

# Metode i postupci individualizacije u nastavi matematike u osnovnoj školi

---

Ujčić, Roberta

Master's thesis / Diplomski rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:493087>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-10-16**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



Ovaj diplomski rad obranjen je dana \_\_\_\_\_ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. \_\_\_\_\_ , predsjednik

2. \_\_\_\_\_ , član

3. \_\_\_\_\_ , član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom \_\_\_\_\_ .

Potpisi članova povjerenstva:

1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**PRIRODOSLOVNO – MATEMATIČKI FAKULTET**  
**MATEMATIČKI ODSJEK**

ROBERTA UJČIĆ

**METODE I POSTUPCI INDIVIDUALIZACIJE U NASTAVI**  
**MATEMATIKE U OSNOVNOJ ŠKOLI**

Diplomski rad

Voditelj rada:  
doc. dr. sc. Goranka Nogo

Suvoditelj rada:  
prof. dr. sc. Zrinjka Stančić

Zagreb, 2018.

*Zahvaljujem mentoricama doc. dr. sc. Goranki Nogo i prof. dr. sc. Zrinjki Stančić na pomoći i strpljivosti tijekom izrade ovog diplomskog rada.*

*Zahvaljujem svim kolegama, profesorima te mentorima metodičkih praksi na pomoći, savjetima i usmjerenju te svim svojim prijateljima na nesebičnom praćenju, slušanju i potpori tijekom cjelokupnog obrazovanja.*

*Posebna zahvala mojoj obitelji koja me je pratila, podržavala i omogućila mi studiranje, te istodobno davala vjetar u leđa i bodrila u svim trenucima slabosti.*

*Ovaj rad posvećujem najvećem čuvaru i pratitelju kroz život, svojoj majci.*

## Sadržaj

UVOD.....	1
1. UKRATKO O UČENICIMA .....	2
1.1. Upoznavanje učenika (subjekata) .....	2
1.2. Praćenje učenika .....	4
2. ANALIZA PO NASTAVNIM CJELINAMA.....	7
2.1. Cijeli brojevi.....	7
2.2. Linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom.....	10
2.3. Četverokut.....	16
ZAKLJUČAK .....	26
LITERATURA.....	27
SAŽETAK.....	29
SUMMARY.....	30
ŽIVOTOPIS .....	31

## UVOD

U ovom diplomskom radu opisat će se metode i postupci individualizacije u nastavi matematike u šestom razredu osnovne škole. Cilj diplomskog rada je bio proučiti koje metode odgovaraju pojedinom tipu poteškoće, odnosno odgojno-obrazovnih potreba učenika. Pri istraživanju se promatrao rad dva učenika koji su u trenutku odabira teme pohađali 6. razred osnovne škole. Oba učenika su imala potrebu za osobnim pomagačem, no iste nisu mogli dobiti. U radu će se, radi zaštite osobnih podataka učenika, koristiti zamjenska imena, Matej i Luka. Učenici su praćeni cijelu školsku godinu 2017./2018. Za potrebe istraživanja prisustvovala sam i sjednicama učiteljskog vijeća, vezanim za prilagodbu nastavnog sadržaja i individualizaciju postupaka, održanoj u istoj školi.

Diplomski rad se sastoji od dva poglavlja. U prvom su poglavlju opisane i definirane teškoće pojedinog učenika, njihove odgojno-obrazovne potrebe te je opisana analiza pri praćenju učenika.

U drugom poglavlju analizirani su postupci i metode korišteni u određenim nastavnim cjelinama: Cijeli brojevi, Linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom i Četverokut. Priloženi su i nastavni listići korišteni za provjeru stečenog znanja.

Na kraju rada dan je zaključak o cjelokupnom istraživanju.

## 1. UKRATKO O UČENICIMA

### 1.1. Upoznavanje učenika (subjekata)

Ideja o temi ovog diplomskog rada rodila se na kolegiju Metodička praksa iz matematike u osnovnoj školi. Budući da su 6. razred pohađala dva učenika s teškoćama s potrebom za osobnim pomagačem, a iste nisu mogli dobiti, mentorica bi studente posjela pored učenika, kako bi učenicima, umjesto pomagača, pomagali razumjeti gradivo. Uvidjevši napredak kod učenika predložila je intenzivnije pružanje potpore i daljnje praćenje napretka. Također, predviđena je samostalna izrada materijala za učenike koja će im olakšati razumijevanje istog gradiva.

Budući da učenici imaju različite poteškoće u učenju, u nastavku će biti opisane poteškoće pojedinog učenika.

Luka je učenik čiji su roditelji ove školske godine predali dokumentaciju kojom se zahtjeva individualizirani odgojno-obrazovni program (u nastavku: IOOP) za učenika. Prema Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju [1] dijagnosticirane su mu komunikacijske teškoće (3.1.4.) te specifične teškoće u učenju u području pisanja (disgrafija, agrafija). Osim što mu je dijagnosticiran i blaži oblik hiperaktivnosti, u nalazima je naveden i česti gubitak koncentracije pa su, shodno tome, predloženi češći mali odmori od rada na način da učenik briše ploču, a povremeno se preporuča napraviti i petominutni odmor. Također je u nalazima navedeno kako učenik smije žvakati žvakaću gumu ili piti vodu pod satom radi održavanja koncentracije. Budući da je Luka upoznat s dijagnozom i rješenjima iste često se znao, pri pravljenju problema pod satom, izvlačiti na „svoje papire“ pa je, između ostalog, znao usred sata užinati ili se prošetati po razredu te ometati kolege u praćenju nastave. Samim time otežavao je i održavanje nastave učitelja, a i iz samog tog razloga vidljiva je očita potreba za osobnim pomagačem.

Matej je učenik kojem su, prema Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju [1], dijagnosticirane 3.2.5. *mješovite teškoće u učenju*, koje spadaju u 3. skupinu vrsta teškoća: Oštećenja jezično – govorne glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju; podskupina 3.2. Specifične teškoće u učenju. Matej se bori s disleksijom i disgrafijom, ali pokazuje izraziti trud i volju pri učenju novih sadržaja te rješavanju zadataka. Problem nastaje kad ne razumije pojedini dio gradiva, a budući da pomoć traži „sad i odmah“ otežava održavanje nastave te usporava tijek sata.

Precizno definirano, prema [2] disleksija je „složen poremećaj učenja koji se očituje kao sklop kroničnih teškoća u postizanju vještine čitanja odgovarajuće za dob unatoč dostupnosti odgovarajućih okolinskih i obrazovnih uvjeta. (...) Velika većina djece s disleksijom ima značajne teškoće u području matematike. Kako dijete s disleksijom ima teškoće u dekodiranju i razumijevanju simbola pisanog jezika, to se u matematici prenosi na brojevine simbole, računске operacije sa simbolima i razumijevanje matematičkog jezika.“ Također je kao jedna od zanimljivosti navedeno kako je 10% djece s disleksijom matematički izrazito nadareno. Prema istoj literaturi disgrafija je definirana na sljedeći način: „Disgrafija ili specifične teškoće u ovladavanju vještinama pisanja može se manifestirati kroz teškoće u percipiranju dijelova u odnosu na cjelinu te kroz teškoće u usvajanju motoričke formule slova, znamenki i drugih simbola.“ U samim definicijama jasno je vidljiv problem koji se pojavljuje pri učenju matematike. Veliki su problem zadaci riječima, razumijevanje matematičkog jezika, ali i zadaci koji zahtijevaju više različitih operacija.

Laičkim jezikom približimo situaciju – Luka je učenik koji je inteligentan, ali prethodno navedene odgojno-obrazovne potrebe sprječavaju ga u temeljitom obavljanju vlastitih obveza, dok je Matej učenik koji se jako trudi u svom radu, kako na nastavi, tako i kod kuće, ali ima poteškoća s razumijevanjem i usvajanjem gradiva. Oba učenika na svoj način nenamjerno otežavaju rad učitelja, kao i praćenje ostalih kolega u razredu, a razlog tome su upravo razlike u odgojno-obrazovnim potrebama istih.



## 1.2. Praćenje učenika

Prateći učenikove radove mogli su se uočiti različiti postupci. Tako je kod Luke uočeno često kašnjenje na prvi sat, nezapisivanje zadataka i obrade novog gradiva u bilježnicu, konstantno gledanje na sat te korištenje nepažnje učitelja za tipkanje po mobitelu. Također su uočene i nenapisane domaće zadaće (zbog nerazumijevanja gradiva), a riješenost individualiziranog ispita u prosjeku bi bila solidna. Učeniku se zbog disgrafije javlja problem i pri samom prepisivanju s ploče, što potvrđuje i analiza bilježnice pa bi računske operacije redovito odradio „u glavi“ i to relativno brzo, radi smanjenja pisanja u bilježnicu, a rezultati su najčešće bili točni. Učenik često, zbog svojih odgojno-obrazovnih potreba, odaje dojam nezainteresiranosti za nastavu, čime prikriva svoje prave teškoće.

S druge strane učionice se nalazi Matej koji se trudi nastavu pratiti temeljito, ali uz česte upadice sa željom da mu učitelj ponovno dodatno objasni zadatak. Također, budući da pokušava sam riješiti zadatak, često kasni za ostalima pa pokazuje frustraciju jer nije u tijeku. Zadaće je pisao redovito (uz rijetke iznimke) i temeljito, ne preskačući korake. Množenje i dijeljenje je izvodio sa strane uz pisano zapisivanje na dugački način, a geometrijske konstrukcije uz pomoć geometrijskog pribora.

Razgovarajući sa stručnom službom škole, slično je ponašanje uočeno i na ostalim predmetima, što ukazuje na zaključak kako nije problem samo kod praćenja i učenja matematike, već je problem sâmo učenje. Unatoč tome, učenici prihvaćaju obojicu učenika, posebno Luku, što se može uočiti i na odmorima te nakon nastave, premda ga pri ometanju nastave svi učenici pokušavaju primiriti kako bi mogli lakše shvatiti novi nastavni sadržaj.

Nakon nekoliko sati sjedenja uz učenike vidljiv je napredak. Luka je na početku uvijek negodovao, ali bi kasnije prihvatio savjet te zapisao barem ključne dijelove zadataka te bi poslušao lakši put do rješavanja. One dane kad bi došao bez domaće zadaće, proveli bismo dio sata rješavajući istu, kako bih mu ponovno objasnila pojedini korak. Također, nakon nekoliko sati provedenih uz pomagača, vidljivo je veće razumijevanje i sudjelovanje u nastavi. Matej bi uvijek spremno dočekao pomoć pomagača, jer je znao da u tom slučaju ne treba čekati učiteljevu individualnu pomoć, već će mu pomagač pojasniti zadatak odmah po uočavanju nerazumijevanja. Također bi spremno prihvatio savjete i lakši put do

rješavanja zadatka, ali se nerijetko dogodilo da zbog pomanjkanja koncentracije, uslijed rješavanja više zadataka istog tipa, nakon primjerice trećeg samostalno riješenog zadatka, ne razumije princip rješavanja četvrtog, iako se zadaci rješavaju analogno.

Prema [2] određene su smjernice koje bi učitelji trebali usvojiti u radu s učenicima koji nastavu pohađaju po IOOP-u. Pa se tako preporučuje stupnjevito pružanje pomoći i podrška pri rješavanju zadataka te pri rukovanju geometrijskog pribora. Nadalje, predlažu se kraće stanke tijekom nastave, produljenje vremena za rješavanje zadataka u pismenim provjerama znanja, ali i češće manje provjere znanja, kako bi učenici nastavne cjeline podijelili na manje dijelove. Posebno je naglašeno kako učenici s teškoćama trebaju sjediti čim bliže učitelju i čim dalje od svakodnevne buke, kako bi nesmetano mogli pratiti nastavu, a učitelj mogao pratiti njihov napredak te im pružiti eventualnu pomoć. Poželjno je da učenik ima i pomagača koji će sjediti uz njega te mu čitati s ploče u trenutku kad učenik izgubi koncentraciju ili ne uspije pratiti tijek sata. U suprotnom je poželjno da u bližoj okolini sjede učenici koji su spremni pomoći u svakom trenutku, a na njih neće negativno djelovati, već pridonijeti suradničkom učenju. Na kraju svega navedeni su razlozi zašto učenici koji nastavu pohađaju po IOOP-u trebaju biti u razredu s ostalim učenicima, a to je njihov napredak. Prateći tempo ostalih učenika, koliko god to zahtjevno bilo, na taj će način u znanju biti samo najviše korak iza ostalih, što u suprotnom ne bi bio slučaj.

Sugestije za modifikaciju matematičkih zadataka računanja, koje su u [2] dane prema Salendu (2005.), su sljedeće:

1. smanjiti broj zadataka na radnim listićima za individualnu vježbu,
2. produžiti zadano vrijeme kako bi učenici imali dovoljno vremena da riješe zadatke,
3. osigurati dovoljno prostora za rješenja matematičkih zadataka,
4. koristiti vizualnu podršku u radnim listićima,
5. podijeliti radni listić na dva ili tri područja te od učenika tražiti da rješavaju dio po dio,
6. podcrtati operaciju koju učenici trebaju izvesti,
7. postupno povećavati broj zadataka te smanjivati vrijeme za rješavanje.

Slično predlažu i autori knjige [3] navodeći osnovna načela poučavanja učenika s teškoćama pri učenju matematike, među kojima navode i sljedeće (u slobodnom prijevodu):

- učitelj treba ostati strpljiv i ustrajan te poštovati učenikov stil učenja
- informacije prenijeti učeniku jednostavnim (razumljivim) jezikom
- organizirati konstantno ponavljanje i osvježavanje memorije.

U nastavku će se razmotriti pojedine nastavne cjeline iz matematike, prema udžbeniku [4] kojeg koriste u promatranoj školi, a koji je odobren prema [5]. Također će se analizirati pojedini postupci i metode koji su bili korišteni pri pojednostavljivanju gradiva. Odabrane metode u skladu su sa [6], gdje je predstavljeno kako svim učenicima omogućiti jednake mogućnosti odgoja i obrazovanja.

## 2. ANALIZA PO NASTAVNIM CJELINAMA

### 2.1. Cijeli brojevi

Luka dobro usvaja pojam cijelog broja te razumije razliku između pozitivnog i negativnog cijelog broja. Barata zbrajanjem cijelih brojeva te u zadacima s više operanda slijedi uputu učitelja, posebno zbraja pozitivne, a posebno negativne brojeve, a potom dobivene djelomične zbrojeve posebno zbraja. Pa ipak, nekad mu se ne da činiti taj međukorak pa jednostavno sve zbraja u glavi, a to zbog više operanada i međurezultata nerijetko dovodi do pogrešnog rezultata. Dobivanjem pogrešnog rezultata učenik općenito gubi volju za daljnjim rješavanjem zadataka.

Matej ima izraženije teškoće u usvajanju gradiva o cijelim brojevima, a osim smještanja brojeva na brojevni pravac, muči ga i izlučivanje zajedničkog faktora. Zbrajanje i oduzimanje provodi pisano sa strane, kako je rečeno i u poglavlju [1.2.](#) Praćenje učenika, a međukorake iz upute učitelja ne preskače.

Ono što je zajedničko kod oba učenika jest poteškoće s apsolutnim vrijednostima broja, što do izražaja posebno dolazi u individualiziranom kontrolnom ispitu – nijedan od njih nije znao ispisati brojeve za koje vrijedi:  $|x| < 5$ .

Osim pojma negativnog broja i apsolutne vrijednosti broja, učenici se prvi put izravno susreću sa svim tipovima zagrada, pri čemu se moraju pridržavati redoslijeda rješavanja obliha, uglatih pa vitičastih zagrada. Odatle je proizašla ideja za kreiranje individualiziranog nastavnog listića koji će učenike posebnom bojom upozoriti na redoslijed oslobađanja istih.

Na sljedećoj stranici naveden je primjer nastavnog listića.

## Nastavni listić: Rad sa zagradama

### RAD SA ZAGRADAMA

Riješi sljedeće zadatke. Rješenju svakog zadatka pripada jedno slovo. Kad riješiš sve zadatke, dobit ćeš naziv omiljenog dijela školske godine.

Sretno! :)

1)  $7 + (-3) + 13 + (-4) =$

2)  $-13 + 4 + 7 + (-12) - 9 =$

3)  $3 + (-6 + 5) - (3 - 0) =$

4)  $11 + (-7) - (21 + 4) =$

5)  $(15 - 3) - (-4 + 7) =$

6)  $3 - (-5 - 7 + 2) - 1 =$

7)  $8 + (-13 + 7 + 4 - 9) =$

8)  $-(7 - 13 + 6 + 3) + (4 + 3) =$

9)  $17 - [6 + (-7 + 4 - 1) - (2 - 3)] =$

{ [ ( ) ] }

Oslobodi  
nas prve!

A onda se  
riješi nas!

Mi ostajemo  
do kraja! :)



Najprije  
posebno zbrojimo  
pozitivne, a posebno  
negativne cijele  
brojeve. :)

$$10) \quad -2 + (8 - 1 + 7) - [20 - (-3 + 14)] =$$

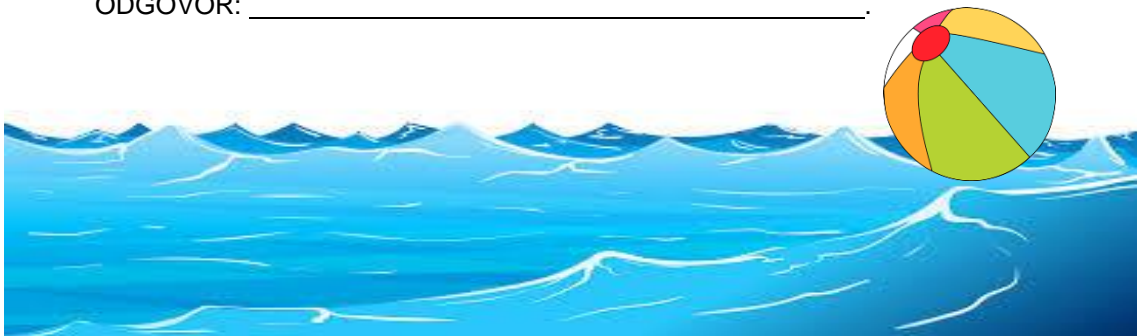
$$11) \quad 7 - 8 - 9 + [-3 + (-2 + 5 - 2) - (8 - 1) + 1] =$$

$$12) \quad -7 - 1 + [2 + 4 - (4 - 6) + 8] - 8 =$$

$$13) \quad 11 + 9 - \{-3 + (4 - 7) - [15 - (-3) - 13]\} =$$

9	12	-23	14	-3	31	13	-18	0	-21	4	-1	3
I	P	E	Z	R	I	LJ	I	C	N	A	T	N

ODGOVOR: \_\_\_\_\_.



Nastavni listić je osmišljen tako da učenici kroz igru uvježbaju zbrajanje i oduzimanje cijelih brojeva. Svaki od rezultata nosi po jedno slovo koje učenici iščitavaju iz tablice na kraju nastavnog listića. Ako učenici sve zadatke riješe točno, pravilno poredana slova dat će naziv omiljenog dijela školske godine – LJETNI PRAZNICI.

Učenici su listić prihvatili dobro, iako su i dalje na njega gledali kao na sasvim obične zadatke. Budući da zadatke nisu uspjeli riješiti do kraja sata, za domaću zadaću su trebali dovršiti nastavni listić. Luka je zadatke riješio, ali mu nije bilo zanimljivo tražiti skriveni pojam, dok je Matej dovršio listić do kraja te mu je zadatak bio simpatičan i zanimljiv.

## **2.2. Linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom**

U ovom poglavlju učenici se prvi put susreću s nepoznanicama, ne znajući da su se i ranije susretali s njima u drugim oblicima (jabuke, kruške i slično), kao i pri zadacima s nadopunjavanjem (kućica, kružići i slično). Sada je potrebno usvojiti razne pravilnosti koje su nužne pri rješavanju istih, kao što je zbrajanje nepoznanica, dijeljenje te mijenjanje predznaka pri „prebacivanju preko znaka '='“.

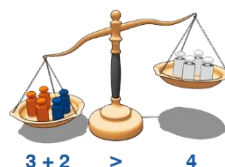
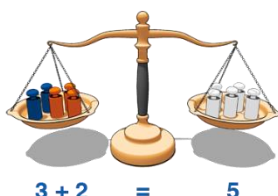
Budući da model vage nalazimo kao najvjerodostojnijeg predstavnika ove cjeline, osmišljen je nastavni listić koji će učenike uz nekoliko vizualnih zadataka podsjetiti na naučeno, nakon čega će lakše riješiti listić za provjeru stečenog znanja. Više o listićima u nastavku.

## Nastavni listić: Linearne jednačbe - ponavljanje

### LINEARNE JEDNADŽBE

Prisjetimo se:

Da bi vaga bila u ravnoteži, s obje strane moramo imati postavljenu istu težinu. Prouči donje dvije sličice i razmisli koliko utega moramo skinuti s vage kako bismo je ponovno uravnotežili.



**Zadatak 1.**

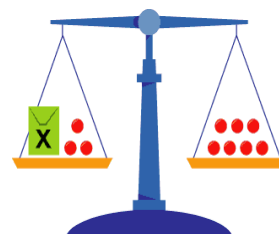
Ako svaki kvadratić na slici teži 1 kg, koliko kvadratića trebamo prebaciti kako bi vaga bila centrirana? Rješenje prikaži i na slici.



**Zadatak 2.**

Matko je Mariji za rođendan poslao paketić X s nekoliko pikula u njemu. Pomoću desne sličice otkrij koliko je pikula Marija dobila za rođendan.

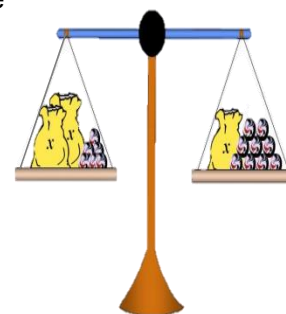
Račun: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



**Zadatak 3.**

Jakov je u zlatarnicu donio 3 paketića iste težine zlata na otkup čime je zlataru Zlatku zadao probleme, jer ni uz pomoć vage nije mogao razaznati koliko teži svaki paketić. Pomogni zlataru Zlatku izračunati težinu paketića.

Račun: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

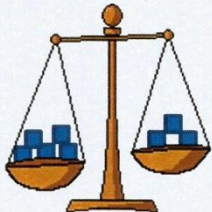




Budući da su proljetni praznici stigli taman nakon uvođenja nastavnog gradiva vezanog za linearne jednadžbe, na početku listića dan je pregled modela vage, kako bi se učenici prisjetili pravila i usporedbe jednadžbi s istim modelom. Potom je dano nekoliko jednostavnih zadataka uz popratnu sličicu. Za 2. i 3. zadatak tražen je račun kako bi se učenike pripremio za sljedeći nastavni listić. Dok je Matej s jedne strane uredno pisao račun za oba zadatka, Luka je s druge strane odbijao to činiti, jer je, po njegovim riječima, sasvim očito rješenje pa nema potrebe isto zapisivati na dugo i široko. Na kraju smo ipak uspjeli provesti račun, a Lukino rješenje možemo vidjeti i u nastavku (slika 1.).


**Zadatak 1.**  
Ako svaki kvadratić na slici teži 1 kg, koliko kvadratića trebamo prebaciti kako bi vaga bila centrirana? Rješenje prikaži i na slici.

*treba prebaciti jedan*



**Zadatak 2.**  
Matko je Mariji za rođendan poslao paketić X s nekoliko pikula u njemu. Pomoću desne sličice otkrij koliko je pikula Marija dobila za rođendan.

Račun: *Marija je dobila 4 pikule*

$$x + 3 = 7$$


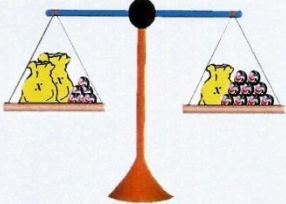
**Zadatak 3.**  
Jakov je u zlatarnicu donio 3 paketića iste težine zlata na otkup čime je zlataru Zlatku zadao probleme, jer ni uz pomoć vage nije mogao razaznati koliko teži svaki paketić. Pomogni zlataru Zlatku izračunati težinu paketića.

Račun:  $2x + 6 = x + 9$

$$2x + 6 = x + 9$$

$$2x - x = -6 + 9$$

$$= 1x = 3 / :1$$

$$\frac{x}{1} = \frac{3}{1} = x = 3$$


Slika 1. Rješenje nastavnog listića za ponavljanje

U rješenju 3. zadatka možemo primijetiti suvišno ponavljanje istog retka te malu neurednost pri rješavanju, uvjetovanu perceptivnim smetnjama učenika i njegovim vještinama oblikovanja slova i brojki. No, također se možemo složiti kako je račun korektan i, što je najvažnije, točan. U nastavku će biti prikazan 3. nastavni listić.

## Nastavni listić: Linearne jednačbe

### ŠTO JE TO PRIJATELJSTVO?

Riješi zadane jednačbe i u kućice upiši rješenja. Potom u tablici na kraju zadatka pronađi rješenja i upiši odgovarajuća slova iz kućica. Ako sve napraviš točno, dobit ćeš odgovor na pitanje „Što je to prijateljstvo?“



a)  $3x = 21$

\_\_\_\_\_

d =

b)  $4x + 2 = -6$

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

u =

c)  $x + 3 = 2x - 2$

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

s =

d)  $3x + 2 - 2x = -6$

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

ć =

e)  $3x - 5 = 2x - 8$

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

p =

f)  $5 + (x + 2) = 3(x + 1)$

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

e =

g)  $5 - (3x - 5) = 3x - (x + 10)$

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

t =



Kad je ispred  
zgrade znak za  
više, zgrada se  
briše!

Kad je ispred  
zgrade znak za  
manje, u zgradi  
se mijenja stanje!



h)  $2(x - 3) = 3 - 2(x + 1)$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

$r =$

i)  $7(2x - 1) - (3x + 8) + (9 - 7x) = 0$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

$o =$

**Prijateljstvo je:**

-3	-2	4

7	$1\frac{1}{2}$

5	$1\frac{3}{4}$	2	-8	2



Treći nastavni listić osmišljen je slično kao prvi nastavni listić – rješenje svakog zadatka nosi svoje slovo, a točnim rješenjem dobit će odgovor na pitanje što je to prijateljstvo: PUT DO SREĆE. Ideja zadatka može se pronaći na [7]. Za svaki su zadatak ostavljeni prazni redci, kao i povećani razmak između redova, čime se htjela postići urednost rješavanja. Također je uz sličice prijateljstva postavljen i podsjetnik na predznak ispred zagrada, a oni su i u zadacima označeni različitom bojom kako bi podsjetili učenike na oprez. Kod samih zadataka možemo uočiti postupno otežavanje pa u prvih 5 imamo jednostavno dijeljenje s koeficijentom, nakon čega se u zadacima pojavljuju i zagrade, a u posljednja dva zadatka učenici trebaju dodatno prepoznati mješovite razlomke, kako bi dobili točno rješenje.

Oba su učenika dobro prihvatila listić te su zadatke lijepo i točno rješavali. Dio zadataka koje nisu stigli riješiti na satu, riješili su za domaću zadaću.

### 2.3. Četverokut

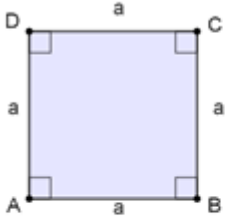
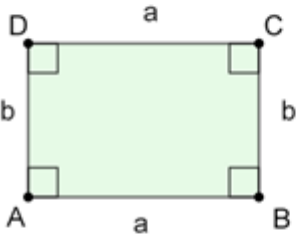
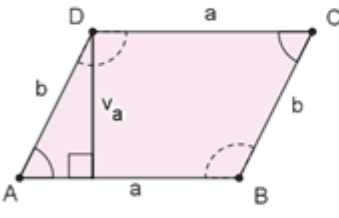
Ovo je druga cjelina vezana za geometriju u 6. razredu, a ujedno i zadnja cjelina koja se obrađuje prema udžbenicima [4] i [9].

Unutar cjeline četverokuta učenici proučavaju različite vrste četverokuta, kutove te površine pravilnih četverokuta. Učenici nemaju problema sa zbrojem kutova u četverokutu, kao ni s podjelom istih. Također dobro prihvaćaju spoznaju da pravokutnik pripada u vrstu paralelograma. Kod konstruiranja pravilnih četverokuta nisu baš vješti, Luka brzinski odradi konstrukciju, pritom ne pazeći na preciznost, a pravi kut crta „odokativno“, dok Matej od prevelike brige da to ispadne precizno, pogriješi pri konstrukciji. U takvim su trenucima od izrazite važne verbalne pohvale i usmjeravanja u učenikovu radu.

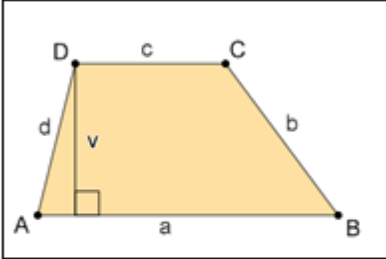
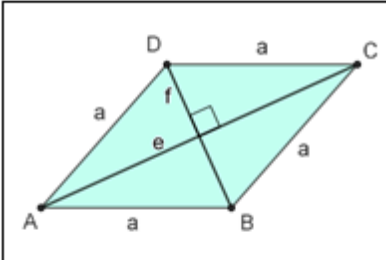
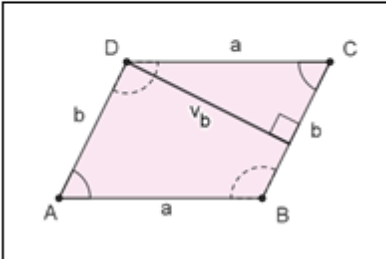
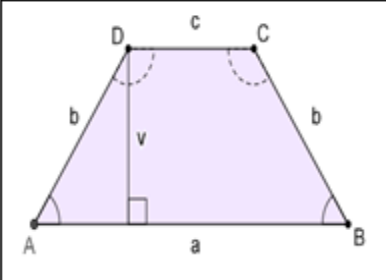
Jedino poglavlje gdje ima puno više gradiva koje učenici trebaju zapamtiti jest *Površina četverokuta*. Shodno tome napravila sam kartice, koje se mogu i plastificirati (slike 2. i 3.). S jedne strane kartice nacrtan je četverokut, a s druge su strane napisane formule za opseg i površinu istog lika. Učenici tako mogu posegnuti za pomoć pri rješavanju zadaća, a učitelju može pomoći i kod

ispitivanja. Primjer takvih kartica nalazi se i u [3], gdje su s jedne stranice različiti geometrijski oblici, a s druge se strane nalazi svojstvo ili ime istog oblika.

Svaki je četverokut obojan različitom bojom te su naznačena imena pojedinih dužina koja su potrebna u formulama za opseg i površinu. Imena samih četverokuta su napisana s druge strane kako bi učenik mogao samostalno razmisliti o kojem je četverokutu riječ, ukoliko dođe do zabune. Također moguće je uočiti dvije kartice na kojima se nalaze paralelogrami koji su obojeni istom bojom (radi prepoznavanja kako se radi o istom objektu), budući da za površinu paralelograma poznajemo dvije formule, ovisno o tome koju visinu na stranicu gledamo.

	<p style="text-align: center;">KVADRAT</p> $O = 4a$ $P = a \cdot a$
	<p style="text-align: center;">PRAVOKUTNIK</p> $O = 2(a + b)$ $P = a \cdot b$
	<p style="text-align: center;">PARALELOGRAM</p> $O = 2(a + b)$ $P = a \cdot v_a$

Slika 2. Kartice četverokuta (1)

	<p style="text-align: center;">TRAPEZ</p> $O = a + b + c + d$ $P = \frac{a + c}{2} \cdot v$
	<p style="text-align: center;">ROMB</p> $O = 4a$ $P = \frac{e \cdot f}{2}$
	<p style="text-align: center;">PARALELOGRAM</p> $O = 2(a + b)$ $P = b \cdot v_b$
	<p style="text-align: center;">JEDNAKOKRAČNI TRAPEZ</p> $O = a + 2b + c$ $P = \frac{a + c}{2} \cdot v$

Slika 3. Kartice četverokuta (2)

Za kraj nastave pripremljen je još jedan nastavni listić, također vezan za četverokute.





5. Duljina visine nekog trapeza iznosi  $v = 8 \text{ cm}$ . Izračunaj duljinu njegove osnovice  $c$ , ako površina iznosi  $P = 56 \text{ cm}^2$ , a osnovica  $a$  je dugačka  $a = 9 \text{ cm}$ .

- a)  $c = 2 \text{ cm}$   
b)  $c = 5 \text{ cm}$

6. Duljina stranice romba je  $a = 12.5 \text{ cm}$ . Njegove su dijagonale dugačke  $e = 7.5 \text{ cm}$  i  $f = 10 \text{ cm}$ . Izračunaj površinu i opseg tog romba.

- a)  $P = 75 \text{ cm}^2$   
 $o = 50 \text{ cm}$   
b)  $P = \frac{75}{2} \text{ cm}^2$   
 $o = 50 \text{ cm}$

7. Duljine stranica paralelograma su  $a = 6.4 \text{ cm}$  i  $b = 3.2 \text{ cm}$ . Izračunaj duljine visina na stranice  $a$  i  $b$ , ako je površina paralelograma  $P = 19.2 \text{ cm}^2$ .

- a)  $v_a = 3 \text{ cm}$   
 $v_b = 6 \text{ cm}$   
b)  $v_a = 6 \text{ cm}$   
 $v_b = 3 \text{ cm}$

U gornjem desnom uglu listića nalaze se četverokuti s kartica kako bi se učenici lakše prisjetili formula potrebnih za rješenje zadataka. Kako bismo olakšali rješavanje, osim praznih redaka potrebnih za računanje, za svaki su zadatak ponuđena 2 rješenja. Na taj način možemo uočiti i snalažljivost učenika kod zadataka u kojim se traže 2 stvari. U nastavku donosimo rješenja učenika (slike 4. – 7.). Usporedbom rješenja Luke i Mateja moći ćemo primijetiti razlike koje su prethodno navedene u radu.

S desne strane svakog zadatka prikaži postupak dobivanja rješenja, a zatim zaokruži točan odgovor.

**ZADACI:**

- Duljine stranice paralelograma su  $a = 5 \text{ cm}$  i  $b = 4 \text{ cm}$ , a duljina visine na stranicu  $b$  iznosi  $v_b = 3 \text{ cm}$ . Izračunaj površinu i opseg paralelograma.

a)  $o = 18 \text{ cm}$   
 $P = 15 \text{ cm}^2$

b)  $o = 18 \text{ cm}$   
 $P = 12 \text{ cm}^2$

- Površina nekog pravokutnika iznosi  $20 \text{ cm}^2$ . Izračunaj opseg pravokutnika, ako je jedna duljina jedne stranice  $b = 5 \text{ cm}$ .

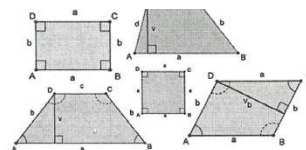
a)  $o = 18 \text{ cm}$   
 b)  $o = 25 \text{ cm}$

- Izračunaj površinu kvadrata, ako njegov opseg iznosi  $o = 36 \text{ cm}$ .

a)  $P = 81 \text{ cm}^2$   
 b)  $P = 24 \text{ cm}^2$

- Zbroj osnovica trapeza iznosi  $30 \text{ cm}$ . Ako je visina na osnovicu trapeza duljine  $v = 8 \text{ cm}$ , koliko je površina tog trapeza?

a)  $P = 120 \text{ cm}^2$   
 b)  $P = 240 \text{ cm}^2$



**RJEŠENJA:**

$$o = 2(a+b)$$

$$o = 2(5+4)$$

$$o = 18$$

$$P = b \cdot v_b$$

$$P = 4 \cdot 3$$

$$P = 12$$

$$P = a \cdot b$$

$$20 = a \cdot 5$$

$$a = 4$$

$$o = 2(a+b)$$

$$o = 2(4+5)$$

$$o = 18$$

$$o = 4 \cdot a$$

$$36 = 4 \cdot a$$

$$a = 9$$

$$P = a \cdot a$$

$$P = 9 \cdot 9$$

$$P = 81 \text{ cm}^2$$

$$P = \frac{o+c}{2} \cdot v$$

$$P = \frac{30}{2} \cdot 8$$

$$P = 120$$

Slika 4. Rješenje 4. nastavnog listića (Luka) (1)

5. Duljina visine nekog trapeza iznosi  $v = 8 \text{ cm}$ . Izračunaj duljinu njegove osnovice  $c$ , ako površina iznosi  $P = 56 \text{ cm}^2$ , a osnovica  $a$  je dugačka  $a = 9 \text{ cm}$ .

- a)  $c = 2 \text{ cm}$   
 b)  $c = 5 \text{ cm}$

$$P = \frac{a+c}{2} \cdot v$$

$$56 = \frac{9+c}{2} \cdot 8$$

$$14 = 9+c$$

$$c = 5$$

6. Duljina stranice romba je  $a = 12.5 \text{ cm}$ . Njegove su dijagonale dugačke  $e = 7.5 \text{ cm}$  i  $f = 10 \text{ cm}$ . Izračunaj površinu i opseg tog romba.

- a)  $P = 75 \text{ cm}^2$   
 $o = 50 \text{ cm}$   
 b)  $P = \frac{75}{2} \text{ cm}^2$   
 $o = 50 \text{ cm}$

$$P = ?$$

$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

$$P = \frac{7.5 \cdot 10}{2}$$

$$P = \frac{75}{2}$$

7. Duljine stranica paralelograma su  $a = 6.4 \text{ cm}$  i  $b = 3.2 \text{ cm}$ . Izračunaj visine na stranice  $a$  i  $b$ , ako je površina paralelograma  $P = 19.2 \text{ cm}^2$ .

- a)  $v_a = 3 \text{ cm}$   
 $v_b = 6 \text{ cm}$   
 b)  $v_a = 6 \text{ cm}$   
 $v_b = 3 \text{ cm}$

$$P = a \cdot v_a$$

$$19.2 = 6.4 \cdot v_a$$

$$v_a = 3 \text{ cm}$$

$$19.2 : 6.4 = 3$$

Slika 5. Rješenje 4. nastavnog listića (Luka) (2)

S desne strane svakog zadatka prikaži postupak dobivanja rješenja, a zatim zaokruži točan odgovor.

**ZADACI:**

1. Duljine stranice paralelograma su  $a = 5 \text{ cm}$  i  $b = 4 \text{ cm}$ , a duljina visine na stranicu  $b$  iznosi  $v_b = 3 \text{ cm}$ . Izračunaj površinu i opseg paralelograma.

a)  $o = 18 \text{ cm}$   
 $P = 15 \text{ cm}^2$

b)  $o = 18 \text{ cm}$   
 $P = 12 \text{ cm}^2$

2. Površina nekog pravokutnika iznosi  $20 \text{ cm}^2$ . Izračunaj opseg pravokutnika, ako je jedna duljina jedne stranice  $b = 5 \text{ cm}$ .

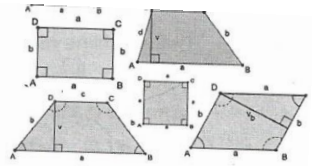
a)  $o = 18 \text{ cm}$   
 b)  $o = 25 \text{ cm}$

3. Izračunaj površinu kvadrata, ako njegov opseg iznosi  $o = 36 \text{ cm}$ .

a)  $P = 81 \text{ cm}^2$   
 b)  $P = 24 \text{ cm}^2$

4. Zbroj osnovica trapeza iznosi  $30 \text{ cm}$ . Ako je visina na osnovicu trapeza duljine  $v = 8 \text{ cm}$ , koliko je površina tog trapeza?

a)  $P = 120 \text{ cm}^2$   
 b)  $P = 240 \text{ cm}^2$



**RJEŠENJA:**

~~$o = 18 \text{ cm}$~~   
 $P = 12 \text{ cm}^2$

$P = a \cdot b$	$o = 2a + 2b$
$20 = a \cdot 5$	$o = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5$
$20 = 5a$	$o = 8 + 10$
$4 = a$	$o = 18 \text{ cm}$
$a = 4 \text{ cm}$	

$36 = 4 \cdot a$	$P = a \cdot a$
$36 = 4a$	$P = 9 \cdot 9$
$9 = a$	$P = 81 \text{ cm}^2$
$a = 9 \text{ cm}$	

$P = \frac{a+c}{2} \cdot v$
<del><math>P = \frac{30+1}{2} \cdot 8</math></del>
<del><math>P = 15 \cdot 8</math></del>
$P = 120 \text{ cm}^2$

~~$36 : 2 = 18$~~   
 ~~$\frac{36}{2} = 18$~~

$P = \frac{30 \cdot 8}{2}$   
 $P = 120$

Slika 6. Rješenje 4. nastavnog listića (Matej) (1)

5. Duljina visine nekog trapeza iznosi  $v = 8 \text{ cm}$ . Izračunaj duljinu njegove osnovice  $c$ , ako površina iznosi  $P = 56 \text{ cm}^2$ , a osnovica  $a$  je dugačka  $a = 9 \text{ cm}$ .

- a)  $c = 2 \text{ cm}$   
 b)  $c = 5 \text{ cm}$

$$56 : 4 = 14$$

$$\frac{-4}{16}$$

$$P = \frac{a+c}{2} \cdot v$$

$$56 = \frac{9+c}{2} \cdot 8$$

$$56 = 4 \cdot (9+c)$$

$$14 = 9+c$$

$$c = 5 \text{ cm}$$

6. Duljina stranice romba je  $a = 12.5 \text{ cm}$ . Njegove su dijagonale dugačke  $e = 7.5 \text{ cm}$  i  $f = 10 \text{ cm}$ . Izračunaj površinu i opseg tog romba.

- a)  $P = 75 \text{ cm}^2$   
 $o = 50 \text{ cm}$   
 b)  $P = \frac{75}{2} \text{ cm}^2$   
 $o = 50 \text{ cm}$

$$12.5 \cdot 4$$

$$50$$

$$o = 4 \cdot a$$

$$o = 4 \cdot 12.5$$

$$o = 50 \text{ cm}$$

$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

$$P = \frac{7.5 \cdot 10}{2}$$

$$P = \frac{75}{2}$$

7. Duljine stranica paralelograma su  $a = 6.4 \text{ cm}$  i  $b = 3.2 \text{ cm}$ . Izračunaj visine na stranice  $a$  i  $b$ , ako je površina paralelograma  $P = 19.2 \text{ cm}^2$ .

- a)  $v_a = 3 \text{ cm}$   
 $v_b = 6 \text{ cm}$   
 b)  $v_a = 6 \text{ cm}$   
 $v_b = 3 \text{ cm}$

$$P = b \cdot v_b$$

$$19.2 = 3.2 \cdot v_b$$

$$3.2 v_b = 19.2 / : 3.2$$

$$v_b = \frac{19.2}{3.2}$$

$$v_b = 6$$

$$19.2 : 3.2 = 192 : 32 = 6$$

Slika 7. Rješenje 4. nastavnog listića (Matej) (2)

Uspoređujući ova dva rješenja može se uočiti sljedeće:

Matej računske operacije računa sa strane na listiću, a pisano dijeljenje i dalje računa uz međukorak oduzimanja. Također, u zadacima najprije zapiše opću formulu, a potom uvrsti poznate komponente te računa ono što ostaje nepoznato. Kod dijeljenja nije za rezultat uvrštavao ponuđena rješenja, već je samostalno tražio broj koji je mogući količnik dvaju danih brojeva. U zadacima u kojima se traže dvije vrijednosti, računa paralelno prvu pa drugu vrijednost. Kartice je koristio samo kao pomoć da pogleda sliku i dane veličine te se je na taj način samostalno prisjetio formule potrebne za rješavanje zadatka.

Lukin pristup rješavanju zadatka se razlikuje od Matejevog pa je on, primjerice, u 6. zadatku računao samo površinu, budući da je uočio kako je opseg u oba rješenja isti. Isto je ponovio i u sljedećem zadatku, gdje je izračunao duljinu samo jedne visine. Sa strane je „pisano podijelio“  $19.2 : 6.4$ , a dobiveni rezultat je provjerio tako da je na glas računao  $3 \cdot 6.4$  te utvrdio da je rezultat točan. U slučaju da rezultat nije bio točan, provjerio bi je li rezultat ipak 6, jer su kao rješenje ponuđeni 3 ili 6. Pri rješavanju je u nekoliko zadataka koristio pomoć danih kartica na način da je najprije iz slike pokušao doći do formule, a potom po potrebi pogledao točnu formulu. Posebno možemo komentirati dvostruko zaokruživanje točnog odgovora, a i njegovu (ne)urednost te uočiti kako je nakon 5. zadatka počeo pisati urednije, a razlog tome je opaska učitelja učenicima na urednost zbog daljnjeg prikazivanja rezultata na fakultetu.

Iako smo ovdje koristili tradicionalan model uvježbavanja (nastavni listić), geometrijske teme su veoma pogodne za korištenje GeoGebre, programa dinamične geometrije, prilikom uvođenja, ali i uvježbavanja istih. Autori članka [8] ističu kako učenici koji se pri učenju koriste programima dinamične geometrije puno bolje usvajaju nove pojmove te im isti ostaju u dugotrajnijem pamćenju.

## ZAKLJUČAK

Iako su Matej i Luka karakterno potpuno različite osobe, njihove se poteškoće u učenju djelomično preklapaju. U ovom diplomskom radu dane su neke od metoda koje se mogu upotrijebiti u nastavi matematike. Učenici, posebice Matej, su dobro prihvatili pruženu potporu, a obojici je posebna nagrada, ali i sam poticaj na rad, bila školska ocjena *odličan*.

Kako bi napredak bio vidljiv i konstantan, učenicima kojima je potrebna pomoć i pažnja, potreban je pomagač koji će cijelo vrijeme biti uz njih. No bez obzira hoće li učenicima isti biti omogućeni, obveza i odgovornost svakog učitelja koji poučava u inkluzivnom razredu jest izrada individualnog odgojno-obrazovnog programa, kao i individualiziranih materijala za učenje.

Pa, ukoliko želimo biti dobri nastavnici te nam je u cilju da učenici iz naših razreda izlaze kao osobe koje su kvalitetno usvojile barem osnovne komponente danog gradiva, smatram da bi nam ovakvi učenici trebali biti izazov u radu. Jer veći je uspjeh ako učenika s poteškoćama u učenju dovedemo do prosječne razine znanja, nego ako od dobrog učenika učinimo izvrsnog.

## LITERATURA

1. *Pravilnik o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju*, (2015), [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2015\\_03\\_24\\_510.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2015_03_24_510.html), zadnje gledano: 18.06.2018.
2. Z. Stančić, S. S. Galešev, *Metodičko didaktički aspekti poučavanja matematike u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama*, (2005), *Metodička Petica, Metodički priručnik za učitelje uz udžbenik matematike za 5. razred*, SysPrint, 60-80.
3. M.Kavkler, M.K.Babuder, *Težave pri učenju matematike-strategije za izboljšanje razumevanja in učnih dosežkov učencev*, 1000 izvodov, Ljubljana, 2015
4. B. Antunović Piton, A. Bogner Boroš, P. Brkić, M. Karlo, N. Zvelf, *Matematika 6, udžbenik sa zbirkom zadataka za matematiku u šestom razredu osnovne škole, 2. dio*, Školska knjiga, Zagreb, 2014.
5. Katalog obveznih udžbenika i pripadajućih dopunskih nastavnih sredstava za osnovnu školu, (2017), <https://mzo.hr/hr/katalog-obveznih-udzbenika-pripadajucih-dopunskih-nastavnih-sredstava-za-osnovnu-skolu-gimnazije>
6. Lj. Igrić i sur., *Osnove edukacijskog uključivanja – Škola po mjeri svakog djeteta je moguća*, Školska knjiga, Zagreb, 2015.
7. *Stranice Antonije Horvatek za 6. razred: linearne jednadžbe*, <http://www.antonija-horvatek.from.hr/6-razred-matematika.htm#5-LinJedn>, zadnje gledano: 07.04.2018.
8. Ž. Dijanić, G. Trupčević, *The impact of using GeoGebra interactive applets on conceptual and procedural knowledge*, Mathematics education as a science and a profession (Z. Kolar-Begović, R. Kolar-Šuper, Lj. Jukić Matić), Element, Osijek, 2017, 161 – 174.
9. Ž. Bošnjak, B. Čulina, G. Paić, *Matematički izazovi 6, udžbenik iz matematike za šesti razred, drugi dio*, Alfa, Zagreb, 2014.
10. Nacionalni okvirni kurikulum, (2011), [http://www.azoo.hr/images/stories/dokumenti/Nacionalni\\_okvirni\\_kurikulum.pdf](http://www.azoo.hr/images/stories/dokumenti/Nacionalni_okvirni_kurikulum.pdf)



11. Nastavni plan i program za osnovnu školu, (2006),  
[http://www.azoo.hr/images/AZOO/Ravnatelji/RM/Nastavni\\_plan\\_i\\_program\\_za\\_osnovnu\\_skolu\\_-\\_MZOS\\_2006\\_.pdf](http://www.azoo.hr/images/AZOO/Ravnatelji/RM/Nastavni_plan_i_program_za_osnovnu_skolu_-_MZOS_2006_.pdf)

## SAŽETAK

U radu su opisane metode i postupci individualizacije u nastavi matematike u 6. razredu osnovne škole. U te je svrhe promatran napredak dva učenika, koji nastavu pohađaju po individualiziranom odgojno-obrazovnom programu. Istraživanje je provedeno u školskoj godini 2017./2018., dok su učenici pohađali 6. razred osnovne škole.

Rad se sastoji od dva poglavlja. U prvom su poglavlju opisani stanje i analiza učenika te su dane definicije određenih poteškoća u učenju. U drugom poglavlju dana je detaljna analiza postupaka i metoda korištenih pri pojednostavljivanju nastavnog sadržaja, kao i analiza napretka te usporedba učenika međusobno.

## **SUMMARY**

In this thesis we provide the methods and processes of individualization when teaching math in 6th grade of primary school. For those purpose, this thesis presents the conclusions made by observing two of the pupils that attend individualized educational program. The research was conducted in the school year 2017/2018, when the pupils attended 6th grade of primary school.

The thesis consists of two chapters. First chapter introduces the condition and the analysis of each of the pupils observed and defines certain learning disabilities. Second chapter presents detailed analysis of the processes and methods used when simplifying the curriculum, and the analysis of their progress individually as well as compared against each other.

## ŽIVOTOPIS

Rođena sam 6.lipnja 1992. godine u Puli, nakon čega sam djetinjstvo provela u Žminju, malom mjestu u srcu Istre. Nakon osnovne škole Vladimira Gortana u Žminju, završila sam i srednju školu „Pazinski kolegij – klasična gimnazija“ u Pazinu. Na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu sam 2011. godine upisala Preddiplomski sveučilišni studij Matematika, a 2013. se prebacila na Preddiplomski sveučilišni studij Matematika; smjer: nastavnički. Nakon uspješnog završetka preddiplomskog studija, 2016. godine sam upisala Diplomski sveučilišni studij Matematika i informatika; smjer: nastavnički. Metodičku praksu iz matematike i informatike sam odradila u Osnovnoj školi Augusta Harambašića te u XV. gimnaziji u Zagrebu.