sjedi ispred uređaja za mjerenje pokreta očiju koji je postavljen tako da se gledajući kroz njega vidi monitor računala na kojem su prikazivani zadatci. Brada i čelo ispitanika naslonjeni su na za to predviđena mjesta kako bi se osigurao nepomičan položaj glave.

Prije mjerenja potrebno je napraviti kalibraciju uređaja za svakog ispitanika pomoću 13 specifičnih točaka na zaslonu koje ispitanici trebaju pratiti pogledom na monitoru te prema njima softver kreira individualan algoritam za mjerenje pokreta očiju za svakog pojedinog

ispitanika [21]. Mjerni postav čini računalo s dva priključena monitora i uređajem za mjerenje pokreta očiju. Na monitoru koji gleda ispitanik prikazuju se slajdovi sa zadatcima. Prijelaz s jednog na drugi slajd vrši ispitanik lijevom rukom pomoću tipkovnice, a točan odgovor odabire pomoću miša kojeg drži u desnoj ruci. Na drugom monitoru ispitivač uz pomoć softvera promatra tijekom mjerenja i sprema podatke za svakog pojedinog ispitanika. Na slici 3.7 prikazan je opisani mjerni postav.

Pomoću softvera za mjerenje pokreta očiju moguće je pratiti i snimiti pokrete očiju iz čega se može odrediti gdje je sve ispitanik gledao tijekom rješavanja zadataka. Isto tako moguće je odrediti i vrijeme koliko dugo se zadržao pogledom na pojedinim područjima interesa za svaki od zadataka (npr. tekstu zadatka, grafu, odgovorima, x-osi, y-osi) [7].



**Slika 3.7: Shema mjernog postava**

Dakle, svaki ispitanik je prvo rješavao zadatke na računalu prilikom čega je samo trebao odabrati odgovor koji je smatrao točnim. Nakon toga iste zadatke je dobio na papiru gdje je uz odabrani odgovor trebao napisati i obrazloženje. Ako je ispitanik prilikom rješavanja zadataka na papiru uočio da je na računalu odabrao pogrešan odgovor, mogao je promijeniti odgovor na papiru uz obrazloženje. Vrijeme za rješavanje testa na računalu kao i za rješavanje testa na papiru nije bilo ograničeno.

### **3.4 Analiza podataka**

Za svakog pojedinog ispitanika uz pomoć softvera moguće je pratiti pogled očiju prilikom rješavanja svakog zadatka. Pomoću softvera moguće je automatski dobiti odgovor koji je ispitanik odabrao kao točan te podatke poput broja fiksacija, ukupnog vremena potrebnog za rješavanje pojedinog zadatka, vremena promatranja pojedinog područja interesa za svaki od zadataka i slično. Dobivene podatke potom je trebalo organizirati u oblik povoljan za statističku analizu.

Bodovanje testa rješavanog na računalu provedeno je tako da je za svaki točan odgovor dodijeljen jedan bod dok je za pogrešan odgovor dodijeljena nula. Dakle, maksimalan broj bodova je 8. Nakon toga su se analizirali testovi rješavani na papiru te ukoliko je ispitanik na papiru odabrao isti odgovor kao i na računalu i dao točno obrazloženje u tablici bodova ostavljen mu je jedan bod, no međutim, ispitanicima koji su na računalu odabrali točan odgovor, a na papiru uz njega dali pogrešno obrazloženje u tablici bodova je



jedan bod promijenjen u nulu jer je u tom slučaju ispitanik vjerojatno pogodio točan odgovor na računalu. Jedan bod je promijenjen u nulu i u slučaju kada je ispitanik na računalu odgovorio točno, a prilikom rješavanja testa na papiru promijenio svoj odgovor u pogrešan. Takve nule koje su prije analize testova na papiru bile jedinice posebno su označene u tablici bodova pa će se u sljedećem poglavlju navesti koliki postotak ispitanika je bio u nekoj od opisanih situacija.

Prilikom analiziranja testova rješavanih na papiru uz točnost odabranog odgovora analizirana su studentska obrazloženja i postupci rješavanja svakog pojedinog zadatka te su se pokušale odrediti strategije kojima su oni dolazili do svojih odgovora i zaključaka. Test svakog ispitanika detaljno je analiziran, svi napisani postupci, računi ili razmišljanja uneseni su u Excel tablicu i svrstani u odgovarajuću kategoriju ispravnih ili pogrešnih strategija. U jednom od sljedećih poglavlja bit će navedene najčešće ispravne i pogrešne strategije primjenjivane u rješavanju zadataka vezanih uz nagib kao i ispravne i pogrešne strategije primjenjivane u rješavanju zadataka vezanih uz površinu.

Prilikom obrade podataka korištena su dva statistička testa: t-test i ANOVA. Oba testa su parametrijska i služe za analizu velikih uzoraka kvantitativnih podataka koji su normalno distribuirani (srednja vrijednost je ista kao i medijan, standardna devijacija određuje širinu raspodjele). Nulta pretpostavka oba testa jest da nema značajne razlike među analiziranim skupinama podataka. Ukoliko se odbaci nulta hipoteza, prihvaća se alternativna hipoteza koja kaže da postoji statistički značajna razlika među skupinama. Razina značajnosti određena je granicom  $p = 0.05$ . Ukoliko je provedenim testom dobivena  $p$  vrijednost veća od granice značajnosti, u našem slučaju  $p > 0.05$  prihvaćamo nultu hipotezu i zaključujemo da ne postoji statistički značajna razlika između analiziranih skupina, a ukoliko je provedenim testom dobivena  $p$  vrijednost manja od granice značajnosti, u našem slučaju  $p < 0.05$  odbacujemo nultu hipotezu i zaključujemo da postoji statistički značajna razlika između analiziranih skupina.  $p$  vrijednost definira se kao vjerojatnost da će pri slučajnom odabiru uzoraka biti opažen jednak ili ekstremniji rezultat u odnosu na rezultat opažen u eksperimentu [13, 20].

t-test ispituje je li razlika između srednjih vrijednosti dviju skupina statistički značajna ili se radi o slučajnosti. Postoje dvije vrste t-testa; jedna se koristi za neovisne uzorke, a druga za međusobno ovisne uzorke. Analiza varijance ANOVA (eng. *Analysis of variance*) se koristi za uspoređivanje srednjih vrijednosti većeg broja skupina te također postoji više vrsta testova [20]. Ovdje su korištene dvosmjerna ANOVA s ponovljenim mjerenjem na jednom faktoru i dvosmjerna ANOVA s ponovljenim mjerenjem na oba faktora.

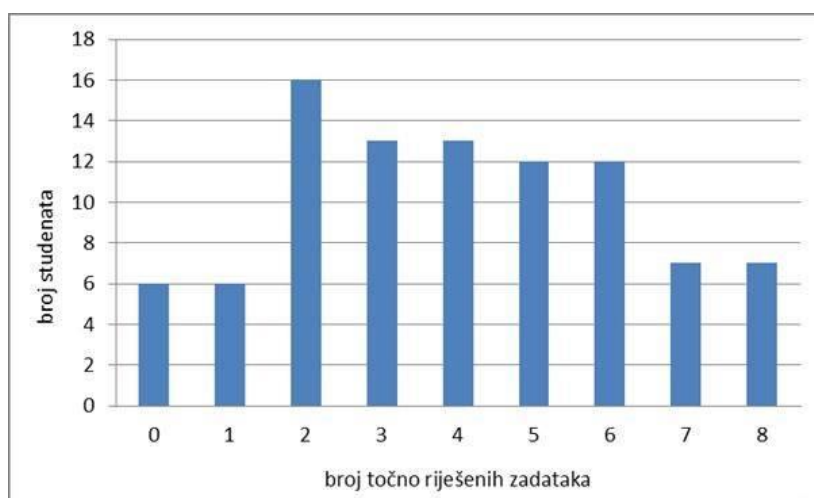
U grafičkom prikazu podataka standardna pogreška je korištena kao mjera nepouzdanosti rezultata. Standardna pogreška se računa kao kvocijent standardne devijacije (odstupanja) i kvadratnog korijena veličine uzorka, u našem slučaju veličina uzorka je jednaka broju ispitanika. Standardna devijacija pokazuje koliko vrijednosti variraju jedna od druge (varijabilnost uzorka), a standardna pogreška pokazuje koliko vrijednosti variraju oko srednje vrijednosti cijelog uzorka, odnosno koliko precizno možemo znati srednju vrijednost cijelog uzorka [7].



## 4 REZULTATI I DISKUSIJA

### 4.1 Točnost u rješavanju

Na grafu na slici 4.1 prikazana je raspodjela studenata po broju točno riješenih zadataka. Iz grafa možemo vidjeti da 6 studenata nije imalo niti jedan točan odgovor i da je 6 studenata imalo samo 1 točan odgovor dok je samo 7 studenata svih 8 zadataka riješilo točno i 7 njih je imalo samo jedan pogrešan odgovor. Također vidimo da je u grupi od dva točna odgovora najveći broj studenata, čak njih 16. Iako broj ispitanika nije jako velik (92) vidimo da su rezultati njihovog rješavanja testa približno normalno distribuirani, odnosno iz grafa uočavamo da krivulja koja spaja vrhove stupaca nalikuje na Gaussovu krivulju.



Slika 4.1: Raspodjela studenata po broju točno riješenih zadataka

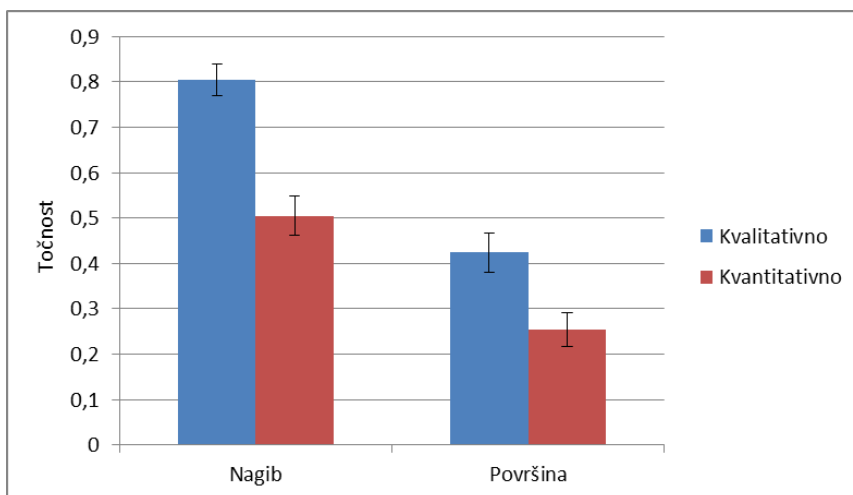
Ukupan broj točnih odgovora izračunat kao suma umnožaka broja studenata u pojedinoj skupini na gore prikazanom grafu i broja točnih odgovora koje ta skupina prikazuje ( $6 \cdot 0 + 6 \cdot 1 + 16 \cdot 2 + \dots$ ) je 366 dok je ukupni broj odgovora 736 ( $92 \text{ studenata} \cdot 8 \text{ zadataka}$ ) iz čega možemo izračunati da je ukupan broj netočnih odgovora 370 ( $736 - 366$ ). U postocima je to 49.7 % točnih i 50.3 % netočnih odgovora i to su postotci točnih i netočnih odgovora nakon što su analizirani i ispiti rješavani na računalu i ispiti rješavani na papiru za svakog pojedinog studenta.

Prije analize ispita rješavanih na papiru bilo je 11.1 % više točnih odgovora, odnosno u tablici bodova su to 82 odgovora za koje je 1 bod promijenjen u nulu jer su obrazloženja za točno odabran odgovor bila pogrešna. (Postupak bodovanja preciznije je opisan u odlomku 3.5.) Od toga 28.0 % pogrešnih obrazloženja otpada na studente fizike, a preostalih 72.0 % na studente psihologije, ti studenti su vjerojatno slučajno pogodili točan odgovor. Nakon analize testova rješavanih na papiru utvrđeno je da je dio studenata prilikom rješavanja zadataka na papiru uočio da je na računalu dao pogrešan odgovor i na papiru promijenio svoj odgovor u točan uz ispravno obrazloženje. Takvih odgovora koji su u tablici bodova iz nule promijenjeni u jedinicu bilo je ukupno 78, odnosno 10.6 % od ukupnog broja odgovora te oni podjednako otpadaju na studente fizike (52.6 %) kao i na studente psihologije (47.4 %). Mogući razlog

pogrešnog odabira odgovora prilikom rješavanja zadataka na računalu je pomalo neprirodan položaj sjedenja i trema jer ipak softver prati svaki pokret oka ispitanika. Osim toga, rješavanje istih zadataka po drugi put omogućilo je ispitanicima da ponovo razmisle o svim zadacima i eventualno shvate da su negdje pogriješili.

#### 4.1.1 Težina zadataka po konceptualnim područjima

Na sljedećem grafu na slici 4.2 prikazana je točnost u rješavanju zadataka po konceptualnim područjima za sve ispitanike i za oba konteksta zajedno, dakle i za zadatke iz fizike i za zadatke iz matematike. Dakle, graf prikazuje kako konceptualno područje zadatka (nagib ili površina) i tip zadatka (kvalitativni ili kvantitativni) utječu na točnost u rješavanju zadataka. Iz toga možemo zaključiti kakva je težina zadataka po konceptualnim područjima budući da manja točnost ukazuje na veću težinu zadatka.



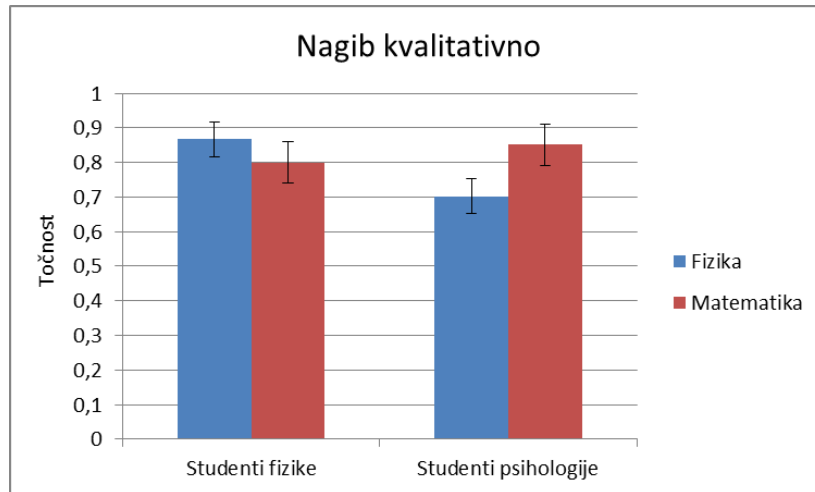
Slika 4.2: Utjecaj konceptualnog područja i tipa zadatka na točnost u rješavanju zadataka

Iz grafa na slici 4.2 vidimo da su studenti lošije riješili zadatke vezane uz površinu, odnosno da su im oni bili teži od zadataka vezanih uz nagib ( $F = 107.54$ ,  $p < 0.0001$ ). Isto tako vidimo da su kvantitativni zadatci lošije riješeni od kvalitativnih, odnosno da su zadatci u kojima je trebalo izračunati nagib ili površinu bili teži od zadataka u kojima se tražila samo procjena istih ( $F = 48.88$ ,  $p < 0.0001$ ). ANOVA je pokazala da je interakcija ovih dvaju faktora također statistički značajna ( $F = 4.76$ ,  $p = 0.03$ ).

Iz dobivenih rezultata možemo zaključiti da je ideja nagiba (derivacije) intuitivno jasnija od ideje površine ispod grafa (integrala) funkcije i studentima fizike i studentima psihologije pa im je zbog toga najlakši zadatak onaj koji je uključivao procjenu nagiba dok kod samog računa, tj. u kvantitativnom tipu zadatka s nagibom već nailaze na poteškoće. Isti zaključak možemo izvesti i za zadatke vezane uz površinu, gdje 42.4 % studenata može kvalitativno zaključivati o tome koji taxi prijevoznik će biti jeftiniji i koje tijelo je prešlo veći put, ali kad se traži točan podatak o prijašnjem putu ili cijeni samo 25.5 % njih točno rješava zadatak.

### 4.1.2 Utjecaj konteksta na točnost u rješavanju

Na sljedećim grafovima je prikazan utjecaj konteksta (fizika i matematika) na točnost u rješavanju pojedinih zadataka. Graf na slici 4.3 prikazuje utjecaj konteksta na točnost rješavanja zadataka u kojima se ispitalo kvalitativno razumijevanje nagiba kod studenata fizike i studenata psihologije.

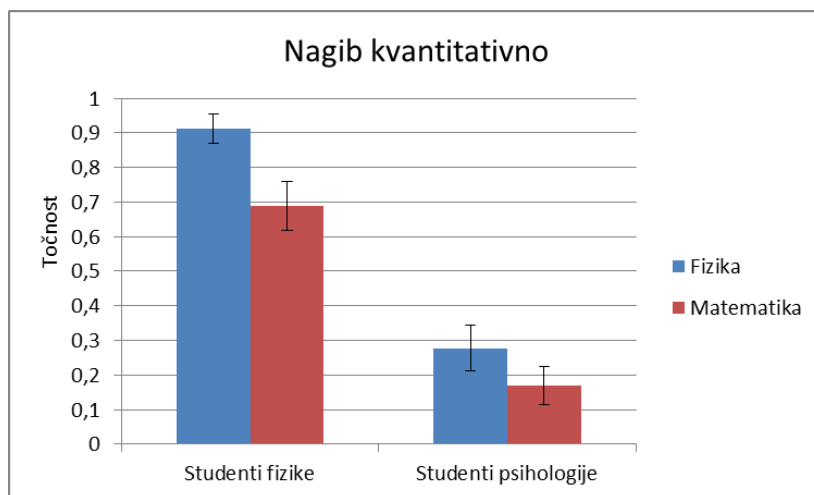


**Slika 4.3: Točnost u rješavanju zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje nagiba**

Rezultati ANOVA testa pokazuju da kontekst (fizika i matematika) nema statistički značajnog utjecaja na točnost u rješavanju kvalitativnih tipova zadataka vezanih uz konceptualno područje nagiba ( $F = 1$ ,  $p > 0.05$ ) te također pokazuju da studenti fizike i studenti psihologije jednako dobro rješavaju zadatke u kojima se traži procjena nagiba, odnosno da studij (fizika i psihologija) nema statistički značajnog utjecaja na točnost ( $F = 0.68$ ,  $p > 0.05$ ). No međutim, interakcija dvaju promatranih faktora (kontekst i vrsta studija) ima statistički značajan utjecaj na točnost u rješavanju promatranog tipa zadatka ( $F = 5.89$ ,  $p = 0.02$ ).

Korigirani t-testovi po Bonferroni-u pokazuju da studenti psihologije bolje rješavaju kvalitativni tip zadatka vezanog uz konceptualno područje nagiba u kontekstu matematike u odnosu na isti tip zadatka u kontekstu fizike ( $p = 0.03$ ) dok studenti fizike jednako dobro rješavaju promatrani tip zadatka u oba konteksta.

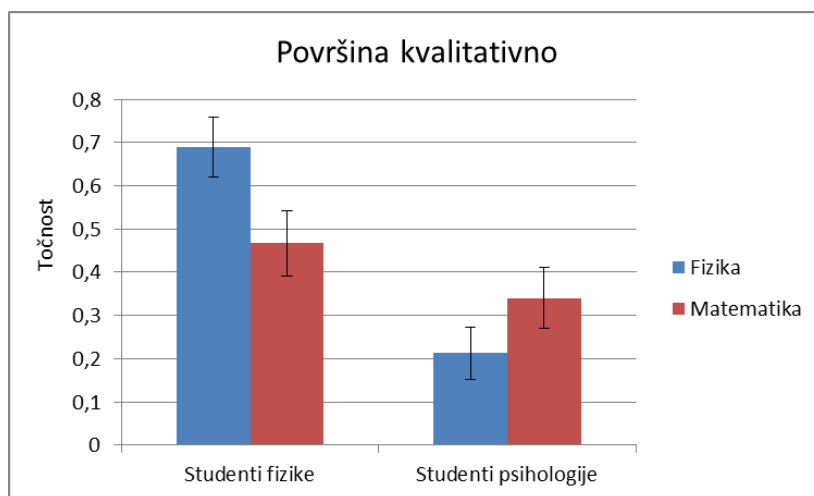
Graf na slici 4.4 prikazuje utjecaj konteksta na točnost rješavanja zadataka u kojem se ispitalo kvantitativno razumijevanje nagiba kod studenata fizike i studenata psihologije. Iz grafa na slici 4.4 jasno se vidi, ali i rezultati ANOVA testa pokazuju da kontekst (fizika i matematika) statistički značajno utječu na točnost u rješavanju kvantitativnih tipova zadataka vezanih uz konceptualno područje nagiba i to tako da je veća točnost u rješavanju tih zadataka u kontekstu fizike ( $F = 9.38$ ,  $p = 0.003$ ). Rezultati ANOVA testa također pokazuju da studenti fizike statistički značajno bolje rješavaju takve zadatke ( $F = 80.47$ ,  $p < 0.0001$ ) u odnosu na studente psihologije u oba konteksta i da interakcija promatranih faktora nije statistički značajna ( $F = 1.15$ ,  $p > 0.05$ ).



**Slika 4.4: Točnost u rješavanju zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje nagiba**

Korigirani t-testovi po Bonnferoni-u pokazuju da studenti fizike bolje rješavaju kvantitativni tip zadatka vezanog uz konceptualno područje nagiba u kontekstu fizike u odnosu na isti tip zadatka u kontekstu matematike ( $p = 0.01$ ) dok studenti psihologije jednako dobro (loše) rješavaju promatrani tip zadatka u oba konteksta.

Graf na slici 4.5 prikazuje utjecaj konteksta na točnost rješavanja zadataka u kojima se ispitivalo kvalitativno razumijevanje površine kod studenata fizike i studenata psihologije.

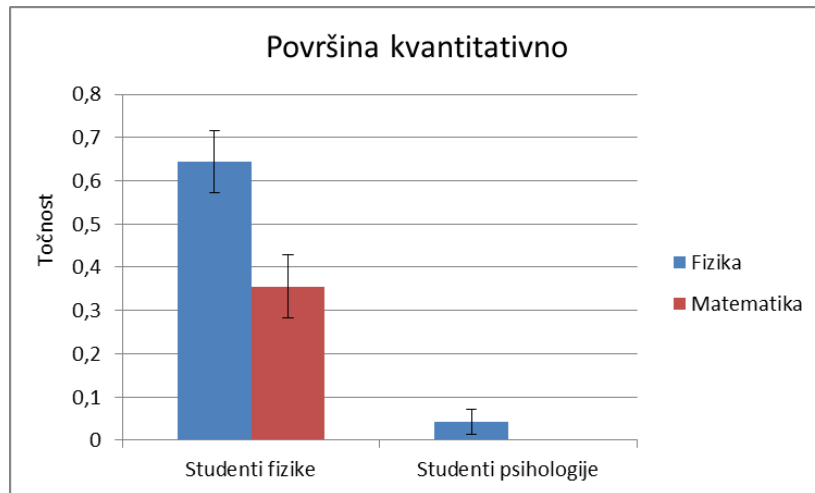


**Slika 4.5: Točnost u rješavanju zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje površine**

Rezultati ANOVA testa pokazuju da kontekst (fizika i matematika) nema statistički značajnog utjecaja na točnost u rješavanju kvalitativnih tipova zadataka vezanih uz konceptualno područje površine ( $F = 0.64, p > 0.05$ ) dok vrsta studija (fizika i psihologija) statistički značajno utječe na točnost te pokazuje da studenti fizike bolje rješavaju promatrani zadatak od studenata psihologije ( $F = 13.90, p = 0.003$ ). Rezultati ANOVA testa također pokazuju i da postoji statistički značajan utjecaj interakcije ovih faktora (kontekst i vrsta studija) na točnost u rješavanju promatranih tipova zadataka ( $F = 10.07, p = 0.002$ ).

Rezultati korigiranih t-testova po Bonnferoni-u pokazuju da studenti fizike statistički značajno bolje rješavaju kvalitativni tip zadataka vezan uz konceptualno područje površine u kontekstu fizike u odnosu na isti tip zadatka u kontekstu matematike ( $p = 0.02$ ). Studenti psihologije statistički jednako dobro rješavaju promatrani tip zadatka u oba konteksta iako se iz grafa čini da su bolji u kontekstu matematike, no međutim ta razlika nije statistički značajna.

Graf na slici 4.6 prikazuje utjecaj konteksta na točnost rješavanja zadataka u kojima se ispitivalo kvantitativno razumijevanje površine kod studenata fizike i studenata psihologije.



**Slika 4.6: Točnost u rješavanju zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje površine**

Rezultati ANOVA testa pokazuju da kontekst (fizika i matematika) statistički značajno utječu na točnost u rješavanju kvantitativnih tipova zadataka vezanih uz konceptualno područje površine i to tako da je veća točnost u rješavanju tih zadataka u kontekstu fizike ( $F = 11.09$ ,  $p = 0.001$ ). Rezultati ANOVA testa također pokazuju da studenti fizike statistički značajno bolje rješavaju takve zadatke ( $F = 75.29$ ,  $p < 0.0001$ ) u odnosu na studente psihologije u oba konteksta i da postoji statistički značajan utjecaj interakcije ovih faktora (kontekst i vrsta studija) na točnost u rješavanju promatranih tipova zadataka ( $F = 6.36$ ,  $p = 0.01$ ).

Iz grafa na slici 4.6 jasno se vidi i rezultati korigiranih t-testova po Bonnferoni-u potvrđuju da studenti fizike statistički značajno bolje rješavaju kvantitativni tip zadataka vezan u konceptualno područje površine u kontekstu fizike u odnosu na isti tip zadatka u kontekstu matematike ( $p = 0.007$ ), dok studenti psihologije statistički jednako loše rješavaju promatrani tip zadatka u oba konteksta.

Iz svih priloženih grafova i rezultata statističkih testova lako je uočiti da su studenti fizike bolji u rješavanju zadataka s grafovima od studenata psihologije što je i bilo za očekivati s obzirom na tip kolegija koje slušaju i uče tijekom svog studiranja, iako je za točno rješavanje svih zadataka u testu bilo potrebno samo poznavanje nekih osnovnih koncepata srednjoškolske fizike i matematike, dodatno susretanje i vježbanje zadataka s grafovima tijekom studija sigurno je pomoglo studentima fizike da bolje riješe test. Iz rezultata također možemo uočiti da su studenti fizike sve zadatke s grafovima bolje rješavali u kontekstu fizike što je također očekivano s obzirom na to da se oni s tim kontekstom često susreću i već su

razvili neki svoj pristup i korake u rješavanju takvih zadataka te ih dobro uvježbali. Evo nekih odgovora na pitanje iz upitnika „Kako rješavate zadatke s grafovima?“:

- „*ovisno o tipu zadataka: uspoređivanje brzine rasta – kutovi, odnose površina ili razlike površina*“,
- „*pogledam što je na osima i kakva je ovisnost dviju zadanih varijabli te tada ulazim u samu analizu grafa*“,
- „*pogledam što i u kojim mjernim jedinicama se nalazi na osima, razmislim koja je poveznica između te dvije veličine predstavljene tim grafom i onda iščitavam vrijednosti koje su mi potrebne za rješavanje problema*“.

Iz rezultata proizlazi zaključak da jedan dio studenata fizike svoje razvijene postupke rješavanja spomenutih zadataka ne zna primijeniti u novim kontekstima, u ovom slučaju u kontekstu matematike, odnosno svakodnevnog života. Dakle, studenti fizike se dobro snalaze u fizikalnim zadacima, no prilikom promjene konteksta neki od njih ne uočavaju sličnost između fizikalnog zadatka i zadatka iz svakodnevnog života i nisu sposobni primijeniti analogan postupak pri rješavanju. Analizom odgovora na pitanje „Jeste li uočili neku sličnost među zadacima koje ste rješavali?“ iz upitnika utvrđeno je da je samo 12 studenata fizike od njih 45 uočilo da se svaki graf u testu pojavio dva puta, jednom u kontekstu fizike i jednom u kontekstu matematike.

Kod studenata psihologije uočava se obrnuta situacija. Naime, studenti psihologije su bolji u rješavanju zadataka u kontekstu matematike, odnosno svakodnevnog života jer im je taj kontekst bliži te oni, kao i svi mi, svakodnevno računaju što će im biti jeftinije, a što skuplje, odnosno kojim odabirom će više uštedjeti pa su na neki intuitivan način i kroz praksu stekli osjećaj za određivanje što je isplativije od dviju ponuđenih opcija. Taj svoj stečeni osjećaj dobro su primijenili prilikom rješavanja zadataka i zbog toga su zadatke u kojima se tražila samo procjena (kvalitativni tip zadatka) bolje riješili za razliku od zadataka u kojima se tražila točna vrijednost/cijena neke usluge (kvantitativni tip zadatka). Samo 7 od 47 studenata psihologije je uočilo da su se isti grafovi ponovili dva puta u testu. Evo nekih opisa postupaka u rješavanju zadataka s grafovima koje su studenti psihologije naveli u upitniku na kraju testa:

- „*promotrim što predstavlja ordinata, a što apscisa, kolike su razlike između označenih vrijednosti na njima, nagnutost linije, prosječne vrijednosti po svakoj krivulji i po tome donesem sud*“,
- „*pogledam pravac ili pravce, početnu i završnu točku i vrijednosti koje su im pridodane i onda tu razliku uglavnom podijelim s jedinicom vremena, nekad pogledam samo strminu pravca*“,
- „*neke procijenim, a na nekima gledam vrijednosti na krakovima i međusobni položaj crta*“.

## **4.2 Strategije u rješavanju zadataka**

Strategije u rješavanju pojedinih zadataka testa kategorizirane su temeljem proučavanja obrazloženja koja su ispitanici nakon rješavanja testa na računalu pisali prilikom rješavanja testa na papiru. Nisu svi studenti priložili svoje obrazloženje, postupak i/ili razmišljanje koje ih je dovelo do odabranih odgovora, no bez obzira na to velik broj studenata

zapisao je svoj tijek razmišljanja i zaključivanja temeljem kojih su formirane grupe najčešćih ispravnih i najčešćih pogrešnih strategija zaključivanja. Ukupno su bila 62 odgovora bez obrazloženja od ukupnog broja odgovora kojih je bilo 736 (92 studenta · 8 zadataka), u postotcima je to 8.4 %. Od toga 35.5 % otpada na studente fizike i 64.5 % na studente psihologije.

Učestalost strategija u tablicama razlikuje se od broja točno ili pogrešno riješenih zadataka jer su neki studenti u svom rješavanju koristili ispravnu strategiju, ali su pogriješili u računu ili očitavanju dok su drugi koristili više ispravnih strategija ili pak napravili više tipova pogrešaka. S obzirom na to da su zadatci podijeljeni na dva konceptualna područja; zadatke vezane uz nagib i zadatke vezane uz površinu, formirane su ispravne i pogrešne strategije za svako od tih područja koje će biti opisane u odlomcima koji slijede.

#### 4.2.1 Strategije u rješavanju zadataka vezanih uz nagib

U tablici 4.1 prikazane su najčešće ispravne i pogrešne strategije u rješavanju zadataka vezanih uz konceptualno područje nagiba u kontekstu fizike i u kontekstu matematike u oba tipa zadatka; kvalitativnom i kvantitativnom. Uz strategije napisani su i postotci koji pokazuju koliko često su korištene u pojedinim tipovima zadataka za sve ispitanike.

	Fizika kvalitativno/%	Matematika kvalitativno/%	Fizika kvantitativno/%	Matematika kvantitativno/%
<b>ISPRAVNE STRATEGIJE</b>				
promatranje nagiba/strmosti	57	61	0	0
zaključivanje pomoću formule	7	1	38	14
omjer prirasta $y$ i $x$	20	26	24	37
druge kategorije	2	3	0	0
nekategorizirano/nema obrazloženja	10	8	8	7
<b>POGREŠNE STRATEGIJE</b>				
zamjena intervala točkom	5	3	11	37
druge kategorije	4	3	7	4
nekategorizirano/nema obrazloženja	0	0	3	10
nema strategije	0	0	10	2

**Tablica 4.1: Ispravne i pogrešne strategije korištene u rješavanju zadataka vezanih uz konceptualno područje nagiba u oba konteksta i za obje skupine studenata**

Iz tablice 4.1 vidimo da je prilikom rješavanja kvalitativnih zadataka u oba konteksta od ispravnih strategija zaključivanja najviše korištena „promatranje nagiba/strmosti grafa“ pomoću koje se i najjednostavnije moglo doći do točnih odgovora. Tijek zaključivanja uglavnom je zapisan u jednom retku, npr.

- „nagib pravca A je manji od nagiba pravca B iz čega proizlazi  $a_A < a_B$ “,
- „pravac koji prikazuje ovisnost cijene o vremenu ima veći nagib za ING, iz toga zaključujem da je cijena dionica brže rasla“
- „manje strmi nagib tijela A znači manje ubrzanje od ubrzanja B“.

„Zaključivanje pomoću formule“ je u manjini u kvalitativnim dok prevladava u kvantitativnim zadacima, što nije nimalo čudno jer je ipak u kvantitativnim zadacima trebalo izračunati nagib. U ovu kategoriju strategija ubrojena su obrazloženja u kojima je korištena formula iz fizike  $\Delta v/\Delta t$ , formula iz matematike  $\Delta y/\Delta x$  i formula  $\Delta \text{cijena}/\Delta t$  u zadacima s novcima. Većina obrazloženja je kod ovih zadataka zapravo kratak račun, npr.

- „ $a = \Delta v/\Delta t = 5 \text{ (m/s)}/10 \text{ s} = (1/2) \text{ m/s}^2$ , akceleracija je jednaka promjeni brzine u danom intervalu“,
- „cijena po min =  $\Delta \text{cijena}/\Delta t = (4-2)/(6-2) = 0.5 \text{ kn/min}$ “
- „tijelo A:  $k = \Delta y/\Delta x = 6/12 = 1/2$ , tijelo B:  $k = 9/12 = 3/4$ “.

Iz tablice 4.1 vidimo da je strategija „omjer prirasta y i x“ (eng. *rise over run*) nerijetko zastupljena u oba tipa zadatka u oba konteksta, ali ipak s malo većom učestalošću u kvantitativnom tipu zadatka i matematičkom kontekstu. U ovu kategoriju svrstana su obrazloženja napisana riječima, dakle bez računa. To je tijekom zaključivanja u kojem je uzet neki vremenski interval, najčešće jedna sekunda i promatrano je što se dogodilo s vrijednosti funkcije prikazane grafom na y-osi u tom vremenskom intervalu. Evo nekih obrazloženja toga tipa:

- „u istom vremenu A ubrza s 3 na 4.5, a B s 1 na 3.25“,
- „u istom vremenskom roku brzina tijela B se povećala više od brzine tijela A, što ukazuje na veće ubrzanje tijela B“,
- „brzina vlaka se ubrzava za  $1 \text{ m/s}^2$  u 2 sek što znači da je po sekundi ubrzanje  $0.5 \text{ m/s}^2$ “,
- „za 2 min cijena je 1 kn, dakle 1 min košta 0.5 kn“
- „očitalo s grafa povećanje brzine za 1 sec“.

U „druge kategorije“ ispravnih strategija koje se pojavljuju kod malog broja ispitanika ubrojeno je zaključivanje pomoću kuta koji pravac zatvara s pozitivnim dijelom x-osi, npr.

- „kut koji pravac ING zatvara s paralelom x-osi je veći od onog koji zatvara pravac EXP s paralelom s x-osi (paralele koje prolaze točkama u kojima ti pravci sijeku y-os)“,
- „pravac se nalazi pod većim kutom u odnosu na x os“,
- „B crta je okomitija i izgleda duže“.

U skupinu „nekategorizirano/nema obrazloženja“ pod ispravnim strategijama su ubrojeni odgovori koji su točni, a da za njih nije napisano obrazloženje zašto su odabrani pa se tijekom zaključivanja tih studenata ne može kategorizirati. Tu su također ubrojena i obrazloženja u kojima je spomenuta neka očita činjenica o zadanom grafu, ali nije opisano kako je student iz te činjenice došao do točnog odgovora kao npr.

- „jer graf ne kreće iz (0,0)“,
- „tako mi se čini po pravcima“.



Iz tablice 4.1 vidimo da je prilikom rješavanja zadataka u oba konteksta od pogrešnih strategija zaključivanja najviše korištena „zamjena intervala točkom“ (eng. *interval-point confusion*) i to daleko više u kvantitativnim tipovima zadataka jer su oni lošije riješeni. U ovu kategoriju strategija ubrojena su obrazloženja u kojima je umjesto intervala promatrana jedna točka grafa pa su korištene i pogrešne formule  $k=y/x$ ,  $a=v/t$ ,  $k=cijena/t$ , obrazloženja u kojima nema formula već je samo  $y$ -koordinata odabrane točke podijeljena s njezinom  $x$ -koordinatom te obrazloženja u kojima je korištena dimenzionalna analiza koja je također primijenjena na samo jednu točku. Evo nekih obrazloženja svrstanih u ovu kategoriju:

- „ $a = v/t = 8/10 = 0.8 \text{ m/s}^2$ , vlak se giba jednoliko ubrzano po pravcu“,
- „cijena po min =  $6/10 = 0.6$ “,
- „ $a = v/t$ , ubrzanje = brzina/vrijeme“,
- „ $a = \text{m/s}^2 = 8/10 = 0.8$ “,
- „zato što ako je za 10 min sveukupna cijena 6 kn, onda je svaka minuta 0.6 kn“,
- „točka na pravcu koja se najjasnije vidi je ona koja spaja 10 min i 6 kn,  $6/10 = 0.6$ “.

Sve ostale pogrešne strategije su rijetko korištene pa su svrstane u „druge kategorije“, neke od njih su promatranje površine umjesto nagiba, nerazlikovanje nagiba i visine grafa, promatranje izgleda grafa, zaključivanje na temelju formule  $v=s/t$ , zaključivanje korištenjem Pitagorinog poučka, zaključivanje promatranjem promjene brzine, direktno očitavanje  $y$ -vrijednosti s grafa pa evo nekih obrazloženja svrstanih u ovu kategoriju:

- „ $12 \cdot 6/2 = 36 \text{ EXP} < 12 \cdot 9/2 = 54 \text{ ING}$ “,
- „pomnožio sam brzinu s vremenom“,
- „čini mi se da su paralelni do spajanja“,
- „ubrzanje tijela A je u početku brže, ali B ga kasnije prestigne“,
- „odokativno sam procijenila kolika je vrijednost na osi  $y$ “,
- „ $c^2=64+16=80$ ,  $c = \sqrt{80} = 2\sqrt{10} \approx 5$ “,
- „izgleda po grafu da za toliko raste brzina svake 2 sec“,
- „odokativno iz grafa, ali i preko Pitagore pomoću kojeg sam računala hipotenuzu za prve 3 sekunde (B- hipotenuza je  $\sqrt{13}$ , A- hipotenuza je  $\sqrt{10}$ )“.

U skupinu „nekategorizirano/nema obrazloženja“ pod pogrešnim strategijama su ubrojeni odgovori koji su pogrešni, a da za njih nije napisano obrazloženje zašto su odabrani pa se tijekom zaključivanja tih studenata ne može kategorizirati i obrazloženja poput ovoga:

- „tako mi se čini po pravcima“.

U kategoriju „nema strategije“ ubrojena su obrazloženja poput ovih:

- „ne znam zašto, najviše mi odgovara ta vrijednost“,
- „pogodila sam“,
- „ne znam zašto sam odabrala spomenuti odgovor“.

U tablici 4.2 prikazane su najčešće ispravne i pogrešne strategije u rješavanju zadataka vezanih uz konceptualno područje nagiba koje su upravo opisane, samo sada prvi broj u svakoj ćeliji pokazuje postotak učestalosti korištenja pojedine strategije za svaki od tipova zadataka za studente fizike, a drugi za studente psihologije.

	Fizika kvalitativno/%	Matematika kvalitativno/%	Fizika kvantitativno/%	Matematika kvantitativno/%
<b>ISPRAVNE STRATEGIJE</b>				
promatranje nagiba/strmosti	67 / 47	71 / 51	0 / 0	0 / 0
zaključivanje pomoću formule	13 / 0	2 / 0	73 / 4	29 / 0
omjer prirasta $y$ i $x$	13 / 26	11 / 40	18 / 30	44 / 30
druge kategorije	2 / 2	4 / 2	0 / 0	0 / 0
nekategorizirano/nema obrazloženja	7 / 13	7 / 9	7 / 9	9 / 4
<b>POGREŠNE STRATEGIJE</b>				
zamjena intervala točkom	0 / 11	0 / 6	4 / 17	16 / 36
druge kategorije	0 / 11	7 / 0	2 / 11	0 / 9
nekategorizirano/nema obrazloženja	0 / 0	0 / 0	0 / 6	0 / 19
nema strategije	0 / 0	0 / 0	0 / 19	2 / 2

**Tablica 4.2: Ispravne i pogrešne strategije korištene u rješavanju zadataka vezanih uz konceptualno područje nagiba u oba konteksta te odvojeno za studente fizike i za studente psihologije**

Iz tablice 4.2 vidimo da je ispravna strategija „*promatranje nagiba/strmosti*“ podjednako često korištena kod obje skupine studenata u rješavanju kvalitativnog tipa zadataka u oba konteksta. Uočeno je da je 56.3 % obrazloženja studenata psihologije svrstano u ovu kategoriju sadržavalo riječ „strmost“, 27.1 % riječ „nagib“ te preostalih 16.6 % obrazloženja je sadržavalo obje riječi „strmost nagiba“ dok je kod studenata fizike prevladavala riječ „nagib“ koja se pojavila u 96.8 % obrazloženja svrstanih u ovu kategoriju, a preostalih 3.2 % obrazloženja je sadržavalo riječ „nagib“. Na pitanje „Kako se računa nagib pravca?“ iz upitnika čak 10 studenata fizike (od 45) nije točno odgovorilo, a pogrešni odgovori su uglavnom zamijenjeni brojnik i nazivnik ispravnog izraza  $k=\Delta y/\Delta x$ . Od studenata psihologije, samo njih 3 (od 47) su točno odgovorila na spomenuto pitanje.

Strategiju „*zaključivanje pomoću formule*“ uglavnom su koristili studenti fizike prilikom rješavanja oba tipa zadatka, i kvalitativnog i kvantitativnog, ali češće u kvantitativnom tipu zadataka jer oni ipak zahtijevaju neku vrijednost kao rezultat i to češće u kontekstu fizike jer se s formulama u tom kontekstu i svakodnevno susreću te ih svakodnevno koriste. Čak 6 studenata fizike (od 45) nije napisalo točan izraz za akceleraciju u upitniku kada se ispitala samo ta konceptualna činjenica (u smislu da su napisali izraz  $a=v/t$  umjesto  $a=\Delta v/\Delta t$ ). Istu strategiju „*zaključivanje pomoću formule*“ studenti psihologije su koristili vrlo malo i to samo prilikom rješavanja kvantitativnog zadatka u kontekstu fizike, uglavnom je to bila formula  $a=v/t$  jer se uz formulu  $v=s/t$  manji dio studenata psihologije ipak sjeća i ove formule iz svog srednjoškolskog obrazovanja i to njih 6 (od 47) koji su točno odgovorili na spomenuto pitanje iz upitnika, a i to nisu u potpunosti točni odgovori jer su pisali izraz  $a=v/t$ , umjesto  $a=\Delta v/\Delta t$ , ali barem se sjećaju koje veličine su potrebne za računanje akceleracije i koju računsku operaciju treba provesti. 26 studenata psihologije zna interpretaciju nagiba u  $v$ - $t$  grafu, što je

više od 50 % dok su dva studenta fizike pogrešno odgovorila na to pitanje, naime, oni su zamijenili interpretaciju nagiba i površine.

Iz tablice 4.2 također uočavamo da strategiju „*omjer prirasta y i x*“ češće koriste studenti psihologije u čak tri zadatka dok ona prevladava samo u kvantitativnom matematičkom zadatku kod studenata fizike. Bilo je i očekivano da studenti psihologije više koriste ovu strategiju s obzirom na to da većina njih ne zna izraz za nagib pravca (samo 3 studenta od 47 znaju), ali imaju intuitivnu ideju o nagibu koju realiziraju primjenom ove strategije. „*Nekategoriziranih*“ ispravnih obrazloženja kao i ispravnih obrazloženja ubrojanih pod „*druge kategorije*“ ima podjednako u obje skupine studenata.

Promatranjem dijelova tablice 4.2 koji prikazuju postotak korištenja pojedinih pogrešnih strategija u pojedinim tipovima zadataka možemo uočiti da svi studenti fizike imaju ispravna obrazloženja za kvalitativan tip zadatka u kontekstu fizike. Također možemo uočiti da su najčešće korištenu pogrešnu strategiju „*zamjena intervala točkom*“ studenti fizike koristili samo u kvantitativnim tipovima zadataka i to češće u zadatcima matematičkog konteksta jer nisu uočili sličnost i analogiju s istim tipom zadatka u kontekstu fizike dok su je studenti psihologije koristili u svim tipovima zadataka u oba konteksta i to najčešće u kvantitativnom tipu zadatka matematičkog konteksta kao i studenti fizike. Uočeno je da čak i studenti koji su u upitniku napisali da se kod računanja nagiba treba promatrati interval (dvije točke grafa), a ne samo jedna točka grafa također koriste ovu pogrešnu strategiju, odnosno ne promatraju interval već samo jednu točku. Ovi podatci upućuju na to da je informacija o načinu računanja nagiba pravca pohranjena samo kao činjenica (činjenično znanje) u pamćenju dijela studenata te da se ne primjenjuje prilikom rješavanja zadataka za koju je potrebna razina razumijevanja u koju se ubraja ovladavanje činjenicama i njihova primjena [24].

Pogrešna strategija „*promatranje površine umjesto nagiba*“ ubrojena pod „*druge kategorije*“ jednako je često korištena u obje skupine studenata, samo je kod studenata fizike korištena prilikom rješavanja samo jednog zadatka i to kvalitativnog matematičkog zadatka dok je kod studenata psihologije korištena prilikom rješavanja dva tipa zadatka i to kvalitativnog fizikalnog i kvantitativnog matematičkog zadatka. Strategija „*promatranje izgleda grafa*“ također ubrojena pod „*druge kategorije*“ korištena je samo prilikom rješavanja kvalitativnih tipova zadataka i to kod studenata fizike u kontekstu matematike, a kod studenata psihologije u kontekstu fizike.

Iz tablice 4.2 također možemo uočiti da „*nekategoriziranih*“ pogrešnih obrazloženja kao i pogrešnih obrazloženja ubrojanih pod „*druge kategorije*“ te „*nema strategije*“ ima puno više kod studenata psihologije u odnosu na studente fizike što potvrđuje zaključak da studenti psihologije imaju neke ideje i osjećaj za nagib, ali ih ne znaju točno verbalizirati i provesti u točan račun prilikom rješavanja zadataka.

## 4.2.2 Strategije u rješavanju zadataka vezanih uz površinu

U tablici 4.3 prikazane su najčešće ispravne i pogrešne strategije u rješavanju zadataka vezanih uz konceptualno područje površine u kontekstu fizike i u kontekstu matematike u oba tipa zadatka, kvalitativnom i kvantitativnom. Uz strategije napisani su i postotci koji pokazuju koliko često su korištene u pojedinim tipovima zadataka za sve ispitanike.

	Fizika kvalitativno/%	Matematika kvalitativno/%	Fizika kvantitativno/%	Matematika kvantitativno/%
<b>ISPRAVNE STRATEGIJE</b>				
uspoređivanje i račun površina	28	22	27	22
račun preko formula iz fizike	4	0	10	2
veća brzina/cijena dulje vrijeme	10	16	0	0
druge kategorije	9	5	2	0
nekategorizirano/nema obrazloženja	3	8	4	1
<b>POGREŠNE STRATEGIJE</b>				
promatranje toka funkcije	14	15	0	0
graf je slika gibanja	5	0	0	0
$s = vt$	7	0	16	0
pomnožene koordinate točke $(x,y)$	1	0	13	32
uspoređivanje početne i/ili konačne brzine/cijene	11	21	21	27
druge kategorije	2	4	0	67
nekategorizirano/nema obrazloženja	5	12	7	9
nema strategije	3	1	1	1

**Tablica 4.3: Ispravne i pogrešne strategije korištene u rješavanju zadataka vezanih uz konceptualno područje površine u oba konteksta i za obje skupine studenata**

Iz tablice 4.3 vidimo da je najčešće korištena ispravna strategija „uspoređivanje i račun površina“. Strategija uspoređivanja površina se naravno više koristila u kvalitativnom tipu zadataka dok se strategija računanja površina više koristila u kvantitativnom tipu zadataka. Ovdje su ubrojeni i računi nepotpune površine kao i računanje površine brojanjem kvadratića. Evo primjera nekih obrazloženja/računa svrstanih u ovu kategoriju strategija:

- „ $8 \cdot 80/2 = 640/2 = 320$  kn, površina ispod grafa krivulje“;
- „ukupno 8 kvadratića ispod pravca, površina svakog je 40 kn, ukupno zaradi 320“;

- „cijena vožnje je jednaka površini ispod pravaca, očigledno je da je površina ispod STAR veća nego ispod GOLD, promatrajući razlike površina iscrtanog i istočkanog trokuta zaključujem  $GOLD < STAR$ “,
- „zbiranjem prosječnih zarada po etapama (20+60+90+140) došao sam najbliže odgovoru c“,
- „STAR je na grafu zauzeo veću površinu gdje je skuplji od prijevoznika GOLD“.

Strategija „račun preko formula iz fizike“, naravno, prevladava u kvantitativnom tipu zadataka u kontekstu fizike. Obrazloženja svrstana u tu kategoriju strategija su zapravo kratki računi u kojima se koristi formula za akceleraciju i formula za prijeđeni put kod jednolikog ubrzanog gibanja kao npr.

- „ $a = 10/2 = 5$ ,  $s = v_0t - (at^2/2) = at^2/2 = 5 \cdot 64/2 = 160 \text{ m}$ “,
- „ $a = \Delta v / \Delta t = 50 \text{ (m/s)} / 10 \text{ s} = 5 \text{ m/s}^2$ ,  $s = 1/2 at^2 = 0.5 \cdot 5 \cdot 64 = 5 \cdot 32 = 160 \text{ m}$ “,
- „ $s = (1/2)\Delta v \Delta t = (1/2)(40-0)(8-0) = (1/2) 40 \cdot 8 = 160 \text{ m}$ “.

Ispravna strategija nazvana „veća brzina/cijena dulje vrijeme“ korištena je u kvalitativnom tipu zadataka i u nju su ubrojena obrazloženja poput ovih:

- „vremenski interval u kojem je STAR skuplji dulji je od onoga kada je GOLD skuplji pa je u konačnici vožnja STAR-om skuplja“,
- „iako STAR brže pada tek je u zadnja 2 km cijena niža od GOLD“,
- „tijelo X vozi puno brže i tek se izjednačava s Y u 6-oj sekundi pa mislim da sve skupa prijeđe veći put u 9 s, da su vozili duže trebalo bi izračunati tko je prešao duži put“,
- „pravac X je "viši" od pravca Y do 6 s nešto niži od 6-9 s“,
- „X je krenuo većom brzinom i tek nakon 5 sek dostigao početnu brzinu Y koji se pak presporo kreće da bi nadoknadio izgubljeno“.

U „druge kategorije“ ispravnih strategija koje su više korištene kod kvalitativnih zadataka, što možemo vidjeti iz tablice, ubrojena su obrazloženja čiji je tijek zaključivanja povezan s računanjem srednje brzine pa računanjem srednjeg puta pomoću nje za cijeli traženi interval i tek onda uspoređivanje prijeđenih putova, ali i obrazloženja u kojima je korišten isti postupak za pojedine etape traženog intervala pa su na kraju srednji putovi za pojedine etape zbrojeni. Evo primjera nekih obrazloženja toga tipa:

- „ $v_x(\text{srednje}) = (9+3.5)/2 = 6.25 \text{ km/h}$ ,  $v_y(\text{srednje}) = (6+5.1)/2 = 5.55 \text{ km/h}$ “,
- „vizualno sam procijenio srednju vrijednost brzine“,
- „po grafu mi se čini da je prosječna cijena po km kod GOLDa manja“,
- „auto je vozio svake 2 sekunde u prosjeku srednju vrijednost između 0-10, 10-20, 20-30, 30-40, dakle za 8 sekundi prešao je prema formuli  $v=s/t$ , 160 km/h“,
- „uz pomoć prosječnih brzina izračunao sam put prijeđen unutar svake etape (približno 10+30+50+70)“.

U skupinu „nekategorizirano/nema obrazloženja“ pod ispravnim strategijama su ubrojeni odgovori koji su točni, a da za njih nije napisano obrazloženje zašto su odabrani pa se tijekom zaključivanja tih studenata ne može kategorizirati i obrazloženja poput ovih:

- „tako mi izgleda iz grafa“,

- „jer mi se bez obzira na broj prijeđenih kilometara činilo povoljnijim uzeti ovog prijevoznika“.

Iz tablice 4.3 vidimo da je prilikom rješavanja zadataka u oba konteksta od pogrešnih strategija zaključivanja najviše korištena „uspoređivanje početne i/ili konačne brzine/cijene“. U obrazloženjima svrstanim u ovu kategoriju najčešće je samo očitana y-vrijednost za početni i/ili konačni trenutak te je na temelju toga provedeno zaključivanje kao npr.

- „cijena po km za put od 8 km je manji za prijevoznika STAR (niže je na grafu)“,
- „X se gibao početno većom brzinom pa je ukupno prešao veći put“,
- „u tom trenu X je imalo manju brzinu“,
- „gledala sam koja vrijednost na osi y odgovara vrijednosti 8 s na osi x“,
- „8 sekundi (na apscisi) odgovara 40 m po pravcu (na ordinati)“.

Sljedeća pogrešna strategija koja je najviše korištena u kvantitativnom zadatku u kontekstu matematike je „pomnožene koordinate točke  $(x \cdot y)$ “. Ovu strategiju studenti su koristili kada nisu znali kako doći do tražene veličine (prijeđenog puta ili cijene prijevoza), no dimenzionalnom analizom su zaključili da bi se veličine prikazane na osima trebale pomnožiti pa je promatrana krajnja točka i pomnožene su njezine koordinate, npr.

- „ $80 \text{ h} \cdot 80 \text{ kn/h} = 640 \text{ kn}$ , cijena jednog sata nakon 8 h je 80 kn, dakle zarada je tada  $8 \cdot 80$ “,
- „cijena po satu = cijena/vrijeme, cijena = cijena po satu  $\cdot$  vrijeme =  $80 \cdot 8 = 640$ “,
- „na y osi imamo cijene po satu, na x broj sati pa bi ukupan broj novaca koje radnik zaradi tijekom 8 h računali kao  $80 \text{ kn/h} \cdot 8 \text{ h} = 640 \text{ kn}$ “,
- „akceleracija kod ovog radnika je 80 kn za svaki odrađeni sat, stoga ako odradi 8 sati pomnožimo sa 80 kn i dobijemo 640 kn“,
- „zato što mu je u 8 sec brzina 40 m/s što znači da za 8 sec prijeđe 320 m ( $8 \cdot 40$ )“.

Pogrešna strategija koja je često korištena u zadacima kvalitativnog tipa u oba konteksta je „promatranje toka funkcije“. Tu su ubrojena obrazloženja do kojih se došlo promatranjem nagiba, akceleracije, promjene brzine/cijene i slično. Evo nekih obrazloženja svrstanih u ovu kategoriju:

- „ $(\Delta \text{cijena/kn})_{STAR} > (\Delta \text{cijena/kn})_{GOLD} \Rightarrow (\text{cijena})_{STAR} > (\text{cijena})_{GOLD}$ “,
- „STAR graf se brže smanjuje te sam po tome zaključio“,
- „ $\Delta v_x > \Delta v_y \Rightarrow \Delta s_x > \Delta s_y$ “,
- „jer ima manji nagib - sporije mu raste cijena“,
- „čisto vizualno zaključio da će STAR biti jeftiniji zbog naglog pada cijene po kilometru“,
- „tijelo Y je imalo konstantniju brzinu od tijela X pa mislim da je prešlo veći put“,
- „jer X ima veće ubrzanje (strmiji graf) na početku“.

Pogrešna strategija „graf je slika gibanja“ korištena je u kvalitativnom zadatku u kontekstu fizike. Studenti koji su koristili ovu strategiju zaključivanja pravac prikazan na grafu smatraju putanjom po kojoj se tijelo gibalo i ne razumiju da je to zapravo apstraktan prikaz ovisnosti brzine tijela o vremenu pa su prilikom procjene prijeđenog puta komentirali duljinu pravca:

- „procijenila sam da je dulja linija za X“.

Od pogrešnih strategija koje su posebno izdvojene preostala je još „ $v = s/t$ “ koja je najviše korištena u kvantitativnom zadatku u kontekstu fizike, ali je prisutna i u rješavanju kvalitativnog zadatka istog konteksta. To je formula iz fizike koju svi zapamte pa ju koriste u svim zadacima vezanim uz brzinu, a zaborave da ona vrijedi samo u specijalnom slučaju gibanja (jednoliko gibanje po pravcu). Obrazloženja svrstana u ovu kategoriju uglavnom su kratki računi kao npr.

- „*bolid se giba jednoliko ubrzano po pravcu te prijeđe put  $s = vt = 8 \cdot 40 = 320 \text{ m}$* “,
- „ *$v = s/t$ ,  $s = vt = 40 \text{ m/s} \cdot 8 \text{ s} = 320 \text{ m}$* “,
- „*jer je formula za put  $s = vt$* “,
- „*zato što iako X usporava ipak prelazi veći put,  $v = s/t$* “.

U „druge kategorije“ pogrešnih strategija koje se pojavljuju kod malog broja ispitanika ubrojeno je zaključivanje pomoću računanja nagiba, umjesto površine, zbrajanje  $y$ -koordinata za svaki sat, pogrešno zaključivanje na temelju prosječne brzine i pomoću proporcionalnosti;

- „*čini mi se da je prosječna vrijednost obiju linija otprilike 7.5 kn*“,
- „*veliĉine su proporcionalne, ako u  $t = 0 \text{ h}$  zaradi 0 kn, onda u 8 h zaradi 80 kn*“,
- „ *$(80 \text{ kn/h}) / 8 \text{ h} = 80 \text{ kn}$* “,
- „*prvo sam išla računati zbroj  $20+40+60+80$  kuna što znam da nema smisla, kasnije sam birala 320 kuna*“.

U skupinu „nekategorizirano/nema obrazloženja“ pod pogrešnim strategijama su ubrojeni odgovori koji su pogrešni, a da za njih nije napisano obrazloženje zašto su odabrani pa se tijekom zaključivanja tih studenata ne može kategorizirati i obrazloženja poput ovoga:

- „*jer mi se bez obzira na broj prijeđenih kilometara činilo povoljnijim uzeti ovog prijevoznika*“.

U kategoriju „nema strategije“ ubrojena su obrazloženja poput ovih:

- „*odokativna procjena (pogađala sam)*“,
- „*odgovorila intuitivno*“.

U tablici 4.4 prikazane su najčešće ispravne i pogrešne strategije u rješavanju zadataka vezanih uz konceptualno područje površine koje su upravo opisane, samo sada prvi broj u svakoj ćeliji pokazuje postotak učestalosti korištenja pojedine strategije za svaki od tipova zadataka za studente fizike, a drugi za studente psihologije. Iz tablice 4.4 uočavamo da je najčešće korištena ispravna strategija „*uspoređivanje površina*“ često korištena u svim tipovima zadataka u oba konteksta, ali da su ju koristili u velikoj većini studenti fizike, dok su ju studenti psihologije koristili vrlo rijetko. Analizom upitnika utvrđeno je da 18 studenata psihologije (od 47) zna interpretaciju površine ispod pravca u  $v$ - $t$  grafu što je malo manje od 40 % dok je troje studenata fizike pogrešno odgovorilo na ovo pitanje.

Ispravnu strategiju „*račun preko formula iz fizike*“ koristili su samo studenti fizike jer su njima potrebne formule poznate dok ih se studenti psihologije ne sjećaju pa ih niti nisu mogli koristiti. Možemo uočiti da mali dio studenata fizike uočava analogiju u zadacima pa pomoću formula iz fizike rješava i zadatke u kontekstu matematike, naravno, kvantitativnog tipa. Ispravnu strategiju „*veća brzina/cijena dulje vrijeme*“ obje skupine studenata koriste prilikom

rješavanja kvalitativnog tipa zadataka u oba konteksta, samo ju studenti psihologije koriste dva puta češće. Ova strategija je zapravo neka vrsta intuitivnog zaključivanja koja se može koristiti prilikom rješavanja zadataka ovog tipa pa su je zbog toga češće koristili studenti psihologije koji se baš ne mogu osloniti na formule iz fizike jer ih se ne sjećaju za razliku od studenata fizike. „Nekategorizirana“ ispravna obrazloženja kao i ispravna obrazloženja ubrojena pod „druge kategorije“ malo češće se pojavljuju kod studenata psihologije u odnosu na njihovo pojavljivanje kod studenata fizike.

	Fizika kvalitativno/%	Matematika kvalitativno/%	Fizika kvantitativno/%	Matematika kvantitativno/%
<b>ISPRAVNE STRATEGIJE</b>				
uspoređivanje površina	56 / 2	38 / 6	51 / 4	38 / 6
račun preko formula iz fizike	9 / 0	0 / 0	20 / 0	4 / 0
veća brzina/cijena dulje vrijeme	7 / 13	11 / 21	0 / 0	0 / 0
druge kategorije	9 / 9	2 / 9	0 / 4	0 / 0
nekategorizirano/nema obrazloženja	2 / 4	9 / 6	4 / 0	2 / 0
<b>POGREŠNE STRATEGIJE</b>				
promatranje toka funkcije	9 / 19	13 / 17	0 / 0	0 / 0
graf je slika gibanja	0 / 11	0 / 0	0 / 0	0 / 0
$s = vt$	0 / 13	0 / 0	20 / 13	0 / 0
pomnožene koordinate točke (x,y)	2 / 0	0 / 0	2 / 23	24 / 38
uspoređivanje početne i/ili konačne brzine/cijene	7 / 15	16 / 26	0 / 40	13 / 40
druge kategorije	2 / 2	2 / 6	0 / 0	9 / 4
nekategorizirano/nema obrazloženja	0 / 11	11 / 13	2 / 11	7 / 11
nema strategije	0 / 6	0 / 2	0 / 2	2 / 0

**Tablica 4.4: Ispravne i pogrešne strategije korištene u rješavanju zadataka vezanih uz konceptualno područje površine u oba konteksta te odvojeno za studente fizike i za studente psihologije**

Promatranjem dijelova tablice 4.4 koji prikazuju postotak korištenja pojedinih pogrešnih strategija u pojedinim tipovima zadataka možemo uočiti da su najčešće korištenu pogrešnu strategiju „promatranje toka funkcije“ obje skupine studenata koristile prilikom rješavanja kvalitativnih zadataka u oba konteksta te da su ju češće koristili studenti psihologije. Pogrešnu strategiju „graf je slika gibanja“ studenti fizike nisu koristili što znači da su tijekom svog obrazovanja shvatili što graf prikazuje dok dio studenata psihologije ipak još graf ne smatra apstraktnim prikazom ovisnosti veličina na osima grafa.

Pogrešna strategija „ $s=vt$ “ se približno jednako često pojavila u obrazloženjima kod obje skupine studenata što je poprilično zabrinjavajuća činjenica koja govori da je, bez obzira na

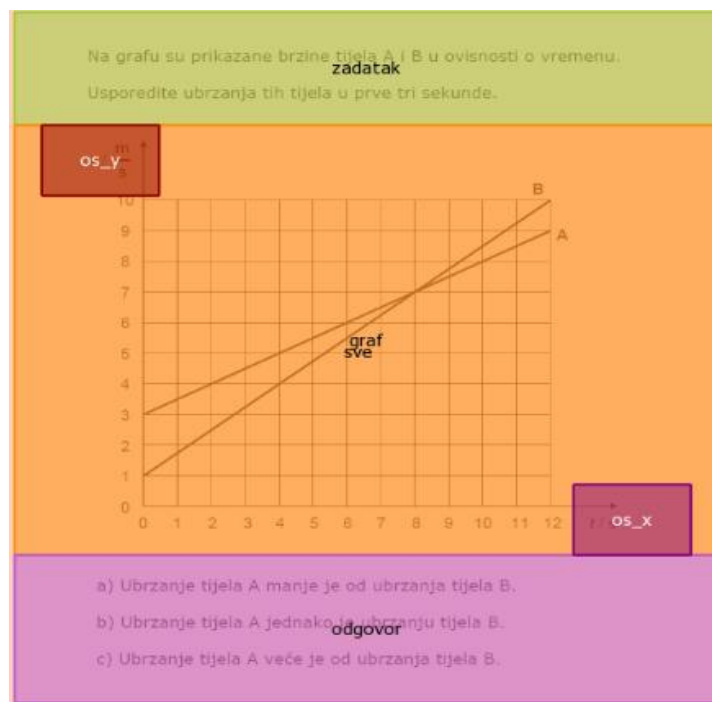


visokoškolsko obrazovanje u području fizike, postotak studenata fizike koji ne zna u kojem se specijalnom slučaju može koristiti ova formula približno jednak postotku studenata psihologije koji to ne znaju, a učili su fiziku samo u osnovnoj i srednjoj školi. Pogrešna strategija „pomnožene koordinate točke  $(x,y)$ “ uglavnom je korištena prilikom rješavanja kvantitativnih zadataka, češće u kontekstu matematike te su ju češće koristili studenti psihologije. Analizom upitnika utvrđeno je da samo 19 studenata psihologije (od 47) zna formulu za računanje površine pravokutnog trokuta što je 40 % dok su svi studenti fizike koji su odgovorili na to pitanje (njih 43 od 45) napisali točne formule za površinu pravokutnog trokuta. Studenti psihologije su umjesto formule za površinu pravokutnog trokuta uglavnom pisali Pitagorin poučak iako je samo 6 njih napisalo točan iskaz Pitagorinog poučka.

Pogrešna strategija „*uspoređivanje početne i/ili konačne brzine/cijene*“ u obje skupine studenata češće je korištena u kvantitativnom tipu zadataka i u kontekstu matematike te su ju češće koristili studenti psihologije. Iz tablice 4.4 možemo uočiti da „*nekategoriziranih*“ pogrešnih obrazloženja kao i pogrešnih obrazloženja ubrojenih pod „*druge kategorije*“ te „*nema strategije*“ ima više kod studenata psihologije u odnosu na studente fizike što potvrđuje isti zaključak, kao i u konceptualnom području nagiba, da studenti psihologije imaju neke ideje i osjećaj za površinu, ali ih ne znaju točno verbalizirati i provesti u točan račun prilikom rješavanja zadataka.

### 4.3 Rezultati mjerenja pokreta očiju

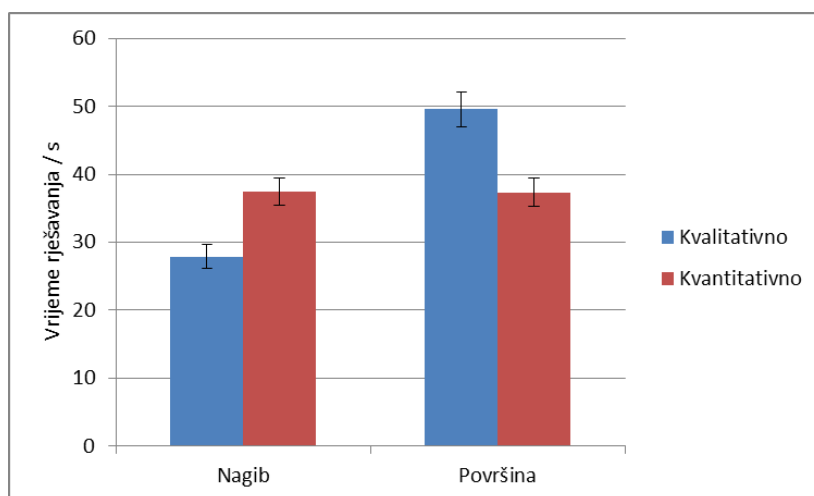
Pomoću mjerenja pokreta očiju može se odrediti koliko su dugo ispitanici rješavali pojedini zadatak. Vrijeme gledanja (eng. *dwell time*) odnosi se na vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na definiranom području interesa. Svaki zadatak podijeljen je na pet područja interesa koja su prikazana na slici 4.7 za jedan od zadataka iz testa, analogno tome i preostalih 7 zadataka iz testa podijeljeno je na prikazana područja interesa pa se moglo analizirati i koliko dugo se svaki ispitanik pogledom zadržao na pojedinom području interesa. Područja interesa nazvana su zadatak, odgovor, graf te os  $y$  i os  $x$ , posljednja dva područja interesa su kod obrade podataka spojena u jedno područje interesa nazvano „*obje osi*“ koje je sadržano u području interesa „*graf*“, ali smo ga i posebno izdvojili jer je važno za razumijevanje grafova. Analizirani su podatci i za ukupno vrijeme rješavanja zadatka te je u tom slučaju područje interesa nazvano „*sve*“.



Slika 4.7: Kvalitativni zadatak vezan uz konceptualno područje nagiba podijeljen na područja interesa

### 4.3.1 Vrijeme rješavanja zadatka

Na grafu na slici 4.8 prikazano je vrijeme rješavanja pojedinih tipova zadataka (kvalitativni i kvantitativni) po konceptualnim područjima za sve ispitanike i za oba konteksta zajedno, dakle i za zadatke iz fizike i za zadatke iz matematike. Graf na slici 4.8 prikazuje kako konceptualno područje (nagib ili površina) i tip zadatka utječu na duljinu (vrijeme) rješavanja zadataka.



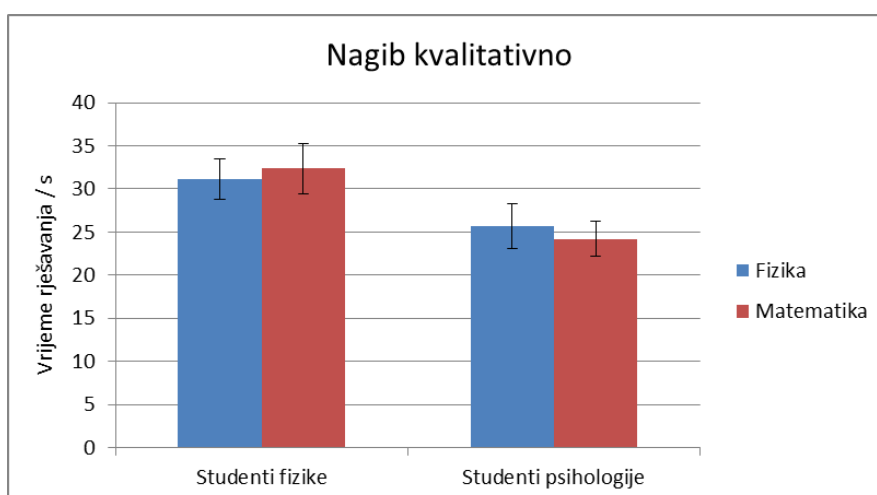
Slika 4.8: Utjecaj konceptualnog područja i tipa zadataka na duljinu (vrijeme) rješavanja zadataka

Rezultati ANOVA testa pokazuju da, ukupno gledajući, studenti jednako dugo rješavaju i kvalitativne i kvantitativne zadatke, odnosno da tip zadatka nema statistički značajnog utjecaja na duljinu rješavanja zadatka ( $F = 0.81$ ,  $p > 0.05$ ), ali rezultati ANOVA testa pokazuju da konceptualno područje statistički značajno utječe na duljinu rješavanja zadataka ( $F = 45.81$ ,  $p < 0.0001$ ) na način da je studentima više vremena bilo potrebno za rješavanje zadataka vezanih uz konceptualno područje površine. Rezultati pokazuju i da interakcija dvaju promatranih faktora ima statistički značajan utjecaj na vrijeme rješavanja zadataka ( $F = 73.56$ ,  $p < 0.0001$ ).

Na grafu sa slike 4.8 možemo uočiti da je studentima najviše vremena (oko 50 sekundi) bilo potrebno za rješavanje kvalitativnog zadatka vezanog uz konceptualno područje površine, dok im je najmanje vremena (oko 28 sekundi) bilo potrebno, tj. najbrže su riješili kvalitativan zadatak vezan uz konceptualno područje nagiba. Iz istog grafa se također može uočiti da je studentima bilo potrebno podjednako vremena (oko 37 sekundi) za rješavanje kvantitativnih zadataka u oba konceptualna područja.

Usporedbom ovih podataka s podacima na grafu sa slike 4.2 koji prikazuje točnost u rješavanju zadataka po konceptualnim područjima možemo uočiti da je zadatak koji su studenti najbrže riješili (procjena nagiba) ujedno bio i najbolje riješen zadatak, odnosno taj zadatak im je bio najlakši dok najduže rješavani zadatak (procjena površine) nije bio i najteži. Još se može zaključiti i da dulje vrijeme rješavanja zadatka ukazuje na veću težinu zadatka jer su lošije riješeni zadatci rješavani dulje vremena. Taj zaključak je točan za sve zadatke osim za zadatke u kojima se tražio račun površine jer je to bila i najteža vrsta zadatka i vjerojatno ispitanici nisu ni pokušavali razviti neku točnu strategiju kao što je to na primjer bio slučaj kod zadataka u kojima je tražila procjena površine.

Na grafovima koji slijede prikazan je utjecaj konteksta na duljinu (vrijeme) rješavanja pojedinih zadataka. Graf na slici 4.9 prikazuje utjecaj konteksta na vrijeme rješavanja zadataka u kojima se ispitalo kvalitativno razumijevanje nagiba kod studenata fizike i studenata psihologije.

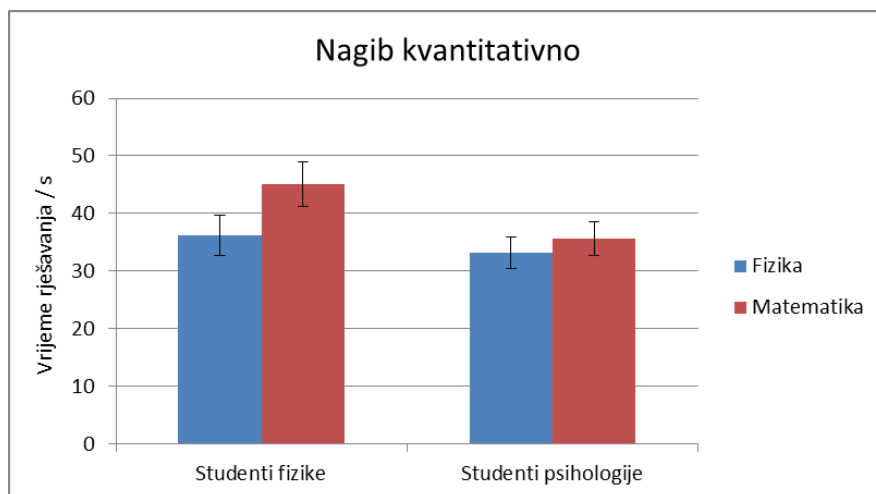


**Slika 4.9: Vrijeme rješavanja zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje nagiba**

Rezultati ANOVA testa pokazuju da kontekst (fizika i matematika) nema statistički značajnog utjecaja na vrijeme rješavanja kvalitativnih tipova zadataka vezanih uz konceptualno područje nagiba ( $F = 0.01$ ,  $p > 0.05$ ), odnosno da je studentima bilo potrebno podjednako vremena za rješavanje ovog tipa zadatka u oba konteksta. Rezultati testa pokazuju da je studentima fizike bilo potrebno više vremena za rješavanje promatranih zadataka, odnosno da su studenti fizike bili sporiji u rješavanju u odnosu na studente psihologije ( $F = 4.24$ ,  $p = 0.04$ ) dok interakcija dvaju promatranih faktora (kontekst i vrsta studija) nema statistički značajan utjecaj na vrijeme rješavanja promatranog tipa zadatka ( $F = 1.09$ ,  $p > 0.05$ ).

Usporedbom ovih podataka s podacima na grafu sa slike 4.3 koji prikazuje točnost rješavanja istog tipa zadatka (procjena nagiba) možemo uočiti da iako studenti fizike i studenti psihologije imaju podjednaku točnost u rješavanju promatranog tipa zadataka, studenti psihologije brže rješavaju promatrani tip zadataka. Također možemo uočiti da kao što kontekst ne utječe na točnost u rješavanju ovog zadatka, ne utječe ni na vrijeme njegovog rješavanja.

Graf na slici 4.10 prikazuje utjecaj konteksta na vrijeme rješavanja zadataka u kojima se ispitivalo kvantitativno razumijevanje nagiba kod studenata fizike i studenata psihologije. Rezultati ANOVA testa pokazuju da kontekst (fizika i matematika) statistički značajno utječu na vrijeme rješavanja kvantitativnih tipova zadataka vezanih uz konceptualno područje nagiba ( $F = 5.05$ ,  $p = 0.03$ ) na način da su studenti brže riješili promatrani tip zadatka u kontekstu fizike u odnosu na isti tip zadatka u kontekstu matematike. Rezultati testa pokazuju da studij (fizika i psihologija) nema statistički značajnog utjecaja na duljinu rješavanja promatranih zadataka ( $F = 2.61$ ,  $p > 0.05$ ) kao što ni interakcija dvaju promatranih faktora (kontekst i vrsta studija) također nije statistički značajna ( $F = 1.72$ ,  $p > 0.05$ ).

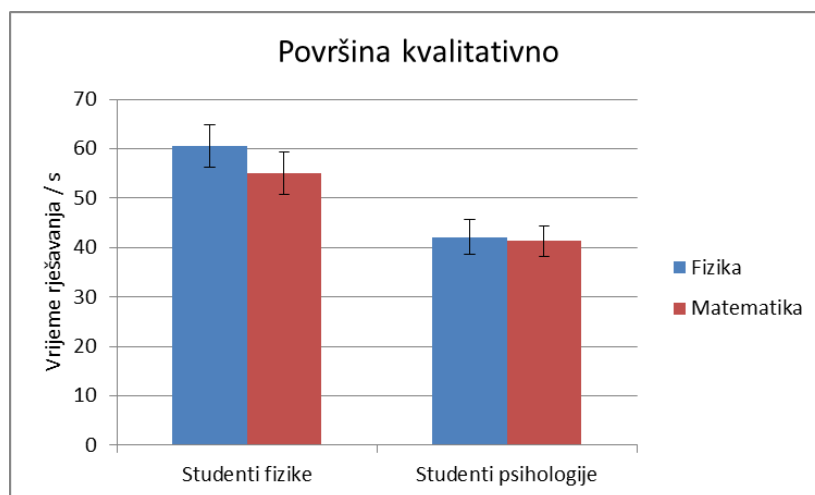


**Slika 4.10: Vrijeme rješavanja zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje nagiba**

Usporedbom ovih podataka s podacima na grafu sa slike 4.4 koji prikazuje točnost rješavanja istog tipa zadatka (račun nagiba) možemo uočiti da kontekst utječe i na točnost u rješavanju promatranog tipa zadatka, ali i na vrijeme potrebno za njegovo rješavanje na način da zadatke iz konteksta u kojem je postignuta veća točnost (fizika) studenti brže rješavaju. Daljnjom analizom možemo uočiti da iako studenti fizike bolje rješavaju zadatke vezane uz račun nagiba nisu brži u njihovom rješavanju od studenata psihologije.

Iz grafa na slici 4.10 vidimo da studenti fizike brže rješavaju promatrani zadatak u kontekstu fizike u odnosu na isti zadatak u kontekstu matematike, no međutim korigirani t-testovi po Bonnferoni-u pokazuju da ta razlika između vremena rješavanja između dva konteksta kod studenata fizike nije statistički značajna ( $p > 0.05$ ) kao ni za studente psihologije što je i odmah vidljivo iz grafa ( $p > 0.05$ ).

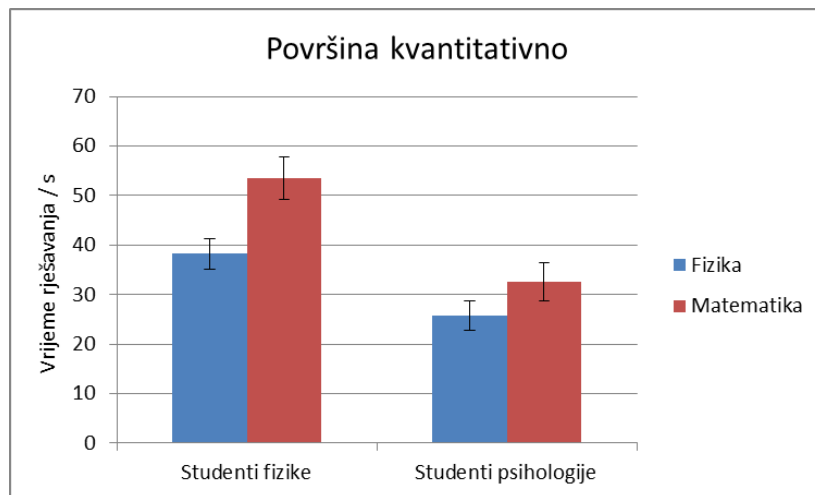
Graf na slici 4.11 prikazuje utjecaj konteksta na duljinu (vrijeme) rješavanja zadataka u kojima se ispitivalo kvalitativno razumijevanje površine kod studenata fizike i studenata psihologije. Rezultati ANOVA testa pokazuju da kontekst (fizika i matematika) nema statistički značajnog utjecaja na vrijeme rješavanja kvalitativnih tipova zadataka vezanih uz konceptualno područje površine ( $F = 1.45$ ,  $p > 0.05$ ), odnosno da je studentima bilo potrebno podjednako vremena za rješavanje ovog tipa zadatka u oba konteksta. Rezultati testa pokazuju da je studentima fizike bilo potrebno više vremena za rješavanje promatranih zadataka, odnosno da su studenti fizike bili sporiji u rješavanju u odnosu na studente psihologije ( $F = 11.46$ ,  $p = 0.001$ ) dok interakcija dvaju promatranih faktora (kontekst i vrsta studija) nema statistički značajan utjecaj na vrijeme rješavanja promatranog tipa zadatka ( $F = 0.82$ ,  $p > 0.05$ ).



**Slika 4.11: Vrijeme rješavanja zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje površine**

Usporedbom ovih podataka s podacima na grafu sa slike 4.5 koji prikazuje točnost rješavanja istog tipa zadatka (procjena površine) možemo uočiti da kontekst ne utječe ni na točnost rješavanja kao niti na vrijeme rješavanja promatranog tipa zadatka. Također možemo uočiti da studenti fizike bolje rješavaju promatrani tip zadataka od studenata psihologije, ali im je za to potrebno i dulje vrijeme kao što je uočeno i kod zadataka vezanih uz račun nagiba gdje su studenti fizike također bolji od studenata psihologije i brži od njih. Daljnjom analizom možemo uočiti da studenti fizike podjednako dugo rješavaju ovaj tip zadatka u oba konteksta, ali postižu veću točnost u kontekstu fizike dok studenti psihologije također podjednako dugo rješavaju ovaj tip zadatka u oba konteksta (ali kraće od studenata fizike) te postižu malo veću točnost u kontekstu matematike koja nije statistički značajna.

Graf na slici 4.12 prikazuje utjecaj konteksta na duljinu (vrijeme) rješavanja zadataka u kojima se ispitivalo kvantitativno razumijevanje površine kod studenata fizike i studenata psihologije.



**Slika 4.12: Vrijeme rješavanja zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje površine**

Rezultati ANOVA testa pokazuju da kontekst (fizika i matematika) statistički značajno utječu na vrijeme rješavanja kvantitativnih tipova zadataka vezanih uz konceptualno područje površine ( $F = 12.08$ ,  $p = 0.001$ ) na način da su studenti brže riješili promatrani tip zadatka u kontekstu fizike u odnosu na isti tip zadatka u kontekstu matematike. Rezultati testa pokazuju da studij (fizika i psihologija) također statistički značajno utječe na duljinu rješavanja promatranih zadataka ( $F = 18.59$ ,  $p < 0.0001$ ) dok interakcija dvaju promatranih faktora (kontekst i vrsta studija) nema statistički značajan utjecaj na vrijeme rješavanja promatranog tipa zadatka ( $F = 1.77$ ,  $p > 0.05$ ).

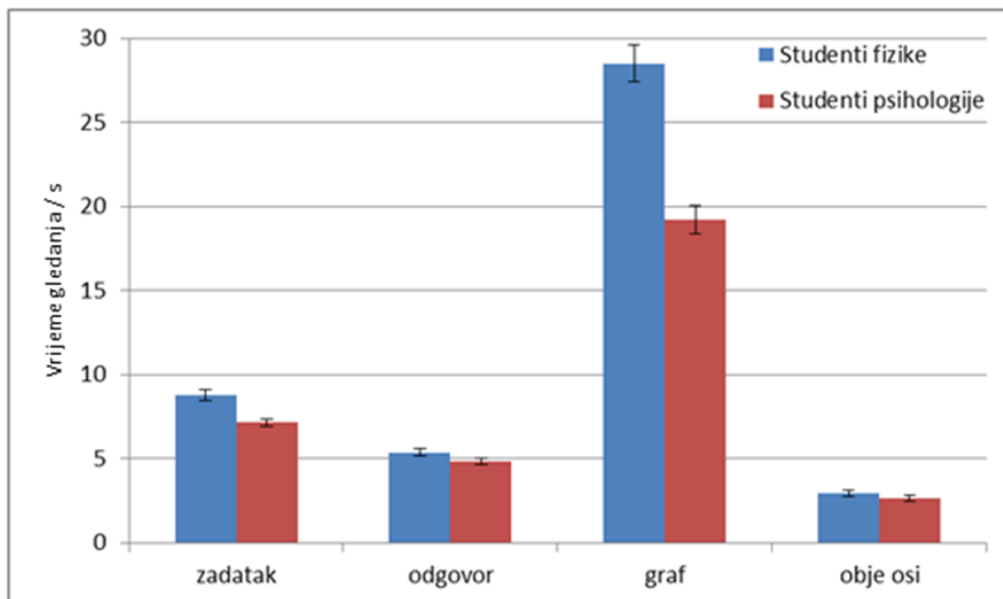
Usporedbom ovih podataka s podacima na grafu sa slike 4.6 koji prikazuje točnost rješavanja istog tipa zadatka (račun površine) možemo uočiti da kontekst utječe i na točnost rješavanja kao i na vrijeme rješavanja promatranog tipa zadatka na način da je veća točnost rješavanja ovog tipa zadatka u kontekstu fizike i da je vrijeme potrebno za rješavanje u tom kontekstu kraće. Usporedbom podataka za točnost i vrijeme rješavanja ovog tipa zadatka (račun površine) uočava se ista situacija kao i kod usporedbe podataka za točnost i vrijeme rješavanja preostalih triju tipova zadataka (procjena nagiba, račun nagiba, procjena površine), a to je da studenti fizike postižu veću točnost u rješavanju te da im je za to bilo potrebno više vremena prilikom rješavanja svih zadataka.

Nakon cjelokupne analize možemo zaključiti da kontekst nije utjecao na vrijeme rješavanja kvalitativnih tipova zadataka dok je utjecao na vrijeme rješavanja kvantitativnih tipova zadataka na način da su studenti brže rješavali zadatke u kontekstu fizike koji im je prema tome poznatiji te znaju neke koncepte i formule iz fizike koje su primjenjivali prilikom rješavanja dok su za zadatke iz matematike, tj. svakodnevnog života uglavnom modificirali formule iz fizike pa to nije uvijek rezultiralo uspjehom te je oduzelo više vremena. Također možemo uočiti da interakcija dvaju promatranih faktora (kontekst i vrsta studija) nije statistički značajno utjecala na vrijeme rješavanja ni u jednom tipu zadatka. I konačno, što je već i spomenuto, uočeno je da vrsta studija (fizika i psihologija) statistički značajno utječe na

vrijeme rješavanja svih zadataka, osim zadatka s računom nagiba, na način da studenti fizike sporije rješavaju zadatke, odnosno da im je potrebno više vremena u odnosu na studente psihologije.

### 4.3.2 Usporedbe vremena gledanja po područjima interesa

Na grafu na slici 4.13 prikazan je prosječan vremenski period (*dwelt time*) za sve zadatke u kojem su se ispitanici zadržali svojim pogledom na svakom od definiranih područja interesa (zadatak, odgovor, graf, obje osi) za studente fizike i za studente psihologije. Iz grafa sa slike 4.13 možemo uočiti da su i studenti fizike i studenti psihologije tijekom rješavanja zadataka najviše vremena proveli promatrajući graf što je i bilo za očekivati s obzirom na to da su se svi podatci koji su bili potrebni za rješavanje zadataka nalazili na grafu, a i površina tog područja interesa je najveća pa ta činjenica nije iznenađujuća. Sljedeće područje interesa koje su studenti također gledali više nego ostala je „zadatak“ odnosno tekst zadatka u kojem je navedeno što se traži. Nakon njih slijedi područje interesa nazvano „odgovor“ i na kraju područje interesa nazvano „obje osi“. Dakle, obje skupine studenata su najmanje vremena utrošile na određivanje veličina koje su prikazane na osima te mjernih jedinica u kojima u kojima su te veličine prikazane. U upitnicima je podjednak broj studenata psihologije i studenata fizike napisao da gleda koje veličine su na osima grafa i njihove mjerne jedinice, 53.2 % studenata psihologije i 48.9 % studenata fizike.



**Slika 4.13:** Prosječan vremenski period u kojem su se ispitanici zadržali svojim pogledom na svakom definiranom području interesa za sve zadatke

Iz grafa sa slike 4.13 možemo vidjeti i da su se studenti fizike dulje vrijeme poglednom zadržali na svakom od navedenih područja interesa od studenata psihologije, no statistički t-testovi pokazuju da je ta razlika u gledanju između studenata statistički značajna samo na području interesa „graf“ i na području interesa „zadatak“ s vrijednošću  $p < 0.0001$  dok razlika u vremenu gledanja za područja interesa „odgovor“ i „obje osi“ između studenata fizike i studenata psihologije nije statistički značajna ( $p > 0.05$ ). Dobivene rezultate mogli

smo i očekivati već nakon analize ukupnog vremena koje je studentima bilo potrebno za rješavanje zadataka jer je već tada uočeno da su studenti fizike sporije rješavali dio zadataka iz testa. Iz ovih rezultata možemo zaključiti da su studenti fizike, koji su bolje riješili test, pažljivije čitali tekst zadataka da otkriju što se traži, a isto tako su više gledali i graf da očitaju relevantne informacije.

U Prilogu 2 nalaze se grafovi koji prikazuju utjecaj konteksta (fizika i matematika) i vrste studija (fizika i psihologija) na vrijeme tijekom kojeg su se ispitanici pogledom zadržali na svakom definiranom području interesa (obje osi, graf, zadatak, odgovor) za svaki tip zadatka zasebno, dakle za zadatke koji su ispitivali kvalitativno i kvantitativno razumijevanje nagiba te za zadatke koji su ispitivali kvalitativno i kvantitativno razumijevanje površine. Uz grafove napisani su i rezultati provedenih statističkih testova.

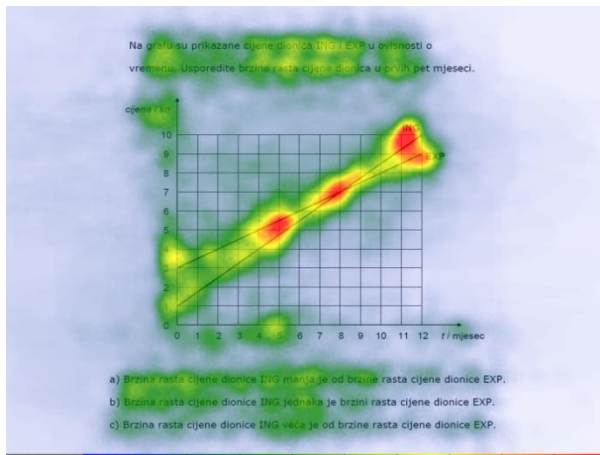
Zanimljiv je utjecaj promatranih faktora na vrijeme gledanja područja interesa „obje osi“ koji je najizraženiji kod zadataka u kojima se tražio račun površine. U svim zadacima, osim kod kvalitativne procjene nagiba, javila se interakcija između konteksta i vrste studija studenti fizike su više promatrali osi u kontekstu matematike nego fizike dok to nije bio slučaj sa studentima psihologije (vidi 7.2.1). Kao što se ukupno vidi na slici 4.13, studenti fizike su više gledali područje interesa „graf“ i u pojedinim zadacima (vidi 7.2.2). Prilikom rješavanja zadataka s procjenom površine uočeno je da su se ispitanici više vremena pogledom zadržali na području interesa „graf“ u kontekstu fizike dok su se kod računa površine dulje zadržali na „grafu“ u kontekstu matematike (vidi 7.2.2). Nadalje, kod zadataka vezanih uz konceptualno područje površine ispitanici su se dulje zadržali na području interesa „tekst“ zadatka u kontekstu matematike te su ga dulje promatrali studenti fizike, a svi su ispitanici više gledali „tekst“ zadatka u kojem se tražio račun nagiba (vidi 7.2.3) što ukazuje na veću kognitivnu težinu zadataka s novim kontekstom. Nije bilo puno razlika između ispitanika i različitih konteksta u promatranju ponuđenih odgovora (vidi 7.2.4).

Analizom svih provedenih statističkih testova možemo uočiti da promatrani faktori (vrsta studija i kontekst) više utječu na vrijeme promatranja definiranih područja interesa kod zadataka vezanih uz konceptualno područje površine nego kod zadataka vezanih uz konceptualno područje nagiba te također da više utječu na kvantitativan nego na kvalitativan tip zadatka. Kada se pojavljuje statistički značajan utjecaj vrste studija on pokazuje da se studenti fizike dulji vremenski period zadržavaju pogledom na definiranim područjima interesa od studenata psihologije što ukazuje na to da studenti fizike više analiziraju svaki pojedini dio zadatka dok se studenti psihologije već nakon kratke analize odlučuju za odgovor koji smatraju točnim. Kada se pojavljuje statistički značajan utjecaj konteksta on pokazuje da se ispitanici dulji vremenski period zadržavaju pogledom na definiranim područjima interesa u zadacima u kontekstu matematike što potvrđuje činjenicu da ispitanici lakše i brže dolaze do rješenja zadataka kada se mogu osloniti na konkretne formule kojih se sjećaju iz školovanja (kontekst fizike), nego u slučaju kada trebaju improvizirati, tj. primijeniti znanje u konkretnim situacijama i novim kontekstima (kontekst matematike).



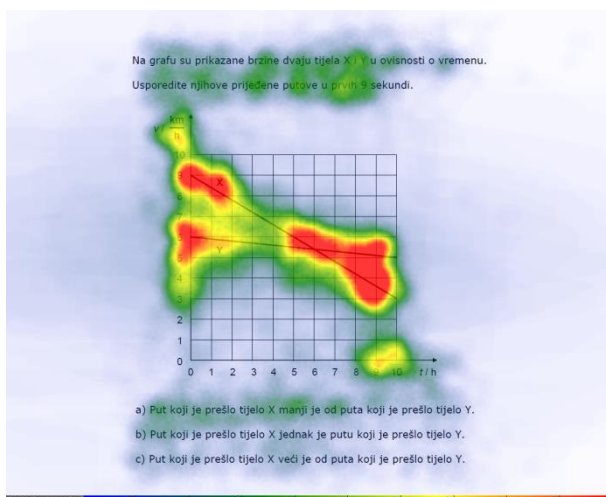
### 4.3.3 Usporedba toplinskih karata

Toplinske karte (eng. *heat maps*) su karte prikaza pogleda ispitanika iz kojih se lako može vidjeti na kojim područjima su se ispitanici najdulje zadržali pogledom. Prikazane su kao prozirni sloj iznad zadataka na kojem su bojama označena područja koja su ispitanici gledali prilikom rješavanja zadataka na način da su područja na kojima su se ispitanici zadržali pogledom dulji vremenski period obojena toplijim bojama (žuta, narančasta, crvena) dok su područja na kojima se ispitanici zadržali kraći vremenski period obojena hladnijim bojama (plava, zelena).

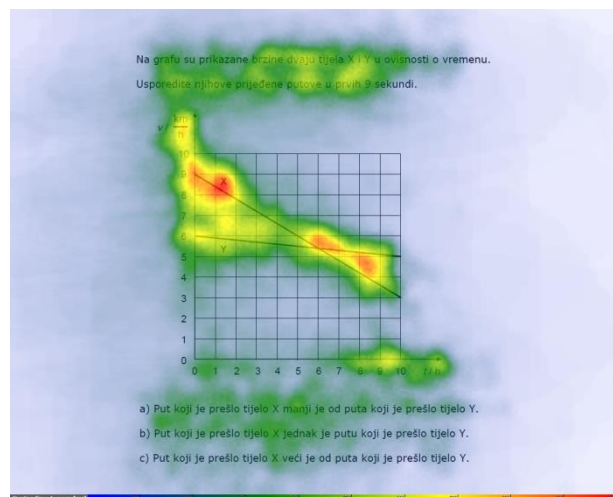


**Slika 4.14: Toplinska karta zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje nagiba za sve ispitanike**

Na grafu sa slike 4.13 smo uočili da su se ispitanici pogledom najdulje zadržali na području interesa „graf“, a najmanje na području interesa „obje osi“. To se najbolje vidi na toplinskoj karti zadatka koji je tražio procjenu nagiba u kontekstu matematike prikazanoj na slici 4.14.



**Slika 4.15: Toplinska karta zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje površine za studente fizike**

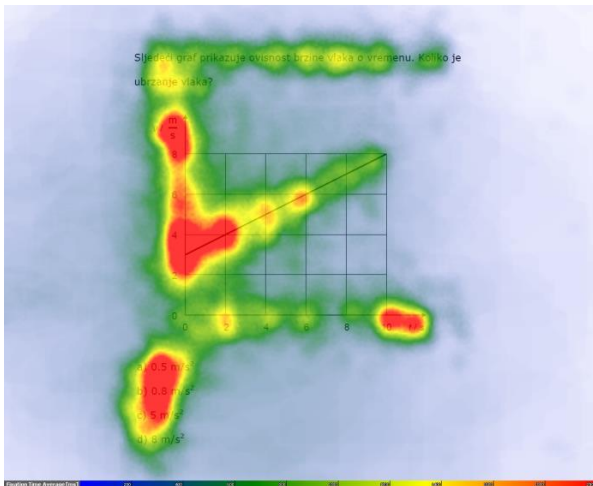


**Slika 4.16: Toplinska karta zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje površine za studente psihologije**

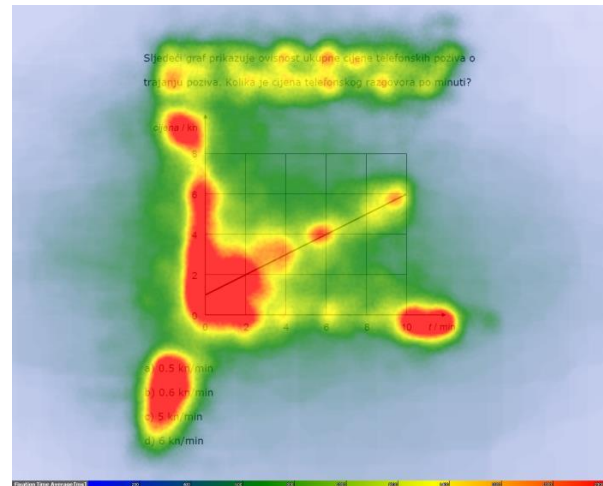
Na slici 4.15 prikazana je toplinska karta zadatka u kojem se tražila procjena površine u kontekstu fizike za studente fizike, a na slici 4.16 je prikazana toplinska karta istog zadatka za studente psihologije. Njihovom usporedbom vidimo zorno prikazane rezultate ANOVA testova koji su pokazali da vrsta studija utječe na vrijeme promatranja „grafa“ u ovom tipu

zadataka na način da su se studenti fizike dulji vremenski period pogledom zadržali na području interesa „graf“ od studenata psihologije u navedenom zadatku.

Na slici 4.17 prikazana je toplinska karta zadatka u kojem se tražio račun nagiba za sve ispitanike u kontekstu fizike, a na slici 4.18 je prikazana toplinska karta istog zadatka za sve ispitanike u kontekstu matematike. Njihovom usporedbom također zorno vidimo da kontekst utječe na vrijeme promatranja „teksta zadatka“ u ovom tipu zadataka na način da su se ispitanici dulji vremenski period pogledom zadržali na području interesa „zadatak“ u kontekstu matematike, nego u kontekstu fizike.



**Slika 4.17: Toplinska karta zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje nagiba za sve ispitanike u kontekstu fizike**



**Slika 4.18: Toplinska karta zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje nagiba za sve ispitanike u kontekstu matematike**

## 5 ZAKLJUČAK I IMPLIKACIJE NA NASTAVU

Mjerenje pokreta očiju u ovom istraživanju omogućilo je praćenje pogleda ispitanika prilikom rješavanja zadataka s grafovima čime se dobio bolji i detaljniji uvid u načine studentskog analiziranja grafova prilikom rješavanja zadataka. Uz sam način analiziranja grafova promatrana je i točnost u rješavanju zadataka te strategije kojima se dolazilo do ispravnih i pogrešnih zaključaka.

Iz dobivenih rezultata uočeno je da je studentima ideja nagiba, odnosno derivacije, intuitivno jasnija od ideje površine ispod grafa, odnosno integrala, funkcije. Najlakšim se pokazao zadatak koji je zahtijevao samo procjenu nagiba dok su se prilikom računanja već pojavile poteškoće. Najtežim se pokazao zadatak koji je zahtijevao račun površine te su prilikom njegovog rješavanja studenti naišli na najviše poteškoća i neuspješno pokušavali koristiti različite strategije koje su im u trenutku rješavanja „pale na pamet“. Studenti fizike su, naravno, bili bolji u rješavanju zadataka s grafovima od studenata psihologije što nije iznenađujuća činjenica s obzirom na područje visokoškolskog obrazovanja. No, promatramo li svaki kontekst zasebno možemo uočiti da jedan dio studenata fizike svoje razvijene postupke rješavanja fizikalnih zadataka s grafovima nije znao primijeniti na analognim zadacima u novim kontekstima, u ovom slučaju u kontekstu matematike, odnosno svakodnevnog života. Studenti psihologije su srednjoškolsku fiziku već zaboravili u velikoj mjeri pa su bili bolji u rješavanju zadataka u kontekstu matematike, odnosno svakodnevnog života. Prilikom rješavanja zadataka su se najviše oslanjali na neki svoj stečeni osjećaj zaključivanja o „jeftinijem“ i „skupljem“ iz svakodnevnih iskustava i intuiciju.

Analizom vremena rješavanja zadataka je uočeno da je najbolje riješeni zadatak (procjena nagiba) ujedno riješen i najbrže, odnosno da je taj zadatak studentima bio najlakši dok najdulje rješavani zadatak (procjena površine) nije bio i najlošije riješeni. Cjelokupnom analizom vremena rješavanja zadataka, neuključujući zadatke s računom površine, uočeno je da dulje vrijeme rješavanja zadatka ukazuje na veću težinu zadatka. Uočeno je i da kontekst nije utjecao na vrijeme rješavanja zadataka s procjenom dok je utjecao na vrijeme rješavanja zadataka s računom na način da su studenti brže rješavali zadatke u kontekstu fizike dok im je za pronalaženje novih strategija i/ili modifikaciju formula iz fizike u zadacima iz svakodnevnog života bilo potrebno više vremena.

Promatranjem načina rješavanja zadataka s grafovima uočeno je da su studenti tijekom rješavanja zadataka najviše vremena promatrali sam graf što je očekivano s obzirom na to da on sadrži najviše podataka potrebnih za rješavanje te je najveće površine za razliku od ostalih područja interesa, nakon grafa je slijedio sam tekst zadatka pa ponuđeni odgovori i na kraju veličine prikazane na osima grafa i njihove mjerne jedinice. Uočeno je i da su studenti fizike više analizirali svaki pojedini dio zadatka (više vremena ga promatrali) dok su studenti psihologije već nakon kratke analize odlučili za odgovor koji smatraju točnim. Kontekst zadataka je utjecao na vrijeme promatranja njegovih pojedinih dijelova na način da su studenti dulje analizirali pojedine dijelove zadatka u kontekstu matematike nego u kontekstu fizike. Iz toga možemo zaključiti da su studenti, primjenom formula kojih se sjećaju iz školovanja, lakše i brže dolazili do rješenja fizikalnih zadataka dok su u novim kontekstima (kontekst matematike) u kojima je trebalo primijeniti znanje dulje razmišljali i analizirali zadatke.

Rezultati ovog istraživanja ukazuju na transfer znanja iz područja fizike u područje matematike, odnosno svakodnevnog života kod studenata fizike za oba konceptualna područja, i za nagib i za površinu u velikoj mjeri što je vrlo pohvalna činjenica koja pokazuje napredak studenata i integriranje znanja koja stječu u zasebnim područjima tijekom njihovog visokoškolskog obrazovanja. Kod studenata psihologije je transfer znanja također uočen, u manjoj mjeri, ali ipak postoji te se odvija u oba smjera (iz matematike/svakodnevnog života u fiziku i iz fizike u matematiku/svakodnevni život) te je više prisutan u konceptualnom području nagiba.

Rezultati ovog istraživanja ukazuju na to da transferi znanja između matematičkog i prirodoslovnog područja postoje, ali u nedovoljnoj mjeri te da nastavu fizike i matematike (i drugih predmeta naravno) treba osmišljavati, planirati i provoditi tako da se taj transfer poveća. U tu svrhu treba inzistirati na konceptualnom razumijevanju i integriranju sadržaja svakog predmeta zasebno, ali i između predmeta. Također treba manje inzistirati na zaključivanju pomoću formula i poticati argumentaciju riječima jer se njome aktivira više konceptualnih znanja i dobiva uvid u razvoj i tijek razmišljanja učenika/studenata, odnosno povećava se intelektualni angažman učenika/studenata na nastavi, ali i prilikom samostalnog učenja. Sve to razvija kritičko-logičko razmišljanje i način pristupa složenijim problemima te se lakše postiže primjenom interaktivnih nastavnih metoda poučavanja (usmjerena rasprava, konceptualna pitanja s karticama, kooperativno rješavanje zadataka u skupinama, interaktivno izvođenje pokusa, interaktivna nastava pomoću računala), odnosno istraživački usmjerenom nastavom dok se vrlo teško postiže klasičnom predavačkom metodom. Prilikom prvog susreta s grafovima učenicima treba objasniti što oni predstavljaju, kako se konstruiraju i interpretiraju te kako se iz njih iščitavaju željeni podatci i kako na temelju njih zaključujemo o podacima koje oni prikazuju. Kada god je moguće grafove treba uključiti u što više nastavnih sadržaja, ukazivati učenicima na njihove sličnosti i razlike te im time pomoći u razvijanju vještine konstrukcije, razumijevanja i interpretacije grafova u različitim kontekstima.

## 6 LITERATURA

- [1] A. Andrašević, *Istraživanje studentskog razumijevanja grafova*, dostupno na <http://digre.pmf.unizg.hr/260/1/2654.pdf> (prosinac 2014.).
- [2] R. J. Beichner, *Testing student interpretation of kinematics graphs*, AJP 62, (1994), 750-762.
- [3] *Common eye tracking problems*, dostupno na <http://imaging.mrc-cbu.cam.ac.uk/meg/EyeTrackingProblems> (ožujak 2015.).
- [4] A. T. Duchowski, *Eye tracking methodology Theory and Practice*, Springer – Verlag, London, 2007.
- [5] *Fizika, Ispitni katalog za državnu maturu u škol. god. 2009./2010.*, dostupno na <http://metodika.phy.hr/claroline/claroline/backends/download.php/U2VtaW5hci9JU1BJVE5JX0tBVEFMT0cucGRm?cidReset=true&cidReq=MNF1> (listopad 2014.).
- [6] I. Galić Jušić, M. Palmović, *Anticipirajući pokreti oka i posebne jezične teškoće*, *Suvremena lingvistika* 70, (2010), 195-208.
- [7] J. Kaponja, *Mjerenje pokreta očiju u istraživanju strategija u rješavanju jednostavnih jednadžbi*, dostupno na <http://digre.pmf.unizg.hr/325/1/2696.pdf> (listopad 2014.).
- [8] I. Kaurić, *Sustav za detekciju usmjerenosti pogleda*, dostupno na [https://bib.irb.hr/datoteka/658629.Diplomski\\_Kauric\\_0036437354.pdf](https://bib.irb.hr/datoteka/658629.Diplomski_Kauric_0036437354.pdf) (svibanj 2015.).
- [9] G. Leinhardt, O. Zaslavsky, M. K. Stein, *Functions, Graphs, and Graphping: Tasks, Learning, and Teaching*, RER 60, (1990), 1-64.
- [10] L. C. McDermott, M. L. Rosenquist, E. H. van Zee, *Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics*, AJP 55, (1987), 503-513.
- [11] *Nacionalni okvirni kurikulum*, dostupno na [http://www.azoo.hr/images/stories/dokumenti/Nacionalni\\_okvirni\\_kurikulum.pdf](http://www.azoo.hr/images/stories/dokumenti/Nacionalni_okvirni_kurikulum.pdf) (siječanj 2013.).
- [12] D. H. Nguyen, N. S. Rebello, *Students' understanding and application of the area under the curve concept in physics problems*, PRST-PER 7, 010112, (2011), 1-17.
- [13] N. Nikolac, *Analiza brojčanih podataka*, dostupno na <http://mi.medri.hr/assets/Analiza%20brojcanih%20podataka.pdf> (travanj 2015.).
- [14] M. Planinić, *Predavanja iz Metodike nastave fizike 1* (ak. god. 2014/2015), PMF, Fizički odsjek, Zagreb
- [15] M. Planinić, L. Ivanjek, T. Prohaska, *Što možemo doznati iz grafova? (radionica)*, *Nastava fizike i interdisciplinarnost: zbornik radova* (P. Pećina), Hrvatsko fizikalno društvo, Zagreb, 2013, 80 - 85

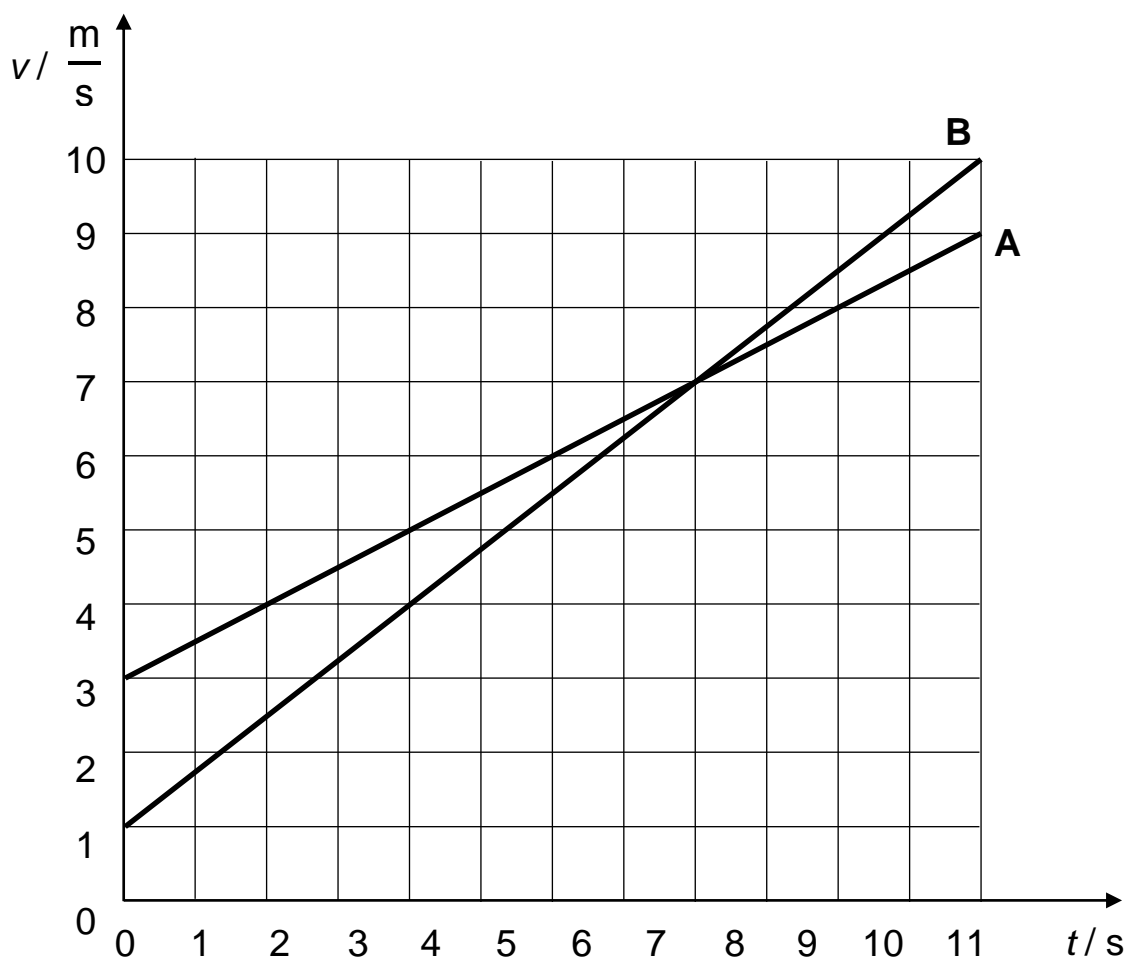
- [16] M. Planinić, L. Ivanjek, A. Sušac, Ž. Milin-Šipuš, *Comparison of university students' understanding of graphs in different contexts*, PRST-PER 9, 020103, (2013), 1-9.
- [17] M. Planinić, L. Ivanjek, A. Sušac, Ž. Milin-Šipuš, *Transfer znanja: Grafovi u različitim kontekstima*, Nastava fizike i interdisciplinarnost: zbornik radova (P. Pećina), Hrvatsko fizikalno društvo, Zagreb, 2013, 7-15
- [18] M. Planinić, L. Ivanjek, A. Sušac, Ž. Milin-Šipuš, A. Andrašević, *Student reasoning about graphs in different contexts*, članak u procesu objavljivanja.
- [19] M. Planinić, Ž. Milin-Šipuš, H. Katić, A. Sušac, L. Ivanjek, *Comparison of student understanding of line graph slope in physics and mathematics*, IJSME 10, (2012), 1393-1414.
- [20] O. Polašek, *Osnove (i još malo više) statistike*, dostupno na [http://neuron.mefst.hr/docs/graduate%20school/tribe/Nastavni%20materijali/Obvezni\\_predmeti/Opca-biostatistika/P01\\_statistika\\_uvod.ppt](http://neuron.mefst.hr/docs/graduate%20school/tribe/Nastavni%20materijali/Obvezni_predmeti/Opca-biostatistika/P01_statistika_uvod.ppt) (travanj 2015.).
- [21] A. Poole, L. J. Ball, *Eye Tracking in Human-Computer Interaction and Usability Research: Current Status and Future Prospects*, dostupno na <http://www.alexpoole.info/blog/wp-content/uploads/2010/02/PooleBall-EyeTracking.pdf> (ožujak 2015.)
- [22] Ž. Prgomet, *Grafovi u fizici*, dostupno na [http://www.phy.pmf.unizg.hr/~dandroic/nastava/diplome/drad\\_zana\\_prgomet.pdf](http://www.phy.pmf.unizg.hr/~dandroic/nastava/diplome/drad_zana_prgomet.pdf) (svibanj 2015).
- [23] *Računalo prepoznaje lažljivce analizom pokreta očiju*, dostupno na <http://www.vidi.hr/Racunala/Novosti/Racunalo-prepoznaje-lazljivce-analizom-pokreta-ociju> (ožujak 2015.).
- [24] *Učenička postignuća (očekivani odgojno – obrazovni ishodi)*, dostupno na [http://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/metodika/materijali/mnm3-Bloomova\\_taksonomija-ishodi.pdf](http://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/metodika/materijali/mnm3-Bloomova_taksonomija-ishodi.pdf) (listopad 2014.)

## 7 PRILOZI

### 7.1 Prilog 1 – Test

Zadatak 1 (fizika, nagib kvalitativno)

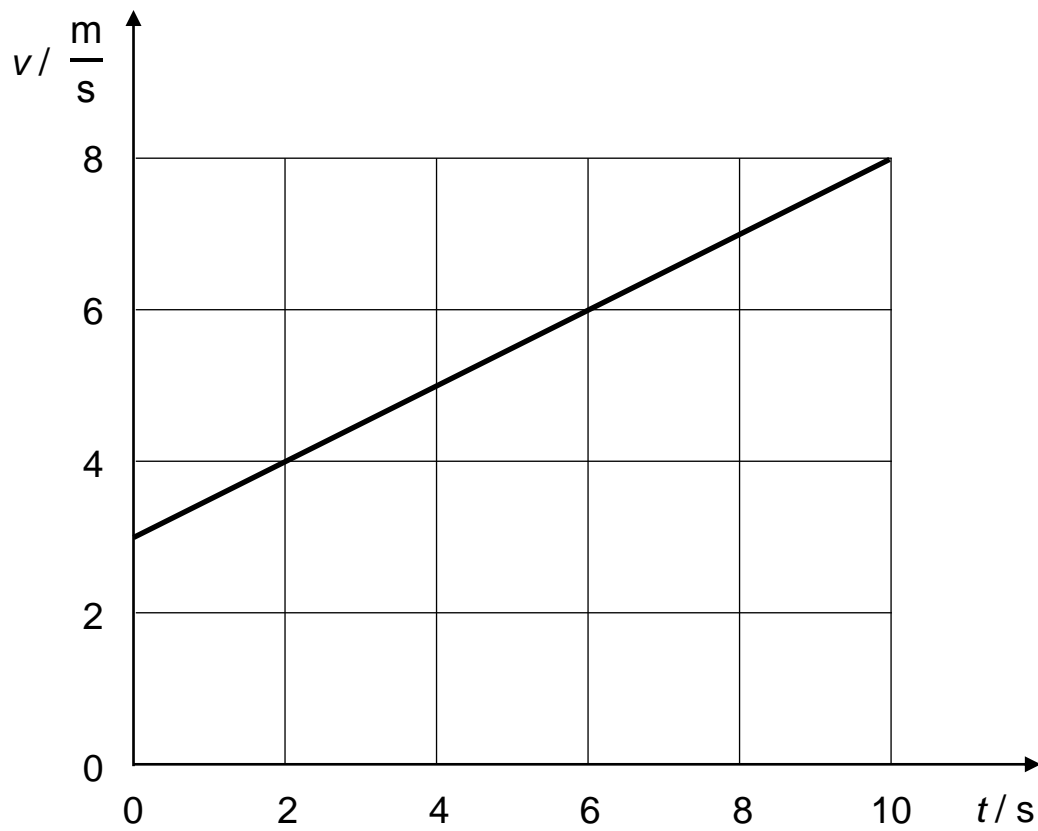
Na grafu su prikazane brzine tijela A i B u ovisnosti o vremenu. Usporedite ubrzanja tih tijela u prve tri sekunde.



- Ubrzanje tijela A manje je od ubrzanja tijela B.
- Ubrzanje tijela A jednako je ubrzanju tijela B.
- Ubrzanje tijela A veće je od ubrzanja tijela B.

Zadatak 2 (fizika, nagib kvantitativno)

Sljedeći graf prikazuje ovisnost brzine vlaka o vremenu. Koliko je ubrzanje vlaka?

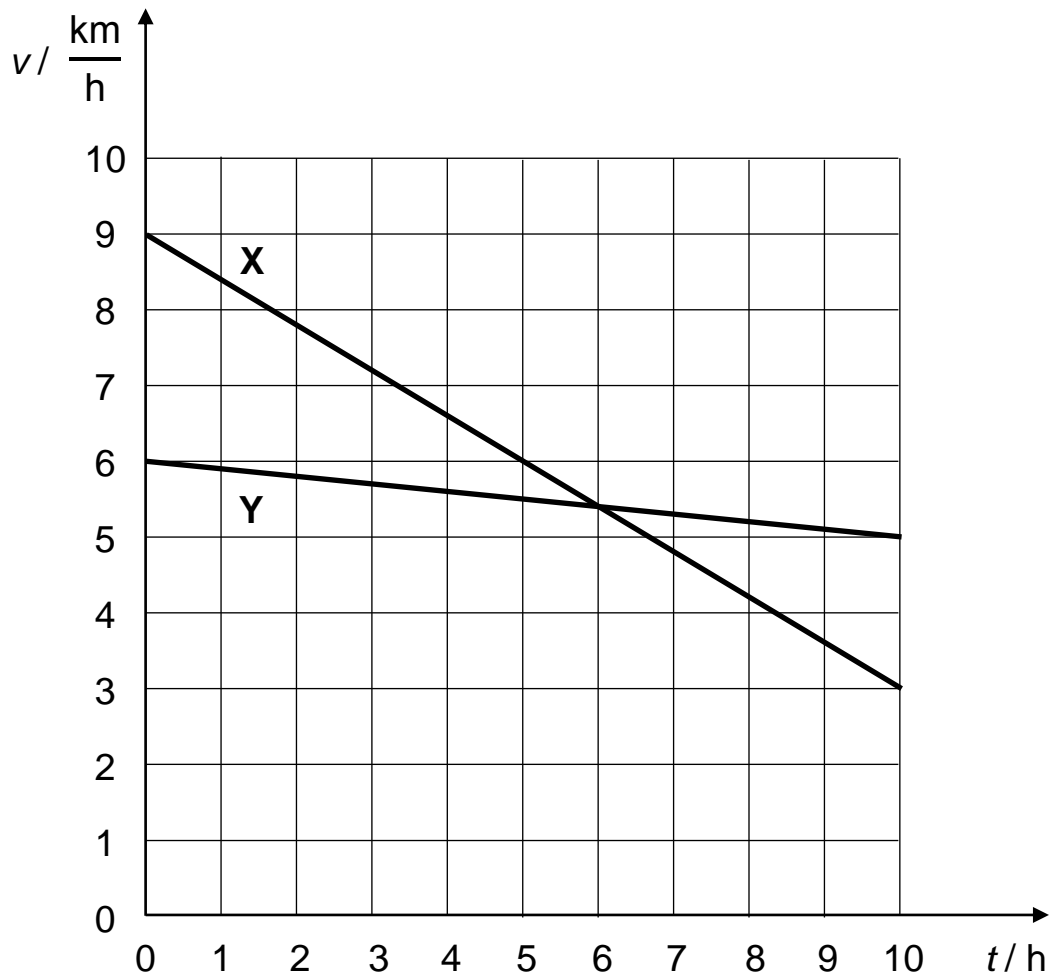


- a)  $0.5 \text{ m/s}^2$
- b)  $0.8 \text{ m/s}^2$
- c)  $5 \text{ m/s}^2$
- d)  $8 \text{ m/s}^2$



Zadatak 3 (fizika, površina kvalitativno)

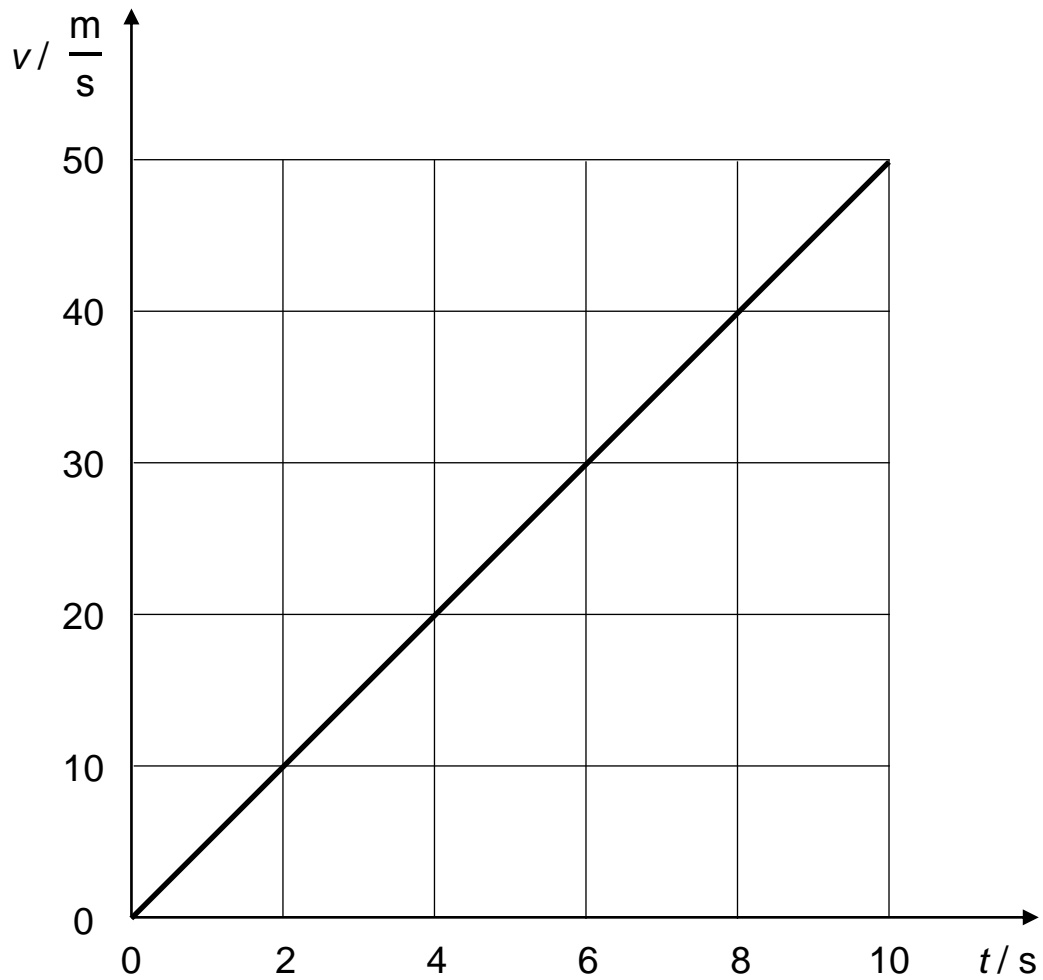
Na grafu su prikazane brzine dvaju tijela X i Y u ovisnosti o vremenu. Usporedite njihove prijedene putove u prvih 9 sekundi.



- a) Put koji je prešlo tijelo X manji je od puta koji je prešlo tijelo Y.
- b) Put koji je prešlo tijelo X jednak je putu koji je prešlo tijelo Y.
- c) Put koji je prešlo tijelo X veći je od puta koji je prešlo tijelo Y.

Zadatak 4 (fizika, površina kvantitativno)

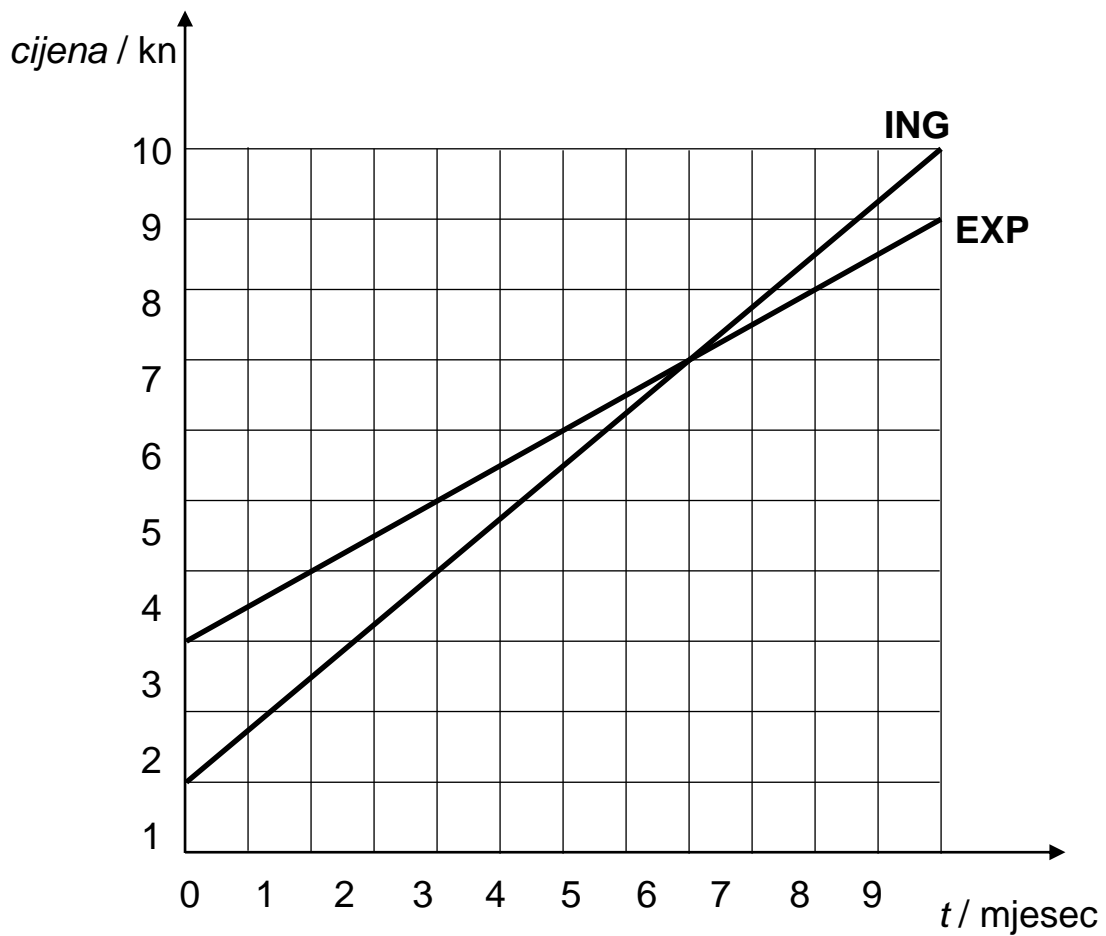
Brzina bolida Formule 1 povećava se s vremenom kao što je prikazano na grafu. Koliki je put prešao bolid tijekom 8 sekundi?



- a) 40 m
- b) 50 m
- c) 160 m
- d) 320 m

Zadatak 5 (matematika, nagib kvalitativno)

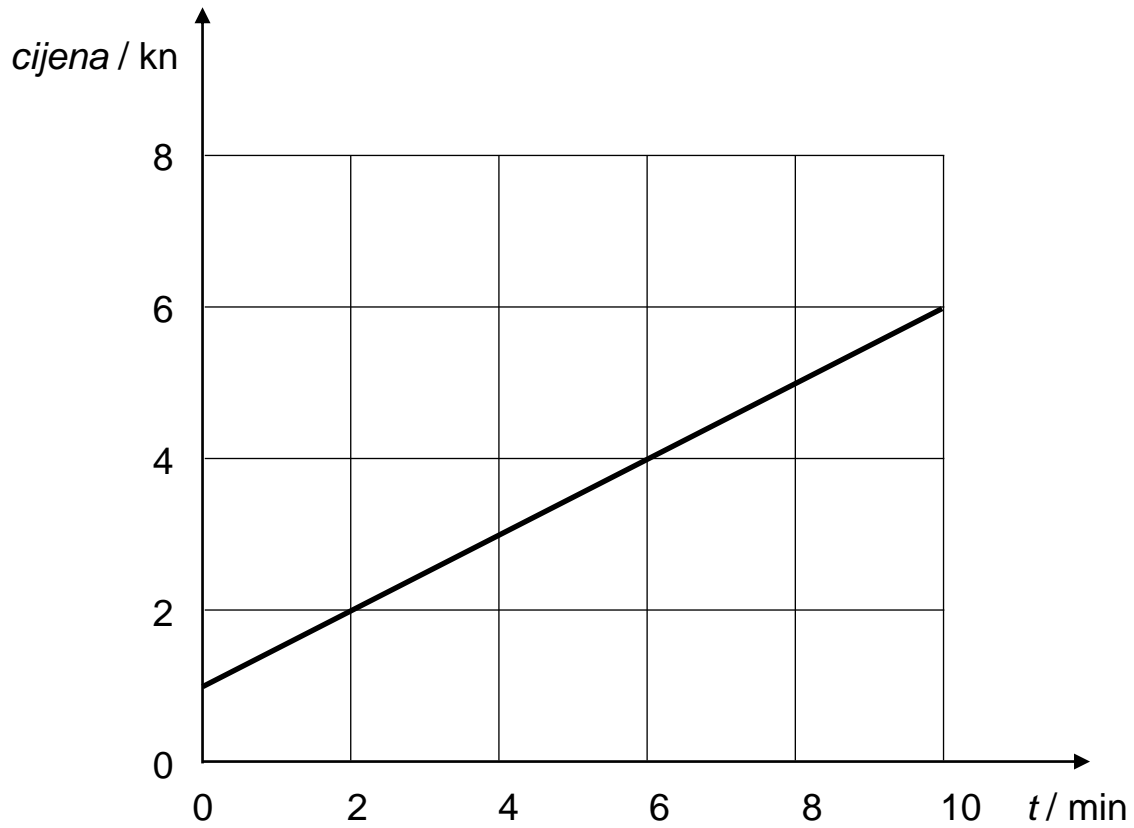
Na grafu su prikazane cijene dionica ING i EXP u ovisnosti o vremenu. Usporedite brzine rasta cijene dionica u prvih pet mjeseci.



- Brzina rasta cijene dionice ING manja je od brzine rasta cijene dionice EXP.
- Brzina rasta cijene dionice ING jednaka je brzini rasta cijene dionice EXP.
- Brzina rasta cijene dionice ING veća je od brzine rasta cijene dionice EXP.

Zadatak 6 (matematika, nagib kvantitativno)

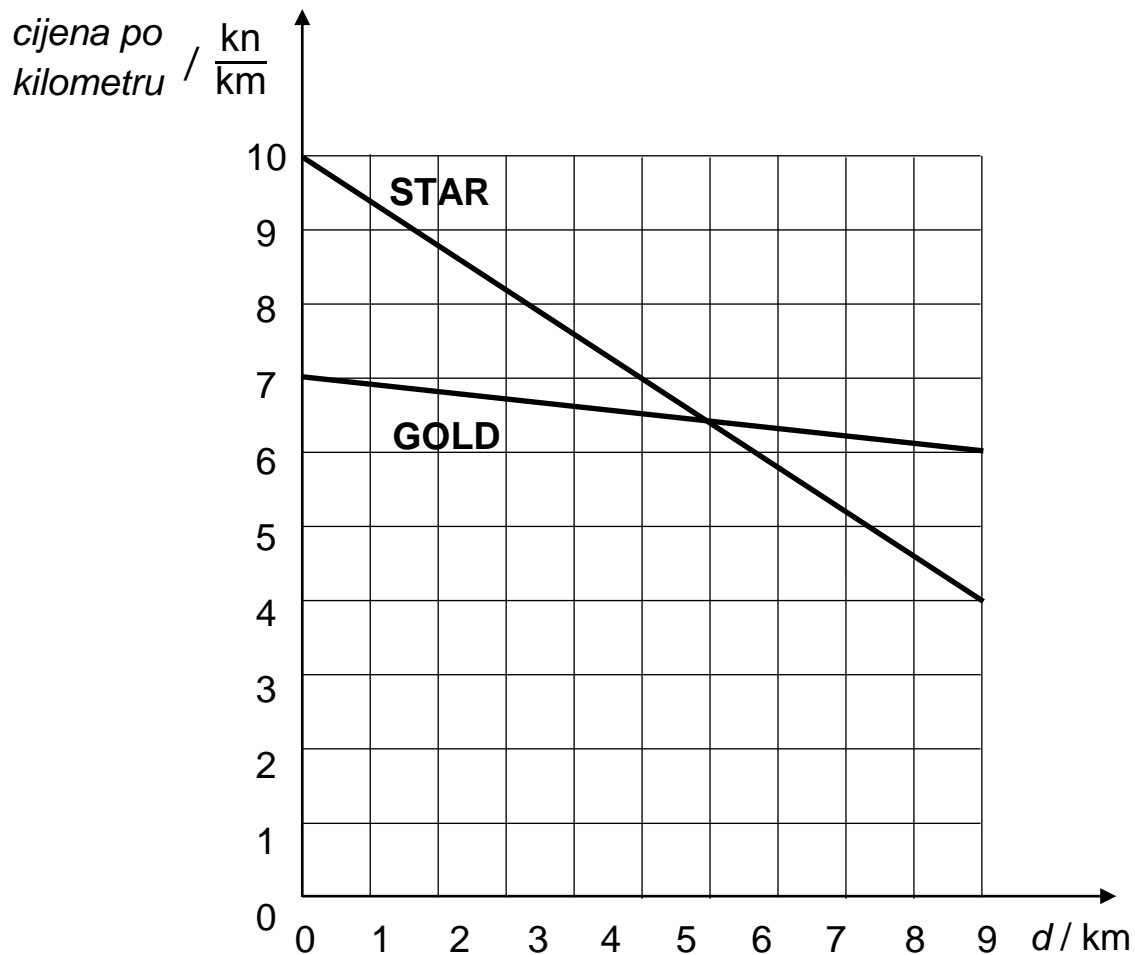
Sljedeći graf prikazuje ovisnost ukupne cijene telefonskih poziva o trajanju poziva. Kolika je cijena telefonskog razgovora po minuti?



- a) 0.5 kn/min
- b) 0.6 kn/min
- c) 5 kn/min
- d) 6 kn/min

Zadatak 7 (matematika, površina kvalitativno)

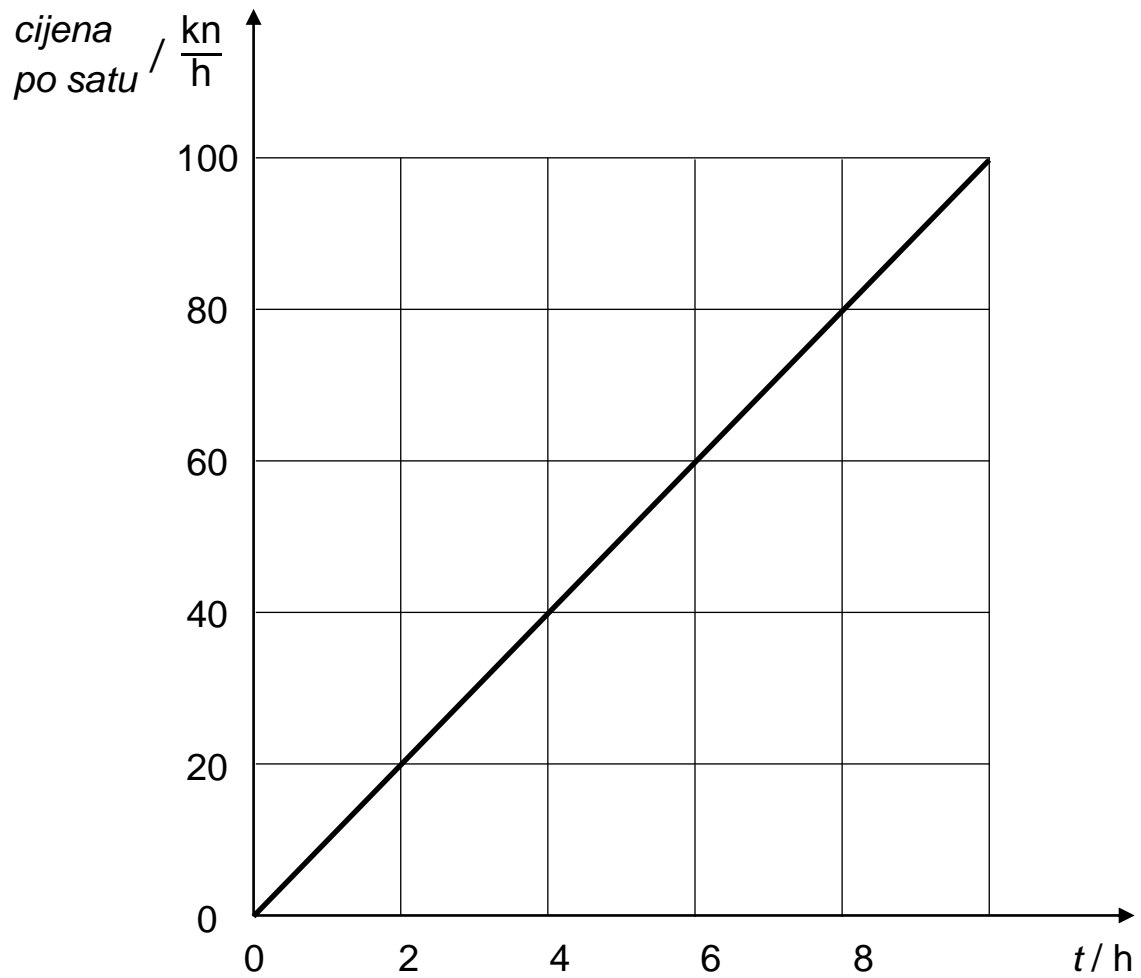
Na grafu su prikazane cijene po kilometru dvaju taxi prijevoznika GOLD i STAR u ovisnosti o prijeđenoj udaljenosti. Usporedite njihove cijene vožnje za prvih 8 kilometara.



- a) Cijena prijevoznika GOLD manja je od cijene prijevoznika STAR.
- b) Cijena prijevoznika GOLD jednaka je cijeni prijevoznika STAR.
- c) Cijena prijevoznika GOLD veća je od cijene prijevoznika STAR.

Zadatak 8 (matematika, površina kvantitativno)

Cijena rada po satu u nuklearnoj elektrani povećava se s brojem sati provedenih na poslu kao što je prikazano na grafu. Koliko radnik zaradi tijekom 8 sati?



- a) 80 kn
- b) 100 kn
- c) 320 kn
- d) 640 kn

1. Jeste li uočili neku sličnost među zadacima koje ste rješavali? Obrazložite odgovor.

2. Kako rješavate zadatke s grafovima?

Što prvo gledate na grafu?

3. Što predstavlja nagib u  $v-t$  grafu?

Što predstavlja površina ispod  $v-t$  grafa?

Napišite izraz za ubrzanje (akceleraciju).

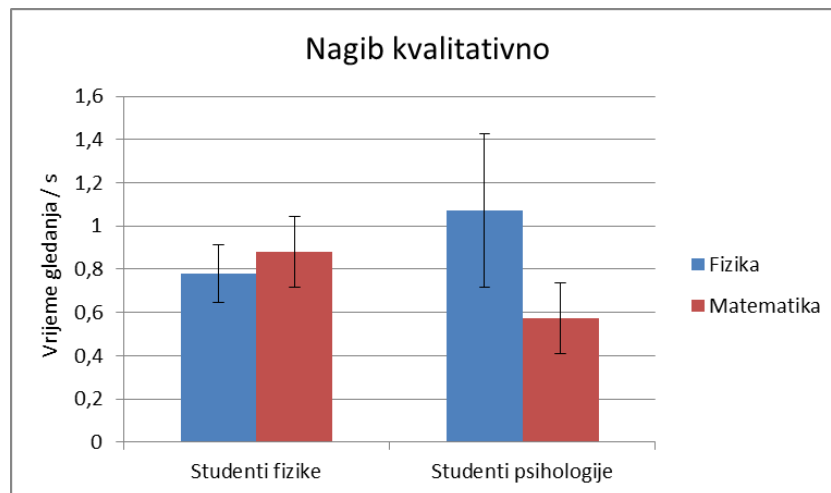
Kako se računa nagib pravca?

Napišite izraz za površinu pravokutnog trokuta.

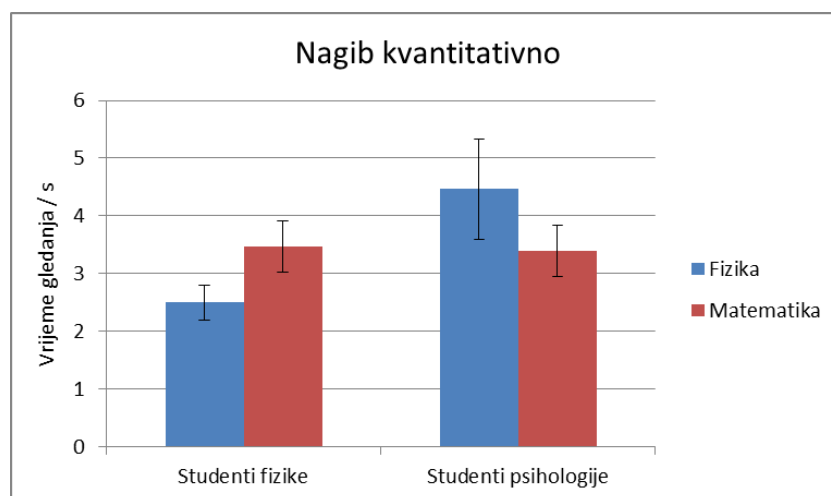
## 7.2 Prilog 2 – Vrijeme gledanja po pojedinim područjima interesa

### 7.2.1 Područje interesa „obje osi“

Za područje interesa „obje osi“ na grafovima sa slika 7.1, 7.2, 7.3 i 7.4 možemo uočiti veliku mjeru nepouzdanosti, odnosno veliku standardnu pogrešku koja pokazuje varijaciju prikazanih vrijednosti oko srednje vrijednosti cijelog uzorka. Najveću varijaciju možemo uočiti na grafu sa slike 7.1 koji prikazuje vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „obje osi“ prilikom rješavanja zadataka u kojima se tražila procjena nagiba i to kod studenata psihologije za zadatak u kontekstu fizike što nam govori da su neki studenti psihologije jedva pogledali što se nalazi na osima te se pogledom na njima zadržali oko 0.7 s dok su drugi duplo više vremena proveli promatrajući spomenuto područje interesa (oko 1.45 s).

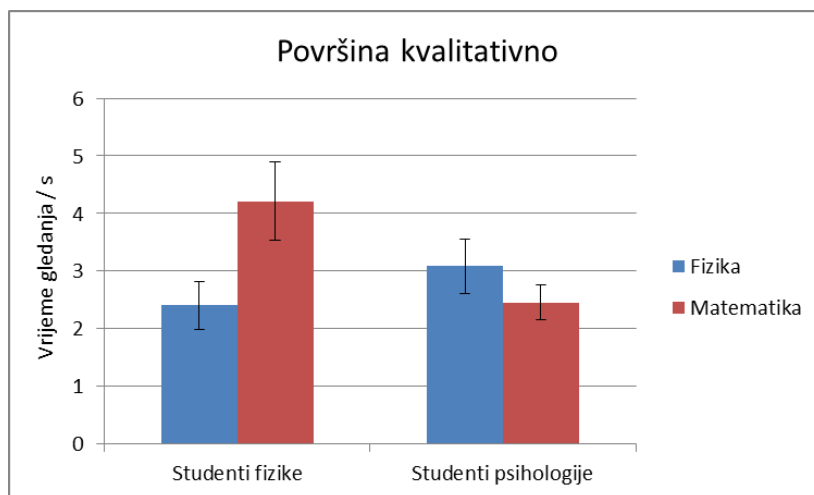


Slika 7.1: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „obje osi“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje nagiba

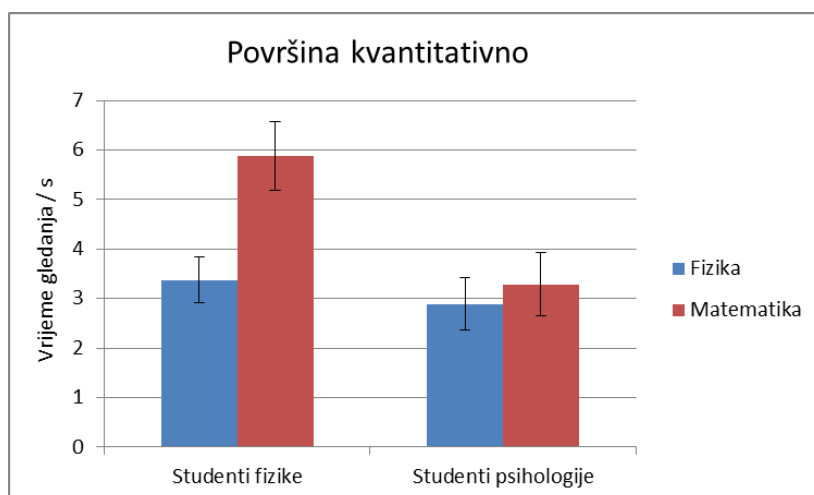


Slika 7.2: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „obje osi“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje nagiba





**Slika 7.3: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „obje osi“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje površine**

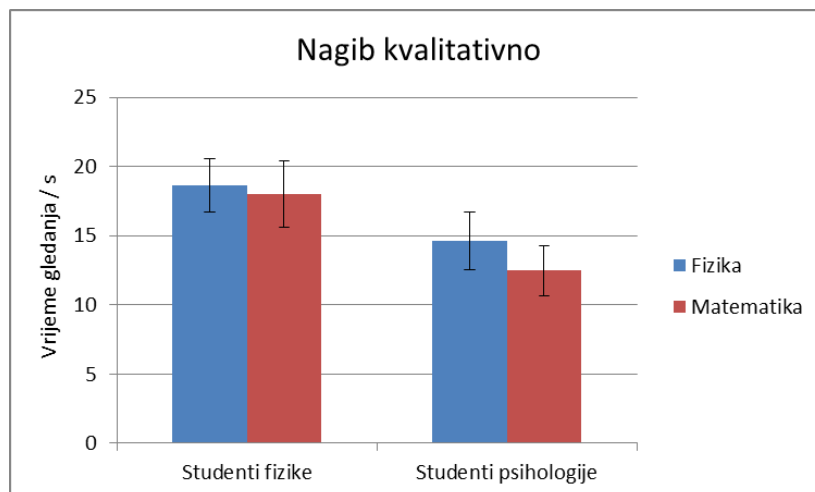


**Slika 7.4: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „obje osi“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje površine**

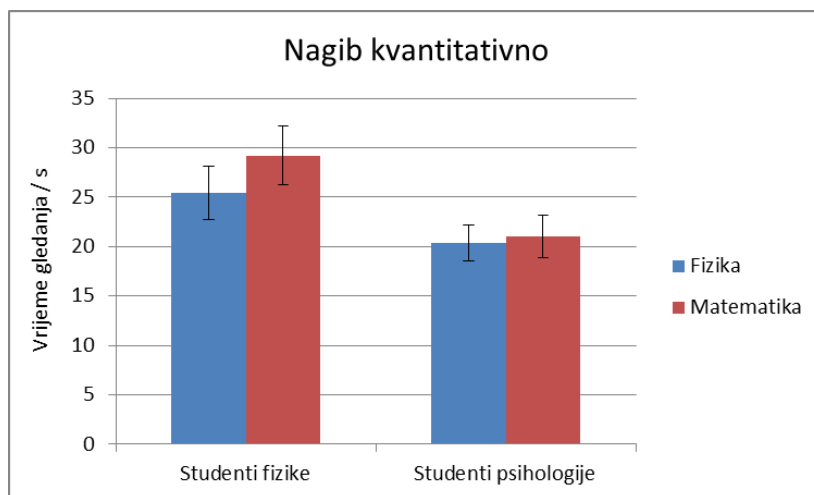
Prema rezultatima ANOVA testa prilikom rješavanja spomenutog zadatka (procjena nagiba) nema statistički značajnog utjecaja promatranih faktora ni njihove interakcije na vremenski period u kojem su se ispitanici zadržali svojim pogledom na području interesa „obje osi“ ( $p > 0.05$ ). Statistički značajan utjecaj interakcije promatranih faktora na vrijeme analize veličina na osima javlja se u preostala tri tipa zadatka: račun nagiba ( $F = 6.53$ ,  $p = 0.01$ ), procjena površine ( $F = 9.45$ ,  $p = 0.003$ ), račun površine ( $F = 4.59$ ,  $p = 0.03$ ). Najveći utjecaj promatranih faktora javlja se kod zadataka u kojima se tražio račun površine. Utjecaj interakcije je već naveden, no ovdje se javlja i utjecaj svakog od promatranih faktora zasebno; utjecaj konteksta ( $F = 8.39$ ,  $p = 0.005$ ) i utjecaj vrste studija ( $F = 5.28$ ,  $p = 0.02$ ) na način da su studenti fizike više promatrali osi i to najviše u kontekstu matematike.

## 7.2.2 Područje interesa „graf“

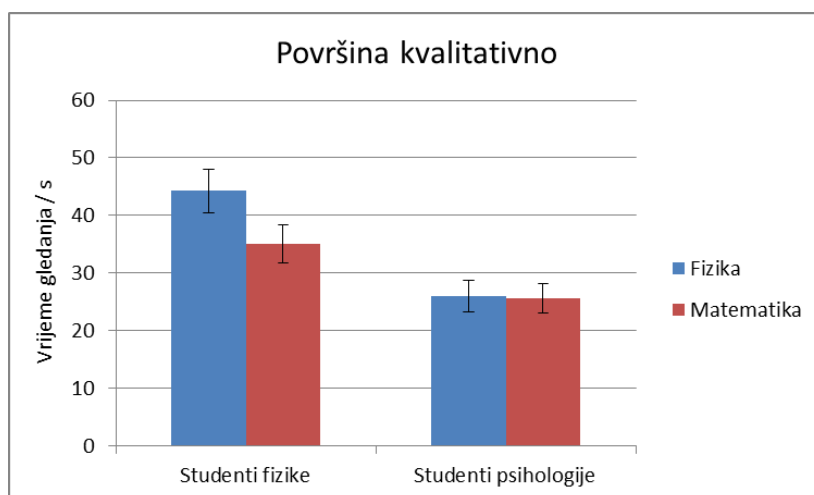
Utjecaj konteksta i vrste studija na vrijeme promatranja područja interesa „graf“ prikazan je na grafovima na slikama 7.5, 7.6, 7.7 i 7.8. Rezultati ANOVA testova pokazuju da interakcija promatranih faktora nije utjecala na duljinu promatranja „grafa“ u ni jednom od zadataka ( $p > 0.05$ ). Najviše utjecaja promatranih faktora na vrijeme promatranja „grafa“ javlja se u zadacima iz konceptualnog područja površine u oba tipa zadatka, i kod procjene i kod računa. Kod zadataka u kojima se tražila procjena površine javlja se utjecaj vrste studija ( $F = 13.09$ ,  $p = 0.0005$ ) i konteksta ( $F = 4.44$ ,  $p = 0.04$ ) na način da su ispitanici dulje promatrali graf prilikom rješavanja zadataka u kontekstu fizike te su ga dulje promatrali studenti fizike. U zadacima u kojima se tražio račun površine također se javlja utjecaj vrste studija ( $F = 16.44$ ,  $p = 0.0001$ ) i konteksta ( $F = 8.98$ ,  $p = 0.004$ ), ali u ovom tipu zadatka su ispitanici dulje promatrali graf u kontekstu matematike te su ga također dulje promatrali studenti fizike. U zadacima vezanim uz konceptualno područje nagiba jedini statistički značajan utjecaj koji se javlja je utjecaj vrste studija na vrijeme promatranja „grafa“ prilikom rješavanja zadataka koji su tražili račun nagiba ( $F = 5.33$ ,  $p = 0.02$ ), na način da su studenti fizike dulje promatrali „graf“ od studenata psihologije.



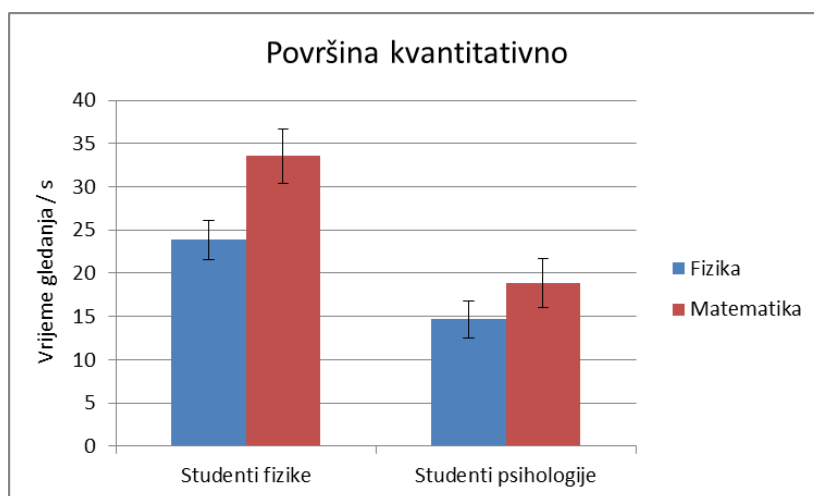
Slika 7.5: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „graf“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje nagiba



Slika 7.6: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „graf“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje nagiba



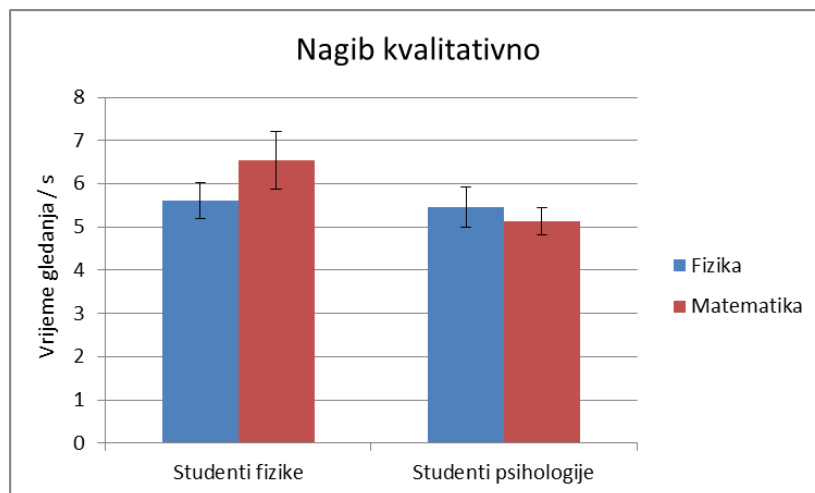
Slika 7.7: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „graf“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje površine



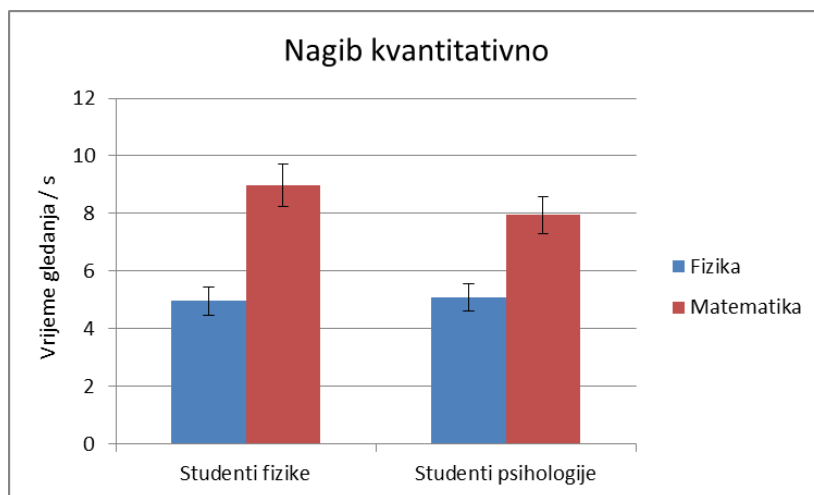
Slika 7.8: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „graf“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje površine

### 7.2.3 Područje interesa „zadatak“

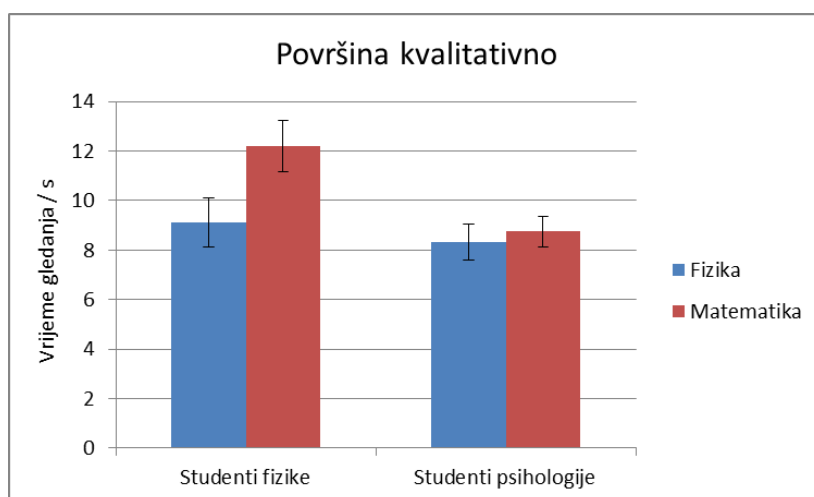
Utjecaj konteksta i vrste studija na vrijeme promatranja područja interesa „zadatak“ prikazan je na grafovima na slikama 7.9, 7.10, 7.11 i 7.12. Rezultati ANOVA testova pokazuju da interakcija promatranih faktora statistički značajno utječe samo na vrijeme promatranja teksta zadatka u kojima se tražila procjena površine ( $F = 4.12$ ,  $p = 0.04$ ). Prilikom rješavanja spomenutog zadatka statistički značajan utjecaj na vrijeme promatranja teksta zadatka imali su i svaki faktor zasebno; vrsta studija ( $F = 4.34$ ,  $p = 0.04$ ) i kontekst ( $F = 7.08$ ,  $p = 0.009$ ). Promatrani faktori također su utjecali i na vrijeme promatranja teksta zadatka u kojima se tražio račun površine; vrsta studija ( $F = 11.93$ ,  $p = 0.0008$ ) i kontekst ( $F = 26.35$ ,  $p < 0.0001$ ). Kod oba zadatka vezana uz konceptualno područje površine ispitanici su tekst zadatka dulje proučavali u kontekstu matematike te su ga dulje proučavali studenti fizike. U zadacima vezanim uz konceptualno područje nagiba jedini statistički značajan utjecaj koji se javlja je utjecaj konteksta na vrijeme promatranja teksta zadatka koji su tražili račun nagiba ( $F = 43.21$ ,  $p < 0.0001$ ), na način da su ispitanici dulje promatrali tekst zadatka u kontekstu matematike.



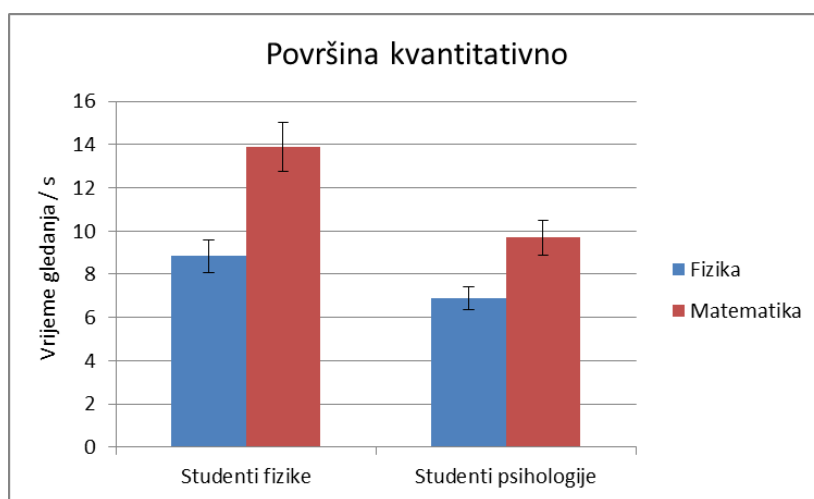
Slika 7.9: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „zadatak“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje nagiba



Slika 7.10: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „zadatak“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje nagiba



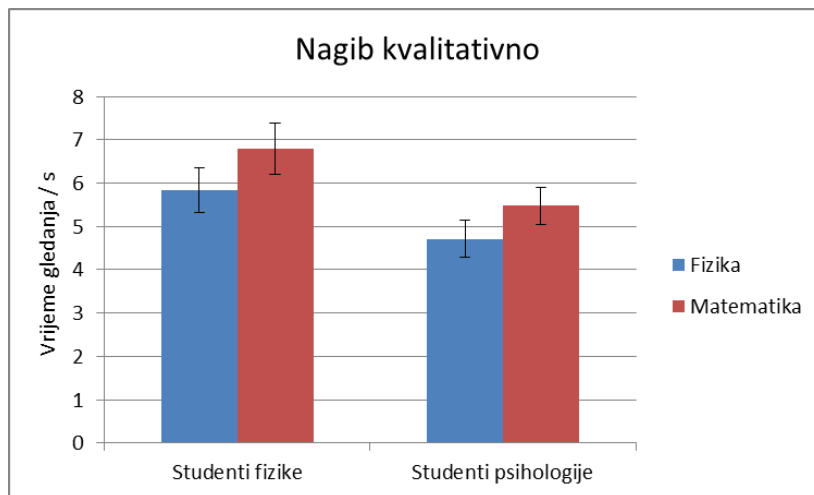
Slika 7.11: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „zadatak“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje površine



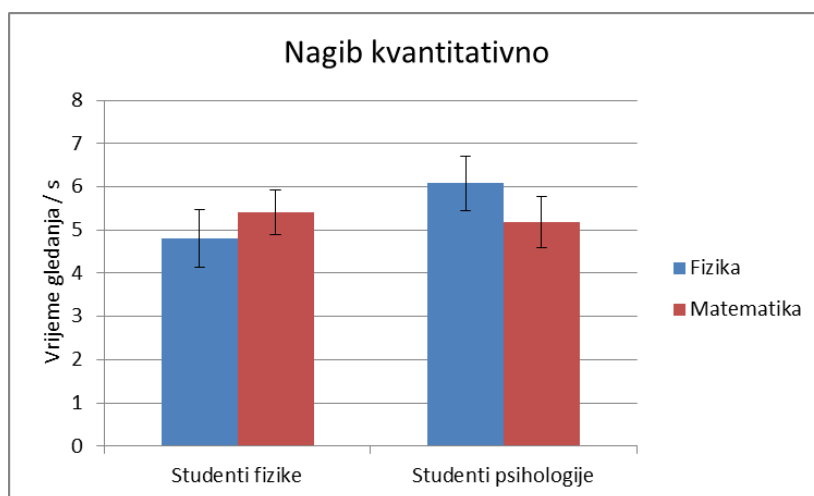
Slika 7.12: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „zadatak“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje površine

## 7.2.4 Područje interesa „odgovor“

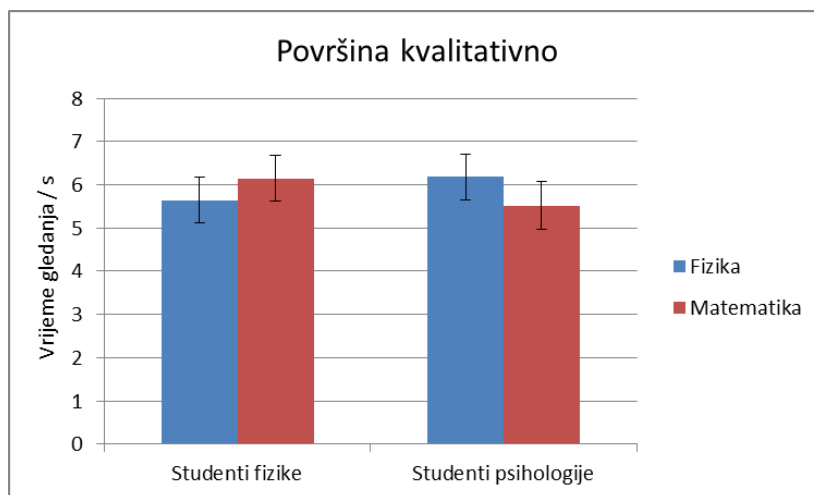
Utjecaj konteksta i vrste studija na vrijeme promatranja područja interesa „odgovor“ prikazan je na grafovima na slikama 7.13, 7.14, 7.15 i 7.16. U zadacima vezanim uz konceptualno područje površine jedini statistički značajan utjecaj koji se javlja je utjecaj vrste studija na vrijeme promatranja ponuđenih odgovora prilikom rješavanja zadataka koji su tražili račun površine ( $F = 7.07$ ,  $p = 0.009$ ), na način da su ponuđene odgovore dulje promatrali studenti fizike. U zadacima vezanim uz konceptualno područje nagiba javljaju se statistički značajni utjecaji oba promatrana faktora na vrijeme promatranja ponuđenih odgovora prilikom rješavanja zadataka koji su tražili procjenu nagiba; utjecaj vrste studija ( $F = 4.51$ ,  $p = 0.03$ ) i utjecaj konteksta ( $F = 4.79$ ,  $p = 0.03$ ), na način da su ispitanici dulje promatrali ponuđene odgovore u kontekstu matematike te da su ih studenti fizike dulje promatrali od studenata psihologije. ANOVA testovi također pokazuju i da interakcija promatranih faktora ne utječe na vrijeme promatranja ponuđenih odgovora ni u jednom tipu zadatka.



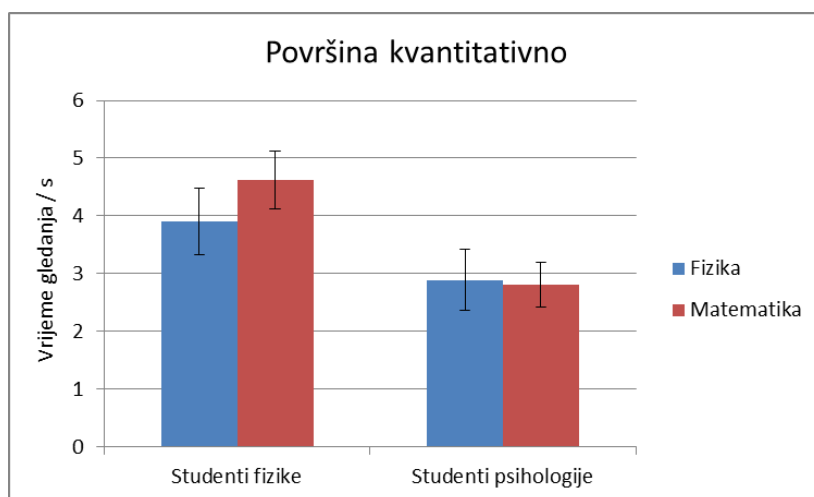
Slika 7.13: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „odgovor“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje nagiba



Slika 7.14: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „odgovor“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje nagiba



**Slika 7.15: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „odgovor“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvalitativno razumijevanje površine**



**Slika 7.16: Vremenski period u kojem se ispitanik zadržao svojim pogledom na području interesa „odgovor“ prilikom rješavanja zadatka koji je ispitivao kvantitativno razumijevanje površine**

## SAŽETAK

Istraživanje studentskog razumijevanja grafova u fizici i matematici provedeno je na 45 studenata nastavničkih studija fizike Prirodoslovno-matematičkog fakulteta i na 47 studenata psihologije Filozofskog fakulteta i Hrvatskih studija u Zagrebu uglavnom četvrte godine studija. Konstruiran je test koji je sadržavao četiri para paralelnih zadataka koji su ispitivali isti matematički koncept i sadržavali potpuno jednake grafove, samo je kontekst u pola zadataka bio iz kinematike (fizika), a u drugoj polovici svakodnevni kontekst vezan uz novac (matematika). Zadatci su ispitivali kvalitativno i kvantitativno razumijevanje nagiba i površine ispod grafa. Ispitanici su prvo rješavali zadatke na računalu prilikom čega su im snimani pokreti očiju. Nakon toga su iste zadatke rješavali na papiru te uz odabrani odgovor napisali i svoja obrazloženja. Kategorizacija obrazloženja ispitanika je dala uvid u najčešće korištene ispravne i pogrešne strategije u rješavanju zadataka iz konceptualnih područja nagiba i površine.

Rezultati su pokazali da je studentima ideja nagiba (derivacije) intuitivno jasnija od ideje površine ispod grafa (integrala) funkcije te da su im kvalitativni zadatci lakši od kvantitativnih. Studenti fizike su bili bolji u rješavanju zadataka s grafovima od studenata psihologije u oba konteksta, ali jedan dio njih svoje razvijene postupke rješavanja fizikalnih zadataka s grafovima nije primijenio na analognim zadacima u novim kontekstima, tj. fizikalne zadatke rješavao je bolje nego matematičke. Nasuprot tome, studenti psihologije su bili bolji u rješavanju kvalitativnih zadataka u kontekstu matematike, odnosno svakodnevnog života, nego fizike jer im je vjerojatno pomoglo svakodnevno iskustvo.

Pomoću uređaja za mjerenje pokreta očiju dobiveno je vrijeme rješavanja zadataka. Dulje vrijeme rješavanja zadatka je ukazivalo na veću težinu zadatka jer su lošije riješeni zadatci uglavnom rješavani dulje vrijeme, npr. zadatci iz površine dulje su rješavani nego zadatci iz nagiba. Studenti su brže rješavali kvalitativne zadatke u kontekstu fizike dok su kvantitativne zadatke rješavali podjednako dugo u oba konteksta. Daljnja analiza načina gledanja i rješavanja zadataka pokazala je da su studenti fizike više analizirali svaki pojedini dio zadatka dok su se studenti psihologije već nakon kratke analize odlučili za odgovor koji smatraju točnim. Nadalje, studenti su općenito dulje gledali/analizirali pojedine dijelove zadatka u kontekstu matematike nego u kontekstu fizike što ukazuje na to da lakše i brže dolaze do rješenja zadataka kada se mogu osloniti na konkretne formule kojih se sjećaju iz školovanja, nego u slučaju kada trebaju primijeniti znanje u konkretnim situacijama i novim kontekstima. Slični rezultati dobiveni su i iz analize studentskih strategija.

Rezultati ovog istraživanja ukazuju na to da transferi znanja između matematičkog i prirodoslovnog područja postoje, ali u nedovoljnoj mjeri te da nastavu tih predmeta treba osmišljavati, planirati i provoditi tako da se taj transfer poveća. U tu svrhu treba inzistirati na konceptualnom razumijevanju i integriranju sadržaja svakog predmeta zasebno, ali i između predmeta te manje inzistirati na zaključivanju pomoću formula i poticati argumentaciju riječima jer se njome razvija kritičko-logičko razmišljanje i način pristupa složenijim problemima, tj. treba primjenjivati interaktivne nastavne metode poučavanja koje prodrumijeva istraživački usmjerena nastava.



**KLJUČNE RIJEČI:** grafovi, nagib i površina ispod grafa funkcije, mjerenje pokreta očiju, vrijeme rješavanja zadataka, kontekst zadatka, transfer znanja

## SUMMARY

Study of the student understanding of graphs in physics and mathematics was conducted on mostly fourth year students of the University of Science (45 students, pre-service physics teachers) and Faculty of Humanities and Social Sciences and Centre for Croatian Studies in Zagreb (47 students of psychology). Constructed test consisted of four pairs of parallel questions which included exactly the same graphs: the context in one half of the questions was from kinematics (physics) and the other half of the questions was related to money (mathematics). The questions examined qualitative and quantitative understanding of the slope and area under the graph. The participants first solved the questions on the computer while their eye movements were recorded. Afterwards the same questions were solved on paper and along with the answer they had to provide explanations. Categorization of the explanations of the participants gave an insight in the most frequently used right and wrong strategies in solving the questions from the conceptual fields of graph slope and area under the graph.

The results have shown that for students the idea of slope (derivation) is intuitively more understandable than the idea of area under the graph (integral) of the function, and the qualitative questions were easier than quantitative. Physics students were better than the psychology students in solving the questions about graphs in both contexts, however one part of them did not apply their developed procedures of solving questions about graphs on the analogue questions in new contexts, i.e. they solved the physics questions better than mathematical. On the contrary, students of psychology were better in solving qualitative assignments in the context of mathematics, regarding the everyday life, than physics, probably due to the everyday life experience.

Question solving time was obtained with the assistance of the eye tracking device. Longer time of question solving suggested its higher difficulty because poorly solved questions took longer time, e.g. area questions took longer period than slope questions. The students were faster in solving the qualitative questions in the context of physics while quantitative questions took equal amount of time in both contexts. Further analysis of the question viewing and solving has shown that the physics students have analysed every single detail of the questions, while the psychology students only after a short analysis decided which answer was the right one. Furthermore, the students in general have taken longer time to view/analyse specific parts of the questions in the context of mathematics than physics which implies that it is easier to get the solutions when they can rely on solid formulas that they remember from the previous school period, as opposed to when they need to apply the knowledge in the specific situations and new contexts. Similar results were also obtained from the analysis of the students strategies.

The results of this study imply that the transfer of knowledge between mathematics and science areas exist, but is insufficient, thus classes should be prepared, planned and conducted in order to increase the transfer. To reach that purpose we should insist on conceptual understanding and integration of content of each subject separately, yet also between subjects. We should insist less on the conclusions based on the formulas and encourage word elaboration for it develops critical and logical thinking, and the method of

approaching complex problems, i.e. interactive enquiry-based teaching methods should be applied.

**KEY WORDS:** graphs, slope and area under the graph function, eye tracking, period of question solving, context of question, knowledge transfer

## ŽIVOTOPIS

Zovem se Elizabeta Kazotti, rođena sam 23. 11. 1991. godine u Varaždinu (Republika Hrvatska). Nakon završetka osnovne škole u Trnovcu Bartolovečkom 2006. godine upisujem Medicinsku školu Varaždin, smjer zdravstveno-laboratorijska tehničarka. Kao maturantica, prijavljujem se na državnu maturu te se u lipnju 2010. godine upisujem na Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij Matematike i fizike, nastavnički smjer na Matematičkom odjelu Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu.