

# Proširenja standardnog modela s radijacijskim generiranjem neutrinjskih masa

---

Čuljak, Petar

Doctoral thesis / Disertacija

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:918865>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-10**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu  
Prirodoslovno-matematički fakultet  
Fizički odsjek

Petar Čuljak

# Proširenja standardnog modela s radijacijskim generiranjem neutrinskih masa

Doktorska disertacija  
predložena Fizičkom odsjeku  
Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu  
radi stjecanja akademskog stupnja  
doktora prirodnih znanosti fizike

Mentor:  
prof. dr. sc. Krešimir Kumerički

Zagreb, 2018



University of Zagreb  
Faculty of Science  
Physics Department

Petar Čuljak

# Extensions of the Standard Model with radiative neutrino mass generation

Doctoral Thesis  
submitted to the Department of Physics,  
Faculty of Science, University of Zagreb  
for the academic degree of  
Doctor of Natural Sciences (Physics)

Supervisor:  
prof. dr. sc. Krešimir Kumerički

Zagreb, 2018



Ova disertacija izrađena je pod vodstvom prof. dr. sc. Krešimira Kumeričkog, u sklopu Sveučilišnog poslijediplomskog studija pri Fizičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

Krešimir Kumerički rođen je 30. listopada 1968. godine u Zagrebu. Osnovno obrazovanje stekao je u Samoboru, a srednje u Zagrebu (Tehnička škola Ruđera Boškovića), te se upisao na istraživački smjer studija fizike na Sveučilištu u Zagrebu gdje je diplomirao 1993. godine. Na Sveučilištu u Zagrebu je magistrirao 1996. obranivši rad pod naslovom Elektroslabi fotonski raspadi mezona te doktorirao 1998. godine obranivši disertaciju pod naslovom Rijetki raspadi K mezona, oboje pod mentorstvom prof. Ivice Piceka. Od 1993. do danas je zaposlen prvo na Zavodu za teorijsku fiziku a zatim na Zavodu za teorijsku fiziku čestica i polja Fizičkog odsjeka PMF-a u Zagrebu. Godine 2003. izabran je za docenta, 2011. za izvanrednog profesora, a od 2018. nadalje radi kao redoviti profesor.

Njegova znanstvena aktivnost obuhvaća rijetke procese kod kojih dolazi do promjena fermionskih vrsta, istraživanje kvarkovsko-gluonske strukture protona, te fenomenologiju modela izvan standarnog modela koji nastoje objasniti male mase neutrina. Znanstvena djelatnost mu je predstavljena u 33 publikacije s međunarodnom recenzijom, od čega 29 u časopisima indeksiranim u bazi Web of Science (WoSCC), te u 22 priloga zbornicima znanstvenih skupova. Njegovi radovi su citirani ukupno 1886 puta po bazi inSPIRE-HEP odnosno 630 puta po bazi Web of Science i 1916 puta po bazi Google Scholar.

This thesis was made under the mentorship of prof. dr. sc. Krešimir Kumerički, within University post-graduate studies at Physics Department of Faculty of Science of University of Zagreb.

Krešimir Kumerički was born on October 30th 1968 in Zagreb. He finished his elementary education in Samobor, and middle school in Zagreb (Ruđer Bošković technical school), after which he started his undergraduate physics studies at University of Zagreb where he graduated in 1993. He received his master's degree in 1996, and PhD degree in 1998, both under the mentorship of Prof. Ivica Picek. Since 1993 he has been employed at the Division for theoretical physics of particles and fields at the University of Zagreb. In 2003 he was promoted to the position of docent, in 2011 to the position of associate professor, and in 2018 to the position of full professor.

His scientific contribution includes work on rare flavour-changing processes, quark-gluon structure of the proton, and BSM physics with focus on neutrino mass models. His work is gathered in 33 peer-reviewed articles published in international scientific journals, and in 22 conference proceedings articles. His papers have been cited 1886 times according to the inSPIRE-HEP database and 1916 times according to the Google Scholar database.



# Zahvale

*Ovaj rad izrađen je uz veliku podršku mentora, prof. dr. sc. Krešimira Kumeričkog, kojemu zahvaljujem na njegovoj svesrdnoj pomoći, strpljenju i vodstvu tijekom doktorskog studija.*

*Posebno se zahvaljujem i prof. dr. sc. Ivici Piceku bez čijeg bogatog iskustva, ideja i entuzijazma ovaj rad ne bi bio moguć. Njegova susretljivost i spremnost na diskusiju učinili su pisanje ovog doktorata mnogo ugodnijim iskustvom. Dio rezultata predstavljenih u ovoj disertaciji nastao je u suradnji s dr. sc. Olegom Antipinom, te mu se zahvaljujem na uvijek ugodnoj i plodonosnoj suradnji.*

*Zahvaljujem svojim roditeljima, bratu i Vinki na bezrezervnoj podršci i toplini koju su mi pružali tijekom svih ovih godina, te prijateljima koji su uvijek bili tu za prijeko potreban predah.*





# TEMELJNA DOKUMENTACIJSKA KARTICA

Sveučilište u Zagrebu  
Prirodoslovno-matematički fakultet  
Fizički odjek

Doktorska disertacija

## Poopćenja standardnog modela s radijacijskim generiranjem neutrinjskih masa

PETAR ČULJAK

Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb

Detaljno predstavljamo dva modela radijativnog generiranja neutrinjskih masa, pri čemu nije potrebno uvođenje novih simetrija kako bi se spriječilo pojavljivanje neutrinjskih masa već na granastoj razini. Oba modela mogu biti skotogenična, tj. sadrže česticu koja je stabilna i odgovara tamnoj tvari. Prvi model uvodi realni skalarni triplet, nabijeni singlet i tri generacije dubleta vektorskog tipa, te se masa neutrina generira na razini jedne petlje. Kako bi neutralna komponenta skalarnog tripleta bila stabilna potrebno je uvesti *ad hoc*  $Z_2$  diskretnu simetriju. Drugi model uvodi skalarni kvintuplet, septuplet, te tri generacije leptonskih kvintupleta koji ulaze u tropetljeni dijagram neutrinjskih masa. Model uključuje dva Higgsova dubleta što vodi na slučajnu  $Z_2$  simetriju Lagrangiana. Česticu tamne tvari možemo naći u jednoj od neutralnih komponenti leptonskih kvintupleta, te je ona automatski stabilna. Za oba modela smo ispitali prošireni Higgsov sektor, te moguće signale vidljive na LHC-u i budućim sudarivačima.

(80 stranica, 101 literaturnih navoda, jezik izvornika hrvatski)

Ključne riječi: mase neutrina, fizika izvan standardnog modela, egzotične reprezentacije standardnog modela, tamna tvar

Mentor: prof. dr. sc. Krešimir Kumerički

Ocjenjivači:

1. prof. emer. dr. sc. Ivica Picek,  
PMF, Sveučilište u Zagrebu
2. prof. dr. sc. Amon Ilakovac,  
PMF, Sveučilište u Zagrebu
3. dr. sc. Dinko Ferenček, znanstveni suradnik,  
IRB, Zagreb

Rad prihvaćen: 2018.

## BASIC DOCUMENTATION CARD

University of Zagreb  
Faculty of Science  
Physics Department

Doctoral thesis

### **Extensions of the Standard Model with radiative neutrino mass generation**

PETAR ČULJAK  
Faculty of Science, Zagreb

We cover in detail two models of radiative neutrino mass generation, where no new symmetry is needed to forbid tree-level neutrino masses. Both models are scotogenic, as they provide one of the new particles as a dark matter candidate. In the first model, neutrino masses are generated at one-loop level through a diagram closed by real scalar triplet, charged scalar singlet and three generations of vector-like lepton doublets. To make the neutral component of the triplet a viable dark matter candidate we have to stabilize it by introducing an *ad hoc* discrete  $Z_2$  symmetry. Second model falls in the category of two Higgs doublets models. Imposing flavour conservation in the Higgs sector leads to an accidental discrete  $Z_2$  symmetry which stabilizes the lightest among the exotic particles which we place in a scalar septuplet, a scalar quintuplet, and three generations of lepton quintuplets. Neutrino mass diagram is closed by these new particles at three-loop level. We take under scrutiny the extended Higgs sectors of both models, and analyse possible signatures at the LHC and futuristic pp colliders.

(80 pages, 101 references, original in Croatian)

Key words: Neutrino mass, Physics beyond the Standard Model, Exotic representations of the SM gauge group, Dark Matter

Supervisor: Prof. dr. sc. Krešimir Kumerički

Committee: 1. Prof. Emer. dr. sc. Ivica Picek,  
University of Zagreb  
2. Prof. dr. sc. Amon Ilakovac,  
University of Zagreb  
3. dr. sc. Dinko Ferenček, Research Associate,  
Ruđer Bošković Institute, Zagreb

Thesis accepted: 2018.

# Sadržaj

Uvod	1
<b>1 Standardni model i njegovi nedostaci</b>	<b>3</b>
1.1 Neutrini u i izvan standardnog modela	4
1.2 Tamna tvar	5
1.3 Modeli njihalice	7
<b>2 Jednopenljeni model</b>	<b>10</b>
2.1 Model	10
2.2 Neutrinске mase i tamna tvar u jednopenljenom modelu	12
2.3 Provjerljivost proširenog skalarnog sektora u jednopenljenom modelu	13
2.3.1 Laki Higgsov bozon	14
2.3.2 Teški Higgsov bozon	17
2.4 Perturbativnost modela	22
<b>3 Tropetljeni model</b>	<b>23</b>
3.1 Model	24
3.2 Mase neutrina na razini tri petlje	28
3.3 Fenomenologija egzotičnih stanja	30
3.3.1 Majoranin kvintuplet na LHC-u	31
3.3.2 Majoranin kvintuplet u modelu sa slomljenom $Z_2$ simetrijom	34
3.3.3 Skalarni kvintuplet i septuplet	36
3.4 Provjerljivost 2HDM sektora u tropetljenom modelu	37
3.4.1 Teški Higgsov partner	39
3.4.2 Laki Higgsov bozon	43
3.5 Vakuumska stabilnost i perturbativnost	44
<b>Zaključak</b>	<b>47</b>
<b>Dodatak A Matrice mase u jednopenljenom modelu</b>	<b>49</b>
A.1 Skalarni sektor	49
A.2 Leptonski sektor	52
<b>Dodatak B Članovi Lagrangiana tropetljenog modela</b>	<b>56</b>
B.1 Član mase fermionskog kvintupleta	56
B.2 Yukawino vezanje septupleta i leptonskog kvintupleta	56
B.3 Kvartična vezanja egzotičnih skalara	57

<b>Extended abstract</b>	<b>59</b>
Standard model and the see-saw mechanism . . . . .	59
One-loop model . . . . .	61
Three-loop model . . . . .	65
<b>Literatura</b>	<b>73</b>

# Uvod

U ovom radu su prezentirana dva modela radijativnog generiranja neutrinjskih masa mehanizmom njihalice. Oba modela zadovoljavaju trenutne eksperimentalne granice na neutrinjske mase, te uvode novi čestični sadržaj raspoređen u ireducibilne reprezentacije baždarne grupe standardnog modela. Unutar tih "egzotičnih" reprezentacija, koje prvenstveno služe zatvaranju petljenih dijagrama neutrinjskih masa, nalazimo i moguće čestične kandidate za tamnu tvar. Ispitujemo moguće signale i fenomenologiju ova dva modela na LHC-u.

Prvi model [1, 2] čestičnom sadržaju standardnog modela pridodaje skalarni triplet hipernaboja  $Y = 0$ , skalarni singlet hipernaboja  $Y = 2$  i leptonski dublet vektorskog tipa, te se generiranje neutrinjskih masa odvija na jednopetljenoj razini. U slučaju nametnute diskretne  $Z_2$  simetrije, neutralna komponenta tripleta je izgledni kandidat za tamnu tvar.

Drugi model [3, 2] obogaćuje čestični sastav standardnog modela s tri generacije fermionskog kvintupleta hipernaboja  $Y = 0$ , skalarnim septupletom također hipernaboja  $Y = 0$  i skalarnim kvintupletom hipernaboja  $Y = -2$ . Modelu se dodaje i skalarni dublet hipernaboja  $Y = 1$  čime model spada u grupu modela s dva Higgsova dubleta (2HDM). Model je karakteriziran međugrom 2HDM sektora s gore navedenim "egzotičnim" reprezentacijama  $SU(2)$  grupe, te pojavljivanjem slučajne diskretne  $Z_2$  simetrije koja stabilizira najlakšu česticu iz egzotičnih reprezentacija.

Novi čestični sadržaj služi zatvaranju petljenih dijagrama neutrinjskih masa. U prvom modelu mase neutrina su generirane na jednopetljenoj razini, dok su u drugom generirane tek na tropetljenoj razini.

Ovaj rad je podjeljen u tri dijela:

- Pregled eksperimentalnih podataka o neutrinjskim masama te mehanizam njihalice kao moguće objašnjenje njihovih malih vrijednosti. Pregled saznanja o tamnoj tvari i koncept slabointeragirajuće tamne tvari.
- Pregled prvog modela u kojem su neutrinjske mase generirane na jednopetljenoj razini. Proučavamo skalarni i Yukawin sektor modela. Dajemo izraz za efektivnu masu neutrina i granice na konstante vezanja. Ispitujemo da li i pod kojim uvjetima model nudi kandidata za tamnu tvar. Ispitujemo provjerljivost proširenog skalarnog sektora i implikacije za procese raspada Higgsovog bozona (125 GeV) otkrivenog na LHC-u. Komentiramo stabilnost vakuuma i perturbativnost modela.



- Pregled drugog modela u kojem su neutrinske mase generirane na tro-petljenoj razini. Analiziramo interakciju između 2HDM i egzotičnog sektora modela, te posljedice rezultirajuće slučajne diskretne simetrije na stabilnost moguće tamne tvari. Ispitujemo mogućnost produkcije i fenomenologiju novih fermionskih stanja na LHC-u, te provjerljivost proširenog Higgsovog sektora putem raspada na dva fotona. Komentiramo moguće probleme perturbativnosti modela i stabilnosti vakuuma.

# 1 Standardni model i njegovi nedostaci

Standardni model (SM) elementarnih čestica uspješno objašnjava rezultate gotovo svih eksperimenata koji uključuju tri od četiri fundamentalne sile, elektromagnetsku, jaku i slabu silu. SM je baždarna teorija izgrađena na  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  baždarnoj grupi simetrije. Polja materije su raspoređena u tri generacije od kojih svaka sadrži 15 Weylovih spinora, koje prikazujemo u Tablici 1.

Kvarkovi	Leptoni
$q_L \sim (3, 2, 1/3)$	$L_L \sim (1, 2, -1)$
$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{Li}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_{Li}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_{Li}$	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$
$u_R \sim (3, 1, 4/3)$ $u_{Ri}, c_{Ri}, t_{Ri}$	
$d_R \sim (3, 1, -2/3)$ $d_{Ri}, s_{Ri}, b_{Ri}$	$l_R \sim (1, 1, -2)$ $e_R, \mu_R, \tau_R$

Tablica 1: Polja materije u standardnom modelu. Brojevi u zagradama redom označavaju reprezentaciju  $SU(3)_C$ ,  $SU(2)_L$  i vrijednost hipernaboja  $Y$ . Indeks boje označavamo s  $i = 1, 2, 3$ .  $L$  i  $R$  označavaju polja lijeve i desne kiralnosti.

Osim prikazanih fermiona, SM sadrži jedan fundamentalni kompleksni skalarni dublet,  $H \sim (1, 2, 1)$  tzv. Higgsov dublet, čiji potencijal ima minimum u:

$$\langle H \rangle \neq 0. \quad (1.1)$$

Neiščezavajuća vakuumska očekivana vrijednost lomi elektroslabu simetriju na  $U(1)_{EM}$  baždarnu simetriju elektromagnetizma:

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}, \quad (1.2)$$

Nakon elektroslabog loma simetrije tri komponente dubleta postaju nefizikalni Goldstoneovi bozoni koje je moguće "odrotirati" iz teorije, te u konačnici preostaje samo jedan fizikalni skalar, neutralni Higgsov bozon  $h$ . Prijenosnici sile u SM-u su baždarni bozoni spina  $s = 1$ . Za svaki generator baždarne grupe u teoriji je prisutan jedan bezmaseni prijenosnik sile. Međudjelovanje bojno nabijenih čestica se vrši izmjenom osam bezmasenih gluona

koji odgovaraju generatorima  $SU(3)_C$  bojne simetrije. U elektroslabom sektoru, nakon loma simetrije (1.2), tri od četiri prijenosnika sile dobivaju masu ( $W^+, W^-, Z^0$ ), te preostaje jedan bezmaseni baždarni bozon, foton  $\gamma$ . Mase fermiona se također pojavljuju zahvaljujući elektroslabom lomu simetrije, iz Yukawinih članova Lagrangina:

$$y\bar{\psi}_L H\psi_R \rightarrow y\langle H\rangle\bar{\psi}_L\psi_R \equiv m\bar{\psi}_L\psi_R. \quad (1.3)$$

Iscrpni prikaz SM-a kao standardne teorije dan je u udžbeniku na hrvatskom jeziku [4]. Otkrićem skalarne čestice na LHC-u 2012. godine, koja svojstvima odgovara Higgsovom bozonu, dobili smo i konačnu potvrdu SM-a [5, 6]. Unatoč nevjerojatnom uspjehu SM-a, rezultati eksperimenata s neutrinima ukazuju da on ne nudi kompletnu sliku čestičnih interakcija.

Uočeni višak mase u svemiru pripisuje se tamnoj tvari. Njena svojstva, uočiva isključivo preko njenog gravitacijskog međudjelovanja s okolinom daju naslutiti da se možda radi o novom tipu slabointeragirajuće čestice. SM je potrebno proširiti kako bi bio u stanju objasniti i ove eksperimentalne rezultate.

## 1.1 Neutrini u i izvan standardnog modela

U SM-u neutrini su čestice lijeve kiralnosti koje zajedno s leptonima formiraju  $SU(2)_L$  dublete, tako da razlikujemo tri različita okusa neutrina: elektronski, mionski i tau neutrino. Neutrini su bezbojni, te hipernaboja  $Y = -1$  pa interagiraju isključivo slabim međudjelovanjima prenošenim  $W^\pm$  i  $Z^0$  bozonima. Budući da u SM-u ne postoji  $SU(2)_L$  singlet desne kiralnosti i hipernaboja  $Y = 0$  s kojim bi neutrino mogao formirati Diracov član mase, u SM-u su neutrini bezmasene čestice.

S druge strane, eksperimenti s neutrinima su pokazali da neutrini tijekom propagacije mijenjaju svoje okusno stanje. Ta činjenica vodi na zaključak da stanja okusa nisu i fizikalna, odnosno masena stanja, što je moguće samo ukoliko neutrini nisu potpuno bezmaseni. Ovakve promjene stanja okusa neutrina zvane neutrinjskim oscilacijama razmatrane su već prije više od 60 godina [7, 8], no na njihovu definitivnu eksperimentalnu potvrdu trebalo je čekati gotovo 40 godina, odnosno do 2001. godine kada je SNO kolaboracija uočila pojavljivanje mionskih  $\nu_\mu$  i tau  $\nu_\tau$  neutrina u toku solarnih neutrina [9]. Od tada su neutrinjske mase postale neizostavni sastojak fizike izvan standardnog modela. Njihovo otkriće potaknulo je eru teorijskih i eksperimentalnih istraživanja, te se trenutno nalazimo u fazi preciznih mjerenja parametara oscilacija i fizikalnih svojstava neutrina [10, 11]. Veza između stanja okusa i mase dana je unitarnom Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata

(PMNS) matricom mješanja [7]:

$$\nu_l = \sum_{i=1}^3 U_{li} \nu_i, \quad l = (e, \mu, \tau), \quad (1.4)$$

gdje su  $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$  stanja okusa,  $(\nu_1, \nu_2, \nu_3)$  stanja mase, a PMNS matricu  $U$  je moguće parametrizirati kao:

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \times V_{\text{Maj}}, \quad (1.5)$$

$$V_{\text{Maj}} = \begin{pmatrix} e^{i\eta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.6)$$

i okarakterizirana je sa 6 parametara, 3 kuta rotacije i 3 fizikalne faze. Zbog skraćivanja zapisa koristimo notaciju  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$  i  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ .  $\delta$  je Diracova faza koja narušava CP simetriju, dok su  $\eta_1$  i  $\eta_2$  Majorana faze koje možemo "odrotirati" u slučaju da su neutrini Diracove, a ne Majoranine čestice. Preostale tri faze koje se javljaju u općenitoj  $3 \times 3$  unitarnoj matrici su nefizikalne i uvijek ih je moguće apsorbirati redefinicijom polja. Osim ovih 6 parametara, kada su u pitanju eksperimentalni rezultati, najčešće se navodi razlika kvadrata masa  $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ . U Tablici 2 navodimo trenutne eksperimentalne rezultate za ove parametre [10]. Budući da još ne znamo predznak veličine  $\Delta m_{31}^2$  moguća su dva poretka neutrinjskih masa, normalni poredak  $m_1 < m_2 < m_3$  i obrnuti poredak  $m_3 < m_1 < m_2$ .

## 1.2 Tamna tvar

Očigledni višak mase u svemiru prvi put je detektiran davne 1932. godine kada je Jan Oort proučavao gibanje zvijezda u lokalnom galaktičkom susjedstvu [12]. Danas sa sigurnošću govorimo o tamnoj tvari čiju prisutnost detektiramo isključivo preko njenog gravitacijskog međudjelovanja s okolnom materijom. Najbolje procjene količine tamne tvari u svemiru dolaze iz proučavanja anizotropije kozmičkog pozadinskog zračenja. Najnoviji rezultati [13] daju za gustoću tamne tvari:

$$\Omega_{DM} h^2 = 0.120 \pm 0.001, \quad (1.7)$$

gdje je  $\Omega_{DM}$  omjer gustoće tamne tvari i kritične gustoće, a  $h$  skalirana Hubbleova konstanta u jedinicama  $100 \frac{\text{km}}{\text{sMpc}}$ . To odgovara otprilike 27% ukupne

parametar	najbolja prilagodba	raspon $3\sigma$
$\Delta m_{21}^2 [10^{-5} \text{eV}^2]$	7.55	7.05-8.14
$ \Delta m_{31}^2  [10^{-3} \text{eV}^2] (\text{NO})$	2.50	2.41-2.60
$ \Delta m_{31}^2  [10^{-3} \text{eV}^2] (\text{IO})$	2.42	2.31-2.51
$\sin^2 \theta_{12} \times 10^1$	3.20	2.73-3.79
$\sin^2 \theta_{23} \times 10^1 (\text{NO})$	5.47	4.45-5.99
$\sin^2 \theta_{23} \times 10^1 (\text{IO})$	5.51	4.53-5.98
$\sin^2 \theta_{13} \times 10^2 (\text{NO})$	2.16	1.96-2.41
$\sin^2 \theta_{13} \times 10^2 (\text{IO})$	2.22	1.99-2.44
$\delta/\pi (\text{NO})$	1.21	0.87-1.94
$\delta/\pi (\text{IO})$	1.56	1.12-1.94

Tablica 2: Eksperimentalni rezultati mjerenja parametara neutrinjskih oscilacija [10]. NO (eng. Normal ordering) označava normalni poredak, a IO (eng. Inverted ordering) obrnuti poredak.

energije svemira. Vodeća paradigma danas je da se tamna tvar sastoji od jedne ili više vrsta teških slabointeragirajućih čestica. Ovakvo razmišljanje proizlazi iz opservacija velikih struktura u svemiru koje mogu nastati kao posljedica tzv. hladne tamne tvari. Ovakav tip čestica može se pojaviti u modelima neutrinjskih masa, tzv. modelima njihalice.

Da bi čestica bila valjani kandidat za tamnu tvar njeno vrijeme života mora biti dovoljno dugo kako bi preživjela do danas u dovoljnim količinama. Jedan od načina kako osigurati stabilnost čestice tamne tvari je njeno smještanje u više reprezentacije  $SU(2)$  baždarne grupe SM-a. Zahtjev baždarne invarijantnosti teorije tada onemogućuje članove interakcije u Lagrangianu koji bi vodili na procese raspada najlakše komponente ovog  $SU(2)$  multipleta. Prema tome, najlakša komponenta multipleta je stabilna i možemo ju razmatrati kao mogućeg kandidata za tamnu tvar. U [14] je pokazano da minimalno proširenje SM-a fermionskim kvintupletom ili skalarnim septupletom hipernaboja  $Y = 0$  daje upravo ovakve kandidate, koji su u mogućnosti zadovoljiti eksperimentalne i kozmološke zahtjeve za tamnu tvar [15, 16, 17].

### 1.3 Modeli njihalice

Iz kozmoloških razmatranja moguće je postaviti gornju granicu na masu neutrina. Trenutno dostupni eksperimentalni podaci tu granicu postavljaju na [18]:

$$\sum_{\nu} m_{\nu} < 0.17 \text{ eV}, \quad (1.8)$$

s razinom pouzdanosti (eng. confidence level) od 95%. Ovako male mase u odnosu na mase ostalih čestica SM-a moguće je objasniti u okviru modela koji koriste mehanizam njihalice za generiranje neutrinjskih masa. Mehanizam njihalice pretpostavlja postojanje novih vrsta čestica koje bi mogle davati efektivni član neutrinjske mase u Lagrangianu. Ovaj član mase odgovarao bi jedinom efektivnom članu dimenzije 5 u SM-u, tzv. Weinbergovom operatoru [19]:

$$\delta\mathcal{L} = \frac{1}{2}\kappa_{\alpha\beta} \left( \overline{L_{L\alpha}^c} \tilde{H}^* \right) \left( \tilde{H}^\dagger L_{L\beta} \right) + \text{h.c.}, \quad (1.9)$$

gdje smo s  $L_{L\alpha} = (\nu_{L\alpha}, l_{L\alpha})^T$  označili SU(2) lijevi leptonski dublet,  $H = (H^+, H^0)^T$  je Higgsov dublet,  $\tilde{H} = i\sigma_2 H^*$ , a  $\kappa_{\alpha\beta} \propto \frac{1}{\Lambda}$  je konstanta potisnuta skalom nove fizike  $\Lambda$  čija struktura ovisi o kompletnoj teoriji. Indeksi  $\alpha$  i  $\beta$  pobrojavaju tri okusne generacije leptona. Weinbergov operator nakon spontanog lomljenja simetrije daje Majoranin član mase neutrina.

Najjednostavniji model njihalice je Tip I [20, 21]. SM-u dodajemo tri generacije desnih neutrina  $N_{Ri}$ . Po pretpostavci su desni neutriini SU(2) singleti. To uvodi dvije vrste novih članova u Lagrangian teorije, Majoranin član mase desnih neutrina:

$$\frac{1}{2} M_{\text{Maj}}^{ij} \overline{N_{Ri}^c} N_{Rj} + \text{h.c.}, \quad (1.10)$$

gdje smo s  $N_{Ri}$ ,  $i = 1, 2, 3$  označili tri generacije desnih neutrinjskih polja, te Yukawin član koji nakon elektroslabog lomljenja simetrije vodi na Diracov član mase:

$$m_D^{\alpha i} \overline{\nu_{L\alpha}} N_{Ri} + \text{h.c.} \quad (1.11)$$

Koristeći (1.10) i (1.11) možemo zapisati matricu mješanja:

$$\left( \overline{\nu_L} \quad \overline{N_{Ri}^c} \right) \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_{\text{Maj}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ N_R \end{pmatrix}. \quad (1.12)$$

U (1.12)  $M_{\text{Maj}}$  i  $m_D$  su kompleksne  $3 \times 3$  matrice a  $\nu_L$  i  $N_R$  vektori čije su komponente tri generacije lijevih, odnosno desnih neutrina. Za  $M_{\text{Maj}}$  se može pokazati da je simetrična. Matricu mješanja možemo dijagonalizirati:

$$\begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_{\text{Maj}} \end{pmatrix} = U m U^T, \quad (1.13)$$

gdje je  $U$  unitarna matrica, a  $m$  dijagonalna realna matrica. Ako sada pretpostavimo da je  $M_{\text{Maj}} \gg m_D$ , za matricu  $m$  dobivamo:

$$m \approx \begin{pmatrix} -m_D(M_{\text{Maj}}^{-1})^T m_D^T & 0 \\ 0 & M_{\text{Maj}} \end{pmatrix}. \quad (1.14)$$

Dobili smo dva skupa masenih stanja. Prvi skup ima mase potisnute faktorom  $M_{\text{Maj}}^{-1}$  i linearna je kombinacija koja se većinom sastoji od stanja  $\nu_L$  s malom primjesom  $N_R^c$ , dok drugi skup ima mase reda veličine  $M_{\text{Maj}}$  i kombinacija je većinom  $N_R$  s malom primjesom  $\nu_L^c$ . Budući da je  $N_R$  SU(2) singlet ovu potonju kombinaciju često nazivamo teškim sterilnim neutrinima, dok prvu kombinaciju zovemo aktivnim neutrinima koje opažamo u eksperimentima. Činjenica da je potrebna velika masa  $M_{\text{Maj}}$  kako bi dobili malu masu aktivnih neutrina potisnutu faktorom  $M_{\text{Maj}}^{-1}$  opravdava naziv "mehanizam njihalice".

Tip I može objasniti neutrinске mase i ponuditi kandidata za tamnu tvar, najlakšeg od teških sterilnih neutrina. Kada nametnemo eksperimentalne granice na masu neutrina i kozmičko obilje tamne tvari, za tamnu tvar dobijemo tzv. toplu tamnu tvar mase nekoliko keV-a. Unatoč velikom potencijalnom uspjehu, potrebno je fino podešavanje parametara teorije kako bi zadovoljili sve eksperimentalne granice [22].

Preostala dva modela njihalice, u kojima se masa neutrina generira na granastoj razini su Tip II [23, 24, 25, 26, 27, 28] i Tip III [29]. Tip II proširuje čestični sastav skalarnim tripletom hipernaboja  $Y = 2$ , dok Tip III uvodi fermionski triplet hipernaboja  $Y = 0$  kao dodatnu česticu. U modelima u kojima je masa neutrina generirana na granastoj razini masa neutrina, u skladu sa (1.9), se ponaša kao:

$$m_\nu \propto \frac{\langle H^0 \rangle^2}{\Lambda}. \quad (1.15)$$

U (1.15)  $\langle H^0 \rangle = 246\text{GeV}$  je vakuumska očekivana vrijednost Higgsovog polja, dok je  $\Lambda$  skala nove fizike. Ako pretpostavimo da su vezanja  $\mathcal{O}(1)$  onda je skala nove fizike tjerana na energije  $10^{16}\text{GeV}$ . Te energije naravno nisu dostupne eksperimentu, pa je poželjno razviti modele koji daju provjerljiva predviđanja, odnosno spustiti energetska skalu na kojoj se pojavljuje nova fizika. Ovo je moguće ostvariti na nekoliko načina:

- Neutrinске mase generiramo radijativno, te su one potisnute petljenim integralima i masama propagatora [30, 31, 32, 33, 34, 35],
- Neutrinске mase se ne pojavljuju u efektivnom operatoru dimenzije 5, nego tek u operatorima viših dimenzija [36, 37, 38, 39, 40],

- Mase su generirane na granastoj razini ali su dodatno potisnute malim parametrom koji narušava leptonski broj [41, 42, 43, 44, 45, 46].

U ovdje predstavljenim modelima primjenjujemo pristup radijativnog generiranja neutrinjskih masa mehanizmom njihalice kako bi novu fiziku zadržali u području provjerljivosti, te koristimo više multiplete  $SU(2)$  baždarne simetrije SM-a kako bi osigurali stabilnost tamne tvari.



## 2 Jednopenjljeni model

Najjednostavniji model u kojem su mase neutrina generirane na razini jedne petlje je Zee-jev model [30], koji SM nadopunjava dodatnim Higgsovim dubletom, te nabijenim skalarnim singletom  $h^+$ . Kako bi se izbjegle neutralne struje s promjenom okusa na granastoj razini potrebno je ograničiti vezanja leptona na jedan od Higgsovih dubleta [47]. Ovaj model je, međutim, u svojoj najjednostavnijoj formi isključen eksperimentalnim rezultatima neutrinjskih oscilacija [48, 49].

Uvođenjem nove diskretne  $Z_2$  simetrije, takve da su nove čestice suprotnog pariteta od čestica SM-a, lako je zatvoriti jednopenjljeni dijagram neutrinjskih masa. Ma-ov model [50] je najjednostavniji primjer ovakvog pristupa. Model uvodi tri generacije singleta Majoraninih fermiona, te drugi skalarni dublet.  $Z_2$  simetrija je nužna kako bi se izbjegle neutrinjske mase na granastoj razini.

U [1] je predstavljen model njihalice koji SM-u dodaje tri generacije leptona vektorskog tipa, nabijeni skalarni singlet i skalarni triplet. Nova polja ulaze u jednopenjljeni dijagram neutrinjske mase. Nametanjem *ad hoc* diskretne  $Z_2$  simetrije u modelu ostvarujemo stabilnost neutralne komponente skalarnog tripleta.  $Z_2$  simetrija ne utječe na generiranje neutrinjskih masa, ali nam nudi jednu od novih čestica kao moguće objašnjenje tamne tvari.

U [2] je detaljno proučena fenomenologija i provjerljivost ovog modela na LHC-u i budućim eksperimentima i provjereno je visokoenergetsko ponašanje modela, te utjecaj na stabilnost vakuuma. Model također može ponuditi nove izvore CP narušenja, potrebne za bariogenezu u ranom svemiru.

### 2.1 Model

SM proširujemo dodavanjem čestica koje nose samo naboj  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  baždarne podgrupe standardnog modela. Nove čestice smještamo u skalarni triplet hipernaboja  $Y = 0$ , skalarni singlet hipernaboja  $Y = 2$  i tri generacije leptonskih dubleta vektorskog tipa. Prema tome, skalarnе čestice u modelu su Higgsov dublet SM-a  $H$ :

$$H \equiv (H^+, H^0) \sim (2, 1), \quad (2.1)$$

te BSM (eng. Beyond Standard Model) skalarni singlet  $h^+$  i triplet  $\Delta$ :

$$h^+ \sim (1, 2), \quad (2.2)$$

$$\Delta \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_j \sigma_j \Delta^j = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \Delta^0 & \Delta^+ \\ \Delta^- & -\frac{1}{\sqrt{2}} \Delta^0 \end{pmatrix} \sim (3, 0). \quad (2.3)$$

Leptonski sadržaj se sastoji od leptona standardnog modela:

$$L_{L\alpha} \equiv (\nu_{L\alpha}, l_{L\alpha})^T \sim (2, -1), \quad l_{R\alpha} \sim (1, -2), \quad (2.4)$$

te BSM leptona vektorskog tipa:

$$\Sigma_{R\alpha} \equiv (\Sigma_{R\alpha}^0, \Sigma_{R\alpha}^-)^T \sim (2, -1), \quad \Sigma_{L\alpha} \equiv (\Sigma_{L\alpha}^0, \Sigma_{L\alpha}^-)^T \sim (2, -1). \quad (2.5)$$

U (2.4) i (2.5) grčki indeksi  $\alpha = 1, 2, 3$  pobrojavaju tri generacije leptona.

Skalarni sektor potencijala je:

$$\begin{aligned} V(H, \Delta, h^+) = & -\mu_H^2 H^\dagger H + \lambda_1 (H^\dagger H)^2 + \mu_h^2 h^- h^+ + \lambda_2 (h^- h^+)^2 + \\ & + \mu_\Delta^2 \text{Tr}[\Delta^2] + \lambda_3 (\text{Tr}[\Delta^2])^2 + \lambda_4 H^\dagger H h^- h^+ + \lambda_5 H^\dagger H \text{Tr}[\Delta^2] + \\ & + \lambda_6 h^- h^+ \text{Tr}[\Delta^2] + (\lambda_7 H^\dagger \Delta \tilde{H} h^+ + \text{h.c.}) + \mu H^\dagger \Delta H. \end{aligned} \quad (2.6)$$

$H$  je Higgsov dublet SM-a i budući da mu je član mase negativan razvija vakuumsku očekivanu vrijednost (VEV - eng. Vacuum Expectation Value) na uobičajen način. Skalarni triplet  $\Delta$  nema negativnu masu pa razvija inducirani VEV isključivo preko zadnjeg člana u potencijalu  $\mu H^\dagger \Delta H$ :

$$\begin{aligned} V(H) = & -\mu_H^2 H^\dagger H + \lambda_1 (H^\dagger H)^2 \rightarrow \frac{\partial V(H)}{\partial H} = -2\mu_H^2 H + 4\lambda_1 H^3 \stackrel{!}{=} 0 \\ & \rightarrow \langle H^0 \rangle \equiv \frac{v}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\mu_H^2}{2\lambda_1}} \\ V(\Delta) = & \mu_\Delta^2 \text{Tr}[\Delta^2] + \lambda_3 (\text{Tr}[\Delta^2])^2 + \lambda_5 H^\dagger H \text{Tr}[\Delta^2] + \mu H^\dagger \Delta H \rightarrow \\ \rightarrow \frac{\partial V(\Delta^0)}{\partial \Delta^0} \Big|_{H^0 = \frac{v}{\sqrt{2}}} = & -\mu \frac{v^2}{2\sqrt{2}} + 4\lambda_3 (\Delta^0)^3 + 2 \left( \mu_\Delta^2 + \lambda_5 \frac{v^2}{2} \right) \Delta^0 \stackrel{!}{=} 0 \\ & \rightarrow \langle \Delta^0 \rangle \equiv u \neq 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

U (2.7) smo pokazali kako VEV SM Higgsovog polja  $H$  inducira VEV skalarnog tripleta  $\Delta$ , no treba napomenuti da  $v$  također ovisi o  $u$  preko  $\lambda_5$  člana. Eksperimentalni rezultati (vidi poglavlje 2.3) postavljaju gornju granicu od nekoliko GeV-a na iznos  $u$ .

Leptonski sektor potencijala koji sadrži Yukawine interakcije i članove mase leptona je:

$$\begin{aligned} V(\Sigma_R, \Sigma_L, L_L, l_R) = & M \overline{\Sigma}_L \Sigma_R + m \overline{L}_L \Sigma_R + g_1 \overline{\Sigma}_L \Delta \Sigma_R + \\ & + g_2 \overline{L}_L \Delta \Sigma_R + g_3 \overline{\Sigma}_L^c \Sigma_L h^+ + g_4 \overline{\Sigma}_L^c L_L h^+ + g_5 \overline{L}_L^c L_L h^+ + \\ & + g_6 \overline{\Sigma}_R^c \Sigma_R h^+ + y_1 \overline{\Sigma}_L H l_R + y_2 \overline{L}_L H l_R + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (2.8)$$

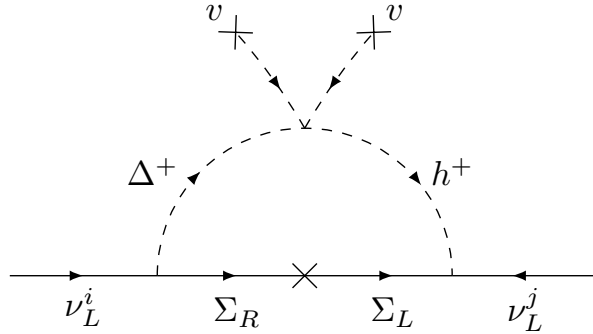
gdje smo zbog jednostavnijeg zapisa izostavili generacijske indekse. Prema tome  $m$ ,  $M$ ,  $y_{1,2}$ , i  $g_i, i = 1, \dots, 6$  su  $3 \times 3$  matrice. Važno je napomenuti da u (2.8) postoji ovisnost među parametrima  $m$  i  $g_2$  kako bi se izbjegao član mase neutrina na granastoj razini. Ovaj uvjet možemo iskazati izrazom:

$$g_2 = -\frac{\sqrt{2}}{u}m. \quad (2.9)$$

Detaljniju analizu skalarnog i leptonskog sektora ovog modela, kao i dijagonalizaciju matrice mase ostavljamo za Dodatak A.

## 2.2 Neutrinske mase i tamna tvar u jednopetljenom modelu

Dijagram koji generira neutrinske mase u jednopetljenom modelu prikazan je na Slici 1. U petlju ulaze skalarni singlet, pozitivno nabijeni član tripleta i leptoni vektorskog tipa. Dijagram topološki odgovara jednopetljenom dijagramu neutrinskih masa iz Maovog modela [50].



Slika 1: Jednopetljeni dijagram koji generira neutrinske mase

Matrica neutrinskih masa je proporcionalna konstanti vezanja  $\lambda_7$  u (2.6) i dana je izrazom:

$$\mathcal{M}_{ij} = \sum_{k=1}^3 \frac{[(g_4)_{ik}(g_2)_{jk} + (g_2)_{ik}(g_4)_{jk}]}{8\pi^2} \lambda_7 v^2 M_k \times \frac{M_k^2 m_{h^+}^2 \log \frac{M_k^2}{m_{h^+}^2} + M_k^2 m_{\Delta^+}^2 \log \frac{m_{\Delta^+}^2}{M_k^2} + m_{h^+}^2 m_{\Delta^+}^2 \log \frac{m_{h^+}^2}{m_{\Delta^+}^2}}{(m_{h^+}^2 - m_{\Delta^+}^2)(M_k^2 - m_{h^+}^2)(M_k^2 - m_{\Delta^+}^2)}, \quad (2.10)$$

gdje su  $M_k$ ,  $m_{\Delta^+}$  i  $m_{h^+}$  mase  $\Sigma_k^-$ ,  $\Delta^+$  i  $h^+$  čestica. U (2.10) smo koristili mase čestica nakon elektroslabog lomljenja simetrije i pretpostavili smo da je

matrica mase  $M_\Sigma$  dijagonalizirana. Za mase  $M_k \sim m_{\Delta^+} \sim m_{h^+} \sim 400$  GeV, mase neutrina reda veličine  $m_\nu \sim 0.1$  eV možemo dobiti za konstante vezanja  $g_2, g_4$  i  $\lambda_7$  reda veličine  $10^{-3}$ .

Neutralnu komponentu skalarnog tripleta  $\Delta^0$  možemo razmotriti u ulozi kandidata za tamnu tvar. Čak iako je  $\Delta^0$  najlakša od novouvedenih čestica, potrebna je neka nova simetrija koja bi sprječavala da se  $\Delta^0$  raspada na lakše čestice SM-a. U tu svrhu potrebno je uvesti *ad hoc*  $Z_2$  simetriju na koju će sve nove čestice biti različite parnosti od čestica SM-a. Uvođenje ove simetrije nikako ne utječe na (2.10), ali dokida  $\mu$  član u Lagrangianu (2.6) kao i neke članove u (2.8). Budući da je hipernaboj skalarnog tripleta  $Y = 0$ , neutralna komponenta  $\Delta^0$  se ne veže na  $Z^0$  bozon, te njezina moguća uloga tamne tvari nije isključena eksperimentima s direktnom detekcijom. Granice na masu  $\Delta^0$  dolaze isključivo od kozmičkog obilja tamne tvari.

### 2.3 Provjerljivost proširenog skalarnog sektora u jedнопетljenom modelu

Nadalje ćemo gledati slučaj bez nametnute *ad-hoc*  $Z_2$  simetrije. U tom slučaju skalarni triplet sudjeluje u elektroslabom lomljenju simetrije i dobiva vakuumsku očekivanu vrijednost. Nakon elektroslabog lomljenja simetrije, dolazi do mješanja neutralnih komponenti SM Higgsovog dubleta  $H^0$  i BSM tripleta  $\Delta^0$  s kutom  $\theta_0$  što je detaljnije raspisano u Dodatku A. Dijagonalizacijom matrice mješanja dobivamo stanje  $h(125)$  koje odgovara skalarnoj čestici detektiranoj na LHC-u i njenog težeg partnera  $H$ . Vakuumsku očekivanu vrijednost neutralne komponente skalarnog tripleta  $\langle \Delta^0 \rangle \equiv u$  je moguće ograničiti mjerenjima u elektroslabom sektoru na  $u < \mathcal{O}(1)$  GeV-a. Nakon elektroslabog lomljenja simetrije mase  $W^\pm$  i  $Z^0$  bozona su dane izrazima (vidi (2.39)):

$$m_W^2 = \frac{g^2}{4} (v^2 + 4u^2), \quad m_Z^2 = \frac{g^2 v^2}{4 \cos^2 \theta_0}. \quad (2.11)$$

Elektroslabi parametar  $\rho$  je na granastoj razini:

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_0} = 1 + 4 \frac{u^2}{v^2}. \quad (2.12)$$

Eksperimentatlna vrijednost parametra  $\rho$  je  $1.0039 \pm 0.00019$  [51]. Prema tome možemo zanemariti sve efekte koji su reda  $\mathcal{O}(u/v)$ . Kako je pokazano u Dodatku A kut  $\theta_0$  je u limesu  $\frac{u}{v} \rightarrow 0$  dovoljno dobro izražen formulom:

$$\sin \theta_0 \sim \frac{u}{v}. \quad (2.13)$$

Iz činjenice da je  $u \ll v$  vidimo da je  $h(125)$  većinom neutralna komponenta dubleta, dok je teži partner  $H$  većinom neutralna komponenta tripleta:

$$h(125) \approx \cos \theta_0 \phi^0, \quad (2.14)$$

$$H \approx \cos \theta_0 \Delta^0, \quad (2.15)$$

gdje je  $\phi^0$  definiran izrazom  $H^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \phi^0 + i\xi^0)$ .

Pogledajmo sada redom mehanizme produkcije i raspada ove dvije čestice koje zovemo laki i teški Higgsov bozon. U prvom redu će nas zanimati raspad na vektorske bozone koji daju najčišće signale na LHC-u.

### 2.3.1 Laki Higgsov bozon

Dvofotonski raspad lakog Higgsovog bozona  $h(125) \rightarrow \gamma\gamma$  odvija se na razini jedne petlje. Budući da je laki Higgsov bozon većinom dan neutralnom komponentom skalarnog dubleta koji se veže na nabijene skalare  $S = (h^+, \Delta^+)$  preko vezanja oblika:

$$c_S v \phi^0 S^\dagger S, \quad (2.16)$$

gdje vezanja  $c_S$  možemo odrediti iz (2.6) kao  $c_S = (\lambda_4, 2\lambda_5)$ , čestice  $h^+$  i  $\Delta^+$  se također propagiraju u petlji dvofotonskog raspada, te daju faktor povećanja u odnosu na SM širinu raspada. Širina raspada za proces  $h(125) \rightarrow \gamma\gamma$  uz prisutstvo dodatnih skalarnih nabijenih čestica može se izraziti kao [52]:

$$\begin{aligned} \Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma) &= \frac{\alpha^2 m_h^3}{1024 \pi^2} \times \\ &\times \left| \frac{g_{hVV}}{m_V^2} Q_V^2 A_1(\tau_V) + \frac{2g_{hf\bar{f}}}{m_f} N_{c,f} Q_f^2 A_{\frac{1}{2}}(\tau_f) + \frac{g_{hSS}}{m_S^2} N_{c,S} Q_S^2 A_0(\tau_S) \right|^2, \end{aligned} \quad (2.17)$$

gdje  $i = (V, f, S)$  označavaju vektorske, fermionske i skalarnе čestice koje se mogu propagirati unutar petlje. S  $g_{hii}$  označavamo konstante vezanja između lakog Higgsovog bozona i propagirajućih čestica, s  $Q_i$  naboj propagirajućih čestica izražen u jediničnim nabojima elektrona  $e$ , te s  $N_{c,i}$  njihov broj boja.  $\tau_i$  je dan izrazom:

$$\tau_i = \frac{4m_i^2}{m_h^2}. \quad (2.18)$$

$A_{j=1, \frac{1}{2}, 0}$  su petljene funkcije dane izrazima:

$$A_1(x) = 3(x^2 - 2x)f(x^{-1}) - 3x - 2, \quad (2.19)$$

$$A_{\frac{1}{2}}(x) = 2x(1 + (1 - x)f(x^{-1})), \quad (2.20)$$

$$A_0(x) = x^2 f(x^{-1}) - x. \quad (2.21)$$

U situaciji kada je masa lakog Higgsova ispod kinematičkog praga za produkciju novih čestica, odnosno  $m_h < 2m_i$  funkcija  $f(x)$  je dana izrazom:

$$f(x) = \arcsin^2 \sqrt{x}. \quad (2.22)$$

Budući da se naš laki Higgsov bozon u limesu  $\frac{u}{v} \rightarrow 0$  ponaša kao Higgsov bozon SM-a, konstante vezanja i mase vektorskih bozona i fermiona možemo aproksimirati njihovim SM vrijednostima:

$$g_{hWW} = \frac{g^2 v}{2}, \quad m_W^2 = \frac{g^2 v^2}{4}, \quad \frac{g_{hWW}}{m_W^2} = \frac{2}{v}, \quad (2.23)$$

$$g_{hf\bar{f}} = \frac{\lambda_f}{\sqrt{2}}, \quad m_f = \lambda_f \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad \frac{2g_{hf\bar{f}}}{m_f} = \frac{2}{v}, \quad (2.24)$$

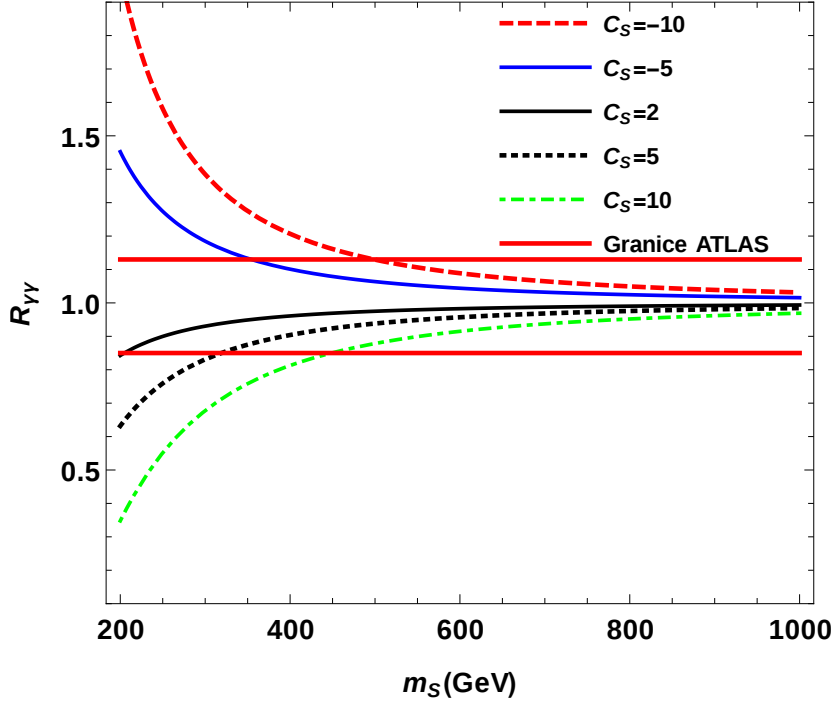
gdje je  $v = 246$  GeV-a, dok je konstanta vezanja skalarnih čestica na Higgsov bozon  $g_{hSS} = c_S v$ . Koristeći (2.23) i (2.24) u (2.17) uz činjenicu da od SM fermiona najviše doprinosi top kvark možemo izraziti faktor povećanja širine raspada kao:

$$R_{\gamma\gamma} = \frac{\Gamma_{BSM}(h \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma_{SM}(h \rightarrow \gamma\gamma)} = \left| 1 + \sum_S \frac{c_S v^2 Q_S^2}{2m_S^2} \frac{A_0(\tau_S)}{A_1(\tau_W) + N_{c,t} Q_t^2 A_{\frac{1}{2}}(\tau_t)} \right|^2. \quad (2.25)$$

Rezultate koje dobijemo iz (2.25) možemo usporediti s eksperimentalnim granicama na faktor povećanja širine raspada određenim na ATLAS eksperimentu  $R_{\gamma\gamma} = 0.99 \pm 0.14$  [53]. Rezultate prikazujemo na Slici 2. Lakši nabijeni skalari imaju značajniji utjecaj na povećanje širine raspada, te Slika 2 postavlja donje granice na njihove mase i na konstante vezanja  $c_S$ . Budući da samo vrlo laki skalari mogu bitno utjecati na povećanje širine raspada, za sve skalare mase veće od  $\sim 400$  GeV granice na konstante vezanja su slabo definirane. Naravno, za vrijednosti konstanti vezanja  $\sim \mathcal{O}(10)$ , već postoji zabrinutost oko perturbativnosti modela. Valja napomenuti da se granice na faktor povećanja određene na CMS eksperimentu razlikuju od ovdje korištenih i iznose  $R_{\gamma\gamma} = 1.18_{-0.14}^{+0.17}$ . Petlje koje bi uključivale dodatne teške nabijene leptone, te doprinosile  $h \rightarrow \gamma\gamma$  raspadu, mogle bi dolaziti od  $y_1 \overline{\Sigma}_L H l_R$  člana u (2.8), no te petlje su potisnute faktorom  $\sim M^{-1}$  kao što je pokazano u Dodatku A.

Osim  $h \rightarrow \gamma\gamma$  raspada, možemo također proučiti utjecaj novih nabijenih skalarnih čestica na  $h \rightarrow Z\gamma$  proces. Širina raspada uz prisutstvo novih nabijenih skalarnih čestica je dana izrazom [52]:

$$\Gamma(h \rightarrow Z\gamma) = \frac{\alpha^2 m_h^3}{256\pi^3 v \sin \theta_w} \left(1 - \frac{m_Z^2}{m_h^2}\right)^3 |\mathcal{A}_{SM} + \mathcal{A}|^2, \quad (2.26)$$



Slika 2: Faktor povećanja širine raspada  $h \rightarrow \gamma\gamma$  lakog Higgsovog bozona  $R_{\gamma\gamma}$  u ovisnosti o masi lakšeg od dva nabijena skalara, za različite vrijednosti konstante vezanja  $c_S$ . Horizontalne crvene linije predstavljaju eksperimentalnu granicu na faktor povećanja [53].

gdje smo s  $\mathcal{A}_{SM}$  i  $\mathcal{A}$  označili:

$$\mathcal{A}_{SM} = \cos\theta_w A_1(\tau_W, \lambda_W) + N_c \frac{Q_t(2T_3^t - 4Q_t \sin^2\theta_w)}{\cos\theta_w} A_{\frac{1}{2}}(\tau_t, \lambda_t), \quad (2.27)$$

$$\mathcal{A} = - \sum_S \frac{v^2 \sin\theta_w c_S Q_S g_{ZSS}}{m_S^2} A_0(\tau_S, \lambda_S). \quad (2.28)$$

U (2.27) i (2.28)  $\theta_w$  je Weinbergov kut,  $T_3$  je treća komponenta izospina, dok je  $\lambda_i$ :

$$\lambda_i = \frac{4m_i^2}{m_Z^2}, \quad (2.29)$$

a  $g_{ZSS}$  označava konstantu vezanja skalara na  $Z$  bozon i moguće ju je dobiti iz formule:

$$g_{ZSS} = \frac{T_3^S - Q_S \sin^2\theta_w}{\sin\theta_w \cos\theta_w}. \quad (2.30)$$

$A_{j=1, \frac{1}{2}, 0}$  su nove petljene funkcije dane izrazima:

$$A_1(x, y) = 4(3 - \tan^2 \theta_w)I_2(x, y) + [(1 + 2x^{-1}) \tan^2 \theta_w - (5 + 2x^{-1})]I_1(x, y), \quad (2.31)$$

$$A_{\frac{1}{2}}(x, y) = I_1(x, y) - I_2(x, y), \quad (2.32)$$

$$A_0(x, y) = I_1(x, y), \quad (2.33)$$

gdje smo koristili pokrate:

$$I_1(x, y) = \frac{xy}{2(x-y)} + \frac{x^2y^2}{2(x-y)^2}[f(x^{-1}) - f(y^{-1})] + \frac{x^2y}{(x-y)^2}[g(x^{-1}) - g(y^{-1})], \quad (2.34)$$

$$I_2(x, y) = -\frac{xy}{2(x-y)}[f(x^{-1}) - f(y^{-1})]. \quad (2.35)$$

Funkcija  $f(x)$  je dana izrazom (2.22), dok je  $g(x)$  pod istim uvjetima:

$$g(x) = \sqrt{x^{-1} - 1} \arcsin \sqrt{x}. \quad (2.36)$$

Faktor povećanja u odnosu na SM je, koristeći (2.26), (2.27) i (2.28):

$$R_{Z\gamma} = \frac{\Gamma_{BSM}(h \rightarrow Z\gamma)}{\Gamma_{SM}(h \rightarrow Z\gamma)} = \left| 1 + \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A}_{SM}} \right|^2. \quad (2.37)$$

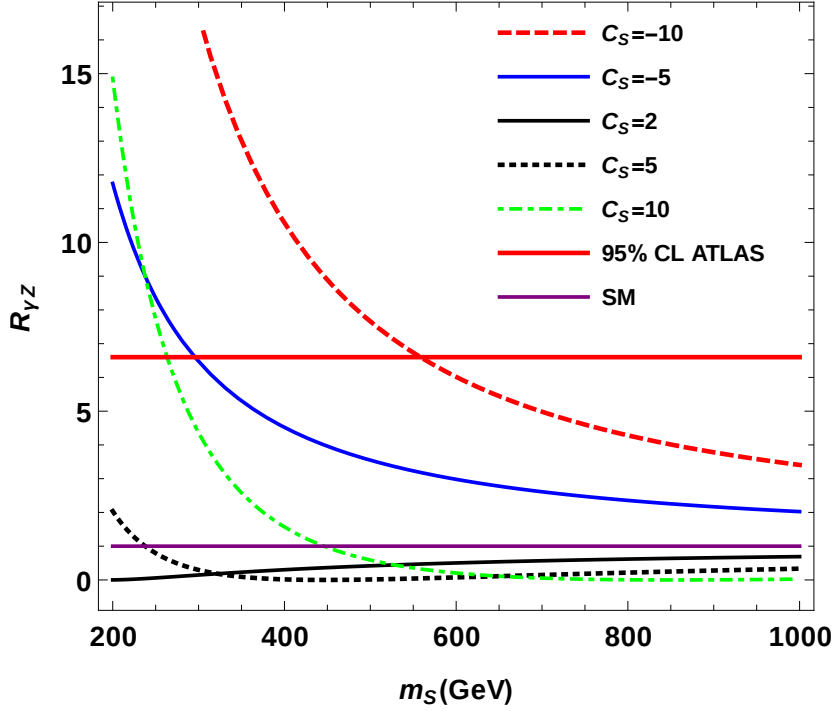
Rezultate, uz pretpostavku jednakih masa čestica  $m_S = m_{h^+} = m_{\Delta^+}$  i jednakih konstanti vezanja  $c_S = \lambda_4/2 = \lambda_5$  prikazujemo na Slici 3. Sa slike je vidljivo da bi jedino za vrijednosti konstanti vezanja  $c_S \sim -10$  mogli imati značajnije povećanje širine raspada. S druge strane, na LHC nije uočeno veliko odstupanje od SM vrijednosti, te ovaj proces postavlja slabija ograničenja na parametarski prostor modela.

### 2.3.2 Teški Higgsov bozon

Teški Higgsov bozon je dominantno dan neutralnom komponentom tripleta  $H \approx \cos \theta_0 \Delta^0$ . Kako bi odredili glavni mod produkcije teškog Higgsa  $H$  na LHC-u pogledat ćemo njegova vezanja na čestice SM-a. Vezanje na fermione SM-a je dano u izrazu 2.8. Relevantni članovi su:

$$\begin{aligned} V(\Sigma_R, \Sigma_L, L_L, l_R) &\propto g_1 \overline{\Sigma}_L \Delta \Sigma_R + g_2 \overline{L}_L \Delta \Sigma_R + y_1 \overline{\Sigma}_L H l_R + \\ &+ y_2 \overline{L}_L H l_R + \text{h.c.} \propto g_1 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\Sigma}_L^0 \Delta^0 \Sigma_R^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\Sigma}_L^- \Delta^0 \Sigma_R^- \right) + \\ &+ g_2 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\nu}_L^0 \Delta^0 \Sigma_R^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{l}_L^- \Delta^0 \Sigma_R^- \right) + y_1 \overline{\Sigma}_L^- H^0 l_R + y_2 \overline{l}_L^- H^0 l_R + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (2.38)$$





Slika 3: Faktor povećanja širine raspada  $h \rightarrow Z\gamma$  lakog Higgsovog bozona  $R_{Z\gamma}$  u ovisnosti o masi lakšeg od dva nabijena skalara, za različite vrijednosti konstante vezanja  $c_S$ . Pretpostavili smo da su mase dva nabijena skalara jednake i iznose  $m_S$ , te da su konstante vezanja  $c_S = \lambda_4/2 = \lambda_5/2$ . Horizontalna crvena linija predstavlja eksperimentalnu granicu ATLAS detektora na faktor povećanja pri 95% razine povjerenja (CL od eng. confidence level) i iznosi 6.6.

gdje smo potisnuli generacijske indekse i zadržali samo članove koji sadržavaju neutralne skalarnе čestice  $\Delta^0$  i  $H^0$ . Koristeći  $H^0 \sim H \sin \theta_0$ ,  $\Delta^0 \approx H \cos \theta_0$  i  $\cos \theta_0 \approx 1$ , te činjenicu da su laka nabijena masena stanja većinom dana s  $l_{L,R}^-$ , dok u  $\Sigma_{L,R}^-$  sudjeluju samo s faktorom  $u/M \ll 1$ , možemo zaključiti da su sva granasta vezanja teškog Higgsovog bozona  $H$  na fermione SM-a potisnuta najmanje s faktorom  $\sin \theta_0$ .

Vežanja na elektroslabe vektorske bozone su dana članovima u Lagrangianu:

$$\mathcal{L}(H, \Delta) = (D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) + \frac{1}{2} \text{Tr}(D_\mu \Delta)^\dagger (D^\mu \Delta) \quad (2.39)$$

gdje je kovarijantna derivacija za skalarni triplet dana izrazom:

$$D_\mu \Delta = \partial_\mu \Delta + ig[\tilde{A}_\mu, \Delta], \quad \tilde{A}_\mu = \sum_{n=1}^3 A_\mu^a T^a \quad (2.40)$$

Iz (2.39) se može vidjeti da su sva vezanja oblika  $HVV$ , gdje smo s  $V$  označili vektorske bozone  $W^\pm$  i  $Z^0$ , potisnuta. Prvi član je opet potisnut kutom mješanja između neutralnih komponenti dubleta i tripleta  $\sin\theta$ , dok je drugi član potisnut vakuumskom očekivanom vrijednosti tripleta  $u$ , te se u njemu pojavljuje vezanje isključivo na  $W^\pm$  bozone budući da je hipernaboj tripleta  $Y = 0$ .

Budući da su vezanja teškog Higgsovog bozona na fermione SM-a i elektroslabe vektorske bozone na granastoj razini potisnuta, doprinos produkciji  $H$  putem gluonske fuzije je zanemariv. Umjesto toga najznačajniji doprinos dolazi od fuzije elektroslabih vektorskih bozona (VBF - od eng. Vector Boson Fusion) preko petlje s novim leptonima vektorskog tipa  $\Sigma_{L,R}$ . Jedini član u Yukawinom potencijalu (2.8) koji doprinosi produkciji je:

$$V(\Sigma_R, \Sigma_L, L_L, l_R) \propto g_1 \overline{\Sigma}_L \Delta \Sigma_R + \text{h.c.} \propto g_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\Sigma}_L^- \Delta^0 \Sigma_R^- + \text{h.c.} \quad (2.41)$$

Naime, petlje s nabijenim skalarima su također potisnute faktorom  $\sin\theta$  budući da se vezanja koja dobijemo iz kvartičnih članova potencijala (2.6) ponašaju kao  $\lambda_i u \Delta^0 S_i^+ S_i^-$ , a mase nabijenih skalarnih čestica koje se propagiraju u petlji su  $m_i \sim v$ . Za teški Higgsov bozon čija su vezanja na elektroslabe bozone i fermione SM-a potisnuta na granastoj razini, i čija je masa puno veća od elektroslabe skale, dominantni mehanizam produkcije je fotonska fuzija [54], te možemo zanemariti doprinose od fuzije bozona slabe sile. Prema tome razmatramo udarni presjek dvobozonskog raspada teškog skalara  $H$  produciranog procesom fotonske fuzije pri  $\sqrt{s} = 13$  TeV-a, koji je dan izrazom [55]:

$$\sigma_{VV} \equiv \sigma(pp \rightarrow H \rightarrow VV) = \frac{8\pi^2}{m_H} \left. \frac{d\mathcal{L}_{\gamma\gamma}^{\text{inc}}}{dM^2} \right|_{M=m_H} \Gamma(H \rightarrow \gamma\gamma) \text{Br}(H \rightarrow VV), \quad (2.42)$$

gdje se relevantne vrijednosti inkluzivnog foton-foton luminoziteta  $d\mathcal{L}_{\gamma\gamma}^{\text{inc}}/dM^2$  za produkciju čestice mase  $M$  mogu naći u [55].

Doprinosi različitim kanalima raspada sa SM vektorskim bozonima u konačnom stanju su određeni članovima  $g_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\Sigma}_L^- \Delta^0 \Sigma_R^-$  i  $g_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\Sigma}_L^0 \Delta^0 \Sigma_R^0$  i vezanjima fermiona  $\Sigma^-$  i  $\Sigma^0$  na vektorske bozone SM-a, te ih je moguće izraziti pomoću efektivnih konstanti vezanja:

$$g_{HZ\gamma} = \alpha \sum_F \lambda_F \frac{A_{\frac{1}{2}}(\tau_F)}{m_F} \sqrt{2} Q_F \frac{(T_{3F} - \sin^2 \theta_w Q_F)}{\sin \theta_w \cos \theta_w}, \quad (2.43)$$

$$g_{HZZ} = \alpha \sum_F \lambda_F \frac{A_{\frac{1}{2}}(\tau_F)}{m_F} \frac{(T_{3F} - \sin^2 \theta_w Q_F)^2}{\sin^2 \theta_w \cos^2 \theta_w}, \quad (2.44)$$

$$g_{H\gamma\gamma} = \alpha \sum_F \lambda_F \frac{A_{\frac{1}{2}}(\tau_F)}{m_F} Q_F^2, \quad (2.45)$$

$$g_{HWW} = \alpha \sum_F \lambda_F \frac{A_{\frac{1}{2}}(\tau_F)}{m_F} \sqrt{2} \frac{(T_F - T_{3F})(T_F + T_{3F} + 1)}{2 \sin^2 \theta_w}, \quad (2.46)$$

koje su normalizirane tako da vrijedi:

$$\Gamma(H \rightarrow VV) = \frac{m_H}{64\pi^3} \left| \frac{m_H g_{HVV}}{2} \right|^2. \quad (2.47)$$

U izrazima (2.43)-(2.46) smo zanemarili mase SM bozona, te smo uzeli u obzir faktore simetrije koji dolaze od identičnih čestica u konačnom stanju. Veza- nja  $\lambda_F$  su dana dijagonalizacijom matrice  $g_1/\sqrt{2} \cos \theta_0$ , dok suma ide preko svih čestica koje se propagiraju u petlji. Petljena funkcija  $A_{\frac{1}{2}}(x)$  je dana u (2.20), a  $\tau_F$  u (2.18). Ako pretpostavimo da su mase čestica  $\Sigma_i^{\pm,0}$ ,  $i = 1, 2, 3$  i njihova vezanja na  $H$  degenerirana, efektivne konstante vezanja možemo kompaktno izraziti preko Dynkinovih indeksa  $I_1$  i  $I_2$ , reprezentacije SM ba- ždarne grupe kojoj čestice u petlji pripadaju:

$$g_{HZ\gamma} = N_E \lambda \alpha \frac{A_{\frac{1}{2}}(\tau_F)}{m_F} \sqrt{2} \left( \frac{\cos \theta_w}{\sin \theta_w} I_2 - \frac{\sin \theta_w}{\cos \theta_w} I_1 \right), \quad (2.48)$$

$$g_{HZZ} = N_E \lambda \alpha \frac{A_{\frac{1}{2}}(\tau_F)}{m_F} \left( \frac{\cos^2 \theta_w}{\sin^2 \theta_w} I_2 + \frac{\sin^2 \theta_w}{\cos^2 \theta_w} I_1 \right), \quad (2.49)$$

$$g_{H\gamma\gamma} = N_E \lambda \alpha \frac{A_{\frac{1}{2}}(\tau_F)}{m_F} (I_1 + I_2), \quad (2.50)$$

$$g_{HWW} = N_E \lambda \alpha \frac{A_{\frac{1}{2}}(\tau_F)}{m_F} \left( \sqrt{2} \frac{I_2}{\sin^2 \theta_w} \right). \quad (2.51)$$

Za tri generacije leptona vektorskog tipa,  $N_E = 3$  i Dynkinove indekse  $I_1 = 1/2$  i  $I_2 = 1/2$  za omjere širina raspada:

$$R_{VV} \equiv \frac{\Gamma(H \rightarrow VV)}{\Gamma(H \rightarrow \gamma\gamma)}, \quad (2.52)$$

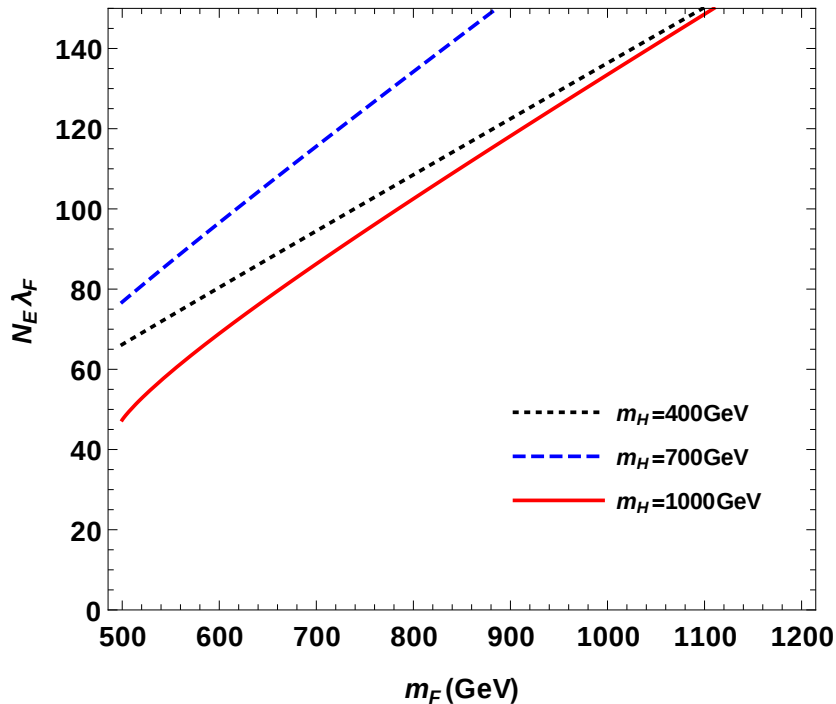
dobijemo:

$$R_{WW} \approx 9.1, \quad R_{ZZ} \approx 3.2, \quad R_{Z\gamma} \approx 0.8. \quad (2.53)$$

Budući da su ovo jedini značajni raspadi teškog Higgsovog bozona, rezultat je omjer grananja za dvofotonski raspad:

$$Br(H \rightarrow \gamma\gamma) \approx 7\%. \quad (2.54)$$

Sada možemo pogledati eksperimentalne granice na model postavljene u potragama za rezonancama koje se raspadaju na par baždarnih bozona. Najstrože granice dolaze od potraga u dvofotonskom kanalu raspada, na LHC-u pri 13 TeV i za integrirani luminozitet od  $15.4 \text{ fb}^{-1}$ , na podacima zabilježenim u 2015. i 2016. godini na ATLAS eksperimentu [56]. Rezultate



Slika 4: Gornje granice na konstantu vezanja  $N_E \lambda_F$  pri 95% CL u aproksimaciji uske širine raspada za proces  $pp \rightarrow H \rightarrow \gamma\gamma$ . Granice su preuzete od ATLAS eksperimenta za integrirani luminozitet od  $15.4 \text{ fb}^{-1}$  [56].

prikazujemo na Slici 4. Vidimo da za više mase  $m_F$  imamo slabije gornje granice na konstante vezanja  $N_E g_1 / \sqrt{2} \cos \theta_0$ . Također, općenito, za fiksirane mase  $m_F$  gornje granice se spuštaju kako idemo prema višim masama  $m_H$ , no zbog fluktuacija u podacima oko 700 – 800 GeV-a, konstante vezanja su najslabije ograničene za slučaj  $m_H = 700$  GeV. Za  $N_E = 3$ , granice na  $g_1 / \sqrt{2} \cos \theta_0 < \mathcal{O}(10 - 60)$  znače da LHC trenutno počinje testirati područje u kojem je naš model perturbativan. Kada LHC dosegne planirani luminozitet od  $100 \text{ fb}^{-1}$ , očekujemo da će biti ispitano područje vrijednosti konstante vezanja  $g_1 / \sqrt{2} \cos \theta_0 < \mathcal{O}(4 - 20)$ .

U dosadašnjem razmatranju smo pretpostavljali da vrijedi  $\sin \theta_0 \approx \frac{u}{v}$  što je malo, no valja napomenuti da postoji malo područje parametarskog prostora gdje kut mješanja postaje nezanemariv. Kako je pokazano u Dodatku

A, točan izraz za kut mješanja je:

$$\tan 2\theta_0 = \frac{\frac{\mu}{2\sqrt{2}}v - \lambda_5 uv}{\frac{\mu}{2\sqrt{2}}\frac{v^2}{4u} + 2\lambda_3 u^2 - \lambda_1 \frac{v^2}{2}}. \quad (2.55)$$

Već je u [57] primjećeno da nazivnik ovog izraza može postati proporcionalan  $u^2$  kada je zadovoljen uvjet:

$$\lambda_1 = \frac{\mu}{4\sqrt{2}u}. \quad (2.56)$$

U tom slučaju mješanje neutralnih komponenti  $H$  i  $\Delta$  može postati značajno, te se kao značajan mod raspada mogu pojaviti kaskadni raspadi [58]. Za specijalni izbor masa [59]  $m_H < 2m_t$  i  $m_H < 2m_\Sigma$  kako bi izbjegli raspade  $H \rightarrow t\bar{t}$  i  $H \rightarrow \Sigma\bar{\Sigma}$  dominantni mod za otkrivanje teškog Higgsovog partnera može postati kaskadni raspad  $H \rightarrow \Sigma^\pm + l^\mp \rightarrow hl^+l^-$ . U ovom radu nećemo dalje proučavati ovaj mali dio parametarskog prostora.

## 2.4 Perturbativnost modela

Beta funkcije za kvartična vezanja standardnog modela proširenog  $Y = 0$  skalarnim tripletom mogu se naći u [60]. Izraze dane tamo treba nadopuniti doprinosima dodatnih kvartičnih vezanja u našem modelu. Kao primjer pogledajmo ponašanje kvartičnog vezanja  $\lambda_5$ . Za doprinos beta funkciji na razini jedne petlje imamo:

$$\beta_{\lambda_5}^{(1)} = 8\lambda_5^2 - \frac{33}{2}\lambda_5 g_2^2 + \frac{3}{2}g_2^4 - \frac{9}{10}\lambda_5 g_1^2 + 6\lambda_5 y_t^2 + 40\lambda_3 \lambda_5 + 12\lambda_1 \lambda_5 + a\lambda_6 \lambda_5, \quad (2.57)$$

gdje je  $\beta_X^{(n)}$  definirano jednažbom:

$$\beta_X = \mu^2 \frac{dX}{d\mu^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(16\pi^2)^n} \beta_X^{(n)}, \quad (2.58)$$

a koeficijent  $a \sim \mathcal{O}(1)$  dolazi od dodatnih kvartičnih vezanja u našem modelu, te je njegova egzaktna vrijednost nebitna za konačni zaključak. Naime, izraz u (2.57) nam ne omogućava da postavimo granice na konstante vezanja kao posljedicu zahtjeva na perturbativnost modela. Vezanja  $\lambda_3$  i  $\lambda_6$  nisu ograničena  $H \rightarrow \gamma\gamma$  procesom, jer njihov doprinos iščezava u limesu  $u = 0$ , te se njihov iznos može podesiti po želji.

### 3 Tropetljeni model

Svi modeli koji generiraju neutrinske mase na razini tri petlje posjeduju poželjnu karakteristiku da jednostavno objašnjavaju problem 12 redova veličine razlike između neutrinskih masa i elektroslabe skale. Jedan od najčešćih motiva koji se pojavljuje u tim modelima je *ad hoc*  $Z_2$  simetrija, čija je uloga spriječavanje produciranja neutrinske mase u nižim redovima računa smetnje, te stabilizacija jedne od novouvedenih čestica modela kako bi ona mogla ponuditi i rješenje problema tamne tvari. U radu [61] autori problem *ad hoc* diskretne simetrije rješavaju uvođenjem lokalne baždarne  $U(1)_D$  simetrije u modelu s dva tamna skalarna dubleta. Lomljenje  $U(1)_D$  baždarne simetrije u tom kontekstu nudi dinamičko objašnjenje egzaktne  $Z_2$  simetrije. S druge strane u [62] autori proširuju SM fermionskim tripletom hipernaboja  $Y = 0$  čija je stabilnost osigurana zahtjevom da slučajna  $B - L$  simetrija SM-a ostane očuvana, te tako izbjegavaju uvođenje nove simetrije za stabiliziranje BSM čestica.

Kao alternativa, u ovom modelu "slučajna"  $Z_2$  simetrija slijedi kao posljedica baždarne simetrije SM-a i pomnog izbora čestičnog sadržaja. U tu svrhu u modelu koristimo više  $SU(2)_L$  multiplete uvedene u kontekstu minimalne tamne tvari [14]. Fermionski kvintuplet  $\Sigma \sim (5, 0)$  i skalarni septuplet  $\chi \sim (7, 0)$  koji su tamo selektirani kao izolirana stabilna proširenja SM-a, su u našem modelu implementirani zajedno. Oba multipleta su potrebna za produciranje neutrinskih masa na razini tri petlje. U originalnom modelu radijativnih neutrinskih masa [63] gdje su korišteni multipleti minimalne tamne tvari za stabilizaciju najlakše nove čestice (R $\nu$ MDM - od eng. Radiative  $\nu$  Minimal Dark Matter), dijagram neutrinskih masa na razini jedne petlje zatvoren je kvintupletom hipernaboja  $Y = 0$ ,  $\Sigma \sim (5, 0)$ , i dodatnim heksapletom hipernaboja  $Y = 1$ ,  $\Phi \sim (6, 1)$ . U [64] je, međutim, uočeno postojanje dodatnog renormalizabilnog člana u Lagrangianu:

$$\lambda \Phi^* \Phi^* \Phi H^* + \text{h.c.}, \quad \Phi^* \Phi^* \Phi H^* = \Phi^{*abcd} \Phi^{*pqrst} \Phi_{abpqr} H^{*n} \epsilon_{in} \epsilon_{cs} \epsilon_{dt}, \quad (3.1)$$

koji narušava  $Z_2$  simetriju i stabilnost predloženog kandidata tamne tvari.

U ovom modelu pokušat ćemo oživiti R $\nu$ MDM ideju, ovaj put u tropetljenoj varijanti koja upotrebljava i fermionski kvintuplet  $\Sigma \sim (5, 0)$  i skalarni septuplet  $\chi \sim (7, 0)$ . Ovaj pristup odskaače od ranijih tropetljenih modela Kraussa, Nasria i Troddena (KNT) [65], te kasnijih modela [66, 67] koji SM proširuju dodatnim singletima ili tripletima  $SU(2)$  grupe. KNT model su djelomično kritizirali sami autori [68], jer uvodi neobservabilnu singletnu tamnu tvar. Kasnije generalizacije tropetljene KNT topologije koriste više multiplete koji pružaju mogućnost detekcije preko svojih nabijenih komponenti [69, 70, 71]. U [69] autori uvode standardnu egzaktnu *ad hoc*  $Z_2$  simetriju uz

realni fermionski triplet, no u [70] upotrebljavajući realni fermionski kvintuplet  $Z_2$  simetrija modela je očuvana do na jedan član:

$$\lambda \Phi^* \Phi \Phi S^+ + \text{h.c.}, \quad \Phi^* \Phi \Phi = \Phi^{*abcd} \Phi_{abkl} \Phi_{cdmn} \epsilon^{km} \epsilon^{ln}. \quad (3.2)$$

Naš model generalizira ove tropetljene modele, inducirajući drugačiju tropetljenu topologiju, koja odgovara onoj predloženoj u AKS (Aoki, Kanemura, Sato) modelu [72, 73]. Osim MDM multipleta, uvodimo i drugi skalarni dublet, te naš model spada u skupinu dobro motiviranih modela s dva Higgsova dubleta (2HDM) [74].

### 3.1 Model

Model proširuje SM drugim Higgsovim dubletom, dvama "egzotičnim" skalarnim multipletima,  $\Phi \sim (5, -2)$  i  $\chi \sim (7, 0)$ , te s tri generacije "egzotičnih" realnih fermiona  $\Sigma_\alpha \sim (5, 0)$ , gdje je  $\alpha = 1, 2, 3$  generacijski indeks. Za sve dodatne egzotične  $SU(2)$  multiplete uvodimo notaciju potpuno simetričnih tenzora  $\Sigma_{abcd}$ ,  $\Phi_{abcd}$ ,  $\chi_{abcdef}$ . Po komponentama  $\Sigma_{abcd}$  je zadan kao:

$$\begin{aligned} \Sigma_{1111} &= \Sigma_R^{++} \\ \Sigma_{1112} &= \frac{1}{\sqrt{4}} \Sigma_R^+ \\ \Sigma_{1122} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \Sigma_R^0 \\ \Sigma_{1222} &= \frac{1}{\sqrt{4}} \Sigma_R^- = \frac{1}{\sqrt{4}} (\Sigma_L^+)^c \\ \Sigma_{2222} &= \Sigma_R^{--} = (\Sigma_L^{++})^c \end{aligned} \quad (3.3)$$

Ukupno jedan realni fermionski kvintuplet  $\Sigma_\alpha$  predstavlja dva nabijena Diracova fermiona i jedan neutralni Majoranin fermion (vidi Dodatak B):

$$\begin{aligned} \Sigma^{++} &= \Sigma_R^{++} + (\Sigma_R^{--})^c, \\ \Sigma^+ &= \Sigma_R^+ - (\Sigma_R^-)^c, \\ \Sigma^0 &= \Sigma_R^0 + (\Sigma_R^0)^c. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Egzotični skalari  $\Phi_{abcd}$  i  $\chi_{abcdef}$  su po komponentama:

$$\begin{aligned} \Phi_{1111} &= \phi^+ & \chi_{111111} &= \chi^{+++} \\ \Phi_{1112} &= \frac{1}{\sqrt{4}} \phi^0 & \chi_{111112} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \chi^{++} \\ \Phi_{1122} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \phi^- & \chi_{111122} &= \frac{1}{\sqrt{15}} \chi^+ \\ \Phi_{1222} &= \frac{1}{\sqrt{4}} \phi^{--} & \chi_{111222} &= \frac{1}{2\sqrt{5}} \chi^0, \\ \Phi_{2222} &= \phi^{---} & \chi_{112222} &= \frac{1}{\sqrt{15}} \chi^- \\ & & \chi_{122222} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \chi^{--} \\ & & \chi_{222222} &= \chi^{---} \end{aligned} \quad (3.5)$$

gdje vrijedi  $\chi^- = (\chi^+)^*$ , no moramo razlikovati  $\phi^-$  i  $(\phi^+)^*$  jer predstavljaju različita polja.

Modeli s dva Higgsova dubleta  $H_{1,2} \sim (2, 1)$  su dobro motivirani supersimetrijama gdje su potrebni kako bi kvarkovi naboja  $2/3$  i  $-1/3$  istovremeno dobili masu [75]. Druga motivacija je činjenica da SM ne može sam po sebi generirati barionsku asimetriju svemira, no modeli s dva Higgsova dubleta mogu ponuditi dodatne izvore CP narušenja nužne za bariogenezu [76]. Za potrebe našeg modela pretpostavit ćemo da je CP simetrija očuvana u Higgsovom sektoru. Najopćenitiji potencijal 2HDM uz ove uvjete je:

$$\begin{aligned}
V(H_1, H_2) = & m_{11}^2 H_1^\dagger H_1 + m_{22}^2 H_2^\dagger H_2 - \left[ m_{12}^2 H_1^\dagger H_2 + \text{h.c.} \right] \\
& + \frac{1}{2} \lambda_1 \left( H_1^\dagger H_1 \right)^2 + \frac{1}{2} \lambda_2 \left( H_2^\dagger H_2 \right)^2 \\
& + \lambda_3 \left( H_1^\dagger H_1 \right) \left( H_2^\dagger H_2 \right) + \lambda_4 \left( H_1^\dagger H_2 \right) \left( H_2^\dagger H_1 \right) \\
& + \left\{ \frac{1}{2} \lambda_5 \left( H_1^\dagger H_2 \right)^2 + \left[ \lambda_6 \left( H_1^\dagger H_1 \right) + \lambda_7 \left( H_2^\dagger H_2 \right) \right] H_1^\dagger H_2 + \text{h.c.} \right\}.
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Potencijalni problem koji se javlja u modelima s dva Higgsova dubleta su neutralne struje s promjenom okusa (FCNC - od eng. Flavour-Changing Neutral Currents) koje se javljaju na granastoj razini. Yukawina vezanja su *a priori* slobodni parametri pa bi na primjer vezanje na nabijene leptone SM-a mogli napisati kao:

$$\mathcal{L}_Y = y_{ij}^1 \bar{l}_{iL}^- l_{jR}^- H_1 + y_{ij}^2 \bar{l}_{iL}^- l_{jR}^- H_2 + \text{h.c.}, \tag{3.7}$$

gdje su  $i, j$  generacijski indeksi. Elektroslabim lomljenjem simetrije  $H_1$  i  $H_2$  razvijaju vakuumske očekivane vrijednosti  $v_1/\sqrt{2}$  i  $v_2\sqrt{2}$  te za matricu mase dobivamo izraz:

$$m_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} (y_{ij}^1 v_1 + y_{ij}^2 v_2). \tag{3.8}$$

Budući da u pravilu matrice  $y^1$  i  $y^2$  ne možemo dijagonalizirati istom transformacijom, transformacija koja dijagonalizira matricu mase neće dijagonalizirati Yukawina vezanja u (3.7) što uzrokuje FCNC. Uobičajeni način da se eliminiiraju ovakva vezanja je da se Yukawina vezanja svakog pojedinog fermiona ograniče na samo jedan Higgsov dublet. To odgovara uvođenju diskretne  $\tilde{Z}_2$  simetrije  $(H_1, H_2) \rightarrow (H_1, -H_2)$ . Uvođenje ove simetrije u (3.6) odgovara nametanju uvjeta  $m_{12}^2 = \lambda_6 = \lambda_7 = 0$ . U [77] je pokazano da ovakva egzaktna  $\tilde{Z}_2$  simetrija u čistom 2HDM zahtjeva uvođenje nove fizike



Simetrija	$Q_i$	$u_{iR}$	$d_{iR}$	$L_{iL}$	$l_{iR}$	$H_1$	$H_2$	$\Phi$	$\chi$	$\Sigma_\alpha$
$Z_2$ slučajna	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-
$\tilde{Z}_2$ nametnuta	+	-	-	+	+	+	-	+	-	+

Tablica 3: Naboji čestica na slučajnu automatsku  $Z_2$  simetriju uzrokovanu nametanjem egzaktno  $\tilde{Z}_2$  simetrije u Higgsovom sektoru.

iznad skale  $\sim 10$  TeV. Naši egzotični multipleti se pojavljuju na energijama nižim od ove. Dva Higgsova dubleta možemo staviti u formu:

$$H_1 = \left( \begin{array}{c} G^+ \sin \beta - H^+ \sin \beta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (v_1 - h \sin \alpha + H \cos \alpha + i (G \cos \beta - A \sin \beta)) \end{array} \right), \quad (3.9)$$

$$H_2 = \left( \begin{array}{c} G^+ \cos \beta + H^+ \cos \beta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (v_2 + h \cos \alpha + H \sin \alpha + i (G \sin \beta + A \cos \beta)) \end{array} \right), \quad (3.10)$$

gdje smo odlučili raspisati komponente dubleta preko masenih stanja i Goldstonovih bozona. Nakon lomljenja simetrije preostaje pet fizikalnih skalara. Jedan nabijeni skalar  $H^\pm$ , dva neutralna skalara  $h$  i  $H$ , te jedan pseudoskalar  $A$ . Goldstonovi bozoni  $G^\pm$  i  $G$  daju masu baždarnim bozonima  $W^\pm$  i  $Z^0$ . Kut  $\beta$  diagonalizira matrice mase nabijenih skalara i pseudoskalara i definiran je izrazom:

$$\tan \beta \equiv \frac{v_2}{v_1}. \quad (3.11)$$

Kut  $\alpha$  dijagonalizira matricu mase neutralnih skalara. Vakuumske očekivane vrijednosti  $v_1$  i  $v_2$  slijede iz minimalizacije potencijala i povezane su s iznosom vakuumske očekivane vrijednosti SM-a  $v_{SM} = 246$  GeV izrazom:

$$v_{SM}^2 = v_1^2 + v_2^2. \quad (3.12)$$

Od mogućih odabira implementacije  $\tilde{Z}_2$  simetrije biramo onaj korišten u AKS modelima [72, 73], odnosno tzv. lepton-specifičan (eng. lepton-specific) 2HDM. U tom odabiru  $H_2$  se veže na sve kvarkove, dok se  $H_1$  veže na sve leptone. Raspodjela naboja svih čestica za  $\tilde{Z}_2$  simetriju u našem modelu je dana u Tablici 3. Uvođenje  $\tilde{Z}_2$  u 2HDM sektoru rezultira pojavljivanjem nove slučajne  $Z_2$  simetrije. Zahvaljujući ovoj novoj slučajnoj  $Z_2$  simetriji, najlakša čestica u egzotičnom sektoru je automatski stabilna i može poslužiti kao kandidat za tamnu tvar. Uz tako odabranu raspodjelu naboja, Yukawin sektor modela je:

$$\mathcal{L} = -y_{l_i} \overline{L_{iL}} H_1 l_{iR} - Y_{i\alpha} \overline{l_{iR}^c} \Phi^* \Sigma_{\alpha R} + \text{h.c.}, \quad (3.13)$$

gdje se samo prvi Higgsov dublet  $H_1$  veže na SM leptone. Masa SM leptona  $m_{l_i}$  je:

$$m_{l_i} = \frac{y_{l_i}^{SM} v_{SM}}{\sqrt{2}} = \frac{y_{l_i} v_1}{\sqrt{2}}. \quad (3.14)$$

Yukawin član s egzotičnim česticama možemo raspisati kao:

$$\begin{aligned} (\overline{\Sigma_R})^{klmn} \Phi_{klmn} (l_R)^c &= \phi^{---} \overline{\Sigma_R^{--}} (l_R)^c + \phi^{--} \overline{\Sigma_R^-} (l_R)^c + \phi^{-} \overline{\Sigma_R^0} (l_R)^c + \\ &+ \phi^0 \overline{\Sigma_R^+} (l_R)^c + \phi^+ \overline{\Sigma_R^{++}} (l_R)^c. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Skalarni potencijal možemo rastaviti na nekoliko dijelova:

$$\begin{aligned} V(H_1, H_2, \Phi, \chi) &= V(H_1, H_2) + V(\Phi) + V(\chi) + \\ &+ V_m(H_1, H_2, \Phi) + V_m(H_1, H_2, \chi) + V_m(\Phi, \chi) + \\ &+ V_m(H_1, H_2, \Phi, \chi), \end{aligned} \quad (3.16)$$

gdje smo s  $V_m$  označili potencijale mješanja.  $V(H_1, H_2)$  je 2HDM potencijal dan u izrazu (3.6) no bez članova uz  $\lambda_{6,7}$  i  $m_{12}^2$ . Potencijal mješanja  $V_m(H_1, H_2, \Phi, \chi)$  raspisan daje kvartične članove koji ulaze u dijagrame neutrinjskih masa:

$$V_m(H_1, H_2, \Phi, \chi) = \kappa H_1 H_2 \Phi \chi + \text{h.c.}, \quad (3.17)$$

gdje u tenzorskoj notaciji imamo:

$$H_1 H_2 \Phi \chi = H_{1i} H_{2j} \Phi_{klmn} \chi_{abcd} \epsilon^{ng} \epsilon^{ia} \epsilon^{jb} \epsilon^{kc} \epsilon^{ld} \epsilon^{mf}. \quad (3.18)$$

Članovi koji su nam važni za zatvaranje tročetljenog dijagrama neutrinjskih masa su:

$$\begin{aligned} H_1 H_2 \Phi \chi \supset &-\frac{1}{\sqrt{6}} \chi^{--} H_1^+ H_2^0 \phi^+ + \frac{2}{\sqrt{15}} \chi^- H_1^+ H_2^0 \phi^0 - \frac{3}{\sqrt{10}} \chi^0 H_1^+ H_2^0 \phi^- + \\ &+ \frac{2}{\sqrt{15}} \chi^+ H_1^+ H_2^0 \phi^{--} - \frac{1}{\sqrt{6}} \chi^{++} H_1^+ H_2^0 \phi^{---} + (H_1 \leftrightarrow H_2). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Potrebno je napomenuti da bi se bez nametnute  $\tilde{Z}_2$  simetrije u 2HDM sektoru, u našem modelu javljao dodatni  $Z_2$  narušavajući član:

$$\mu \Phi \Phi^* \chi = \mu \Phi_{ijkl} \Phi^{*iabc} \chi_{abcqpr} \epsilon^{jp} \epsilon^{kq} \epsilon^{lr}. \quad (3.20)$$

Ovo vezanje bi davalo jedini član koji narušava  $Z_2$  simetriju našeg modela, te bi komponente egzotičnih skalara, a posljedično i fermionskih kvintupleta  $\Sigma$  postale nestabilne, te model ne bi mogao jednostavno objasniti kozmičko obilje tamne tvari. Drugi član koji na prvi pogled može ugroziti  $Z_2$  simetriju je:

$$\chi \chi \chi^* = \chi_{abcd} \chi^{*abcijk} \chi_{ijklmn} \epsilon^{dl} \epsilon^{fm} \epsilon^{hn}. \quad (3.21)$$

Može se pokazati da je ovaj  $\chi^3$  član jednak nuli.

### 3.2 Mase neutrina na razini tri petlje

Efektivni Majoranin član mase neutrina:

$$\mathcal{L}^{eff} = \overline{\nu_{Li}^c} M_{ij} \nu_{Lj} \quad (3.22)$$

se dobiva iz tropetljenih Feynmanovih dijagrama prikazanih na Slici 5. Svaki dijagram na slici predstavlja petnaest dijagrama koji se razlikuju po izboru čestica  $\chi$  i  $\Sigma_\alpha$  koje se propagiraju u unutarnjoj petlji. U igri je pet mogućih izbora:

$$(\chi^{--}, \Sigma_\alpha^{++}), (\chi^-, \Sigma_\alpha^+), (\chi^0, \Sigma_\alpha^0), (\chi^+, \Sigma_\alpha^-), (\chi^{++}, \Sigma_\alpha^{--}). \quad (3.23)$$

Ovih pet kombinacija zatvara unutarnju petlju s 5 komponenti kvintupleta (od  $\phi^+$  do  $\phi^{---}$ ) u skladu s vrhovima iz (3.15) i (3.19). Eksplicitno vrhove iz (3.19) koji se javljaju u dijagramima možemo izraziti preko fizikalnog nabijenog Higgsovog skalara  $H^+$  i vakuumske očekivane vrijednosti SM-a  $v_{SM}$ . Ako napravimo supstitucije:

$$\begin{aligned} H_1^+ &\rightarrow -H^+ \sin \beta, & H_2^+ &\rightarrow H^+ \cos \beta, \\ H_1^0 &\rightarrow \frac{v_{SM}}{\sqrt{2}} \cos \beta, & H_2^0 &\rightarrow \frac{v_{SM}}{\sqrt{2}} \sin \beta, \end{aligned} \quad (3.24)$$

možemo pisati:

$$H_1^+ H_2^0 + H_2^+ H_1^0 \rightarrow \frac{v_{SM}}{\sqrt{2}} \cos 2\beta H^+. \quad (3.25)$$

Ovo vodi na vrhove:

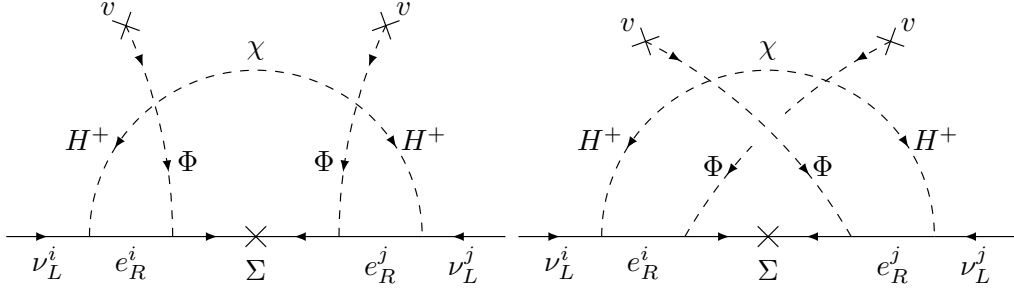
$$\begin{aligned} H_1 H_2 \Phi \chi \supset \frac{v_{SM}}{\sqrt{2}} \cos 2\beta H^+ &\left( -\frac{1}{\sqrt{6}} \chi^{--} \phi^+ + \frac{2}{\sqrt{15}} \chi^- \phi^0 - \frac{3}{\sqrt{10}} \chi^0 \phi^- + \right. \\ &\left. + \frac{2}{\sqrt{15}} \chi^+ \phi^{--} - \frac{1}{\sqrt{6}} \chi^{++} \phi^{---} \right). \end{aligned} \quad (3.26)$$

Yukawina vezanja koja se pojavljuju u dijagramima možemo dobiti iz (3.13) gdje iskoristimo:

$$y_{li} = \frac{\sqrt{2} m_{li}}{v_1} = \frac{\sqrt{2} m_{li}}{v_{SM} \cos \beta}, \quad (3.27)$$

pa iz prvog člana dobijemo vezanje:

$$y_{li} \overline{\nu_{iL}} H^+ l_{iR} = \frac{\sqrt{2} m_{li} \tan \beta}{v_{SM}} \overline{\nu_{iL}} H^+ l_{iR} = y_{li}^{SM} \tan \beta \overline{\nu_{iL}} H^+ l_{iR}. \quad (3.28)$$



Slika 5: Dva Feynmanova dijagrama koji generiraju neutrinse mase na razini tri petlje. Svaki od dva dijagrama na slici predstavlja 15 dijagrama koji predstavljaju 15 mogućih kombinacija egzotičnih čestica  $\chi$ ,  $\Sigma_\alpha$ ,  $\Phi$  koje se mogu propagirati u unutarnjoj petlji.

te vidimo da su Yukawina vezanja standardnog modela uvećana za faktor  $\tan\beta$ . Ako zanemarimo razlike u masama između komponenti  $\Phi$ ,  $\chi$  i  $\Sigma_\alpha$  multipleta, matrica neutrinjskih masa  $M_{ij}^\nu$  zadržava oblik iz AKS modela [73], te se može zapisati u obliku:

$$M_{ij} = \sum_{\alpha=1}^3 C_{ij}^\alpha F(m_{H^\pm}, m_\Phi, m_\chi, m_{\Sigma_\alpha}), \quad (3.29)$$

gdje koeficijent  $C_{ij}^\alpha$  sadrži konstante vezanja koje ulaze u dijagram mase i dan je izrazom:

$$C_{ij}^\alpha = \frac{7}{3} \kappa^2 \tan^2 \beta \cos^2 2\beta y_{li}^{SM} Y_{i\alpha} y_{lj}^{SM} Y_{j\alpha}, \quad (3.30)$$

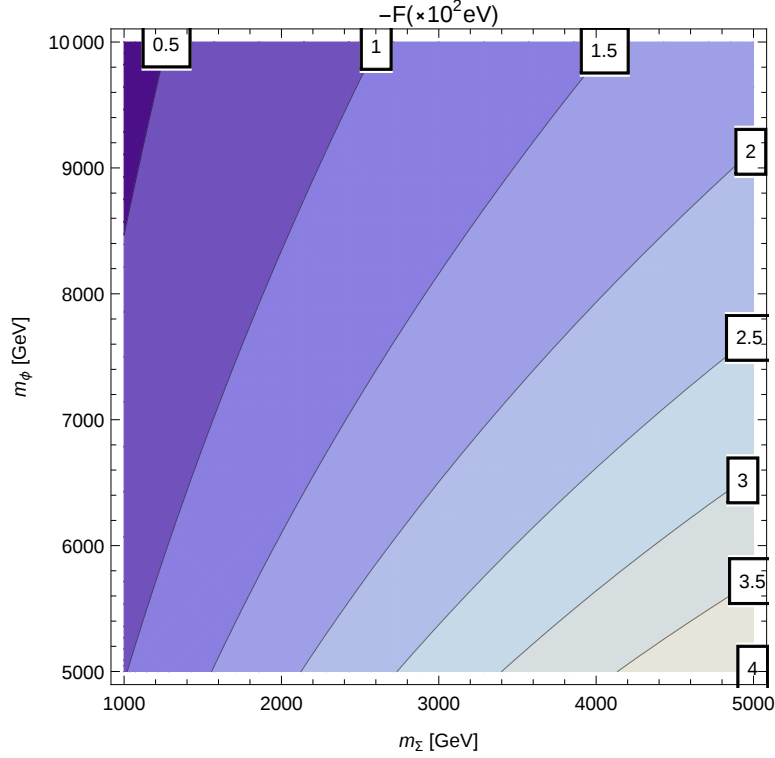
dok je petljeni integral dan funkcijom  $F(m_{H^\pm}, m_\Phi, m_\chi, m_{\Sigma_\alpha})$ :

$$F(m_{H^\pm}, m_\Phi, m_\chi, m_{\Sigma_\alpha}) = \left( \frac{1}{16\pi^2} \right)^3 \frac{-m_{\Sigma_\alpha}}{m_{\Sigma_\alpha}^2 - m_\chi^2} \frac{v_{SM}^2}{m_{H^\pm}^4} \times \\ \times \int_0^\infty dx \{B_1(-x, m_{H^\pm}, m_\Phi) - B_1(-x, 0, m_\Phi)\}^2 \left( \frac{m_{\Sigma_\alpha}^2}{x + m_{\Sigma_\alpha}^2} - \frac{m_\chi^2}{x + m_\chi^2} \right), \quad (3.31)$$

gdje su  $B_1$  Passarino-Veltmanove funkcije za jednopetljene integrale [78].

Funkciju  $F$  prikazujemo na Slici 6 u ovisnosti o masama  $m_\Phi$  i  $m_\Sigma$ . Iznos integrala vrlo slabo ovisi o masi nabijenog Higgsovog bozona  $H^\pm$ , te se praktički ne mijenja u intervalu  $100 \text{ GeV} < m_{H^\pm} < 1 \text{ TeV}$ . Na slici je prikazano područje gdje vrijedi  $m_\Sigma \leq m_\Phi$ . Iznos integrala također vrlo slabo ovisi o iznosu mase septupleta  $m_\chi$ , za koju uzimamo  $m_\chi \geq m_\Phi$ . Za iznose funkcije

$F$  oko  $10^2 eV$ , što vrijedi u velikom dijelu parametarskog prostora, moguće je bez finog namještanja konstanti vezanja i parametara dobiti iznos koeficijenta  $C_{ij}^\alpha \leq 10^{-4}$ , te reproducirati neutrinske mase reda  $\sim 0.1 eV$ .



Slika 6: Prikaz ovisnosti petljenog integrala  $-F(\times 10^2 eV)$  o masama  $m_\Sigma$  i  $m_\Phi$ . Prikazani integral je izračunat za vrijednosti  $m_{H^\pm} = 400 \text{ GeV}$  i  $m_\chi = 10 \text{ TeV}$ , no u pravilu ostaje nepromjenjen u rasponu  $100 \text{ GeV} < m_{H^\pm} < 1 \text{ TeV}$  i  $m_\chi \geq m_\Phi$ ,  $5 \text{ TeV} < m_\chi < 20 \text{ TeV}$ .

### 3.3 Fenomenologija egzotičnih stanja

Dvije glavne fenomenološke odlike većine modela koji radijativno generiraju neutrinske mase su: (i) prošireni Higgsov sektor koji sadrži nabijene skalarnе čestice, i teške neutralne Higgsove bozone tzv. Higgsove partnere; (ii) teški neutrimni desne kiralnosti s Majoraninim masama u TeV području koji mogu poslužiti kao potencijalna tamna tvar. Kako bi odgovarao kozmičkom obilju tamne tvari, masa izoliranog Majoraninog kvintupleta  $\Sigma$  mora biti približno  $m_\Sigma \approx 10 \text{ TeV}$  [15]. Prisutnost drugih  $Z_2$  neparnih stanja, može pomaknuti ovu procjenu prema višim vrijednostima. Sukladno tome, Majoranin kvintuplet je dostupan LHC-u samo u slučaju kada ne mora zadovoljiti

ukupno kozmičko obilje tamne tvari kao u slučaju višekomponentne tamne tvari ili u slučaju netermalne produkcije komponenti kvintupleta ili nestandardnih kozmoloških scenarija.

### 3.3.1 Majoranin kvintuplet na LHC-u

Parovi leptona iz  $\Sigma$  multiplleta se produciraju Drell-Yanovim procesom u proton-proton sudarima na LHC-u putem neutralnih i nabijenih baždarnih bozona.

$$q + \bar{q} \rightarrow A \rightarrow \Sigma + \bar{\Sigma}, \quad A = \gamma, Z, W^\pm, \quad (3.32)$$

gdje su relevantna veznja kvintupleta na baždarne bozone elektroslabe teorije sadržana u dijelu Lagrangiana:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{gauge}^{\Sigma\bar{\Sigma}} = & e (2\bar{\Sigma}^{++}\gamma^\mu\Sigma^{++} + \bar{\Sigma}^+\gamma^\mu\Sigma^+) A_\mu + \\ & + g \cos\theta_w (2\bar{\Sigma}^{++}\gamma^\mu\Sigma^{++} + \bar{\Sigma}^+\gamma^\mu\Sigma^+) Z_\mu + \\ & + g \left( \sqrt{2}\bar{\Sigma}^{++}\gamma^\mu\Sigma^+ + \sqrt{3}\bar{\Sigma}^+\gamma^\mu\Sigma^0 \right) W_\mu^+ + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (3.33)$$

gdje smo iskoristili  $\Sigma_R^Q = \left( \Sigma_L^{-Q} \right)^c$ , kako bi vezanja pentupleta napisali preko stanja (3.4). Udarni presjek za partonski proces je [79]:

$$\hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow \Sigma\bar{\Sigma}) = \frac{\beta(3-\beta^2)}{48\pi} \hat{s} (V_L^2 + V_R^2), \quad (3.34)$$

gdje je  $\hat{s} \equiv (p_q + p_{\bar{q}})^2$  Mandelstamova varijabla  $s$  sistema kvarka i antikvarka,  $\beta \equiv \sqrt{1 - 4m_\Sigma^2/\hat{s}}$  je brzina leptona  $\Sigma$ , a  $V_L$  i  $V_R$  su vezanja dana izrazima:

$$V_{L,R}^{(\gamma+Z)} = \frac{Q_\Sigma Q_q e^2}{\hat{s}} + \frac{g^{Z\Sigma} g_{L,R}^q g^2}{\cos^2\theta_w (\hat{s} - m_Z^2)}, \quad (3.35)$$

$$V_L^{W^-} = \frac{g^{W\Sigma} g^2 V_{ud}}{\sqrt{2}(\hat{s} - m_W^2)} = V_L^{(W^+)*}, \quad (3.36)$$

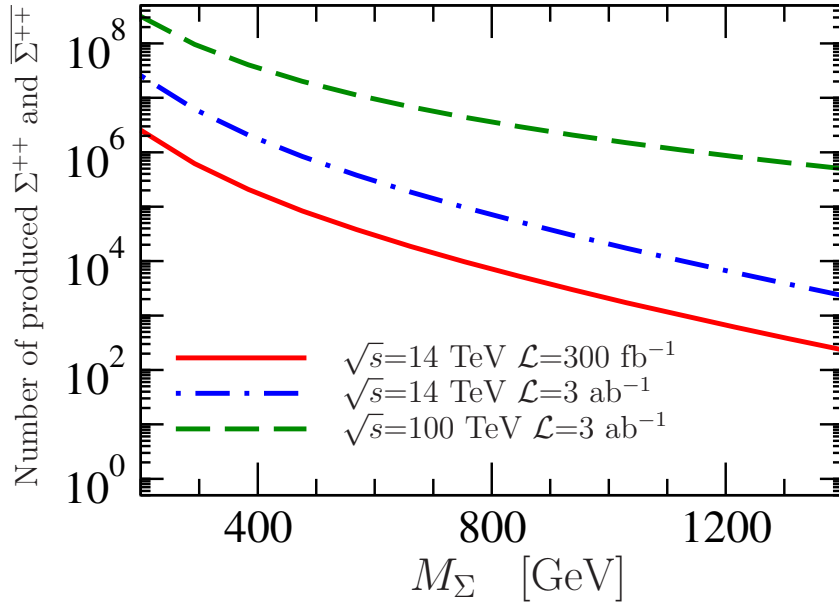
$$V_R^{W^\pm} = 0, \quad (3.37)$$

pri čemu su uvedene pokrate  $g_L^q = T_3 - \sin^2\theta_w Q_q$  i  $g_R^q = \sin^2\theta_w Q_q$  koje predstavljaju vezanja kvarkova na  $Z$  bozon,  $g^{Z\Sigma} = T_3 - \sin^2\theta_w Q_\Sigma$  koje predstavlja vezanje  $\Sigma$  leptona na  $Z$  bozon, te  $g^{W\Sigma} = \sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$  za  $\Sigma^+ W^- \Sigma^{++}$  i  $\Sigma^0 W^- \Sigma^+$  što predstavlja vezanja  $\Sigma$  leptona na  $W$  bozone.

Prilikom računa udarnog presjeka na LHC-u, potrebno je napraviti konvoluciju partonskog udarnog presjeka (3.34) s odgovarajućim partonskim

distribucijskim funkcijama. Mogu se koristiti CTEQ6.6 partonske distribucijske funkcije [80] u kombinaciji s LHAPDF softverskim paketom [81].

Na Slici 7 prikazujemo očekivani broj produciranih  $\Sigma^{++}$  i  $\bar{\Sigma}^{++}$  čestica, za tri različite postavke sudarivača u ovisnosti o masi  $m_\Sigma$ . Razmatramo produkciju na LHC-u pri energiji  $\sqrt{s} = 14$  TeV i za integrirani luminozitet  $\mathcal{L} = 300 \text{ fb}^{-1}$ , te za LHC visokog luminoziteta (HL-LHC)  $\mathcal{L} = 3 \text{ ab}^{-1}$ , te konačno za mogući budući pp sudarivač koji bi radio na energijama  $\sqrt{s} = 100$  TeV i postigao integrirani luminozitet  $\mathcal{L} = 3 \text{ ab}^{-1}$ . Specifično, za mase leptona  $m_\Sigma = 400 \text{ GeV}$  LHC bi trebao proizvesti oko  $1.8 \times 10^5$  dvostruko nabijenih  $\Sigma^{++}$  i  $\bar{\Sigma}^{++}$  fermiona. Otprilike bi se proizveo isti broj jednostruko nabijenih leptona  $\Sigma^+$  i  $\bar{\Sigma}^+$ , te upola manje neutralnih. Sveukupno bi se na LHC-u moglo proizvesti oko  $2.2 \times 10^5$   $\Sigma - \bar{\Sigma}$  parova.



Slika 7: Prikaz ovisnosti broja produciranih dvostruko nabijenih leptona  $\Sigma^{++}$  i  $\Sigma^{-}$  o masi  $m_\Sigma$ . Prikazani su rezultati za tri postavke akceleratora: LHC na  $\sqrt{s} = 14$  TeV i integrirani luminozitet od  $\mathcal{L} = 300 \text{ fb}^{-1}$ , LHC visokog luminoziteta (HL-LHC)  $\mathcal{L} = 3 \text{ ab}^{-1}$ , te budući pp sudarivač  $\sqrt{s} = 100$  TeV i  $\mathcal{L} = 3 \text{ ab}^{-1}$ .

Razlike u masi među komponentama  $\Sigma$  multipleta su reda  $\mathcal{O}(100)$  MeV, te egzaktan izraz možemo naći u [14]:

$$M_Q - M_0 \simeq Q \left( Q + \frac{2Y}{\cos \theta_w} \right) \Delta M, \quad \text{za } M \gg m_W, m_Z, \quad (3.38)$$

gdje je  $\Delta M$  cijepanje mase između neutralne i  $Q = 1$  komponente multiplleta, koje za  $Y = 0$  slučaj iznosi:

$$\Delta M = \alpha_2 m_W \sin^2 \frac{\theta_w}{2} = (166 \pm 1) \text{ MeV}. \quad (3.39)$$

Vidimo da je neutralna komponenta najlakša te se nabijeni  $\Sigma$  leptoni raspadaju u neutralni  $\Sigma_0$  putem kaskadnog raspada u kojem se izrače nedetektabilni pioni  $\pi^\pm$  malog impulsa. Npr.:

$$\Sigma^{++} \rightarrow \Sigma^+ \pi^+ \rightarrow \Sigma^0 \pi^+ \pi^-. \quad (3.40)$$

U radu [62] su autori napravili detaljnu studiju signala proizvedenih na pp sudarivaču za fermionski triplet hipernaboja  $Y = 0$ . Tamo su identificirali događaje s jednim mlazom (eng. monojets) i događaje s trućim putanjama (eng. disappearing tracks) kao najvjerojatnije kanale detekcije. Naš model je dovoljno sličan kako bi mogli iskoristiti njihovu analizu signala s jednim mlazom za naš slučaj uz neke razumne pretpostavke. U našem modelu takvi događaji su generirani istim dijagramima, uz dodatak dijagrama s dvostruko nabijenim leptonima  $\Sigma^{++}$  i  $\Sigma^{--}$ . Signifikantnost za fermionski triplet  $Z_{triplet}$  iz [62], je definirana kao:

$$Z_{triplet} = \frac{S}{\sqrt{B + \alpha^2 B^2 + \beta^2 S^2}}, \quad (3.41)$$

gdje su  $S$  i  $B$  očekivani broj signalnih i pozadinskih događaja poslije rezova, dok  $\alpha = 1 - 5\%$  i  $\beta = 10\%$  predstavljaju procjenjene sistematske pogreške pozadine i signala. Ako pretpostavimo da su pozadine u slučaju tripleta i kvintupleta jednake, te da rezovi uklanjaju jednaki postotak signala u oba slučaja, signifikantnost za kvintuplet možemo dobiti skaliranjem:

$$Z_{kvintuplet} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{triplet}}{\sigma_{kvintuplet}}\right)^2 \left(\frac{1}{Z_{triplet}^2} - \beta^2\right) + \beta^2}}, \quad (3.42)$$

gdje su  $\sigma$  ukupni udarni presjeci za produkciju parova  $\Sigma$  leptona u Drell-Yan procesima. Omjeri udarnih presjeka za slučaj neutralnih i nabijenih struja su:

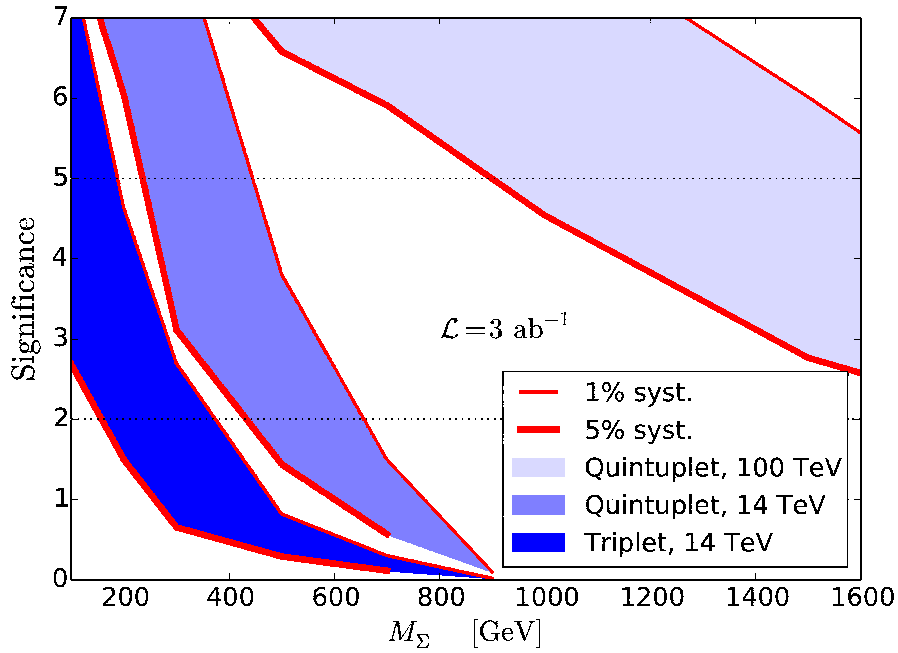
$$\frac{\sigma_{kvintuplet}}{\sigma_{triplet}} \Big|_{NC} = \frac{\sum_{\Sigma}^{kvintuplet} Q_{\Sigma}^2}{\sum_{\Sigma}^{triplet} Q_{\Sigma}^2} = \frac{2^2 + 1^2}{1^2} = 5, \quad (3.43)$$

$$\frac{\sigma_{kvintuplet}}{\sigma_{triplet}} \Big|_{CC} = \frac{\sum_{\Sigma}^{kvintuplet} (g_K^{W\Sigma})^2}{\sum_{\Sigma}^{triplet} (g_T^{W\Sigma})^2} = \frac{\sqrt{3}^2 + \sqrt{2}^2}{1} = 5. \quad (3.44)$$



Omjer udarnih presjeka u (3.42) je  $\sigma_{triplet}/\sigma_{kvintuplet} = 0.2$ .

Dobivene rezultate za signifikantnost  $Z_{kvintuplet}$  prikazujemo na Slici 8. Možemo primjetiti da LHC visokog luminoziteta može isključiti model s fermionskim tripletom iz [62] s razinom pouzdanosti 95% za mase  $m_\Sigma < 350$  GeV pri  $\alpha = 1\%$ , dok isto može napraviti za naš model za mase  $m_\Sigma < 650$  GeV. Za mase  $m_\Sigma < 450(250)$  GeV HL-LHC može potvrditi naš model sa signifikantnošću od  $5\sigma$ , za sistematsku pogrešku od  $\alpha = 1\%(5\%)$ . Ko- načno budući  $\sqrt{s} = 100$  TeV sudarivač može pogurati ovo područje na mase  $m_\Sigma > 1$  TeV.



Slika 8: Doseg (HL-LHC) i 100 TeV proton-proton sudarivača u potrazi za događajima s jednim mlazom produciranim u procesima u kojima nastaju parovi  $\Sigma$  leptona. Vrpce odgovaraju varijaciji u sistematskoj neodređenosti pozadine od 5% do 1%. Za usporedbu prikazujemo i doseg za triplet iz [62]

### 3.3.2 Majoranin kvintuplet u modelu sa slomljenom $Z_2$ simetrijom

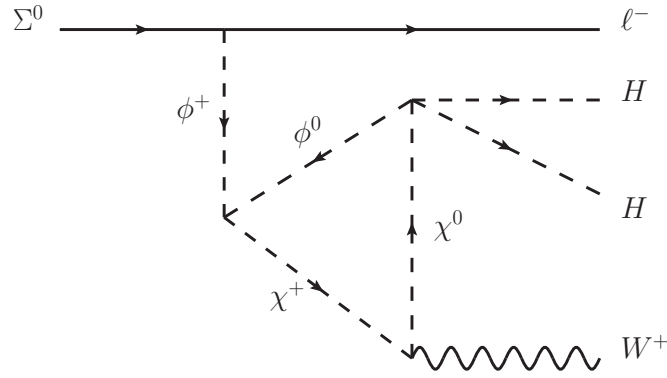
U našem modelu smo uveli  $\tilde{Z}_2$  simetriju u 2HDM sektoru kako bi riješili problem pojavljivanja neutralnih struja s promjenom okusa na granastoj razini. Nametanje  $\tilde{Z}_2$  simetrije je automatski vodilo na pojavu dodatne  $Z_2$  simetrije koja stabilizira najlakšu česticu egzotičnog sektora. Poznato je, međutim, da mekano narušenje  $\tilde{Z}_2$  simetrije u 2HDM sektoru, koje odgovara

vraćanju člana:

$$\left[ m_{12}^2 H_1^\dagger H_2 + \text{h.c.} \right] \quad (3.45)$$

u potencijalu (3.6), može imati zanimljive posljedice. Neke od njih su očuvanje stabilnosti i unitarnosti skalarnog potencijala, te uvođenje novog izvora CP narušenja, što je važno za bariogenezu. U našem modelu takvo mekano lomljenje  $\tilde{Z}_2$  simetrije, podrazumjeva odgovarajuće mekano lomljenje  $Z_2$  simetrije koje odgovara jedinstvenom članu danom u (3.20).

Proučimo stoga situaciju gdje je jedan od neutralnih leptona  $\Sigma^0$  najlakša od egzotičnih čestica, te stoga kandidat za tamnu tvar, uz prisutnost člana (3.20). U tom slučaju čestica  $\Sigma^0$  je nestabilna i može se raspadati petljinim dijagramom prikazanim na Slici 9. Možemo procjeniti kolika mora biti



Slika 9: Feynmanov dijagram raspada teškog leptona  $\Sigma^0$  na razini jedne petlje u slučaju mekano slomljene  $Z_2$  simetrije.

vrijednost malog parametra  $\mu$  iz člana (3.20), kako bi naš mogući kandidat za tamnu tvar  $\Sigma^0$  imao dovoljno dugo vrijeme života u odnosu na starost svemira. Za proces:

$$\Sigma^0 \rightarrow l_R^- W^+ H_1^0 H_2^0, \quad (3.46)$$

prikazan na Slici 9 možemo procjeniti amplitudu:

$$A \sim \frac{Y \mu \kappa g m_\Sigma}{m_\Phi^2} \frac{1}{16\pi^2 m_\Phi^2} \frac{m_\Sigma^2}{m_W}. \quad (3.47)$$

Širina raspada je dana izrazom:

$$d\Gamma \sim \frac{1}{2m_\Sigma} |A|^2 dLIPS_4, \quad (3.48)$$

što u konačnici daje:

$$\Gamma \sim \frac{\kappa^2 g^2}{384} \left( \frac{1}{16\pi^2} \right)^4 Y^2 \mu^2 \frac{m_\Sigma^9}{m_\Phi^8 m_W^2}. \quad (3.49)$$

Ako pretpostavimo za konstante vezanja  $\kappa = g = 0.65$ , vrijednosti masa  $m_\Sigma = m_\Phi = 10 \text{ TeV}$ , te  $Y = 10^{-1}$ , možemo postići da je vrijeme života našeg kandidata za tamu tvar  $\Sigma^0$  duže od starosti svemira  $\approx 10^{17} \text{ s}$  ako vezanje  $\mu$ , koje narušava  $Z_2$  simetriju, nije veće od mase neutrina  $\mu < 0.1 \text{ eV}$ . U kontekstu nestabilne tamne tvari [82, 83, 84] moguće je postaviti oštriju granicu  $\mu < 10^{-9} \text{ eV}$ . Potrebno je napomenuti da uključivanje  $\mu$  člana ne utječe na dijagram neutrinških masa.

### 3.3.3 Skalarni kvintuplet i septuplet

U našem modelu se skalarni sektori 2HDM skalara  $H_1$  i  $H_2$  i egzotičnih skalara  $\Phi$  i  $\chi$  ne mješaju. To je posljedica baždarne simetrije standardnog modela i izbora naboja stanja na  $SU(2)$ . Sukladno tome ova dva sektora možemo gledati odvojeno.

Budući da smo u modelu pretpostavili da su  $\Phi$  i  $\chi$  teži od Majoraninog kvintupleta  $\Sigma$  koji zadovoljava kozmičko obilje tamne tvari, egzotični skalari su van dosega LHC-a, te ih nećemo dalje proučavati. Svojstva njihovih nabijenih komponenti su, međutim, bila predmetom mnogih istraživanja [85, 86, 87, 88]. Ovdje ćemo samo eksplicitno identificirati efektivne članove interakcije s Higgsovom sektorom koji su dozvoljeni egzaktnom  $\tilde{Z}_2$  simetrijom, no lome slučajnu  $Z_2$  simetriju. Članovi koji mješaju skalarni kvintuplet s Higgsovim bozonima su dani operatorom dimenzije 5:

$$\frac{1}{\Lambda} \Phi \Phi^* \Phi H_1 H_1, \quad \frac{1}{\Lambda} \Phi \Phi^* \Phi H_2 H_2. \quad (3.50)$$

Za član koji mješa septuplet s Higgsovom sektorom moramo ići na operator dimenzije 7:

$$\frac{1}{\Lambda^3} \chi (H_1 H_2^*)^3. \quad (3.51)$$

Budući da su prirodne mase ovih stanja u području nekoliko TeV-a, okrenimo se stanjima iz 2HDM sektora koja mogu dati jasnije signale na ubrzivačima, i gdje komponente egzotičnih skalara sudjeluju u petljama produkcije i raspada.

### 3.4 Provierljivost 2HDM sektora u tropetljenom modelu

Fenomenologija za lepton-specifičnu varijantu modela s dva Higgsova bozona na LEP sudarivaču je prezentirana u [89], dok je za LHC i ILC prezentirana u [90]. Uobičajena procedura [91, 92, 93] je da se lakši od dva neutralna CP parna stanja  $h$  identificira kao stanje koje približno odgovara SM Higgsovom bozonu, te čija je masa  $m_h = 125$  GeV.

Ako redefiniramo dublete dane u (3.9) i (3.10) kao:

$$H^{SM} = \cos \beta H_1 + \sin \beta H_2, \quad (3.52)$$

$$H^{BSM} = -\sin \beta H_1 + \cos \beta H_2, \quad (3.53)$$

gdje je kut  $\beta$  definiran izrazom (3.11), vidimo da stanje  $H^{SM}$  pokupi svu vakuumsku očekivanu vrijednost  $v_{SM} \equiv \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ . Sukladno tome neutralno stanje koje bi odgovaralo SM Higgsovom bozonu, raspisano preko masenih stanja neutralnog 2HDM sektora je:

$$\begin{aligned} h^{SM} &= h (\cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta) + H (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) = \\ &= h \sin(\beta - \alpha) + H \cos(\beta - \alpha). \end{aligned} \quad (3.54)$$

U limesu  $\sin(\beta - \alpha) \rightarrow 1$  lakše stanje odgovara SM Higgsovom bozonu. Mjerenja svojstava Higgsovog bozona na LHC-u pokazuju da kut  $\beta - \alpha$  ne može značajnije odstupati od  $\pi/2$ . Specifično za lepton-specifični izbor  $\tilde{Z}_2$  simetrije granična vrijednost za  $\beta - \alpha$  pri dva  $\sigma$  je [94]:

$$\beta - \alpha = \frac{\pi}{2} \pm 0.02. \quad (3.55)$$

Prema tome od sada nadalje ćemo pretpostavljati da u našem modelu vrijedi tzv. limes poravnanja (eng. alignment limit):

$$\sin(\beta - \alpha) \approx 1. \quad (3.56)$$

Masa nabijenog Higgsa  $H^+$  je ograničena eksperimentalnim podacima na područje  $m_{H^+} > 460$  GeV [94]. Obećavajući kanali raspada za nesupersimetrične nabijene Higgsove bozone mogu se naći u [95].

Jasne signale nove fizike možemo očekivati u neutralnom Higgsovom sektoru. Doprinosi raspadu neutralnih stanja  $h$  i  $H$  dolaze od petljenih dijagrama koji sadržavaju egzotične nabijene skalarnе čestice iz  $\Phi$  i  $\chi$  multipleta. Kvartična vezanja iz potencijala (3.16) koja doprinose ovim peljama su:

$$\begin{aligned} V_m(H_1, H_2, \chi) &\supset (\tau_1 H_1^\dagger H_1 + \tau_2 H_2^\dagger H_2) \chi^\dagger \chi, \\ V_m(H_1, H_2, \Phi) &\supset (\sigma_1 H_1^\dagger H_1 + \sigma_2 H_2^\dagger H_2) \Phi^\dagger \Phi + (\sigma'_1 H_1^* H_1 + \sigma'_2 H_2^* H_2) \Phi^* \Phi. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Trilinearna vezanja na fizikalne skalare  $h$  i  $H$  možemo dobiti ubacivanjem vakuumske očekivane vrijednosti umjesto jednog od dubleta i koristeći činjenicu da vrijedi  $v_1 = v_{SM} \cos \beta$  i  $v_2 = v_{SM} \sin \beta$ . Za vezanje na septuplet  $\chi$  dobivamo:

$$\begin{aligned} V_\chi &= (\tau_1 H_1^0 H_1^0 + \tau_2 H_2^0 H_2^0) \chi^\dagger \chi = \\ &= v_{SM} \chi^\dagger \chi \left[ H(\tau_1 \cos \alpha \cos \beta + \tau_2 \sin \alpha \sin \beta) + h(-\tau_1 \sin \alpha \cos \beta + \tau_2 \cos \alpha \sin \beta) \right]. \end{aligned} \quad (3.58)$$

Odmah vidimo da su komponente septupleta nakon elektroslabog lomljenja simetrije degenerirane u masi na granastoj razini:

$$m_\chi^2 = \mu_\chi^2 + \frac{v_{SM}^2}{2} (\tau_1 \cos^2 \beta + \tau_2 \sin^2 \beta). \quad (3.59)$$

Za kvintuplet  $\Phi$  drugi dio u (3.57) je u tenzorskoj notaciji dan izrazom:

$$\begin{aligned} &(\sigma'_1 H_{1a} H_1^{*i} + \sigma'_2 H_{2a} H_2^{*i}) \Phi_{abcd} \Phi^{*abcd} \supset \\ &(\sigma'_1 H_1^0 H_1^0 + \sigma'_2 H_2^0 H_2^0) \left( \frac{1}{4} \phi^{0*} \phi^0 + \frac{1}{2} \phi^{-*} \phi^- + \frac{3}{4} \phi^{--*} \phi^{--} + \phi^{----*} \phi^{----} \right). \end{aligned} \quad (3.60)$$

Koristeći opet  $v_1 = v_{SM} \cos \beta$  i  $v_2 = v_{SM} \sin \beta$  za trilinearna vezanja na  $\Phi$  dobivamo:

$$\begin{aligned} V_\Phi &= (c_{\phi Q}^1 H_1^0 H_1^0 + c_{\phi Q}^2 H_2^0 H_2^0) \phi_i^* \phi_i = \\ &= v_{SM} \phi^{Q*} \phi^Q \left[ H(c_{\phi Q}^1 \cos \alpha \cos \beta + c_{\phi Q}^2 \sin \alpha \sin \beta) + h(-c_{\phi Q}^1 \sin \alpha \cos \beta + c_{\phi Q}^2 \cos \alpha \sin \beta) \right], \end{aligned} \quad (3.61)$$

gdje smo uveli notaciju  $\phi^Q = (\phi^+, \phi^0, \phi^-, \phi^{--}, \phi^{----})$  i konstante vezanja:

$$c_{\phi Q}^1 = \left( \sigma_1, \sigma_1 + \frac{1}{4} \sigma'_1, \sigma_1 + \frac{1}{2} \sigma'_1, \sigma_1 + \frac{3}{4} \sigma'_1, \sigma_1 + \sigma'_1 \right), \quad (3.62)$$

$$c_{\phi Q}^2 = \left( \sigma_2, \sigma_2 + \frac{1}{4} \sigma'_2, \sigma_2 + \frac{1}{2} \sigma'_2, \sigma_2 + \frac{3}{4} \sigma'_2, \sigma_2 + \sigma'_2 \right). \quad (3.63)$$

Za razliku od septupleta, komponente kvintupleta nisu degenerirane u masi koje nakon elektroslabog lomljenja simetrije iznose:

$$m_{\phi Q}^2 = \mu_\phi^2 + \frac{v_{SM}^2}{2} (c_{\phi Q}^1 \cos^2 \beta + c_{\phi Q}^2 \sin^2 \beta) \quad (3.64)$$

Valja spomenuti kako trilinearna vezanja nabijenih egzotičnih skalara na CP neparni bozon  $A$  iščezavaju, te glavni doprinos dvofotonskom raspadu dolazi od  $A\bar{t}t$  vezanja koje je u našem modelu potisnuto faktorom  $\tan^{-1}\beta$  te ne očekujemo značajne signale od ovog kanala. Ostala se vezanja u lepton-specifičnom modelu skaliraju kao:

$$y_h^l = y_h^{SM} (\sin(\beta - \alpha) - \cos(\beta - \alpha) \tan \beta), \quad (3.65)$$

$$y_H^l = y_h^{SM} (\cos(\beta - \alpha) + \sin(\beta - \alpha) \tan \beta), \quad (3.66)$$

$$y_h^q = y_h^{SM} \left( \sin(\beta - \alpha) + \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\tan \beta} \right), \quad (3.67)$$

$$y_H^q = y_h^{SM} \left( \cos(\beta - \alpha) - \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\tan \beta} \right), \quad (3.68)$$

$$g_{hVV} = \frac{2m_V^2}{v_{SM}} \sin(\beta - \alpha), \quad (3.69)$$

$$g_{HVV} = \frac{2m_V^2}{v_{SM}} \cos(\beta - \alpha). \quad (3.70)$$

Vežanja  $\tau_{1,2}$ ,  $\sigma_{1,2}$  i  $\sigma'_{1,2}$  su *a priori* slobodni parametri. Pogledat ćemo dva specijalna slučaja.

### 3.4.1 Teški Higgsov partner

Ako izaberemo za konstante vezanja  $\tau_1 = -\tau_2 \equiv \tau$ , te izaberemo uvjet  $\tan \beta = 1$  za vezanja skalarnog septupleta dobivamo:

$$V_\chi = v_{SM} \tau [\cos(\beta + \alpha) H - \sin(\beta + \alpha) h] \chi^\dagger \chi = v_{SM} \tau H \chi^\dagger \chi, \quad (3.71)$$

gdje smo iskoristili  $\sin(\beta - \alpha) \approx 1$ . U ovom se slučaju laki Higgsov bozon  $h(125)$  ne veže na septuplet, te nema doprinosa njegovoj širini raspada.

Koristeći istovjetne uvjete na konstante vezanja kvintupleta ( $\sigma_1 = -\sigma_2 \equiv \sigma$ ,  $\sigma'_1 = -\sigma'_2 \equiv \sigma'$ ) osiguravamo da se i komponente kvintupleta vežu isključivo na teški Higgsov bozon. Relevantna vezanja su:

$$V_\Phi = v_{SM} H (c_{\Phi^+} \Phi^{+*} \Phi^+ + c_{\Phi^0} \Phi^{0*} \Phi^0 + c_{\Phi^-} \Phi^{-*} \Phi^- + c_{\Phi^{--}} \Phi^{--*} \Phi^{--} + c_{\Phi^{---}} \Phi^{---*} \Phi^{---}) \quad (3.72)$$

gdje su konstante  $c_{\phi Q}$ :

$$c_{\Phi^+} = \sigma, \quad c_{\Phi^0} = \sigma + \frac{\sigma'}{4}, \quad c_{\Phi^-} = \sigma + \frac{\sigma'}{2}, \quad c_{\Phi^{--}} = \sigma + \frac{3\sigma'}{4}, \quad c_{\Phi^{---}} = \sigma + \sigma'. \quad (3.73)$$

Treba napomenuti da u limesu  $\tan \beta = 1$  korekcije masa komponenti multi-pleta iščezavaju na granastoj razini, pa su oba multipleta degenerirana.

U limesu  $\tan \beta = 1$ , te  $\sin(\beta - \alpha) \approx 1$  vezanja teškog Higgsa  $H$  na  $t$  kvark i baždarne bozone  $V = W^\pm, Z$  su:

$$g_{Htt} = -g_{htt}^{SM}, \quad g_{HVV} = 0. \quad (3.74)$$

Glavni kanal produkcije je u tom slučaju gluon-gluon fuzija, a dvofotonski udarni presjek je dan izrazom:

$$\sigma_{\gamma\gamma} = \sigma_{ggF} \times Br(H \rightarrow \gamma\gamma), \quad (3.75)$$

gdje je udarni presjek za proces  $pp \rightarrow ggX \rightarrow HX$  pri  $\sqrt{s} = 13$  TeV,  $\sigma_{ggF} = 9.66$  pb za masu  $m_H = 400$  GeV,  $\sigma_{ggF} = 1.03$  pb za  $m_H = 700$  GeV,  $\sigma_{ggF} = 157$  fb za  $m_H = 1000$  GeV [96].

Širina raspada na par  $t\bar{t}$  na granastoj razini je:

$$\Gamma(H \rightarrow t\bar{t}) = N_c \frac{\alpha m_H}{8 \sin^2 \theta_W} \frac{m_t^2}{m_W^2} \left(1 - \frac{4m_t^2}{m_H^2}\right)^{3/2}, \quad (3.76)$$

a dodatni doprinosi ukupnoj širini raspada dolaze od petljenih raspada na SM baždarne bozone. Možemo ponovno uvesti efektivna vezanja  $g_{HVV}$  teškog Higgsovog bozona  $H$  na baždarne bozone SM-a kao u jednopetljenom modelu.

$$g_{HZ\gamma} = \alpha \sum_S g_{HSS} \frac{A_0(\tau_S)}{m_S^2} \sqrt{2} Q_S \frac{(T_{3S} - \sin^2 \theta_w Q_S)}{\sin \theta_w \cos \theta_w}, \quad (3.77)$$

$$g_{HZZ} = \alpha \sum_S g_{HSS} \frac{A_0(\tau_S)}{m_S^2} \frac{(T_{3S} - \sin^2 \theta_w Q_S)^2}{\sin^2 \theta_w \cos^2 \theta_w}, \quad (3.78)$$

$$g_{H\gamma\gamma} = \alpha \sum_S g_{HSS} \frac{A_0(\tau_S)}{m_S^2} Q_S^2, \quad (3.79)$$

$$g_{HWW} = \alpha \sum_S g_{HSS} \frac{A_0(\tau_S)}{m_S^2} \sqrt{2} \frac{(T_S - T_{3S})(T_S + T_{3S} + 1)}{2 \sin^2 \theta_w}, \quad (3.80)$$

koja su normalizirana tako da vrijedi:

$$\Gamma(H \rightarrow VV) = \frac{m_H}{256\pi^3} \left| \frac{m_H g_{HVV}}{2} \right|^2. \quad (3.81)$$

Konstante vezanja  $g_{HSS}$  možemo iščitati iz 3.71 i 3.72, te vrijedi za septuplet:

$$g_{H\chi\chi} = 2\tau v_{SM}, \quad (3.82)$$

i za kvintuplet:

$$g_{H\Phi\Phi} = \left( \sigma + \sigma' \frac{2 - T_{3S}}{4} \right) v_{SM}. \quad (3.83)$$

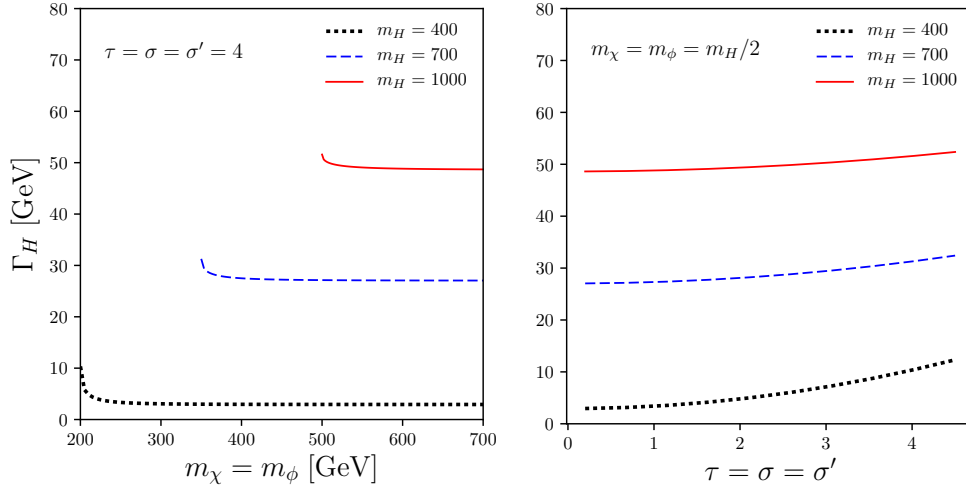
Faktor  $(2 - T_{3S})/4$  uzima u obzir razlike u vezanjima komponenti kvintupleta i u slučaju  $g_{HWW}$  ga treba zamjeniti s  $(3 - T_{3S})/8$ . Varijabla  $\tau_S$  je dana izrazom  $\tau_S \equiv 4m_S^2/m_H^2$ , a petljena funkcija je:

$$A_0(\tau_S) \equiv -\tau_S(1 - \tau_S \arcsin^2(1/\sqrt{\tau_S})). \quad (3.84)$$

Za degenerirana vezanja  $\tau = \sigma = \sigma'$ , ovo vodi na omjere dvobozonskih raspada u odnosu na dvofotonski raspad:

$$R_{WW} \approx 17.8 \quad R_{ZZ} \approx 4.9 \quad R_{Z\gamma} \approx 3.1. \quad (3.85)$$

Dominaciju  $WW$  kanala možemo shvatiti kao posljedicu činjenice da kvintuplet doprinosi i  $H \rightarrow W^+W^-$  i  $H \rightarrow ZZ$  kanalu raspada, a septuplet, budući da je hipernaboja  $Y = 0$  doprinosi više  $H \rightarrow W^+W^-$  kanalu. Ukupnu širinu raspada teškog Higgsovog partnera  $H$  za mase  $m_H = 400, 700, 1000$  GeV prikazujemo na Slici 10. Najveći doprinos ukupnoj širini raspada dolazi od



Slika 10: Ukupna širina raspada čestice  $H$  u tropetljenom modelu za kvartična vezanja konzistentna s granicama perturbativnosti i za mase egzotičnih skalara u području  $m_{\chi,\phi} \geq m_H/2$ .

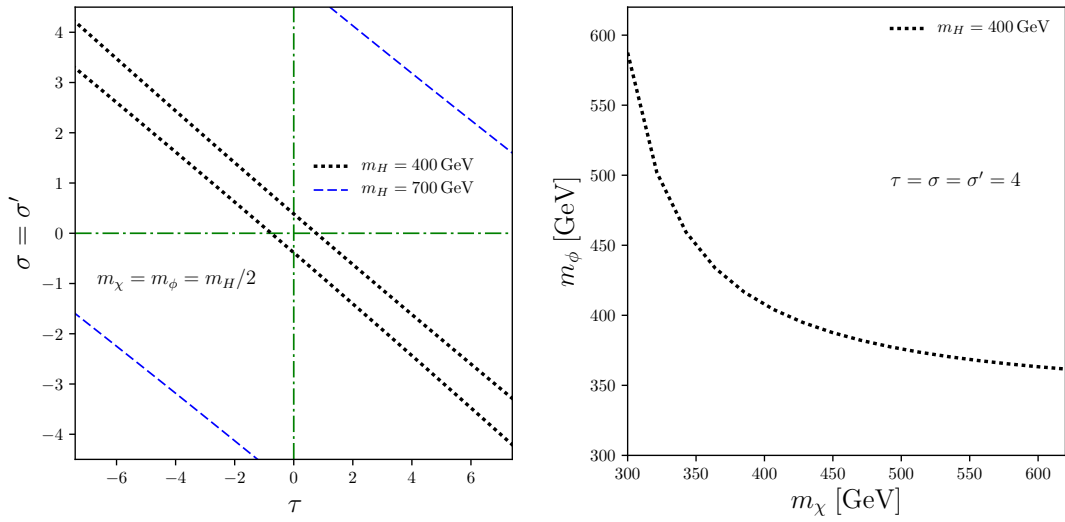
$H \rightarrow \bar{t}t$  kanala. Čak i za slučaj kada su konstante vezanja  $\tau = \sigma = \sigma' = 4$ , a vrijednosti masa egzotičnih skalara kinematički najpovoljnije  $m_\chi = m_\phi =$



$m_H/2$ , omjeri grananja za dvofotonski kanal raspada su:

$$Br(H_{400} \rightarrow \gamma\gamma) = 2.7\% \quad Br(H_{700} \rightarrow \gamma\gamma) = 0.5\% \quad Br(H_{1000} \rightarrow \gamma\gamma) = 0.2\%. \quad (3.86)$$

Sada možemo, kao i u jedнопетлјenom modelu, koristeći rezultate za dvo-bozonske raspade pogledati granice koje na naš model postavljaju rezultati LHC-a. Naj snažnije granice ponovno dolaze od dvofotonskog kanala. Koristeći granice na  $\sigma_{\gamma\gamma}$  iz [56] dobivamo rezultate prikazane na Slici 11. Na



Slika 11: Granice za područja vrijednosti konstanti vezanja (lijevo) i masa (desno) tročetlјenog modela koje dolaze od rezultata ATLAS eksperimenta u  $pp \rightarrow H \rightarrow \gamma\gamma$  kanalu pri  $\sqrt{s} = 13$  TeV [56]. (Vrijednosti parametara za  $m_H = 1000$  GeV (lijevo) i 700, 1000 GeV (desno) u prikazanom području nisu ograničena eksperimentalnim rezultatima.)

lijevoj strani dopuštene vrijednosti kvartičnih vezanja  $\tau$  i  $\sigma = \sigma'$ , za mase  $m_H = (400, 700, 1000)$  GeV, se nalaze između gornje i donje linije. Na desnoj strani prikazujemo donje granice na vrijednosti masa egzotičnih skalara  $m_\Phi$  i  $m_\chi$  u ovisnosti o masi teškog Higgsovog bozona  $m_H = (400, 700)$  GeV. Zbog većeg broja čestica koje nisu dio standardnog modela, granice na tročetlјeni model su snažnije nego u slučaju jedнопетлјenog modela. Sa Slike 11 također možemo iščitati da vezanja septupleta i kvintupleta postaju jače korelirana kako spuštamo masu  $m_H$ . Za izbor vezanja  $\tau = \sigma = \sigma' = 4$  mase  $m_H$ ,  $m_\chi$  i  $m_\Phi$  moraju biti veće od  $\sim 300$  GeV.

### 3.4.2 Laki Higgsov bozon

Pogledajmo sada drugi specifični slučaj kada se skalarni multipleti vežu isključivo na laki Higgsov bozon  $h$  (125). Ovakvo vezanje dobijemo ako za konstante vezanja izaberemo  $\tau_1 = \tau_2 \equiv \tau$ ,  $\sigma_1 = \sigma_2 \equiv \sigma$  i  $\sigma'_1 = \sigma'_2 \equiv \sigma'$ . U tom slučaju, uz  $\sin(\beta - \alpha) = 1$ , (3.58) i (3.61) postaju:

$$\begin{aligned} V_\chi &= v_{SM} \tau \chi^\dagger \chi \left[ H(\cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta) + h(-\sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta) \right] = \\ &= v_{SM} \tau \chi^\dagger \chi [H \cos(\beta - \alpha) + h \sin(\beta - \alpha)] = v_{SM} \tau \chi^\dagger \chi h, \end{aligned} \quad (3.87)$$

i:

$$\begin{aligned} V_\Phi &= v_{SM} c_{\phi Q} \phi^{Q*} \phi^Q \left[ H(\cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta) + h(-\sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta) \right] = \\ &= v_{SM} c_{\phi Q} \phi^{Q*} \phi^Q [H \cos(\beta - \alpha) + h \sin(\beta - \alpha)] = v_{SM} c_{\phi Q} \phi^{Q*} \phi^Q h, \end{aligned} \quad (3.88)$$

gdje su konstante  $c_{\phi Q}$  definirane u (3.73). U ovom slučaju nije potrebno nametanje dodatnog uvjeta na  $\tan\beta$  kako bi potisnuli vezanja na  $H$ . Vezanja lakog Higgsovog bozona na čestice standardnog modela su (3.65)-(3.70) te u limesu  $\sin(\beta - \alpha) = 1$  odgovaraju vezanjima SM Higgsovog bozona, te je glavni kanal produkcije gluon-gluon fuzija.

Sada možemo pogledati utjecaj ovih vezanja na širinu raspada lakog Higgsovog bozona  $h$ . Najjasniji signal ponovno dolazi od dvofotonskog kanala raspada. Faktor povećanja možemo, kao i u slučaju jednopetljenog modela, izračunati koristeći izraz (2.25). Pogledajmo slučajeve kada je jedan od multipleta puno lakši te većina doprinosa faktoru povećanja dolazi od trilinearnog vezanja tog multipleta. Za septuplet  $\chi$  mase i vezanja su degenerirani pa je faktor povećanja:

$$R_{\gamma\gamma}^\chi = \frac{\Gamma_{BSM}(h \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma_{SM}(h \rightarrow \gamma\gamma)} = \left| 1 + \frac{\tau v_{SM}^2 (1 + 2^2 + 3^2)}{m_\chi^2} \frac{A_0(\tau_\chi)}{A_1(\tau_W) + N_{c,t} Q_t^2 A_{\frac{1}{2}}(\tau_t)} \right|^2. \quad (3.89)$$

U slučaju kvintupleta  $\Phi$  javljaju se cijepanja u masi koja su određena izrazom:

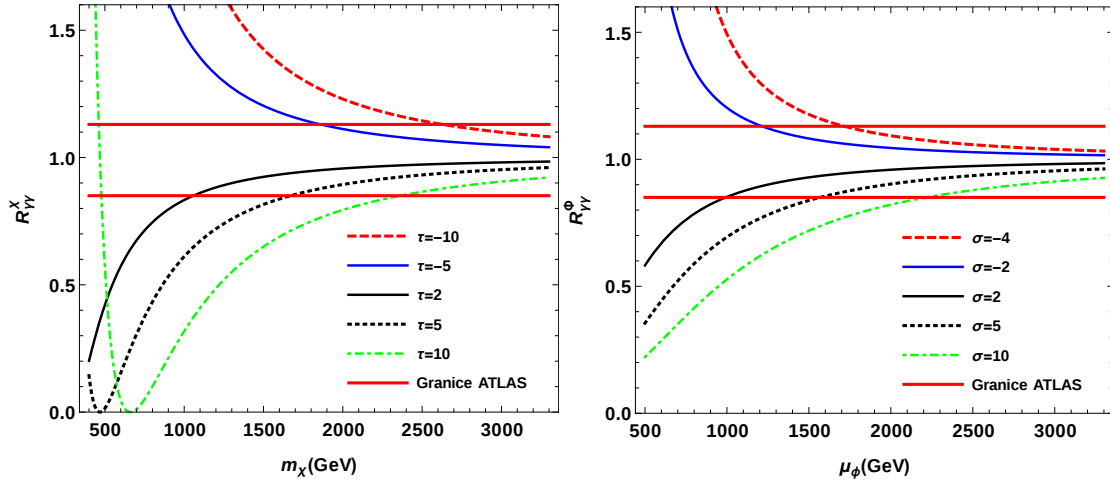
$$m_{\phi Q}^2 = \mu_\phi^2 + \frac{v_{SM}^2 c_{\phi Q}}{2} \quad (3.90)$$

Ako zbog jednostavnosti uzmemo  $\sigma = \sigma'$ , faktor povećanja možemo kompak-

tno zapisati kao:

$$R_{\gamma\gamma}^{\Phi} = \left| 1 + \frac{\sigma}{8} \frac{v_{SM}^2}{A_1(\tau_W) + N_{c,t} Q_t^2 A_{\frac{1}{2}}(\tau_t)} \sum_{k=4}^8 \frac{(5-k)^2 k A_0 \left( \frac{4}{m_h^2} (\mu_\phi^2 + \frac{kv_{SM}^2 \sigma}{8}) \right)}{\mu_\phi^2 + \frac{kv_{SM}^2 \sigma}{8}} \right|^2. \quad (3.91)$$

Rezultate prikazujemo na Slici 12. Mase nabijenih skalara su u pravilu ograničene na vrijednosti veće od 2000 GeV. Ovi iznosi su konzistentni s kozmičkim obiljem tamne tvari i s vrijednostima korištenim u izrazu za neutrin-ske mase. Granice su oštrije nego u jednopetljenom modelu, budući da više nabijenih skalara sudjeluje u procesu raspada, od kojih su neki višestruko nabijeni.

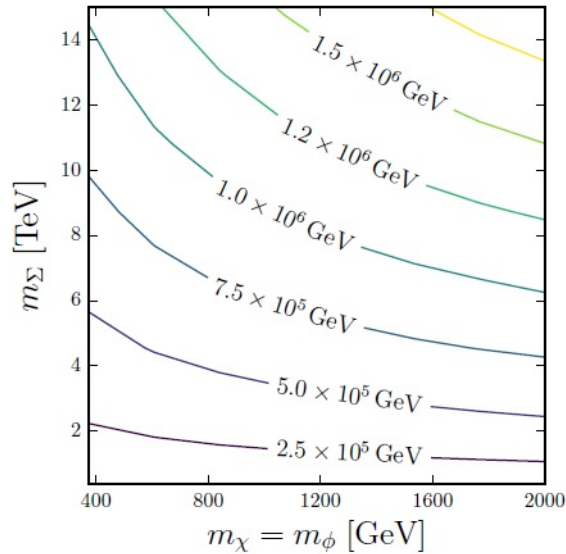


Slika 12: Faktori povećanja  $R_{\gamma\gamma}$  širine raspada  $h \rightarrow \gamma\gamma$  lakog Higgsovog bozona  $h$ , u slučaju kada je  $\chi$  multiplet lakši (lijevo) i kada je  $\Phi$  multiplet lakši (desno), u ovisnosti o masama multipleta i konstantama vezanja trilinearnih članova. Horizontalne crvene linije predstavljaju eksperimentalne granice  $R_{\gamma\gamma} = 0.99 \pm 0.14$  [53]. Mase su u pravilu ograničene na područje  $> 2000$  GeV, osim u izoliranim područjima  $< 500$  GeV gdje se zbog oscilatornog ponašanja faktora povećanja njegova vrijednost može naći unutar eksperimentalnih granica.

### 3.5 Vakuumska stabilnost i perturbativnost

Pogledajmo detaljnije ponašanje ovog modela u visokoenergetskom području. Zbog prisutnosti velikih  $SU(2)$  multipleta u modelu se potencijalno može pojaviti Landauov pol (LP) na energijama znatno nižim od Planckove

skale [14]. Kako je pokazano u [97] položaj Landauovog pola bi mogao biti osjetljiv na dvopetljene efekte. Ovom prijetnjom su se pozabavili autori [98]. Od dva tropetljena modela uzeta u obzir ([3], i [99]), naš model je pokazao bolje visokoenergetsko ponašanje. Dodatnom analizom u [100] utvrđeno je da se LP pojavljuje oko  $10^6$  GeV, kako je prikazano na Slici 13.



Slika 13: Skala na kojoj se pojavljuje Landauov pol slabe konstante vezanja  $g_2$  u tropetljenom modelu, u ovisnosti o masama novih čestica  $m_\chi, m_\Phi$  i  $m_\Sigma$ .

Kada su u pitanju kvartična vezanja  $\tau_{1,2}$  i  $\sigma_{1,2}^{(\prime)}$ , njihove velike vrijednosti potrebne za observaciju dvofotonskog signala, od kojih neke mogu biti negativne, ugrožavaju stabilnost vakuuma i perturbativnost modela. Iznosimo nekoliko mogućih rješenja u sektoru septupleta  $\chi$  i kvintupleta  $\Phi$  i njihovim kvartičnim vezanjima. Problemu pristupamo na način da početne vrijednosti konstanti vezanja ( $\tau(m_\chi), \sigma(m_\Phi) = \sigma'(m_\Phi)$ ) izaberemo tako da samo jedno vezanje ne iščezava, te prema tome djeluje kao aktivni skalarni sektor modela.

U sektoru kvartičnih vezanja, postoje tri dodatna kvartična vezanja  $\Phi^4$  oblika i dva dodatna kvartična vezanja  $\chi^4$  oblika [101] (vidi Dodatak B) koja su još uvijek slobodni parametri. Dodatna mješovita kvartična vezanja  $\chi^2\Phi^2$  oblika možemo u svrhu ove analize izjednačiti s nulom kako bi dobili neovisne  $\chi$  i  $\Phi$  sektore.

Stabilnost potencijala je sada ugrožena isključivo mješovitim kvartičnim vezanjima od kojih neka mogu biti negativna u skladu s uvjetima iz potpoglavlja 3.4.1 ( $\tau_1 = -\tau_2 \equiv \tau, \sigma_1 = -\sigma_2 \equiv \sigma, \sigma'_1 = -\sigma'_2 \equiv \sigma'$ ), i koja mogu voditi na potencijal neograničen odozdo. Takva kvartična vezanja je

potrebno balansirati s odgovarajućim pozitivnim vrijednostima kvartičnih vezanja  $\chi^4$  ili  $\Phi^4$  članova. Uvjet stabilnosti za septuplet se može naći u [85].

Po pitanju perturbativnosti modela, u [101] je pokazano da se polovi u neaktivnom sektoru pojavljuju na:

$$\Lambda_\Phi \sim 10^9 \left( \frac{m_\Phi}{100 \text{ GeV}} \right)^{1.28} \text{ GeV}, \quad \Lambda_\chi \sim 10^6 \left( \frac{m_\chi}{100 \text{ GeV}} \right)^{1.13} \text{ GeV}, \quad (3.92)$$

za kvintuplet i septuplet. Ove vrijednosti su iznad skale  $10^6$  GeV-a na kojoj se pojavljuje LP za  $SU(2)_L$  baždarno vezanje  $g_2$ , tako da imamo kontrolu nad ovim sektorom. Za aktivni skalar, potrebno je razmotriti moguća Yukawina vezanja ovog skalara koja daju negativni doprinos jednopetljenoj beta funkciji za kvartična vezanja, te tako mogu pogurati LP na više energije. Nažalost, za septuplet vezanje oblika  $\chi\Sigma\Sigma$  iščezava kao što je eksplicirano u Dodatku B. Moguće je uvesti dodatni  $SU(2)$  fermionski triplet  $\xi = (3, 0)$  kako bi Yukawino vezanje oblika  $\chi\Sigma\xi$  moglo poslužiti za pogurivanje LP skale. Za kvintuplet  $\Phi$  u našem modelu već postoji potrebno Yukawino vezanje  $Y_{i\alpha}$  iz Lagrangiana u (3.13).

Dominantne doprinose jednopetljenoj beta funkciji mješovitih kvartičnih vezanja  $\tau_{1,2}$  i  $\sigma_{1,2}^{(\prime)}$  možemo naći u [101], te su oni dani izrazima:

$$\beta_x \sim 4x^2 - \frac{153}{2}xg_2^2 + 36g_2^4, \quad \beta_y \sim 4y^2 - \frac{81}{2}yg_2^2 + 18g_2^4, \quad (3.93)$$

gdje smo uveli notaciju  $x = \tau_{1,2}$  i  $y = \sigma_{1,2}^{(\prime)}$ . Zbog velikih negativnih koeficijenata uz  $g_2^2$  članove, lako je provjeriti da će klizanje kvartičnih mješovitih konstanti vezanja smanjivati njihovu apsolutnu vrijednost za područja:

$$\begin{aligned} x : & \quad x < 0, \quad 0.2 < x < 7.9, \\ y : & \quad y < 0, \quad 0.2 < y < 4.1. \end{aligned} \quad (3.94)$$

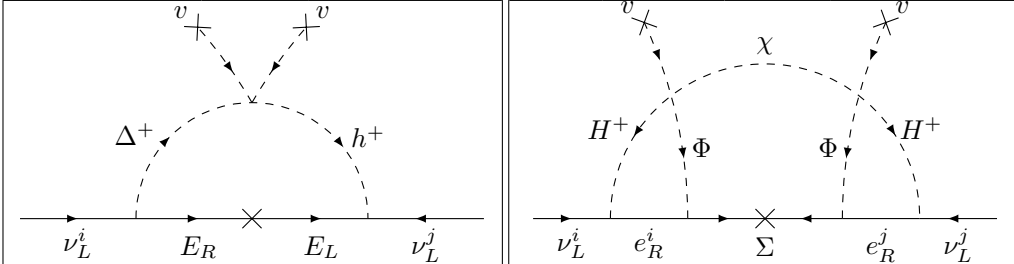
Ako upotrijebimo uvjete  $\tau_1 = -\tau_2$  i  $\sigma_1^{(\prime)} = -\sigma_2^{(\prime)}$  onda granice postaju  $0.2 < |x| < 7.9$  i  $0.2 < |y| < 4.1$  što odgovara području prikazanom na Slici 11. Daljnjim povećavanjem energije baždarno vezanje  $g_2$  se približava Landauovom polu i počinje dominirati evolucijom, te tjera i ova kvartična vezanja prema  $LP \sim 10^6$  GeV.

## Zaključak

Male vrijednosti neutrinjskih masa koje dobivamo iz kozmoloških razmatranja  $m_\nu < 0.1 \text{ eV}$  zahtijevaju netipičan način njihovog generiranja, te uvođenje fizike izvan standardnog modela. Jedan od najelegantnijih načina je mehanizam njihalice koji nam omogućuje da male neutrinjske mase objasnimo uvođenjem nove fizike na višim skalama.

S druge strane problem tamne tvari je moguće riješiti uvođenjem slabointeragirajućih čestica s masama  $\sim 1 \text{ TeV}$ , te nije teško zamisliti da ova dva problema imaju zajedničko rješenje.

U ovom radu su prezentirana dva modela radijativnog generiranja neutrinjskih masa [1, 3], koji uvode nove nefundamentalne  $SU(2)$  multiplete kako bi zatvorili dijagram efektivnih neutrinjskih masa. Posebna karakteristika ovih modela je pojava slučajne ili slabo slomljene diskretne simetrije koja čini jednu od novouvedenih čestica stabilnom. Novu tešku stabilnu česticu moguće je identificirati kao česticu tamne tvari. U Tablici 4 je sumiran čestični sadržaj ovih modela, te su prikazani dijagrami koji produciraju neutrinjske mase.



Ime	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	$Q$
$\Delta$	3	0	$\pm 1, 0$
$h^+$	1	2	1
$E_R$	2	-1	$0, -1$
$E_L$	2	-1	$0, -1$

Ime	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	$Q$
$H_{1,2}$	2	1	$0, 1$
$\Phi$	5	-2	$-3, -2, \pm 1, 0$
$\chi$	7	0	$\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$
$\Sigma$	5	0	$\pm 2, \pm 1, 0$

Tablica 4: Dva modela radijativnog generiranja neutrinjskih masa. Skalarna polja su označena (svijetlom) žutom bojom, a po tri generacije fermionskih polja (tamnom) crvenom. Polja koja sadržavaju teški Higgsov partner smo označili (svijetlo sivom) zelenom bojom. Tropetljeni model (desno) spada u skupinu modela s dva Higgsova dubleta.

Otkriće prve skalarnе čestice koja odgovara Higgsovom bozonu standardnog modela s masom  $m_h = 125 \text{ GeV}$ , otvara pitanje postojanja dodatnih skalarnih čestica. Modeli prezentirani u ovom radu uvode dodatni skalarni

sadržaj u kojem možemo detektirati jednu česticu kao teški partner Higgsovog bozona. U jedнопетлјеном моделу теški Higgsov bozon je dan претежито neutralnom komponentom tripleta, dok je tropетлјени модел реализација модела s два Higgsova dubleta.

Dvofotonski raspadi теškog Higgsovog partnera mogu biti prvi jasni signali fizike izvan standardnog модела. Stoga smo испитали provjerljivost proširenog Higgsovog sektora ova два модела. U jedнопетлјеном моделу главни канал детекције je осигуран leptonima vektorskog tipa  $\Sigma \sim (2, -1)$  koji ulaze u петлју dvofotonskog raspada. U tropетлјеном моделу se egzotični leptoni ne vežu na 2HD sektor, te se dvofotonski raspad odvija prvenstveno preko петлје s nabijenim egzotičnim skalarima. Rezultate skupljamo u Tablici 5. Uvođenje

Model	$J_H^{CP}$	$\Gamma_H$	Produkcija	Landau pol	$Br_{WW}$	$Br_{\gamma\gamma}$	$Br_{Z\gamma}$	$Br_{ZZ}$	$Br_{t\bar{t}}$
1-loop	$0^{++}$	3 GeV	$\gamma\gamma$ -fuzija	Nema	65%	7%	6%	23%	—
3-loop	$0^{++}$	31 GeV	$gg$ -fuzija	$10^6$ GeV	9%	0.5%	1.6%	2.5%	86%

Tablica 5: Usporedba između dva модела pri  $m_H = 700$  GeV. Omjeri granaња za tropетлјени модел su израčunati pod uvjetima iz (3.86).

egzotičnih multipleta može voditi na pojavu Landauovog pola na skali daleko ispod Planckove. Jedнопетлјени модел je siguran po ovom pitanju, no tropетлјени модел se može naći u većoj opasnosti razvijanja Landauovog pola na skali nove fizike. Pokazali smo da se odgovarajućim izborom konstanti vezanja Landauov pol može pomaknuti na skalu  $\sim 10^6$  GeV.

## A Matrice mase u jednopetljenom modelu

### A.1 Skalarni sektor

Skalarni dio potencijala je dan u (2.6), te je u (2.7) pokazano da neutralne komponente dubleta i tripleta razvijaju vakuumsku očekivanu vrijednost. Minimizacijom potencijala dobivamo dva uvjeta na konstante vezanja modela.

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial V}{\partial H^0} \right|_{H^0=\frac{v}{\sqrt{2}}, \Delta^0=u, H^\pm=h^\pm=\Delta^\pm=0} &= 0 \rightarrow \\ \rightarrow \sqrt{2}(\lambda_1 v^3 + \lambda_5 v u^2 - \mu_H^2 v) - \mu v u &= 0 \rightarrow \mu_H^2 = \lambda_1 v^2 + \lambda_5 u^2 - \frac{\mu}{\sqrt{2}} u \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial V}{\partial \Delta^0} \right|_{H^0=\frac{v}{\sqrt{2}}, \Delta^0=u, H^\pm=h^\pm=\Delta^\pm=0} &= 0 \rightarrow \\ \rightarrow 2\mu_\Delta^2 u + 4\lambda_3 u^3 + \lambda_5 v^2 u - \mu \frac{v^2}{2\sqrt{2}} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Gornje uvjete možemo iskoristiti pri određivanju matrica mase. Za nabijena stanja maseni članovi u potencijalu nakon elektroslabog loma simetrije su:

$$\begin{aligned} V_m(H^\pm, \Delta^\pm, h^\pm) &= -\mu_H^2 H^- H^+ + \lambda_1 v^2 H^- H^+ + \mu_h^2 h^- h^+ + 2\mu_\Delta^2 \Delta^- \Delta^+ + \\ &+ 4\lambda_3 u^2 \Delta^- \Delta^+ + \frac{\lambda_4 v^2}{2} h^- h^+ + \lambda_5 u^2 H^- H^+ + \lambda_5 v^2 \Delta^- \Delta^+ + \lambda_6 u^2 h^- h^+ - \\ &- \frac{\lambda_7 u v}{2} H^- h^+ - \frac{\lambda_7 v^2}{2} \Delta^- h^+ - \frac{\lambda_7 u v}{2} H^- h^+ - \frac{\lambda_7^* u v}{2} h^- H^+ - \frac{\lambda_7^* v^2}{2} h^- \Delta^+ - \\ &- \frac{\lambda_7^* u v}{2} h^- H^+ + \frac{\mu u}{\sqrt{2}} H^- H^+ + \frac{\mu v}{\sqrt{2}} H^- \Delta^+ + \frac{\mu v}{\sqrt{2}} \Delta^- H^+ = \\ &= \left( -\mu_H^2 + \lambda_1 v^2 + \lambda_5 u^2 + \frac{\mu u}{\sqrt{2}} \right) H^- H^+ + \left( \lambda_1 v^2 + \frac{\lambda_4 v^2}{2} + \lambda_6 u^2 \right) h^- h^+ + \\ &+ (2\mu_\Delta^2 + 4\lambda_3 u^2 + \lambda_5 v^2) \Delta^- \Delta^+ - \lambda_7 v u H^- h^+ - \lambda_7^* v u h^- H^+ - \\ &- \frac{\lambda_7 v^2}{2} \Delta^- h^+ - \frac{\lambda_7^* v^2}{2} h^- \Delta^+ + \frac{\mu v}{\sqrt{2}} H^- \Delta^+ + \frac{\mu v}{\sqrt{2}} \Delta^- H^+ = \\ &= \sqrt{2} \mu u H^- H^+ + \left( \lambda_1 v^2 + \frac{\lambda_4 v^2}{2} + \lambda_6 u^2 \right) h^- h^+ + \frac{\mu v^2}{2\sqrt{2} u} \Delta^- \Delta^+ - \\ &- \lambda_7 v u H^- h^+ - \lambda_7^* v u h^- H^+ - \frac{\lambda_7 v^2}{2} \Delta^- h^+ - \frac{\lambda_7^* v^2}{2} h^- \Delta^+ + \\ &+ \frac{\mu v}{\sqrt{2}} H^- \Delta^+ + \frac{\mu v}{\sqrt{2}} \Delta^- H^+, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$



gdje smo u zadnjoj jednakosti iskoristili uvjete minimizacije potencijala. Članovi mase sada se mogu kompaktno izraziti u matricnom obliku:

$$V_m(H^\pm, \Delta^\pm, h^\pm) = (H^- \quad \Delta^- \quad h^-) \begin{pmatrix} \sqrt{2}\mu u & \frac{\mu v}{\sqrt{2}} & -\lambda_7 v u \\ \frac{\mu v}{\sqrt{2}} & \frac{\mu v^2}{2\sqrt{2}u} & -\frac{\lambda_7 v^2}{2} \\ -\lambda_7^* v u & -\frac{\lambda_7^* v^2}{2} & \lambda_1 v^2 + \frac{\lambda_4 v^2}{2} + \lambda_6 u^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H^+ \\ \Delta^+ \\ h^+ \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Dijagonalizacijom ove matrice dobivamo mase i masena stanja nabijenog skalarnog sektora. Jedno od stanja je bezmaseni Goldstoneov bozon dan kombinacijom:

$$H_G^+ = -\frac{v}{2u\sqrt{1+\frac{v^2}{4u^2}}}H^+ + \frac{1}{\sqrt{1+\frac{v^2}{4u^2}}}\Delta^+, \quad (\text{A.5})$$

iz čega je vidljivo da je u limesu  $\frac{u}{v} \rightarrow 0$  Goldstoneov bozon u cijelosti dan nabijenom komponentom dubleta  $H^+$ . Preostala dva nabijena masena stanja su fizikalna, te su njihove mase :

$$m_{1,2} = \frac{u^2\mu}{\sqrt{2}} + \frac{\mu'}{2} + \frac{v^2\mu}{4\sqrt{2}u} \pm \frac{1}{4\sqrt{2}u} \sqrt{(4u^2 + v^2)^2\mu^2 - 4\sqrt{2}u(4u^2 + v^2)\mu\mu' + 8u^2(v^2(4u^2 + v^2)|\lambda_7|^2 + \mu'^2)}, \quad (\text{A.6})$$

gdje smo uveli pokratu  $\mu'^2 = \mu_h^2 + \frac{\lambda_4 v^2}{2} + \lambda_6 u^2$ .

Isto je moguće napraviti u neutralnom sektoru. Koristimo  $H^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \phi^0 + i\xi^0)$  i  $\Delta^0 \rightarrow \Delta^0 + u$ . Maseni članovi potencijala za neutralne skalarne čestice su:

$$\begin{aligned} V_m(\phi^0, \xi^0, \Delta^0) &= -\frac{\mu_H^2}{2}((\phi^0)^2 + (\xi^0)^2) + \lambda_1 \frac{v^2}{2}(3(\phi^0)^2 + (\xi^0)^2) + \mu_\Delta^2 (\Delta^0)^2 + \\ &+ 6\lambda_3 u^2 (\Delta^0)^2 + \lambda_5 \frac{v^2}{2} (\Delta^0)^2 + \lambda_5 \frac{u^2}{2} ((\phi^0)^2 + (\xi^0)^2) + 2\lambda_5 v u \Delta^0 \phi^0 - \\ &- \frac{\mu}{2\sqrt{2}}(u((\phi^0)^2 + (\xi^0)^2) + 2v\Delta^0 \phi^0) = \\ &= \left(-\frac{\mu_H^2}{2} + \lambda_1 \frac{v^2}{2} + \lambda_5 \frac{u^2}{2} - \frac{\mu u}{2\sqrt{2}}\right)((\phi^0)^2 + (\xi^0)^2) + \\ &+ \left(\mu_\Delta^2 + 6\lambda_3 u^2 + \lambda_5 \frac{v^2}{2}\right)(\Delta^0)^2 + \lambda_1 v^2 (\phi^0)^2 + \left(2\lambda_5 v u - \frac{\mu v}{\sqrt{2}}\right)\Delta^0 \phi^0 = \\ &= \lambda_1 v^2 (\phi^0)^2 + \left(\frac{\mu v^2}{4\sqrt{2}u} + 4\lambda_3 u^2\right)(\Delta^0)^2 + \left(2\lambda_5 v u - \frac{\mu v}{\sqrt{2}}\right)\Delta^0 \phi^0, \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

gdje smo ponovno u zadnjoj jednakosti iskoristili uvjete minimizacije. Opet možemo izraziti ovaj rezultat u obliku matrice mase:

$$V_m(\phi^0, \xi^0, \Delta^0) = (\phi^0 \quad \Delta^0) \begin{pmatrix} \lambda_1 v^2 & \lambda_5 v u - \frac{\mu v}{2\sqrt{2}} \\ \lambda_5 v u - \frac{\mu v}{2\sqrt{2}} & \frac{\mu v^2}{4\sqrt{2}u} + 4\lambda_3 u^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^0 \\ \Delta^0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

Očito je da je CP-neparno stanje  $\xi^0$  bezmaseni Goldstonov bozon koji daje masu  $Z^0$  bozonu. Matricu mase neutralnih skalara možemo jednostavno dijagonalizirati matricom rotacije  $U$ :

$$U \begin{pmatrix} \lambda_1 v^2 & \lambda_5 v u - \frac{\mu v}{2\sqrt{2}} \\ \lambda_5 v u - \frac{\mu v}{2\sqrt{2}} & \frac{\mu v^2}{4\sqrt{2}u} + 4\lambda_3 u^2 \end{pmatrix} U^T = \begin{pmatrix} \frac{m_1^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{m_2^2}{2} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.9})$$

gdje je ansatz za matricu rotacije:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ -\sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.10})$$

Dijagonalni elementi daju izraze za mase:

$$\frac{m_{1,2}^2}{2} = \lambda_1 v^2 \cos^2 \theta_0 + \left( \frac{\mu v^2}{4\sqrt{2}u} + 4\lambda_3 u^2 \right) \sin^2 \theta_0 \pm 2 \left( \lambda_5 v u - \frac{\mu v}{2\sqrt{2}} \right) \sin \theta_0 \cos \theta_0, \quad (\text{A.11})$$

dok nedijagonalni elementi, kada ih izjednačimo s nulom daju izraz za kut mješanja:

$$\left( \frac{\mu v^2}{4\sqrt{2}u} + 4\lambda_3 u^2 - \lambda_1 v^2 \right) \sin \theta_0 \cos \theta_0 + v \left( \lambda_5 u - \frac{\mu}{2\sqrt{2}} \right) (\cos^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_0) = 0. \quad (\text{A.12})$$

U (A.12) možemo iskoristiti trigonometrijske identitete  $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$  i  $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$  da dobijemo izraz za  $\tan 2\theta_0$ :

$$\tan 2\theta_0 = \frac{\frac{\mu v}{2\sqrt{2}} - v \lambda_5 u}{\frac{\mu v^2}{4\sqrt{2}u} + 4\lambda_3 u^2 - \lambda_1 v^2}. \quad (\text{A.13})$$

Kako bi procjenili kut mješanja  $\theta_0$  podjelimo brojnik i nazivnik s  $v$  i zane-marimo članove reda  $\mathcal{O}(u/v)$ :

$$\tan 2\theta_0 \approx \frac{\frac{\mu}{2\sqrt{2}} - \lambda_5 u}{\frac{\mu v}{4\sqrt{2}u} - \lambda_1 v} \sim \frac{u}{v}, \quad (\text{A.14})$$

neovisno o odnosu  $\mu$  i  $u$ . Jednadžba (A.11) zahtjeva da parametar  $\mu$  bude znatno veći od vakuumske očekivane vrijednosti  $u$ , kako razlika u masi između lakog  $h$  i teškog  $H$  Higgsovog bozona ne bi bila ograničena na nekoliko

GeV-a. Vratimo se na drugi uvjet minimizacije dan u (A.2) kako bi istražili ovu mogućnost. Za  $u \ll v, \mu_\Delta$  i  $\lambda_3, \lambda_5 \sim \mathcal{O}(1)$  vrijedi:

$$\mu \approx 4\sqrt{2}u \left( \frac{\mu_\Delta^2}{v^2} + \frac{1}{2} \right). \quad (\text{A.15})$$

Vidimo da  $\mu_\Delta$  mora biti nekoliko puta veći od  $v$  kako bi za  $u \sim \mathcal{O}(1)$  GeV, dobili rascijep mase od par stotina GeV-a.

## A.2 Leptonski sektor

Leptonski dio potencijala je dan u izrazu (2.8). Kako bi zadovoljili uvjet (2.9) dovoljno je zarotirati bazu polja  $\Sigma_L$  i  $L_L$ . Krećemo od proizvoljnih polja  $\Sigma_L^1$  i  $\Sigma_L^2$ , gdje svako polje predstavlja tri generacije. Relevantne članove u Lagrangianu možemo zapisati kao:

$$V(\Sigma_L^1, \Sigma_L^2, \Sigma_R) \supset M\overline{\Sigma}_L^1\Sigma_R + \widetilde{M}\overline{\Sigma}_L^2\Sigma_R + g'_1\overline{\Sigma}_L^1\Delta\Sigma_R + g'_2\overline{\Sigma}_L^2\Delta\Sigma_R. \quad (\text{A.16})$$

Rotaciju u prostoru lijevih  $(2, -1)$  stanja možemo provesti unitarnom matricom na način:

$$\begin{pmatrix} \Sigma_L^1 \\ \Sigma_L^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{1 - CC^\dagger} & C \\ -C^\dagger & \sqrt{1 - C^\dagger C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma_L \\ L_L \end{pmatrix}, \quad (\text{A.17})$$

gdje je  $C$  proizvoljna  $3 \times 3$  matrica. Uvrštavanjem (A.17) u (A.16) i zadržavanjem samo članova mase neutralnih leptona dobivamo:

$$\begin{aligned} V(\Sigma_L^0, \nu_L^0, \Sigma_R^0) \supset \overline{\Sigma}_L^0 \left( \sqrt{1 - CC^\dagger} \left( M + g'_1 \frac{u}{\sqrt{2}} \right) - C \left( \widetilde{M} + g'_2 \frac{u}{\sqrt{2}} \right) \right) \Sigma_R^0 + \\ + \overline{\nu}_L^0 \left( C^\dagger \left( M + g'_1 \frac{u}{\sqrt{2}} \right) + \sqrt{1 - C^\dagger C} \left( \widetilde{M} + g'_2 \frac{u}{\sqrt{2}} \right) \right) \Sigma_R^0. \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Zahtjev da masa neutrina iščezava na granastoj razini odgovara izjednačavanju drugog člana s nulom i određuje matricu  $C$ , odnosno:

$$C^\dagger \left( M + g'_1 \frac{u}{\sqrt{2}} \right) + \sqrt{1 - C^\dagger C} \left( \widetilde{M} + g'_2 \frac{u}{\sqrt{2}} \right) = 0. \quad (\text{A.19})$$

Koristeći tako rotirana polja članovi mase nakon elektroslabog lomljenja simetrije u (2.8) postaju:

$$\begin{aligned} V_m(\Sigma_L, L_L, \Sigma_R) = M(\overline{\Sigma}_L^0\Sigma_R^0 + \overline{\Sigma}_L^-\Sigma_R^-) + m(\overline{\nu}_L^0\Sigma_R^0 + \overline{L}_L^-\Sigma_R^-) + \\ + \frac{g_1 u}{\sqrt{2}}(\overline{\Sigma}_L^0\Sigma_R^0 - \overline{\Sigma}_L^-\Sigma_R^-) + \frac{g_2 u}{\sqrt{2}}(\overline{\nu}_L^0\Sigma_R^0 - \overline{L}_L^-\Sigma_R^-) + \\ + \frac{y_1 v}{\sqrt{2}}\overline{\Sigma}_L^-l_R + \frac{y_2 v}{\sqrt{2}}\overline{L}_L^-l_R + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Koristeći uvjet (2.9) članovi s  $\overline{\nu}_L^0$  iščezavaju, te nam ostaje:

$$V_m(\Sigma_L, L_L, \Sigma_R) = \left( M + \frac{g_1 u}{\sqrt{2}} \right) \overline{\Sigma}_L^0 \Sigma_R^0 + \left( \overline{\Sigma}_L^- \quad \overline{L}_L^- \right) \begin{pmatrix} M - \frac{g_1 u}{\sqrt{2}} & \frac{y_1 v}{\sqrt{2}} \\ m - \frac{g_2 u}{\sqrt{2}} & \frac{y_2 v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma_R^- \\ l_R \end{pmatrix} \quad (\text{A.21})$$

Matricu mase nabijenih leptona možemo blok-dijagonalizirati unitarnim matricama  $V$  i  $U$  parametriziranim kao:

$$V = \begin{pmatrix} \sqrt{1 - AA^\dagger} & A \\ -A^\dagger & \sqrt{1 - A^\dagger A} \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} \sqrt{1 - BB^\dagger} & B \\ -B^\dagger & \sqrt{1 - B^\dagger B} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.22})$$

gdje su  $A$  i  $B$  opet  $3 \times 3$  matrice, te možemo primjetiti da vrijedi:

$$(\sqrt{1 - AA^\dagger})^\dagger = (\sqrt{1 - AA^\dagger}), \quad (\text{A.23})$$

$$A^\dagger \sqrt{1 - AA^\dagger} = \sqrt{1 - A^\dagger A} A^\dagger. \quad (\text{A.24})$$

Dijagonalizaciju možemo zapisati u obliku:

$$V \begin{pmatrix} M - a & Y_1 \\ b & Y_2 \end{pmatrix} U^\dagger = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.25})$$

gdje smo uveli pokrate  $a = \frac{g_1 u}{\sqrt{2}}$ ,  $b = -\sqrt{2}g_2 u$ , te  $Y_i = \frac{y_i v}{\sqrt{2}}$ . Kako bi dobili oblike matrica  $A$  i  $B$  primjetimo da vrijedi:

$$V \begin{pmatrix} M - a & Y_1 \\ b & Y_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M^\dagger - a^\dagger & b^\dagger \\ Y_1^\dagger & Y_2^\dagger \end{pmatrix} V^\dagger = \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.26})$$

$$U \begin{pmatrix} M^\dagger - a^\dagger & b^\dagger \\ Y_1^\dagger & Y_2^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M - a & Y_1 \\ b & Y_2 \end{pmatrix} U^\dagger = \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.27})$$

Ako pretpostavimo da su svojstvene vrijednosti matrice  $M$  velike, matrice  $A$  i  $B$  možemo razviti u red po  $M^{-1}$ :

$$A = A_1 + A_2 + \dots, \quad \sqrt{1 - AA^\dagger} = 1 + \frac{1}{2}A_1 A_1^\dagger - \frac{1}{2}(A_1 A_2^\dagger + A_2 A_1^\dagger) - \dots, \quad (\text{A.28})$$

gdje je  $A_1$  reda  $M^{-1}$ ,  $A_2$  reda  $M^{-2}$  itd. Uvrštavanjem definicije  $V$  matrice iz (A.22) u (A.26), te zahtjevanjem da nedijagonalne komponente iščezavaju dobivamo uvjet:

$$\begin{aligned} & -\sqrt{1 - AA^\dagger} \left( (M - a)(M^\dagger - a^\dagger) + Y_1 Y_1^\dagger \right) A + \\ & + \sqrt{1 - AA^\dagger} \left( (M - a)b^\dagger + Y_1 Y_2^\dagger \right) \sqrt{1 - A^\dagger A} - \\ & - A \left( b(M^\dagger - a^\dagger) + Y_2 Y_1^\dagger \right) A + A \left( bb^\dagger + Y_2 Y_2^\dagger \right) \sqrt{1 - A^\dagger A} = 0. \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Uvjet zadovoljen u redu  $M^1$  daje:

$$-MM^\dagger A_1 + Mb^\dagger = 0 \rightarrow A_1 = (M^{-1})^\dagger b^\dagger, \quad (\text{A.30})$$

a u redu  $M^0$ :

$$\begin{aligned} (Ma^\dagger + aM^\dagger) A_1 - MM^\dagger A_2 - ab^\dagger + Y_1 Y_2^\dagger &= 0 \rightarrow \\ \rightarrow Ma^\dagger (M^{-1})^\dagger b^\dagger + Y_1 Y_2^\dagger - MM^\dagger A_2 &= 0 \rightarrow \\ \rightarrow A_2 = (M^{-1})^\dagger a^\dagger (M^{-1})^\dagger b^\dagger + (M^{-1})^\dagger M^{-1} Y_1 Y_2^\dagger. \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Ukupno matricu  $A$  do reda  $\mathcal{O}(M^{-2})$  možemo pisati kao:

$$A = (M^{-1})^\dagger b^\dagger + (M^{-1})^\dagger a^\dagger (M^{-1})^\dagger b^\dagger + (M^{-1})^\dagger M^{-1} Y_1 Y_2^\dagger + \mathcal{O}(M^{-3}). \quad (\text{A.32})$$

Ako krenemo od (A.27) ista procedura za  $B$  daje:

$$B = M^{-1} Y_1 + M^{-1} a M^{-1} Y_1 + M^{-1} (M^{-1})^\dagger b^\dagger Y_2 + \mathcal{O}(M^{-3}). \quad (\text{A.33})$$

Uvrštavanjem u izraze za  $V$  i  $U^\dagger$  dobivamo za njihove  $3 \times 3$  komponente do reda  $\mathcal{O}(M^{-2})$ :

$$\begin{aligned} V_{11} &= 1 - \frac{1}{2} (M^{-1})^\dagger b^\dagger b M^{-1}, \\ V_{12} &= (M^{-1})^\dagger b^\dagger + (M^{-1})^\dagger a^\dagger (M^{-1})^\dagger b^\dagger + (M^{-1})^\dagger M^{-1} Y_1 Y_2^\dagger, \\ V_{21} &= -b M^{-1} - b M^{-1} a M^{-1} - Y_2 Y_1^\dagger (M^{-1})^\dagger M^{-1}, \\ V_{22} &= 1 - \frac{1}{2} b M^{-1} (M^{-1})^\dagger b^\dagger, \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

$$\begin{aligned} U_{11}^\dagger &= 1 - \frac{1}{2} M^{-1} Y_1 Y_1^\dagger (M^{-1})^\dagger, \\ U_{12}^\dagger &= -M^{-1} Y_1 - M^{-1} (M^{-1})^\dagger b^\dagger Y_2 - M^{-1} a M^{-1} Y_1, \\ U_{21}^\dagger &= Y_1^\dagger (M^{-1})^\dagger + Y_2^\dagger b M^{-1} (M^{-1})^\dagger + Y_1^\dagger (M^{-1})^\dagger a^\dagger (M^{-1})^\dagger, \\ U_{22}^\dagger &= 1 - \frac{1}{2} Y_1^\dagger (M^{-1})^\dagger M^{-1} Y_1. \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

Uvrštavanjem u (A.25) dobivamo do reda  $\mathcal{O}(M^{-1})$ :

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M - a + \frac{1}{2} \left( Y_1 Y_1^\dagger (M^{-1})^\dagger + (M^{-1})^\dagger b^\dagger b \right) & 0 \\ 0 & Y_2 - b M^{-1} Y_1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.36})$$

Vraćajući se na izvornu notaciju, za  $3 \times 3$  matrice mase dobivamo:

$$m_1 = M - \frac{ug_1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \left( \frac{v^2}{2} y_1 y_1^\dagger (M^{-1})^\dagger + 2u^2 (M^{-1})^\dagger g_2^\dagger g_2 \right) + \mathcal{O}(M^{-2}), \quad (\text{A.37})$$

$$m_2 = \frac{v}{\sqrt{2}} \left( y_2 - \sqrt{2} u g_2 M^{-1} y_1 \right) + \mathcal{O}(M^{-2}). \quad (\text{A.38})$$

Stanja mase lijeve kiralnosti su dana transformacijom:

$$\begin{pmatrix} L_L^{m_1} \\ L_L^{m_2} \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} \Sigma_L^- \\ L_L^- \end{pmatrix}, \quad (\text{A.39})$$

i do reda  $\mathcal{O}(M^{-1})$  iznose:

$$L_L^{m_1} = \Sigma_L^- - \sqrt{2} u (M^{-1})^\dagger g_2^\dagger L_L^- + \mathcal{O}(M^{-2}), \quad (\text{A.40})$$

$$L_L^{m_2} = L_L^- + \sqrt{2} u g_2 M^{-1} \Sigma_L^- + \mathcal{O}(M^{-2}). \quad (\text{A.41})$$

## B Članovi Lagrangiana tropetljenog modela

U ovom dodatku ekspliciramo neke važnije članove skalarnog i leptonskog sektora Lagrangiana tropetljenog modela.

### B.1 Član mase fermionskog kvintupleta

Član mase fermionskog kvintupleta  $\Sigma_{abcd}$  (3.3) možemo zapisati u obliku:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\Sigma) &\propto \overline{\Sigma_{Rabcd}^c} \Sigma_{Rijkl} \epsilon^{ai} \epsilon^{bj} \epsilon^{ck} \epsilon^{dl} + \text{h.c.} = \\ &= \overline{(\Sigma_R^{++})^c} \Sigma_R^{--} - \overline{(\Sigma_R^+)^c} \Sigma_R^- + \overline{(\Sigma_R^0)^c} \Sigma_R^0 - \overline{(\Sigma_R^-)^c} \Sigma_R^+ + \overline{(\Sigma_R^{--})^c} \Sigma_R^{++} + \\ &+ \overline{\Sigma_R^{--}} (\Sigma_R^{++})^c - \overline{\Sigma_R^-} (\Sigma_R^+)^c + \overline{\Sigma_R^0} (\Sigma_R^0)^c - \overline{\Sigma_R^+} (\Sigma_R^-)^c + \overline{\Sigma_R^{++}} (\Sigma_R^{--})^c. \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

U (B.1) možemo iskoristiti:

$$\left(\Sigma_R^Q\right)^c = \Sigma_L^{-Q}, \quad (\text{B.2})$$

kako bi dobili:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\Sigma) &\propto \left(\overline{\Sigma_L^{--}} \Sigma_R^{--} + \overline{\Sigma_R^{--}} \Sigma_L^{--}\right) - \left(\overline{\Sigma_L^-} \Sigma_R^- + \overline{\Sigma_R^-} \Sigma_L^-\right) + \\ &+ \left(\overline{(\Sigma_R^0)^c} \Sigma_R^0 + \overline{\Sigma_R^0} (\Sigma_R^0)^c\right) - \left(\overline{\Sigma_L^+} \Sigma_R^+ + \overline{\Sigma_R^+} \Sigma_L^+\right) + \left(\overline{\Sigma_L^{++}} \Sigma_R^{++} + \overline{\Sigma_R^{++}} \Sigma_L^{++}\right) = \\ &= 2 \left(\overline{\Sigma_L^{++}} \Sigma_R^{++} + \overline{\Sigma_R^{++}} \Sigma_L^{++}\right) - 2 \left(\overline{\Sigma_L^+} \Sigma_R^+ + \overline{\Sigma_R^+} \Sigma_L^+\right) + \left(\overline{(\Sigma_R^0)^c} \Sigma_R^0 + \overline{\Sigma_R^0} (\Sigma_R^0)^c\right) = \\ &= 2\overline{\Sigma^{++}} \Sigma^{++} + 2\overline{\Sigma^+} \Sigma^+ + \overline{\Sigma^0} \Sigma^0, \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

gdje smo iskoristili činjenicu da vrijedi:

$$\overline{\Sigma_L^{--}} \Sigma_R^{--} = \overline{(\Sigma_R^{++})^c} (\Sigma_L^{++})^c = \overline{\Sigma_L^{++}} \Sigma_R^{++}, \quad (\text{B.4})$$

te u zadnjem redu uveli:

$$\begin{aligned} \Sigma^{++} &= \Sigma_L^{++} + \Sigma_R^{++} \\ \Sigma^+ &= \Sigma_L^+ - \Sigma_R^+ \\ \Sigma^0 &= (\Sigma_R^0)^c + \Sigma_R^0. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

### B.2 Yukawino vezanje septupleta i leptonskog kvintupleta

Jedan mogući Yukawin član koji smo izostavili u (3.13) je član koji veže skalarni septuplet  $\chi$  s fermionskim kvintupletom  $\Sigma$ :

$$\overline{(\Sigma_R)^c}_{abc} \chi^{*abcdef} \Sigma_{Rdefj} \epsilon^{ij}, \quad (\text{B.6})$$

no možemo pokazati da ovaj član iščezava. Pogledajmo to na primjeru jednog člana sadržanog u (B.6):

$$\begin{aligned}
\overline{(\Sigma_R)^c} \chi^* \Sigma_R &\supset \frac{1}{2} \chi^{--} \left( \overline{(\Sigma_R^{++})^c} \Sigma_R^+ - \overline{(\Sigma_R^+)^c} \Sigma_R^{++} \right) = \\
&= \frac{1}{2} \chi^{--} \left( \overline{(\Sigma_R^{++})^c} (\Sigma_L^-)^c - \overline{\Sigma_L^-} \Sigma_R^{++} \right) = \\
&= \frac{1}{2} \chi^{--} \left( \overline{\Sigma_L^-} \Sigma_R^{++} - \overline{\Sigma_L^-} \Sigma_R^{++} \right) = 0.
\end{aligned} \tag{B.7}$$

Ostali članovi u (B.6) iščezavaju na sličan način, te nam preostaju samo dva Yukawina člana uvedena u (3.13).

### B.3 Kvartična vezanja egzotičnih skalara

Pogledajmo sada koja nam se sve skalarna kvartična vezanja mogu pojaviti. Vezanja egzotičnih skalara na Higgsove dublete su nam važna za fenomenologiju na LHC-u jer sudjeluju u dvobozonskim raspadima razmatranim u poglavlju 3.4, dok su nam vlastita vezanja  $\Phi^4$  i  $\chi^4$  važna za stabilizaciju vakuuma teorije.

Kvartična vezanja kvintupleta  $\Phi$  na bilo koji od dva Higgsova dubleta dolaze u tri kombinacije:

$$\begin{aligned}
T_1^\Phi &= H_i H^{*i} \Phi_{abcd} \Phi^{*abcd} \\
T_2^\Phi &= H_a H^{*i} \Phi_{ibcd} \Phi^{*abcd} \\
T_3^\Phi &= \epsilon^{ai} \epsilon_{jk} H_a H^{*j} \Phi_{ibcd} \Phi^{*kbcd}.
\end{aligned} \tag{B.8}$$

Od ovoga su samo dvije nezavisne što možemo provjeriti ako u  $T_3^\Phi$  iskoristimo identitet  $\epsilon^{ai} \epsilon_{jk} = \delta_j^a \delta_k^i - \delta_k^a \delta_j^i$ , iz čega dobijemo:

$$T_3^\Phi = T_1^\Phi - T_2^\Phi. \tag{B.9}$$

Za septuplet  $\chi$  se može pokazati da su sve dozvoljene kombinacije jednake i odgovaraju:

$$T_1^\chi = H_i H^{*i} \chi_{abcdef} \chi^{*abcdef}. \tag{B.10}$$

Kvartična vezanja oblika  $\Phi^4$  dolaze također u tri kombinacije:

$$\begin{aligned}
T_4^\Phi &= \Phi_{abcd} \Phi^{*abcd} \Phi_{ijkl} \Phi^{*ijkl} \\
T_5^\Phi &= \Phi_{abcl} \Phi^{*abcd} \Phi_{ijkd} \Phi^{*ijkl} \\
T_6^\Phi &= \Phi_{abkl} \Phi^{*abcd} \Phi_{ijcd} \Phi^{*ijkl}.
\end{aligned} \tag{B.11}$$



U ovom slučaju su sva tri vezanja linearno nezavisna. S druge strane kvartična vezanja oblika  $\chi^4$  dolaze u 4 kombinacije od kojih su samo dvije linearno nezavisne, te ih možemo izabrati da budu:

$$\begin{aligned} T_2^X &= \chi_{abcdef} \chi^{*abcdef} \chi_{ijklmn} \chi^{*ijklmn} \\ T_3^X &= \chi_{abclmn} \chi^{*abcdef} \chi_{ijkdef} \chi^{*ijklmn}. \end{aligned} \tag{B.12}$$

## Extended abstract

In this dissertation we present two different models of radiative neutrino mass generation [1, 3, 2]. The models make use of irreducible representations of the  $SU(2)$  group of the Standard Model to forbid tree-level neutrino mass diagrams and to close corresponding neutrino mass loops. These models are able to provide us with a viable dark matter candidate. We explore the phenomenology of these two models and in particular of their extended Higgs sectors.

## Standard Model and the see-saw mechanism

With the 2012 discovery of the particle that very much resembles the Standard Model Higgs boson [5, 6], we can rightfully say that the standard model of particle physics is the most successful physical theory to date. Despite its success it falls short when it comes to explaining phenomena such as gravity, dark energy, dark matter and small neutrino masses. The latter two can tentatively be solved simultaneously by minimal extensions of the Standard Model in the framework of the see-saw mechanism.

Standard Model neutrinos come in three generations and are massless, colorless, chargeless particles of left chirality. They enter the theory as components of  $SU(2)_L$  doublets they form with charged leptons. Standard Model does not provide a corresponding right-handed  $SU(2)$  singlet for the formation of the Dirac mass term.

Experimentally, however, we observe neutrino oscillations, wherein propagating neutrinos change their flavour state [9, 10, 11]. These results can only be explained if neutrinos are not completely massless, but possess small masses of the order  $\sim 0.1$  eV. The connection between flavour and mass states is provided by PMNS matrix:

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \times V_{\text{Maj}}, \quad (1)$$

$$V_{\text{Maj}} = \begin{pmatrix} e^{i\eta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

which is characterized by 3 rotation angles and 3 physical phases. The most illuminating experimental results are, however, expressed as the difference of mass squares  $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ . Current best fits for these parameters are  $\Delta m_{21}^2 \approx 7.55 \times 10^{-5} \text{eV}^2$  and  $|\Delta m_{31}^2| \approx 2.50 \times 10^{-3} \text{eV}^2$  [10].

On the other hand, from cosmological considerations it can be inferred that [18]:

$$\sum_{\nu} m_{\nu} < 0.17 \text{ eV}, \quad (3)$$

at 95% confidence level.

First hints of dark matter came in 1932. as Jan Oort studied the rotational curve of the Milky Way, and noticed that there should be more mass in the galaxy than visible. The best current estimates of dark matter density come from measurements of anisotropy in cosmic microwave background, and they give [13]:

$$\Omega_{DM} h^2 = 0.120 \pm 0.001, \quad (4)$$

which corresponds to approximately 27% of the energy content of the universe. We should look for weakly interacting massive particles (WIMPs) that can explain the large-scale structure of the universe. This type of particle appears naturally in the see-saw mechanism of neutrino mass generation. On the other hand it can be shown [14, 15, 16, 17], that minimal extension of the Standard Model with either fermion quintuplet or scalar septuplet of zero hypercharge leads to automatically stable viable dark matter candidate.

The effective neutrino mass term in the SM can come after electroweak symmetry breaking (EWSB), from the unique dimension 5 operator, the so called Weinberg operator [19]:

$$\delta\mathcal{L} = \frac{1}{2} \kappa_{\alpha\beta} \left( \overline{L}_{L\alpha}^c \tilde{H}^* \right) \left( \tilde{H}^\dagger L_{L\beta} \right) + \text{h.c.}, \quad (5)$$

where  $\kappa_{\alpha\beta} \propto \frac{1}{\Lambda}$  is the coupling constant suppressed by the scale of new physics  $\Lambda$ . The simplest see-saw model is called Type I [20, 21]. It adds to the particle content three generations of right-handed neutrinos  $N_{Ri}$ ,  $i = 1, 2, 3$  which are  $SU(2)$  singlets. This introduces a new Majorana mass term:

$$\frac{1}{2} M_{\text{Maj}}^{ij} \overline{N}_{Ri}^c N_{Rj} + \text{h.c.}, \quad (6)$$

and after EWSB, a Dirac mass term:

$$m_D^{\alpha i} \overline{\nu}_{L\alpha} N_{Ri} + \text{h.c.}. \quad (7)$$

The mixing matrix can be diagonalized to give physical masses, and in the limit  $M_{\text{Maj}} \gg m_D$  it has the form:

$$m \approx \begin{pmatrix} -m_D (M_{\text{Maj}}^{-1})^T m_D^T & 0 \\ 0 & M_{\text{Maj}} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

where we suppressed generation indices. The first set of physical states has small masses suppressed by  $M_{\text{Maj}}^{-1}$ . These states are mostly given by  $\nu_L$  states. The other set of states has masses of the order  $M_{\text{Maj}}$  and these states are mostly  $N_R$ . There are only two other possible see-saw models that generate neutrino masses at tree-level. Type II [23, 24, 25, 26, 27, 28] introduces a hypercharge  $Y = 2$  scalar triplet, and Type III [29] introduces a fermion triplet with hypercharge  $Y = 3$ . In all three models neutrino masses are approximately:

$$m_\nu \propto \frac{\langle H^0 \rangle^2}{\Lambda}. \quad (9)$$

For couplings of order  $\mathcal{O}(1)$  this gives  $\Lambda \sim 10^{16}$  GeV. To push the scale of new physics down to energies which are experimentally accessible we will seek see-saw models where neutrino masses are generated radiatively [30, 31, 32, 33, 34, 35].

## One-loop model

The first model with neutrino masses generated at one-loop level is the Zee model [30], which introduces an additional Higgs doublet and a scalar singlet  $h^+$ . In its simplest form this model doesn't satisfy experimental constraints [49, 48]. To forbid tree-level neutrino masses models often implement an *ad hoc* discrete  $Z_2$  symmetry. We will try to avoid this by introducing new particles which are placed in non-fundamental  $SU(2)$  multiplets.

The one-loop model [1] explored here builds upon Zee's and Ma's [50] models. It extends the scalar particle content of the SM with a charged scalar singlet  $h^+$  and a real scalar triplet  $\Delta$ :

$$h^+ \sim (1, 2), \quad (10)$$

$$\Delta \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_j \sigma_j \Delta^j = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \Delta^0 & \Delta^+ \\ \Delta^- & -\frac{1}{\sqrt{2}} \Delta^0 \end{pmatrix} \sim (3, 0). \quad (11)$$

The lepton sector is extended by three generations of vector-like lepton doublets:

$$\Sigma_{R\alpha} \equiv (\Sigma_{R\alpha}^0, \Sigma_{R\alpha}^-)^T \sim (2, -1), \quad \Sigma_{L\alpha} \equiv (\Sigma_{L\alpha}^0, \Sigma_{L\alpha}^-)^T \sim (2, -1), \quad (12)$$

with  $\alpha = 1, 2, 3$ .

The scalar potential is:

$$\begin{aligned} V(H, \Delta, h^+) = & -\mu_H^2 H^\dagger H + \lambda_1 (H^\dagger H)^2 + \mu_h^2 h^- h^+ + \lambda_2 (h^- h^+)^2 + \\ & + \mu_\Delta^2 \text{Tr}[\Delta^2] + \lambda_3 (\text{Tr}[\Delta^2])^2 + \lambda_4 H^\dagger H h^- h^+ + \lambda_5 H^\dagger H \text{Tr}[\Delta^2] + \\ & + \lambda_6 h^- h^+ \text{Tr}[\Delta^2] + (\lambda_7 H^\dagger \Delta \tilde{H} h^+ + \text{h.c.}) + \mu H^\dagger \Delta H, \end{aligned} \quad (13)$$

where we denoted the SM Higgs doublet by  $H$ . As well as  $H$ , scalar triplet also develops an induced vacuum expectation value (VEV) due to the last term in the scalar potential. This VEV, that we denote by  $\langle \Delta^0 \rangle \equiv u$  is constrained by electroweak precision measurements to be  $u < \mathcal{O}(1)$  GeV.

The part of the potential including new and SM leptons is:

$$\begin{aligned}
V(\Sigma_R, \Sigma_L, L_L, l_R) = & M \overline{\Sigma}_L \Sigma_R + m \overline{L}_L \Sigma_R + g_1 \overline{\Sigma}_L \Delta \Sigma_R + \\
& + g_2 \overline{L}_L \Delta \Sigma_R + g_3 \overline{\Sigma}_L^c \Sigma_L h^+ + g_4 \overline{\Sigma}_L^c L_L h^+ + g_5 \overline{L}_L^c L_L h^+ + \\
& + g_6 \overline{\Sigma}_R^c \Sigma_R h^+ + y_1 \overline{\Sigma}_L H l_R + y_2 \overline{L}_L H l_R + \text{h.c.},
\end{aligned} \tag{14}$$

where we suppress generation indices. To avoid tree-level neutrino masses we have to choose a basis in which:

$$g_2 = -\frac{\sqrt{2}}{u} m. \tag{15}$$

Neutrino masses are generated by the diagram in Figure 1. The neutrino

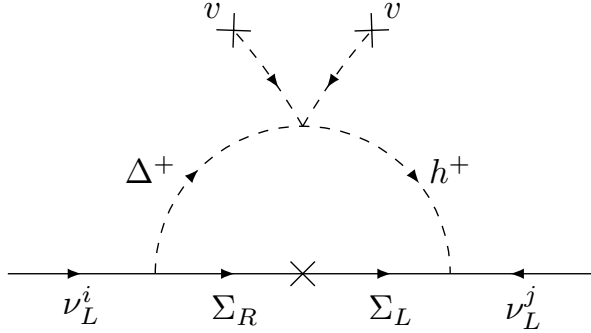


Figure 1: One-loop neutrino mass diagram

mass matrix generated by this diagram is given by:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{ij} = & \sum_{k=1}^3 \frac{[(g_4)_{ik}(g_2)_{jk} + (g_2)_{ik}(g_4)_{jk}]}{8\pi^2} \lambda_7 v^2 M_k \times \\
& \times \frac{M_k^2 m_{h^+}^2 \log \frac{M_k^2}{m_{h^+}^2} + M_k^2 m_{\Delta^+}^2 \log \frac{m_{\Delta^+}^2}{M_k^2} + m_{h^+}^2 m_{\Delta^+}^2 \log \frac{m_{h^+}^2}{m_{\Delta^+}^2}}{(m_{h^+}^2 - m_{\Delta^+}^2)(M_k^2 - m_{h^+}^2)(M_k^2 - m_{\Delta^+}^2)}.
\end{aligned} \tag{16}$$

The neutral component of the scalar triplet  $\Delta^0$  can be considered for the role of dark matter particle. This requires, however, that we impose a discrete  $Z_2$  symmetry to stabilize it. This doesn't spoil our neutrino mass

diagram, but it does forbid some terms in the Lagrangian, most notably the  $\mu$  term that mixes the triplet with the Higgs doublet.

From this point on we consider only the version without this  $Z_2$  symmetry. In this case we get a mixing between neutral components of the triplet and doublet. The mixing angle turns out to be:

$$\sin \theta_0 \sim \frac{u}{v}, \quad (17)$$

and since  $\frac{u}{v} \ll 1$  we can see that:

$$h(125) \approx \cos \theta_0 \phi^0, \quad (18)$$

$$H \approx \cos \theta_0 \Delta^0, \quad (19)$$

where  $\phi^0$  is given by  $H^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \phi^0 + i\xi^0)$ .

One-loop model could produce an enhancement in the  $h(125) \rightarrow \gamma\gamma$  decay channel. This enhancement comes from the triangle loops with  $h^+$  and  $\Delta^+$  particles, which couple to  $h$  through:

$$c_S v \phi^0 S^\dagger S, \quad (20)$$

where the couplings  $c_S$  can be found in (13) to be  $c_S = (\lambda_4, 2\lambda_5)$ . The enhancement factor can be expressed as [52]:

$$R_{\gamma\gamma} = \frac{\Gamma_{BSM}(h \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma_{SM}(h \rightarrow \gamma\gamma)} = \left| 1 + \sum_S \frac{c_S v^2 Q_S^2}{2m_S^2} \frac{A_0(\tau_S)}{A_1(\tau_W) + N_{c,t} Q_t^2 A_{\frac{1}{2}}(\tau_t)} \right|^2. \quad (21)$$

In (21)  $A_{j=1, \frac{1}{2}, 0}$  represent the loop functions and  $\tau_i$  stands for:

$$\tau_i = \frac{4m_i^2}{m_h^2}. \quad (22)$$

In the Figure 2 we compare the results with constraints coming from the ATLAS experiment  $R_{\gamma\gamma} = 0.99 \pm 0.14$  [53].

The couplings of the heavy Higgs  $H \approx \cos \theta_0 \Delta^0$  to the electroweak bosons  $W^\pm$  and  $Z^0$ , and SM fermions are suppressed at tree-level. The main production mechanism of the heavy Higgs is therefore vector boson fusion (VBF) with vector-like leptons  $\Sigma_{L,R}$  propagating in the triangle loop. For a heavy Higgs the main contribution comes from photon fusion processes [54]. Contributions to different decay channels can be expressed via effective couplings:

$$g_{HZ\gamma} = \alpha \sum_F \lambda_F \frac{A_{\frac{1}{2}}(\tau_F)}{m_F} \sqrt{2} Q_F \frac{(T_{3F} - \sin^2 \theta_w Q_F)}{\sin \theta_w \cos \theta_w}, \quad (23)$$

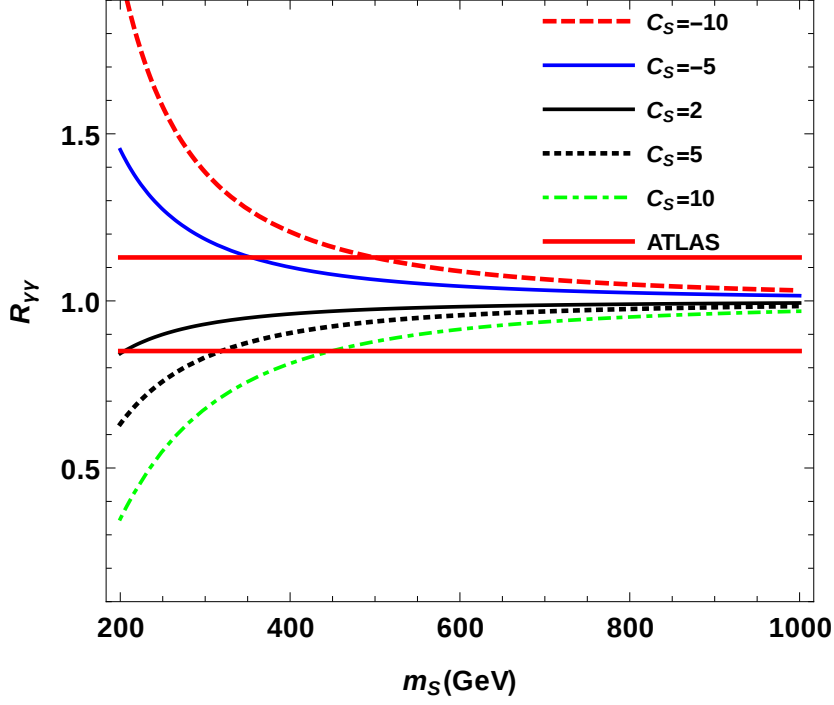


Figure 2: Enhancement factor  $R_{\gamma\gamma}$  for  $h \rightarrow \gamma\gamma$  channel for the sole case of the lighter of two charged scalars.

$$g_{HZZ} = \alpha \sum_F \lambda_F \frac{A_{\frac{1}{2}}(\tau_F)}{m_F} \frac{(T_{3F} - \sin^2 \theta_w Q_F)^2}{\sin^2 \theta_w \cos^2 \theta_w}, \quad (24)$$

$$g_{H\gamma\gamma} = \alpha \sum_F \lambda_F \frac{A_{\frac{1}{2}}(\tau_F)}{m_F} Q_F^2, \quad (25)$$

$$g_{HWW} = \alpha \sum_F \lambda_F \frac{A_{\frac{1}{2}}(\tau_F)}{m_F} \sqrt{2} \frac{(T_F - T_{3F})(T_F + T_{3F} + 1)}{2 \sin^2 \theta_w}, \quad (26)$$

normalized so that:

$$\Gamma(H \rightarrow VV) = \frac{m_H}{64\pi^3} \left| \frac{m_H g_{HVV}}{2} \right|^2. \quad (27)$$

The cross-section for such processes is [55]:

$$\sigma_{VV} \equiv \sigma(pp \rightarrow H \rightarrow VV) = \frac{8\pi^2}{m_H} \frac{d\mathcal{L}_{\gamma\gamma}^{\text{inc}}}{dM^2} \Bigg|_{M=m_H} \Gamma(H \rightarrow \gamma\gamma) \text{Br}(H \rightarrow VV). \quad (28)$$

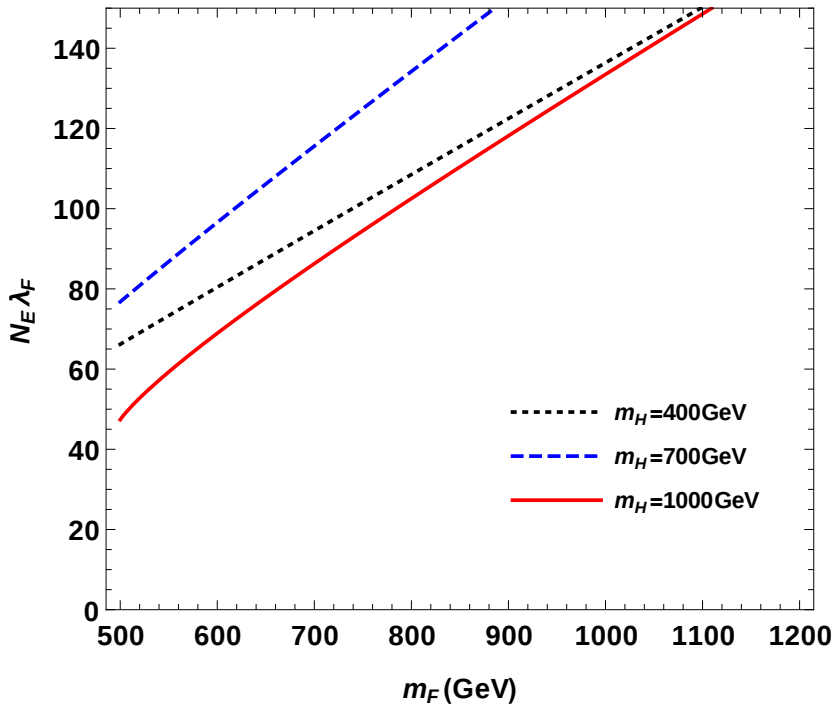


Figure 3: Upper bounds on the coupling constant  $N_E \lambda_F$ , where  $N_E = 3$  for three generations, at 95% CL coming from the  $pp \rightarrow H \rightarrow \gamma\gamma$  process.

We present constraints on the coupling constants coming from LHC data [56] at 13 TeV and for the integrated luminosity of  $15.4 \text{ fb}^{-1}$  in Figure 3. LHC is currently starting to probe the perturbative region of this model.

### Three-loop model

Models with neutrino masses appearing at the three-loop level have the appeal of easily accounting for 12 orders of magnitude difference between neutrino masses and electroweak scale. A usual feature of such models is the introduction of an *ad hoc* discrete symmetry to forbid neutrino mass generation at lower orders [65, 66, 67].

Various models implement higher multiplets to close the neutrino mass loops [69, 70, 71], and in [63, 70] minimal dark matter candidates have been used to try and stabilize the lightest among new particles, and avoid the  $Z_2$  symmetry. Our three-loop model builds upon these previous attempts, but implements the AKS topology [72, 73] to close the neutrino mass diagram.

We extend the SM particle content by introducing a scalar quintuplet  $\Phi \sim (5, -2)$  and a scalar septuplet  $\chi \sim (7, 0)$ , and three generations of fermion



quintuplets  $\Sigma_\alpha \sim (5, 0)$ , where we denote generation indices by  $\alpha = 1, 2, 3$ . We will use the totally symmetric tensor notation  $\Sigma_{abcd}$ ,  $\Phi_{abcd}$ ,  $\chi_{abcdef}$ , where we identify the components of  $\Sigma_{abcd}$  as:

$$\begin{aligned}\Sigma_{1111} &= \Sigma_R^{++} \\ \Sigma_{1112} &= \frac{1}{\sqrt{4}} \Sigma_R^+ \\ \Sigma_{1122} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \Sigma_R^0 \\ \Sigma_{1222} &= \frac{1}{\sqrt{4}} \Sigma_R^- = \frac{1}{\sqrt{4}} (\Sigma_L^+)^c \\ \Sigma_{2222} &= \Sigma_R^{--} = (\Sigma_L^{++})^c\end{aligned}\quad (29)$$

From the components of  $\Sigma_\alpha$  we form two charged Dirac fermions and one neutral Majorana fermion:

$$\begin{aligned}\Sigma^{++} &= \Sigma_R^{++} + (\Sigma_R^{--})^c, \\ \Sigma^+ &= \Sigma_R^+ - (\Sigma_R^-)^c, \\ \Sigma^0 &= \Sigma_R^0 + (\Sigma_R^0)^c.\end{aligned}\quad (30)$$

The components of exotic scalars  $\Phi_{abcd}$  and  $\chi_{abcdef}$  are:

$$\begin{aligned}\Phi_{1111} &= \phi^+ & \chi_{111111} &= \chi^{+++} \\ \Phi_{1112} &= \frac{1}{\sqrt{4}} \phi^0 & \chi_{111112} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \chi^{++} \\ \Phi_{1122} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \phi^- & \chi_{111122} &= \frac{1}{\sqrt{15}} \chi^+ \\ \Phi_{1222} &= \frac{1}{\sqrt{4}} \phi^{--} & \chi_{111222} &= \frac{1}{2\sqrt{5}} \chi^0 \\ \Phi_{2222} &= \phi^{---} & \chi_{112222} &= \frac{1}{\sqrt{15}} \chi^- \\ & & \chi_{122222} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \chi^{--} \\ & & \chi_{222222} &= \chi^{----}\end{aligned}\quad (31)$$

Our model also implements a second Higgs doublet. We can put them in the form:

$$H_1 = \left( \begin{array}{c} G^+ \sin \beta - H^+ \sin \beta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (v_1 - h \sin \alpha + H \cos \alpha + i (G \cos \beta - A \sin \beta)) \end{array} \right), \quad (32)$$

$$H_2 = \left( \begin{array}{c} G^+ \cos \beta + H^+ \cos \beta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (v_2 + h \cos \alpha + H \sin \alpha + i (G \sin \beta + A \cos \beta)) \end{array} \right), \quad (33)$$

where we denote by  $G$  the Goldstone bosons, and the rest are physical mass states.  $H^+$  is a charged scalar,  $h$  and  $H$  are a light and a heavy scalar respectively, and  $A$  is a pseudoscalar. Mixing angle  $\beta$  is defined by:

$$\tan \beta \equiv \frac{v_2}{v_1}, \quad (34)$$

Symmetry	$Q_i$	$u_{iR}$	$d_{iR}$	$L_{iL}$	$l_{iR}$	$H_1$	$H_2$	$\Phi$	$\chi$	$\Sigma_\alpha$
$Z_2$ accidental	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-
$\tilde{Z}_2$ imposed	+	-	-	+	+	+	-	+	-	+

Table 1: Charge assignments for the accidental  $Z_2$  symmetry and the imposed exact  $\tilde{Z}_2$  symmetry.

and the expression relating two vacuum expectation values  $v_1$  and  $v_2$  with the SM VEV  $v_{SM} = 246$  GeV is:

$$v_{SM}^2 = v_1^2 + v_2^2. \quad (35)$$

Standard procedure to avoid flavour changing neutral currents (FCNC) at tree-level, in two Higgs doublet sector (2HDM), is to introduce an exact or softly broken discrete symmetry  $\tilde{Z}_2$ . In our model, this has as a consequence the emergence of another accidental  $Z_2$  symmetry. We show in Table 1 the assignment of charges under these two symmetries.

Neutrino mass diagrams are shown in Figure 4. We can put the neutrino

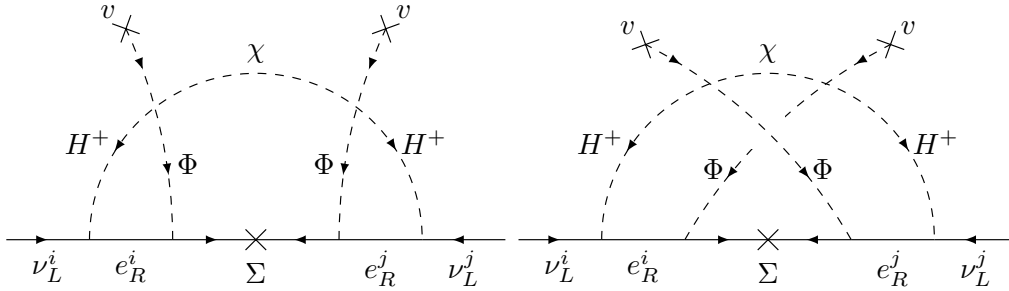


Figure 4: Two Feynman diagrams for neutrino mass generation. Each diagram represent 15 different diagrams corresponding to different particles propagating in the inner loop.

mass matrix in the form [73]:

$$M_{ij} = \sum_{\alpha=1}^3 C_{ij}^{\alpha} F(m_{H^{\pm}}, m_{\Phi}, m_{\chi}, m_{\Sigma_{\alpha}}), \quad (36)$$

where the coefficient  $C_{ij}^{\alpha}$  contains the quartic coupling  $\kappa$  and Yukawa couplings  $y^{SM}$  and  $Y$ :

$$C_{ij}^{\alpha} = \frac{7}{3} \kappa^2 \tan^2 \beta \cos^2 2\beta y_{l_i}^{SM} Y_{i\alpha} y_{l_j}^{SM} Y_{j\alpha}, \quad (37)$$

and  $F(m_{H^\pm}, m_\Phi, m_\chi, m_{\Sigma_\alpha})$  is the loop function, which is of order  $F \sim 10^2$  eV in a large part of parameter space where masses of new particles are between 0.1 and 10 TeV. This will reproduce neutrino masses for  $C_{ij}^\alpha \leq 10^{-4}$ , which is easily achievable without fine-tuning.

Due to accidental  $Z_2$  symmetry the lightest of the new exotic particles is automatically stable, and we can search for a dark matter candidate among them. For the case of an isolated Majorana quintuplet its mass has to be  $m_\Sigma \approx 10$  TeV [15] to account for the cosmic relic abundance of dark matter. These energies are inaccessible to LHC. We can however take a look at production of  $\Sigma$  if their masses are lower than those required by dark matter constraints.

$\bar{\Sigma}\Sigma$  pairs are produced in  $pp$  collisions by Drell-Yan processes of the form:

$$q + \bar{q} \rightarrow A \rightarrow \Sigma + \bar{\Sigma}, \quad A = \gamma, Z, W^\pm. \quad (38)$$

In Figure 5 we display the number of produced doubly charged components for different collider set-ups. We would produce the same number of singly charged components and half that number of neutral components. Main

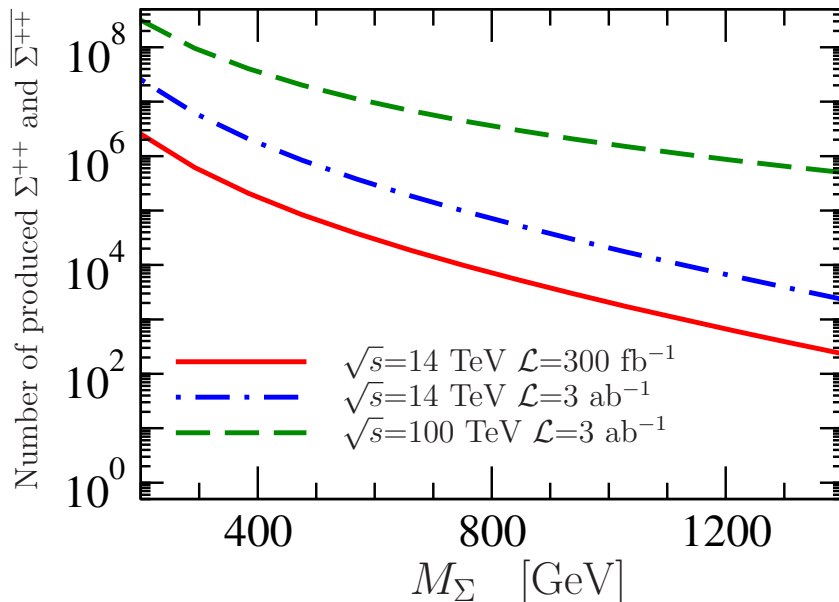


Figure 5: Number of produced  $\Sigma^{++}$  and  $\Sigma^{--}$  particles for different collider set-ups.

detection channel we can consider here are monojets [62] coming from cascade

decays to neutral component  $\Sigma^0$  and soft pions:

$$\Sigma^{++} \rightarrow \Sigma^+ \pi^+ \rightarrow \Sigma^0 \pi^+ \pi^- . \quad (39)$$

We can calculate the significance of such monojets in comparison with the significance for monojets coming from production of fermion triplets [62]. We show our results in Figure 6.

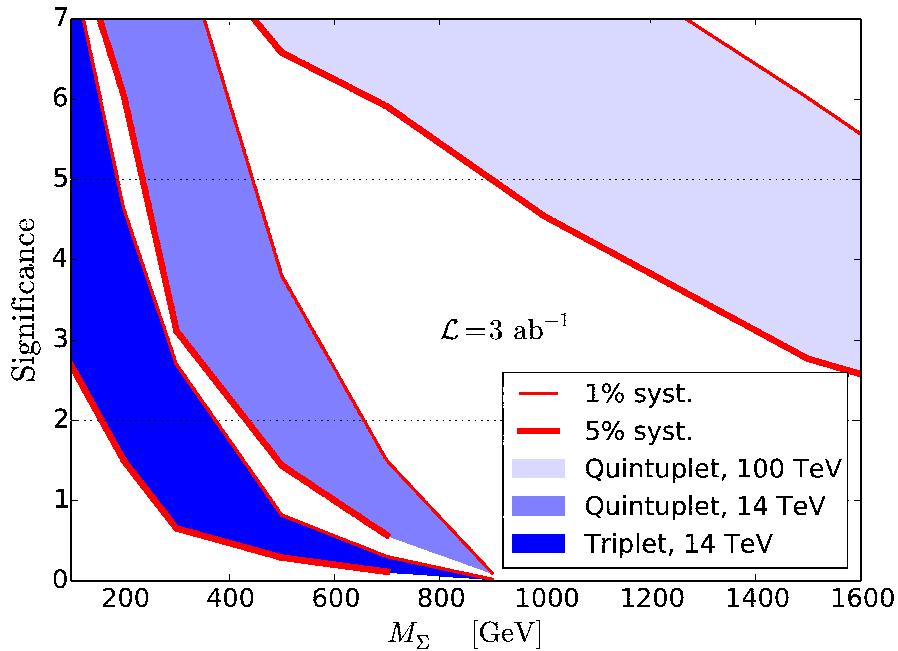


Figure 6: Significance for the production of charged quintuplet and triplet components for different collider set-ups.

In 2HDM SM Higgs boson would be [74]:

$$h^{SM} = h \sin(\beta - \alpha) + H \cos(\beta - \alpha). \quad (40)$$

Experiments constrain the angle  $\beta - \alpha$  to be [94]:

$$\beta - \alpha = \frac{\pi}{2} \pm 0.02, \quad (41)$$

so that we can work in the alignment limit where  $\sin(\beta - \alpha) \approx 1$ . Clear signals of beyond SM physics can come from production and decay of light and heavy Higgs bosons. Decays of  $h$  and  $H$  can be enhanced by triangle loops containing exotic charged scalars from  $\Phi$  and  $\chi$ . These are determined

by the quartic couplings:

$$\begin{aligned}
V_m(H_1, H_2, \chi) &\supset (\tau_1 H_1^\dagger H_1 + \tau_2 H_2^\dagger H_2) \chi^\dagger \chi, \\
V_m(H_1, H_2, \Phi) &\supset (\sigma_1 H_1^\dagger H_1 + \sigma_2 H_2^\dagger H_2) \Phi^\dagger \Phi + (\sigma'_1 H_1^* H_1 + \sigma'_2 H_2^* H_2) \Phi^* \Phi.
\end{aligned} \tag{42}$$

The couplings in (42) give us:

$$\begin{aligned}
V_\chi &= (\tau_1 H_1^0 H_1^0 + \tau_2 H_2^0 H_2^0) \chi^\dagger \chi = \\
&= v_{SM} \chi^\dagger \chi \left[ H(\tau_1 \cos\alpha \cos\beta + \tau_2 \sin\alpha \sin\beta) + h(-\tau_1 \sin\alpha \cos\beta + \tau_2 \cos\alpha \sin\beta) \right],
\end{aligned} \tag{43}$$

for  $\chi$  and:

$$\begin{aligned}
V_\Phi &= (c_{\phi Q}^1 H_1^0 H_1^0 + c_{\phi Q}^2 H_2^0 H_2^0) \phi_i^* \phi_i = \\
&= v_{SM} \phi^{Q*} \phi^Q \left[ H(c_{\phi Q}^1 \cos\alpha \cos\beta + c_{\phi Q}^2 \sin\alpha \sin\beta) + h(-c_{\phi Q}^1 \sin\alpha \cos\beta + c_{\phi Q}^2 \cos\alpha \sin\beta) \right],
\end{aligned} \tag{44}$$

for  $\Phi$ , where we introduce the coupling constants:

$$c_{\phi Q}^1 = \left( \sigma_1, \sigma_1 + \frac{1}{4}\sigma'_1, \sigma_1 + \frac{1}{2}\sigma'_1, \sigma_1 + \frac{3}{4}\sigma'_1, \sigma_1 + \sigma'_1 \right), \tag{45}$$

$$c_{\phi Q}^2 = \left( \sigma_2, \sigma_2 + \frac{1}{4}\sigma'_2, \sigma_2 + \frac{1}{2}\sigma'_2, \sigma_2 + \frac{3}{4}\sigma'_2, \sigma_2 + \sigma'_2 \right). \tag{46}$$

We can see that based on our choice of couplings  $\tau_{1,2}$  and  $\sigma_{1,2}^{(l)}$  charged scalars can couple primarily to  $h$ , or  $H$ , or any combination in between. To explore the parameter space we can take a look at two extreme cases.

First we can choose  $\tau_1 = -\tau_2 \equiv \tau$ ,  $\sigma_1^{(l)} = -\sigma_2^{(l)} \equiv \sigma^{(l)}$  and set  $\tan\beta = 1$  so that all charged scalars couple only to  $H$ . Since, in this limit couplings of  $H$  to SM leptons are the same as that of SM Higgs boson and its couplings to vector bosons vanish, the main production channel is gluon fusion. The main decay channel is to  $t\bar{t}$  pair, but on the other hand, we have an enhancement of decay widths to vector bosons, coming from trilinear couplings. Constraints on coupling strengths and masses coming from LHC data [56] are shown in Figure 7.

If we choose  $\tau_1 = \tau_2 \equiv \tau$ ,  $\sigma_1^{(l)} = \sigma_2^{(l)} \equiv \sigma^{(l)}$  the charged scalars couple only to the light Higgs  $h$ . These couplings will enhance the decay  $h \rightarrow \gamma\gamma$ . The lighter of the two scalar multiplets carries the largest contribution to the

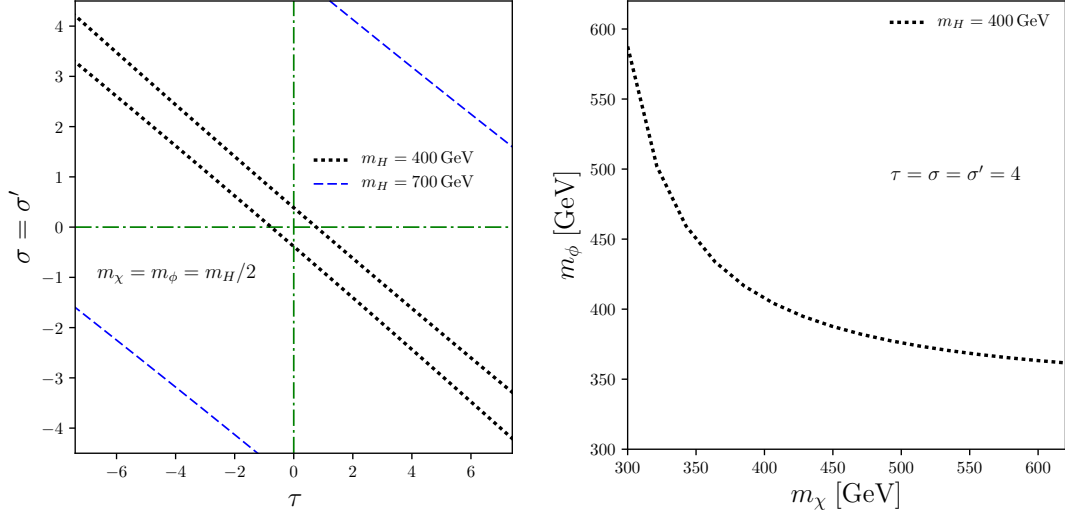


Figure 7: Bounds on coupling constants (left) and masses (right) coming from ATLAS searches in  $pp \rightarrow H \rightarrow \gamma\gamma$  channel at  $\sqrt{s} = 13$  TeV [56].

enhancement, so in Figure 8 we show the enhancement factors for the two cases.

Models that implement higher  $SU(2)$  multiplets are in danger of developing Landau poles substantially below Planck scale [14]. The position of the

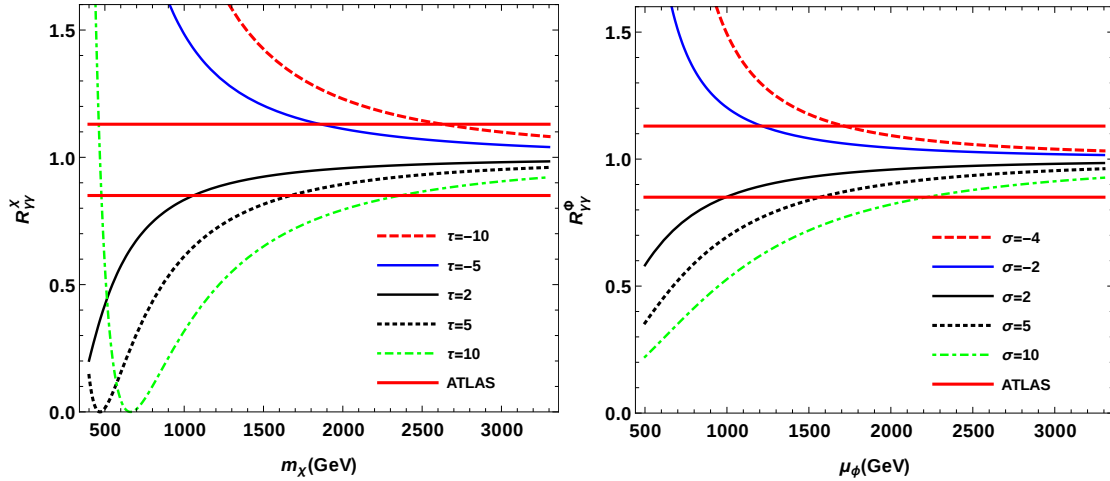


Figure 8: Enhancement factors  $R_{\gamma\gamma}$  for the process  $h \rightarrow \gamma\gamma$  when  $\chi$  is the lighter multiplet (left), or when  $\Phi$  is the lighter multiplet (right). Horizontal red lines are the experimental bounds  $R_{\gamma\gamma} = 0.99 \pm 0.14$  [53].

pole could be affected by two-loop effects [97]. In our model the Landau pole for the weak gauge coupling  $g_2$  appears at energies of the order  $\sim 10^6$  GeV [98, 100].

Possibly large negative quartic couplings in the scalar sector could also endanger the stability of the scalar potential, and perturbative control over the model. These couplings can be balanced in the stability condition by unconstrained quartic self-couplings of the  $\chi^4$  and  $\Phi^4$  type. It has been shown in [101] that the Landau pole for an isolated quintuplet  $\Phi$  or septuplet  $\chi$  appear at:

$$\Lambda_\Phi \sim 10^9 \left( \frac{m_\Phi}{100 \text{ GeV}} \right)^{1.28} \text{ GeV}, \quad \Lambda_\chi \sim 10^6 \left( \frac{m_\chi}{100 \text{ GeV}} \right)^{1.13} \text{ GeV}. \quad (47)$$

which is above  $10^6$  GeV. In particular, the analysis in [100] shows that for  $0.2 < |\tau_{1,2}| < 7.9$  and  $0.2 < |\sigma_{1,2}^{(\prime)}| < 4.1$  we retain perturbative control of the model up to  $10^6$  GeV.

## Literatura

- [1] Vedran Brdar, Ivica Picek, and Branimir Radovčić. Radiative Neutrino Mass with Scotogenic Scalar Triplet. *Phys. Lett.*, B728:198–201, 2014.
- [2] Oleg Antipin, Petar Čuljak, Krešimir Kumerički, and Ivica Picek. Extended Higgs Sectors in Radiative Neutrino Models. *Phys. Lett.*, B768:330–336, 2017.
- [3] Petar Čuljak, Krešimir Kumerički, and Ivica Picek. Scotogenic  $R\nu$ MDM at three-loop level. *Phys. Lett.*, B744:237–243, 2015.
- [4] Ivica Picek. *Fizika elementarnih čestica*. HINUS, Zagreb, 1997. Udžbenik Sveučilišta u Zagrebu.
- [5] Georges Aad et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Phys. Lett.*, B716:1–29, 2012.
- [6] Serguei Chatrchyan et al. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Phys. Lett.*, B716:30–61, 2012.
- [7] B. Pontecorvo. *JETP (Sov. Phys.)*, 7:172, 1958.
- [8] Ziro Maki, Masami Nakagawa, and Shoichi Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Progress of Theoretical Physics*, 28(5):870–880, 1962.
- [9] Q. R. Ahmad et al. Measurement of the rate of  $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$  interactions produced by  ${}^8B$  solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 87:071301, 2001.
- [10] P. F. de Salas, D. V. Forero, C. A. Ternes, M. Tortola, and J. W. F. Valle. Status of neutrino oscillations 2018:  $3\sigma$  hint for normal mass ordering and improved CP sensitivity. *Phys. Lett.*, B782:633–640, 2018.
- [11] P. F. De Salas, S. Gariazzo, O. Mena, C. A. Ternes, and M. Tórtola. Neutrino Mass Ordering in 2018: Global Status. 2018.
- [12] J H Oort. The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems. *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 6:249–287, 1932.



- [13] N. Aghanim et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. 2018.
- [14] Marco Cirelli, Nicolao Fornengo, and Alessandro Strumia. Minimal dark matter. *Nucl. Phys.*, B753:178–194, 2006.
- [15] Marco Cirelli, Alessandro Strumia, and Matteo Tamburini. Cosmology and Astrophysics of Minimal Dark Matter. *Nucl. Phys.*, B787:152–175, 2007.
- [16] Marco Cirelli, Roberto Franceschini, and Alessandro Strumia. Minimal Dark Matter predictions for galactic positrons, anti-protons, photons. *Nucl. Phys.*, B800:204–220, 2008.
- [17] Marco Cirelli and Alessandro Strumia. Minimal Dark Matter: Model and results. *New J. Phys.*, 11:105005, 2009.
- [18] F. Couchot, S. Henrot-Versillé, O. Perdereau, S. Plaszczynski, B. Rouillé d’Orfeuil, M. Spinelli, and M. Tristram. Cosmological constraints on the neutrino mass including systematic uncertainties. *Astron. Astrophys.*, 606:A104, 2017.
- [19] Steven Weinberg. Baryon- and lepton-nonconserving processes. *Phys. Rev. Lett.*, 43:1566–1570, Nov 1979.
- [20] Murray Gell-Mann, Pierre Ramond, and Richard Slansky. Complex Spinors and Unified Theories. *Conf. Proc.*, C790927:315–321, 1979.
- [21] T. Yanagida. Horizontal Symmetry and Masses of Neutrinos. *Progress of Theoretical Physics*, 64:1103–1105, September 1980.
- [22] Takehiko Asaka and Mikhail Shaposhnikov. The nuMSM, dark matter and baryon asymmetry of the universe. *Phys. Lett.*, B620:17–26, 2005.
- [23] M. Magg and C. Wetterich. Neutrino Mass Problem and Gauge Hierarchy. *Phys. Lett.*, 94B:61–64, 1980.
- [24] J. Schechter and J. W. F. Valle. Neutrino masses in  $su(2) \otimes u(1)$  theories. *Phys. Rev. D*, 22:2227–2235, Nov 1980.
- [25] C. Wetterich. Neutrino masses and the scale of b-l violation. *Nuclear Physics B*, 187(2):343 – 375, 1981.
- [26] G. Lazarides, Q. Shafi, and C. Wetterich. Proton lifetime and fermion masses in an  $so(10)$  model. *Nuclear Physics B*, 181(2):287 – 300, 1981.

- [27] Rabindra N. Mohapatra and Goran Senjanovic. Neutrino Masses and Mixings in Gauge Models with Spontaneous Parity Violation. *Phys. Rev.*, D23:165, 1981.
- [28] T. P. Cheng and Ling-Fong Li. Neutrino masses, mixings, and oscillations in  $su(2)\times u(1)$  models of electroweak interactions. *Phys. Rev. D*, 22:2860–2868, Dec 1980.
- [29] R. Foot, H. Lew, X. G. He, and G. C. Joshi. See-saw neutrino masses induced by a triplet of leptons. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, 44(3):441–444, Sep 1989.
- [30] A. Zee. A theory of lepton number violation and neutrino majorana masses. *Physics Letters B*, 93(4):389 – 393, 1980.
- [31] A. Zee. Charged scalar field and quantum number violations. *Physics Letters B*, 161(1):141 – 145, 1985.
- [32] K. S. Babu. Model of 'Calculable' Majorana Neutrino Masses. *Phys. Lett.*, B203:132–136, 1988.
- [33] Ernest Ma. Pathways to naturally small neutrino masses. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1171–1174, Aug 1998.
- [34] Mayumi Aoki, Shinya Kanemura, and Osamu Seto. Neutrino mass, dark matter, and baryon asymmetry via tev-scale physics without fine-tuning. *Phys. Rev. Lett.*, 102:051805, Feb 2009.
- [35] Mayumi Aoki, Shinya Kanemura, and Osamu Seto. Model of tev scale physics for neutrino mass, dark matter, and baryon asymmetry and its phenomenology. *Phys. Rev. D*, 80:033007, Aug 2009.
- [36] K. S. Babu and S. Nandi. Natural fermion mass hierarchy and new signals for the Higgs boson. *Phys. Rev.*, D62:033002, 2000.
- [37] Mu-Chun Chen, Andre de Gouvea, and Bogdan A. Dobrescu. Gauge Trimming of Neutrino Masses. *Phys. Rev.*, D75:055009, 2007.
- [38] Ilia Gogoladze, Nobuchika Okada, and Qaisar Shafi. NMSSM and Seesaw Physics at LHC. *Phys. Lett.*, B672:235–239, 2009.
- [39] K. S. Babu, S. Nandi, and Zurab Tavartkiladze. New Mechanism for Neutrino Mass Generation and Triply Charged Higgs Bosons at the LHC. *Phys. Rev.*, D80:071702, 2009.

- [40] Ivica Picek and Branimir Radovic. Novel TeV-scale seesaw mechanism with Dirac mediators. *Phys. Lett.*, B687:338–341, 2010.
- [41] J. Schechter and J. W. F. Valle. Neutrinoless double- $\beta$  decay in  $su(2)\times u(1)$  theories. *Phys. Rev. D*, 25:2951–2954, Jun 1982.
- [42] S. Nandi and U. Sarkar. Solution to the neutrino-mass problem in superstring  $E_6$  theory. *Phys. Rev. Lett.*, 56:564–567, Feb 1986.
- [43] R. N. Mohapatra and J. W. F. Valle. Neutrino mass and baryon-number nonconservation in superstring models. *Phys. Rev. D*, 34:1642–1645, Sep 1986.
- [44] W. Grimus and H. Neufeld. Radiative neutrino masses in an  $su(2) \times u(1)$  model. *Nuclear Physics B*, 325(1):18 – 32, 1989.
- [45] Zhi-zhong Xing and Shun Zhou. Multiple seesaw mechanisms of neutrino masses at the TeV scale. *Phys. Lett.*, B679:249–254, 2009.
- [46] Ernest Ma. Naturally small seesaw neutrino mass with no new physics beyond the TeV scale. *Phys. Rev. Lett.*, 86:2502–2504, 2001.
- [47] Lincoln Wolfenstein. A theoretical pattern for neutrino oscillations. *Nuclear Physics B*, 175(1):93 – 96, 1980.
- [48] Xiao-Gang He. Is the Zee model neutrino mass matrix ruled out? *Eur. Phys. J.*, C34:371–376, 2004.
- [49] Xiao-Gang He and Swarup Kumar Majee. Implications of Recent Data on Neutrino Mixing and Lepton Flavour Violating Decays for the Zee Model. *JHEP*, 03:023, 2012.
- [50] Ernest Ma. Verifiable radiative seesaw mechanism of neutrino mass and dark matter. *Phys. Rev.*, D73:077301, 2006.
- [51] Particle Data Group. Review of particle physics. *Phys. Rev. D*, 98:030001, Aug 2018.
- [52] Marcela Carena, Ian Low, and Carlos E. M. Wagner. Implications of a Modified Higgs to Diphoton Decay Width. *JHEP*, 08:060, 2012.
- [53] Morad Aaboud et al. Measurements of Higgs boson properties in the diphoton decay channel with  $36 \text{ fb}^{-1}$  of  $pp$  collision data at  $\sqrt{s} = 13$  TeV with the ATLAS detector. *Phys. Rev.*, D98:052005, 2018.

- [54] Sylvain Fichet, Gero von Gersdorff, and Christophe Royon. Scattering light by light at 750 GeV at the LHC. *Phys. Rev.*, D93(7):075031, 2016.
- [55] L. A. Harland-Lang, V. A. Khoze, and M. G. Ryskin. The production of a diphoton resonance via photon-photon fusion. *JHEP*, 03:182, 2016.
- [56] The ATLAS collaboration. Search for scalar diphoton resonances with 15.4 fb<sup>-1</sup> of data collected at  $\sqrt{s}=13$  TeV in 2015 and 2016 with the ATLAS detector. 2016.
- [57] Pavel Fileviez Perez, Hiren H. Patel, Michael.J. Ramsey-Musolf, and Kai Wang. Triplet Scalars and Dark Matter at the LHC. *Phys. Rev.*, D79:055024, 2009.
- [58] Radovan Dermisek, Enrico Lunghi, and Seodong Shin. New constraints and discovery potential for Higgs to Higgs cascade decays through vectorlike leptons. *JHEP*, 10:081, 2016.
- [59] Radovan Dermisek, Enrico Lunghi, and Seodong Shin. New decay modes of heavy Higgs bosons in a two Higgs doublet model with vectorlike leptons. *JHEP*, 05:148, 2016.
- [60] Najimuddin Khan. Exploring the hyperchargeless Higgs triplet model up to the Planck scale. *Eur. Phys. J.*, C78(4):341, 2018.
- [61] Ernest Ma, Ivica Picek, and Branimir Radovčić. New Scotogenic Model of Neutrino Mass with  $U(1)_D$  Gauge Interaction. *Phys. Lett.*, B726:744–746, 2013.
- [62] Marco Cirelli, Filippo Sala, and Marco Taoso. Wino-like Minimal Dark Matter and future colliders. *JHEP*, 10:033, 2014. [Erratum: JHEP01,041(2015)].
- [63] Yi Cai, Xiao-Gang He, Michael Ramsey-Musolf, and Lu-Hsing Tsai.  $R\nu$ MDM and Lepton Flavor Violation. *JHEP*, 12:054, 2011.
- [64] Krešimir Kumerički, Ivica Picek, and Branimir Radovčić. Critique of Fermionic  $R\nu$ MDM and its Scalar Variants. *JHEP*, 07:039, 2012.
- [65] Lawrence M. Krauss, Salah Nasri, and Mark Trodden. A Model for neutrino masses and dark matter. *Phys. Rev.*, D67:085002, 2003.
- [66] Hisaki Hatanaka, Kenji Nishiwaki, Hiroshi Okada, and Yuta Orikasa. A Three-Loop Neutrino Model with Global  $U(1)$  Symmetry. *Nucl. Phys.*, B894:268–283, 2015.

- [67] Li-Gang Jin, Rui Tang, and Fei Zhang. A three-loop radiative neutrino mass model with dark matter. *Phys. Lett.*, B741:163–167, 2015.
- [68] Lawrence M. Krauss. What is the Role of Neutrinos in Shaping the Universe? In *Third NO-VE International Workshop on Neutrino Oscillations in Venice : Fifty years after the neutrino experimental discovery : Venezia, February 7-10, 2006, Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Campo Santo Stefano*, pages 539–548, 2006.
- [69] Amine Ahriche, Chian-Shu Chen, Kristian L. McDonald, and Salah Nasri. Three-loop model of neutrino mass with dark matter. *Phys. Rev.*, D90:015024, 2014.
- [70] Amine Ahriche, Kristian L. McDonald, and Salah Nasri. A Model of Radiative Neutrino Mass: with or without Dark Matter. *JHEP*, 10:167, 2014.
- [71] Chian-Shu Chen, Kristian L. McDonald, and Salah Nasri. A class of three-loop models with neutrino mass and dark matter. *Physics Letters B*, 734:388 – 393, 2014.
- [72] Mayumi Aoki, Shinya Kanemura, and Osamu Seto. Neutrino mass, Dark Matter and Baryon Asymmetry via TeV-Scale Physics without Fine-Tuning. *Phys. Rev. Lett.*, 102:051805, 2009.
- [73] Mayumi Aoki, Shinya Kanemura, and Osamu Seto. A Model of TeV Scale Physics for Neutrino Mass, Dark Matter and Baryon Asymmetry and its Phenomenology. *Phys. Rev.*, D80:033007, 2009.
- [74] G. C. Branco, P. M. Ferreira, L. Lavoura, M. N. Rebelo, Marc Sher, and Joao P. Silva. Theory and phenomenology of two-Higgs-doublet models. *Phys. Rept.*, 516:1–102, 2012.
- [75] Csaba Csaki. The Minimal supersymmetric standard model (MSSM). *Mod. Phys. Lett.*, A11:599, 1996.
- [76] Mark Trodden. Electroweak baryogenesis: A Brief review. In *Proceedings, 33rd Rencontres de Moriond 98 electroweak interactions and unified theories: Les Arcs, France, Mar 14-21, 1998*, pages 471–480, 1998.
- [77] Nabarun Chakrabarty, Ujjal Kumar Dey, and Biswarup Mukhopadhyaya. High-scale validity of a two-Higgs doublet scenario: a study including LHC data. *JHEP*, 12:166, 2014.

- [78] G. Passarino and M. J. G. Veltman. One Loop Corrections for  $e^+e^-$  Annihilation Into  $\mu^+\mu^-$  in the Weinberg Model. *Nucl. Phys.*, B160:151–207, 1979.
- [79] Krešimir Kumerički, Ivica Picek, and Branimir Radovčić. TeV-scale Seesaw with Quintuplet Fermions. *Phys. Rev.*, D86:013006, 2012.
- [80] Pavel M. Nadolsky, Hung-Liang Lai, Qing-Hong Cao, Joey Huston, Jon Pumplin, Daniel Stump, Wu-Ki Tung, and C. P. Yuan. Implications of CTEQ global analysis for collider observables. *Phys. Rev.*, D78:013004, 2008.
- [81] M. R. Whalley, D. Bourilkov, and R. C. Group. The Les Houches accord PDFs (LHAPDF) and LHAGLUE. In *HERA and the LHC: A Workshop on the implications of HERA for LHC physics. Proceedings, Part B*, pages 575–581, 2005.
- [82] M. S. Boucenna, R. A. Lineros, and J. W. F Valle. Planck-scale effects on WIMP dark matter. *Front.in Phys.*, 1:34, 2013.
- [83] Sofiane M. Boucenna, Stefano Morisi, and José W. F. Valle. The low-scale approach to neutrino masses. *Adv. High Energy Phys.*, 2014:831598, 2014.
- [84] Benjamin Audren, Julien Lesgourgues, Gianpiero Mangano, Pasquale Dario Serpico, and Thomas Tram. Strongest model-independent bound on the lifetime of Dark Matter. *JCAP*, 1412(12):028, 2014.
- [85] Chengfeng Cai, Ze-Min Huang, Zhaofeng Kang, Zhao-Huan Yu, and Hong-Hao Zhang. Perturbativity Limits for Scalar Minimal Dark Matter with Yukawa Interactions: Septuplet. *Phys. Rev.*, D92(11):115004, 2015.
- [86] Yi Cai, Wei Chao, and Shuo Yang. Scalar Septuplet Dark Matter and Enhanced  $h \rightarrow \gamma\gamma$  Decay Rate. *JHEP*, 12:043, 2012.
- [87] Xiao-Fang Han and Lei Wang. Implication of the 750 GeV diphoton resonance on two-Higgs-doublet model and its extensions with Higgs field. *Phys. Rev.*, D93(5):055027, 2016.
- [88] Qing-Hong Cao, Ti Gong, Ke-Pan Xie, and Zhen Zhang. Measuring Relic Abundance of Minimal Dark Matter at Hadron Colliders. 2018.

- [89] Heather E. Logan and Deanna MacLennan. Charged Higgs phenomenology in the lepton-specific two Higgs doublet model. *Phys. Rev.*, D79:115022, 2009.
- [90] Shinya Kanemura, Hiroshi Yokoya, and Ya-Juan Zheng. Complementarity in direct searches for additional Higgs bosons at the LHC and the International Linear Collider. *Nucl. Phys.*, B886:524–553, 2014.
- [91] Yuji Kajiyama, Hiroshi Okada, and Kei Yagyu. Electron/Muon Specific Two Higgs Doublet Model. *Nucl. Phys.*, B887:358–370, 2014.
- [92] Shinya Kanemura. Higgs Physics as a Probe of New Physics. *Nuovo Cim.*, C037(02):113–118, 2014.
- [93] Ambalika Biswas and Amitabha Lahiri. Masses of physical scalars in two Higgs doublet models. *Phys. Rev.*, D91(11):115012, 2015.
- [94] Debtosh Chowdhury and Otto Eberhardt. Update of Global Two-Higgs-Doublet Model Fits. *JHEP*, 05:161, 2018.
- [95] Rikard Enberg, William Klemm, Stefano Moretti, Shoaib Munir, and Glenn Wouda. Charged Higgs boson in the  $W^\pm$  Higgs channel at the Large Hadron Collider. *Nucl. Phys.*, B893:420–442, 2015.
- [96] J R Andersen et al. Handbook of LHC Higgs Cross Sections: 3. Higgs Properties. 2013.
- [97] Luca Di Luzio, Ramona Grober, Jernej F. Kamenik, and Marco Nardecchia. Accidental matter at the LHC. *JHEP*, 07:074, 2015.
- [98] D. Aristizabal Sierra, C. Simoes, and D. Wegman. Closing in on minimal dark matter and radiative neutrino masses. *JHEP*, 06:108, 2016.
- [99] Amine Ahriche, Kristian L. McDonald, Salah Nasri, and Takashi Toma. A Model of Neutrino Mass and Dark Matter with an Accidental Symmetry. *Phys. Lett.*, B746:430–435, 2015.
- [100] Oleg Antipin, Petar Čuljak, Krešimir Kumerički, and Ivica Picek. Radiative neutrino models in light of diphoton signals. 2016.
- [101] Yuta Hamada, Kiyoharu Kawana, and Koji Tsumura. Landau pole in the Standard Model with weakly interacting scalar fields. *Phys. Lett.*, B747:238–244, 2015.

# Curriculum vitae

**First name | Surname** Petar Čuljak

## Address

Physics department  
Faculty of Science  
University of Zagreb  
Bijenička cesta 32  
10 002 Zagreb, Croatia  
e-mail: pculjak@phy.hr

**Born** September 8th 1988, Zagreb (Croatia)

## Education

- 1995. - 2003. Elementary school (Nikola Tesla, Zagreb)
- 2003. - 2007. High school (X. Gimnazija Ivan Supek, Zagreb)
- 2007. - 2014. Faculty of Science, University of Zagreb
- 2014. Diploma thesis: *Egzotične reprezentacije standardnog modela kao kandidati za tamnu tvar*, advisor: Prof. dr. sc. Ivica Picek
- 2014. - 2019. PhD student, University of Zagreb
- 2018. PhD thesis completed and submitted, advisor: Prof. dr. sc. Krešimir Kumerički

## Research interest

Physics beyond the Standard Model, Neutrino mass problem and oscillations, Dark Matter

## Teaching experience

Teaching assistant - Elementary particle physics (4th year course, 2014. - 2018.)



## List of publications

1. Petar Čuljak, Krešimir Kumerički, and Ivica Picek, Scotogenic  $R\nu$ MDM at three-loop level, *Phys. Lett.*, B744:237-243, 2015. [arXiv:1502.07887 [hep-ph]].
2. Oleg Antipin, Petar Čuljak, Krešimir Kumerički, and Ivica Picek, Extended Higgs Sectors in Radiative Neutrino Models, *Phys. Lett.*, B768:330-336, 2017. [arXiv:1703.05075 [hep-ph]].
3. Oleg Antipin, Petar Čuljak, Krešimir Kumerički, and Ivica Picek, Radiative neutrino models in light of diphoton signals, [arXiv:1606.05163 [hep-ph]].