

# Einstein i kvant svjetlosti

---

**Subašić, Dina**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2015**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:562918>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-23**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Dina Subašić

EINSTEIN I KVANT SVJETLOSTI

Diplomski rad

Zagreb, 2015.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

SMJER: PROFESOR FIZIKE

**Dina Subašić**

Diplomski rad

**Einstein i kvant svjetlosti**

Voditelj diplomskog rada: doc. dr. sc. Tihomir Vukelja

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_  
2. \_\_\_\_\_  
3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_,

Zagreb, 2015.

Zahvaljujem se prije svega svojoj obitelji na velikoj podršci, te doc. dr. sc. Tihomiru Vukelji na velikoj pomoći u pisanju ovog rada.

## Sažetak

U ovom je diplomskom radu obrađen povijesni i fizikalni aspekt Einsteinovog članka o kvantu svjetlosti iz 1905. godine. Svjetlost je bila predmet opažanja i opisivanja od davnina, postojao je velik broj teorija o naravi svjetlosti, od kojih su neke spomenute u radu. U 17. stoljeću je predložena čestična predodžba svjetlosti koja je uspijevala opisati neke fizikalne pojave, no kasnije su uočene pojave koje se takvom teorijom nisu mogle opisati. Predodžba valne naravi svjetlosti, s mogućnošću objašnjenja nekih novih opažanja, prevladava u 19. stoljeću. Kako se bližio kraj 19. stoljeća činilo se da je većina pojava uspješno objašnjena, no nekolicina pojedinaca se dala u istraživanje nekoliko preostalih nedoumica. Među značajnijima je Max Planck, koji zakonom zračenja crnog tijela mijenja smjer razvoja fizike. Na njega se nastavlja Albert Einstein, koji u svojoj *čudesnoj godini* objavljuje revolucionarno djelo *O heurističkom gledištu na nastajanje i pretvorbu svjetlosti* gdje uvodi hipotezu kvanta svjetlosti i potiče niz zbivanja i otkrića koja za posljedicu imaju naša današnja saznanja o naravi svjetlosti. U radu se opisuju problemi fizike krajem 19. stoljeća i pokušaji da se isti riješe u skladu sa dobivenim rezultatima eksperimenata. Na početku se razmatra problem zračenja crnoga tijela, koji je neobjašnjiv klasičnom fizikom. Obraduje se Wienov zakon zračenja i njegovo slaganje s eksperimentima, te isto za Rayleigh-Jeansov zakon. U nastavku se prikazuje rad Maxa Plancka iz 1900. godine, u kojem on matematički izvodi kvantiziranost energije linearnog harmoničnog oscilatora. Zatim se opisuje stanje koje Einstein zatiče u toj situaciji, te kako on Planckovu matematiku uspijeva objasniti potpuno novom fizikalnom interpretacijom. Sve to vodi na obradu i objašnjenje njegovog »heurističkog« rada. Razmatraju se njegove pretpostavke i formalizam koji za rezultat ima tada potpuno novu ideju. Navedene su i razmotrene reakcije mnogih fizičara na tu novu ideju, uz njihove adekvatne argumente za ili protiv. Pokazuje se da je put do naravi svjetlosti kakvu danas poznajemo bio dug i ponekad mukotrpan sve do otkrića Comptonovog učinka, koji je uspio otvoriti vrata prihvaćanju kvanta svjetlosti. Pred kraj se spominje kakve posljedice na znanost, a i za tehnološki napredak, je imalo uvođenje kvanta svjetlosti. Na samom kraju se ukratko osvrće na cjelokupan rad Alberta Einsteina nakon 1905. godine, prvenstveno na borbu s kvantnom teorijom koja je trajala do kraja njegova života.

# Einstein and the light-quantum

## Abstract

This thesis will deal with the historical and the physical aspect of Einstein's quantum of light paper from the year 1905. Light had been the center of observation and description since antiquity, there had been a number of theories about the nature of light which will be mentioned here. In the 17th century The corpuscular theory of light had been suggested in the 17th century and it managed to describe certain physical phenomena, but the phenomena that were noticed afterwards could not be described with this kind of theory. The idea of a corpuscular nature of light, with the ability to explain some new observations, dominated in the 19th century. Near the end of the 19th century it seemed that most observations had been successfully explained, however, several individuals wanted to explore the remaining uncertainties. One of the most important ones was Max Planck, who changed the course of the evolution of physics with the law of black body radiation. Albert Einstein continued to work on a similar problem and in his miraculous year published his revolutionary paper *On a Heuristic Point of View Concerning the Production and Transformation of Light* where he introduced the hypothesis of quantum of light and set a number of doings and discoveries which resulted in our present knowledge about the nature of light. This thesis describes the problems of physics at the end of 19th century and the attempts to solve them with respect to the experimental data. Firstly, the black body problem is considered, which is unexplainable using classical physics. Wien's radiation law and its agreement with experiments is elaborated, and the same is done for the Rayleigh-Jeans law. The work of Max Planck from the year 1900 is shown, where he mathematically derived the energy quantization of a linear harmonic oscillator. Then, the status which Einstein finds in that situation is described, including how he managed to explain Planck's math with an entirely new physical interpretation. All this leads to the analysis and explanation of his »heuristic« paper. His assumptions and formality which resulted in a completely new idea are examined. Reactions of many physicist to this new idea are stated and considered, including their adequate arguments for or against. It is shown that the path to the nature of light which we today know was long and sometimes

hard-laboring up to the discovery of Compton's effect which succeeded in opening the door to accepting the quantum of light. Near the end, it is mentioned what consequences for science and technology the introduction of quantum of light had. At the very end, the entire work of Albert Einstein after the year 1905 is considered, especially his struggle with the quantum theory which lasted until the end of his life.

## Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teorije o naravi svjetlosti do 20. stoljeća</b>	<b>3</b>
2.1	Tumačenje naravi svjetlosti do 17. stoljeća .....	3
2.2	Čestična ili valna narav svjetlosti?.....	4
<b>3</b>	<b>Rađanje moderne fizike</b>	<b>7</b>
3.1	Crno tijelo .....	7
3.2	Planckov zakon zračenja crnog tijela.....	11
<b>4</b>	<b>Einsteinov rad do 1905. godine</b>	<b>18</b>
<b>5</b>	<b>1905., <i>Annus Mirabilis</i>: uvođenje kvanta svjetlosti</b>	<b>25</b>
<b>6</b>	<b>Primjene ideje kvanta svjetlosti</b>	<b>32</b>
6.1	Fotoelektrični učinak .....	32
6.2	Povijest fotoelektričnog učinka i njegovih tumačenja do 1905. godine .....	34
6.3	Einsteinovo objašnjenje fotoelektričnog učinka .....	36
<b>7</b>	<b>Rane reakcije na hipotezu kvanta svjetlosti</b>	<b>38</b>
<b>8</b>	<b>Objašnjenje Comptonovog učinka</b>	<b>42</b>
8.1	Kvant svjetlosti postaje foton .....	42
8.2	Comptonov učinak .....	43
<b>9</b>	<b>Drugi rani razlozi za prihvaćanje Einsteinove hipoteze</b>	<b>49</b>
<b>10</b>	<b>Metodički dio</b>	<b>52</b>
10.1	Tijek nastavnog sata.....	53
<b>11</b>	<b>Zaključak</b>	<b>62</b>
	<b>Literatura</b>	<b>64</b>



## 1 Uvod

Jedno od najvećih postignuća u fizici i općenito u svjetskoj znanosti svakako je uvođenje kvanta, njegovo teorijsko i eksperimentalno dokazivanje, koje je omogućilo prijelaz sa klasične na kvantnu fiziku. Iako nam je danas u potpunosti jasno da velik broj prirodnih fenomena nije moguće opisati ne koristeći kvantnu fiziku, početkom prošlog stoljeća takvo razmišljanje smatralo se nesmotrenim.

Ovakva situacija u povijesti fizike je zanimljiva jer predstavlja prekretnicu u pristupu znanstvenom razmišljanju. Neke osnovne pretpostavke bilo je potrebno promijeniti od temelja i dosljedno ih objasniti kako bi podržavale i objašnjavale uočene prirodne pojave.

Ovaj diplomski rad prezentirati će objašnjenja i opisivanje naravi svjetlosti, od antike pa sve do 17. stoljeća, odnosno Isaaca Newtona i njegove čestične teorije svjetlosti. Takvo objašnjenje naravi svjetlosti smatralo se točnim dva stoljeća, sve do uočavanja interferencije koju je moguće objasniti samo valnom naravi svjetlosti koju zagovara Christian Huygens. Krajem 19. stoljeća razvojem Maxwellove teorije elektromagnetnog polja objašnjeno je bilo elektromagneno zračenje, dok je Newtonova mehanika opisivala tvar i njezino gibanje. Bilo je teško pronaći povezanost tvari i zračenja, stoga su se počele pojavljivati sumnje u potpunost klasične fizike. Objašnjenja raspodjele energije u spektru zračenja crnoga tijela ili fotoelektričnog efekta nisu bila zadovoljavajuća, trebalo je pronaći rješenja na uočene probleme.

Gustav Kirchhoff se bavi problemom crnog tijela, te ga definira kao tijelo koje apsorbira čitavo zračenje koje pada na njega, s time da je takvo tijelo također i savršeni odašiljač. Jožef Stefan i Ludwig Boltzmann dolaze do zaključka da je ukupni intenzitet  $I$  zračenja crnog tijela na temperaturi  $T$ , tj. energija koju crno tijelo te temperature odašilje u jedinici vremena s jedinične površine, razmjernan s  $T^4$ . Wilhelm Wien kaže da intenzitet zračenja crnoga tijela temperature  $T$  ima maksimum na valnoj duljini  $\lambda_{max}$  koja je obrnuto razmjerna apsolutnoj temperaturi  $T$ .

Predstavljanjem svojeg rada *O teoriji zakona raspodjele energije normalnoga spektra* na sastanku Njemačkog društva fizičara 14. prosinca 1900. u kojem postulira kvant energije i uvodi univerzalnu konstantu  $h$ , Max Planck se odmaknuo od klasične i otvorio vrata kvantnoj fizici. Sama pretpostavka da se crno tijelo sastoji od velikog broja oscilatora koji diskontinuirano zrače energiju u kvantima predstavljala je revoluciju u načinu

razmišljanja i pristupu i, kako je opće prihvaćeno, dovela do rođenja kvantne fizike.

Ono što je zanimljivo u Planckovom radu je to što i sam Planck nije bio siguran što konstanta  $h$  predstavlja, a postuliranje kvanta energije naziva činom očaja napravljenim zato što je teoretsko objašnjenje nužno, pod bilo koju cijenu.

Fotoelektrični efekt je pojava izbijanja elektrona iz metala obasjanog elektromagnetskim zračenjem (svjetlosti). Ovo je uočeno mnogo prije Einsteinovog objašnjenja ovakvog ponašanja elektrona. Prema klasičnoj fizici svjetlost je valne naravi i kako val dolazi do površine metala, elektron upija energiju vala dok ne prekorači energiju vezanja, kada napušta metal. Ovakvo objašnjenje vodi na pretpostavke da je kinetička energija elektrona proporcionalna intenzitetu svjetlosti, neovisno o frekvenciji, te da bi trebalo postojati vrijeme kašnjenja između dolaska svjetlosti na površinu i ispuštanja fotoelektrona. Kako se eksperimenti nisu slagali sa ovakvim pretpostavkama, potrebno je bilo sa znanstvenog stajališta preispitati dotadašnja saznanja o svjetlosti.

U članku *O jednom heurističkom gledištu koje se odnosi na tvorbu i pretvorbu svjetlosti* objavljenom 1905. godine Einstein predstavlja koncept kvanta svjetlosti, odnosno fotona kako ih mi danas poznajemo.

Ako bi razmatrali kontinuirane valove, većina svojstava fotoelektričnog efekta ne bi imala smisla. Einstein je ovdje uočio sljedeće: elektron je izbačen iz metala pri sudaru čestice svjetlosti i elektrona. Dalje objašnjava da najjednostavnija ideja koja bi ovdje imala smisla je ta da postoji kvant svjetlosti koji prenese cijelu energiju na elektron.

Borba do koje je došlo nakon ovakve pretpostavke je bila žestoka i dugotrajna kao nikad prije u povijesti fizike. Zbog toga se konačno prihvaćanje kvanta svjetlosti dogodilo tek nekoliko desetaka godina kasnije. U nastavku će se raspraviti o razlozima i izvorima tako velikog otpora Einsteinovoj hipotezi.

## 2 Teorije o naravi svjetlosti do 20. stoljeća

### 2.1 Tumačenje naravi svjetlosti do 17. stoljeća

O naravi svjetlosti raspravljalo se već u doba antičke Grčke. Rane grčke teorije vida mogu se razdijeliti na tri skupine. Prema jednoj ideji oko je aktivno i odašilje zrake vlastite »vatre« prema objektu. Čini se da se ta ideja javlja u pitagorejskoj školi u 5. st. pr. Kr. Alkmeon, mlađi Pitagorin suvremenik, smatra da se u očima nalazi vatra. To nalikuje nekim indijskim tumačenjima. U klasičnoj Indiji (6. – 5. st. pr. Kr.), a prema hinduističkoj školi Samkhya, svjetlost je jedan od 5 temeljnih »finitih« elemenata iz kojih nastaju »grubi« elementi. Druga škola, Vaisheshika, nudi atomističku teoriju fizičkog svijeta na neatomskoj pozadini etera, vremena i prostora. Osnovni atomi su zemlja, voda, vatra i zrak, a zrake svjetlosti čini struja jako brzih atoma vatre. Različite karakteristike svjetlosti se uočavaju ovisno o brzini i grupiranju tih atoma. Pitagorejcu Arhiti (5./4. st. pr. Kr.) se pak pripisuje predodžba vidnih zraka ili vidnoga fluida, koji izlazi iz očiju i »pipa« predmet, po analogiji s rukom. Vatra, kad izađe iz oka, obuhvaća predmet poprimajući njegov oblik i to prenosi u oko. No taj model ne može objasniti zašto onda ne vidimo u mraku, što je prigovor koji, primjerice, iznosi Aristotel. Stoga se gotovo istodobno predlažu alternativni modeli.

Drugu skupinu teorija začinju atomisti u 5. st. pr. Kr. Temeljna ideja tih teorija je da oko pasivno prima »istjecanja« ili »slike« koje odašilje predmet. Tako atomisti izlažu ideju da tijela odašilju mnoštvo atoma kao nekovrsne slike koje nam donose oblik, boju i ostale kvalitete tijela s kojih su odaslani.

Prema trećoj skupini teorija i oko i predmet su aktivni, tako da oko odašilje zrake koje se miješaju s fluidom s objekta. Prvo donekle razrađeno takvo objašnjenje vida nudi Empedoklo (5. st. pr. Kr.) kojem se pripisuje model dvaju istjecanja ili fluida. Postulira da je sve sastavljeno od 4 elementa: vatre, zrake, zemlje i vode. Po njegovom je vjerovanju božica Afrodita ljudsko oko načinila od ta četiri elementa, zapalivši u njemu vatru te nam tako omogućivši vid. Empedoklo je na temelju toga zamislio da se vid temelji na međudjelovanju vidnoga fluida (vatre), koji se nalazi u oku, i fluida koji odašilje motreni predmet. Empedoklovu ideju dorađuje Platon (5./4. st. pr. Kr.), a kritizira je Aristotel (4. st. pr. Kr.). Aristotel smatra da je svjetlost neko stanje »prozirnog« sredstva koje okružuje motreno tijelo, a koje se aktualizira u činu viđenja, ali ne razrađuje potanje tu predodžbu.

Početakom 3. st. pr. Kr. aleksandrijski matematičari počinju geometrijski razmatrati svojstva širenja svjetlosti. Tako Euklid u svom djelu *Optika* geometrijski pristupa

problemu vida. Prihvaćao je u osnovi Empedoklovu ideju da je vid rezultat nečega što izlazi iz oka, ali predodžbu fluida zamjenjuje geometrijskom idejom – idejom zrake, što mu omogućuje da definira vidni stožac. Tako u postulatima navodi, primjerice, da se vidne zrake šire pravocrtno, da one čine stožac kojeg je vrh u oku, a baza na rubu motrenog predmeta itd. U djelu *Katoptrika*, koje mu se također pripisuje, se pak razmatra širenje zraka svjetlosti. Tu se, između ostaloga, postulira da se svjetlost širi pravocrtno te se izlaže zakon odbijanja svjetlosti.

Grčki autor Ptolomej u 2. stoljeću geometrijski istražuje svojstva svjetlosti poput odbijanja na ravnim i sfernim zrcalima. Prvi sustavno razmatra problem loma svjetlosti, na temelju mjerenja, ali ne dolazi do ispravnog zakona loma. Njegova teorija o vidu je da vidne zrake iz oka čine stožac, čiji se vrh nalazi unutar oka, dok baza definira vidno polje. Zrake motritelju prenose informacije o udaljenosti i orijentaciji motrene površine, dok su oblici i veličina određeni kutom gledanja.

Arapski učenjak Ibn al-Haitam (Alhazen) s prijelaza 10. u 11. stoljeće je slijedio Ptolomeja u kombiniranju matematičkog, fizičkog i medicinskog pristupa optičkim pojavama. Najzanimljivije je to što je nastavio tradiciju pokusa u optici. Ta je sinteza dovela do nove teorije viđenja. Alhazen odbacuje predodžbu vidnih zraka, na kojoj se dotad temeljila geometrijska optika, i gradi svoju teoriju viđenja i svjetlosti na ideji da se odbijena svjetlost širi od obasjanog predmeta do oka.

U 13. stoljeću Roger Bacon zastupa stav blizak Aristotelovu, smatrajući svjetlost nekom vrstom gibanja vrlo velike brzine. [1], [2], [3], [4], [5], [6]

## 2.2 Čestična ili valna narav svjetlosti?

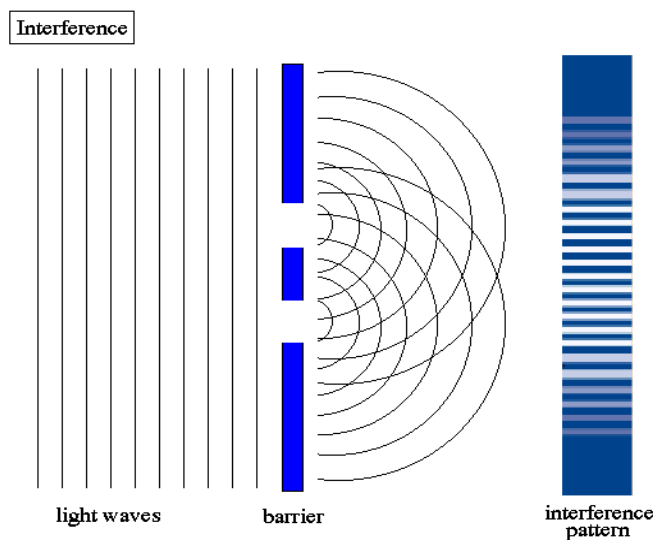
U 17. stoljeću René Descartes u djelu *Dioptrika* koristi nekoliko modela svjetlosti. Jedan od tih modela tumači svjetlost kao mehaničko svojstvo prozirnoga tijela, tj. kao vrlo brzo gibanje koje se širi k našim očima. Drugi je model čestična predodžba svjetlosti, gdje se širenje svjetlosti shvaća kao gibanje struje elastičnih kuglica, a taj model koristi za razmatranje odbijanja i loma svjetlosti. Razradio je teoriju loma svjetlosti koje je posljedica da se svjetlost u gušćem sredstvu širi većom brzinom nego u rjeđem. Iako je pogriješio u tom zaključku, prvi je objavio ispravan zakon loma (Snell je svoje otkriće zakona loma zapisao samo u bilješkama koje nije objavio).

Isaac Newton u 17. stoljeću objavljuje djelo *Hipoteza o svjetlosti*, u kojem predlaže teoriju da je svjetlost sastavljena od čestica koje izvor emitira u svim smjerovima. Na

temelju ove teorije je bilo moguće objasniti odbijanje svjetlosti, no lom je objašnjen na pogrešan način pretpostavkom da se zbog veće gravitacije svjetlost ubrzava ulaskom u gušće sredstvo. Zahvaljujući njegovu ugledu, ova se teorija zadržala dugo, sve do 19. stoljeća, premda je istodobno bila predložena i valna teorija svjetlosti.

Začetnik valne teorije svjetlosti je Christian Huygens. Huygens smatra da je čitav svemir i sva tijela u njemu prožet nevidljivim eterom te da se titranja etera očituju kao svjetlost. Ako je eter na nekom mjestu pobuđen na titranje, tada se od tog mjesta širi val u koncentričnim kuglama. Na temelju ideje valne fronte Huygens je objasnio zakone pravocrtnog širenja, odbijanja i loma svjetlosti te je pokazao da se prema valnoj teoriji svjetlosti, suprotno čestičnoj, svjetlost mora sporije širiti u gušćim sredstvima.

Početak 19. stoljeća je čestična teorija svjetlosti koju je postavio Isaac Newton zamijenjena valnom teorijom zahvaljujući radu Thomasa Younga i Augustina Fresnela. Dvije pojave su smatrane odlučujućim dokazom valne naravi svjetlosti: interferencija i brzina svjetlosti u sredstvima različitih gustoća. Young i Fresnel su istraživali pojave uzrokovane dvjema koherentnim zrakama svjetlosti dobivenim propuštanjem svjetlosti kroz pukotine. Pritom su uočili interferenciju, pojavu da je na nekim mjestima slike nastale kombiniranjem dviju zraka svjetlosti intenzitet svjetlosti slabiji nego kada svaku zraku promatramo zasebno, dok je na nekim mjestima jači. Ovu pojavu može objasniti jedino valna narav svjetlosti – ako je svjetlost titranje sredstva, ta se titranja mogu pojačati ili poništiti – dok čestična teorija naravi svjetlosti nije nudila nikakvo objašnjenje ove pojave.



Slika 2.1. Youngov pokus: obasjao je dvije pukotine zrakom svjetlosti, pri čemu svjetlost, zbog valne naravi, interferira na način da se valovi negdje pojačaju (maksimum – svjetlo), a negdje ponište (minimum – tama).

Drugo važno pitanje bila je brzina svjetlosti u sredstvima različite gustoće. Naime, Newtonova čestična teorija kaže da bi svjetlost u gušćem sredstvu trebala putovati brže nego u rjeđem, dok bi se prema Christianu Huygensu, koji se je zalagao za valnu narav svjetlosti, trebalo dogoditi upravo suprotno. Pokus koji bi pokazao tko je u pravu nije se mogao izvesti do sredine 19. stoljeća zbog nemogućnosti mjerenja brzine svjetlosti. Godine 1850. Fizeau i Foucault napokon uspijevaju eksperimentalno dokazati da je Huygens u pravu, iako tada to više i nije bilo presudno jer je većina fizičara već bila prihvatila valnu narav svjetlosti.

Godine 1864. je James Clerk Maxwell teorijski pokazao da je svjetlost elektromagnetni val, tj. prijenos energije u obliku vala kroz hipotetski eter. Također je predvidio postojanje elektromagnetnih valova valnih duljina većih i manjih od valne duljine valova vidljive svjetlosti. Heinrich Hertz je između 1886. godine i 1889. godine izveo niz pokusa u kojima je detektirao elektromagnetno zračenje te time potvrdio Maxwellovu teoriju i njegova predviđanja.

Maxwellova teorija opisuje promjenu električnog i magnetnog polja ovisno o električnoj struji i naboju. Elektromagnetno polje opisuju četiri jednadžbe, od kojih dvije opisuju promjenu polja u prostoru: Gaussov zakon opisuje vezu između stacionarnog polja i električnog naboja koji ga je uzrokovao,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ , a Gaussov zakon za magnetizam kaže da silnice magnetnog polja nemaju ni izvora ni ponora, nego tvore petlje ili se šire do beskonačnosti,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ . Druge dvije jednadžbe opisuju rotaciju polja: Ampereov zakon s Maxwellovim dodatkom kaže da magnetno polje kruži oko električne struje i vremenski promjenjivih električnih polja,  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$ , a Faradayev zakon indukcije kaže da vremenski promjenjivo magnetno polje inducira električno polje,  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ .

Početak 20. stoljeća pitanje naravi svjetlosti činilo se riješenim: svjetlost je val. Postojalo je još samo nekoliko nerješivih sitnica: fizičari se nisu mogli složiti oko fizikalne naravi tih valova i sredstva kojim se oni šire. Fresnel – Youngov model titranja etera je bio donekle problematičan, jer bi taj eter trebao biti elastično čvrsto tijelo, kako bi omogućio postojanje transverzalnih valova nužnih za objašnjenje polarizacije svjetlosti. Apstraktnija Maxwellova elektromagnetna teorija je naizgled izbjegavala taj problem, no neki su fizičari naglašavali da još uvijek ne postoji zadovoljavajuća teorija svjetlosti, budući da niti elastični eter niti elektromagnetna polja zapravo ne objašnjavaju svjetlost, već samo daju jednadžbe iz kojih se mogu izračunati opažene pojave. [6], [7], [8], [9]

### 3 Rađanje moderne fizike

#### 3.1 Crno tijelo

Krajem 19. stoljeća fizika je tvar i zračenje opisivala na dva potpuno različita načina. Tvar i njezino gibanje je opisivala Newtonova mehanika, dok je elektromagnetno zračenje opisivala Maxwellova teorija elektromagnetnog polja. Postojale su sumnje oko potpunosti klasične fizike, budući da ona nije bila u stanju objasniti neke fizikalne pojave, poput raspodjele energije u spektru zračenja crnoga tijela ili fotoelektričnoga učinka.

Godine 1859. Gustav Kirchhoff je u Berlinu izložio rad u kojem je pokazao da je »za zrake jednake valne duljine na jednakoj temperaturi omjer emisijske moći i apsorptivnosti jednak za sva tijela«. Da bi dokazao ovaj teorem, kasnije nazvan *Kirchhoffovim zakonom*, izračunao je ravnotežne uvjete za razmjenu zračenja između dviju beskonačnih paralelnih ploča koje na stranama okrenutim jedna prema drugoj odašilju i apsorbiraju zračenje, dok s druge strane posve odbijaju zračenje, tj. čine savršene reflektore. Pretpostavio je da jedna od ploča odašilje i apsorбира zračenje samo valne duljine  $\lambda$ , dok druga odašilje i apsorбира zračenje svih valnih duljina. Tako druga ploča naposljetku, nakon niza refleksija, sama apsorбира cjelokupno zračenje valnih duljina različitih od  $\lambda$  koje je odaslala, pa je u računu dovoljno razmatrati samo razmjenu zračenja valne duljine  $\lambda$ . Označimo s  $E = E(\nu, T)$  emisijsku moć jedne od ploča. *Emisijska moć* tijela je definirana putem izraza:

$$E(\nu, T) = \frac{dI}{d\nu} \quad (3.1.)$$

gdje je  $dI$  energija koju tijelo temperature  $T$  odašilje u jedinici vremena s jedinične površine u intervalu frekvencija  $[\nu, \nu+d\nu]$ . Označimo nadalje s  $A = A(\nu, T)$  odgovarajući koeficijent apsorpcije (»apsorptivnost«) te ploče. *Koeficijent apsorpcije* se definira kao omjer apsorbiranog i upadnog toka zračenja:

$$A(\nu, T) = \frac{\Phi_{aps}}{\Phi_{up}} \quad (3.2.)$$

Odgovarajuću emisijsku moć i koeficijent apsorpcije druge ploče označimo s  $e$ , odnosno s  $a$ . Kirchhoff je pokazao da druga ploča od emitirane energije  $E$  apsorбира količinu  $aE/(1 - k)$ , gdje je  $k = (1 - A)(1 - a)$ , a od emitirane energije  $e$  količinu  $a(1 - A)e/(1 - k)$ . U ravnoteži je emitirana energija jednaka apsorbiranoj energiji pa vrijedi

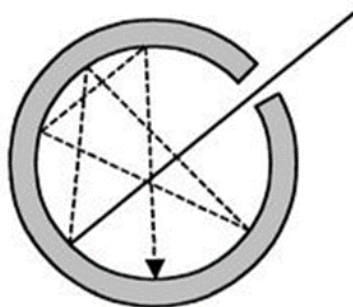
$$e = \frac{aE}{1-k} + \frac{a(1-A)e}{1-k} \quad (3.3.)$$

što daje

$$\frac{e}{a} = \frac{E}{A} = B(\nu, T). \quad (3.4.)$$

Drugim riječima, omjer emisijske moći i koeficijenta apsorpcije svih tijela ista je funkcija  $B(\nu, T) = B_\nu$  frekvencije i temperature. Dok emisijska moć i koeficijent apsorpcije ovise o naravi tijela, njihov je omjer isti za sva tijela.

Godinu dana nakon dokaza ovog teorema, Kirchhoff uvodi pojam crnog tijela, definirajući ga kao tijelo koje apsorbira čitavo zračenje koje pada na njega, s time da je takvo tijelo također i savršeni odašiljač.



Slika 3.1. Aproximacija crnog tijela (šupljina s malom rupom – zraka svjetlosti uđe u šupljinu te dolazi do niza refleksija i apsorpcija).

Za crno tijelo je  $A(\nu, T) = 1$  te za njega vrijedi

$$E(\nu, T) = B_\nu \quad (3.5.)$$

Funkcija  $B(\nu, T) = B_\nu$ , tj. emisijska moć crnoga tijela, se naziva *spektralnom gustoćom zračenja*.

Oslanjajući se na termodinamiku Kirchhoff je pokazao da zračenje unutar zatvorene izotermne šupljine temperature  $T$  ima istu »kvalitetu i intenzitet« kao spektralna gustoća zračenja, tj. emisijska moć  $E$  crnoga tijela iste temperature  $T$ . Označimo s  $u_\nu = u(\nu, T)$  spektralnu gustoću energije unutar zatvorene šupljine na temperaturi  $T$ , tako da je ukupna gustoća energije  $u = \int_0^\infty u_\nu d\nu$ . Tada vrijedi

$$u_\nu = \frac{4}{c} B_\nu, \quad (3.6.)$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti. Preostalo je samo naći funkciju  $u_\nu$ .

Dvadesetak godina kasnije je Jožef Stefan na temelju eksperimentalnih podataka došao do zaključka da je ukupni intenzitet  $I$  zračenja crnoga tijela na temperaturi  $T$ , tj. energija koju crno tijelo te temperature odašilje u jedinici vremena s jedinične površine,



razmjernan s  $T^4$ . Teorijski dokaz tog *Stefanovog zakona* dao je Ludwig Boltzmann 1884. godine na temelju mislenog pokusa koji je zamislio talijanski fizičar A. Bartoli. U tom se mislenom pokusu razmatra kružni proces putem kojeg se uz pomoć pomičnih ogledala toplina u obliku zračenja može prenijeti s hladnog na toplo tijelo. Takav prijenos topline prema drugom zakonu termodinamike zahtjeva da se izvrši rad pa Bartoli zaključuje da toplinsko zračenje stvara tlak. Boltzmann je na temelju Maxwellove elektromagnetne teorije svjetlosti pokazao da je taj tlak jednak jednoj trećini gustoće energije. Tako je »plin zračenja« povezo s dvije termodinamičke varijable, temperaturom  $T$  i tlakom  $p$ , te je koristeći termodinamiku pokazao da je  $u = aT^4$ , odnosno

$$I = \sigma \cdot T^4, \quad (3.7.)$$

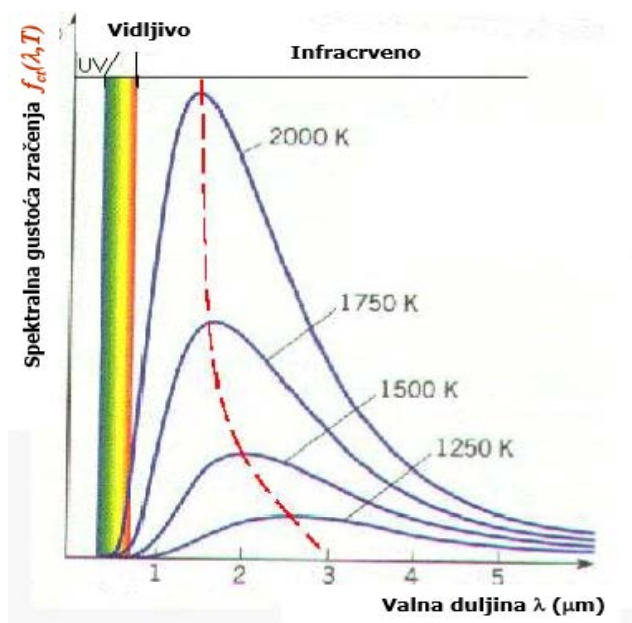
Gdje je  $\sigma$  Stefan – Boltzmanova konstanta.

No niti Stefanov empirijski zakon niti Boltzmannov teorijski izvod toga zakona se ne obaziru na spektralnu raspodjelu zračenja. Godine 1893. je Wilhelm Wien, proučavajući adijabatsku kontrakciju savršeno reflektirajuće sfere, pokazao da za funkciju  $B_\nu$  mora vrijediti

$$B_\nu = \nu^3 F(\nu/T), \quad (3.8.)$$

gdje je  $F(\nu/T)$  nepoznata funkcija. Ta se jednadžba naziva *Wienovim zakonom pomicanja*, a možemo je izraziti pomoću valne duljine u obliku

$$B_\lambda = \lambda^{-5} \varphi(\lambda T). \quad (3.9.)$$



Slika 3.2. Porastom temperature se maksimalna vrijednost spektralne gustoće zračenja pomiče prema manjim valnim duljinama.

Ovaj zakon pokazuje da se iz spektralne raspodjele zračenja crnog tijela za bilo koju danu temperaturu može izvesti raspodjela za bilo koju drugu temperaturu. Iz tog zakona nadalje slijedi relacija

$$\lambda_{max}T = \text{konstanta.} \quad (3.10.)$$

Taj izraz kaže da intenzitet zračenja crnoga tijela temperature  $T$  ima maksimum na valnoj duljini  $\lambda_{max}$  koja je obrnuto razmjerna apsolutnoj temperaturi  $T$ .

Činilo se da se bliži rješenje problema teorijskog objašnjenja mjerenjima utvrđene raspodjele  $u_\nu$  – trebalo je samo objasniti funkciju  $\varphi(\lambda T)$ . Upravo je otkriće rješenja za ovu funkciju dovelo do sloma klasične mehanike.

Tražeci teorijski izvod te funkcije Wien je smatrao da su svi dotadašnji pokušaji da se taj problem riješi započinjali na krivi način. Iznimku je našao u Michelsonovu članku *Teoretski esej o raspodjeli energije u spektrima čvrstih tijela* iz 1887. godine, u kojem je kontinuiranost tih spektara objašnjena na temelju nepravilnost titranja atoma. U skladu s time, Michelson se je oslonio na statistička razmatranja i teoriju vjerojatnosti: pretpostavio je da Maxwellova klasična formula za raspodjelu brzina molekula plina vrijedi i za molekule čvrstog crnog tijela.

Slijedeći Michelsona, Wien je u radu iz 1896. godine pretpostavio da intenzitet i valna duljina  $\lambda$  zračenja koje odašilje neka molekula ovise samo o brzini  $v$  molekule te da je, obratno,  $v^2$  funkcija od  $\lambda$ . Koristeći Maxwell-Boltzmannovu funkciju raspodjele  $v^2 e^{-(v^2/aT)} dv$ , koja određuje broj molekula kojih je brzina u intervalu  $[v, v + dv]$  ( $a$  je konstanta za dani plin), Wien izvodi da je  $B_\lambda = g(\lambda) \exp[-f(\lambda)/T]$ , gdje su  $g(\lambda)$  i  $f(\lambda)$  nepoznate funkcije. Taj izraz za  $B_\lambda$  se mora slagati s prethodno dobivenim rezultatom (3.9.) te zaključuje da vrijedi

$$B_\lambda = c_1 \lambda^{-5} \exp\left(-\frac{c_2}{\lambda T}\right) \quad (3.11.)$$

odnosno

$$u_\nu = \alpha v^3 \exp\left(-\frac{\beta v}{T}\right) \quad (3.12.)$$

gdje su  $\alpha$  i  $\beta$  konstante.

*Wienov zakon zračenja* (3.12.) se dobro slagao sa svim tada raspoloživim eksperimentalnim podacima, a Max Planck je u nizu radova ponudio stroži izvod. [10], [11], [14]

### 3.2 Planckov zakon zračenja crnog tijela

Maxa Plancka su na teorijsko istraživanje zračenja crnoga tijela potaknula mjerenja koja su u Berlinu izvodili Otto Lummer i Ernst Pringsheim. Planck je, koristeći činjenicu da je raspodjela zračenja u ravnoteži nezavisna o naravi izvora, istraživanje započeo najjednostavnijom pretpostavkom: izvor zračenja su linearni harmonijski oscilatori frekvencije  $\nu$ . Polazi od Wienovog zakona, koji je davao empirijski ispravne rezultate, ali je teorijski bio slabo utemeljen, te u nizu radova između 1897. i 1899. razrađuje stroži izvod.

Glavni element Wienovog izvoda je Maxwell-Boltzmannova raspodjela brzina, koja je prema kinetičkoj teoriji plinova značajka ravnotežnog stanja u koje od proizvoljnih početnih uvjeta vode ireverzibilni procesi. No zračenje u šupljini je pojava povezana s elektromagnetizmom, a ne s kinetičkom teorijom plinova. Stoga je Planck pokušao dokazati da Maxwellove jednadžbe primijenjene na rezonatore proizvoljnih početnih uvjeta, daju ireverzibilne procese koji vode u stacionarno stanje s raspodjelom energije kakvu ima zračenje u šupljini. Jammer [10] smatra da je Planck je zapravo htio zaključivanje koje je u kinetičkoj teoriji plinova vodilo do Maxwell-Boltzmannove raspodjele brzina preslikati na teoriju elektromagnetizma. U tu je svrhu krenuo od ideje »prirodnoga zračenja«, prema kojoj su harmonijska parcijalna titranja koja čine val toplinskoga zračenja posve nekoherentna, te je, koristeći samo klasičnu elektrodinamiku, kao uvjet ravnoteže dobio jednadžbu:

$$u_\nu = a\nu^2 U, \quad (3.13.)$$

gdje je  $U=U(\nu, T)$  prosječna energija harmonijskog oscilatora na temperaturi  $T$ , a  $a$  je konstanta,  $a = 8\pi/c^3$ .

Taj važan rezultat Planck je izveo na sljedeći način (»elektromagnetni korak«). Razmotrimo linearni oscilator mase  $m$  i naboja  $e$  koji međudjeluje s monokromatskim periodičnim električnim poljem frekvencije  $\omega$  u smjeru titranja. Jednadžba gibanja takvog oscilatora je

$$m\ddot{x} + fx - \frac{2e^2}{3c^3}\ddot{x} = eF \cos 2\pi\omega t, \quad (3.14)$$

Neka je  $\nu$  frekvencija slobodnog oscilatora, tako da je  $f/m = (2\pi\nu)^2$ . U slučaju kad je gušenje zbog zračenja maleno za energiju  $E$  oscilatora dobijemo

$$E = \frac{e^2 F^2}{2m} \frac{1}{4\pi(\nu - \omega)^2 + \gamma^2}. \quad (3.15.)$$

Pretpostavimo sada da se električno polje čini nekoherentna izotropna superpozicija frekvencija u toplinskoj ravnoteži na temperaturi  $T$ . Tada je ravnotežna energija oscilatora

$$U = \frac{4\pi e^2}{3m} \int \frac{u(\omega, T) d\omega}{4\pi(\nu - \omega)^2 + \gamma^2} \quad (3.16.)$$

pri čemu smo gustoću električnog polja  $F^2/2$  zamijenili s  $\frac{4\pi u(\omega, T) d\omega}{3}$

te integrirali po  $\omega$ . Odziv oscilatora je maksimalan za  $\omega = \nu$ , budući da je  $\gamma$  vrlo maleno. Uvažavajući to dobijemo izraz (3.13.).

Planck je  $U$  mogao jednostavno odrediti iz teorema o ekviparticipiji energije, tako da svakom stupnju slobode pripiše prosječnu energiju  $\frac{1}{2}kT$ . Taj je teorem u to doba već bio dobro poznat i Planck je sigurno znao za njega, ali ga u ovom slučaju nije koristio, što je bila sretna okolnost za razvoj fizike: da je to učinio nužno bi došao do Rayleigh-Jeansovog zakona zračenja:

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} \quad (3.17.)$$

Taj Rayleigh-Jeansov zakon je u skladu s Wienovim zakonom pomicanja (3.9.) i, za razliku od Wienovog zakona zračenja (3.12), ispravno reproducira rezultate mjerenja u području vrlo niskih frekvencija (Lummer i Pringsheim su u takvim eksperimentima uočili sustavna odstupanja od Wienovog zakona zračenja). No, taj zakon očigledno daje krive rezultate pri visokim frekvencijama: iz njega, protivno rezultatima mjerenja, ne slijedi maksimalna vrijednost za  $u_\nu$  ili  $B_\nu$ , već za ukupnu gustoću energije daje divergentni integral, što je kasnije nazvano »ultraljubičastom katastrofom«.

Jammer [10] navodi nekoliko mogućih razloga zašto Planck nije koristio teorem o ekviparticipiji energije: zato što je ozbiljno shvaćao probleme u svezi s tim teoremom na koje su upozoravali neki fizičari ili zato što nije bio dovoljno upućen u Boltzmann-Gibsove metode statističke fizike ili zato što je osjećao duboku odbojnost prema molekularnom pristupu ili pak zato što je bio duboko uvjeren u snagu termodinamičkoga pristupa utemeljenoga na pojmu entropije. Kako bilo da bilo, Planck je umjesto oslanjanja na zakon o ekviparticipiji energije krenuo termodinamičkim putem (»termodinamički korak«). Definirao je entropiju  $S$  oscilatora formulom:

$$S = \frac{U}{av} \ln\left(\frac{U}{bv}\right), \quad (3.18.)$$

gdje su  $a$  i  $b$  su konstante, tako da vrijedi:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} = \frac{\text{konstanta}}{U}. \quad (3.19.)$$

Potom je pokazao da je »ukupna električna entropija«

$$S_t = \sum S + \int s d\tau \quad (3.20.)$$

(zbraja se po svim oscilatorima, a integrira po volumenu polja zračenja gustoćom entropije  $s$ ) funkcija stanja koja raste s vremenom i doseže maksimum u ravnoteži.

Planck je tada pretpostavio da mala količina energije prijede s oscilatora frekvencije  $\nu$ , entropije  $S$  i energije  $U$  na oscilator frekvencije  $\nu'$ , entropije  $S'$  i energije  $U'$ . Tada zakon očuvanja energije  $dU + dU' = 0$  i načelo entropije  $dS + dS' = 0$  uz uvažavanje definicije (3.18) daju jednadžbu

$$-(a\nu)^{-1} \ln(U/b\nu) = -(a\nu')^{-1} \ln(U'/b\nu'). \quad (3.21.)$$

Iz toga slijedi da je lijeva strana gornje jednadžbe konstanta za sve oscilatore i stoga, s obzirom na (3.13), zajednički parametar od  $u_\nu$  za sve frekvencije  $\nu$ . Izjednačavajući taj izraz s  $T^{-1}$  Planck je dobio

$$U = b\nu \exp(-a\nu/T), \quad (3.22.)$$

što uvrštavanjem u (3.13.) daje Wienov zakon zračenja (3.12.). Svjestan da je taj rezultat određen naizgled proizvoljnom definicijom entropije oscilatora (3.18.), Planck je ustvrdio da jedino jednadžba oblika (3.12.) vodi na izraz za entropiju  $S$  oscilatora koji zadovoljava načelo entropije.

No istodobno su mjerenja dovela u pitanje neograničenu valjanost Wienovoga zakona zračenja. Lummer i Pringsheim su zaključili: »Pokazali smo da u području valnih duljina za koje smo izveli mjerenja Wien-Planckova spektralna jednadžba ne prikazuje zračenje crnoga tijela« [10]. Heinrich Rubens i Ferdinand Kurlbaum su pak kroz niz mjerenja nepobitno pokazali da je za niske frekvencije i visoke temperature  $u$  razmjerno  $T$ . Prije nego što su svoje rezultate objavili, Rubens ih je spomenuo Plancku prilikom kućne posjete 7. listopada 1900. Planck je uvidio da mora promijeniti pristup koji ga je doveo do Wienovog zakona, tako da dobije novu formulu koja će se za visoke frekvencije i niske temperature slagati s Wienovim izrazom, dok će za niske frekvencije i visoke temperature davati proporcionalnost  $u_\nu$  s  $T$ . To je učinio još iste večeri i o tome dopisnicom obavijestio Rubensa.

U tom pokušaju ponovno kreće od definicije entropije oscilatora (3.18.). U uvjetima niskih frekvencija i visokih temperatura, a s obzirom na (3.13.), i  $U$  mora biti proporcionalno s  $T$ . Budući da je

$$\frac{\partial S}{\partial U} = T^{-1}, \quad (3.23.)$$

Planck je zaključio da je  $S$  razmjerno  $\ln U$ , odnosno 
$$\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} = \frac{\text{const}}{U^2} \quad (3.24.)$$

S druge strane, u uvjetima visokih frekvencija i niskih temperatura i dalje mora vrijediti (3.19.). Kao kompromis između (3.19) i (3.24) Planck je pretpostavio da vrijedi

$$\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} = \frac{a}{U(U+b)}. \quad (3.25.)$$

Za male vrijednosti od  $U$  taj se izraz svodi na (3.19.), (i stoga daje Wienov zakon), a za velike vrijednosti od  $U$  na (3.24.) (što odgovara mjerenjima Rubensa i Kurlbauma). Jammer [10] smatra da je ta interpolacija jedan od najznačajnijih doprinosa u povijesti fizike. S jedne strane, ona je dovela Plancka do elementarnog kvanta djelovanja i tako pokrenula rani razvoj kvantne teorije. S druge strane, njezine posljedice koje je prepoznao Einstein su odlučujuće utjecale na same temelje fizike.

Iz interpolacije (3.25.) Planck je izveo

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dU} = a' \ln \left[ \frac{U+b}{U} \right] \quad (3.26.)$$

odnosno

$$U = b / [\exp(1/a'T) - 1], \quad (3.27.)$$

gdje su  $a' = -a/b$  i  $b$  i dalje funkcije od  $\nu$ . Kako bi našao njihovu ovisnost o  $\nu$  Planck se oslonio na (3.12.) i (3.13) te je dobio

$$U = \nu \Phi \left( \frac{\nu}{T} \right), \quad (3.28.)$$

Gdje je  $\Phi \left( \frac{\nu}{T} \right)$  funkcija od  $\left( \frac{\nu}{T} \right)$ . Iz toga slijedi

$$U = (\nu \text{ konstanta}) / [\exp(c'\nu/T) - 1] \quad (3.29.)$$

i konačno

$$u_\nu = \frac{A\nu^3}{\exp(B\nu/T) - 1} \quad (3.30.)$$

gdje su  $A$  i  $B$  konstante.

Planck je taj rezultat izveo na vrijeme da ga izloži kao komentar na Kurlbaumov prikaz rezultata mjerenja na sastanku Njemačkoga fizikalnog društva 19. listopada 1900. U tom komentaru, kasnije objavljenom pod naslovom *O poboljšanju Wienovog zakona zračenja*, prikazao je formulu (3.30.) koja je kasnije nazvana *Planckovim zakonom zračenja*. U tom je trenutku to bila tek točna empirijska formula, budući da temeljna pretpostavka (3.25) nije imala strogo teorijsko opravdanje. Da bi promijenio takav status

pretpostavke (3.25.) Planck je naposljetku morao odustati od termodinamičkoga pristupa i prihvatiti Boltzmannov probabilistički koncept entropije (»statistički korak«).

Planck je sa  $S_N$  označio entropiju sustava  $N$  oscilatora frekvencije  $\nu$  te je slijedeći Boltzmannova pretpostavio

$$S_N = k \cdot \ln W, \quad (3.31.)$$

gdje je  $W$  broj raspodjela kompatibilnih s energijom sustava, tj. termodinamička vjerojatnost. Da bi odredio  $W$  morao je pretpostaviti da se ukupna energija  $U_N = NU$  sastoji od  $P$  konačnih elemenata energije (»Energie-elemente«)  $\epsilon$ , tako da je  $U_N = P\epsilon$  ( $P$  je cijeli broj). Ta je pretpostavka bila nužna stoga što uobičajeno shvaćanje  $U_N$  kao kontinuirane veličine ne omogućuje kombinatorni postupak određivanja  $W$ . Upravo je na tom mjestu metodološki zahtjev za kombinatornim postupkom motivirao uvođenje kvanta djelovanja, što je naposljetku dovelo do razvoja kvantne teorije. Prvi put eksplicitno spominjući  $h$  Planck kaže: »Sada moramo razmotriti raspodjelu energije  $U_N$  među  $N$  rezonatora frekvencije  $\nu$ . Ako bismo  $U_N$  smatrali beskonačno djeljivom veličinom, raspodjela bi se mogla izvesti na beskonačno mnogo načina. Nasuprot tome smatramo – a to je kardinalna točka čitavog računa – da je  $U_N$  sastavljena od konačnoga broja jednakih diskretnih dijelova i u tu svrhu uvodimo prirodnu konstantu  $h = 6.55 \times 10^{-27}$  erg sec. Ta konstanta pomnožena sa zajedničkom frekvencijom  $\nu$  rezonatora daje element energija  $\epsilon$  u ergima, a dijeljenjem  $U_N$  s  $\epsilon$  dobivamo broj  $P$  elemenata energije koji su raspodijeljeni po  $N$  rezonatora« [10].

Tumačeći  $W$  kao broj mogućih načina raspodjeljivanja  $P$  nerazlikovljivih elemenata energije  $\epsilon$  između  $N$  razlikovljivih oscilatora, Planck je dobio

$$W = \frac{(N+P-1)!}{(N-1)!P!}, \quad (3.32.)$$

a iz toga, koristeći Stirlingovu formulu

$$W = \frac{(N+P)^{N+P}}{N^N P^P} \quad (3.33.)$$

tako da je

$$S_N = k[(N+P) \ln(N+P) - N \ln N - P \ln P] \quad (3.34.)$$

ili konačno

$$S_N = kN \left[ \left(1 + \frac{U}{\epsilon}\right) \ln \left(1 + \frac{U}{\epsilon}\right) - \frac{U}{\epsilon} \ln \left(\frac{U}{\epsilon}\right) \right]. \quad (3.35.)$$

Iz

$$\frac{\partial S}{\partial U} = T^{-1}$$

dobio je da je prosječna energija  $U$  oscilatora frekvencije  $\nu$

$$U = \frac{\epsilon}{\exp(\frac{\epsilon}{kT}) - 1} \quad (3.36.)$$

što je u skladu s prije dobivenim rezultatom

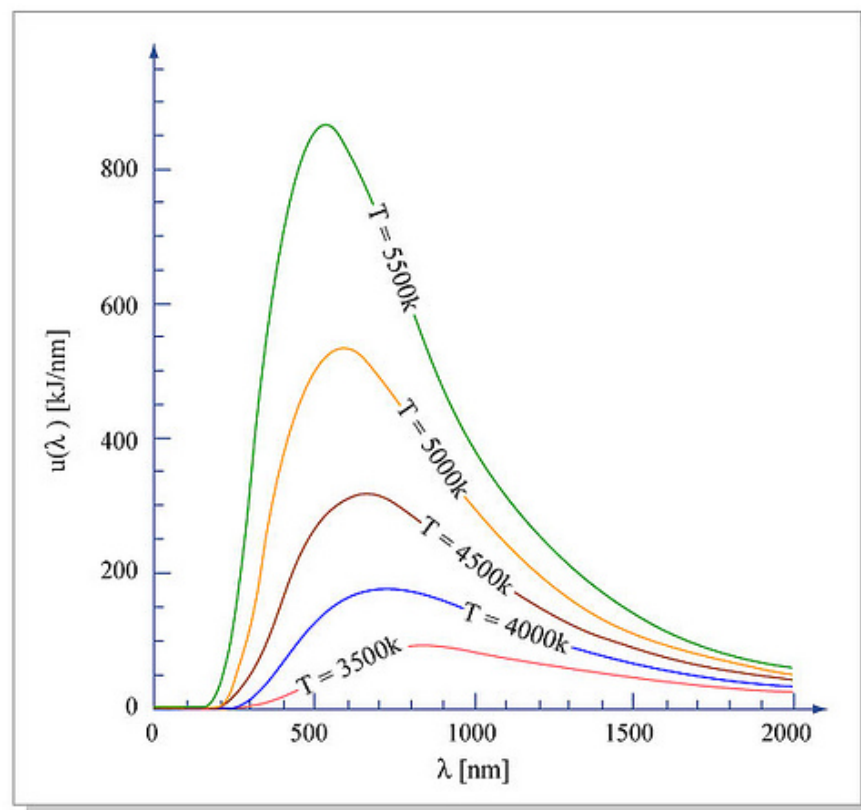
$$U = \nu \Phi \left( \frac{\nu}{T} \right)$$

samo ako je

$$\epsilon = h\nu \quad (3.37.)$$

gdje je  $h$  konstanta neovisna o  $\nu$ . Tako konačno dolazi do poznatog zakona zračenja

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (3.38.)$$



Slika 3.3. Graf ovisnosti intenziteta zračenja o valnoj duljini pri različitim temperaturama. Planckov zakon se slagao s dobivenim mjerenjima.

Planck je svoj rad *O teoriji zakona raspodjele energije normalnoga spektra*, u kojem je prikazao ove rezultate i uveo »univerzalnu konstantu  $h$ « te na taj način promijenio smjer teorijske fizike, izložio na sastanku Njemačkog fizikalnog društva od 14. prosinca 1900., što se uobičajeno smatra rođenjem kvantne teorije. Zanimljivo je spomenuti da u tom članku Planck ne navodi fundamentalni rezultat da je  $U$  cjelobrojni višekratnik od  $h\nu$ . Čini se da tada još ni on sam nije bio siguran što konstanta  $h$  predstavlja. U jednom pismu



iz 1931. godine Planck svoj postupak naziva »očajničkim činom«, poduzetim zato što se je »teorijsko objašnjenje moralo naći po svaku cijenu« [10]. Kasnije je u *Autobiografiji* priznao da nije bio zadovoljan svojim pristupom i da je stalno iznova pokušavao, neuspješno, uvođenje konstante  $h$  nekako uklopiti u okvir klasične fizike [10]. Pais naglašava [14] da se tu zapravo radi o dva »očajnička čina«. Prvi je davanje fizikalnog značenja konačnim »elementima energije«, što nitko prije njega nije učinio, a drugi je jednako tako nikad prije viđen postupak prebrojavanja, tj. određivanja termodinamičke vjerojatnosti. Planck, naime, kaže da je nadahnuće našao u Boltzmannovim metodama, ali Boltzmannov problem je odrediti najvjerojatniju raspodjelu danog broja razlikovljivih molekula plina dane energije po ćelijama faznoga prostora, što se korjenito razlikuje od Planckova prebrojavanja particija nerazlikovljivih objekata, tj. elemenata energije.

Čini se da barem do 1905. godine nitko nije bio zapravo svjestan važnosti ovog rezultata. Uvođenje konstante  $h$  smatrano je nebitnim metodološkim sredstvom bez dubljih posljedica po fiziku. Kako je rastao broj eksperimentalnih potvrda Planckova zakona zračenja tako su se javljali i brojni pokušaji da se izbjegne Rayleighjev rezultat (3.17) bez napuštanja klasične statističke mehanike i napose teorema o ekviparticipiji energije, jer su mnogi smatrali da Planckov izvod ne iznosi na vidjelo pravi mehanizam te pojave.

Spomenimo na kraju da je Einstein 1906. godine prvi upozorio na nedosljednost Planckova izvoda. Naime, u elektrodinamičkom koraku Planck je izveo izraz (3.13.) na temelju Maxwelllove teorije i pretpostavke da je energija oscilatora kontinuirano promjenljiva veličina, dok je u statističkom koraku pretpostavio da je ta energija diskretna. [10], [14]

#### 4 Einsteinov rad do 1905. godine

U svojim *Autobiografskim bilješkama*, objavljenim 1949. godine, Albert Einstein je istaknuo dvije po njegovu mišljenju nužne odlike valjane teorije u fizici: »vanjska potvrda« – teorija ne smije proturječiti empirijskim činjenicama – i »unutrašnje savršenstvo« - tj. »prirodnost« ili »logička jednostavnost« njezinih pretpostavki. [12]

U istim *Bilješkama* opisuje svoj susret s Planckovim zakonom zračenja: »Planck je svoju formulu zračenja dobio pomoću elemenata energije  $\epsilon$  iznosa  $\epsilon = hv$ . Odlučujući element pritom leži u činjenici da rezultat ovisi o tome da se  $\epsilon$  dade određena konačna vrijednost, tj. da se ne ide u limes  $\epsilon = 0$ . Takav pristup prikriva činjenicu da proturječi mehaničkom i elektrodinamičkom temelju na kojem izvod inače počiva. Izvod zapravo implicitno pretpostavlja da pojedinačni rezonatori mogu apsorbirati i emitirati energiju samo u „kvantima“ iznosa  $hv$ , tj. da se energija mehaničke strukture koja može titrati kao i energija zračenja može prenositi samo u takvim kvantima – u proturječju sa zakonima mehanike i elektrodinamike. [...] Sve mi je to bilo posve jasno ubrzo nakon pojave Planckova fundamentalnog rada; tako da sam, ne imajući nadomjestak za klasičnu mehaniku, ipak bio u stanju vidjeti kakve posljedice taj zakon toplinskoga zračenja ima za fotoelektrični efekt i druge slične pojave u svezi s preobrazbom energije zračenja, kao i za toplinski kapacitet (napose) čvrstih tijela. No svi moji pokušaji da prilagodim teorijske temelje fizike toj novoj vrsti znanja su posve propali«. Prema ovom navodu se čini da je Einstein upoznao Planckovu teoriju i počeo razmišljati o njezinim posljedicama i prije nego što je 1901. godine objavio svoj prvi znanstveni članak, a to potvrđuju i njegova pisma s početka 1901. godine. [12]

Čini se da ga je upravo Planckov rad tada uvjerio da, kako kaže u *Bilješkama*, »niti mehanika niti elektrodinamika (osim u graničnim slučajevima) ne mogu biti posve valjane«. Jedino je termodinamika po njegovu mišljenju bila »opća teorija koju se unutar okvira primjenljivosti njezinih temeljnih pojmova nikad neće moći odbaciti«. [12] Stoga je termodinamika bila prva jezgra njegovih istraživanja. Einsteina se je od početka karijere duboko dojmila jednostavnost i domašaj klasične termodinamike. Po tome je bio sličan Plancku, ali je za njega termodinamika uključivala i Boltzmannov statistički pristup.

Sljedeći navod iz *Bilježaka* pokazuje na što je bio usmjeren njegov rani rad: »Moje glavno pitanje je bilo: Koji se općeniti zaključci o strukturi zračenja i, još općenitije, o elektromagnetnim temeljima fizike mogu izvesti iz formule zračenja«. [12] U prvim radovima Einstein je prije svega razmatrao vezu između makroskopskih i mikroskopskih

aspekata tvari. U prva dva rada, koja objavljuje 1901. i 1902. godine, istražuje međumolekularne sile primjenjujući fenomenološku termodinamiku na pojave poput kapilarnosti i potencijalne razlike između metala i otopina njihovih soli. Nezadovoljan dobivenim rezultatima ubrzo napušta takav pristup i počinje razvijati statističku termodinamiku primjenljivu ne samo na plinove, već i na druga agregatna stanja, vjerojatno stoga što mu se je takav pristup činio prikladnijim za zaključke na molekularnoj razini. [13] Tako nakon objavljivanja prva dva rada piše tri članka (»statistički trio«) koja objavljuje između 1902. i 1904. godine. Za razliku od prva dva članka, koji se bave konkretnim pojavama, ovdje se radi o općenitijim radovima o statističkoj fizici. Poticaj za pisanje »statističkog trija« vjerojatno je bilo nezadovoljstvo Planckovom teorijom te pokušaj konstruiranja općenite termodinamike na kojoj bi se mogla utemeljiti ne samo teorija fluida i čvrstih tijela, već i toplinskoga zračenja. Ta su razmatranja uvelike utjecala na njegov daljnji rad, pogotovo na Brownovom gibanju i kvantu.

U prvom članku iz »statističkog trija« Einstein razvija teoriju statističke termodinamike za mehaničke sustave kojima ravnaju Lagrangove jednadžbe gibanja s eksplicitnom funkcijom potencijala. Konstruirao je statističku teoriju koja se odnosi na ansambl sustava zatvorenih okolinom na stalnoj temperaturi (kanonski ansambl). Cilj mu je bio pokušati popuniti prazninu u Boltzmannovoj kinetičkoj teoriji topline, budući da je Planckova teorija bila oblikovana po uzoru na Boltzmannovu. Praznina o kojoj je riječ se odnosi na nepostojanje izvoda zakona toplinske ravnoteže i drugoga zakona termodinamike uz korištenje samo jednadžbi mehanike i računa vjerojatnosti. No te su mehaničke jednadžbe potrebne samo da bi se opravdalo korištenje Liouvilleovog teorema i zakona očuvanja energije, što je dalo naslutiti, prema Einsteinovim riječima, da bi se ta teorija mogla razviti za mnogo općenitije sustave. Izveo je, naime, izraz za entropiju s gledišta mehanike, koji ovisi samo o energiji  $E$  i temperaturi  $T$ , dok se »posebni oblik od  $E$  kao zbroja potencijalne i kinetičke energije više ne pojavljuje«.

U drugom članku, objavljenom 1903. godine, Einstein nudi takvo poopćenje. Einstein započinje članak razmatrajući sustav kojeg je stanje određeno s  $n$  nezavisnih varijabla  $p_i$ . Za mehaničke sustave koje je prije razmatrao to su bile Lagrangeove generalizirane koordinate i brzine. Ako je takav sustav izoliran, njegovo stanje u nekom trenutku mora određivati vrijednosti varijabli u drugom trenutku. Drugim riječima, ponašanjem sustava tijekom vremena mora ravnati sustav  $n$  jednadžbi:

$$\frac{dp_i}{dt} = \phi_i(p_1, p_2, \dots, p_n), \quad (4.1.)$$

koje imaju istu ulogu kao Lagrangeove jednadžbe u mehaničkom slučaju. Drugi uvjet kojim ograničava općenitost razmatranog sustava je postojanje jednadžbe energije za taj sustav:

$$E(p_1, \dots, p_n) = \text{konstanta} \quad (4.2.)$$

Prema tome je na ovom mjestu njegova statistička fizika doživjela preobrazbu od statističke mehanike u statističku termodinamiku.

U nastavku Einstein razvija niz teorema koji vrijede za ovako općenite sustave. Ti teoremi nisu potrebni za teoriju plinova, već za prijelaz na šire primjenjivu statističku mehaniku ili statističku termodinamiku. Napose, koristeći funkcije  $\phi_i$  i  $E$  Einstein daje izraze za one veličine koje moraju odgovarati temperaturi, entropiji i vjerojatnosti stanja, što su upravo elementi koji nedostaju u Planckovoj raspravi o problemu crnoga tijela. Planck je bio prisiljen definirati vjerojatnost stanja te je naveo da se ta definicija, iako prihvatljiva, može posve opravdati samo eksperimentom. Takva nesigurnost u pogledu vjerojatnosti se onda prenosi na entropiju, tj. logaritam vjerojatnosti, a stoga i na temperaturu, tj. derivaciju energije po entropiji. Ovaj Einsteinov članak je popunio te praznine.

Einstein nastavlja pitanjem koje uvjete moraju zadovoljiti putanje određene jednadžbama (4.1.) i (4.2.) da bi odgovarajući sustavi bili fizikalni, tj. posjedovali opaziva svojstva. Einstein kaže: »Iskustvo nas uči da izolirani fizikalni sustav nakon nekog vremena postigne stanje u kojem se niti jedna od njegovih mjerljivih veličina više ne mijenja; takvo stanje zovemo stacionarnim«. [13] Mjerljive veličine su, kaže u nastavku, prikazane vremenskim prosjecima funkcija mikroskopskih koordinata  $p_i$  i njegova rasprava podrazumijeva da vremenski interval usrednjavanja mora biti dovoljno dugačak da te koordinate poprime sve moguće kombinacije vrijednosti. Stoga će dva mjerenja izvedena u različitim trenucima dati iste vrijednosti ako se putanje zadane jednadžbama (4.1.) vraćaju u polazišne točke s nekom stalnom frekvencijom, budući da će sustav tada tijekom svakog ciklusa provesti jednako vrijeme u blizini bilo koje dane točke određene koordinatama  $p_i$ . Isti će učinak dati i nešto slabiji uvjet. Zamislimo područje  $\Gamma$   $n$ -dimenzionalnog prostora koordinata  $p_i$ . Motrimo sustav tijekom nekog vremenskog intervala  $T$  i odredimo dio  $\tau$  tog intervala tijekom kojeg se sustav nalazi u  $\Gamma$ . Ako se za svaki odabrani  $\Gamma$  s povećavanjem  $T$  omjer  $\tau/T$  približava nekom limesu, sustav će posjedovati mjerljiva svojstva, tj. bit će fizikalni sustav.

Nedostatke ovog argumenta Einstein uklanja prelazeći s vremenskoga prosjeka na prosjek po članovima prikladno uređenog ansambla identičnih sustava. Skup sustava koji

razmatra veoma nalikuje skupu kojeg se nakon Gibbsovih radova naziva mikrokanonskim ansamblom. Sastoji se od velikog broja  $N$  identičnih sustava. Svim tim sustavima ravnaju jednačbe gibanja (4.1.), svi su nezavisni i za sve konstanta energije iz jednačbe (4.2.) ima vrijednost iz malog intervala  $[E^*, E^* + \delta E^*]$ . Ako su sustavi ovog ansambla raspodijeljeni po  $p_i$  prostoru tako da tijekom njihova gibanja broj sustava  $m$  u području  $\Gamma$  ostaje stalan, za ansambl se kaže da je stacionaran i tada posjeduje sljedeća dva svojstva. Prvo, vrijednost od  $m/N$  je u svakom trenutku jednaka prije određenom limesu od  $\tau/T$  za pojedinačne elemente. Drugo, svi elementi stacionarnoga ansambla su stoga fizikalni. Osim toga, vremenski prosjeci funkcija od  $p_i$  po dugim intervalima  $T$  se mogu zamijeniti prosjecima po  $N$  elemenata ansambla u bilo kojem trenutku.

Istražujući svojstva svog ansambla Einstein najprije naglašava da je u bilo kojem trenutku broj sustava u infinitezimalnom volumenu  $g$   $p_i$  prostora dan s:

$$dN = \varepsilon(p_1, \dots, p_n) \int_g dp_1 dp_2 \dots dp_n, \quad (4.3.)$$

gdje je  $\varepsilon(p_1, \dots, p_n)$  gustoća točaka sustava u  $p_i$  prostoru. Ako je ansambl stacionaran, za tu gustoću moraju vrijediti standardni hidrodinamički uvjeti kontinuiteta. Einstein ih uvodi kako bi pokazao da  $\varepsilon$  može ovisiti o koordinatama  $p_i$  -ovima samo preko energije, koju je prethodno ograničio na infinitezimalni interval. Stoga ovaj dio analize dovršava pišući prethodnu jednačbu u obliku:

$$dN = \text{const} \int_g dp_1 dp_2 \dots dp_n. \quad (4.4.)$$

Ovdje se vidi zašto Einstein nije mogao prihvatiti Planckovu teoriju zračenja crnoga tijela. I za Einsteina i za Plancka stanje sustava je određeno pomoću malog volumena  $g$  unutar koje se nalaze koordinate sustava. No, Einsteinova predodžba stanja sadrži predodžbu vjerojatnosti, uvedenu kroz uvjet da se radi o fizikalnom sustavu, koja se razlikuje od Planckove. Vjerojatnost  $W_g$  nalaženja danog sustava u stanju  $g$  mora biti dio  $\tau/T$  vremena kojeg sustav provede u  $g$  ili, ekvivalentno, dio  $dN/N$  elemenata ansambla koje nalazimo u  $g$  u danom trenutku. Stoga je vjerojatnost  $W_g$  naprosto prikladno normirana desna strana jednačbe (4.4.) i nužno je razmjerna volumenu od  $g$ .

Einstein je pojam ansambla najprije iskoristio za definiranje temperature i entropije. Svaki od  $N$  sustava iz ansambla može se podijeliti na dva podsustava koji međudjeluju: veliki  $\Sigma$  i mali  $\sigma$ . Mali podsustav nazivamo »termometar«. Veliki sustav je određen podskupom  $\Pi_1, \dots, \Pi_\lambda$  početnih  $n$  varijabli i ima energiju  $H$ , a mali je određen preostalim varijablama  $\pi_1, \dots, \pi_l$  i ima energiju  $\eta$ . S obzirom na to da ova dva podsustava međudjeluju, samo je energija  $E (= H + \eta)$  konstantna, no Einstein pretpostavlja da je

$H \gg \eta$ , tako da je energija  $H$  gotovo konstantna. Einstein se pita za koliko će od  $N$  sustava u ansamblu varijable  $\pi_i$  termometra biti u zadanom području te pokazuje da odgovor daje jednadžba

$$dN_2 = \text{const} e^{-2h\eta} d\pi_1 \dots d\pi_l, \quad (4.5.)$$

gdje je  $h$  parametar koji ovisi samo o ukupnoj energiji  $E^*$  i strukturi velikog sustava  $\Sigma$ . Kada se ta struktura specificira može se definirati nova funkciju  $\omega(E^*)$

$$\omega(E^*) = \int_{E^*}^{E^* + \delta E^*} d\Pi_1 \dots d\Pi_\lambda \quad (4.6.)$$

Kada pak znamo tu funkciju, parametar  $h$  koji je potreban u jednadžbi (4.5) je definiran izrazom

$$h(E^*) = \frac{1}{2} \frac{\omega'(E^*)}{\omega(E^*)}. \quad (4.7.)$$

Einstein pokazuje da tako definirana veličina  $h(E^*)$  ima sljedeća svojstva: ako je poznata energija i struktura velikoga sustava,  $h$  putem jednadžbe (4.5) u cijelosti određuje sve učinke sustava  $\Sigma$  na mjerljiva svojstva malog sustava  $\sigma$ , tj. termometra; ako dva velika sustava  $\Sigma_1$  i  $\Sigma_2$  imaju isti učinak na termometar  $\sigma$ , imat će isti učinak na bilo koji drugi termometar  $\sigma'$ ; konačno, dva velika sustava  $\Sigma_1$  i  $\Sigma_2$  mogu imati isti učinak na termometar  $\sigma$  samo ako je taj učinak identičan učinku složenoga sustava  $\Sigma_1 + \Sigma_2$ . na  $\sigma$ . To su upravo ona svojstva koja ima temperatura. Stoga temperatura mora biti neka funkcija veličine  $h$ . Einstein predlaže da bi odgovarajuća definicija temperature  $T$  bila

$$T = 1/(4h\chi), \quad (4.8.)$$

gdje je  $\chi$  neka opća konstanta. Nakon toga pokazuje da prema njegovoj teoriji prosječna energija molekule idealnoga plina mora biti  $3/4h$ , tako da  $\chi$  mora biti jednako  $R/2N$  (polovica  $k$ ).

Nakon što je tako definirao temperaturu, Einstein prelazi na razmatranje entropije. Da bi se na prethodno izoliranom sustavu  $\Sigma$  mogao izvršiti rad pretpostavlja da funkcija  $E$  iz (4.2.) ne ovisi samo o koordinatama  $p_i$ , već i o skupu parametara  $\lambda_i$  koji se sporo mijenjaju. Promjena  $E$  koja odgovara bilo kojoj maloj promjeni stanja sustava je tada dana

$$dE = \sum \frac{\partial E}{\partial \lambda_i} d\lambda_i + \sum \frac{\partial E}{\partial p_i} dp_i. \quad (4.9.)$$

Einstein pokazuje da je prvi zbroj rad obavljen na sustavu tijekom promjene  $\lambda_i$ , a drugi zbroj dodana toplina. Ako entropiju  $S$  definiramo kao  $\int dQ/T$ , daljnji račun daje:

$$S = \frac{E^*}{T} + 2\chi \log \int e^{-2hE(p_1, \dots, p_n)} dp_1 \dots dp_n. \quad (4.10.)$$

Konačno, Einstein zaključuje rad dokazujući da  $S$  mora rasti kako se sustav kreće od manje vjerojatnih stanja prema vjerojatnijim. To je njegova verzija drugoga zakona termodinamike.

Treći članak »statističkog trija« objavljen je 1904. godine kao dodatak drugom članku, a njegova glavna tema je fizikalno značenje univerzalne konstante  $\chi$ . Rješenje je našao u pojavi fluktuacije energije, koja je dotad uglavnom bila ignorirana. Einstein stavlja fluktuacije u prvi plan i predlaže njihovu kvantitativnu primjenu. Taj posljednji korak ga, prvi put u objavljenom tekstu, vodi do problema zračenja crnog tijela.

Članak započinje predefiniranjem funkcije  $\omega(E^*)$ . Sada tu funkciju definira izrazom

$$\omega(E^*)\delta E^* = \int_{E^*}^{E^* + \delta E^*} dp_1 \dots dp_n. \quad (4.11.)$$

Time uklanja iz  $\omega(E^*)$  implicitnu ovisnost o veličini intervala  $\delta E^*$ , a time i o posebnoj strukturi zamišljenog ansambla, pa ona tako postaje primjenljiva i na individualne sustave, a ne samo na ansamble. Einstein tu mogućnost smjesta primjenjuje za novu definiciju entropije sustava te, tijekom novoga izvoda drugoga zakona termodinamike, na ponašanje sustava u interakciji s velikim toplinskim spremnikom temperature  $T$ . Pritom naglašava da toplinski spremnik određuje samo prosječnu energiju sustava, a ne trenutnu energiju. Trenutna energija fluktuirala oko prosječne vrijednosti u skladu s jednadžbom (4.5.). Uz pomoć predefinirane funkcije  $\omega$  ta se jednadžbu sada može napisati tako da određuje vjerojatnost  $dW$  da će energija sustava u danom trenutku biti u intervalu  $[E^*, E^* + dE^*]$

$$dW = C e^{-E^*/2\chi T} \omega(E^*) dE^* \quad (4.12.)$$

gdje konstanta normiranja slijedi izjednačavanjem integrala od  $dW$  po svim energijama s jedinicom. Iz posljednje jednadžbe slijedi da je prosječna energija sustava na temperaturi  $T$

$$\bar{E} = \int_0^\infty C E e^{-E/2\chi T} \omega(E) dE, \quad (4.13.)$$

tako da vrijedi

$$\overline{(\bar{E} - E)} = 0 = C \int_0^\infty (\bar{E} - E) e^{-E/2\chi T} dE \quad (4.14.)$$

Einstein konačno pokazuje da je

$$\overline{\varepsilon^2} \equiv \overline{(\bar{E} - E)^2} = \bar{E}^2 - \overline{E^2} = 2\chi T^2 \frac{d\bar{E}}{dT}, \quad (4.15.)$$

što smatra posebno važnim, budući da on »ne sadrži niti jednu veličinu koja podsjeća na temeljne hipoteze teorije«. [13] Srednja kvadratna fluktuacija energije bilo kojeg sustava u dodiru s beskonačnim toplinskim spremnikom je tu izražena preko mjerljivih veličina  $T$  i  $\frac{d\bar{E}}{dT}$  te apsolutne konstante  $\chi$ . Time je određen fizikalni smisao te konstante: veličina  $\overline{\varepsilon^2}$  je

mjera toplinske stabilnosti sustava – što je veći  $\overline{\varepsilon^2}$  to je sustav nestabilniji – pa konstanta  $\chi$  određuje stabilnost sustava. Kad je Einstein izveo jednadžbu (4.15.) nije znao da je Gibbs to već učinio prije njega ( $2\chi = k$ ).

Ovaj zaključak usmjerava Einsteinovu pozornost na problem crnoga tijela: »Nađena jednadžba bi omogućila točno određivanje univerzalne konstante  $\chi$  kad bi bilo moguće odrediti fluktuaciju energije sustava. U ovom trenutku to, međutim, nije moguće. Za samo jednu vrstu fizikalnog sustava možemo na temelju iskustva pretpostaviti fluktuacije energije. Taj sustav je prazni prostor ispunjen toplinskim zračenjem«. [13] Što je pritom mislio djelomično pokazuje kvantitativno povezujući  $\chi$  s konstantom  $\lambda_m T$  u Wienovom zakonu pomicanja, gdje je  $\lambda_m$  valna duljina zračenja maksimalnog intenziteta pri temperaturi  $T$ . Potom uvodi fluktuacije u analizu crnoga tijela. Naglašava da će fluktuacija ukupne energije polja u šupljini crnoga tijela biti vrlo mala ako je šupljina velika u usporedbi s dominantnom valnom duljinom. Ali ako su dimenzije šupljine jednake valnoj duljini koja odgovara maksimalnom intenzitetu, tada bi prosječna ukupna energija trebala biti istog reda veličine kao prosječna fluktuacija, tj.  $\overline{E^2} = \overline{\varepsilon^2}$ . Ukupnu energiju takve šupljine daje Stefan-Boltzmannov zakon i ona iznosi  $E = aVT^4$  gdje je  $V$  volumen šupljine ( $= \lambda_m^3$ ), a  $a$  je eksperimentalno određena konstanta. Primjenom jednadžbe (4.15.) slijedi:

$$\lambda_m = \frac{2}{T} \sqrt[3]{\frac{\chi}{a}} = \frac{0.42}{T}, \quad (4.16.)$$

gdje je numerička konstanta na desnoj strani dobivena iz postojećih mjerenja  $a$  i  $R$  te iz prihvaćenih procjena vrijednosti od  $N$ . Ovaj izraz Einstein uspoređuje s eksperimentalnim rezultatima koji su pokazali da zračenja crnog tijela ima maksimalni intenzitet na valnoj duljini  $\lambda_m = 0.293/T$ .

Premda u uvodu ovoga rada Einstein spominje Planckovu definiciju entropije, još uvijek ne kaže ništa o Planckovu zakonu zračenja. Kao što smo već vidjeli, Einstein je imao vlastite razloge za sumnju u valjanost Planckova izvoda, ali još nije bio u stanju da ga zamijeni ili da razumije zašto Planckov zakon daje tako dobre rezultate. Do toga su mu trebala još dva koraka, a prvi od njih čini u znamenitom članku iz 1905. godine. Kuhn smatra [13] da i struktura i sadržaj toga članka pokazuju da je slijedeći jednadžbu (4.16.) počeo tragati za vlastitim zakonom zračenja crnoga tijela, da je ubrzo naišao na paradoks te da je potom odustao od potrage za tim zakonom kako bi istražio sam paradoks. [12], [13], [14]



## 5 1905., *Annus Mirabilis*: uvođenje kvanta svjetlosti

Članak *O heurističkom gledištu na nastajanje i pretvorbu svjetlosti (Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt)* je prvi od pet radova koje je Albert Einstein objavio 1905. godine (*annus mirabilis* – njegova čudesna godina). Iste je godine objavio doktorsku disertaciju *Novo određivanje veličine molekule (Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen)* te članke *O gibanju čestica unutar stacionarne tekućine prema zahtjevima molekularne kinetičke teorije topline (Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen)*, gdje objašnjava Brownovo gibanje, *O elektrodinamici tijela u gibanju (Zur Electrodynamik bewegter Körper)*, gdje spaja Maxwellove jednačbe za elektricitet i magnetizam sa zakonima mehanike – specijalna teorija relativnosti, te *Ovisi li inercija tijela o njegovoj energiji? (Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?)*, gdje pokazuje da čestica mase  $m$  ima energiju mirovanja  $E=mc^2$ .



Slika 5.1. Einstein 1905. godine.

Upravo u prvom od spomenutih članaka Einstein uvodi predodžbu kvanta svjetlosti, iz koje je izrasla predodžba fotona kako ih danas poznajemo. U dosad opisanom razvoju kvantne teorije zamisao elemenata ili kvantata energije je bila primijenjena samo na objašnjenje međudjelovanja tvari i svjetlosti: tvorni oscilatori frekvencije  $\nu$  mogu odašiljati ili apsorbirati energiju samo u količinama koje su cjelobrojni višekratnici od  $h\nu$ . U ovom radu Einstein je u stanovitoj mjeri uopćio zamisao kvanta energije. Einsteina je brinula

kontradikcija između klasične mehanike i klasične elektrodinamike. Članak započinje ovim odlomkom:

Postoji duboka formalna razlika između teorijskih predodžaba koje su fizičari oblikovali o plinovima i drugim tijelima s masom [ponderabilnih tijela] i Maxwellove teorije elektromagnetnih procesa u takozvanom praznom prostoru. Dok smatramo da je stanje tijela posve određeno položajima i brzinama velikoga, ali konačnoga, broja atoma i elektrona, za opisivanje elektromagnetnog stanja danog volumena koristimo neprekidne prostorne funkcije, tako da se konačni broj parametara ne može smatrati dovoljnim za potpuno određenje takvog stanja. Prema Maxwelllovoj teoriji, u slučaju svih čisto elektromagnetnih pojava, uključujući svjetlost, energiju valja smatrati neprekidnom prostornom funkcijom, dok se prema sadašnjim predodžabama fizičara energija tijela s masom treba prikazati kao zbroj po svim atomima i elektronima. Energija tijela s masom se ne može podijeliti na proizvoljno mnogo dijelova ili na proizvoljno male dijelove, dok je energija zrake svjetlosti iz točkastoga izvora (prema Maxwelllovoj teoriji svjetlosti ili, općenitije, prema bilo kojoj valnoj teoriji) kontinuirano rasprostrta po volumenu koji se stalno širi. [15]

Jasno je da se ovakav paradoks ne može riješiti uobičajenim metodama.

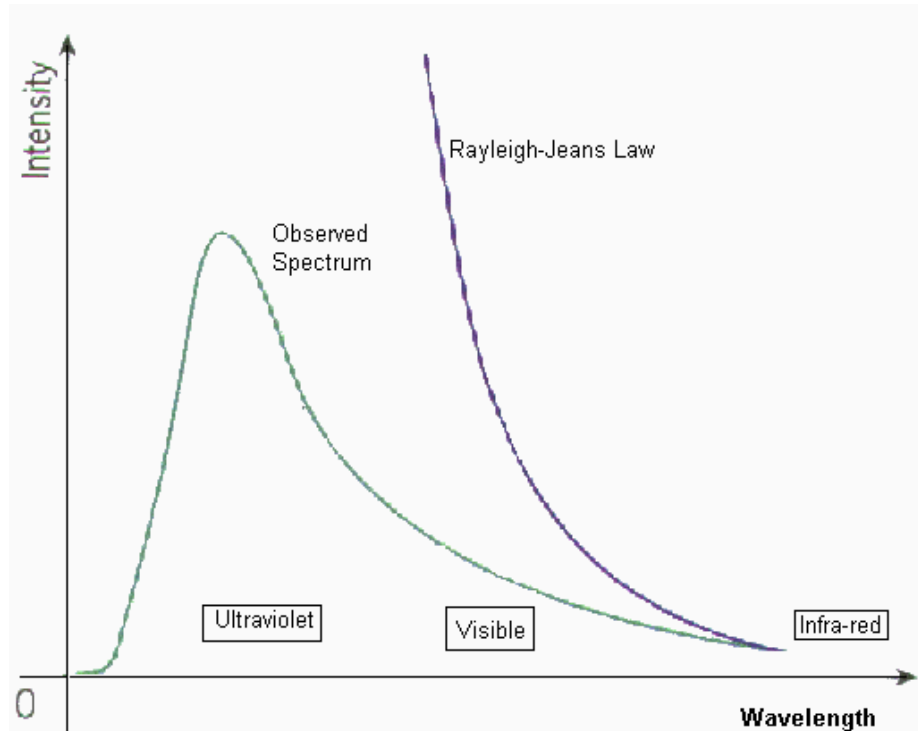
Ovaj Einsteinov članak je ponuđen za tisak u ožujku 1905. godine, mjesec dana prije početka prepiske Rayleigha i Jeansa, koja je dovela do zakona zračenja danas poznatog kao Rayleigh-Jeansov zakon:

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3}. \quad (5.1.)$$

No taj se zakon može jednako tako pripisati Einsteinu, budući da on u prvom poglavlju ovoga rada (*O poteškoći glede teorije zračenja crnoga tijela*) nagovještuje njihov rezultat. Njegov se argument temelji na dvjema neupitnim posljedicama klasične teorije. Prvo, naglašava da bi linearni oscilatori učvršćeni u šupljini crnog tijela koje sadrži molekule plina koje u njih udaraju poprimili srednju energiju  $U = (R/N)T$ , gdje je  $R$  plinska konstanta, a  $N$  Avogadrov broj (zakon o ekviparticipiji energije klasične statističke mehanike). Drugo, navodi da je Planck na temelju klasične elektrodinamike izveo izraz

$$u_\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 U, \quad (5.2.)$$

koji smo već upoznali. Kombiniranjem slijedi izraz (5.1.). Einstein ističe da je taj rezultat protivan iskustvu te da iz njega slijedi nemoguća posljedica – beskonačna energija polja zračenja.



Slika 5.2. Graf ovisnosti intenziteta svjetlosti o valnoj duljini, gdje vidimo eksperimentalno dobivenu krivulju i krivulju koja slijedi iz Rayleigh-Jeansovog zakona – »ultraljubičasta katastrofa«.

Došavši do tog rezultata Einstein privremeno napušta potragu za teorijom crnog tijela. Umjesto toga uvodi Planckov zakon kao onaj koji je u skladu sa svim dotadašnjim mjerenjima, te se posvećuje istraživanju tog zakona u limesu visokih i niskih frekvencija. Njegov stav je sljedeći: Planckov je zakon u skladu s eksperimentima, ali nije u skladu s postojećom teorijom; s druge strane, jednadžba (5.1.) je u skladu s postojećom teorijom, ali nije u skladu s eksperimentima. Za područje niskih frekvencija, gdje se postojeća teorija i eksperimenti slažu, izvodi vezu između konstanti Planckove teorije crnoga tijela i atomskih konstanti. Tako pokazuje da je Planckov najdojmljiviji rezultat u nekoj mjeri neovisan o teoriji zračenja crnoga tijela. Za područje visokih frekvencija pak, gdje se postojeća teorija i eksperiment beskonačno razlikuju, razvija argument kojeg je svrha dati paradoksu fizikalnu strukturu. Pritom se oslanja na eksperimentalnu činjenicu: Wienov zakon

$$u_\nu = \alpha \nu^3 \exp\left(-\frac{\beta\nu}{T}\right), \quad (5.3.)$$

premda sigurno nije točan, se dobro slaže s mjerenjima za velike vrijednosti od  $\nu/T$ .

Einstein je upravo iz tog zakona izveo postulat o kvantu svjetlosti. Pritom se služi analogijom između zračenja u području valjanosti Wienovog zakona i idealnoga plina (plin sačinjen od klasičnih točkastih čestica koje ne međudjeluju). Napose koristi ovisnost entropije o volumenu za takav plin te pokazuje da se u području valjanosti Wienovog zakona entropija zračenja ne ponaša kao entropija valova, već kao entropija čestica. Maxwellove jednadžbe ne nude nikakav temelj za takvo ponašanje, stoga je upravo njihova neadekvatnost za visoke frekvencije ono što objašnjava poteškoće u svezi s Rayleigh-Jeansovim zakonom. Pais [14] ističe da nema pouzdanog odgovora na pitanje zašto je Einstein kombinirao Wienov zakon upravo s ovisnošću termodinamičkih veličina o volumenu, ali skreće pozornost na to da je Einstein već razmatrao ovisnost o volumenu u trećem članku iz statističkoga trija.

Glede idealnoga plina, razmotrimo sustav u ravnoteži, opisan tlakom  $p$ , volumenom  $V$  i temperaturom  $T$ . Prema drugom zakonu termodinamike za infinitezimalnu reverzibilnu promjenu takvog sustava vrijedi relacija

$$TdS = c_V dT + \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right) + p \right] dV, \quad (5.4.)$$

gdje je  $c_V$  toplinski kapacitet,  $S$  entropija, a  $U$  unutrašnja energija (sve općenito funkcije  $V$  i  $T$ ). Iz ove jednadžbe i izraza

$$\frac{\partial \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)}{\partial T} = \frac{\partial \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)}{\partial V}, \quad (5.5.)$$

slijedi

$$\frac{\partial p}{\partial T} - \frac{\left( p + \frac{\partial U}{\partial V} \right)}{T} = 0. \quad (5.6.)$$

Za idealni plin to se svodi na

$$\frac{\partial U}{\partial V} = 0 \quad (5.7.)$$

jer je u tom slučaju  $NpV = nRT$ . Iz toga slijedi da  $c_V$  ovisi samo o temperaturi  $T$ . Razmotrimo sada konačnu reverzibilnu promjenu na stalnoj temperaturi  $T$  pri kojoj su molekule plina u volumenu  $V_0$  ograničene na podvolumen  $V$ . Tada je promjena entropije idealnoga plina dana s

$$S(V, T) - S(V_0, T) = \frac{R}{N} \ln \left( \frac{V}{V_0} \right)^n. \quad (5.8.)$$

Razmotrimo sada Einsteinovo zaključivanje. Prije svega, pretpostavlja da za zračenje u šupljini volumena  $V$  i temperature  $T$  vrijedi Wienov zakon zračenja (5.3). Zatim pokazuje da se gustoća entropije zračenja može izvesti iz zakona zračenja te da je entropija zračenja frekvencije  $\nu$  i ukupne energije  $E$  dana izrazom:

$$S = - \frac{E}{\beta v} \left( \ln \frac{E}{\alpha v^3 V} - 1 \right). \quad (5.9.)$$

Neposredno nakon toga poduzima vrlo neobičan korak: istraživanje »ovisnosti entropije o volumenu koji zračenje zauzima«. [15] Ako je  $S_0$  entropija koja odgovara volumenu  $V_0$ , tada jednadžbu (5.9.) možemo napisati u obliku:

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta v} \log \left( \frac{V}{V_0} \right). \quad (5.10.)$$

Einsteinovim riječima: »Ova jednadžba pokazuje da entropija monokromatskoga zračenja dovoljno niske gustoće ovisi o volumenu na isti način kao entropija idealnoga plina«. [15] U nastavku članka tu jednadžbu tumači »u skladu s načelima koje je u fiziku uveo gospodin Boltzmann, naime da je entropija sustava funkcija vjerojatnosti njegova stanja«. [15].

U sljedećem poglavlju rada Einstein uvodi Boltzmannovu probabilističku definiciju entropije u obliku

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \ln W, \quad (5.11.)$$

gdje je  $W$  relativna vjerojatnosti stanja entropije  $S$  u odnosu na vjerojatnost stanja entropije  $S_0$ . Ako se u ukupnom volumenu  $V_0$  nekog spremnika nalazi samo jedna molekula ( $W_0=1$ ), tada je  $V/V_0$  vjerojatnost da se ona zapravo nalazi u manjem volumenu  $V$  istoga spremnika. Isto tako, ako se plin sastoji od  $n$  neovisnih molekula sadržanih u  $V_0$ , tada je  $(V/V_0)^n$  vjerojatnost da se sve te molekule zapravo nalaze manjem volumenu  $V$ . Tako za slučaj idealnoga plina jednadžba (5.11.) poprima oblik:

$$S - S_0 = n \left( \frac{R}{N} \right) \ln \left( \frac{V}{V_0} \right). \quad (5.12.)$$

Ta jednadžba je po obliku identična jednadžbi (5.9.). Einstein zaključuje iznošenjem hipoteze kvanta svjetlosti: »Monokromatsko zračenje niske gustoće (unutar područja valjanosti Wienove formule zračenja) se termodinamički ponaša kao da se sastoji od stanovitog broja neovisnih kvanata energije iznosa  $\beta v R/N$ «. [15] Štoviše, premda to Einstein ne spominje u ovom radu, konstanta  $\beta R/N$  ima istu vrijednost kao Planckova konstanta  $h$  ( $\beta = h/k = Nh/R$ ), tako da je energija Einsteinovih »kvanata energije« identična energiji Planckovih »elemenata energije«. Einsteinovo uvođenje kvanta svjetlosti unutar područja valjanosti Wienove formule zračenja je bio prvi korak k predodžbi zračenja kao Boseovog plina fotona.

Da bismo bolje razumjeli način uvođenja kvanta svjetlosti razmotrimo idealni plin. Unutarnju energiju sustava možemo promijeniti dovodeći toplinu u sustav ili ako sustav vrši rad, tako da za svaki reverzibilni proces vrijedi:  $dU = TdS - PdV$ . Kombiniramo prvi i

drugi zakon termodinamike (povećanje unutarnje energije posljedica je razlike između dovedene topline sustavu i rada koji izvrši sustav; ne može doći do spontanog prijelaza topline s hladnijeg na toplije tijelo) te koristimo definiciju entropije:

$$\Delta S = \int dQ/T = \int (dU + PdV)/T \quad (5.13.)$$

Za idealni plin vrijede izrazi:  $PV = nkT$  i  $U = nkc_vT$ , gdje je  $n$  broj čestica plina i  $c_v$  toplinski kapacitet po molekuli pri konstantnom volumenu. Pri konstantnoj temperaturi je  $dU=0$  i  $P=nkT/V$  pa slijedi

$$\Delta S = \int \frac{nkTdV}{T} = nk \ln(V_2/V_1) \quad (5.14.)$$

Uspoređujući jednadžbe (5.9.) i (5.14.) zaključujemo: ako smatramo monokromatsko elektromagnetsko zračenje frekvencije  $\nu$  idealnim plinom čestica, izjednačavanjem ovih dviju jednadžbi otkrivamo da za ukupnu energiju ovog plina s  $n$  »čestica« svjetlosti vrijedi:  $U/\beta\nu = nk$ , odnosno

$$U = nh\nu \quad (5.15.)$$

Energija jedne »čestice« odgovarajućeg vala frekvencije  $\nu$  je pak:

$$E = h\nu. \quad (5.16.)$$

Odatle zaključujemo da se monokromatsko zračenje male gustoće ponaša termodinamički kao da se sastoji od međusobno neovisnih kvantata energije iznosa  $h\nu$ . Te je kvante G. N. Lewis 1926. godine nazvao »fotoni«.

Valja uočiti da Einstein hipotezu o kvantu svjetlosti iznosi u obliku teorema, ali treba imati na umu da je to ipak tek hipoteza, budući da se temeljila na Wienovom zakonu, koji ni sam nije bio izveden iz temeljnih načela.

Zamisao diskontinuirane raspodjele energije zračenja po prostoru bila je nespojiva s općeprihvaćenom elektromagnetnom valnom teorijom svjetlosti. Štoviše, činilo se da ta zamisao zrnate strukture zračenja proturječi jednom od najbolje utemeljenih i nepobitnih rezultata fizike: jedino se na temelju valne naravi svjetlosti može razumjeti interferencija i promjena brzine svjetlosti pri prelasku iz jednog optičkog sredstva u drugo. Čak je i sam Einstein na početku članka, odmah nakon odlomka citiranog na početku ovoga poglavlja, priznao da je valna teorija svjetlosti, koja barata kontinuiranim prostornim funkcijama, toliko čvrsto uspostavljena da ju vjerojatno nikad neće zamijeniti neka druga teorija. No u nastavku upozorava da se optičke pojave odnose na vremenske prosjeke, a ne na trenutne vrijednosti. Stoga je posve zamislivo da bi se takva teorija svjetlosti mogla pokazati nedostatnom u slučajevima kad treba razmatrati trenutne vrijednosti tih funkcija ili kad se radi o međudjelovanju svjetlosti i tvari.

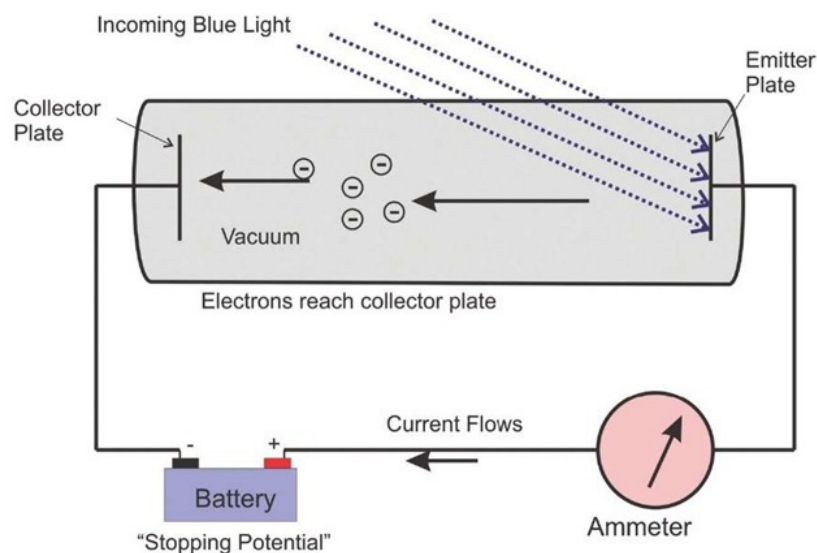
Poglavlje ovog Einstenovog rada u kojem na opisani način uvodi kvant svjetlosti zaključuje u naslovu nagoviješteno »heurističko gledište« [15]: »Ako entropija monokromatskoga zračenja ovisi o volumenu na način kao da je zračenje diskontinuirano sredstvo koje se sastoji od kvanata energije iznosa  $\beta\nu R/N$ , sljedeći korak koji se nameće jest istražiti jesu li zakoni nastajanja i pretvorbe svjetlosti također takve naravi da se mogu protumačiti ili objasniti smatrajući svjetlost sastavljenom od takvih kvanata energije«. [10], [13], [14], [15], [16], [17]

## 6 Primjene ideje kvanta svjetlosti

Nakon što je na gore opisani način uveo predodžbu kvanta zračenja, Einstein se je u nastavku članka posvetio istraživanju eksperimentalno opaženih pojava koje bi ta predodžba mogla objasniti i tako steći iskustvenu potkrjepu. Tako u sljedećim poglavljima raspravlja fotoluminiscenciju (odašiljanje svjetlosti iz tvari nakon apsorpcije elektromagnetnoga zračenja) i Stokesovo pravilo (valna duljina svjetlosti odaslane pri fotoluminiscenciji je veća od valne duljine svjetlosti koja je pobudila luminiscenciju), ionizaciju plinova ultraljubičastim zračenjem te »odašiljanje katodnoga zračenja pri osvjetljavanju čvrstih tijela«, tj. fotoelektrični učinak. Upravo je tumačenje fotoelektričnog učinka najpoznatiji dio ovog Einsteinovog rada pa ćemo toj temi posvetiti više pozornosti.

### 6.1 Fotoelektrični učinak

Fotoelektrični učinak se javlja kada spojimo strujni krug tako da je izvor energije svjetlost, a ne baterija. Glavni dio uređaja je fotoćelija načinjena od dobrog vodiča i smještena u evakuiranu prozirnu cijev. Vodljive žice, od kojih je jedna spojena na uzorak, čine anodu i katodu. Kad svjetlost obasja metal iz njega se oslobađaju elektroni ili »katodne zrake«, zatvarajući strujni krug.



Slika 6.1. Shema postava uređaja za mjerenje fotoelektričnog učinka. Kada svjetlost pada na metalnu pločicu (»Emitter Plate«) iz nje se izbijaju elektroni koji putuju k drugoj metalnoj pločici (»Collector Plate«). Struja koja teče kroz ampermetar je suprotnog smjera od smjera gibanja elektrona.

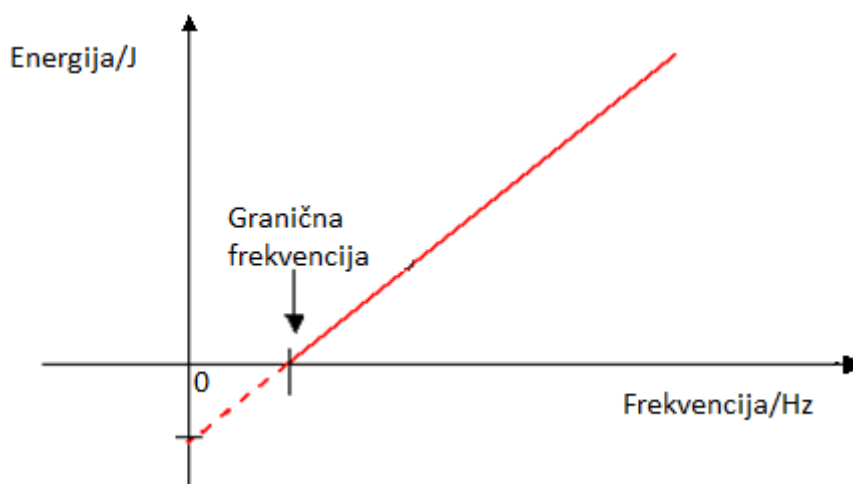


Kad bi elektromagnetna energija bila kontinuirana, prije ili kasnije bi došlo do odašiljanja elektrona s katode. Vezani elektroni bi upijali energiju svjetlosti sve dok je ne bi imali dovoljno da se oslobodi. Elektron bi se mogao zamisliti kao mali rezonator vezan za atom elastičnim silama, poput masivnog tijela obješenog na oprugu. Kontinuirani val svjetlosti frekvencije  $\nu$  bi harmoničkom silom djelovao na elektron. Pritom bi moglo doći do rezonancije pa bi amplituda titranja elektrona narasla toliko da »opruga« pukne, što bi oslobodilo elektron. No u tom slučaju bi se struja elektrona pojavljivala samo za određene frekvencije.

Ovakvo »klasično« objašnjenje, međutim, proturječi iskustvenim činjenicama. Zamislimo izvor svjetlosti takav da omogućuje mijenjanje dviju varijabli – frekvencije  $\nu$  i intenziteta  $I$  svjetlosti (tj. prosječne snage po jedinici površine). Očekujemo da će oslobođeni elektroni imati različite kinetičke energije, budući da neki dolaze s površine metala, a neki iz unutrašnjosti. Da bismo izmjerili maksimalnu kinetičku energiju  $K_{max}$  elektrona uključimo u strujni krug bateriju čiji polaritet je suprotan toku elektrona. Povećavamo napon od nule, sve dok ne zaustavimo i najbrže elektrone, kad struja pada na nulu. Prema zakonu očuvanja energije možemo povezati maksimalnu kinetičku energiju elektrona i napon  $V_{stop}$  kojim smo zaustavili elektrone:

$$K_{max} = eV_{stop}, \quad (6.1.)$$

Gdje je  $e$  elementarni naboj,  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  C.



Slika 6.2. Graf ovisnosti energije elektrona o frekvenciji svjetlosti. Samo kada je frekvencija svjetlosti iznad granične frekvencije, elektroni će imati kinetičku energiju kojom će moći izaći iz metala.

Ako povećamo intenzitet svjetlosti, po »klasičnom« objašnjenju bismo očekivali da će se elektroni brzo početi oslobađati. To se uistinu događa, ali samo ako je frekvencija

svjetlosti veća od neke granične vrijednosti. Ostavimo li intenzitet svjetlosti visokim, a smanjimo frekvenciju, uočiti ćemo različite granične frekvencije za različite metale. Ako frekvenciju smanjimo ispod granične, uočiti ćemo da struja elektrona naglo stane, neovisno o intenzitetu svjetlosti. Na taj način možemo za neki metal izmjeriti maksimalnu kinetičku energiju  $K_{max}$  elektrona kao funkciju frekvencije svjetlosti. Mjerenja pokazuju linearnu ovisnost, s time da je koeficijent smjera jednak za sve metale.

Kad je frekvencija svjetlosti veća od granične vrijednosti, fotoelektroni se počnu emitirati vrlo brzo, čak i onda kada je intenzitet svjetlosti toliko malen da bi prema klasičnom modelu rezoniranja elektronima trebali tjedni da apsorbiraju dovoljno energije. Štoviše, povećavanjem intenziteta pri danoj frekvenciji ne raste energija pojedinačnih elektrona, već samo broj emitiranih elektrona. To znamo jer je zaustavni napon pri stalnoj frekvenciji neovisan o intenzitetu. [14], [17]

## **6.2 Povijest fotoelektričnog učinka i njegovih tumačenja do 1905. godine**

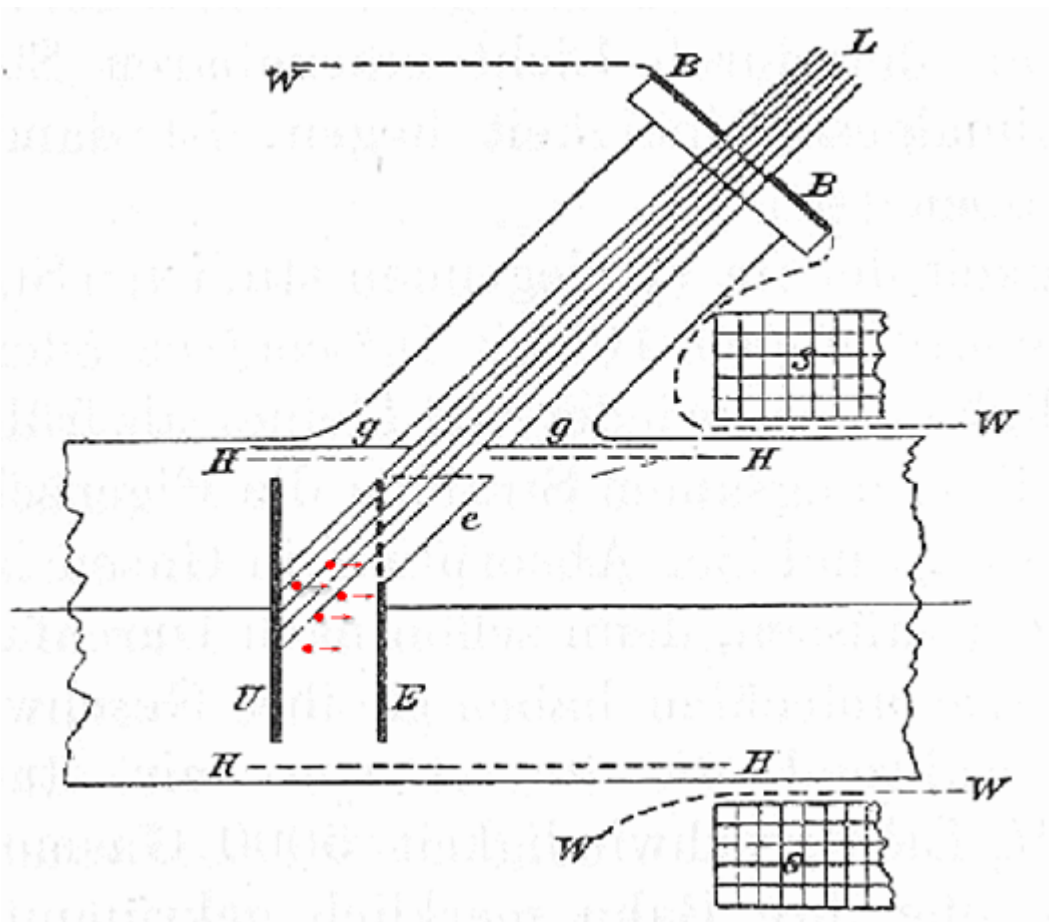
Prije nego što opišemo Einsteinovo objašnjenje fotoelektričnog učinka i reakcije znanstvene zajednice, prikažimo ukratko povijest toga učinka do 1905. godine i nekoliko pokušaja tumačenja.

Heinrich Hertz je kroz pokuse koje je započeo 1886. godine dokazao postojanje elektromagnetskih valova i tako potvrdio elektromagnetnu teoriju svjetlosti, ali je istodobno uočio učinke koji su naposljetku doveli do njezina opovrgavanja. Godine 1887. je istraživao iskre koje nastaju zbog razlike u potencijalima dviju metalnih površina. Primarna iskra koja nastaje u odašiljaču elektromagnetnih valova stvara sekundarnu iskru na prijemniku. Sekundarnu iskru je bilo teže opažati pa ju je Hertz zaštitio od okolne svjetlosti. Na njegovo iznenađenje, to je dovelo do otežavanja iskrenja. Uočio je da je taj učinak posljedica zaklanjanja od svjetlosti primarne iskre te je kroz niz pokusa pokazao da svjetlost može proizvesti iskre: »Ultraljubičasta svjetlost je u stanju povećati duljinu iskre izboja induktora«. To je prvi opis fotoelektričnog učinka. U isto su vrijeme vrijeme A. Schuster i S. Arrhenius u svojim istraživanjima, a neovisno o Hertz, uočili u biti isti učinak, ali nisu bili posve svjesni njegova uzroka.

Hertz nije ponudio nikakav teorijski odgovor na pitanje zašto zračenje olakšava električni izboj, ali je njegovo otkriće potaklo druga istraživanja. E. Wiedemann i H. Ebert su 1888. godine otkrili da zračenje iz električnoga luka dovodi do izbivanja iz negativne elektrode, bez da utječe na pozitivnu elektrodu. Wilhelm Hallwachs je iste godine na

temelju eksperimenata s poliranom pločicom cinka pokazao da se povećanjem temperature učinak ne pojačava bitno, da crveno i infracrveno zračenje ne daju učinak, da se pri učinku emitiraju čestice negativnog naboja te da čak i električni neutralna izolirana pločica po ozračivanju postaje pozitivno nabijena. Sljedeće je godine A. G. Stoletow napravio prvu ćeliju za proizvodnju fotoelektrične struje. Otkrio je da ta je ta struja strogo razmjerna intenzitetu svjetlosti te da je vrijeme između obasjavanja zračenjem i električnoga pražnjenja kraće od milisekunde. Istodobno su J. Elster i H. Geitel kroz niz sustavnih mjerenja fotoelektričnog odziva metala i slitina na svjetlost iz različitih izvora otkrili da je fotoelektrična osjetljivost metala to veća što je on elektropozitivniji.

Nakon ovih eksperimentalnih doprinosa u prvi je plan izbilo pitanje identificiranja nositelja fotoelektrične struje i njihovih fizikalnih svojstava. Godine 1899. je J. J. Thomson ustvrdio da se pri fotoelektričnom učinku uzrokovanom ultraljubičastom svjetlošću zapravo odašilje »katodno zračenje«, tj. elektroni: na temelju mjerenja je ustanovio da je električni naboj nositelja fotoelektrične struje po iznosu jednak električnom naboju koji u elektrolizi otopina nosi vodikov atom.



Slika 6.3. Shema Lenardovog eksperimenta. Metalne pločice  $U$  i  $E$  su povezane strujnim krugom, a razdvaja ih vakuum unutar malog procjepa. Izvor svjetlosti  $L$  obasjava pločicu  $U$ . Svjetlost izbija neke elektrone koji tako s pločice  $U$  prelaze na pločicu  $E$ , zatvarajući strujni krug.

Phillip Lenard je pak 1902. godine eksperimentalno ustanovio da energija odaslanih elektrona ni u kojoj mjeri ne ovisi o intenzitetu svjetlosti te je potvrdio Stoletov rezultat da je energija fotoelektrona razmjerna frekvenciji svjetlosti.

Lenard se je slagao s Hertzom, kojem je bio asistent, da su i katodne i rendgenske zrake valovi etera. Otkriće da je maksimalna brzina elektrona koje izbija ultraljubičasta svjetlosti potpuno neovisna o intenzitetu zračenja ga je uvjerilo u to da ne dolazi do pretvorbe energije svjetlosti u kinetičku energiju elektrona. Umjesto toga je predložio teoriju prema kojoj elektroni u atomu već posjeduju fotoelektričnu brzinu, ili ekvivalentnu potencijalnu energiju, zbog toga što čine dio atoma. Svjetlost samo okida oslobađanje nekih elektrona, a ne dodaje im energiju. Takvo tumačenje je i nakon objave Einsteinovog članka, sve do 1911. godine, većina fizičara smatrala temeljem razumijevanja fotoelektričnoga učinka. Glavni problem ovog tumačenja fotoelektričnoga učinka bilo je nepostojanje utjecaja temperature na učinak. Naime, ako elektron dobiva svoju brzinu unutar atoma, tada bi zagrijavanje katode trebala povećati brzina odaslanih elektrona. No, eksperimenti nisu pokazali nikakvu ovisnost fotoelektričnog učinka o temperaturi [10], [14], [18], [19]

### ***6.3 Einsteinovo objašnjenje fotoelektričnog učinka***

Većina opisanih svojstava fotoelektričnoga učinka nema smisla ako svjetlost smatramo kontinuiranim valom. No trenutno odašiljanje elektrona iz metala obasjanog slabom svjetlošću nalikuje učinku sudara. Upravo je tako Einstein protumačio fotoelektrični učinak: sudar kvanta svjetlosti i elektrona izbacuje elektron iz metala i to je događaj koji ne ovisi o nazočnosti drugih kvanta svjetlosti:

Uobičajena predodžba da je energija svjetlosti kontinuirano raspodijeljena po prostoru kroz koji se svjetlost širi nailazi na velike poteškoće pri pokušaju objašnjenju fotoelektrične pojave, kao što je upozoreno u pionirskom članku gospodina Lenarda.

No prema gledištu da se upadna svjetlost sastoji od kvanta energije iznosa  $R\beta\nu/N$ , izbacivanje elektrona pomoću svjetlosti se može zamisliti na sljedeći način. Kvanti energije prodiru u površinski sloj tijela i njihova se energija preobražava, barem djelomično, u kinetičku energiju elektrona. Najjednostavniji način da se to zamisli je da kvant svjetlosti preda čitavu svoju energiju jednom elektronu: pretpostavit ćemo da se upravo to događa. [15]

Neka je energija vezanja elektrona najlabavije vezanog za metal jednaka  $W$  (izlazni rad) Taj će se elektron pojaviti s maksimalnom kinetičkom energijom. Primijenimo zakon očuvanja energije na neelastični sudar fotona i elektrona. Energija upadnog fotona je jednaka energiji koju primi elektron. Elektron potroši dio energije ( $W$ ) na oslobađanje iz metala, sve što mu preostane je energija s kojom napušta metal, tj. kinetička energija  $K_{max}$ . Zakon očuvanja energije stoga daje:  $h\nu = W + K_{max}$ . (6.2.)

Kinetičku energiju elektrona možemo izraziti preko izravno mjerljivoga zaustavnog napona:  $eV_{stop} = h\nu - W \geq 0$ . (6.3.)

To znači da se elektroni ne mogu emitirati ako je frekvencija  $\nu$  jednaka ili manja od granične frekvencije  $\nu_0 = W/h$ . Drugim riječima, ovakav model objašnjava postojanje frekvencije praga za odašiljanje elektrona.

Izraz (6.3.) je drugo pojavljivanje konstante  $h$  i daje snažna empirijska pretkazanja. Glede zaustavnog potencijala Einstein kaže:

Ako je izvedena formula točna [misli se na formulu (6.3.)], tada  $\Pi$  [u našim oznakama  $V_{stop}$ ], prikazan u kartezijevim koordinatama kao funkciju frekvencije upadne svjetlosti, mora biti pravac kojeg je koeficijent smjera neovisan o naravi tvari odašiljača. Koliko vidim, nema proturječja između ove predodžbe i svojstava fotoelektričnoga učinka koje je uočio gospodin. Lenard. Ako svaki pojedini kvant upadne svjetlosti, neovisno o svemu drugom, preda svoju energiju elektronima, tada će raspodjela brzina izbačenih elektrona biti neovisna o intenzitetu upadne svjetlosti; s druge strane, broj elektrona koji napuštaju tijelo će biti razmjerni intenzitetu svjetlosti, ako se drugi uvjeti ne mijenjaju. [15]

Drugim riječima, Einsteinovim fotoelektričnim zakonom (6.3.) se mogu obrazložiti sve kvantitativne odlike fotoelektričnoga učinka. Einsteinov fotoelektrični zakon je 1912. godine potvrdio A. L. Hughes mjereći maksimalne brzine fotoelektrona iz većeg broja različitih elemenata, te O. W. Richardson i K. T. Compton. Eksperimentalni podatci o fotoelektričnom efektu ubrzo su pokazali da je spomenuti koeficijent smjera jednak Planckovoj konstanti  $h$ . To je 1916. godine nakon niza pokusa konačno potvrdio Robert Milikan. To znači da je kvant djelovanja  $h$  fundamentalna veličina, jer bi inače bilo teško objasniti zašto se isti broj javlja i u Planckovom zakonu zračenja i u fotoelektričnom učinku. [10], [14], [15], [17]

## 7 Rane reakcije na hipotezu kvanta svjetlosti

U razdoblju od 1905. godine do otkrića Comptonovog učinka 1922. godine vrlo je malo fizičara osim Einsteina smatralo da ideja kvanta svjetlosti može poslužiti kao ishodište ozbiljnog teorijskog istraživanja. Tijekom 20. stoljeća niti jedan drugi prijedlog uvođenja nove čestice nije toliko dugo bio izložen gotovo jednoglasnom otporu. Čak su i oni fizičari koji su inače visoko cijenili Einsteina zamisao fotona smatrali zastranjenjem. Planck, Laue, Wien, Sommerfeld i drugi rani pristaše Einsteinove teorije relativnosti su odbacivali hipotezu kvanta svjetlosti. Konačno prihvaćanje fotona je rezultat borbe dugotrajnije i žešće nego u slučaju bilo koje druge pretpostavljene čestice. Do kraja prvoga desetljeća 20. stoljeća mnogi su vodeći teorijski fizičari prihvatili kvantnu teoriju, no isto su tako čvrsto stajali uz Maxwellovu teoriju zračenja i to se nije bitno promijenilo sljedećih desetak godina. Golemi otpor Einsteinovoj hipotezi kvanta svjetlosti je očigledno imao izvor u paradoksim valno-čestične dvojnosti. Činilo se da zamisao kvanta svjetlosti pobija upravo najbolje shvaćen dio elektromagnetne teorije – teoriju slobodnoga polja – te da interferencija i druge pojave zahtijeva valno tumačenje svjetlosti.

Gotovo svi povjesničari fizike bi se složili s opisom stanja stvari iznesenim u prethodnom odlomku, a i sam je Einstein imao takav dojam: u jednom pismu iz 1918. godine kaže da više uopće ne sumnja u zbiljnost kvantata svjetlosti, premda je »posve sam u tom uvjerenju«. [7] No Brush [7] smatra da je situacija ipak bila ponešto drukčija i da se nipošto ne može reći da su prije otkrića i objašnjenja Comptonova učinka »gotovo svi« fizičari osim Einsteina odbacivali hipotezu kvanta svjetlosti. Analizirajući tekstove objavljene prije 1923. godine daje popis tridesetak pristaša neke vrste čestične teorije svjetlosti (ne nužno Einsteinove hipoteze kvanta svjetlosti), među kojima, osim Einsteina, nalazimo W. L. Bragga, L. de Brogliea, A. S. Eddingtona, P. Ehrenfesta, J. Jeansa, W. Nernsta, E. Schrödingera, J. Starka, J. J. Thomsona itd. Njegova lista protivnika čestične naravi svjetlosti je čak kraća i broji dvadesetak imena, ali prilično »jakih«: N. Bohr, M. Born, L. Brillouin, A. H. Compton, P. Debye, M. Laue, H. A. Lorentz, R. A. Millikan, M. Planck, A. Sommerfeld itd. Njegova analiza pokazuje da je u razdoblju od 1916. godine do 1920. godine otprilike polovica autora analiziranih tada objavljenih monografija i preglednih članaka podržavala čestičnu narav svjetlosti, ali da se u istom razdoblju među 18 analiziranih objavljenih udžbenika i popularnih članaka takav stav može naći samo u jednom. U razdoblju između 1921. godine i 1925. godine pozitivan stav prema zamisli čestične naravi svjetlosti nalazi u 57% objavljenih monografija i preglednih članaka te u

31% objavljenih udžbenika i popularnih članaka; u razdoblju između 1926. godine i 1930. godine u 84% objavljenih monografija i preglednih članaka te u 70% objavljenih udžbenika i popularnih članaka; konačno, u razdoblju između 1931. godine i 1935. godine u 92% objavljenih monografija i preglednih članaka te u 84% objavljenih udžbenika i popularnih članaka.

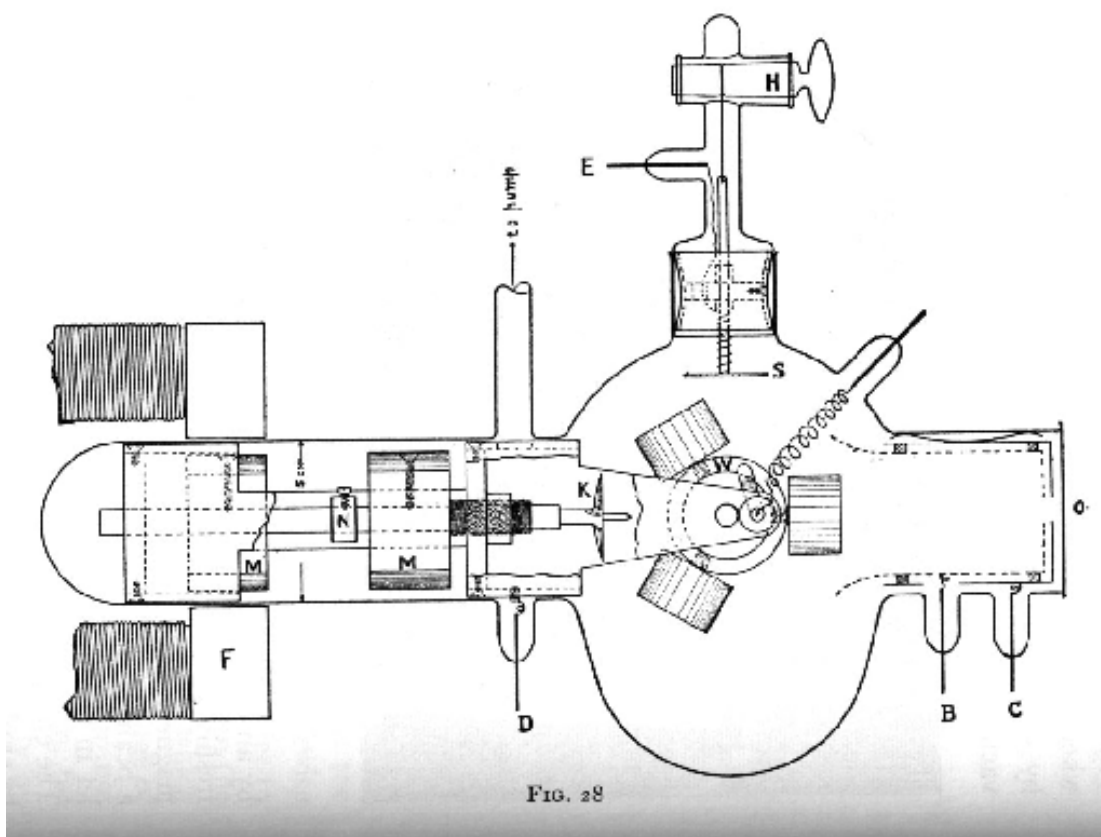
I sam je Einstein imao problema s razumijevanjem kvanta. U jednom pismu iz 1951. godine je napisao: »Svih tih 50 godina razmišljanja me nije približilo odgovoru na pitanje „Što su kvanti svjetlosti“«. [14] Često se je izražavao vrlo oprezno, kao primjerice, 1911. godine, na prvom Solvayevom kongresu, gdje ističe provizornost predodžbe kvanta svjetlosti, koja se ne može pomiriti s eksperimentalno potvrđenim posljedicama valne teorije svjetlosti, što su mnogi protumačili kao povlačenje.

Max Planck, premda ga se s pravom smatra ocem kvantne mehanike, je imao velikih rezervi prema hipotezi o kvantu svjetlosti. U pismu Einsteinu iz 1907. godine kaže da pretpostavlja da je zračenje u vakuumu strogo opisano Maxwellovim jednadžbama. Općenito je smatrao da sve probleme kvantne teorije valja svesti na međudjelovanje tvari i zračenja. Planckovo neslaganje s Einsteinovom hipotezom je očigledno u prijedlogu za imenovanje Einsteina članom pruske Akademije znanosti koji je s kolegama Rubensom, Nernstom i Warburgom uputio Pruskom ministru obrazovanja: »Ukratko, možemo reći da među mnoštvom velikih problema kojima moderna fizika obiluje gotovo da nema niti jednog kojem Einstein nije dao veliki doprinos. To što je ponekad u svojim spekulacijama promašio metu, kao primjerice, u svojoj hipotezi o kvantu svjetlosti, ne može mu se previše zamjeriti, jer nije moguće uvoditi uistinu nove ideje, čak ni u najpreciznijim znanostima, bez da ponekad riskiramo«. [14] Planck je krajem 1911. godine dovršio svoju tzv. »drugu teoriju«, u okviru koje pretpostavlja da oscilatori elektromagnetnu energiju apsorbiraju kontinuirano, ali ju emitiraju samo u obliku kvanta. Godine 1914. tu teoriju zamjenjuje »trećom«, u kojoj i emitiranje i apsorbiranje energije smatra kontinuiranim procesima. Planck je također pokušao pronaći alternativu hipotezi kvanta svjetlosti. Njegovo objašnjenje fotoelektričnoga učinka je da se energija svjetlosti ne pretvara u kinetičku energiju elektrona, već da ta kinetička energija već postoji unutar atoma, što je tek varijanta Lenardove hipoteze.

Hendrik Antoon Lorentz je 1909. godine naglasio da vjeruje u Planckovu hipotezu o elementima energije, ali da ne može bez rezervi prihvatiti kvante svjetlosti koji zadržavaju individualnost tijekom gibanja.

Pri procjenjivanju takve reakcije valja imati na umu da je empirijski oslonac hipoteze kvanta svjetlosti tada još bio vrlo slab. U tom se je smislu hipoteza gotovo posve oslanjala na fotoelektrični učinak, no mjerenja još nisu bila dovoljno precizna da bi onemogućila oblikovanje alternativnih objašnjenja. Eksperimentalne potvrde su se sporo nakupljale, a čak i nakon njih je kvant svjetlosti uglavnom smatran neprihvatljivim. Fizičari su općenito tvrdili da se Einsteinova jednačba (6.2.) može jednako dobro objasniti na temelju drugih hipoteza, spojivih s valnom teorijom svjetlosti.

Tijekom desetljeća nakon uvođenja hipoteze kvanta svjetlosti lagano je rasla empirijska potkrjepa Einsteinove jednačbe fotoelektričnoga učinka (6.2.). Robert A. Millikan je nakon višegodišnjega rada (monokromatskom živinom svjetlošću je obasjavao površine alkalnih metala koje je držao čistima pomoću posebno oblikovanog noža) 1916. godine dao eksperimentalni dokaz direktne proporcionalnosti između kinetičke energije fotoelektrona i frekvencije svjetlosti. Štoviše, pokazao je da konstanta proporcionalnosti ima vrijednosti  $6,57 \times 10^{-27}$  erg sec, što je vrlo blizu vrijednosti koju je Planck dobio 1900. godine.



Slika 7.1. Shema Millikanovog eksperimenta. Staklena komora je prazna, jedan od metalnih uzoraka koji je montiran na središte kotača *W* se rotira kako bi došao do noža *K* koji ga zatim čisti. Tada se uzorak rotira za  $180^\circ$  kako bi bio osvijetljen kroz rupu *O*.



To je hipotezu kvanta svjetlosti izravno povezalo s kvantnom teorijom, koju su dotad Einstein i Debye uspješno primijenili na problem toplinskoga kapaciteta čvrstih tijela, a Niels Bohr na problem spektra vodika. Unatoč tome on bez oklijevanja odbacuje hipotezu iz koje je jednadžba fotoelektričnoga učinka izvedena: »Suočeni smo ... sa zapanjujućom situacijom da su [činjenice glede fotoelektričnoga učinka] ispravno i precizno pretkazane prije devet godina na temelju jednog oblika kvantne teorije koji je sada prilično općenito napušten ... Polučestična teorija putem koje je Einstein stigao do ove jednadžbe danas se čini posve neodrživom«. [7] Iako se Millikan ne slaže s Einsteinom i smatra njegovu hipotezu nepromišljenom, činjenica da brzina izbačenog elektrona ne ovisi o intenzitetu svjetlosti, već o njenoj frekvenciji, daje mu naslutiti da je potrebna modifikacija klasične teorije ili da fotoelektrični učinak nije dovoljno dobro objašnjen u okvirima klasične teorije.

Millikan je često kritiziran zbog neprihvatanja hipoteze kvanta svjetlosti koju su njegovi eksperimenti potvrdili. No valja imati na umu da eksperiment može jednoznačno potvrditi hipotezu jedino ako se dokaže da nijedna druga hipoteza ne daje isti empirijski rezultat. U to je vrijeme uistinu postojalo nekoliko drugih hipoteza koje su mogle objasniti Einsteinovu jednadžbu fotoelektričnoga učinka, a s druge strane, nije imalo smisla napustiti valnu teoriju svjetlosti, koja je dala mnoga potvrđena predviđanja i objašnjavala većinu opaženih svojstva svjetlosti, u korist hipoteze koja je dala samo jedno potvrđeno predviđanje, a nije bila u stanju objasniti pojave poput interferencije.

Sličan stav ima i Rutherford, koji je 1918. godine ustvrdio da »u ovom trenutku ne postoji nikakvo moguće fizikalno objašnjenje te neobične veze između energije i frekvencije« [14]

Spomenimo na kraju da je 1921. godine Einstein dobio Nobelovu nagradu »za svoj doprinos teorijskoj fizici, a napose za otkriće *zakona* fotoelektričnoga učinka [kurziv autorice rada]«, premda fizičari još uvijek općenito nisu prihvaćali hipotezu kvanta svjetlosti. Otkriće jednadžbe (6.2.) je bio uspjeh dovoljan da mu priskrbi Nobelovu nagradu, premda je to otkriće bilo zasnovano na sumnjivoj teoriji. [7], [10], [13], [14]

## 8 Objašnjenje Comptonovog učinka

### 8.1 Kvant svjetlosti postaje foton

Foton je stanje elektromagnetnog polja koje ima sljedeća svojstva:

(i) posjeduje određenu frekvenciju  $\nu$  i određen valni vektor  $\vec{k}$ ;

(ii) njegova energija, dana izrazom

$$E = h\nu \quad (8.1.)$$

i njegov impuls, dan izrazom

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \quad (8.2.)$$

zadovoljavaju disperzijsku relaciju

$$E = c|\vec{p}|; \quad (8.3.)$$

(iii) posjeduje spin jednak jedinici i dva stanja polarizacije.

Termin »foton« se je prvi put pojavio u naslovu članka fizikalnog kemičara G. N. Lewisa Očuvanje fotona«, objavljenog 1926. godine. Njegova ideja iznesena u članku nije imala odjeka, ali je ime smjesta prihvaćeno, tako da je već peti Solvayev kongres u listopadu 1927. godine održan pod naslovom »Elektroni i fotoni«.

Kad je Einstein 1905. godine uveo kvante svjetlosti to su bili kvanti energije koji su zadovoljavali relaciju (8.1.), ali tu još nema spomena relacija (8.2.) i (8.3.). Hipoteza kvanta svjetlosti je potekla iz razmatranja ravnotežne statističke mehanike, gdje ukupni impuls ne igra važnu ulogu. No ta razlika između energije i impulsa je mnogo manje naglašena pri razmatranju fluktuacija oko ravnotežnoga stanja i upravo je kroz analizu statističkih fluktuacija zračenja crnoga tijela Einstein 1917. godine pridružio kvantu svjetlosti impuls.

Tijekom 1909. godine Einstein je izveo izraz

$$\langle \varepsilon^2(\nu, T) \rangle = \left( u_\nu h\nu + \frac{c^3 u_\nu^2}{8\pi\nu^2} \right) V d\nu \quad (8.4.)$$

za fluktuaciju energije  $\langle \varepsilon^2 \rangle$  u intervalu frekvencija  $d\nu$  u malom dijelu  $V$  volumena šupljine ispunjene zračenjem u toplinskoj ravnoteži, gdje je  $u_\nu$  Planckova raspodjela. U istim je radovima izveo izraz koji se odnosi na fluktuacije impulsa. Razmatrao je ravno zrcalo mase  $m$  i površine  $f$  smješteno unutar šupljine. Zrcalo se giba okomito na ravninu svoje površine i u trenutku  $t$  ima brzinu  $v$ . Tijekom malog intervala vremena između  $t$  i  $t+\tau$  impuls zrcala se promijeni od  $mv$  u  $mv - P\nu\tau + \Delta$ . Drugi član odgovara sili koja nastaje zbog tlaka zračenja. Ta bi sila naposljetku dovela zrcalo u stanje mirovanja kad ne bi bilo

fluktuacija impulsa uzrokovanih fluktuacijama tlaka zračenja i prikazanih članom  $\Delta$ . U toplinskoj ravnoteži slijedi

$$\langle \Delta^2 \rangle = 2P\tau kT$$

Einstein je  $P$  izrazio preko  $u_\nu$  za slučaj kad je zrcalo prozirno za sve frekvencije osim onih u intervalu  $[\nu, \nu+d\nu]$ , koje savršeno reflektira. Koristeći za  $u_\nu$  Planckovu formulu dobio je

$$\langle \Delta^2 \rangle = \frac{1}{c} \left( u_\nu h\nu + \frac{c^3 u_\nu^2}{8\pi\nu^2} \right) f\tau d\nu \quad (8.5.)$$

Valja uočiti sličnost izraza (8.4.) i (8.5.). Iako Einstein tu ne spominje eksplicitno »kvante impulsa«, čini se da ima na umu predodžbu čestice, budući da zaključuje: »elektromagnetno polje svjetlosti je povezano sa singularnim točkama sličnim pojavi elektrostatskih polja u teoriji elektrona«. [14]

Iste je godine Johannes Stark na temelju ovih Einsteinovih razmatranja eksplicitno uveo impuls fotona: »ukupni elektromagnetni impuls koji odašilje ubrzani elektron se razlikuje od nule i ... njegova vrijednost je dana s  $h\nu/c$ «. [14]

Sam Einstein je impuls fotona eksplicitno uveo tek 1916. godine, tijekom istraživanja toplinske ravnoteže između elektromagnetnog zračenja i plina molekula. Tako u radu iz 1917. godine piše: »Ako zračenje uzrokuje da molekula emitira ili apsorbira energiju  $h\nu$ , tada se molekuli prenosi impuls  $h\nu/c$  u smjeru zračenja pri apsorpciji i u smjeru suprotnom od smjera zračenja pri emisiji«. [14]

## 8.2 Comptonov učinak

Od objave članka Einsteinovog članka 1905. godine pa do 1922. godine, izneseno je mnogo empirijskih dokaza za i protiv hipoteze o kvantu svjetlosti. Primjerice, Eddington je objavio da je potvrdio Einsteinovo predviđanje o »savijanju svjetlosti«, što je potkrijepilo Einsteinovu tvrdnju da je eter nepotreban. Sada se zagovornici valne naravi svjetlosti više nisu mogli oslanjati na ideju sredstva kojim se ti valovi šire, dok zagovornici čestične naravi svjetlosti s tim nisu imali problema. Štoviše, činjenica da gravitacija djeluje na svjetlost je lakše razumljiva ako se svjetlost sastoji od čestica koje imaju masu nego ako se radi naprosto o valnom gibanju (kvant svjetlosti zapravo nema masu u uobičajenom smislu riječi, već »efektivnu masu«, koja je određena njegovom frekvencijom).

Nadalje, A. A. Michelson je našao način da iskoristi svoj interferometar kako bi izmjerio promjer velike zvijezde. H. A. Lorentz je smatrao da taj rezultat pobija hipotezu o kvantu svjetlosti, budući da bi prema toj hipotezi kvant svjetlosti morao biti dugačak 7

metara kako bi se protezao od jednog vanjskog zrcala interferometra do drugog, a istovremeno dovoljno malen da ga uhvati jedan elektron.

Prihvatanje čestične naravi elektromagnetskoga zračenja tijekom dvadesetih godina prošloga stoljeća nije bilo rezultat samo istraživanja zračenja crnog tijela i fotoelektričnog učinka, već je tome uvelike pomoglo proučavanje rendgenskog i gama zračenja. G. G. Stokes je mnoge pojave u svezi s rendgenskim zračenjem lako objasnio pretpostavljajući da se ono sastoji od lokaliziranih pulseva, a ne od kontinuiranih protegnutih valova. Primijećeno je da je pri raspršenju rendgenskog zračenja na tvari od sekundarnog raspršenog zračenja nešto »mekše« (manje prodorno) od primarnog zračenja. Arthur Holly Compton je 1921. godine, prije nego što je sam prihvatio hipotezu kvanta svjetlosti, spomenuo takvo objašnjenje: »Prof. J. A. Gray ... je pokazao da ako primarne zrake dolaze u tankim pulsevima, kao se pretpostavlja u Stokesovoj teoriji x-zraka, i ako su te zrake raspršene na atomima ili elektronima kojih je veličina usporediva s debljinom pulsa, tada će debljina raspršenoga pulsa biti veća od debljine upadnoga pulsa. Prema tome predlaže da bi uočeno omekšavanje sekundarnih zraka moglo biti posljedica procesa raspršenja«. [7]

Compton je mislio da podatci njegovih mjerenja opovrgavaju Grayevu hipotezu i pokušavao je objasniti te podatke na neki drugi način. Tijekom 1922. godine razmatrao je malo drugačije objašnjenje - hipotezu kvantu svjetlosti – za što je ideju dobio od O. W. Richardsona, koji je smatrao da kad elektron apsorbira kvant energije  $h\nu$  on također primi impuls apsorbiranoga zračenja. Tada Compton eksplicitno odbacuje tu ideju.

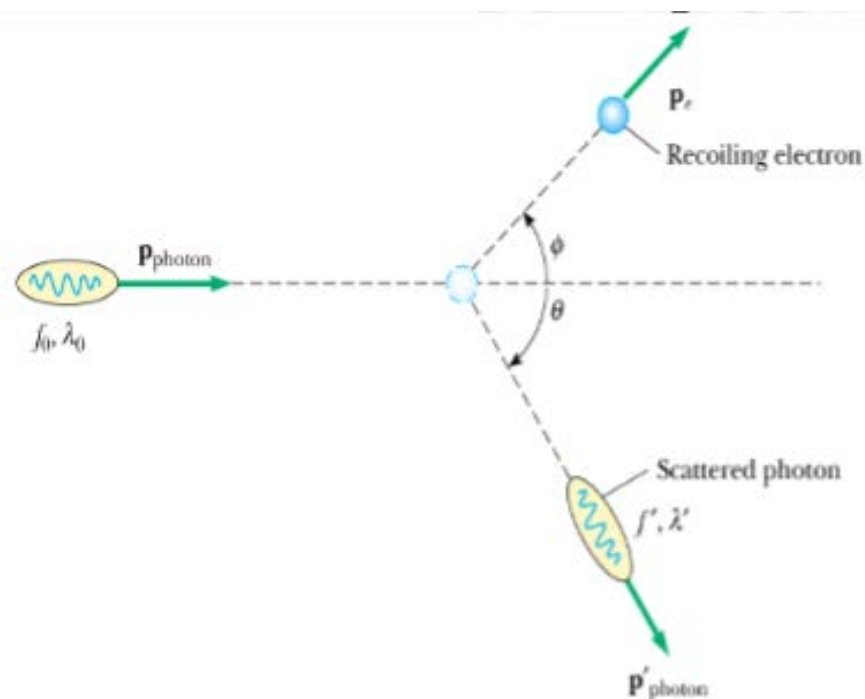
No u svibnju 1923. godine je objavio članak u kojem iznosi svoju teoriju raspršenja rendgenskoga zračenja na elektronima i rezultate mjerenja koji ju podupiru. Ovakvo raspršenje je ubrzo nazvano Comptonovim učinkom, a njegova bit je u tome što je i promjenu valne duljine raspršenoga zračenja i impuls »odbijenog elektrona« (elektrona nakon raspršenja) moguće izračunati ako i zračenje i elektron zamislimo kao čestice određene energije i količine gibanja, smatrajući obje te veličine očuvanima u sudaru. Povećanje valne duljine zračenja je funkcija kuta između upadne i raspršene zrake.

Ono što je navelo Comptona na ovakvo razmišljanje je Einsteinovo proširenje kvantne teorije svjetlosti 1916.godine. Specijalna teorija relativnosti implicira da se svjetlost sastoji od čestica koje imaju i masu i energiju, te negira svaku valnu teoriju kojoj je potreban eter. Koncept kvanta svjetlosti u kombinaciji sa specijalnom teorijom relativnosti vodi na to da se kvanti svjetlosti gibaju brzinom svjetlosti  $c$ , te da svaki kvant svjetlosti ima količinu gibanja. Ako zraka svjetlosti uzrokuje da atom koji je obasjala

apsorbira ili emitira količinu energije  $h\nu$  u obliku zračenja, tada se i količina gibanja  $h\nu/c$  uvijek prenese atomu. To znači da kvant zračenja mora imati konačnu količinu gibanja u određenom smjeru. Energija i količina gibanja slobodne čestice mase  $m$  koja se giba brzinom  $v$  su:  $E = mc^2\gamma$  i  $p = mv\gamma$ , gdje je  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ . Možemo napisati vezu između mase i energije  $m = (E/c^2)(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ . Ako je  $v=c$ , tada je  $m=0$ , neovisno koliki je  $E$ . Zbog  $E^2 - (pc)^2 = (mc^2)^2$ , za česticu bez mase će vrijediti  $E = pc$ . Za jedan foton će to biti  $h\nu = pc$ , a prema  $c=\lambda\nu$ , (gdje je  $\lambda$  valna duljina) dobivamo količinu gibanja fotona  $p=h/\lambda$ .

Zakon očuvanja energije za Comptonov učinak daje:

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8.6)$$



Slika 6.1. Prikaz Comptonovog učinka. Upadni foton frekvencije  $f_0$  i valne duljine  $\lambda_0$ , udara u elektron koji se zatim odbija pod kutom  $\phi$ , a foton se rasprši pod kutom  $\theta$ .

Zakon očuvanja količine gibanja pak daje:

$$\vec{p}_e = \vec{p}_f - \vec{p}'_f \quad (8.7)$$

Kvadriranjem i uvrštavanjem slijedi

$$p_e^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 + 2\frac{h}{\lambda}\frac{h}{\lambda'}\cos\theta \quad (8.8)$$

U  $x$  smjeru je

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + m_e v \cos \phi . \quad (8.9.)$$

U y smjeru je

$$0 = \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + m_e v \sin \phi . \quad (8.10.)$$

Tada

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = \lambda_c (1 - \cos \theta) = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (8.11.)$$

gdje je  $\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2.426 \cdot 10^{-12} m$  Comptonova valna duljina.

Compton dalje razvija svoju ideju: »Bilo koji pojedinačni kvant x-zraka se ne raspršuje na svim elektronima, nego potroši svu svoju energiju na nekom pojedinačnom elektronu. Taj će elektron kao odgovor raspršiti zraku u nekom određenom smjeru, pod kutom s upadnom zrakom. Ovo skretanje putanje kvanta zračenja ima za rezultat promjenu njegove količine gibanja. Posljedica toga je da će elektron na kojem se događa raspršenje odskočiti s količinom gibanja jednakom promjeni količine gibanja x-zrake« [7] Compton tu kaže da elektroni koji tako odskaču u raspršenju običnoga rendgenskoga zračenja još nisu opaženi. No ubrzo su pronađeni i takvi elektroni, C. T. R. Wilson ih je uočio dva mjeseca kasnije koristeći svoju novu »maglenu komoru«.

Compton je nakon toga nastojao dokazati da je njegovo otkriće bolji dokaz hipoteze kvanta svjetlosti nego fotoelektrični učinak. Ne samo da Comptonov učinak potvrđuje i očuvanje količine gibanja i očuvanje energije, za razliku od fotoelektričnoga učinka u koji je uključena samo energija, već je njegova teorija pretkazala postojanje i svojstva odbijenoga elektrona: »S obzirom na to da ti odbijeni elektroni nisu bili poznati u trenutku kad je teorija iznesena, njihovo postojanje te veliko slaganje s predviđanjima glede njihova broja, smjera i brzine daje snažan dokaz u prilog fundamentalne hipoteze kvantne teorije raspršenja« [7] U članku iz 1925. godine Compton naglašava da bi prema valnoj teoriji raspršeno rendgensko zračenje imalo jednaku valnu duljinu kao primarno, tj. upadno zračenje. Kvantna teorija, s druge strane, objašnjava zašto neke od raspršenih zraka imaju veće valne duljine i predviđa postojanje odbijenih elektrona, koji su naknadno uistinu opaženi. Iste godine u drugom članku napominje da postoji nekoliko pojava koje se mogu najjednostavnije objasniti Einsteinovom hipotezom kvanta svjetlosti, ali da nema niti jedne pojave čije objašnjenje nužno zahtijeva tu hipotezu. No smatra da nečestična objašnjenja Comptonova učinka, premda moguća, nisu uvjerljiva.

Compton je 1927. godine dobio Nobelovu nagradu za fiziku (zajedno s Wilsonom) »za otkriće učinka koji je nazvan po njemu«. No primajući nagradu Compton je naglasio da je njegovo otkriće zapravo to da je »elektromagnetsko zračenje sačinjeno od diskretnih kvanata koji se gibaju u određenim smjerovima«.

Comptonovu tvrdnju da je predviđanje nove pojave (odbijanja elektrona) puno bolji dokaz nego kvantitativni opis poznate pojave (fotoelektrični učinak) nisu podržali Niels Bohr i H. A. Kramers. Bohru je hipoteza kvanta svjetlosti bila posve neprihvatljiva, te je pokušao spasiti valnu teoriju odbacivanjem valjanosti zakona očuvanja energije i količine gibanja u pojedinačnom slučaju međudjelovanja zračenja i elektrona. Bohr i Kramers su, slijedeći ideju C. G. Darwina i uz sudjelovanje John C. Slatera, 1924. godine razvili teoriju (tzv. Bohr-Kramers-Slater ili BKS teorija) međudjelovanja tvari i zračenja u kojoj su zakoni očuvanja valjani samo statistički i u kojoj se poriče izravna uzročno-posljedična veza između upadnoga zračenja s jedne strane te raspršenoga zračenja i elektrona s druge strane. Početkom 20. stoljeća mnogi su teorijski fizičari smatrali da valja očuvati uobičajeni prikaz zračenja, a da probleme valja riješiti propitujući međudjelovanje zračenja i tvari. BKS teorija je ekstremni primjer takvog stava. Ta je teorija davala neka nova predviđanja koja su se mogla eksperimentalno provjeriti. Walthera Bothe i Hans Geiger su potaknuti tim predviđanjima oblikovali pokus u kojem su mogli mjeriti je li u Comptonovom učinku uzmak elektrona istodoban s odašiljanjem sekundarnog fotona. Mjerenja su pokazala istodobnost unutar intervala manjeg od  $10^{-3}$  s, što je bilo dovoljno da se BKS hipoteza opovrgne. Compton i W. A. Simon su pak poduzeli eksperimentalnu provjeru valjanosti zakona očuvanja energije i impulsa u pojedinačnim procesima. Njihova su mjerenja potvrdila valjanost relacije

$$\tan \phi = - \left[ \left( 1 + \frac{h\nu}{mc^2} \right) \tan \frac{1}{2} \theta \right]^{-1} \quad (8.12.)$$

za individualne događaje, gdje su  $\phi$  i  $\theta$  kutevi raspršenja odbijenog elektrona i raspršenog fotona, a  $\nu$  je frekvencija upadnoga zračenja. Prema Paisu [14], to je bio kraj »zadnjeg otpora prema fotonu«. Bohr je vjerojatno bio prvi fizičar koji je shvatio, nakon što se je BKS teorija pokazala neodrživom, da je za prihvaćanje kvantnoga gledišta nužno napustiti mehanističko gledište. Takav korak ne zahtijeva odustajanje od neke određene teorije, poput valne teorije svjetlosti, već od dotad prihvaćenih mjerila za prosuđivanje teorija, poput zahtjeva predočivosti mehanističkih objašnjenja. Tek to može omogućiti mirnu koegzistenciju valnih i čestičnih teorija.

No to nipošto nije bio »zadnji otpor prema fotonu«. Godine 1969. su W. E. Lamb i M. O. Scully razvili »poluklasičnu« teoriju fotoelektričnoga učinka, a uslijedile su i neke druge slične teorije. Temelj poluklasičnoga pristupa je pretpostavka da je tvar kvantizirana (tvar se opisuje kvantnom mehanikom), a da elektromagnetno polje nije kvantizirano (svjetlost se opisuje Maxwellovim jednadžbama). Lamb u članku iz 1995. izražava mišljenje da je zamisao čestica u polju pogrešna i da priječi napredak optike. Istodobno su se pojavili i drukčiji prigovori ideji kvantiziranja elektromagnetnoga polja. Premda je broj suvremenih protivnika ideje fotona među fizičarima veoma malen i premda su u međuvremenu izvedeni brojni eksperimenti koji snažno govore u prilog »zrnatosti« svjetlosti, takvi i slični primjeri pokazuju da je sama ideja fotona i dalje predmet promišljanja i rasprave.

Prihvatanje čestične naravi svjetlosti bez poricanja njezine valne naravi bio je uistinu revolucionaran događaj u fizici. Do toga nije došlo na temelju jednog jedinog otkrića, poput fotoelektričnoga učinka ili Comptonovog učinka, već se prije radi o rezultatu nakupljanja teorijskih i eksperimentalnih napora mnogih fizičara, koji su pokušavali istražiti i razumjeti anomalije u ponašanju elektromagnetnoga zračenja, a Einstein je bio pokretačka sila tih napora. [7], [14], [20]

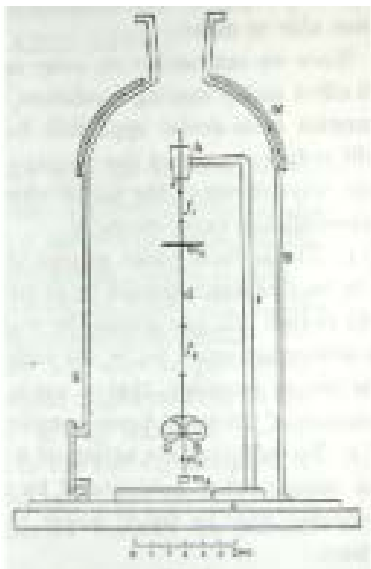


## 9 Drugi rani razlozi za prihvaćanje Einsteinove hipoteze

Dugo se činilo da je Einstein sam u svojim razmišljanjima, unatoč eksperimentima koji su išli u prilog njegovoj teoriji. Očito je da su mnogi fizičari odbacivali hipotezu kvanta svjetlosti sve do Comptonovog otkrića. No, razloga za prihvaćanje hipoteze o kvantu svjetlosti je i prije toga bilo dosta.

Jedan od tih razloga je Ramanov učinak – neelastično raspršenje fotona. Kad se fotoni raspršuju na atomu ili molekuli većina ih se rasprši elastično, tako da raspršeni fotoni imaju jednaku energiju kao upadni fotoni. No mali broj fotona se rasprši neelastično i frekvencija raspršenog zračenja je tada najčešće niža od frekvencije upadnoga zračenja. Ovaj je učinak otkriven nekoliko godina nakon Comptonovog efekta, ali pretkazan 1923. godine, i također pokazuje da je svjetlost kvantizirana.

Nadalje, Ernest Fox Nichols i Gordon Ferrie Hull su 1901. godine potvrdili Maxwellovu pretpostavku da elektromagnetno zračenje vrši mehanički tlak na površinu. Koristili su par malih posrebnih ogledala obješenih kvarcnim koncem na način torzijske vage unutar posude u kojoj su mogli kontrolirati tlak zraka. Zraka svjetlosti je najprije usmjerena na jedno ogledalo, a zatim na drugo i mjereni su suprotni otkloni. Potvrdili su pretpostavku da svjetlost vrši tlak, što je moglo ukazivati na čestičnu narav svjetlosti, premda se je ovo predviđanje temeljilo na valnoj teoriji svjetlosti.



Slika 9.1. Shema aparature koju su koristili Nichols i Hull u eksperimentu s tlakom svjetlosti.

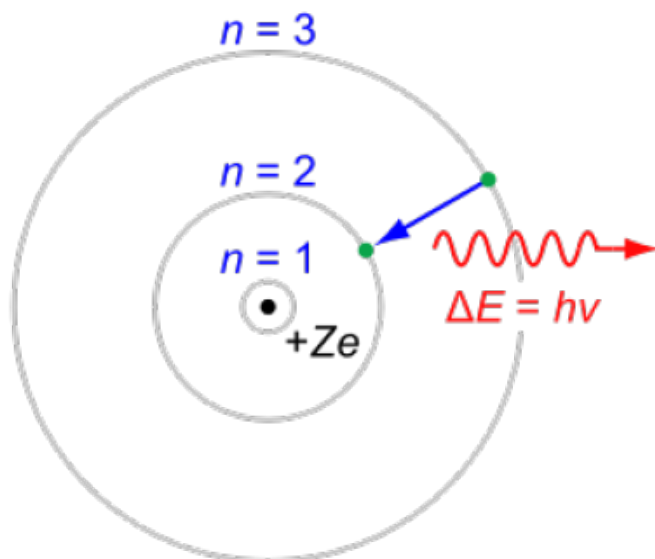
Ionizacija plina pomoću rendgenskog zračenja: apsorbirani foton prenosi svoju energiju elektronu s kojim međudjeluje, ionizirajući atom za koji je elektron bio vezan.

Prema J. J. Thomsonu to implicira da je energija zračenja koncentrirana u određenim područjima valne fronte, a ne jednoliko rasprostranjena po valnoj fronti.

Uspjeh Einsteinove specijalne teorije relativnosti je potkopao uvjerljivost valne teorije svjetlosti, koja podrazumijeva postojanje sredstva kojim se ti valovi šire, tj. etera.

Nadalje, jedan od najuvjerljivijih argumenta protiv Newtonove čestične teorije svjetlosti, naime to da je brzina svjetlosti veća u rjeđem sredstvu, nije primjenljiv na hipotezu kvanta svjetlosti.

U prilog hipotezi kvanta svjetlosti govori i uspjeh Bohrovog modela atoma iz 1913. godine, koji ovisi o pretpostavci da se energija apsorbira i emitira u kvantima. Istina, u svezi s time se može tvrditi da se kvantizacija ne odnosi na zračenje u slobodnom prostoru, već samo na međudjelovanje zračenja i tvari. Bohrov model atoma je poboljšao Rutherfordov model gdje se atom sastoji od male, pozitivno nabijene jezgre koja je okružena negativno nabijenim elektronima koji putuju po kružnim orbitama. Ovaj model atoma je riješio problem stabilnosti: elektroni kruženjem oko jezgre gube energiju emitirajući elektromagnetno zračenje. Time bi elektron spiralno padao na jezgru emitirajući zračenje sve većih frekvencija kako bi se orbite smanjivale što bi rezultiralo kontinuiranim spektrom elektromagnetnog zračenja, a mjerenja su pokazala da atomi emitiraju svjetlost određenih, diskretnih frekvencija. U svom modelu Niels Bohr postavlja



Slika 9.2. Bohrov model atoma: Elektron skače s višeg energetskeg nivoa na niži emitirajući energiju  $\Delta E$ .

dva postulata:

1. Gibanje elektrona mase  $m_e$  oko jezgre brzinom  $v$  je moguće samo po strogo određenim kružnim putanjama polumjera  $r$ .
2. Atom emitira elektromagnetno zračenje jedino kad elektron prelazi s orbite većeg polumjera na onu manjeg polumjera i pritom izrači elektromagnetno zračenje frekvencije određene razlikom energija elektrona na pojedinim orbitama  $\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu$ .

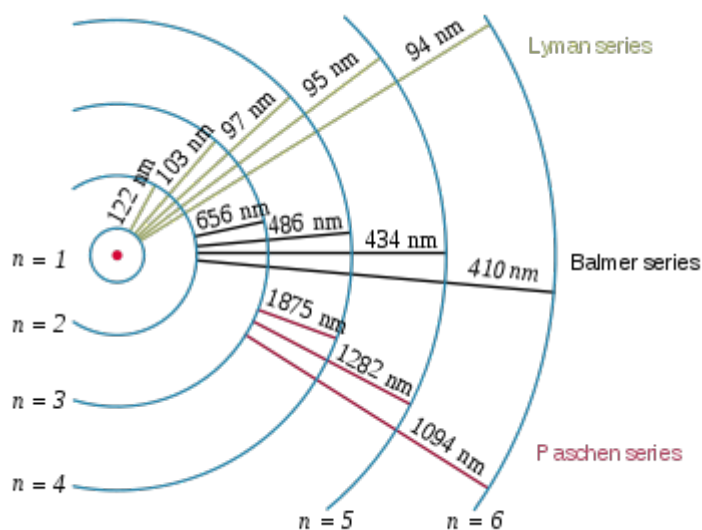
Posljednja formula pokazuje da se tijekom »kvantnog skoka« odašilje diskretna količina energije, iako je Bohr bio žustri protivnik kvantne teorije svjetlosti.

Još prije je bilo poznato da je emisijski spektar atoma vodika sastavljen od niza spektralnih linija, a Bohrov model to može objasniti. Spektralna emisija se dogodi upravo kada elektron skoči s višeg na niži energetski nivo. S obzirom da su energetski nivoi fiksni, foton koji će se emitirati pri određenom prijelazu će uvijek imati tu istu energiju,  $\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu$ .

Takav emisijski spektar je podijeljen u niz spektralnih linija koje su grupirane energetskim nivoima. Rydbergova formula matematički opisuje razliku u energetskim nivoima u Bohrovom modelu atoma.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{(n')^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (9.1.)$$

gdje je  $n'$  niža energetska razina,  $n$  početna energetska razina, a Rydbergova konstanta  $R$  iznosi  $1,097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ . Spektralne linije su grupirane upravo prema  $n'$  i neke od njih su: Lymanova serija ( $2 \rightarrow 1$ ), Paschenova serija ( $3 \rightarrow 7$ ) i Balmerova serija ( $2 \rightarrow 6$ ).



Slika 9.3. Prikaz spektralnih linija po serijama i vrijednosti valnih duljina atoma vodika.

## 10 Metodički dio

Krajem četvrtog razreda srednje škole s učenicima se obrađuje kvantna fizika. Fotoelektrični efekt je jedna od važnijih cjelina u gradivu vezanom za kvantnu fiziku. Učenicima pojava fotoelektričnog efekta nije teška za razumjeti, no istraživanja pokazuju da postoje problemi s konceptualnim razumijevanjem fotoefekta [22]. Učenici nemaju problema s predviđanjem rezultata eksperimenta kod fotoefekta, većina ih točno zaključuje i uočava. Poteškoće se pojavljuju kod povezivanja rezultata eksperimenata s modelom svjetlosti koji uključuje fotone. Bitno je s učenicima provesti raspravu o tome što se zbiva u metalu kad ga obasjamo svjetlošću kako bismo došli do čestičnog modela svjetlosti. Osim demonstriranja pokusa, PhET simulacija može uvelike pomoći u razjašnjenju nejasnoća vezanih uz fotoefekt [23].

Priprema za nastavnu jedinicu pod nazivom Fotoelektrični efekt je zamišljena kao blok sat unutar redovne satnice nastave fizike u četvrtom razredu srednje škole.

Učenici bi nakon ovako strukturiranog nastavnog trebali moći:

- opisati pojavu fotoelektričnog efekta
- objasniti pojmove granične frekvencije, zaustavnog napona i izlaznog rada
- protumačiti zašto valni model svjetlosti ne može objasniti fotoelektrični efekt
- objasniti fotoelektrični efekt pomoću čestičnog modela svjetlosti
- primijeniti zakon očuvanja energije za određivanje maksimalne kinetičke energije izbijenih elektrona
- grafički prikazati ovisnost maksimalne kinetičke energije elektrona o frekvenciji upadnog fotona

Rad na satu je frontalni i u grupama, dok se nastavne metode sastoje od demonstracije pokusa, metode usmjerene rasprave, metode usmenog izlaganja, te metode zapisivanja učeničkih pretpostavki i zaključaka.

### *10.1 Tijek nastavnog sata*

UVODNI DIO (upoznavanje pojave, otvaranje problema):

Učenicima pokazujem elektroskop i običnu žarulju.

Negativno nabijem plastičnim štapom pločicu cinka koja se nalazi na vrhu elektroskopa. Kazaljka elektroskopa se otkloni.

Provjeravam sjećaju li se učenici što znači da je tijelo negativno nabijeno.

→ tijelo je negativno nabijeno kada ima višak elektrona

Što će se dogoditi ako negativno nabijenu pločicu na elektroskopu obasjam svjetlošću obične žarulje?

→ učenici iznose razne ideje, da će se kazaljka elektroskopa vratiti u ravnotežni položaj ili da se neće ništa dogoditi

Izvodim pokus. Obasjavam pločicu na elektroskopu običnom žaruljom.

→ učenici uočavaju da se kazaljka elektroskopa nije pomaknula, elektroskop je i dalje nabijen

Što će se dogoditi ako umjesto obične žarulje upotrijebim jači izvor svjetlosti, npr. dijaprojektor ili grafoskop?

→ učenici opet iznose svoje pretpostavke

Što je svjetlost? Možemo li pomoću svjetlosti dovesti energiju elektronima u elektroskopu?

→ učenici znaju da je svjetlost elektromagnetski val i da se može prenijeti energija pomoću valova

Hoće li jači izvor svjetlosti (dijaprojektor) moći izbiti elektrone s elektroskopa?

→ učenici iznose svoje pretpostavke i nastoje ih argumentirati

Izvodim pokus. Obasjavam pločicu na elektroskopu dijaprojektorom.

→ učenici uočavaju da se kazaljka elektroskopa ne pomiče

Učenicima pokazujem živinu lampu.

Što će se dogoditi ako negativno nabijenu pločicu elektroskopa osvjetlim živinom lampom?

→ učenici iznose razne ideje, da će se kazaljka elektroskopa vratiti u ravnotežni položaj ili da se opet neće ništa dogoditi

Izvodim pokus. Obasjavam pločicu na elektroskopu živinom lampom. Zatim ispred živine lampe stavim staklo.

→ učenici uočavaju da se kazaljka elektroskopa vraća prema ravnotežnom položaju, a ako je staklo ispred lampe kazaljka se ne pomiče

Što se dogodilo s viškom elektrona na elektroskopu?

→ učenici iznose ideje da je svjetlost živine lampe izbila elektrone

Ovakvo izbijanje elektrona iz metala elektromagnetskim zračenjem naziva se fotoelektrični efekt. Zapisujem naslov Fotoelektrični efekt na ploču.

Zašto se elektroskop nije izbijao kad je staklo bilo ispred živine lampe? Kakvo zračenje zaustavlja staklo? (Možete li pocrniti ispod stakla?)

→ učenici se prisjećaju da staklo ne propušta ultraljubičasto (UV) zračenje te zaključuju da UV zračenje iz živine lampe izbija elektrone jer se elektroskop ne izbija ako ispred njega stavimo staklo

Utječe li intenzitet svjetlosti na izbijanje elektrona?

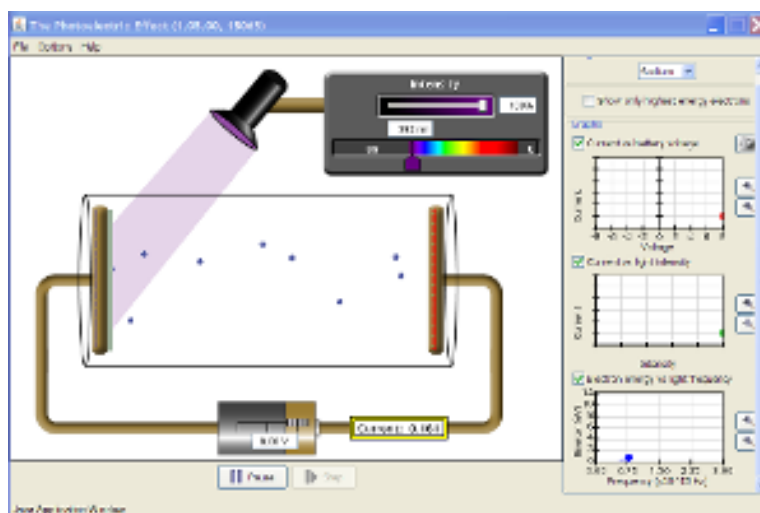
→ učenici su vidjeli da ni jači izvor svjetlosti (dijaprojektor) nije uspio izbiti elektrone, dakle, intenzitet svjetlosti ne utječe na izbijanje elektrona

Ovakva pojava je bila vrlo čudna, pred kraj 19. stoljeća fizičari nisu znali kako objasniti fotoelektrični efekt. U to vrijeme smatralo se da je svjetlost valne naravi, uočene su fizikalne pojave koje su se slagale s takvom pretpostavkom. Podsjećam učenike na pojave interferencije i difrakcije koje su temeljene na principu superponiranja valova. Takav model svjetlosti ne može objasniti eksperimentalne rezultate kod fotoefekta.

SREDIŠNJI DIO (konstruiranje modela, matematički opis):

U pokusu se vidjela pojava fotoelektričnog efekta, tj. izbijanja elektrona iz metala koji je osvijetljen svjetlošću određene valne duljine. Pomoću jednostavnog eksperimentalnog postava može se detaljnije istražiti o čemu i kako ovisi fotoefekt.

Sada otvaram PhET simulaciju na kojoj se vidi fotočelija. Učenicima objašnjavam simulaciju, da je fotočelija spojena na mikroampermetar i bateriju kojoj možemo mijenjati napon i polaritet, te da se fotočelija sastoji od anode i katode.



Slika 9.1. Slika PhET simulacije koju koristim u radu s učenicima na satu.

Što očekujete da će se dogoditi ako ljubičastom svjetlošću obasjam fotokatodu?

→ učenici sada znaju da svjetlost može izbijati elektrone iz metala te zaključuju da će poteći struja elektrona od katode prema anodi

Na simulaciji pustim ljubičastu svjetlost prema fotokatodi. Pitam učenike što uočavaju.

→ učenici vide da elektroni zbilja izlaze iz katode, te idu prema anodi

Postavim napon baterije na 0 V. Kakve su brzine izbijenih elektrona? Mijenjaju li im se brzine? Imaju li svi elektroni jednaku brzinu?

→ učenici uočavaju da pojedini elektroni imaju različite brzine, ali da su im brzine konstantne

Što će se dogoditi s brzinom elektrona ako anodu spojimo na pozitivni pol baterije?

→ učenici iznose pretpostavke

Na simulaciji namještam napon tako da anoda bude pozitivno nabijena, te puštam ljubičasto svjetlo na fotokatodu. Pitam učenike što uočavaju.

→ učenici vide da elektroni ubrzavaju kako se približavaju anodi

Zašto se elektroni ubrzavaju na putu od katode do anode?

→ na elektrone djeluje električna sila koja ih ubrzava

Što treba napraviti da se elektroni gibaju usporeno prema anodi?

→ anodu treba spojiti na negativni pol baterije; tada će električna sila djelovati u smjeru suprotnom od smjera gibanja elektrona i oni će se usporavati

Na simulaciji namještam napon tako da anoda bude negativno nabijena, te puštam ljubičasto svjetlo na fotokatodu. Pitam učenike što uočavaju na simulaciji.

→ učenici vide da elektroni zbilja usporavaju kako se približavaju anodi

Elektroni imaju neku brzinu kada napuštaju katodu. Kakvu energiju oni tada imaju?

→ učenici znaju da tijela koja imaju brzinu imaju kinetičku energiju

Kako se mijenja energija elektrona na putu prema anodi? Zašto?

→ energija elektrona se smanjuje zato što je električna sila suprotnog smjera od smjera gibanja elektrona

Koliki rad izvrše elektroni zbog svladavanja električne sile?

→  $W = e \cdot U$ , gdje je  $U$  napon baterije

Na početku je elektron imao kinetičku energiju  $E_K$ , koja se smanjila za iznos rada koji je elektron obavio zbog svladavanja električne sile. Koliko će na kraju iznositi energija elektrona  $E$ ?

→ učenici sami mogu izvesti da je  $E = E_K - W = \frac{mv^2}{2} - e \cdot U$

Koliki bi morao biti najmanji napon na koji je spojena anoda da elektroni ne uspiju doći s katode na anodu? Na simulaciji možemo mijenjati napon dok ne vidimo takvu situaciju.

→ učenici uočavaju da ako je konačna energija elektrona  $E$  jednaka nuli, dobivaju izraz  $e \cdot U = \frac{mv^2}{2}$ , tako dobivaju najmanji napon pri kojem elektroni ne uspijevaju doći na anodu



Najmanji napon pri kojem elektroni ne uspijevaju stići do anode naziva se zaustavni napon.

Pretpostavimo da je upadna svjetlost val. O čemu će tada ovisiti kinetička energija elektrona koji napuštaju metal?

→ učenici se trebaju prisjetiti da energija ovisi o intenzitetu

Idemo na simulaciji obasjati katodu svjetlošću koja neće izazvati fotoefekt, a zatim ćemo povećavati intenzitet. Pitam učenike što opažaju na simulaciji.

→ fotoefekta svedjedno nema i kada povećavamo intenzitet

Slažu li se ovakva opažanja s valnom teorijom svjetlosti?

→ učenici uočavaju da se ne slaže

Učenicima objašnjavam da su se ovakvi rezultati pokusa uspješno objasniti uz pretpostavku Alberta Einsteina da se svjetlost sastoji od paketića (kvanata) energije koji se zovu fotoni. Energija fotona je  $E = hf$ , gdje je  $h$  Planckova konstanta koja iznosi  $6.626 \cdot 10^{-34}$  Js. Napominjem da je ovakva pretpostavka jako važna u daljnjem razvoju fizike.

Vraćam se nakratko na početni pokus sa živinom lampom i običnom žaruljom.

Kakva je frekvencija ultraljubičastog zračenja iz živine lampe u odnosu na frekvenciju zračenja obične lampe?

→ učenici znaju da ultraljubičasto zračenje ima veću frekvenciju od frekvencije vidljive svjetlosti

Pri kakvom zračenju je došlo do izbijanja elektrona u početnom pokusu?

→ učenici mogu zaključiti da je do izbijanja elektrona došlo pri zračenju koje ima veću frekvenciju

O čemu ovisi hoće li doći do fotoefekta?

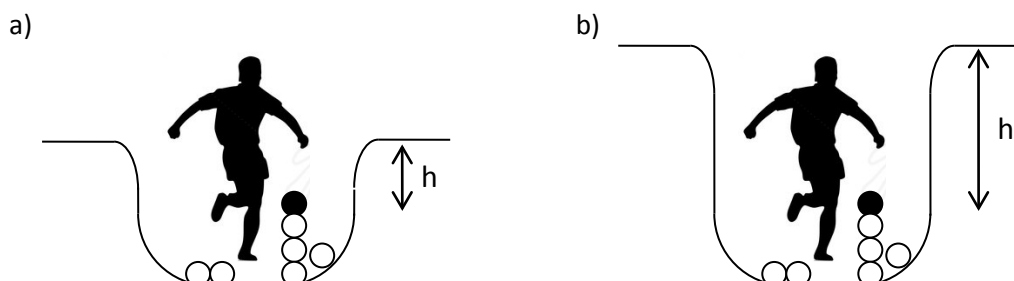
→ učenici zaključuju da je frekvencija bitna za pojavu fotoefekta

Vraćamo se na PhET simulaciju, napominjući da ćemo intenzitet držati stalnim, postupno povećavam frekvenciju svjetlosti dok ne dođem do neke vrijednosti frekvencije pri kojoj elektroni počnu izlaziti iz katode. Što uočavate?

→ učenici uočavaju da pri nekoj vrijednosti frekvencije elektroni počnu izlaziti iz katode

Ovisno o metalu, postoji granična frekvencija ispod koje se neće dogoditi fotoelektrični efekt. Na ploču zapisujem pojam granične frekvencije.

Na prezentaciji pokazujem učenicima dvije slike nogometaša koji ispucavaju loptu iz jame. Jedan nogometaš se nalazi u jami veće dubine, drugi u jami manje dubine.



Slika 9.2., Nogometaš izbacuje loptu iz jame, najmanja energija koja je potrebna lopti da izađe iz jame je  $mgh$ .

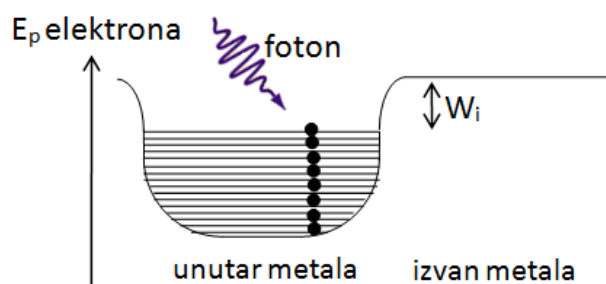
U kojem slučaju će nogometaš lakše izbaciti loptu iz jame?

→ učenici zaključuju da će lakše izbaciti loptu iz pliće jame

Kolika je najmanja energija udarca potrebna da lopta izađe iz jame?

→ na temelju slike učenici zaključuju da najmanja energija iznosi  $mgh$

Fotoefekt se može objasniti analogno udaranju lopte. Elektroni se u metalu nalaze u



Slika 9.3., Unutar metala se nalaze elektroni, upadni fotoni se sudaraju s elektronima, predaju im svoju energiju od koje dio ode na svladavanje izlaznog rada  $W_i$ , a dio na kinetičku energiju elektrona  $E_K$ .

potencijalnoj jami. Svjetlost kojom obasjavamo metal u kojem su elektroni sastoji se od fotona. Kada osvjetlimo površinu metala, elektroni apsorbiraju fotone i pri tome im se povećava energija za  $hf$ . Što se događa kada osvjetlimo površinu metala?

→ učenici dolaze do zaključka da foton svjetlosti izbacuje elektron van iz potencijalne jame na isti način kao što nogometaš izbacuje loptu iz jame

Kolika treba biti najmanja energija fotona potrebna da elektron izađe iz metala?

→ učenici zaključuju da je najmanja energija jednaka visini potencijalne jame

Ta minimalna energija fotona koja je potrebna da se izbaci elektron iz metala se naziva izlazni rad, a označavamo ga s  $W_i$ .

Kako se izlazni rad može povezati s frekvencijom?

→ učenici sada znaju da energija fotona iznosi  $hf$ , stoga zaključuju da je minimalna energija ona pri minimalnoj frekvenciji potrebnoj da se izbaci elektron, a to je granična frekvencija  $f_g$ , tada je ta energija upravo  $hf_g$ . Možemo napisati relaciju  $W_i = hf_g$ .

Promatramo opet simulaciju, pitam učenike o čemu će ovisiti iznos izlaznog rada?

→ na temelju svega spomenutog, učenici mogu zaključiti da iznos izlaznog rada ovisi o dubini potencijalne jame, odnosno o vrsti metala

Na simulaciji možemo mijenjati materijal od kojeg je napravljena katoda, te tako možemo izračunati izlazni rad za nekoliko metala.

Provjeravam s učenicima znaju li što je potrebno mjeriti na simulaciji kako bi izračunali izlazni rad.

→ na simulaciji mogu mjeriti valnu duljinu, pomoću nje mogu izračunati graničnu frekvenciju,  $f_g = c/\lambda$ , znajući tu frekvenciju računaju izlazni rad

Pozovem nekoliko učenika da isprobaju simulaciju, da promjene vrstu materijala, te da pronađu graničnu frekvenciju za određeni materijal. Učenici će moći vidjeti da što je veća granična frekvencija na simulaciji, to je izlazni rad veći.

Vraćam se još jednom na analogiju s nogometašem. Što će se dogoditi ako nogometaš udari loptu energijom koja je veća od  $mgh$ ?

→ učenici zaključuju da će lopta imati dovoljno energije da izađe iz jame s nekom brzinom, odnosno da će imati kinetičku energiju

Što će se dogoditi ako povećam energiju ulaznog fotona, odnosno povećam frekvenciju iznad granične?

→ učenici zaključuju da će elektroni tada imati kinetičku energiju

Zajedno na simulaciji promatramo takvu situaciju. Pitam ih kolika je tada kinetička energija elektrona.

→ učenici primjenjuju zakon očuvanja energije i dolaze do rješenja da je kinetička energija elektrona  $E_K = hf - W_i$ , gdje je  $hf$  energija upadnog fotona, a  $W_i$  izlazni rad

Napominjem da i elektroni koji se nalaze dublje u potencijalnoj jami mogu apsorbirati fotone upadne svjetlosti, oni se mogu sudarati s drugim elektronima dok izlaze iz metala i zato obično govorimo o maksimalnoj kinetičkoj energiji elektrona koji izlaze iz metala. Na ploči zapisujem izraz  $E_{Kmax} = hf - W_i$ .

ZAVRŠNI DIO (primjena modela):

U završnom dijelu sata učenici rješavaju konceptualne i numeričke zadatke u grupama. Pratim rad učenika i pomažem im postavljajući im pitanja. Ako se pojavi problem kod nekog zadatka, provodi se zajednička razredna rasprava.

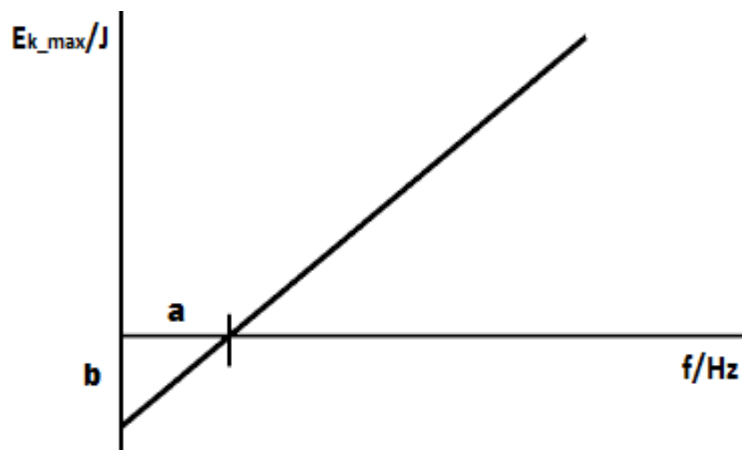
1. Kako se mijenja zaustavni napon ako metal obasjavamo zračenjem sve manjih valnih duljina?
  - a) Povećava se.
  - b) Smanjuje se.
  - c) Ostaje stalan.
  - d) Prvo se povećava, a zatim smanjuje.

Obrazložite odgovor.

2. Na PhET simulaciji katodu obasjamo svjetlošću koja izaziva fotoefekt. Što će se dogoditi ako povećamo intenzitet te svjetlosti? Obrazložite odgovor.

(Na Phet simulaciji povećamo intenzitet upadne svjetlosti i provjerimo učeničke pretpostavke. Provodi se rasprava oko rezultata.)

3. Izlazni rad za barij je 2.5 eV. Ako barij obasjamo elektromagnetskim zračenjem iz njega izlaze elektroni koje možemo zaustaviti naponom od 1 V. Kolika je energija fotona kojim obasjavamo barij?
4. Crtež prikazuje ovisnost maksimalne kinetičke energije izbačenih fotoelektrona s površine metala u ovisnosti o frekvenciji  $f$  elektromagnetskog zračenja kojim obasjavamo metal. Što predstavljaju veličine  $a$  i  $b$ ? Na koji način možete odrediti vrijednost Planckove konstante iz grafa?



5. Izračunajte frekvenciju svjetlosti koja izbacuje elektrone s površine metala za koje je zaustavni napon 3V. Granična frekvencija za taj metal je  $6 \cdot 10^{14} Hz$ . Koliki je izlazni rad iskazan u elektronvoltima?

## 11 Zaključak

Einstein nije stao nakon svoje čudesne godine. Spomenimo samo neke najpoznatije kasnije doprinose: kvantna teorija toplinskoga kapaciteta čvrstih tijela, ideja spontanog i induciranog zračenja, opća teorija relativnosti i rad na kozmologiji, Bose-Einsteinova

statistika i Bose-Einsteinova kondenzacija, kritika potpunosti kvantne mehanike (Einstein-Podolsky-Rosen ili EPR paradoks), rad na ujedinjenoj teoriji polja.

Put do prihvaćanja hipoteze kvanta svjetlosti je bio dugačak i naporan. Einsteinov smion rad je uzrokovao lavinu novih ideja, od kojih su neke zamišljene kao pokušaj spašavanja dotadašnjih objašnjenja fizikalnih pojava, dok su druge predložene da vi se stvorilo nešto novo. Postavljanje jedne toliko, u to vrijeme, revolucionarne hipoteze poljuljalo je fiziku koju su znanstvenici do tad poznavali.

Max Planck se je problemom zračenja crnoga tijela bavio niz godina prije nego što je došao do konačnog rješenja. Ostali uspjesi u tom području su bili samo djelomični. Naime, Wienov zakon se je slagao s mjerenjima na visokim frekvencijama, dok se je Rayleigh-Jeansov zakon slagao s eksperimentima u području niskih frekvencija, ali je vodio u »ultraljubičastu katastrofu«. Planck je svoj zakon zračenja crnoga tijela iznio 1900. godine, a ključna pretpostavka njegova izvoda bila je ideja da je energija harmoničnog oscilatora kvantizirana. Taj je rezultat privukao pozornost fizičara, pa tako i mladog Alberta Einsteina, koji polako ali sigurno dolazi do problema međudjelovanja tvari i zračenja. Čudesne 1905. godine Einstein objavljuje doktorsku disertaciju i četiri članka, među kojima je i onaj u kojem izlaže novi pogled na narav svjetlosti. Razmatrajući Planckov i Wienov rad te uzimajući u obzir Boltzmannovu statistiku, Einstein preko razmatanja ovisnosti entropije o volumenu dolazi do zaključka da se monokromatsko zračenje male gustoće termodinamički ponaša kao da se sastoji od međusobno neovisnih kvanata energije iznosa  $h\nu$ .

Reakcija na ovaj zaključak je bilo mnoštvo, no uz velik broj eksperimenata i nadopunjavanja teorije, nakon dvadesetak godina, a najviše zahvaljujući Comptonu, koji koristi ideju količine gibanja fotona, većina znanstvenika na kraju prihvaća taj Einsteinov doprinos razumijevanju naravi svjetlosti.

Unatoč tome što dugo nije bila prihvaćena, hipoteza o kvantu svjetlosti je, kao što smo vidjeli u tekstu, potaknula razmišljanja da dotadašnje teorije treba popraviti, odnosno nadograditi. Većina spomenutih razloga zbog kojih je kvant svjetlosti prihvaćen je zapravo i posljedica njegovog otkrića. Pretpostavljajući da se svjetlost sastoji od kvanata, lakše je bilo objasniti fizikalne pojave koji su mučili znanstvenike tog doba. Upravo shvaćanje tih pojava je uzrokovalo i veliki tehnološki napredak. Najbolji primjer je objašnjenje fotoelektričnog efekta.

Uređaji koji koriste svojstva fotoelektričnoga učinka imaju neka poželjna svojstva, kao što je proizvodnja električne struje koja je proporcionalna intenzitetu svjetlosti i vrlo

kratko vrijeme reakcije. Jedan od takvih uređaja je fotoćelija ili fotodioda, koja je originalno bila vakuumska cijev u kojoj se nalazila katoda od metala čiji je izlazni rad bio malen kako bi se elektroni lakše emitirali. Anoda, koju bi držali na pozitivnom naponu s obzirom na katodu, bi skupljala struju koju bi pločica emitirala. Ovakve fotocijevi su zamijenjene poluvodičkim fotodiodama koje mogu raditi pri niskom naponu i koriste se u telekomunikacijskim mrežama i solarnim ćelijama.

Stari televizori su radili na temelju fotoelektričnog efekta. Fotokatoda je bila dio koji je emitirao elektrone pri sudaru sa svjetlošću. Katoda je bila fotosenzibilna meta koja je mijenjala električnu vodljivost kada bi na nju pala svjetlost. Slika električnog naboja na tom svjetlosno osjetljivom dijelu se čitala pomoću zrake elektrona koja bi skenirala jedan po jedan dio površine. Redoslijed skeniranja je bio takav da je slika bila polomljena, u skladu sa standardom televizora, na nekoliko stotina linija koje bi napravile raster. Svaka linija je bila smatrana neprekidnim nizom dijelova slika.

Uređaji za noćni vid također koriste fotoelektrični učinak u svom funkcioniranju. Fotoni udaraju u tanki sloj alkalijskog metala ili poluvodiča u cijevi gdje se slika pojačava, uzrokujući odašiljanje fotoelektrona. Oni su zatim ubrzavaju elektrostatskim poljem i udaraju u zaslon premazan fosforom, gdje opet stvaraju fotone. Ubrzavanjem elektrona ili povećanjem njihovog broja sekundarnom emisijom možemo pojačati signal.

Kad je Einstein počeo razvijati ideju ujedinjenja, ideju jedinstvene teorije, bile su poznate svega tri čestice – elektron, proton i foton – te dva fundamentalna međudjelovanja: gravitacija i elektromagnetizam. Danas poznajemo na stotine čestica, a na velikom ujedinjenju svih četiriju danas poznatih fundamentalnih međudjelovanja se još uvijek radi. Iako se čini da je većina problema riješena, možemo se sjetiti situacije od prije malo više od 100 godina, kada se je mislilo slično. Par neriješenih sitnica može otvoriti niz pitanja na koje je odgovore možda moguće dobiti jedino temeljitim prepravljajanjem prihvaćenih teorija, a možda i uvođenjem nečeg sasvim novog.

## **Literatura**

[1] Barnes, J. The Presocratic Philosophers. Vol. 2 Empedocles to Democritus. London: Routledge, 1979.

- [2] Guthrie, W. K. C. *A History of Greek Philosophy. Vol II The Presocratic Tradition from Parmenides to Democritus.* Cambridge: Cambridge University Press, 1969.
- [3] Diels, H. *Predsokratovci – Fragmenti. I. svezak.* Zagreb: Naprijed, 1983.
- [4] Edel, A. *Aristotle and His Philosophy.* New Brunswick: Transaction Publishers, 1996.
- [5] Srivastava, A.; Shukla, R. K.; Pandya, T. P. *Introduction to Optics.* New Delhy: New Age International, 2011.
- [6] Mladenović, M. *Razvoj fizike – optika.* Beograd: IRO Građevinska knjiga, 1985.
- [7] Brush, S. G. *How ideas became knowledge: The light-quantum hypothesis 1905–1935.* // *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences.* Vol. 37, 2 (2007), str. 205-246.
- [8] Supek, I. *Povijest fizike, 2. dopunjeno izdanje,* Zagreb: Školska knjiga, 1990.
- [9] Whittaker, E. *A History of the Theories of Aether and Electricity – The Classical Theories.* 2. dopunjeno izdanje. London: Thomas Nelson and Sons, 1951.
- [10] Jammer, M. *The Conceptual Development of Quantum Mechanics.* New York: McGraw – Hill, 1966.
- [11] Kulišić, P. *Fizika II.* Zagreb: Liber, 1986.
- [12] Abiko, S. *Einstein and Quantum Theory.* // *Physics Before and After Einstein / edited by Mamone Capria.* Amsterdam: IOS Press, 2005. Str. 183-203.
- [13] Kuhn, T. *Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity 1894 – 1912.* Oxford: Oxford University Press, 1978.
- [14] Pais, A. *Einstein and the quantum theory.* // *Reviews of Modern Physics.* Vol. 51, 4 (1979), str. 863-914.
- [15] Einstein, A. *Concerning an Heuristic Point of View Toward the Emission and Transformation of Light.* // *American Journal of Physics.* Vol. 33, 5 (1965), str. 1-16.
- [16] Norton, J. D. *Atoms, entropy, quanta: Einstein's miraculous argument of 1905.* // *Studies in History and Philosophy of Modern Physics.* Vol. 37 (2006), str. 71-100.
- [17] Neuenschwander, D. E. *Einstein's Quanta, Entropy, and the Photoelectric Effect.* // *Radiations.* (2004), str. 17-21.
- [18] Niaz, M.; Klassen, S.; McMillan, B.; Metz, D. *Reconstruction of the History of the Photoelectric Effect and its Implications for General Physics Textbooks.* // *Science Education.* Vol. 94, 5 (2010), str. 903-931.
- [19] Klabučar, D. *Kvantni start: oprezni Planck i radikalni Einstein.* Šibenik: EXP EDIT, 2005.



- [20] Sulcs, S. The Nature of Light and Twentieth Century Experimental Physics. // Foundations of Science. Vol. 8 (2003), str. 365-391.
- [21] Labor, J. FIZIKA 4 - udžbenik za četvrti razred gimnazije. Zagreb: Alfa, 2008.
- [22] Steinberg, R. N.; Oberem, G. E.; McDermott, L. C. Development of a Computer – based Tutorial on the Photoelectric Effect // American Journal of Physics. Vol. 64, 11 (1996), str. 1370-1379.
- [23] PhET: The Photoelectric Effect, (verzija 1.10), *University of Colorado Boulder*, <http://phet.colorado.edu/en/simulation/photoelectric>, 17.2.2015.