Model teorije igara zapromociju, određivanje cijena i upravljanje zalihama u lancu opskrbe

Krstić, Jakov

Master's thesis / Diplomski rad

2014

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:320740

Rights / Prava: In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-12-24**

Repository / Repozitorij:

Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb

zir.nsk.hr

DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

PRIRODOSLOVNO–MATEMATIČKI FAKULTET

MATEMATIČKI ODSJEK

Jakov Krstić

MODEL TEORIJE IGARA ZA PROMOCIJU, ODREĐIVANJE CIJENA I UPRAVLJANJE ZALIHAMA U LANCU OPSKRBE

Diplomski rad

Voditelj rada:
Prof. dr. sc. Kristina Šorić

Zagreb, 2014.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana ____________________ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. ____________________________, predsjednik
2. ____________________________, član
3. ____________________________, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom _______________.

Potpisi članova povjerenstva:

1. ____________________________
2. ____________________________
3. ____________________________

Sadržaj

Uvod

U radu se razmatra lanac opskrbe sa jednim proizvođačem i više maloprodajnih trgovaca koji su uključeni u proizvodnju, distribuciju i prodaju samo jedne vrste gotovog proizvoda. Proizvođač nabavlja sirovine uzimajući u obzir što mu je potrebno za izradu gotovog proizvoda, proizvodi gotovi proizvod, te ga distribuira maloprodajnim trgovcima. Ovakav lanac opskrbe, dakle, ima tri razine: maloprodajni trgovci, proizvođač, te dobavljač sirovina. Svaki trgovac kupuje proizvod po veleprodajnoj cijeni, te ga prodaje potrošačima po maloprodajnoj cijeni. Pretpostavka je da su trgovine geografski raspršene i neovisne jedna o drugoj. Dakle, isključujemo mogućnost tržišnog natjecanja i pretovara između regionalnih trgovaca. Pretpostavlja se da je potražnja u svakoj lokalnoj trgovini rastuća funkcija ulaganja u promociju (od strane proizvođača i odgovarajućeg lokalnog trgovca), te da je opadajuća funkcija maloprodajne cijene.

Smatramo da je ovako definiran lanac opskrbe kooperativan u dva smisla. Kao prvo, i proizvođač i trgovci sudjeluju u troškovima promocije sa zajedničkim ciljem, a to je povećana potražnja koja povećava korisnost i jednima i drugima. Kao drugo, i proizvođač i trgovci zajedničkim naporima upravljaju zalihama gotovih proizvoda. Konkretno, VMI (vendor managed inventory) sustav je dogovoren među njima.

U VMI lancima opskrbe trgovac više ne šalje narudžbu proizvođaču (dobavljaču), već umjesto toga dijeli podatke sa svojim proizvođačima. Ti podaci uključuju stvarne količine upotrebljene ili prodane robe, tekuće zalihe, detalje o dodatnim aktivnostima u promociji i prodaji, te podatke o željenom povećanju ili smanjenju zaliha koje će držati. Na osnovu ovih informacija dobavljač preuzima odgovornost za popunu zaliha trgovca. U ovom slučaju je odgovornost za održavanje zaliha kupca u dogovorenim granicama, na strani dobavljača.

To jest, zalihama trgovaca se upravlja od strane proizvođača koji naplaćuje trošak po jedinici za to. Prema VMI sustavu, proizvođač kompenzira svoje trgovce za prekomjerne zalihe i troškove nastale zbog nedostupnosti proizvoda, tj. po svakoj jedinici proizvoda koja je iznad ili ispod unaprijed dogovorenih granica proizvođač trgovcu plaća dogovorenu naknadu kako bi se uklonio prostor za manipulacije od strane proizvođača. Trgovac odgovara samo za troškove skladištenja proizvoda koje prodaje. To jest, trošak skladištenja svakog trgovca je proporcionalan njegovoj stopi potražnje. Proizvođač također upravlja vlastitim zalihama gotovog proizvoda koji još uvijek nije isporučen. Pored toga, upravlja i zalihama sirovina.

Ovakav lanac opskrbe je također i konkurentan u smislu da svaki član u lancu opskrbe ima vlastite ciljeve i želju da optimizira svoje poslovanje. Važno je napomenuti da svaki član mora imati određeni stupanj slobode kod donošenja odluka kako bi mogao reagirati na različite situacije na tržištu. Pojedini članovi lanca opskrbe imaju slobodu određivanja cijene proizvoda, te iznosa kojeg žele utrošiti u njegovo oglašavanje. U lancu opskrbe, trgovci mogu sami određivati maloprodajne cijene i razinu ulaganja u oglašavanje, u skladu s tržišnim uvjetima, kako bi povećali svoje profite. Proizvođač je u mogućnosti odrediti svoja ulaganja u promociju, velepodajnu cijenu, trajanje ciklusa narudžbe sirovina, trajanje ciklusa isporuke proizvoda, te količinu proizvoda koju neće isporučiti kako bi maksimizirao svoj profit.

Takva kombinacija kooperativnosti i konkurentnosti se u stvarnom životu pokazala uspješnom. Za primjere možemo uzeti Wal-Mart i P&G (Buzzell & Ortmeyer, 1995), distribucijske sustave Della, HPa, ST Microeletronicsa (Shah, 2002; Tyan & Wee, 2003), te Barille u Europi (Hammond, 2003). Proivođači proizvode i distribuiraju proizvode za svoje kupce. HP prodaje printere, računala i skenere. P&G proizvodi kozmetiku, proizvode za čišćenje i papirnate proizvode. Barilla proizvodi prehrambene proizvode. Sve te kompanije se susreću sa zajedničkim problemom: kako optimizirati oglašavanje, cijene i upravljanje zalihama kako bi maksimizirali profit.

Kod VMI procesa, proizvođač zna koliko zaliha trgovac ima, te potražnju za proizvodom na tržištu. Njegov profit je posljedica ne samo njegovih odluka o cijeni i ulaganju u oglašavanje, nego je i posljedica odluka trgovaca. Kako zalihama trgovaca upravlja proizvođač, svaki trgovac reagira na odluke proizvođača kako bi maksimizirao svoj profit.

U ovom radu se lanac opskrbe modelira kao Stacklelbergova igra. Kako proizvođač upravlja zalihama svih trgovaca, on se smatra predvodnikom koji dominira lancem opskrbe, dok se trgovci smatraju sljedbenicima. Proizvođač, kao predvodnik, znajući aktivnosti svakog pojedinog trgovca, optimizira svoje ulaganje u promociju, veleprodajnu cijenu, cikluse obnavljanja za sirovine i gotove proizvode, te količinu robe koju neće dostaviti na vrijeme (neizvršene narudžbe) u cilju maksimizacije vlastitog profita. Trgovci, kao sljedbenici, uzimaju optimalne odluke proizvođača kao ulazne parametre pri donošenju odluka o maloprodajnoj cijeni, te ulaganju u promociju proizvoda u svrhu maksimizacije profita. Optimalno rješenje lanca opskrbe, koje je rezultat ovakve igre, nazivamo Stackelbergovom ravnotežom.

Indeksi	
m	broj trgovaca
i=1,2,...,m	indeks trgovca
l	broj sirovina
j=1,2,...,l	indeks sirovine
Varijable odlučivanja trgovca i, i=1,2,...,m	
a_i	ulaganje u oglašavanje trgovca i (\$/vrijeme)
p_i	maloprodajna cijena trgovca i (\$/jedinica)
Varijable odlučivanja proizvođača	
A	ulaganje u oglašavanje proizvođača (\$/vrijeme)
b_i	udio vremena u kojem se čeka na isporuku robe
C	zajedničko vrijema trajanja ciklusa obnove gotovog proizvoda
c_p	veleprodajna cijena proizvoda (\$/jedinica)
n_j	faktor ciklusa za sirovinu j koji je prirodan broj. n_jC predstavlja trajanje ciklusa obnove sirovine j
Parametri	
c_m	trošak proizvodnje po jedinici gotovog proizvoda (\$/jedinica)
c_{rj}	cijena jedinice sirovine j (\$/jedinica)
H_{bi}	trošak skladištenja koje plaća proizvođač za trgovca i (\$/jedinica/vrijeme)
H_p	trošak skladištenja po jedinici gotovog proizvoda na strani proizvođača (\$/jedinica/vrijeme)
H_{rj}	trošak skladištenja po jedinici sirovine j na strani trgovca (\$/jedinica/vrijeme)
K_i	pozitivna konstanta iz Cobb-Douglasove funkcije specifična za trgovca i
L_{bi}	trošak koji proizvođač plaća trgovcu i za jedinicu neisporučene robe (\$/jedinica/vrijeme)
M_j	faktor koji prestavlja količinu sirovine j koja je potrebna za proizvodnju jedne jedinice gotovog proizvoda
P	proizvodni kapacitet proizvođača, vrijedi $\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A) \leq P$
S_{bi}	fiksni trošak koji proizvođač plaća trgovcu i
S_p	fiksni trošak narudžbe gotovog proizvoda po zajedničkom ciklusu (\$/ciklus)
S_{rj}	fiksni trošak narudžbe sirovine j (\$/ciklus)
ϕ_i	trošak transporta od proizvođača do trgovca po jedinici gotovog proizvoda (\$/jedinica)
α_i	elastičnost potražnje u odnosu na oglašavanje trgovca i u Cobb-Douglasovoj funkciji potražnje
β_i	elastičnost potražnje u odnosu na oglašavanje proizvođača u Cobb-Douglasovoj funkciji potražnje
ρ_i	elastičnost potražnje u odnosu na maloprodajnu cijenu trgovca i u Cobb-Douglasovoj funkciji potražnje
Funkcije	
CC_i	troškovi kompenzacije proizvođača trgovcu i (\$/vrijeme)
$D_i(p_i, a_i, A)$	potražnja za gotovim proizvodom kod trgovca i, opadajuća i konveksna funkcija od p_i i rastuća i konkavna funkcija od a_i i A (jedinica/vrijeme)
HIC_{rj}	ukupni troškovi skladištenja za sirovinu j (\$/ciklus)
TDC_p	ukupni direktni troškovi za gotovi proizvod (\$/vrijeme)
TIC_r	ukupni troškovi skladištenja sirovina (\$/vrijeme)
TIC_p	ukupni troškovi skladištenja gotovog proizvoda (\$/vrijeme)
TIC	ukupni troškovi skladištenja sirovina i gotovog proizvoda (\$/vrijeme)
$TIDC_p$	ukupni inddirektni troškovi za gotovi proizvod (\$/vrijeme)
NP_{bi}	neto profit trgovca i (\$/vrijeme)
NP_m	neto profit proizvođača (\$/vrijeme)

Tablica 0.1: Oznake

Stackelbergova igra se koristi u ovom radu kako bi se odgovorilo na pitanje kako članovi u lancu opskrbe surađuju kako bi maksimizirali profite određujući optimalne vrijednosti varijabli odlučivanja (cijene, ulaganje u promociju, upravljanje zalihama). Osim toga, ovaj rad istražuje pod kojim uvjetima bi trgovci i proizvođač trebali povećati ulaganje u promociju i/ili smanjiti maloprodajne cijene, te što bi trebali poduzeti u slučaju da se poveća cijena sirovina ili troškovi skladištenja. Drugi cilj ovog rada je raspraviti dvije situacije na tržištu: kada je veleprodajna cijena varijabla odlučivanja, te kada je veleprodajna cijena ulazni parametar.

Rad je organiziran na sljedeći način. U Poglavlju 1, je dan opći Stackelbergov model. Poglavlje 2 prezentira računske korake za nalaženje Stackelbergove ravnoteže. Model i računski koraci su predstavljeni u slučaju sa Cobb-Douglasovom funkcijom potražnje u Poglavlju 3. Poglavlje 4 izlaže numeričke primjere i odgovarajuću analizu osjetljivosti za neke parametre. Poglavlje 5 zaključuje rad.

Poglavlje 1

Model Stackelbergove igre

U ovom poglavlju se odnos između proizvođača i trgovaca modelira kao nekooperativna Stackelbergova igra, gdje je proizvođač dominantno poduzeće koje ima pravo prvenstva pri donošenju odluka u odnosu na trgovce. Njihov neto profit poistovjećujemo sa isplatama, odnosno funkcijom korisnosti koju maksimiziramo. Odluke proizvođača su: ciklus nadopune gotovih proizvoda, ciklus nabave sirovina, određivanje veleprodajne cijene, te ulaganje u oglašavanje. Odluke trgovaca su određivanje maloprodajne cijene i ulaganje u oglašavanje. Kako bi pojednostavnili Stackelbergov model i učinili ga primjenjivijim promatrat ćemo općenitu funkciju potražnje $D_i(p_i, a_i, A)$. Model ćemo kasnije primjeniti na Cobb-Douglasovu funkciju potražnje.

1.1 Neto profit trgovca

Funkcija isplate (neto profit) sljedbenika (trgovca) i je jednaka njegovim prihodima umanjenim za sve troškove. Prihod trgovca i je $p_iD_i(p_i, a_i, A)$. Njegovi troškovi se sastoje od tri komponente: troškovi proizvoda, $c_pD_i(p_i, a_i, A)$, ulaganja u oglašavanje a_i, te troškova skladištenja $\zeta_iD_i(p_i, a_i, A)$ koji ovise samo o potražnji. Činjenicu da je trošak skladištenja $\zeta_iD_i(p_i, a_i, A)$ proporcionalan samo potražnji temeljimo na tome što je kod VMI sustava proizvođač taj koji je odgovoran za zalihe trgovca, te ga on kompenzira za sve neočekivane troškove (skladištenje, neizvršene narudžbe i troškove narudžbe) koji nastaju zbog loših odluka o obnavljanju zaliha od strane proizvođača. Ti troškovi, dakle, ne ulaze u formulu troškova trgovca.

Neto profit trgovca i je dana formulom:

$$NP_{bi} = (p_i - c_i - \zeta_i)D_i(p_i, a_i, A) - a_i, \tag{1.1}$$

1.2 Neto profit proizvođača

Prihodi proizvođača se sastoje od prodaje gotovog proizvoda trgovcima po veleprodajnoj cijeni c_p i iznosi: $\sum_{i=1}^{m} c_p D_i(p_i, a_i, A)$. Ukupne troškove dijelimo na TDC_p (total direct cost) i $TIDC_p$ (total indirect cost). Ukupni direktni troškovi po jedinici vremena sastoje se od troškova proizvodnje, troškova transporta i troškova nabave sirovina.

Ako to prikažemo matematičkom formulom, dobijemo izraz:

$$TDC_p = \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A)\left(c_m + \phi_i + \sum_{j=1}^{l} M_j c_{rj}\right) \tag{1.2}$$

Izračun ukupnih indirektnih troškova nešto je kompliciraniji. Sastoji se od tri komponente: troškovi oglašavanja A, troškovi kompenzacije CC_i trgovcima unutar VMI sustava, te ukupnih troškova skladištenja TIC. Kada zbrojimo sve indirektne troškove, dobijemo:

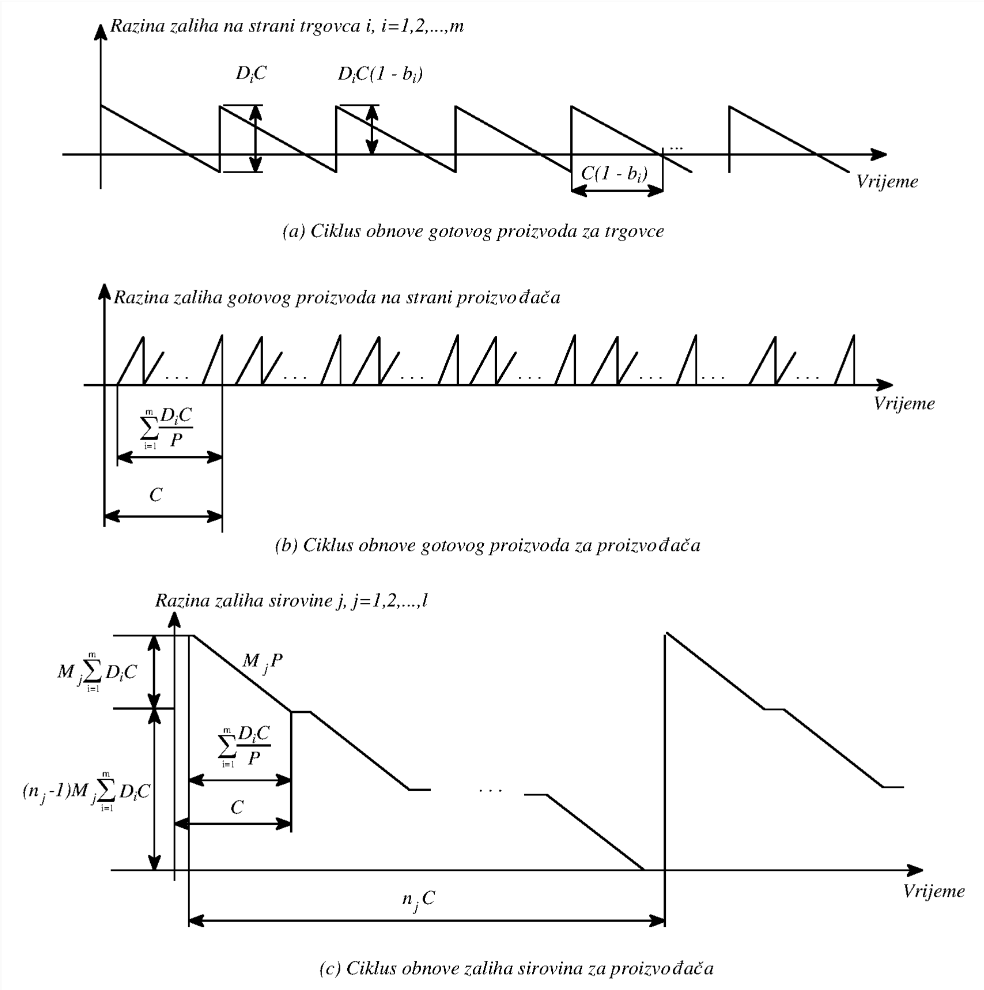
$$TIDC_p = \sum_{i=1}^{m} CC_i + TIC + A \tag{1.3}$$

Prvi član u izrazu (1.3) je trošak kompenzacije proizvođača trgovcu i u jedinici vremena:

$$CC_i = \frac{S_{bi}}{C} + \frac{D_i(p_i, a_i, A)(1 - b_i)^2 C}{2} H_{bi} + \frac{D_i(p_i, a_i, A) b_i^2 C}{2} L_{bi} - \zeta_i D_i(p_i, a_i, A) \tag{1.4}$$

Slika 1.1 prikazuje stanje zaliha za sve trgovce, te zalihe gotovih proizvoda i sirovina kod proizvođača. U VMI lancu opskrbe nije neobično da proizvođač odredi zajednički period nadopune za sve trgovce (Banerjee & Burton, 1994; Chakravarty & Goyal, 1986; Chen & Chen, 2005; Mitra & Chatterjee, 2004; Viswanathan & Piplani, 2001; Woo et al., 2001). Takvom uobičajenom politikom, uzimaju se u obzir troškovi narudžbe i držanja zaliha za trgovca i (prvi i drugi član u izrazu (1.4)). Nadalje, u obzir uzimamo troškove povrata narudžbe (treći izrazi u jednadžbi (1.4)). Kao što smo naglasili u poglavlju 1.1, trgovac i plaća samo iznos $\zeta_i D_i(p_i, a_i, A)$ (posljednji izraz u (1.4)) kao troškove skladištenja. Proizvođač se brine o narudžbama i razinama zaliha, te troškovima povrata robe za pojedinog trgovca pa mora i platiti troškove koji su posljedica toga.

Za izračun drugog člana u jednadžbi (1.4), sa slike 1.1a, ukupna razina zaliha trgovca i po zajedničkom periodu nadopune je $0.5 \times najveca\, razina\, zaliha \times (D_i(p_i, a_i, A)(1-b_i)C) \times vrijeme\, u\, kojem\, su\, zalihe\, postojale \times ((1 - b_i)C) = D_i(p_i, a_i, A)(1 - b_i)^2 C^2/2$



Slika 1.1: Razine zaliha sirovina i gotovog proizvoda.

Ako podijelimo ovaj izraz sa C, dobijemo $D_i(p_i, a_i, A)(1 - b_i)C/2$, odnosno prosječnu razinu zaliha ili razinu zaliha po jedinici vremena. Tako dobiveni izraz pomnožimo sa cijenom koju trgovac naplaćuje proizvođaču zbog postojanja zaliha (H_{bi}) i dobjemo drugi izraz u jednadžbi (1.4). Treći izraz dobijemo na sličan način. Izračun prvog i posljednjeg izraza u jednadžbi (1.4) je trivijalan.

Promotrimo sada drugi izraz u jednadžbi (1.3), tj. ukupne troškove skladištenja za proizvođača (TIC). Možemo ga podijeliti na trošak skladištenja gotovog proizvoda (TIC_p) i trošak skladištenja sirovina (TIC_r). Sa slike 1.1b vidimo da se trošak skladištenja gotovog proizvoda može izraziti kao:

$$TIC_p = \frac{1}{C}\left[S_p + H_p \sum_{i=1}^{m} \frac{D_i(p_i, a_i, A)^2 C^2}{2P}\right] \tag{1.5}$$

Kako bi se izračunao ukupni trošak skladištenja sirovina, treba prvo izraziti trošak skladištenja pojedine sirovine. Sa slike 1.1c vidimo da je ciklus nadopune za sirovinu j jednak $n_j C$. Dakle, troškove držanja sirovine j možemo izraziti kao:

$$\begin{aligned} HIC_{rj} &= H_{rj}\left[n_j \frac{M_j \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A)C \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i,a_i,A)C}{P}}{2} + \sum_{k}^{n_j-1}\left(kC \cdot M_j \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A)C\right)\right] \\ &= \frac{H_{rj} n_j M_j}{2P}\left(\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A)C\right)^2 + \frac{H_{rj} n_j (n_j - 1) M_j}{2} \sum_{i=1}^{m}\left(D_i(p_i, a_i, A)C^2\right) \end{aligned} \tag{1.6}$$

Tako dobivamo da je ukupni trošak skladištenja za sve sirovine po jedinici vremena jednak:

$$\begin{aligned} TIC_r &= \sum_{j=1}^{l} \frac{1}{n_j C}(S_{rj} + HIC_{rj}) \\ &= \frac{1}{C}\sum_{j=1}^{l}\frac{S_{rj}}{n_j} + \frac{C}{2} \times \sum_{j=1}^{l}\left[M_j H_{rj} \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A)\left(n_j - 1 + \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A)}{P}\right)\right] \end{aligned} \tag{1.7}$$

Prema prethodnoj analizi, ukupni trošak skladištenja za sve sirovine i gotovi proizvod za proizvođača iznosi:

$$\begin{aligned} TIC &= TIC_r + TIC_p \\ &= \frac{1}{C}\left[S_p + \sum_{j=1}^{l}\frac{S_{rj}}{n_j}\right] \\ &+ \frac{C}{2}\left[H_p \sum_{i=1}^{m}\frac{D_i(p_i, a_i, A)^2}{P} + \sum_{j=1}^{l} M_j H_{rj} \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A)\left(n_j - 1 + \frac{D_i(p_i, a_i, A)}{P}\right)\right] \end{aligned} \tag{1.8}$$

Ako uzmemo u obzir ukupne troškove proizvođača definiranih s (1.2) i (1.3), te njegov prihod ($\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A)c_p$), tada njegov neto profit možemo izraziti na slijedeći način:

$$NP_m(b_1, b_2, \dots, b_m, n_1, n_2, \dots, n_l, C, A, c_p) = \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A)c_p - TDC_p - TIDC_p \quad (1.9)$$

1.3 Model Stackelbergove igre

Do sada smo odredili funkcije neto profita (isplate igrača) za trgovca i i proizvođača (jednadžbe (1.1) i (1.9)). Sada možemo formulirati problem optimiziranja cijena, oglašavanja, te skladištenja kao model Stackelbergove igre:

$$\max NP_m(b_1, b_2, \dots, b_m, n_1, n_2, \dots, n_l, C, A, c_p) = \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A)c_p - TDC_p - TIDC_p \quad (1.10)$$

Uz ograničenja:

$$\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A)c_p \leq P \quad (1.11)$$

$$0 \leq b_i \leq 1, \quad i = 1, 2, ..., m, \quad (1.12)$$

$$n_j, \quad j = 1, 2, ..., l \text{ cijeli brojevi} \quad (1.13)$$

$$C, A, c_p \geq 0; \quad (1.14)$$

$$\max NP_{bi}(p_i, a_i) = (p_i - c_p - \zeta_i)D_i(p_i, a_i, A) - a_i, \quad i = 1, 2, ..., m \quad (1.15)$$

Uz ograničenja:

$$p_i > c_p + \zeta_i, i = 1, 2, ..., m \quad (1.16)$$

$$p_i, a_i \geq 0, i = 1, 2, ..., m \quad (1.17)$$

Jednadžbe (1.10) i (1.15) su funkcije cilja proizvođača, odnosno trgovaca; ograničenje (1.11) je ograničenje kapaciteta proizvodnje; ograničenja (1.12) objašnjavamo činjenicom da udio neizvršenih narudžbi može biti između 0 i 1.

Poglavlje 2

Analiza Stackelbergove ravnoteže

Ravnotežu ovako definirane Stackelbergove igre obično tražimo inverznom indukcijom. Prvo rješavamo problem sljedbenika (trgovaca) kako bismo dobili funkcije odgovora (reakcije) predvodnika (proizvođača) koje opisuju ishode igre ovisno o njegovim odlukama. Tada proizvođač donosi svoju odluku tako da maksimizira svoj neto profit uzimajući u obzir sve moguće reakcije trgovaca koje oni čine kako bi maksimizirali vlastiti profit. Za svaku odluku predvodnika, možemo odrediti optimalne odluke sljedbenika, ako uzmemo odluku predvodnika kao ulaznu varijablu. Konačno, predvodnik identificira svoju optimalnu odluku koja će mu donijeti maksimalni profit, uz pretpostavku da će sljedbenici maksimizirati vlastiti profit kada dođu na red za odlučivanje.

Procedura inverzne indukcije za pronalaženje ravnoteže Stackelbergove igre je složena iz razloga što je više sljedbenika (trgovaca) uključeno u igru pa je i broj mogućih odluka velik. Na sreću, možemo pristupiti rješavanju ovog problema analitički. To će uvelike pojednostavniti algoritam pronalaženja rješenja ovakve Stackelbergove igre.

2.1 Najbolji odaziv trgovca

Ako proizvođač i ne može zadovoljiti uvjet $p_i > c_p + \zeta_i$, tada nužno mora trpiti gubitke (negativni neto profit) u lancu opskrbe, zbog čega će napustiti ovako definiran sustav. Sljedeća rasprava će ignorirati takvu mogućnost.

Derivirajmo (1.15) po a_i. Dobijemo:

$$\frac{\partial NP_{bi}(p_i, a_i)}{\partial a_i} = (p_i - c_p - \zeta_i)\frac{\partial D_i(p_i, a_i, A)}{\partial a_i} - 1, \quad i = 1, 2, ..., m \tag{2.1}$$

Rješavanjem jednadžbe $\frac{\partial NP_{bi}(p_i,a_i)}{\partial a_i} = 0$ pronalazimo stacionarne točke. Obzirom da je $D_i(p_i, a_i, A)$ rastuća i konkavna u varijabli a_i, postoji samo jedna kritična točka i u njoj se postiže maksimum. Može se dobiti kao vrijednost funkcije od (p_i, A). Pišemo:

$$a_i^* = a_i^*(p_i, A) \tag{2.2}$$

Izračunajmo sada prvu derivaciju od $NP_{bi}(p_i, a_i^*)$ po varijabli p_i i izjednačimo ju s 0. Dobijemo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial NP_{bi}(p_i, a_i^*)}{\partial p_i} &= D_i(p_i, a_i^*, A) + (p_i - c_p - \zeta_i) \\ &\left(\frac{\partial D_i(p_i, a_i^*, A)}{\partial p_i} + \frac{\partial D_i(p_i, a_i, A)}{\partial a_i} \frac{\partial a_i^*(p_i, A)}{\partial p_i}\bigg|_{a_i = a_i^*(p_i, A)} \right) = 0 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Rješavajući jednadžbu (2.3) dobijemo optimalni p_i^*. Ukoliko dobijemo više stacionarnih točaka, biramo onu koja maksimizira $NP_{bi}(p_i, a_i^*)$. Kritične točke možemo izračunati analitički ili numerički pomoću brojnih matematičkih software-a. U praksi uvijek možemo pronaći stacionarnu točku. Nemogućnost pronalaženja stacionarne točke bi značilo da je $NP_{bi}(p_i, a_i^*)$ monotona funkcija u varijabli p_i. U tom slučaju $NP_{bi}(p_i, a_i^*)$ bi postizala svoj maksimum u 0 ili u beskonačnosti, što ne bi imalo nikakvog praktičnog smisla. Štoviše, obično postoji samo jedna stacionarna točka koja je optimalno rješenje.

Jednadžbe (2.2) i (2.3) su funkcije najboljeg odaziva trgovca i uz danu funkciju potražnje $D_i(p_i, a_i, A)$ koju ćemo shvatiti kao ograničenje u procesu odlučivanja proizvođača.

2.2 Problem odlučivanja proizvođača

Proizvođač odlučuje o svom optimalnom ciklusu nadopune C, veleprodajnoj cijeni c_p, oglašavanju A i udjelu neisporučenih pošiljki b_i $i = 1, 2, ..., m$ za gotovi proizvod, te faktoru ciklusa nadopune n_j $j = 1, 2, ..., l$ za pojedinu sirovinu, a u svrhu maksimizacije vlastiog neto profita u skladu sa ograničenjima (1.11) - (1.14), te u skladu sa funkcijama najboljeg odaziva trgovaca. Stoga, problem odlučivanja proizvođača možemo formulirati na sljedeći način:

$$\begin{aligned} \max\ & NP_m(b_1, b_2, ..., b_m, n_1, n_2, ..., n_l, C, A, c_p) \\ &= \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)c_p - TDC_p - TIDC_p \end{aligned} \tag{2.4}$$

Uz uvjete:

$$\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A) \leq P \tag{2.5}$$

i ograničenja (1.12) - (1.14), (2.2) i (2.3), kako bismo odredili p_i^*.

Kako je druga derivacija od (2.4) obzirom na b_i

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 NP_m(b_1, b_2, ..., b_m, n_1, n_2, ..., n_l, C, A, c_p)}{\partial b_i^2} &= \\ = -C \cdot D_i(p_i^*, a_i^*, A)(H_{bi} + L_{bi}) &< 0.\end{aligned} \tag{2.6}$$

Dobili smo da je $NP_m(b_1, b_2, ..., b_m, n_1, n_2, ..., n_l, C, A, c_p)$ konkavna funkcija od b_i, za bilo koje unaprijed određene $b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_{i+1}, ..., b_m, n_1, n_2, ..., n_l, C, A$ i c_p. Rješavanjem jednadžbe $\frac{\partial NP_m(b_1,b_2,...,b_m,n_1,n_2,...,n_l,C,A,c_p)}{\partial b_i} = 0$, dobijemo izraz za optimalni b_i:

$$\frac{\partial NP_m(b_1, b_2, ..., b_m, n_1, n_2, ..., n_l, C, A, c_p)}{\partial b_i} = 0$$

$$\frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i, a_i, A)c_p - TDC_p - TIDC_p\right)}{\partial b_i} = 0$$

Prva dva člana ne ovise o b_i pa su njihove derivacije jednake 0. Ostaje dakle:

$$\frac{\partial TDC_p}{\partial b_i} = \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{m} CC_i + TIC + A\right)}{\partial b_i} = 0$$

Članovi TIC i A ne ovise o b_i pa su njihove derivacije jednake 0.

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{m} CC_i}{\partial b_i} = 0$$

Odnosno, za svakog trgovca i treba vrijediti:

$$\frac{\partial CC_i}{\partial b_i} = 0$$

$$\frac{\partial CC_i}{\partial b_i} = \frac{\partial \left(\frac{S_{bi}}{C} + \frac{D_i(p_i,a_i,A)(1-b_i)^2 C}{2} H_{bi} + \frac{D_i(p_i,a_i,A)b_i^2 C}{2} L_{bi} - \zeta_i D_i(p_i, a_i, A)\right)}{\partial b_i} = 0$$

Prvi i posljednji član ne ovise o b_i pa je i njihova derivacija jednaka 0.

$$\frac{\partial\left(\frac{D_i(p_i,a_i,A)(1-b_i)^2C}{2}H_{bi}+\frac{D_i(p_i,a_i,A)b_i^2C}{2}L_{bi}\right)}{\partial b_i}=0$$
$$-\frac{2D_i(p_i,a_i,A)(1-b_i)CH_{bi}}{2}+\frac{2D_i(p_i,a_i,A)b_iCL_{bi}}{2}=0$$

Nakon kraćenja:

$$\begin{aligned}b_iL_{bi}-(1-b_i)H_{bi}&=0\\ b_iL_{bi}-H_{bi}+H_{bi}b_i&=0\\ b_i(L_{bi}+H_{bi})&=H_{bi}\\ b_i^*=\frac{H_{bi}}{H_{bi}+L_{bi}},\quad i&=1,2,...,m.\end{aligned}\tag{2.7}$$

Uvrstimo sada rezultat (2.7) u (2.4). Sada imamo:

$$\begin{aligned}&NP_m(n_1,n_2,...,n_l,C,A,c_p)\\ &\quad=\sum_{i=1}^{m}D_i(p_i^*,a_i^*,A)(c_p+\zeta_i)\\ &\quad-\sum_{i=1}^{m}D_i(p_i^*,a_i^*,A)\left(c_m+\phi_i+\sum_{j=1}^{l}M_jc_{rj}\right)\\ &\quad-\frac{1}{C}\left[S_p+\sum_{i=1}^{m}S_{bi}+\sum_{j=1}^{l}\frac{S_{rj}}{n_j}\right]\\ &\quad-\frac{C}{2}\Bigg[H_p\sum_{i=1}^{m}\frac{D_i(p_i^*,a_i^*,A)^2}{P}+\sum_{i=1}^{m}\frac{D_i(p_i^*,a_i^*,A)L_{bi}H_{bi}}{L_{bi}+H_{bi}}\\ &\quad+\sum_{j=1}^{l}M_jH_{rj}\sum_{i=1}^{m}D_i(p_i^*,a_i^*,A)\left(n_j-1+\frac{\sum_{i=1}^{m}D_i(p_i^*,a_i^*,A)}{P}\right)\Bigg]-A.\end{aligned}\tag{2.8}$$

Druga derivacija od (2.8) po C je

$$\frac{\partial^2 NP_m(n_1,n_2,...,n_l,C,A,c_p)}{\partial C^2} = -\frac{2}{C^3}\left[S_p + \sum_{i=1}^{m} S_{bi} + \sum_{j=1}^{l} \frac{S_{rj}}{n_j}\right] < 0 \tag{2.9}$$

Stoga je $NP_m(n_1,n_2,...,n_l,C,A,c_p)$ konkavna funkcija od C za bilo koji dani $n_1,n_2,...,n_l$, A i c_p.

Definiramo:

$$H := \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*,a_i^*,A)}\left[\frac{H_p \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*,a_i^*,A)^2}{P} + \sum_{i=1}^{m} \frac{D_i(p_i^*,a_i^*,A)L_{bi}H_{bi}}{L_{bi}+H_{bi}}\right.$$
$$\left. + \sum_{j=1}^{l}\left[M_j H_{rj}\left(n_j - 1 + \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*,a_i^*,A)}{P}\right)\right]\right]$$

Iz $\frac{\partial NP_m(n_1,n_2,...,n_l,C,A,c_p)}{\partial C} = 0$ možemo odrediti optimalnu vrijednost C^*:
Prvi, drugi i posljednji član iz (2.8) ne ovise o C pa su njihove derivacije jednake 0.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\left(-\frac{1}{C}\left[S_p + \sum_{i=1}^{m} S_{bi} + \sum_{j=1}^{l}\frac{S_{rj}}{n_j}\right] - \frac{C}{2}H\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*,a_i^*,A)\right)}{\partial C} = 0\\
&\frac{1}{C^2}\left[S_p + \sum_{i=1}^{m} S_{bi} + \sum_{j=1}^{l}\frac{S_{rj}}{n_j}\right] - \frac{1}{2}H\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*,a_i^*,A) = 0\\
&\frac{S_p + \sum_{i=1}^{m} S_{bi} + \sum_{j=1}^{l}\frac{S_{rj}}{n_j}}{C^2} = \frac{H\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*,a_i^*,A)}{2}\\
&C^2 = \frac{2\left(s_p + \sum_{i=1}^{m} S_{bi} + \sum_{j=1}^{l}\frac{S_{rj}}{n_j}\right)}{H\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*,a_i^*,A)}\\
&C^* = \sqrt{\frac{2\left(s_p + \sum_{i=1}^{m} S_{bi} + \sum_{j=1}^{l}\frac{S_{rj}}{n_j}\right)}{H\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*,a_i^*,A)}}
\end{aligned}\tag{2.10}$$

Uvrštavanjem (2.10) u (2.8), proizvođačeva funkcija neto profiti postaje funkcija varijabli $n_1,n_2,...,n_l,A$ i c_p:

$$
\begin{aligned}
NP_m(n_1, n_2, ..., n_l, A, c_p) \\
&= \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)(c_p + \zeta_i) \\
&- \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)\left(c_m + \phi_i + \sum_{j=1}^{l} M_j c_{rj}\right) - A \\
&- \sqrt{2H \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)\left(S_p + \sum_{i=1}^{m} S_{bi} + \sum_{j=1}^{l} \frac{S_{rj}}{n_j}\right)}.
\end{aligned}
\tag{2.11}
$$

Za sve fiksne A i c_p, optimalne vrijednosti od n_j $j = 1, 2, ..., l$, koje maksimiziraju (2.11), zadovoljavaju:

$$
\begin{cases}
n_j^* = 1, & \text{ako } V + \sum_{k=1,k\neq j}^{l} M_k H_{rk} n_k \leq 0 \\
n_j^*(n_j^* - 1) < \left(V + \sum_{k=1,k\neq j}^{l} M_k H_{rk} n_k\right) \leq n_j^*(n_j^* + 1), & \text{inače}
\end{cases}
\tag{2.12}
$$

gdje je

$$
\begin{aligned}
T &= S_p + \textstyle\sum_{i=1}^{m} S_{bi}\ , \\
V &= \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)} \left[H_p \sum_{i=1}^{m} \frac{D_i(p_i^*, a_i^*, A)^2}{P} + \sum_{i=1}^{m} \frac{D_i(p_i^*, a_i^*, A) L_{bi} H_{bi}}{L_{bi} + H_{bi}}\right] - \sum_{k=1}^{l} \left[M_k H_{rk}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)}{P}\right)\right]
\end{aligned}
$$

Na temelju gornje analize, problem proizvođača možemo pojednostavniti na sljedeći model za bilo koje dane $(n_1, n_2, ..., n_l)$:

$$
\begin{aligned}
\max \quad NP_m(A, c_p) \\
&= \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)(c_p + \zeta_i) \\
&- \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)\left(c_m + \phi_i + \sum_{j=1}^{l} M_j c_{rj}\right) \\
&- A - \sqrt{2H \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)\left(S_p + \sum_{i=1}^{m} S_{bi} + \sum_{j=1}^{l} \frac{S_{rj}}{n_j}\right)}
\end{aligned}
\tag{2.13}
$$

Uz uvjete:

$$\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A) \leq P \tag{2.14}$$

$$c_p, A \geq 0. \tag{2.15}$$

Primijetimo da su ostale samo dvije varijable $(A, c_p\ )$, te da je funkcija $NP_m(A, c_p)$ neprekidna. Sada možemo iskoristiti Kuhn-Tuckerove uvjete optimalnosti za računanje optimalnog rješenja.

Neka je λ Lagrangeov multiplikator, Lagrangeova funkcija L_m može se iskazati na slijedeći način:

$$\max \quad L_m(A, c_p, \lambda) = NP_m(A, c_p) + \lambda \left(P - \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A) \right). \tag{2.16}$$

Tada Kuhn-Tuckerovi uvjeti za ovaj model glase:

$$\begin{aligned} \frac{\partial NP_m(A, c_p)}{\partial A} - \lambda \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)}{\partial A} &= 0, \\ \frac{\partial NP_m(A, c_p)}{\partial c_p} - \lambda \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)}{\partial c_p} &= 0, \\ \lambda \left(P - \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A) \right) &= 0. \end{aligned} \tag{2.17}$$

Za $\lambda = 0$, imamo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial NP_m(A, c_p)}{\partial A} &= 0 \\ \frac{\partial NP_m(A, c_p)}{\partial c_p} &= 0 \end{aligned} \tag{2.18}$$

iz čega izračunamo kritične točke c_p i A.

Za $\lambda>0$, pripadajuću stacionarnu točku c_p, A, te λ dobijemo iz sustava:

$$\begin{aligned} \frac{\partial NP_m(A, c_p)}{\partial A} - \lambda \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)}{\partial A} &= 0, \\ \frac{\partial NP_m(A, c_p)}{\partial c_p} - \lambda \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A)}{\partial c_p} &= 0, \\ \sum_{i=1}^{m} D_i(p_i^*, a_i^*, A) &= P. \end{aligned} \tag{2.19}$$

Sada usporedbom vrijednosti funkcije cilja za sve dobivene parove c_p, A, možemo odrediti optimalne c_p, odnosno A za bilo koji dani $n_1, n_2, ..., n_l$ tako da odaberemo onaj par za koji je funkcija cilja NP_m najveća.

Iz gornje analize vidimo da možemo dobiti maksimum od NP_m nabrajajući $n_1, n_2, ..., n_l$ koji zadovoljavaju (2.12). Kako bismo zadržali efikasnost ovog algoritma, pretpostavljamo da faktor obnove sirovine j nije veći od 10, za sve $j = 1, 2, ..., l$. $0<n_j \leq 10$ je razumna pretpostavka.

Možemo zaključiti da je Stackelbergova ravnoteža postignuta zadovoljavanjem svih uvjeta optimalnosti ((2.2),(2.3),(2.7),(2.10),(2.12) i (2.17)) za bilo koju funkciju potražnje $D_i(p_i, a_i, A)$. U poglavlju 2.3 ćemo dati algoritam za traženje ravnoteže.

2.3 Algoritam za računanje ravnoteže

Prethodnu analizu možemo sažeti u sljedeći algoritam za pronalaženje ravnotežne točke Stackelbergove igre definirane za VMI lanac opskrbe sa jednim proizvođačem i više trgovaca.

Korak 1

Inicijalizacija:

Postavimo $n_1 = n_2 = ... = n_l = 1$

Zadajmo gornju granicu (označimo ju sa n_{max}) za n_j, j=1,2,...,l

Postavi $j = 1$

Funkcija $D_i(p_i, a_i, A)$ je dana

Korak 2

Računanje optimalnih c_p, A za zadane $(n_1, n_2, ..., n_l)$:

Korak 2. 1

Izračunaj optimalne c_p, A za $(n_1, n_2, ..., n_l)$ pomoću (2.18) za $\lambda = 0$, odnosno (2.19) za λ>0, pomoću software-a Mathematica

Korak 2. 2

Sa dobivenim c_p, A izračunaj neto profiti pomoću (2.11) i usporedi ih za dane $(n_1, n_2, ..., n_l)$ i $\lambda = 0$, odnosno λ>0

Korak 2. 3

c_p i A koji daju najveću neto profit postavi za optimalne c_p i A uz trenutne $(n_1, n_2, ..., n_l)$

Korak 3

Određivanje optimalnih $(n_1^*, n_2^*, ..., n_l^*)$, c_p^* i A^*

Korak 3. 1

Ako $(n_1, n_2, ..., n_l)$ zadovoljava (2.12), postavimo trenutni $(n_1, n_2, ..., n_l)$ kao optimalni $(n_1^*, n_2^*, ..., n_l^*)$, pripadajući $c_p^* := c_p$, te $A^* := A$

Inače idi na Korak 3.2

Korak 3. 2

Ako $(n_1, n_2, ..., n_l)$ ne zadovoljava (2.12):

$n_j = n_j + 1$ (ako $n_j < n_{max}$)

$j = j + 1$, $n_j = n_j + 1$ (ako $n_j = n_{max}$ i $j < l$)

Inače idi na Korak 3.3

Korak 3. 3

Ako $n_j = n_{max}$ & $j = l$

Postavi $n_{max} = n_{max} + 1$

Korak 4

Izračunaj optimalni b_i^* $i = 1, 2, ..., m$ i C^* pomoću (2.7) odnosno (2.10).

Korak 5

Izračunaj optimalne vrijednosti za a_i^*, p_i^* $i = 1, 2, ..., m$ pomoću (2.2), odnosno (2.3).

Korak 6

Izračunaj optimalni NP^*_{bi} uvrštavajući optimalne a^*_i, p^*_i u (1.1) kako bi dobio maximalni profit za trgovca i $i = 1, 2, ..., m$

Izvršavanjem gornjeg algoritma, dobit ćemo optimalno rješenje (ravnotežu) a^*_i, p^*_i iz Koraka 5; b^*_i $i = 1, 2, ..., m$ i C^* iz Koraka 4; n^*_i $j = 1, 2, ..., l, c^*_p$ i A^* iz Koraka 3.1; Neto profiti trgovaca i proizvođača NP^*_{bi}, odnosno NP^*_m iz Koraka 3.1, odnosno Koraka 6.

Poglavlje 3

Slučaj Cobb-Douglasove funkcije potražnje

3.1 Cobb-Douglasova funkcija potražnje

Za daljnju analizu našeg modela i algoritma za računanje ravnoteže, uzmimo Cobb-Douglasovu funkciju potražnje kao primjer za testiranje modela.

Cobb-Douglasovu funkciju definiramo sa $f = \Pi_{i=1}^{n} x_i^{\epsilon_i}$. Ona predstavlja odnos između izlazne varijable (f) obzirom na inpute (x_i) uz dane elastičnosti ϵ_i $i = 1, 2, ..., n$. Ovakvu funkciju potražnje predložio je Knut Wicksell (1851-1926), a statistički su je provjerili Cobb i Douglas (1928). Cobb-Douglasova funckija potražnje/proizvodnje je neprekidna, konveksna/konkavna i ima konstantnu elastičnost. Konstantna elastičnost pretpostavlja da se vrijednost funkcije mijenja relativno s promjenom inputa, a ne apsolutno. Često se koristi u ekonomiji. Npr. Goyal i Gunasekaran (1995) pretpostavljaju da je potražnja za gotovim proizvodom funkcija cijene gotovog proizvoda (p) i koliko puta je proizvod oglašavan (A), odnosno matematički:

$$D = K \frac{A^{e_A}}{p^{e_p}} \tag{3.1}$$

gdje je K pozitivna konstanta; e_A i e_p su elastičnost oglašavanja, odnosno cijena. Funkcija potražnje je u Cobb-Douglasovom obliku, ali A je definiran kao broj koliko puta je proizvod oglašen (cijeli broj), a ne kao trošak oglašavanja (neprekidna varijabla). Pretpostavka ovakve funkcije je da nema razlika između dva odvojena ulaganja u oglašavanje.

U ovom radu, potražnja za proizvodom trgovca i, $D_i(p_i, a_i, A)$ $i = 1, 2, ..., m$ ovisi o maloprodajnoj cijeni p_i, oglašavanju proizvođača A, te oglašavanju trgovca i (a_i). Odnos između potražnje $D_i(p_i, a_i, A)$ i p_i,A i a_i možemo prikazati jednadžbom:

$$D_i(p_i, a_i, A) = K_i \frac{a_i^{\alpha_i} A^{\beta_i}}{p_i^{\rho_i}}, \ i = 1, 2, ..., m \tag{3.2}$$

gdje je K_i pozitivna konstanta koja predstavlja udio trgovca i na tržištu; α_i, β_i i ρ_i predstavljaju elastičnost parametara a_i, A i p_i.

U (3.2) razlikujemo oglašavanje A i a_i $i = 1, 2, ..., m$. Jasno je da će promocija proizvođača imati utjecaja na nacionalnoj razini. Ta promocija će potaknuti kupce da smatraju proizvod brendom, te će povećati prepoznatljivost proizvoda. Oglašavanje trgovaca pak utječe na navike kupovanja korisnika proizvoda (Huang & Li, 2001). Obzirom na to da oglašavanje proizvođača i trgovaca na različit način utječe na korisnike, ima smisla promatrati ta dva utjecaja na potražnju $D_i(p_, a_i, A)$ posebno. Štoviše, različita tržišta trgovaca imaju i različite karakteristike pa su i utjecaji oglašavanja na različitim tržištima različiti čak i uz jednake oblike oglašavanja. Kombinacija karakteristika različitih tržišta, te različite namjere proizvođača i trgovaca daju nam različite α_i, β_i i ρ_i, $i = 1, 2, ..., m$. Njihove vrijednosti su nezavisne od vrijednosti a_i, A i p_i, što je također važno svojstvo Cobb-Douglasove funkcije. Pretpostavka je da su $a_i, A>0$, što znači da i proizvođač i trgovci moraju uložiti nešto u oglašavanje ukoliko žele da proizvod bude vidljiv na tržištu.

Prema definiciji Cobb-Douglasove funkcije α_i, β_i i ρ_i predstavljaju elastičnost potražnje u odnosu na a_i, A i p_i. Na primjer, $\alpha_i = \frac{\partial D_i(p_i,a_i,A)}{\partial a_i} \frac{a_i}{D_i(p_i,a_i,A)}$, što u prijevodu znači da će jedan postotak promjene varijable a_i donijeti α_i postotnu promjenu u potražnji $D_i(p_i, a_i, A)$.

Po definiciji, $D_i(p_i, a_i, A)$ je rastuća i konkavna funkcija od a_i, tj:

$$\frac{\partial D_i(p_i, a_i, A)}{\partial a_i} = \alpha_i K_i \frac{a_i^{\alpha_i - 1} A^{\beta_i}}{p_i^{\rho_i}} > 0, \tag{3.3}$$

$$\frac{\partial^2 D_i(p_i, a_i, A)}{\partial a_i^2} = \alpha_i(\alpha_i - 1) K_i \frac{a_i^{\alpha_i - 2} A^{\beta_i}}{p_i^{\rho_i}} < 0. \tag{3.4}$$

Iz toga možemo zaključiti da je $0<\alpha_i<1$. Slično dobijemo $0<\beta_i<1$ (jer je $D_i(p_i, a_i, A)$ rastuća i konkavna funkcija od A) i $\rho_i>0$ (jer je $D_i(p_i, a_i, A)$ rastuća i konkavna funkcija od A).

3.2 Stackelbergova ravnoteža

Zamijenimo sada $D_i(p_i, a_i, A)$ u (1.15) sa (3.2). Dobijemo:

$$NP_{bi}(p_i, a_i) = (p_i - c_p - \zeta_i)K_i \frac{a_i^{\alpha_i} A^{\beta_i}}{p_i^{\rho_i}} - a_i,\ i = 1, 2, ..., m. \tag{3.5}$$

Iz (3.5) vidimo da $D_i(p_i, a_i, A)$ mora biti konveksna ili konkavna ($0<\alpha_i<1$, $0<\beta_i<1$, te $\rho_i>0$ za funkciju potražnje (3.2)). Ukoliko $D_i(p_i, a_i, A)$ narušava pretpostavku da je rastuća i konkavna funkcija od a_i (iz (3.3) i (3.4) znamo da je potražnja rastuća i konkavna funkcija od a_i ako i samo ako je $0<\alpha_i<1$), tada je $\alpha_i \leq 0$ ili $\alpha_i \geq 1$. Maksimum funkcije $NP_{bi}(p_i, a_i)$ tada se postiže za $a_i = 0$ ako je $\alpha_i \leq 0$, odnosno za $a_i = +\infty$ ako je $\alpha_i>1$, ili $\alpha_i = 1$ uz $((p_i - c_p - \zeta_i)K_i A^{\beta_i} p_i^{-\rho_i}>1)$. Ova dva rezultata u praksi nemaju smisla, što potvrđuje naše pretpostavke iz Poglavlja 3.1.

Uvrstimo li derivaciju Cobb-Douglasove funkcije potražnje u (2.1) i izjednačimo s nulom, dobijemo:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial NP_{bi}(p_i, a_i)}{\partial a_i} &= \alpha_i(p_i - c_p - \zeta_i)K_i a_i^{\alpha_i - 1} A^{\beta_i} p_i^{-\rho_i} - 1 = 0, \quad i = 1, 2, ..., m \\
a_i^{\alpha_i - 1} &= \frac{1}{\alpha_i(p_i - c_p - \zeta_i)K_i A^{\beta_i} p_i^{-\rho_i}} = \left[\alpha_i(p_i - c_p - \zeta_i)K_i A^{\beta_i}\right]^{-1} p_i^{\rho_i}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

odakle računamo

$$a_i^* = \left[\alpha_i \left(p_i - c_p - \zeta_i\right) K_i A^{\beta_i}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_i}} p_i^{-\frac{\rho_i}{1-\alpha_i}}, \quad i = 1, 2, ..., m \tag{3.7}$$

Deriviranjem (3.5) i izjednačavanjem s 0, dobivamo jedinstvenu stacionarnu točku, odnosno optimalni p_i

$$\begin{aligned}
\frac{\partial NP_{bi}(p_i, a_i(p_i))}{\partial p_i} &= 0 \\
\frac{\partial \left(K_i a_i^{\alpha_i} A^{\beta_i} p^{1-\rho_i} - (c_p + \zeta_i)K_i a_i^{\alpha_i} A^{\beta_i} p_i^{-\rho_i} - a_i\right)}{\partial p_i} &= 0 \\
K_i a_i^{\alpha_i} A^{\beta_i} \left[(1 - \rho_i)p_i^{-\rho_i} + \rho_i(c_p + \zeta_i)p_i^{-1-\rho_i}\right] &= 0
\end{aligned}$$

dijelimo s $K_i a_i^{\alpha_i} A^{\beta_i}$, množimo s $p_i^{\rho_i}$ i prebacimo

$$\rho_i(c_p + \zeta_i)p_i^{-1} = (\rho_i - 1)$$

Odavde lako čitamo da je optimalni p_i

$$p_i^* = \frac{(c_p + \zeta_i)\rho_i}{(\rho_i - 1)}, \quad i = 1, 2, ..., m \tag{3.8}$$

Uvrštavanjem (3.8) u (3.7), imamo

$$a_i^* = \left[\alpha_i\left(\frac{(c_p+\zeta_i)\rho_i}{\rho_i-1}-c_p-\zeta_i\right)K_iA^{\beta_i}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_i}}\left(\frac{(c_p+\zeta_i)\rho_i}{\rho_i-1}\right)^{-\frac{\rho_i}{1-\alpha_i}}, \quad i=1,2,...,m \tag{3.9}$$

Jednadžbe (3.8) i (3.9) su funkcije najboljeg odaziva trgovaca. Njihovim uvrštavanjem u (3.5) dobivamo i optimalni neto profit trgovca i:

$$NP_{bi}^* = (p_i^*-c_p-\zeta_i)K_i(a_i^*)^{\alpha_i}A^{\beta_i}(p_i^*)^{-\rho_i}-a_i^*,\ i=1,2,...,m. \tag{3.10}$$

za bilo koju danu razinu oglašavanja proizvođača (A).

Prema (3.8), ako je $0<\rho_i\leq 1$, onda je optimalni p_i negativan. Obzirom da p_i predstavlja cijenu proizvoda u trgovini i, nema smisla promatrati takve vrijednosti p_i. Zato stavljamo ograničenje $\rho_i>1$.

Sada je možemo dobiti proizvođačeve optimalne odluke za b_i^* $i=1,2,...,m$, C^*, n_j^* $j=1,...,l$, A^*, te c_p^* iz jednadžbi (2.7), (2.10), (2.12) i (2.17), uvrštavanjem dobivenih a_i^*, odnosno p_i^*. Stackelbergovu ravnotežu dobijemo pomoću algoritma iskazanog u Poglavlju 2.3.

Poglavlje 4

Numerički primjer

Parametri	Vrijednosti
m	3
l	2
K_i	350
α_i	0.43
β_i	0.39
ρ_i	1.3
H_{bi}	12
H_p	4
H_{ri}	2
L_{bi}	500
S_{bi}	100
S_p	200
S_{rj}	500
M_j	1.1
c_m	20
c_{rj}	20
P	50,000
ϕ_i	10
ζ_i	8

Tablica 4.1: Vrijednosti ulaznih parametara

U ovom poglavlju predstavljamo numeričku analizu jednog primjera. Obzirom da je primarna svrha ovog numeričkog primjera pronaći Stackelbergovu ravnotežu pomoću prethodno predstavljenog algoritma, ulazne parametre treba postaviti pažljivo. To ćemo uraditi referirajući se na rezultate drugih istraživača (Lee, So, & Tang, 2000; Woo et al., 2001), te uzimajući u obzir neka svojstva Cobb-Douglasove funkcije (3.5) koja se uglavnom koristi u praksi lanaca opskrbe. Druge pretpostavke smo također uzeli u obzir. Npr. trošak držanja po jedinici gotovog prozivoda trebao bi biti veći na strani trgovca nego na strani proizvođača. Trošak neisporučene jedinice proizvoda bi trebao biti veći od troška držanja jedinice proizvoda (Lee et al., 2000; Woo et al. 2001). Prametri funkcije potražnje bi trebali biti unutar intervala danih u Poglavlju 3.1. nakon ovih razmatranja, u Tablici 4.1 dane su vrijednosti ulaznih parametara.

Promatramo slučaj sa tri trgovca i dvije sirovine. Jedinica vremena je jedna godina, dok je valuta američki dolar. Optimalne odluke proizvođača i trgovaca, zajedno sa analizom osjetljivosti, dane su u Tablici 4.2. Optimalne odluke koje odgovaraju ulaznim parametrima iz Tablice 4.1 nalaze se u prvom retku Tablice 4.2.

Analizu osjetljivosti smo proveli za parametre iz tri skupine: parametre vezane uz tržište $(\alpha_i, \beta_i, \rho_i, K_i)$, parametre vezane u sirovine $(c_{rj}, H_{rj}, c_m, S_{rj})$, te ostale parametre $(P, L_{bi}, S_{bi}, H_p, S_p)$.

Iz rezultata u Tablici 4.2 u početnom slučaju možemo vidjeti da je potražnja svakog trgovca zaokružena na 9084, odnosno ukupna potražnja trgovaca za proizvodom iznosi 27,252 što je manje od 50,000, koliko iznosi kapacitet proizvođača. Isto vrijedi i za ostale retke tablice.

4.1 Analiza osjetljivosti tržišnih parametara

Promotrimo elastičnost oglašavanja trgovaca α_i. Sa Slike 4.1d, vidimo da svi profitiraju dramatično porastom parametra α_i. Pretpostavimo da α_i poraste sa 0.41 na 0.43. Tada, su proizvodni kapaciteti proizvođača i dalje dovoljni da zadovolje potražnju, a neto profit proizvođača poraste sa 2.42×10^5 na 1.21×10^6, što je porast od 398.18%. Neto profit trgovaca se poveća sa 7.25×10^5 na 3.74×10^6, što je porast od 415.43%. Ovakvi porasti u neto profitu su posljedica djelovanja više faktora. Porastom α_i se poveća i potražnja proizvoda kod svakog trgovca sa 1650 na 9084, odnosno potražnja se poveća za 450.55% uz malo smanjenje u maloprodajnoj, odnosno veleprodajnoj cijeni. Veleprodajna cijena se smanjuje sa 215.52 na 208.60, odnosno tek 3.21%, dok svaki trgovac smanjuje maloprodajnu cijenu sa 968.57 na 938.64, odnosno 3.09%.

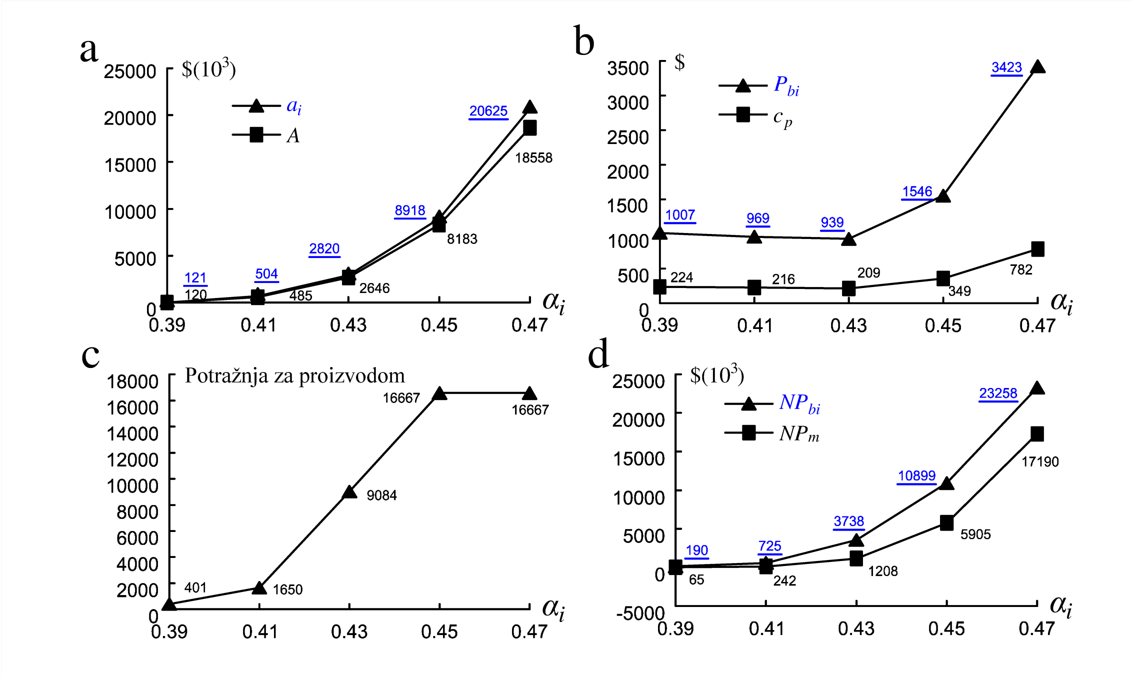
Daljnjim povećavanjem α_i možemo ostvariti znatno veće neto profite, čak i u slučaju kada su proizvodni kapaciteti popunjeni. Npr., porastom α_i sa 0.41 na 0.43 (u tom slučaju imamo viška proizvodnih kapaciteta za oba α_i) neto profit proizvođača raste sa 2.42×10^5

Parametar	Vrijednost	$a_i^*(10^6)$	p_i^*	$b_i^*(10^{-2})$	$A^*(10^6)$	$C^*(10^{-2})$	(n_1^*, n_2^*)	c_p^*	D_i^*	$NP_{bi}^*(10^6)$	$\Delta NP_{bi}(\%)$	$NP_m^*(10^6)$	$\Delta NP_m(\%)$
Početni slučaj	-	2.82	938.61	2.34	2.65	6.18	(2,2)	208.60	9084	3.74	-	1.21	-
α_i	0.41	0.50	968.57	2.34	0.48	15.56	(2,2)	215.52	1650	0.73	-80.60	0.24	-79.93
	0.45	8.92	1545.73	2.34	8.18	4.28	(2,2)	348.71	16,667	10.90	191.55	5.91	388.97
β_i	0.37	0.58	945.99	2.34	0.51	14.70	(2,2)	210.31	1842	0.76	-79.57	0.27	-77.58
	0.41	8.33	1511.51	2.34	8.22	4.28	(2,2)	340.81	16,667	11.05	195.46	5.47	353.31
ρ_i	1.2	22.63	3789.49	2.34	15.99	4.28	(2,2)	623.58	16,667	30.00	702.47	11.84	880.18
	1.4	0.14	644.91	2.34	0.16	23.88	(2,2)	176.26	714	0.19	-94.98	0.07	-94.28
K_i	300	1.19	941.71	2.34	1.12	10.00	(2,2)	209.32	3824	1.58	-57.76	0.51	-58.05
	400	5.44	987.33	2.34	5.11	4.28	(2,2)	219.85	16,667	7.22	93.00	2.54	110.20
ζ_i	6	2.82	938.61	2.34	2.65	6.18	(2,2)	210.60	9084	3.74	0.00	1.21	0.00
	10	2.82	938.61	2.34	2.65	6.18	(2,2)	206.60	9084	3.74	0.00	1.21	0.00
H_{rj}	1	2.83	937.23	2.34	2.65	5.81	(3,3)	208.28	9120	3.75	0.25	1.21	0.31
	3	2.82	939.59	2.34	2.64	5.70	(2,2)	208.83	9059	3.73	-0.17	1.20	-0.23
M_j	0.5	4.12	747.56	2.34	3.87	3.77	(4,4)	164.51	16,667	5.46	46.13	2.22	83.76
	1.7	1.76	1243.92	2.34	1.65	8.69	(2,2)	279.06	4287	2.34	-37.46	0.75	-37.61
P	10,000	1.51	1366.97	2.34	1.41	9.57	(2,2)	307.46	3333	2.00	-46.56	0.98	-18.89
	90,000	2.82	937.82	2.34	2.65	6.40	(2,2)	208.42	9105	3.74	0.14	1.21	0.10
L_{bi}	100	2.82	938.45	10.71	2.65	6.34	(2,2)	208.56	9088	3.74	0.03	1.21	0.07
	900	2.82	938.63	1.32	2.65	6.16	(2,2)	208.61	9083	3.74	0.00	1.21	-0.01
S_{rj}	200	2.83	937.46	2.34	2.65	6.66	(1,1)	208.34	9114	3.75	0.21	1.21	0.45
	700	2.82	939.15	2.34	2.64	5.48	(3,3)	208.73	9070	3.73	-0.10	1.20	-0.24
H_p	2	2.82	938.41	2.34	2.65	6.23	(2,2)	208.56	9089	3.74	0.04	1.21	0.03
	6	2.82	938.81	2.34	2.65	6.12	(2,2)	208.65	9079	3.74	-0.04	1.21	-0.03
H_{bi}	8	2.82	937.96	1.57	2.65	6.90	(2,2)	208.45	9101	3.74	0.12	1.21	0.28
	16	2.82	939.00	3.10	2.64	4.72	(3,3)	208.69	9074	3.74	-0.07	1.20	-0.24
S_{bi}	50	2.82	937.67	2.34	2.65	4.60	(3,3)	208.39	9108	3.74	0.17	1.21	0.22
	150	2.82	939.25	2.34	2.64	6.63	(2,2)	208.75	9068	3.73	-0.11	1.21	-0.19
S_p	150	2.82	938.39	2.34	2.65	6.02	(2,2)	208.55	9090	3.74	0.04	1.21	0.07
	250	2.82	938.83	2.34	2.65	6.33	(2,2)	208.65	9078	3.74	-0.04	1.21	-0.07
c_m	25	3.17	875.33	2.34	2.97	5.54	(2,2)	194.00	10,943	4.20	12.34	1.36	12.39
	35	2.53	1001.93	2.34	2.37	6.83	(2,2)	223.22	7633	3.35	-10.31	1.08	-10.35
c_{rj}	10	4.12	747.56	2.34	3.87	4.28	(2,2)	164.51	16,667	5.46	46.13	2.11	74.90
	30	1.83	1217.42	2.34	1.72	9.11	(2,2)	272.94	4540	2.42	-35.17	0.78	-35.28

Tablica 4.2: Analiza osjetljivosti (Napomena: $\Delta NP_{bi} = (NP_{bi} - NP_{bi-pocetnislucaj})/NP_{bi-pocetnislucaj} \times 100)$ i $\Delta NP_m = (NP_m - NP_{m-pocetnislucaj})/NP_{m-pocetnislucaj} \times 100)$, gdje su $NP_{bi-pocetnislucaj}$ i $NP_{m-pocetnislucaj}$ profiti trgovca i, odnosno proizvođača u početnom slučaju (prvi redak tablice).

na 1.21×10^6, za 398.18%, a neto profit trgovaca sa 7.25×10^5 na 3.74×10^6, za 415.43%. Porastom α_i sa 0.45 na 0.47 (u tom slučaju su proizvodni kapaciteti popunjeni za oba α_i) neto profit proizvođača raste sa 5.91×10^6 na 1.72×10^7, za 191.10%, a neto profit trgovaca sa 1.09×10^7 na 2.33×10^7, za 113.39%. Očita je velika razlika u prirastima za ove dvije situacije. Proizvođač i trgovci mogu povećavati profit ulaganjem u oglašavanje, koje povećava njihovu prodaju, sve dok proizvodni kapaciteti nisu popunjeni. Jednom kad se proizvodni kapaciteti popune, veće ulaganje u oglašavanje neće dovesti do veće prodaje, ali može povećati cijene. Prirast profita više nije kao što je bio prije popune kapaciteta. To se može pročitati i sa Slika 4.1 b, c i d.

Promotrimo sada drugi tržišni parametar - elastičnost cijene ρ_i. Sa Slike 4.2 i iz Tablice 4.2 vidimo da porastom ρ_i (potražnja je negativno korelirana sa maloprodajnom cijenom), padaju ulaganje u oglašavanje, neto profit, te cijene i proizvođača i trgovaca, bez obzira na to jesu li proizvodni kapaciteti popunjeni ili ne (kapaciteti se popinjavaju kad je ρ_i oko 1.25). Smanjenje ulaganja u oglašavanje nije dovoljno da spriječi pad neto profita uzroko-



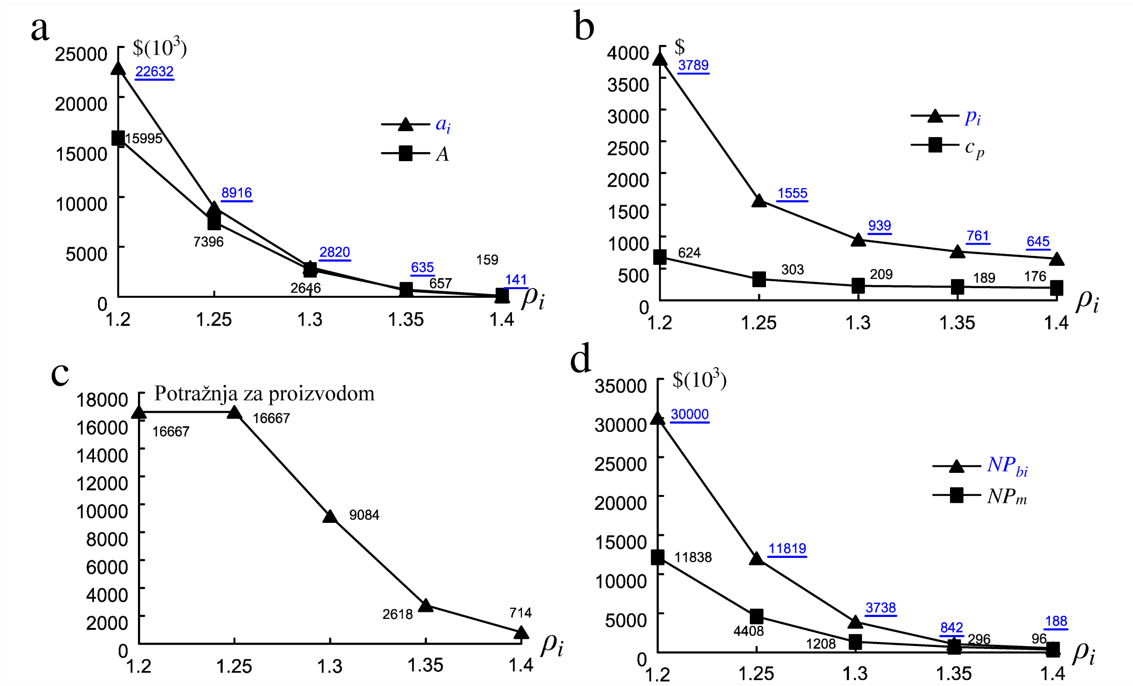
Slika 4.1: Utjecaj promjene α_i. Nap. Kada je $\alpha_i \geq 0.45$, proizvodni kapaciteti su popunjeni.

vanog smanjenjem cijena. Npr., porastom ρ_i sa 1.25 na 1.3, proizvođačeva profit se smanji sa 4.41×10^6 na 1.21×10^6, dakle za 3.20×10^6. Porastom ρ_i sa 1.3 na 1.35, proizvođačev profit se smanji sa 1.21×10^6 na 2.96×10^5, dakle za 9.12×10^5 što je puno manje od 3.20×10^6.

Utjecaj K_i i β_i na profit proizvođača i pojedinog trgovca je sličan utjecaju parametra α_i pa je njihova analiza izostavljena.

4.2 Analiza osjetljivosti parametara vezanih uz sirovine

Sa Slike 4.3 možemo vidjeti da, kad proizvođač ima višak proizvodnih kapaciteta, od smanjenja c_{rj} profitiraju i proizvođač i trgovci. To je tako jer smanjenje cijene sirovina omogućava proizvođaču i trgovcima da smanje cijene proizvoda što povećava potražnju. Npr., smanjenjem c_{rj} sa 30 na 20, proizvođač može smanjiti veleprodajnu cijenu sa 272.94 na 208.60 i time povećati neto profit sa 7.82×10^5 na 1.21×10^6, odnosno 54.48%. Sličnu analizu možemo provesti i za trgovce.

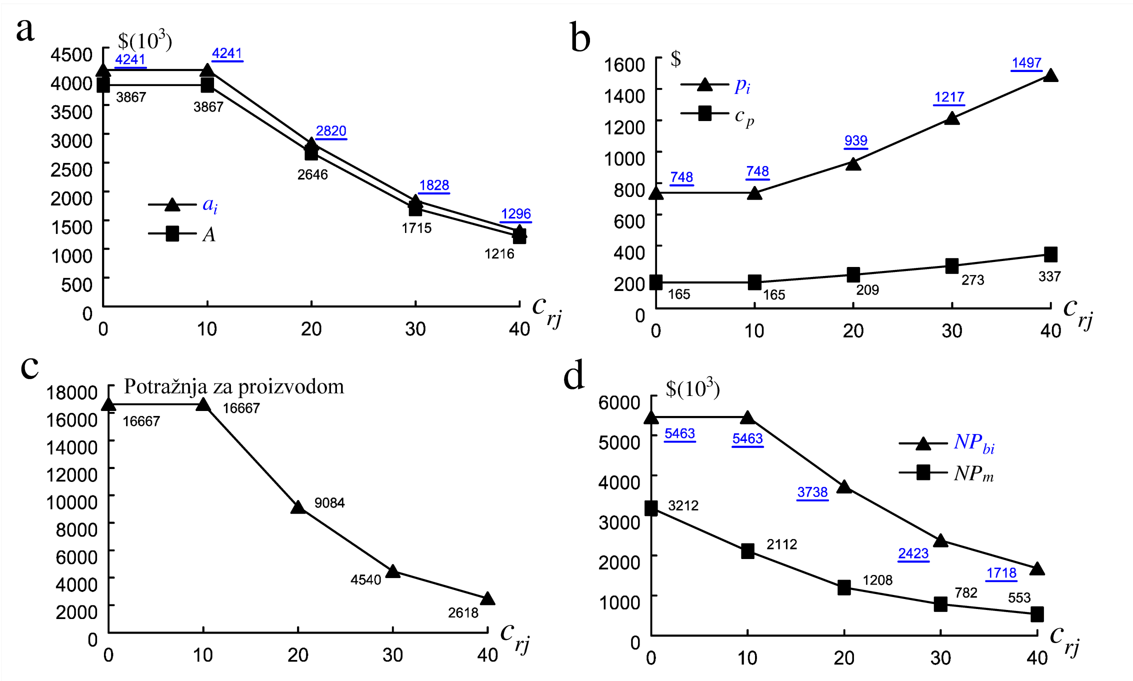


Slika 4.2: Utjecaj promjene ρ_i. Nap. Kada je $\rho_i \leq 1.25$, proizvodni kapaciteti su popunjeni.

Smanjenjem c_{rj}, kada su proizvodni kapaciteti popunjeni, profit proizvođača raste dok njegove odluke i odluke i profit trgovaca ostaju nepromijenjeni. U toj situaciji, proizvođač može iskoristiti svoj status predvodnika i zadržati sav profit koji je nastao od smanjenja cijene sirovina za sebe. Npr., kada se c_{rj} smanji sa 10 na (približno) 0 svaki trgovac zadržava ulaganje u oglašavanje, potražnju, cijene, a time i neto profit na 4.12×10^6, 16 667, 784 i 5.46×10^6, redom. Proizvođač ne mijenja svoje odluke, ali njegov profit raste sa 2.11×10^6 na 3.21×10^6, odnosno za 1.1×10^6, što je jednako uštedi zbog jeftinijih sirovina, $P \sum_{j=1}^{l} M_j \Delta c_{rj} = 50000 \times (1.1 \times 10 + 1.1 \times 10) = 1.1 \times 10^6$, kada se c_{rj} smanji sa 10 na 0.

Isti fenomen možemo promatrati i u slučaju kada se mijenjaju parametri M_j i c_m.

Iz parametara vezanih uz sirovine vidljivo je da se ciklus obnove sirovina povećava kad se smanjuje H_{rj}, te kad se povećava S_{rj}. Npr., iz Tablice 4.2, vidimo da smanjenjem H_{rj} sa 2 na 1 ciklus obnove za sirovine povećava sa 2 na 3 puta zajedničkog ciklusa obnove C. Dok se pri smanjenu S_{rj} sa 500 na 200, ciklus obnove za sirovine smanjuje sa 2 na 1 puta C.



Slika 4.3: Utjecaj promjene c_{rj}. Nap. Kada je $c_{rj} \leq 10$, proizvodni kapaciteti su popunjeni.

4.3 Analiza osjetljivosti drugih parametara

Na temelju podaka iz Tablice 4.2 možemo iznijeti slijedeće zaključke:

1. profiti proizvođača i trgovaca su manje osjetljive na promjene parametara vezanih uz skladištenje kao što su L_{bi}, S_{bi}, H_p, S_p. Npr., kada S_p poraste sa 200 na 250, profit svakog trgovca, odnosno proizvođača se smanji tek za 0.04%, odnosno 0.07%.

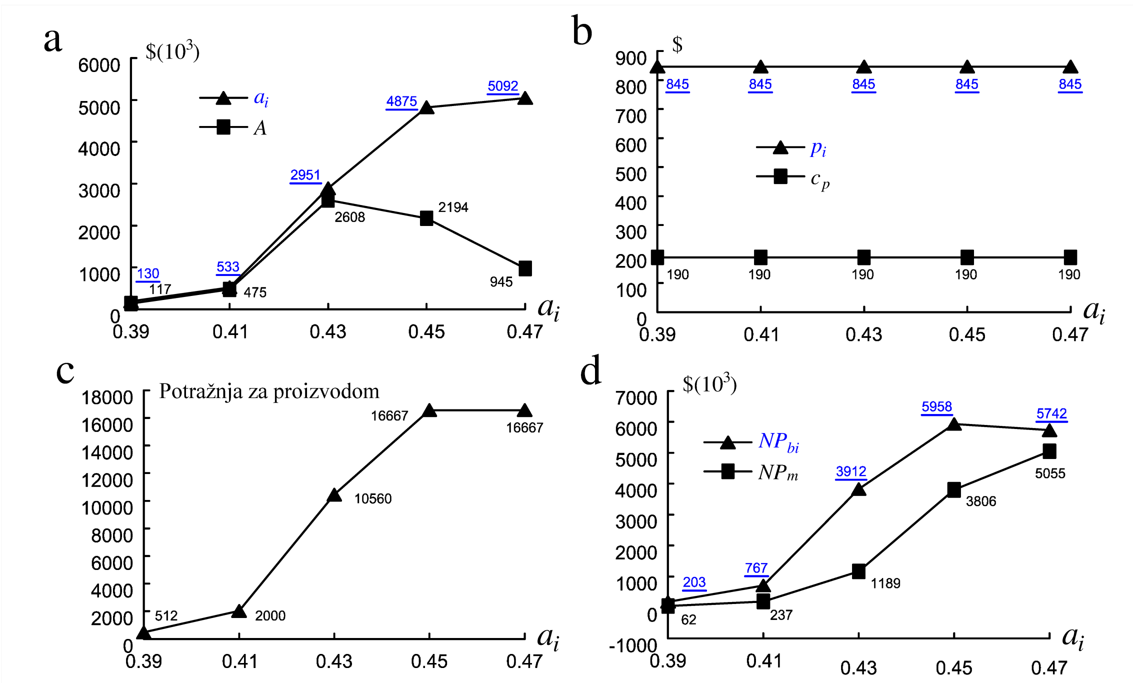
2. Udio vremena u kojem trgovci čekaju da roba bude dostavljena b_i ovisi samo o L_{bi} i H_{bi}. Zbog toga je u većini slučajeva u tablici $b_i = 0.0234$

3. n_j je stabilan (uvijek manji od 5) iako potražnja varira jako. Npr., kad je $K_i = 300$, $n_j = 2<5$ uz ukupnu potražnju od samo $714 \times 3 = 2142$. $n_j = 4<5$ u slučaju kada je $M_j = 0.5$ uz ukupnu potražnju jednaku proizvodnom kapacitetu proizvođača $16667 \times 3 = 50000$.
4. Kapacitet proizvodnje P ima velik utjecaj na profit proizvođača i trgovaca.

4.4 Fiksiranje veleprodajne cijene

Razmotrimo sada situaciju u kojoj je veleprodajna cijena konstantna. Bez smanjenja općenitosti, neka je veleprodajna cijena $c_p = 190\$$, što je blizu najnižoj ravnotežnoj cijeni u Tablici 4.2. Ta pretpostavka ima smisla kad je konkurencija proizvođača oštra. Ako jedan proizvođač smanji veleprodajnu cijenu kako bi povećao potražnju, drugi proizvođači će odgovoriti smanjenjem cijene. Tada proizvođač neće profitirati od svojeg smanjenja cijene, jer će trgovci napustiti VMI model kako bi pristupili drugom proizvođaču koji proizvod nudi po manjoj veleprodajnoj cijeni. U takvom tržišnom okruženju je razumno fiksirati cijene.

Sa Slike 4.4 lako možemo primijetiti kada fiksiramo veleprodajnu cijenu na 190\$ da je i maloprodajna cijena fiksna i iznosi 845\$, bez obzira na promjenu α_i. To je zato što je optimalna maloprodajna cijena neovisna o α_i prema jednadžbi (2.3).

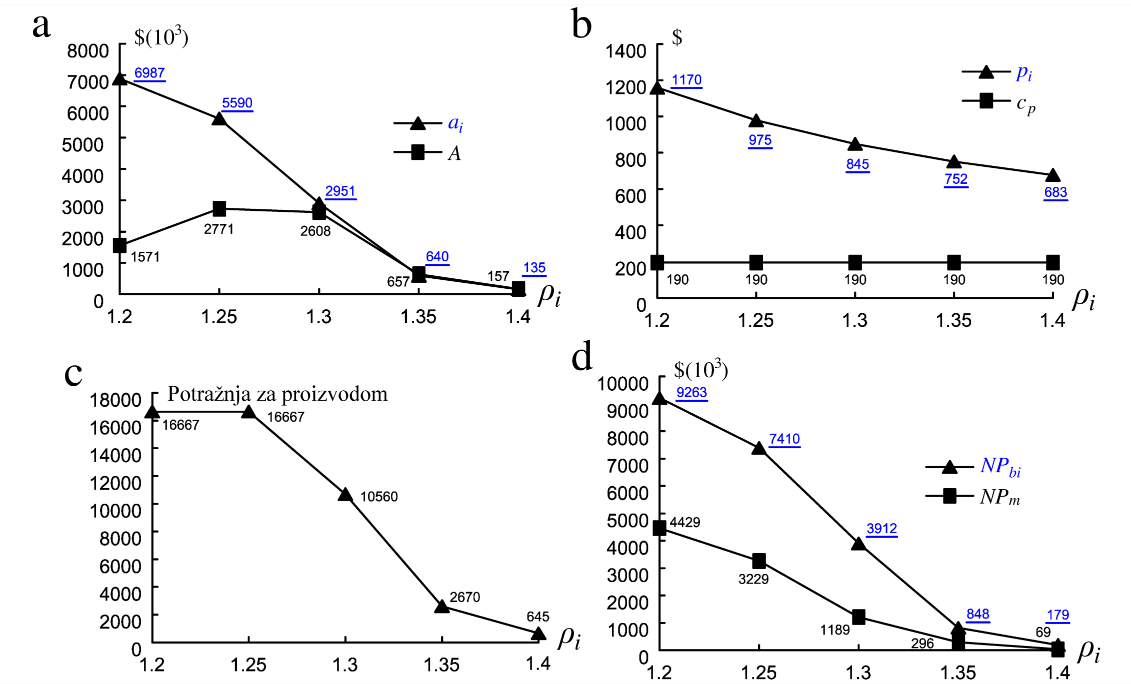


Slika 4.4: Utjecaj promjene α_i uz $c_p = 190\$$. Nap. Kada je $\alpha_i \geq 0.45$, proizvodni kapaciteti su popunjeni.

Slijedeće što možemo promatrati je što se dogodi kada elastičnost oglašavanja (α_i) pojedinog trgovca poraste preko 0.45, a kapacitet proizvodnje se popuni. Pretpostavimo da

α_i poraste sa 0.45 na 0.47. Tada proizvođač može smanjiti svoje ulaganje u oglašavanje (Slika 4.4a) i time povećati svoj profit. Taj dodatni profit je jednak uštedi kod ulaganja. Sa Slike 4.4d vidimo da se profit trgovca,za razliku od proizvođača, smanjuje za onoliko koliko se poveća njegovo ulaganje u oglašavanje.

Konačno, sa Slike 4.5a primijećujemo da se smanjenjem ρ_i sa 1.25 na 1.2, ulaganje u oglašavanje proizvođača smanjuje sa 2.7×10^6 na 1.5×10^6, odnosno za 43.31%. To nije bio slučaj u primjeru gdje je veleprodajna cijena varijabla odlučivanja. U tom se slučaju, uz istu promjenu ρ_i, ulaganje u oglašavanje povećava sa 7.40×10^6 na 16.00×10^6, odnosno za 116.27%. što se može vidjeti na Slici 4.2a. Sliku 4.5a objašnjavamo činjenicom da se proizvođaču, uz fiksnu veleprodajnu cijenu, ne povećava potražnja, niti se povećava veleprodajna cijena ukoliko poveća ulaganje u oglašavanje kao na Slici 4.2a. Uz fiksnu cijenu proizvođač ostaje bez motiva da poveća oglašavanje kada rasprodaje puni kapacitet proizvodnje. Isto tako, posljedica fiksiranja cijene je i to što proizvođač manje profitira od smanjenja ρ_i. Uz fiksnu veleprodajnu cijenu porast profita iznosi 37.16%, dok je uz varijabilnu cijenu porast profita bio čak 168.56%, pri jednakom smanjenju ρ_i kao i prije.



Slika 4.5: Utjecaj promjene ρ_i uz $c_p = 190\$$. Nap. Kada je $\rho_i \leq 1.25$, proizvodni kapaciteti su popunjeni.

Poglavlje 5

Zaključak

Ovaj rad je formulirao problem VMI lanca opskrbe sa jednim proizvođačem i više trgovaca kao model Stackelbergove igre gdje proizvođač predvodi igru, a trgovci prate kako bi odredili vlastite optimalne odluke vezane uz promociju, određivanje cijena i upravljanje zalihama. Izveli smo i računski algoritam koji rješava ovaj problem, a koji se temelji na teorijskoj analizi funkcija najboljeg odaziva uz opću funkciju potražnje. Specijalno smo promatrali model na primjeru Cobb-Douglasove funkcije potražnje. Provedena je i numerička analiza kako bi prikazali kako algoritam radi i kako bismo proučili utjecaje tržišnih parametara i parametara vezanih uz skladištenje na optimalne odluke i neto profit proizvođača i trgovaca. Ono što smo otkrili kroz teorijsku analizu i analizu osjetljivosti je konzistentno i implicira čitav niz zaključaka koje je moguće primijeniti u praksi pa nije na odmet ponoviti ih ukratko.

Tržišni parametri imaju značajan utjecaj na donošenje odluka proizvođača i trgovaca. Porastom α_i, β_i i K_i, u slučaju kada proizvodni kapaciteti nisu popunjeni, poduzeća mogu povećati neto profit blagim smanjenjem maloprodajne, odnosno veleprodajne cijene i povećanim ulaganjem u oglašavanje. S druge strane, kada su proizvodni kapaciteti popunjeni, moguće je povećati neto profit povećanim ulaganjem u oglašavanje koje poduzeća financiraju povećanjem cijena, dok je potražnja ograničena proizvodnim kapacitetima. Teoretski, ovaj trend se nastavlja sve dok oglašavanje, veleprodajne i maloprodajne cijene drže potražnju jednaku proizvodnim kapacitetima.

Porast ρ_i uvijek pogoršava učinak poduzeća u lancu opskrbe. Kada ρ_i raste, sva poduzeća moraju poduzeti sve što je u njihovoj moći da bi smanjili cijene kako minimizirali gubitke od prodaje, uključujući i manje ulaganje u oglašavanje. Bez obzira na to, njihova neto profit će se drastično smanjiti.

Kada dođe do promjena u parametrima vezanim uz sirovine (c_{rj}, M_j i c_m), u slučaju kada su proizvodni kapaciteti popunjeni, nema potrebe da poduzeća mijenjaju svoje odluke. Čineći tako, proizvođač može iskoristiti svoju poziciju predvodnika kako bi si priskrbio dodatni profit kao rezultat smanjenja troškova, što je uzrokovano smanjenjem c_{rj}, M_j i c_m. Ipak, kada proizvodni kapaciteti nisu popunjeni, cijene se mogu smanjiti i ulaganje u oglašavanje povećati kako bi poduzeća priskrbila dodatan profit.

Profiti poduzeća su manje osjetljivi na promjene parametara vezanih uz skladištenje $(L_{bi}, S_{bi}, H_p, S_p)$ jer je njihov utjecaj na profit proizvođača i trgovaca relativno mali. Ipak, promjene ovih parametara mogu uzrokovati značajne promjene u upravljanju zalihama.

Konačno, kada je veleprodajna cijena konstantan parametar (ne, kao do sada, varijabla odlučivanja), a proizvodni kapaciteti su popunjeni, proizvođač može iskoristiti svoju poziciju predvodnika kako maksimizirao, ili čak preuzeo sav profit koji je nastao promjenom tržišnih parametara (npr. α_i,β_i u Cobb-Douglasovoj funkciji). Npr. kada β_i raste, maloprodajna cijene i oglašavanje trgovca se ne mijenja, a time se ne mijenja niti neto profit trgovca. Ipak, proizvođač može povećati svoju neto profit smanjujući vlastito ulaganje u oglašavanje bez da utječe na neto profit trgovca. Ušteda na oglašavanju se tako izravno pretvara u njegovu dodatnu profit.

Ovo istraživanje ima neka ograničenja za daljna razmatranja. Iako su teoretski rezultati potencijalno vrijedni i općeniti za VMI lance opskrbe, poželjno je prikupiti podatke iz stvarnog života kako bi se provela prava analiza slučaja. Bilo bi jako zanimljivo analizirati stvarni VMI lanac oskrbe kako bi se došlo do specifičnijih zaključaka i preporuka za poduzeća koja sudjeluju u VMI sustavu, a u svrhu određivanja optimalnih cijena, odnosno ulaganja u oglašavanje. Također bi zanimljivo bilo promotriti eventualne prednosti koje bi sudionici lanca opskrbe imali u slučaju da donose odluke zajednički (kooperativna igra). Nadalje, u ovom radu smo pretpostavili jednaku potražnju svih trgovaca kako bismo predočili situaciju u kojoj ne postoji trgovac koji ima dominantnu poziciju, iako model može izdržati manje razlike između trgovaca. Ta pretpostavka značajno smanjuje kompleksnost igre i traženje rješenja. Ipak, poželjno je proučiti situaciju sa dominantnim trgovcima. Takav slučaj bi mogao zahtjevati drugačije modele, što otvara prostor za daljna istraživanja.

Bibliografija

[1] *Vendor managed inventory (VMI)*, rujan 2014, `http://www.logiko.hr/clanci/vendor-managed-inventory-vmi`.

[2] Robert D Buzzell i Gwen Ortmeyer, *Channel partnerships streamline distribution*, Sloan Management Review **36** (1995), 85–85.

[3] JH Hammond, *The Value of Information. David Scimchi-Levi, Philip Kaminsky and Edith Simchi-Levi, Editors, Designing and Managing the Supply, Chain–concepts Strategies, and Case Studies*, 2003.

[4] JB Shah, *ST, HP VMI program hitting its stride*, Electronics Business News (EBN) **1309** (2002), 42–43.

[5] Jonah Tyan i Hui Ming Wee, *Vendor managed inventory: a survey of the Taiwanese grocery industry*, Journal of Purchasing and Supply Management **9** (2003), br. 1, 11–18.

[6] Yugang Yu, George Q Huang i Liang Liang, *Stackelberg game-theoretic model for optimizing advertising, pricing and inventory policies in vendor managed inventory (VMI) production supply chains*, Computers & Industrial Engineering **57** (2009), br. 1, 368–382.

Sažetak

U ovom radu raspravljamo kako na tržištu reagiraju proizvođač i trgovci kojima je cilj maksimizacija njihovih neto profita, u slučaju kada je VMI sustav dogovoren među njima. Proizvođač proizvodi jedan gotovi proizvod koji dalje distribuira trgovcima po istoj veleprodajnoj cijeni. Trgovci dalje distribuiraju taj proizvod na geografski raspršenim i međusobno nezavisnim tržištima.

Potražnja je za gotovim proizvodom na svakom od tržišta rastuća i konkavna funkcija ulaganja u oglašavanje proizvođača i trgovaca te padajuća i konveksna funkcija maloprodajne cijene.

Proizvođač odlučuje o veleprodajnoj cijeni, ulaganju u oglašavanje, ciklusima obnove zaliha i gotovog proizvoda te o udjelu neisporučene robe kako bi maksimizirao profit. Trgovci uzimaju u obzir odluke koje je napravio proizvođač i na osnovu toga odlučuju o optimalnim maloprodajnim cijenama i ulaganju u oglašavanje kako bi maksmizirali vlastite profite.

Problem je modeliran kao Stackelbergova igra u kojoj je proizvođač predvodnik, a trgovci sljedbenici. Izveli smo algoritam za računanje Stackelbergove ravnoteže. Napravili smo i numerički analizu kako bismo pokazali kako algoritam funkcionira te koliko je rješenje igre osjetljivo na promjene pojedinih ulaznih parametara.

Summary

In this paper we discuss how the manufacturer and its retailers react on the market in order to maximize their individual net profits, in the case when the VMI supply chain is arranged between them. The manufacturer produces and supplies a single finished product at the same wholesale price to multiple retailers. The retailers sell the product in dispersed and independent markets.

The demand for the finished product in each market is an increasing and concave function of the advertising investments of the manufacturer and the retailers, but decreasing and convex function of the retail price.

The manufacturer makes decisions about the wholesale price, advertising investments, replenishment cycles of the raw materials and finished product, and backorder quantity to maximize its profit. Retailers consider the manufacturers decisions and determine the optimal retail prices and advertisement investments to maximize their profits.

This problem is modeled as a Stackelberg game where the manufacturer is the leader and retailers are followers. We proposed an algorithm for computing the Stackelberg equilibrium. Also, we made a numerical analysis to demonstrate how the algorithm works and to understand how the equilibrium reacts when inputs are changed.

Životopis

Rođen sam 4. studenog 1990. u Sinju. Prve sam godine života proveo u Großauheimu, Njemačka. Od 1996. godine živim u Trilju gdje sam stekao osnovnoškolsko obrazovanje. Nakon osnovne škole upisao sam Gimnaziju Dinka Šimunovića u Sinju koju sam završio uz odličan uspjeh na maturi.

Fakultetsko sam obrazovanje započeo 2009. godine na Prirodoslovno matematičkom fakultetu u Zagrebu, na kojem sam 2012. godine odabrao diplomski studij Financijske i poslovne matematike.