

E-učenje u nastavi matematike u osnovnoj i srednjoj školi-mogućnosti i primjeri

Lepoglavec, Marko

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:751573>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-12-27**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
MATEMATIČKI ODSJEK

Marko Lepoglavec

E-UČENJE U NASTAVI MATEMATIKE U
OSNOVNOJ I SREDNJOJ ŠKOLI – MOGUĆNOSTI I
PRIMJERI

Diplomski rad

Voditeljica rada:

Prof. dr. sc. Aleksandra Čižmešija

Zagreb, veljača 2019.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana _____ pred nastavničkim povjerenstvom u sastavu:

1. _____, predsjednik

2. _____, član

3. _____, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom _____.

Potpisi članova povjerenstva:

1. _____

2. _____

3. _____

Zahvala

Zahvaljujem mentorici prof. dr. sc. Aleksandri Čižmešiji na svim savjetima i sugestijama, a najviše na strpljenju i razumijevanju za vrijeme izrade ovog rada, ali i tijekom cijelo studija.

Hvala čitavoj mojoj obitelji i prijateljima na podršci koju su mi pružili za vrijeme studiranja i tijekom mojih izvannastavnih aktivnosti, koje su me ponajviše definirale kao osobu koja trenutno jesam.

Posebna zahvala ide mojoj boljoj polovici na potpori u svim kriznim trenucima, strpljenju i vjeri u mene. Hvala ti, zbog tebe sam bolja osoba.

SADRŽAJ

UVOD	1
1. KLJUČNE KOMPETENCIJE ZA CJELOŽIVOTNO UČENJE	3
1.1 MATEMATIČKA KOMPETENCIJA I TEMELJNE KOMPETENCIJE U PRIRODNIM ZNANOSTIMA I TEHNOLOGIJI	5
1.2 DIGITALNA KOMPETENCIJA	7
2. E-UČENJE	9
2.1 KONCEPT E-UČENJA.....	9
2.2 STRATEGIJE E-UČENJA.....	15
2.3 SUSTAVI ZA E-UČENJE	18
2.3.1 <i>Platforme</i>	19
2.3.2 <i>Alati</i>	22
2.4 PREDNOSTI I NEDOSTATCI E-UČENJA.....	27
3. DIGITALNA KOMPETENCIJA NASTAVNIKA.....	31
3.1 EUROPSKI OKVIR DIGITALNE KOMPETENCIJE NASTAVNIKA.....	32
3.2 DIGITALNA KOMPETENCIJA NASTAVNIKA U REPUBLICI HRVATSKOJ	37
4. PRIMJERI PRIMJENE E-UČENJA U NASTAVI MATEMATIKE.....	39
4.1 PRIMJENA E-UČENJA U UČENJU I POUČAVANJU KVADRIRANJA I POTENCIRANJA.....	39
4.1.1 <i>Potencije s prirodnim eksponentom</i>	42
4.1.2 <i>Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom</i>	48
4.1.3 <i>Množenje potencija s bazom 10</i>	54
4.1.4 <i>Dijeljenje potencija s bazom 10</i>	61
4.1.5 <i>Potenciranje potencije s bazom 10</i>	66
4.1.6 <i>Znanstveni zapis broja</i>	75
4.1.7 <i>Zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10</i>	84
4.2 PRIMJENA E-UČENJA U UČENJU I POUČAVANJU U GEOMETRIJI NA PRIMJERU TROKUTA	89
4.2.1 <i>Prepoznamo trokut</i>	90
4.2.2 <i>Geometrijski lik</i>	93
4.2.3 <i>Opisujemo trokut</i>	94
4.2.4 <i>Vrhovi, stranice, simbolička oznaka</i>	101
4.2.5 <i>Što pripada trokutu?</i>	106
ZAKLJUČAK.....	111
PRILOZI.....	113
LITERATURA	171
SAŽETAK.....	175
SUMMARY.....	177
ŽIVOTOPIS.....	179

Uvod

Tehnološki razvoj u 21. stoljeću prisutan je u svim segmentima društva. Medicina je u potpunosti promijenila svoje tehnike liječenja, za sve pretrage prisutni su uređaji, koji su produkt razvoja tehnologije. U poljoprivredi je danas nezamislivo funkcioniranje bez upotrebe tehnologije i pametnih sustava. Stvaraju se pametni gradovi, inteligentni sustavi upravljaju prometnicama, koriste se senzori kako bi promet bio tečniji, a sve u svrhu boljitka i napretka. Gospodarstvo je ovisno o tehnologiji, a znanost se ne može razvijati bez primjene informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT). Tehnologija se razvija, a društvo bira kako će ju koristiti. Upravo je oblikovanje društva bitno kako bi se tehnologija iskoristila u prave svrhe.

Društvo se oblikuje i formira od samih početaka. Tako je od iznimne važnosti obrazovanje i nastavni procesi koji oblikuju učenike. Suvremeni nastavni procesi trebaju biti usmjereni na učenika i njegovu ulogu u društvu. Cijeli taj proces neizbježan je bez upotrebe IKT-a u nastavi. Svako učenje postalo je e-učenje jer je nezamislivo učenje bez korištenja tehnologije, neovisno na koji se način koristi tehnologija. To je prepoznao i

Europski parlament, koji je definirao ključne kompetencije potrebne za cjeloživotno učenje. Upravo prvo poglavlje ovog rada definira koje su to ključne kompetencije za cjeloživotno učenje i izdvaja matematičku kompetenciju i temeljne kompetencije za prirodnim znanostima i tehnologiji te digitalne kompetencije kao dvije koje su najviše usmjerene na digitalnu osviještenost. Jedan od načina kako učenici mogu razvijati digitalne kompetencije je i e-učenje. Drugo poglavlje posvećeno je e-učenju, konceptu i prednostima, ali i nedostacima, te načinu na koji e-učenje može pridonijeti razvoju digitalnih kompetencija. Kako bi učenici uspješno razvijali digitalne kompetencije, nastavnici koji ih poučavaju moraju biti dovoljno educirani i sami posjedovati određene digitalne kompetencije. Tako je u trećem poglavlju opisano što je to digitalna kompetencija nastavnika, ali i kako nastavnici mogu razvijati svoju digitalnu kompetenciju. Tako je preciziran europski okvir za digitalne kompetencije nastavnika te je opisano na koji način nastavnici u Republici Hrvatskoj mogu razvijati svoje digitalne kompetencije. Četvrti dio rada, na praktičnim primjerima objašnjava kako se e-učenje može primijeniti u nastavi matematike u osnovnoj i srednjoj školi te koje su mu mogućnosti na primjeru izrade i provedbe aktivnosti putem platforme i koristeći alate. Na primjeru primjene platforme u nastavi matematike, koristit će se platforma *Merlin*, dok će se primjena alata u nastavi matematike pokazati koristeći alat *Mentimeter*, jednim od sustava za interaktivno glasovanje.

1. Ključne kompetencije za cjeloživotno učenje

Učestalost promjena i tehnološki napredak zahtijevaju stalno usavršavanje u pogledu razvijanja znanja i vještina. Osobni razvoj pojedinca događa se tijekom cijelog života. Znanja koja su usvojena tijekom obrazovanja nisu dostatna za kvalitetan život. Ljudi moraju stalno ulagati u sebe i upravo svaku aktivnost učenja tijekom života s ciljem unapređenja znanja i vještina nazivamo cjeloživotnim učenjem. Cjeloživotno učenje može biti formalno, informalno i neformalno. Formalnim učenjem možemo smatrati ono učenje koje rezultira iz aktivnosti koje se odvijaju u obrazovnim institucijama. Informalnim učenjem možemo smatrati ono učenje koje rezultira iz dnevnih aktivnosti izvan obrazovnih ustanova, a nije organizirano s ciljem unapređenja znanja i vještina, dok se neformalno učenje smatra onim učenjem koje se, kao i informalno, odvija izvan obrazovnih institucija, u okviru slobodnih aktivnosti, ali s ciljem unapređenja znanja i vještina. U ovom diplomskom radu fokusirat ćemo se na formalno učenje, koje se odvija cijeli život u obrazovnim institucijama, ali se temelji na onim znanjima i vještinama stečenim u školi. Važnost cjeloživotnog učenja prepoznala je i Europska unija, pa je tako Europski parlament donio Preporuku o ključnim kompetencijama za cjeloživotno učenje objavljenu 2006. godine u *Official Journal of the European Union* [5]. Prema Preporuci, obrazovanje, uz društvenu i ekonomsku, ima ulogu u osiguravanju stjecanja ključnih kompetencija

potrebnih europskim građanima za prilagodbu promjenama i izazovima koje pred njih stavlja globalizacija. Potrebno je osigurati jednak pristup skupinama ljudi koji zbog različitih okolnosti (osobnih, društvenih, kulturnih i ekonomskih) zaostaju u obrazovanju. Primjeri takvih skupina su ljudi s nižim temeljnim vještinama, nezaposlene osobe, migranti, osobe s invaliditetom i drugi. Sastavni dio Preporuke jest i Europski referentni okvir, koji za ciljeve ima uočavanje i definiranje ključnih kompetencija za osobni razvoj i mogućnost zaposlenja; pružanje potpore radu država članica Europske unije kako bi putem obrazovanja mladi ljudi stekli ključne kompetencije do one razine na kojoj su spremni za život kao odrasle osobe, a koje su temelj za daljnje učenje i radni život te da odrasli mogu razvijati i osuvremenjivati svoje ključne kompetencije tijekom cijelog života; pružanje referentnog alata na europskoj razini i pružanje okvira za daljnje mjere na razini Europske unije. Kompetencije su definirane kao kombinacija znanja, vještina i stavova prilagođenih kontekstu, a ključne kompetencije su potrebne svim pojedincima za osobno potvrđivanje i razvoj te aktivan građanski život, društvenu integraciju i zapošljavanje. Referentni okvir navodi osam ključnih kompetencija za cjeloživotno učenje, a to su:

1. komunikacija na materinskom jeziku,
2. komunikacija na stranom jeziku,
3. matematička kompetencija i temeljne kompetencije u prirodnim znanostima i tehnologiji,
4. digitalna kompetencija,
5. kompetencija učenja,
6. društvene i građanske kompetencije,
7. smisao za inicijativu i poduzetništvo i
8. kulturološka senzibilizacija i izražavanje.

Prema Preporuci o ključnim kompetencijama za cjeloživotno učenje [5], sve se ključne kompetencije smatraju jednako važnima, mnoge se preklapaju, a svaka od njih može pridonijeti uspješnom životu. Niz pojmova koji imaju ulogu u svih osam ključnih kompetencija, poput kritičkog mišljenja, kreativnosti, inicijative, rješavanja problema, procjene rizika, donošenje odluka i konstruktivno upravljanje osjećajima, koristi se u cijelom Referentnom okviru. Međutim, promatrajući Referentni okvir iz aspekta

matematike, možemo istaknuti matematičku kompetenciju i temeljne kompetencije u prirodnim znanostima i tehnologiji te digitalnu kompetenciju kao one koje najviše doprinose u razumijevanju i obradi matematičkog sadržaja.

1.1 Matematička kompetencija i temeljne kompetencije u prirodnim znanostima i tehnologiji

Matematička kompetencija, u Europskom referentnom okviru [5], definirana je kao sposobnost razvijanja i primjene matematičkog mišljenja u cilju rješavanja niza problema u svakodnevnim situacijama. Oslanjajući se na dobro savladano računanje, naglasak se stavlja na rasuđivanje i aktivnosti, isto kao i na znanje. Matematička kompetencija ujedno uključuje sposobnost i volju korištenja matematičkog mišljenja i izražavanja. Matematički način mišljenja podrazumijeva logičko i prostorno razmišljanje dok matematičko izražavanje obuhvaća izražavanje formulama, modelima, konstrukcijama, grafikonima i dijagramima.

Prema Europskom referentnom okviru [5], dobro poznavanje brojeva, mjera i struktura, osnovnih operacija i osnova matematičkog prikazivanja te razumijevanje matematičkih izraza i pojmova, kao i osjećaj na koja pitanja matematika može ponuditi odgovore, potrebna su znanja u matematici ključna za matematičku kompetenciju. Pojedinaac treba raspolagati vještinama primjene temeljnih matematičkih načela i rasuđivanja u svakodnevnom životu te razumjeti i procjenjivati različite faze argumentacije, matematički rasuđivati, razumjeti matematičke dokaze i komunicirati matematičkim jezikom te koristiti odgovarajuća pomagala. Istina, pronalaženje argumenata i procjenjivanje valjanosti istih ključni su za pozitivan stav prema matematici.

Sposobnost primjenjivanja matematike prilikom rješavanja problema u svakodnevnim situacijama također istražuje i Organizacija za ekonomsku suradnju i razvoj (OECD). OECD je krajem 1990-ih pokrenulo jedno od najvećih obrazovnih istraživanja na svijetu. Program za međunarodno vrednovanje učenika (PISA) [14] nastoji ispitati koliko su mladi spremni primijeniti znanje i vještine za aktivno sudjelovanje u svakodnevnom životu.

PISA stavlja naglasak na pismenost te definira razvoj pismene osobe kao jednu od najvažnijih zadaća škole. Nekad se pod pismenom osobom smatrala osoba koja zna čitati i pisati. Tehnološkim napretkom i sve većom ulogom matematike, tehnologije i prirodoslovlja u današnjem društvu, pismenom osobom, uz znanje čitanja i pisanja, smatra se ona osoba koja je matematički, tehnološki i prirodoslovno pismena. PISA definira pismenost kao sposobnost primjene znanja i vještina za aktivno sudjelovanje u društvenom, kulturnom i političkom životu te za uspješno pronalaženje i zadržavanje radnog mjesta. Razumijevanje matematike jedan je od ključnih elemenata pripremljenosti mladih na suočavanje s velikim brojem problema i situacijama u svakodnevnom životu. Matematička pismenost zapravo je usredotočena na sposobnost učenika da analiziraju, logički zaključuju i učinkovito iznose svoje ideje prilikom rješavanja matematičkih problema u različitim situacijama u svakodnevnom životu. PISA definira matematičku pismenost kao sposobnost formuliranja, primjenjivanja i tumačenja matematike u različitim kontekstima, koja obuhvaća matematičko zaključivanje i primjenu matematičkih koncepata, postupaka, činjenica i alata potrebnih za opisivanje, objašnjavanje i predviđanje pojava. Matematička pismenost pomaže pojedincu da prepozna ulogu koju matematika ima u svijetu i da donosi dobro utemeljene odluke i prosudbe koje su mu potrebne kao konstruktivnom, zainteresiranom i promišljajućem građaninu.

Europski referentni okvir [5], uz matematičke kompetencije, definira i temeljne kompetencije u prirodnim znanostima i tehnologiji. Kompetencije u prirodnim znanostima definira kao sposobnost i volju korištenja znanja i vještina za objašnjavanje svijeta prirode, postavljanjem pitanja kako bi do zaključka došli na temelju dokaza. PISA [14] pak u kontekstu prirodnih znanosti definira prirodoslovnu pismenost kao prirodoslovno znanje pojedinca i sposobnost primjene tog znanja s ciljem prepoznavanja pitanja na koje znanost može dati odgovor te sposobnost stjecanja novog znanja, objašnjavanja prirodoslovnih pojava, kao i izvođenja zaključaka utemeljenih na dokazima o prirodoslovnim problemima.

Europski referentni okvir [5] opisuje kompetencije u tehnologiji kao primjenu tehnološkog znanja metodologije u odgovaranju na želje i potrebe ljudi. Razumijevanje djelovanja znanosti i tehnologije na prirodni svijet, uz temeljne pojmove i načela znanstvenih metoda i tehnologija trebaju omogućiti pojedincima bolje razumijevanje

napretka, ograničenja, ali i opasnosti od raznih znanstvenih teorija i njihove primjene u društvu općenito. Kompetencije u tehnologiji uključuju stav kritičnog procjenjivanja i radoznalosti, zainteresiranost za etička pitanja, posebno kada je u pitanju znanstveni i tehnološki napredak društva.

1.2 Digitalna kompetencija

Prema Europskom referentnom okviru [5], digitalna kompetencija obuhvaća sigurno i kritičko korištenje tehnologija informacijskog društva (TID) za komunikaciju, slobodno vrijeme i rad. Nju podupiru osnovne vještine IKT-a, kao što su korištenje računala za traženje, procjenjivanje, pohranjivanje, proizvodnju, prezentiranje i razmjenu informacija te za sudjelovanje i komuniciranje u društvenim mrežama putem Interneta.

Slično kao i Europski referentni okvir, Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje (NOK) [13], nacionalni dokument koji definira vrijednosti, ciljeve, načela i sadržaj odgojno – obrazovnih područja i vrednovanje učeničkih postignuća, definirao je digitalnu kompetenciju kao osposobljenost za sigurnu i kritičku upotrebu IKT-a za rad u osobnomu i društvenomu životu, kao i u komunikaciji. Ključni elementi digitalne kompetencije su osnovne informacijsko-komunikacijske vještine i sposobnosti poput upotrebe računala za pronalaženje, procjenu, pohranjivanje, stvaranje, prikazivanje i razmjenu informacija te razvijanje suradničkih mreža putem Interneta.

Prema Europskom referentnom okviru [5], digitalna kompetencija zahtjeva dobro razumijevanje uloge i mogućnosti koje TID pruža u svakodnevnim situacijama u društvenom, ali i osobnom životu. Između ostalog, to obuhvaća i računalne aplikacije poput obrade teksta, proračunskih tablica, baza podataka, komunikacije putem elektroničke pošte i drugih elektroničkih medija. Pojedinci trebaju biti svjesni kako TID može dati doprinos kreativnosti i inovaciji, ali također trebaju biti i svjesni svih prava i obaveza te etičkih načela vezanih za interaktivno korištenje TID-a. Korištenje TID-a zahtjeva kritički stav prema raspoloživim informacijama, kao i odgovorno korištenje

interaktivnih medija. Pojedinci trebaju imati vještine korištenja alata za proizvodnju, prezentiranje, ali i razumijevanje svih dostupnih informacija, kao i za korištenje Interneta.

Uz digitalne kompetencije veže se i pojam digitalne inteligencije. Prema Tomić i Juričić [26], World Economic Forum je 2014. je digitalnu inteligenciju definirao kao skup društvenih, emocionalnih i kognitivnih sposobnosti koje omogućuju pojedincima da se prilagode zahtjevima digitalnog života i suoče sa svim izazovima na koje naiđu. Tako digitalni kompetenciju svrstavaju na tri razine:

1. digitalno građanstvo,
2. digitalna kreativnost,
3. digitalna poduzetnost.

Digitalno građanstvo se odnosi na sposobnost korištenja digitalne tehnologije na siguran i odgovoran, ali i učinkovit način. Digitalna kreativnost se odnosi na sposobnost sudjelovanja u digitalnome svijetu stvaranjem novih sadržaja uz pomoć digitalnih alata. Digitalna poduzetnost se odnosi na sposobnost korištenja digitalnih tehnologija za rješavanje globalnih izazova ili stvaranje novih mogućnosti. Razvojem vještina digitalne inteligencije, doprinosi se razvoju digitalne kompetencije. World Economic Forum ističe osam vještina digitalne inteligencije:

1. digitalni identitet,
2. digitalna uporaba,
3. digitalna sigurnost,
4. digitalna zaštita podataka,
5. digitalna emocionalna inteligencija,
6. digitalna komunikacija,
7. digitalna pismenost,
8. digitalna prava.

2. E-učenje

Ključne kompetencije za cjeloživotno učenje treba stalno razvijati. Matematičari se posebno fokusiraju na razvoj matematičke kompetencije i temeljne kompetencije u prirodnim znanostima i tehnologiji te digitalne kompetencije. Jedan od načina razvijanja tih kompetencija jest i e-učenje. U drugoj cjelini opisat ćemo koncept e-učenja u kojem ćemo definirati pojam e-učenja te nabrojati vrste i razine e-učenja. Osvrnut ćemo se na metode, odnosno strategije e-učenja kojim doprinosimo razvoju kompetencija, ali i na dostupne sustave za e-učenje, kao što su razne platforme i alati, te na sve prednosti i nedostatke koje e-učenje donosi.

2.1 Koncept e-učenja

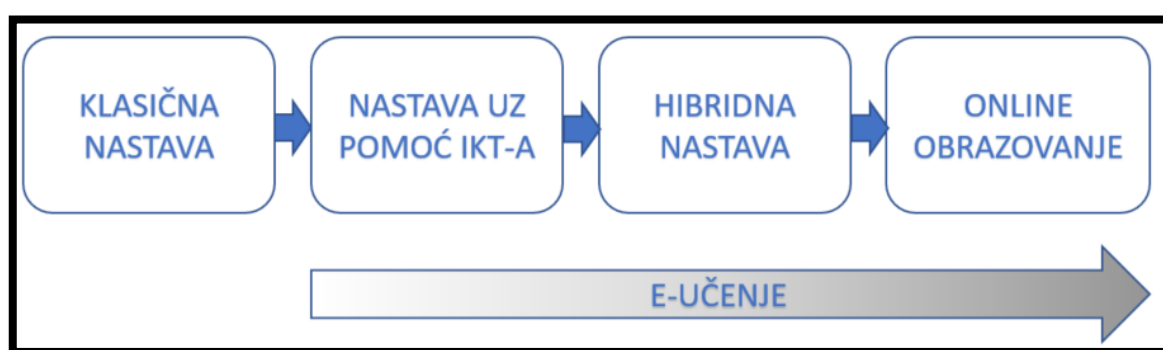
Ne postoji jedinstvena definicija e-učenja. Jedno od danih objašnjenja što je to e-učenje, dao je George Siemens [17], koji je definirao e-učenje kao brak tehnologije i obrazovanja.

Neke od definicija naglasak stavljaju na tehnologiju, dok druge definicije naglasak ipak stavljaju na sam proces učenja i poučavanja. Iako ima raznih definicija, sve se svode na definiranje e-učenja kao učenja uz korištenje IKT-a. Tako prema Ćukušić i Jadrić [3], možemo pronaći definicije e-učenja koje su dali Boer i Collis 2002. te definirali e-učenje kao potporu učenju primjenom mrežne tehnologije, a posebice web tehnologije; Morrison 2003. koji je definirao e-učenje kao kontinuiranu asimilaciju znanja i vještina aktivnostima učenja koje su kreirane, dostavljene, podržane i upravljane internetskim tehnologijama; Siozos i Palaigeorgiou 2008. koji su e-učenje definirali kao učenje koje je potpomognuto i poboljšano te olakšano primjenom digitalnih sadržaja i alata te je termin koji obuhvaća skup tehnoloških alata, resursa, aplikacija i metoda te procesa koje se primjenjuju za kreiranje, upravljanje, širenje, ali i procjenu znanja.

Sumirano, svaka od navedenih definicija se svodi na korištenje IKT-a radi olakšavanja procesa učenja, pa je tako i jednu od najpoznatijih definicija e-učenja u Velikoj Britaniji, koja sumira sve prethodne definicije, prema Ćukušić i Jadrić [3], izrekao Turvey 2009. te definirao e-učenje kao fleksibilno učenje, koje možemo promatrati kao učenje na daljinu uz primjenu IKT-a za osiguravanje komunikacije i podrške među pojedincima i skupinama, a sve radi pružanja bolje podrške učenicima i boljeg upravljanja učenjem.

S obzirom na sve definicije e-učenja koje možemo pronaći i način uporabe IKT-a, možemo promatrati i vrste e-učenja prema razini korištenja tehnologije u nastavi, kao i vrste e-učenja s obzirom na vrijeme i mjesto pristupanja. Promatrajući vrste e-učenja prema razini korištenja tehnologije u nastavi, prema Jandrić, Tomić i Kralj [12], Hoić-Božić 2015. izdvaja četiri kategorije uz pomoć kontinuuma e-učenja. Prva od četiri kategorije je klasična nastava, odnosno nastava u učionici koja tehnologiju koristi za pripremanje nastave, ali nije prisutna u učionici. Druga kategorija je nastava uz pomoć IKT-a, odnosno kada se tehnologija uglavnom koristi u svrhu poboljšavanja klasične nastave, poput korištenja prezentacija, web sjedišta, multimedijских sadržaja, programa za testiranje, elektroničke pošte, web 2 digitalnih alata poput foruma, wiki sustava i bloga te društvenih mreža. Treća kategorija je mješovita, odnosno hibridna nastava koja je kombinacija klasične nastave uz pomoć tehnologije kao što su videokonferencije i društvene mreže te LMS (engl. *Learning Management System*), LCMS (engl. *Learning Content Management System*), CMS (engl. *Content Management System*) i VLE (engl.

Virtual Learning Environment) sustavi, koje ćemo definirati malo kasnije. Četvrta kategorija je *online* obrazovanje, kada se učenje i poučavanje odvija isključivo putem Interneta te nema nastave licem u lice, a koristi se ista tehnologija kao i u hibridnoj nastavi. Prednost je to što učenik ima u potpunosti vlastiti tempo učenja. Tako se uvijek može i vratiti na prethodne cjeline za koje smatra da nije dovoljno savladao, ali svakako online učenje ne može u potpunosti zamijeniti hibridno ili pak klasično učenje s obzirom na potrebe odgovora na pojedina pitanja u specifičnim trenucima, kada ih učenik ne može dobiti od nastavnika te je primoran samostalno potražiti na Internetu, ako to uspije.



Slika 2.1.1. *Kontinuum e-učenja*

Prema Jandrić, Tomić i Kralj [12], Jandrić i Boras su 2012., kao i svaku drugu klasifikaciju, i kontinuum e-učenja okarakterizirali kao podložan ograničenjima, koja proizlaze iz činjenice da niti jedan proces učenja i poučavanja ne pripada u potpunosti zadanim kategorijama. Primjerice, kada nastavnik pripremi nastavu putem računala, a onda je izvede u učionici te se tada postavlja pitanje je li to i dalje klasična nastava ili nastava uz pomoć IKT-a.

Prema razini primjene tehnologije e-učenja, e-učenje na razine dijeli i Sveučilište u Zagrebu. Prema Odluci Sveučilišta u Zagrebu o oblicima sveučilišne nastave prema razini primjene tehnologija e-učenja [19] razlikujemo tri razine e-učenja. Razine se određuju svrhom, opsegom i načinom primjene IKT-a u nastavi. Razine se odnose na mješoviti oblik e-učenja, pri čemu se podrazumijeva da više razine sadržavaju elemente nižih razina. Razina 1 ima cilj osigurati pristup informacijama o kolegiju, omogućiti korištenje nastavnog materijala i olakšati komunikaciju između nastavnika u studenata. Upotrebljava se web stranica kolegija, elektronička pošta, forum te sustav za e-učenje, a način i svrha

korištenja tehnologije su objava informacija o kolegiju, ishoda učenja, plana i program rada te komunikacija nastavnika sa studentima putem elektroničke pošte, kao i otvaranje foruma za diskusiju. Razina 2 ima cilj integrirati sustav za e-učenje s klasičnom nastavom radi olakšavanja usvajanja znanja. Upotrebljavaju se sustav za e-učenje, webinar, videokonferencije te e-portfolio sustav, a način i svrha korištenja tehnologija su dostupnost odabranog nastavnog materijala organiziranog prema nastavnim cjelinama, otvoreni forumi s vijestima te forumi vezani uz nastavne cjeline, dostupnost kalendara događanja u kolegiju poput ispita i predavanja, objava obavijesti vezanih uz kolegij poput općih obavijesti i rezultata kolokvija. Također su to i mogućnost predaje zadataka putem sustava za e-učenje, kao i samostalne provjere znanja po pojedinim nastavnim cjelinama, mogućnost održavanja predavanja putem Interneta u realnom vremenu, izrada pojmovnika, dopuna nastavnih materijala korištenjem videozapisa i audio zapisa te administracija vezana uz studente poput prisutnosti na nastavi. Razina 3 ima cilj napraviti pomak u obrazovnom procesu s modela usmjerenog na prijenos znanja nastavnika prema modelu usmjerenom na studenta i na razvoj te stjecanje njegovih vlastitih kompetencija. Koriste se sustav za e-učenje, videokonferencije, webinar, e-portfolio sustav, ali i drugi web 2.0 alati, tako da je sav nastavni materijal organiziran prema nastavnim cjelinama i dostupan putem e-učenja, a kolegij je organiziran na način koji omogućava individualizaciju nastavnog procesa. Tehnologija koristi se i radi oblikovanja okruženja u kojem studenti preuzimaju aktivnu ulogu u procesu i odgovornost za postizanje ishoda učenja, kao i za organizaciju kolegija kako bi se mogli ugraditi mehanizmi koji potiču razvoj temeljnih kompetencija. Oblikovanjem okruženja potiče se razvoj kreativnosti te se boduju sve relevantne aktivnosti poput diskusija, pristupa materijalima i samostalnim provjerama znanja. Ujedno se omogućava i predavanje te ocjenjivanje zadataka, seminara i testova putem sustava za e-učenje, kao i administracija vezana za studente poput prisutnosti na nastavi

Promatrajući vrste e-učenja s obzirom na vrijeme i mjesto pristupanja, Čukušić i Jadrić [3], ističu četiri moguće vrste e-učenja:

1. isto vrijeme – isto mjesto, odnosno klasični način učenja u učionici u kojoj se svi učenici nalaze u isto vrijeme,

2. različito vrijeme – isto mjesto, odnosno učenje u kojem učenici imaju slobodu odabira vremena pristupa sadržaju, ali na istom mjestu, primjerice u školi,
3. isto vrijeme – različito mjesto, odnosno učenje u kojem učenici mogu pristupiti sadržajima s različitih mjesta, ali u isto vrijeme te ova vrsta otvara mogućnost sinkronog oblika e-učenja,
4. različito vrijeme – različito mjesto, odnosno učenje u kojem učenici mogu pristupiti sadržajima s različitih mjesta u različito vrijeme te ova vrsta otvara mogućnost asinkronog oblika e-učenja.



Slika 2.1.2. Vrste e-učenja u odnosu na vrijeme odvijanja

Upravo u odnosu na vrijeme odvijanja e-učenja, promatramo sinkrono i asinkrono učenje. Sinkrono učenje, odnosno učenje koje se odvija u isto vrijeme ili unutar nekog kraćeg intervala vremena, može osigurati dvosmjernu komunikaciju između učenika i nastavnika te je vrlo učinkovito kada je potrebna brza izmjena materijala. Također ima i vremenske i financijske koristi u odnosu prema klasičnoj učionici u vidu eliminacije troškova putovanja, ali time se stvara gubitak neverbalne komunikacije između nastavnika i učenika. Asinkrono učenje, odnosno učenje u različito vrijeme bez definiranih kratkih vremenskih intervala, s druge strane ne zahtjeva uključivanje nastavnika, omogućuje

korištenje sadržaja kada to odgovara učenicima. Tada sadržaj treba osigurati veću dubinu informacija i mora više zainteresirati učenike [3]

Naravno, uz gore navedene, e-učenje možemo razlikovati po nizu kriterija. Tako prema Ćukušić i Jadrić [3], Horton i Horton 2003. razlikuju tipove e-učenja prema načinu primjene IKT-a u poučavanju. Navode e-učenje vođeno polaznikom, kada polaznici samostalno pristupaju sadržajima te ne postoje ni instruktori ni moderatori s kojima bi polaznik mogao kontaktirati, a nema ni restrikcija u smislu korištenja sustava. Moderirano e-učenje je kombinacija e-učenja vođenog polaznikom i e-učenja vođenog nastavnikom te polaznik pristupa sadržajima vlastitim tempom, moderator ne podučava te je kontakt s moderatorom asinkronog karaktera. Kod e-učenja vođenog nastavnikom upotrebljava se web-orijentirana tehnologija putem koje se ostvaruje komunikacija između polaznika i nastavnika u stvarnom vremenu putem primjerice videokonferencija. Ugrađeno e-učenje, kao oblik e-učenja na daljinu dostupan je prema načelu *just-in-time*, a sadržaji su ugrađeni u računalne programe koji pomažu polaznicima da riješe probleme čije rješenje trebaju trenutačno. Posljednji tip e-učenja je *telementoring* kod kojeg se primjenjuju suvremene IKT s pomoću kojih nastavnik vodi i usmjerava polaznike.

Također prema Ćukušić i Jadrić [3], Kermek 2007. razlikuje e-učenje prema tempu savladavanja sadržaja učenja, usmjerenosti, primjerna tehnologije i odnosu s drugim polaznicima. Tempo savladavanja sadržaja učenja može učenik odrediti samostalno ili ga pak može odrediti nastavnik, e-učenje može biti usmjereno na sadržaj ili pak na proces, primjena tehnologije može biti potpuna ili pak mješovita, a s obzirom na odnos s drugim polaznicama razlikujemo rad može biti samostalan ili pak timski.

Kako god promatrali e-učenje, razlikovali ga prema raznim kriterijima ili razinama, ima svrhu i cilj unaprijediti način učenja i poučavanja. Prema Ćukušić i Jadrić [3], portal Elearningeuropa.info ističe tri cilja e-učenja kao načela e-učenja, a to su:

1. pomoći pojedincima da ostvare svoj puni potencijal i vode sretan i produktivan život
2. reducirati nejednakosti i nepodudaranje između pojedinaca i skupina
3. osigurati poklapanje potreba poslovnog svijeta s dostupnim znanjima, kompetencijama i vještinama na tržištu.

Raznim se metodama pokušavaju ostvariti ti ciljevi. E-učenje se može koristiti na razne načine, a sami korisnici odabiru najbolje strategije prema svojim mogućnostima.

2.2 Strategije e-učenja

E-učenje je omogućilo niz drugih mogućnosti u suvremenom pristupu u obrazovanju. Suvremeni pristupi u obrazovanju uz adekvatnu primjenu IKT-a pridonose aktivnom učenju zasnovanom na istraživanjima, razmjeni iskustva, razumijevanju i primjeni te upravo u središte nastavnog procesa stavljaju učenika te potiču kritičko mišljenje i timski rad, pa se takav pristup može smatrati i strategijom e-učenja. Razne su metode i strategije e-učenja kojim se ostvaruju željeni ciljevi. Osvrnut ćemo se na četiri strategije, interaktivnu komunikaciju, istraživačku nastavu, "obrnutu učionicu" i igrifikaciju.

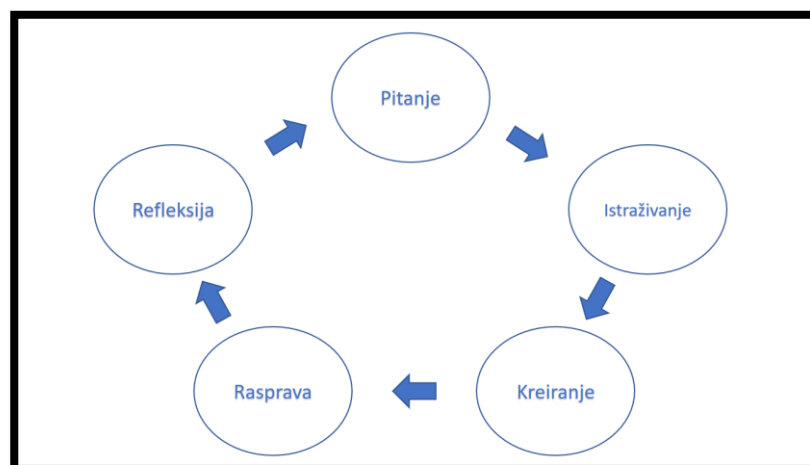
Interaktivnom komunikacijom u e-učenju smatramo višesmjernom komunikacijom uz podršku IKT-a. Iznimno je bitna angažiranost učenika u samom procesu komunikacije. Dok prema Tomić i Juričić [26], jednosmjerna komunikacija podrazumijeva komunikaciju u kojoj jedna strana aktivno sudjeluje u kreiranju komunikacijskih sadržaja, a druga je samo konzument, višesmjerna komunikacija podrazumijeva komunikaciju u kojoj su svi sudionici aktivno uključeni u stvaranje komunikacijskih sadržaja, s mogućnošću utjecaja na već gotove sadržaje. Iznimno je bitno ispravno koristiti digitalne alate za interaktivnu tehnologiju, na što ćemo se osvrnuti u trećoj cjelini i digitalnoj kompetenciji nastavnika, kako bi svi tehnološki resursi bili iskorišteni na pravi način. Na primjer, neke od škola su već tehnološki opremljene na visokoj razini, ali nekompetentnost nastavnika ne iskorištava potencijal, pa se tako interaktivne ploče koriste samo kao projekcijsko platno. Pametni telefoni, tableti i računala mogu biti iznimno moćni multimedijски alati pomoću koji se može razvijati interaktivna komunikacija. Uređaji se mogu koristiti za pretraživanje podataka, kao kalkulator, za fotografiranje, a uz dostupne aplikacije mogu podići nastavu na višu razinu.

Istraživačku nastavu možemo definirati kao nastavu u kojoj učenikova istraživačka aktivnost oblikuje proces učenja. Ovisno o zadanom kontekstu pojedinog problema ili pitanja, učenici upotrebljavaju istraživačke metode s ciljem konstruiranja novih koncepata, kako bi odgovorili na pitanja, odnosno riješili problem. Istraživačka nastava potiče interes

učenika za znanost jer im pruža potpunu autonomiju što pridonosi iskazivanju kreativnih sposobnosti učenika. Istraživačka nastava potpomognuta IKT-om uvelike olakšava učenicima istraživanje. Prema prezentaciji o Primjeni istraživačke nastave i ISE scenarija učenja Hrvatske akademske i istraživačke mreže - CARNET [10], istraživačkim učenjem učenici samostalno istražuju i grade razumijevanje, ali se zahtijeva od nastavnika detaljno osmišljena i strukturirana aktivnost. Nastavnik mora biti voditelj cijelog procesa s jasnim uputama. Istraživačkim učenjem se potiče suradnički rad, istraživanje, interakcija i razgovor, kao i velika angažiranost učenika. Istraživačkim učenjem se stavlja naglasak na kognitivne aktivnosti učenika koji postavljanjem pitanja i samostalnim istraživanjem postaje kreator vlastitih koncepata, dok nastavnik ima ulogu moderatora i voditelja procesa. Tako nastavnik pomaže učeniku pronaći koncept i prima pitanja učenika, dok učenik oblikuje taj isti koncept, pronalaze odgovore i pitaju pitanja nastavnika. Prema Colburnu [25], istraživačko učenje i poučavanje dijelimo u tri razine:

1. strukturirano istraživanje
2. vođeno istraživanje
3. otvoreno istraživanje

Strukturiranim istraživanjem smatramo kada nastavnik učenicima daje praktičan problem, nudi im postupke, procedure i materijale, ali ne govori koji su očekivani rezultati. Učenici samostalno trebaju "otkriti" odnose između činjenica i varijabla te izvesti generalizaciju i donijeti zaključke. Vođenim istraživanjem smatramo kada nastavnik daje samo materijal i problem za istraživanje koji treba riješiti. Učenici razvijaju vlastite metode i strategije rješavanja problema. Otvorenim istraživanjem smatramo kad učenici samostalno oblikuju problem te biraju metodu za rješavanje, a nastavnik samo pruža potporu kada to zatraži učenik.



Slika 2.2.1. *Ciklus istraživačkog učenja*

Jedan od popularnijih suvremenih pristupa u obrazovanju je "obrnuta učionica". Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET je u *ICT Edu – modulu 6: Obrnuta učionica i Google disk* [9], "obrnutu učionicu" istaknula kao pristup koji se primjenjuje u sklopu kombinirane nastave i *online* nastave. Upravo primjena IKT-a omogućuje personalizaciju učenja, aktivnu primjenu znanja i razvijanje kritičnog mišljenja, a baš se na primjeni IKT-a za izradu i dijeljenje materijala, kao i na pretpostavci da se putem aktivnosti i suradničko učenje na satu bolje usvajaju sadržaji, temelji "obrnuta učionica". Glavna karakteristika "obrnute učionice" jest ta da se obrada novog gradiva odvija kod kuće, umjesto u učionici, a nastavni sat u učionici koristi se za uvježbavanje, istraživanje i diskutiranje o temi. Nastavnik priprema materijale učenicima unaprijed, koje učenici proučavaju na Internetu kod kuće, kako bi upoznali nove sadržaje te zabilježili svoja razmišljanja, zaključke ili nedoumice o kojima se kasnije aktivno raspravlja u učionici. Tim pristupom se uloga nastavnika mijenja iz predavača u mentora, a učenici postaju aktivni sudionici nastavnog procesa, koji navođenjem nastavnika imaju priliku samostalno istraživati, suradničkim radom surađivati s drugim učenicima te učiti vlastitim tempom. Neke od prednosti "obrnute učionice" su bolja interakcija između nastavnika i učenika, poboljšani angažman učenika, više je personalizirane interakcije za svakog učenika, učenici uče vlastitim tempom, pa tako napredni učenici mogu brže i lakše napredovati, slabiji učenici mogu dobiti pomoć koja im je potrebna, dok odsutni učenici mogu lakše

nadoknaditi propušteno jer su nastavni sadržaji uvijek dostupni. S druge strane, potencijalni nedostaci su nemogući ili ograničeni pristup učenika Internetu od kuće. Nemoguće je kontrolirati učenički rad kod kuće, upitno je vrijeme koje učenici provode za računalom i ispred ekrana te se učenici ne pripremaju za standardizirane testove. "Obrnuta učionica" nastala je 2007. godine nakon što su u školi Woodland Park High School nastavnici Jonathan Bergman i Aaron Sams počeli snimati svoja predavanja za učenike koji su izostajali s nastave. Jedna od najpoznatijih svjetskih "obrnutih učionica" je Khan Akademija, čiji je osnivač Slaman Khan, koja u svojoj bazi ima video uratke i *online* zadatke. U Hrvatsku je trend "obrnute učionice" uveo Toni Milun, koji na svojem portalu ima dostupne video-instrukcije najviše namijenjene matematici. Portal je namijenjen svim učenicima osnovnih i srednjih škola, ali i studentima.

Igrifikacija (eng. *game-based learning*) [24] zasniva se na korištenju igre ili elemenata igre u nastavi, odnosno nastavnom procesu. Igre mogu biti općenite koje su poznate svima, ili specifične i točno određene kako bi se razvile željene vještine putem igre. Igru uvijek odabire nastavnik, a glavnu ulogu ima učenik. Digitalne igre pružaju razne mogućnosti u usvajanju sadržaja. Iznimno je bitna priprema igre jer cilj igre je uključiti i manje motivirane učenike u nastavni proces, unijeti elemente zabave u nastavu, ali sve u svrhu ostvarivanja pažljivo određenih ciljeva u odabranom vremenskom okviru.

Koju god strategiju odabrali, za uspješnu provedbu, potrebni su nam sustavi za e-učenje na kojima bi mogli kreirati sadržaje, ali i provoditi zamišljene aktivnosti.

2.3 Sustavi za e-učenje

Neki od sustava za e-učenje su platforme i alati. Osvrnut ćemo se na platforme, na kojima možemo kreirati i distribuirati sadržaje ili pak koristiti postojeće, i na alate, pomoću kojih možemo unaprijediti sadržaj.

2.3.1 Platforme

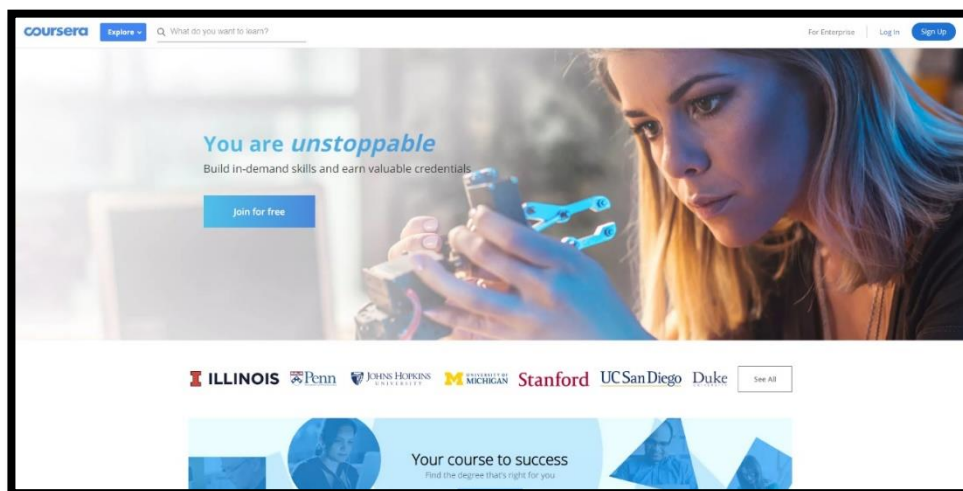
Platforme za e-učenje su sustavi dizajnirani učenicima za jednostavnije i lakše usavršavanje znanja. Zahvaljujući današnjem tehnološkim napretkom, platforme ubrzavaju rad nastavnicima i učenicima.

Prema Jandrić, Tomić i Kralj [12], gledajući u povijest, platforme su nosile različite nazive. Neki od njih su i LMS, CMS i VLE. LMS-i, odnosno sustavi za upravljanje e-učenjem pojavili su se krajem devedesetih prošlog stoljeća, a prvotna namjena im je bila za administraciju, dokumentaciju i provođenje e-učenja. U LMS-ima je posebno naglašena komponenta upravljanja učenjem. CMS, odnosno sustav za upravljanje sadržajem, vrlo je sličan sustavu LMS-u. Glavna značajka CMS-a je orijentiranost na sadržaj i njegovo prikazivanje. VLE, odnosno virtualna okolina za učenje pojavila se početkom ovog tisućljeća kao evolucijski nastavak LMS-a. VLE uključuje funkcije CMS-a i LMS-a, ali dodaje i brojne druge opcije. Pojam virtualne okoline podrazumijeva da se u platformu mogu integrirati razni digitalni sadržaji. Danas je na tržištu dostupno jako puno digitalnih platformi, kako komercijalnih, tako i besplatnih, poput *Blackboard Learn*, *WizIQ* i *ATutor* kreiranih za pomoć u e-učenju.

U nastavku ćemo se upoznati s *Courserom*, *Moodle-om* i *Merlinom* te Edutorijem kao primjerima platformi na kojima se mogu izraditi sadržaji ili pak pronaći postojeći digitalni obrazovni sadržaji.

Coursera je *online* platforma za učenje napravljena 2012. godine [22]. Osmislili su ju profesori Andrew Ng i Daphne Koller sa Sveučilišta Stanford, nakon iskustva koja su imali vezano za *online* tečajeve na sveučilištu. Nakon pokretanja *Coursere*, Sveučilište Princeton, Sveučilište Stanford, Sveučilište u Michiganu i Sveučilište u Pennsylvania su bila prva sveučilišta koja su ponudila sadržaj putem platforme *Coursera*. Od tada, *Coursera* drastično raste u ponudi samog sadržaja, kao i institucijama koja su se pridružila korištenju platforme. Od samih tečajeva, ponuda na portalu se povećavala, pa je tako počela uključivati i specijalizacije, odnosno niz povezanih tečajeva za unapređenje znanja u određenom segmentu. *Coursera* je tako postala platforma koja ujedno nudi i diplome te stručna usavršavanja za poslodavce i vladine organizacije. Danas na platformi svoje studije

izvode brojna svjetska sveučilišta, pa se tako, uz razne certifikate, može steći i diploma preddiplomskih, ali i diplomskih studija u gotovo svim područjima. U lipnju 2018. godine *Coursera* je imala trideset i tri milijuna registriranih korisnika uz više od dvije tisuće i četiristo tečajeva.



Slika 2.3.1. Naslovna stranica Coursera

Moodle (engl. *Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*) je besplatna platforma za e-učenje otvorenog tipa. Sustav *Moodle* koristi se u raznim okolinama, a najčešća mu je funkcija prenijeti sadržaj za učenje što većem broju korisnika, a da ih se ne okuplja u učionicama i dvoranama. Prema Jandrić, Tomić i Kralj [12], upravo je otvorenost sustava programerima ostavila razne mogućnosti stvaranja modula za proširivanje funkcionalnosti i prilagodbu prema vlastitim potrebama i željama.

Prema Sveučilišnom računskom centru (Srce) [18], *Merlin* je hrvatska inačica *Moodle*-a. Sustav *Merlin* održavaju djelatnici Centra za e-učenje Srca. *Merlin* se uz samostalni sustav za e-učenje sastoji i od webinarara te e-portfolia, a povezan je sa sustavom ISVU (Informacijski sustav Visokih učilišta). Upravo veza sa ISVU sustavom omogućava administratorima otvaranje novih kolegija te upis nastavnika i studenata. Razlikuju se uloge nastavnika i studenta u samom sustavu. Nastavnici imaju mogućnost uređivanja kolegija koji su im upisani te mogu dodavati, brisati ili mijenjati sadržaj na platformi, a ujedno i mogućnost ocjenjivanja studenata. Studenti imaju pravo samo na pregled kolegija, kao i na korištenje materijala koji se nalaze na platformi, ali nemaju mogućnost brisanja, dodavanja ili mijenjanja postojećeg sadržaja. Webinar je prezentacija, predavanje ili

radionica koja se prenosi Internetom u realnom vremenu, a uključuje komunikaciju između sudionika. Kao i za samostalni sustav za e-učenje, za pristup webinarima i e-portfolio sustavu također je potreban elektronički identitet iz sustava AAI@EduHr (slika 2.3.2.). E-portfolio je sustav koji ima svrhu evidentiranja i prezentiranja stečenih kvalifikacija i iskustava. Ekvivalent je životopisu, ali uporaba digitalne tehnologije omogućava dodavanje vizualnih i audio datoteka, kao i drugih dokumenata od interesa, kako bi se korisnik predstavio na dinamičniji način.

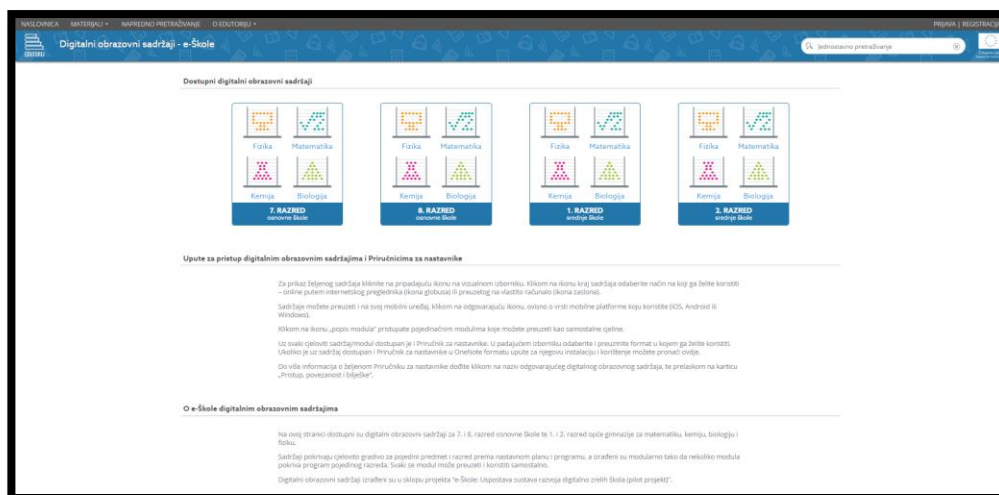


Slika 2.3.2. *Prijava u sustav Merlin*

Primjer korištenja platforme Merlin u nastavi matematike ćemo prikazati u četvrtoj cjelini prilikom demonstriranja korištenja platformi.

S obzirom na zahtjevnost dizajniranja i izrade platforme te nastavnih sadržaja, pojedini nastavnici koriste postojeće digitalne materijale i sustave. Edutorij je repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja nastalih od nastavnika, učenika i raznih stručnjaka u području obrazovanja. Edutorij je nastao u sklopu pilot projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola. Korisnici Edutorija primarno su nastavnici osnovnih i srednjih škola, no sustav je namijenjen i učenicima te svim osobama koje posjeduju elektronički identitet u sustavu AAI@EduHr. Korisnici Edutorija imaju mogućnost objave i dijeljenja vlastitih digitalnih obrazovnih sadržaja, pretraživanja i pristupa svim digitalnim obrazovnim sadržajima, kao i komuniciranja s drugim korisnicima sustava putem poruka. Uz digitalne obrazovne sadržaje, dostupni su i scenariji poučavanja. Prema mrežnoj stranici Edutorija [7], do sada su u pilot projektu e-Škole napravljeni digitalni obrazovni sadržaji za fiziku, matematiku, kemiju i biologiju za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred

srednje škole. Također su dostupni i scenariji poučavanja za fiziku, matematiku, kemiju i biologiju za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred srednje škole, kao i kod digitalnih obrazovnih sadržaja. Za matematiku je dostupno po 15 scenarija za svaki od razreda, koji pokrivaju teme iz nastavnog plana i programa. Scenariji poučavanja nisu vremenski ograničeni te ih nastavnici prilagođavaju svojim potrebama i mogućnostima svojih učenika.

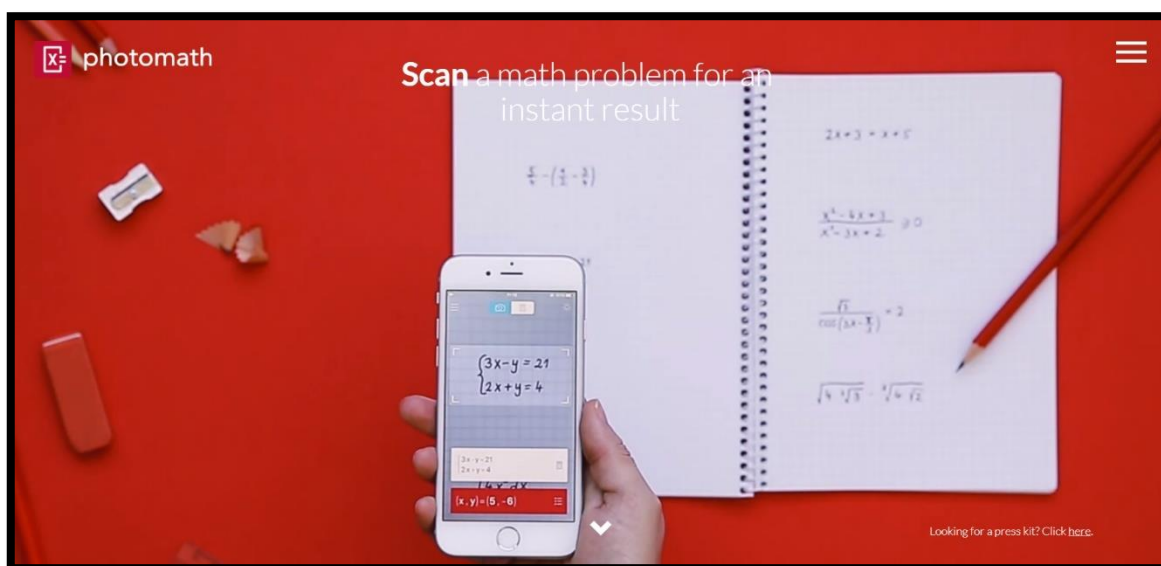


Slika 2.3.3. Naslovna stranica Edutorija

2.3.2 Alati

Prema Jandrić, Tomić i Kralj [12], osim platformi, postoje i različiti samostalni digitalni alati za izradu sadržaja za e-učenje. Takvi kreirani sadržaju mogu biti implementirani u platforme, ili se mogu samostalno koristiti u nastavi. Nastavnici i učenici koriste razne digitalne alate u nastavi matematike, neovisno o razini obrazovanja i predmetnim sadržajima. Sadržaji izrađeni pomoću alata imaju razne prednosti, poput prenosivosti između više platformi, ali nude i brojne mogućnosti koje se trenutno ne mogu ostvariti na samim platformama. Svakako da platforme imaju vrlo korisnu ulogu u e-učenju i alati ih ne mogu zamijeniti, ali alati definitivno nude raznovrsne mogućnosti i nadopunjavaju platforme. Alata danas ima iznimno puno i svakim danom nastaju novi alati, ali se i gubi podrška za starim alatima. Neki od alata su alati *Office* paketa, uređivač teksta, proračunske tablice, program za izradu prezentacija, kao i *Paint.NET*, *GIMP*,

Inkscape i drugi alati za obradu slika, *Audacity* za obradu zvuka i trenutno učenicima iznimno popularna aplikacija *Photomath*.



Slika 2.3.4. Naslovna stranica *Photomatha*

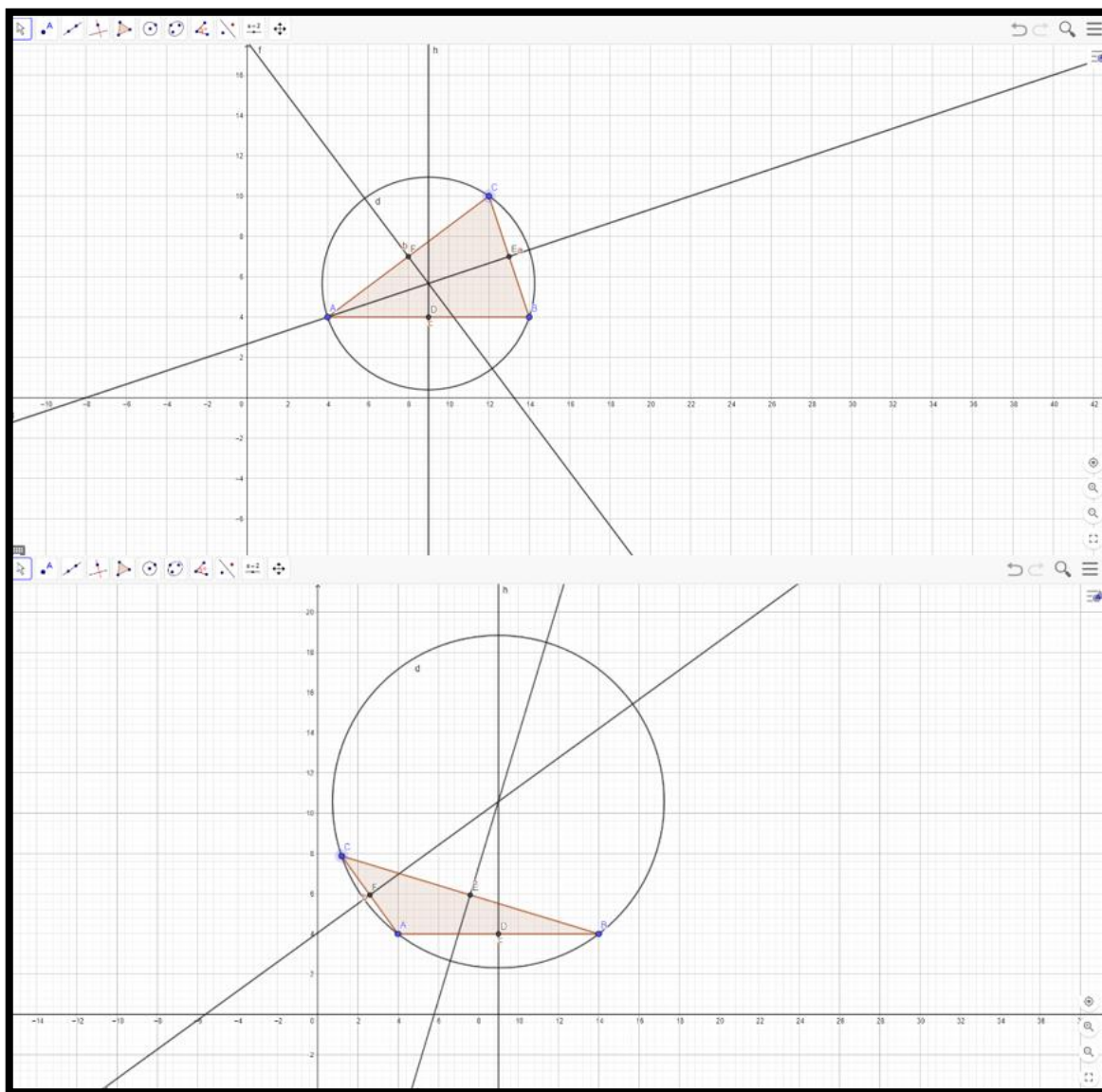
Photomath je mobilna aplikacija koja putem kamere prepoznaje matematičke jednadžbe. Korisnik skenira zadatak i zatim aplikacija izbacila rješenje zadatka, ali i omogućuje korisniku prikaz rješenja korak po korak. Aplikacija je besplatna, a upravo dio integriranog rješenja koje prikazuje korak po korak uvelike pomaže korisnicima za razumijevanje pojedinog gradiva te služi za provjeru rješenja zadataka.

U nastavku ćemo se upoznati s *GeoGebrom* i sustavima za interaktivno glasovanje, kao i praktičnim primjerom primjene sustava za interaktivno glasovanje u nastavi matematike.

Jedan od najkorisnijih alata u nastavi matematike svakako je *GeoGebra*, program dinamične matematike namijenjen učenju i poučavanju matematike. Razvio ga je Markus Hohenwarter, zajedno s međunarodnim timom programera, a ujedinjuje geometriju, algebru i analizu [23]. Konstrukcije u programu se sastoje od matematičkih objekata koji mogu biti izrađeni koristeći alate ili naredbe. Alatima se stvaraju objekti korištenjem miša, a zatim se postojeći objekti mogu mijenjati korištenjem naredbi i upravo ta dinamična promjena objekata daje posebnost ovom programu.

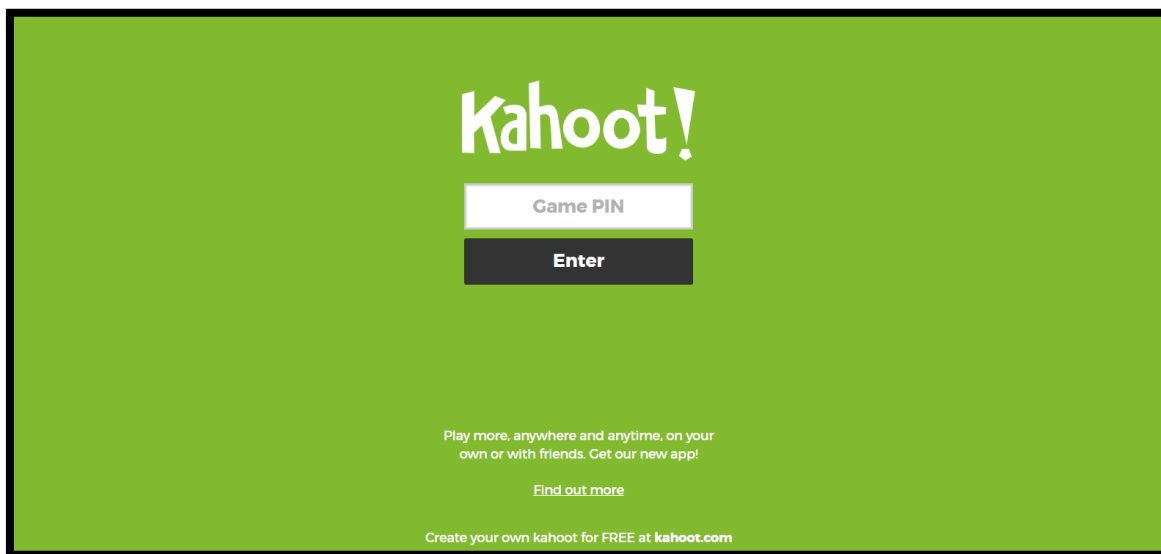
Prema Neguliću [15], prednost *GeoGebre* je prije svega činjenica da je besplatan za nekomercijalno korištenje, pa tako nastavnici nemaju dodatne troškove, a i sama je otvorenog koda što otvara razne mogućnosti, čime *GeoGebra* može postati moćan alat za programiranje interaktivnih vježbi i igara. Samo sučelje je iznimno pregledno i jednostavno za korištenje. Kao alat može se koristiti instalacijom na računalima, pametnim telefonima i tabletima, ali i izravno koristeći mrežni preglednik. Registracija nije nužna, ali se registracijom ostvaruje pristup repozitoriju u koji nastavnici diljem svijeta stavljaju svoje izrađene materijale. *GeoGebra* se u školama koristi već dulji niz godina, a velika je prednost i to što je *GeoGebra*, između svih ostalih, prevedena i na hrvatski jezik.

GeoGebra nastavnici često koriste za prikaz neke konstrukcije, a zatim pomicanjem nekih elemenata prikazuju različite slučajeve koji pridonose donošenju ispravnog zaključka. Na slici 4.2.1 vidimo prikaz opisane kružnice trokutu na primjeru šiljastokutog i tupokutog trokuta nastalog pomicanjem točke C i razliku središta opisane kružnice unutar i izvan trokuta.



Slika 2.3.5. *GeoGebra*

Uz *GeoGebra*, često se koriste i razni interaktivni alati, koji su korisni u izravnoj komunikaciji između nastavnika i učenika za dobivanje povratnih informacija, kao što su *Kahoot!*, *Slido*, *Mentimeter* i ostali slični programi.

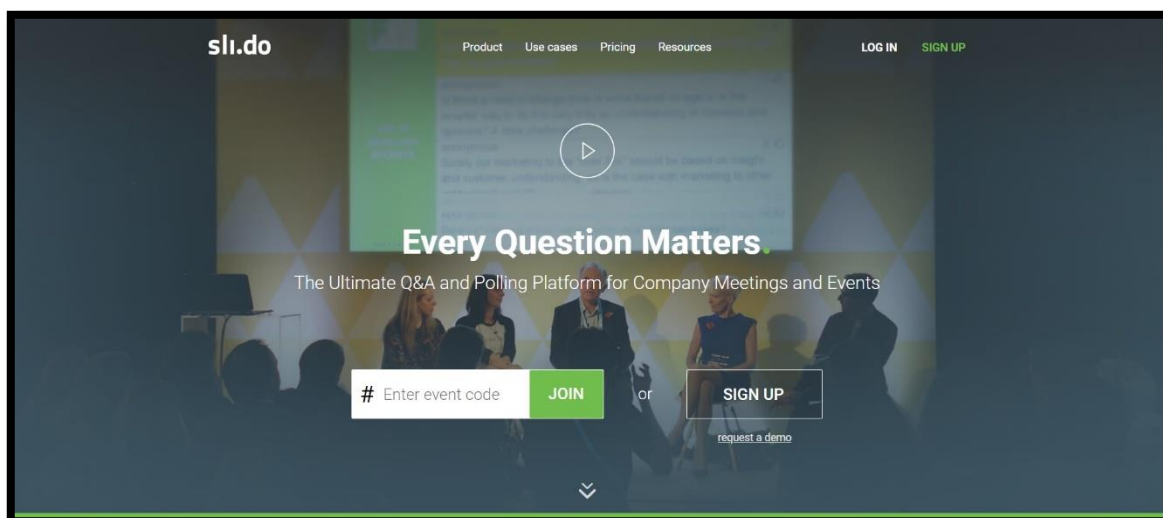


Slika 2.3.6. *Kahoot!*

Često je teško odabrati pravi alat koji se u datom trenutku najbolje primjenjuje u odnosu na dob učenika te tehničke mogućnosti koje alat zahtijeva. Nastavnik nailazi na pitanje zašto odabrati baš tu tehnologiju. Postoje razni modeli koji mogu pomoći pri donošenju takve odluke. Prema Jandrić, Tomić i Kralj [12], Bates i Poole 2006. predstavljaju jedan od modela; model SECTIONS. Sam naziv SECTIONS dolazi od engleskih riječi:

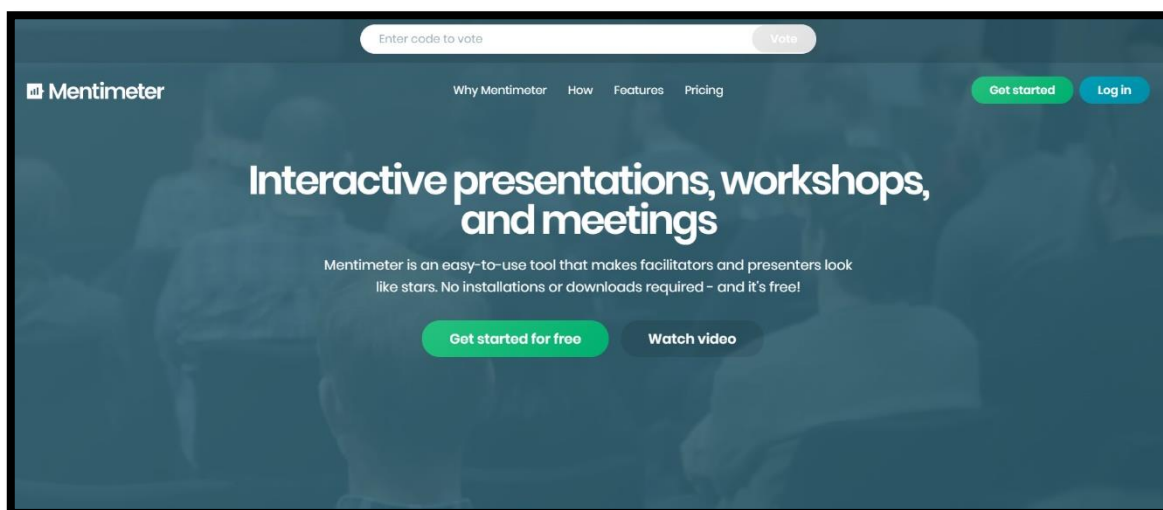
Students (učenici), **E**ase of use (lakoća upotrebe), **C**osts (troškovi), **T**eching and learning (poučavanje i učenje), **I**nteractivity (interaktivnost), **O**rganisational issues (organizacijska pitanja), **N**ovelty (novitet) i **S**peed (brzina).

Sustavi za interaktivno glasovanje su danas prisutni na većini događanja na kojima se želi potaknuti interakcija s publikom ili obaviti efikasno brzo istraživanje. Mogu biti povezani s *MS Office PowerPoint* prezentacijama uz komunikaciju putem klikera. Klikeri u sebi mogu imati samo odabir boja za pitalice s ponuđenim odgovorima, ili mogu imati mogućnost unos tekstualnog odgovora, kao što imaju mobiteli. Također mogu imati i samostalnu platformu za provedbu aktivnosti putem sustava za interaktivno glasovanje, kao što imaju između ostalih i ranije navedeni *Kahoot!*, *Slido*, *Mentimeter*.



Slika 2.3.7. Slido

Primjer korištenja sustava za interaktivno glasovanje u nastavi matematike ćemo prikazati u četvrtoj cjelini koristeći alat *mentimeter*.



Slika 2.3.8. Mentimeter

2.4 Prednosti i nedostatci e-učenja

Prema Jandrić, Tomić i Kralj [12], svaki učenik drugačije prihvaća e-učenje i stoga kao takvo ne postoje jedinstvene prednosti i nedostatci e-učenja, jer ono što za jednog učenika

može predstavljati prednost, za drugog učenika može biti nedostatak. Prije same upotrebe digitalne tehnologije u nastavi, nastavnik istu mora procijeniti, stavljajući dobrobit i zaštitu učenika na prvo mjesto te upućivati na digitalne izvore i programe i pritom usklađivati proces poučavanja s ueničkim potrebama i interesima. Upravo upotrebom IKT-a u nastavi uenicima se može omogućiti aktivno učenje, eksperimentiranje s programima, uređajima i medijima, učenje igrom, stvaranjem i istraživanjem, učenje na daljinu pomoću videokonferencijske opreme ili *online* tečajeva te ih naučiti kako koristiti sigurna digitalna okružja.

Prema Jandrić, Tomić i Kralj [12], Hoić-Božić 2015. ističe da neke od prednosti e-učenja koje većina učenika i teoretičara ističu su vremenska i prostorna fleksibilnost, odnosno da učenici uče neovisno o vremenu i prostoru, a time zapravo obrazovanje postaje dostupno i onim uenicima kojima sam dolazak u učionicu nije moguć, bilo zbog zdravstvenih poteškoća ili jednostavno zbog geografske udaljenosti. Također i sama komunikacija između učenika i nastavnika koja se odvija putem računala često je neposrednija i lakša za učenike od same komunikacije u razredu te se pitanja postavljaju slobodnije, pa samim time i sramežljiviji učenici više dolaze do izražaja. Jedna od prednosti je i komunikacija te grupni rad učenika na zajedničkim projektima, čime učenici razvijaju svoje socijalne i komunikacijske vještine, kao i korištenje interaktivnih sadržaja za učenje te korištenje različitih medija za prezentiranje sadržaja. Sami sadržaji mogu biti prilagođeni uenicima s posebnim potrebama, uenicima sa slabijim predznanjem, ali i naprednijim uenicima koji žele naučiti više.

Radi lakšeg pregleda prednosti i nedostatka e-učenja, Ćukušić i Jadrić [3] napravili su SWOT analizu koristeći kratke analize e-učenja Mansbergera i suradnika 2006., Haywooda 2005., Koha 2005. i Balacheff 2006. godine, a koja se sastoji od internih čimbenika, odnosno dobrih (snaga) i loših (slabosti) atributa e-učenja te eksternih čimbenika, odnosno dobre (prilike) i loše (prijetnje) attribute okoline. Svaka tvrdnja može se promatrati kao snaga ili slabost procesa ili sustava e-učenja ovisno o resursima škole. Snagom se smatraju sustavi e-učenja koji omogućuju samostalno učenje, komunikaciju i suradnju, odnosno veću kreativnost nastavnika, fleksibilnost i mobilnost nastavnika i učenika, personalizacija sustava, dostupnost materijala, veća povezanost nastavnika i učenika putem novih komunikacijskih kanala, novi modeli procjene znanja putem kvizova

za samoprocjenu i procjenu pomoći računala te u konačnici i *online* procjena znanja, čime se postiže ušteda vremena, jednostavna evaluacija te trenutačna povratna informacija i praćenje napretka. Prilika se vidi u obogaćivanju pedagoških načela te nacionalne politike vezanu za primjenu IKT-a putem e-učenja kao dio potreba i očekivanja učenika, nacionalna politika o IKT-u u svakodnevnom životu i obrazovanju te potpora i edukacija nastavnika i učenika, trendovi na tržištu, odnosno standardizacija te dostupnost tehnologija i platformi. Također i promicanje demokratske komunikacije u učionicama, ali i rad na terenu te rješavanje problema, mentorstvom samostalno kontroliranom učenju i dijeljenju ideja.

Prema Ćukušić i Jadrić [3], kao slabost prepoznat je nedostatak osobnog kontakta, kompleksna i relativno skupa infrastruktura te promjene procesa i reorganizacija. Potrebne su specifične digitalne kompetencije nastavnika i učenika, stabilnost same platforme putem koje se provodi e-učenje, često nedostatak strategije i vizije e-učenja i usklađivanja s osnovnom strategijom učenja i poučavanja, financijska sredstva koja su potrebna za implementaciju i održavanje sustava te sama priprema tečajeva i materijala koja zahtijeva mnogo vremena i sredstava. Također se navode i komunikacijski problemi pri *online* komunikaciji, neadekvatna tehnička infrastruktura u školi te u kućama učenika koji pristupaju sustavu, ali ponekad i motivacija te stavovi prema e-učenju. Prijetnje se vide u pogrešnoj percepciji sustava za e-učenje i nedostatak smjernica za implementaciju što za posljedicu daje loše rezultate. Okolina se stalno i neočekivano mijenja, a ponekad je spor odgovor akademske zajednice te se javlja nedostatak odgovarajućih platformi i njihov slab razvoj. Korištenje sustava e-učenja ne zamjenjuje nastavnike te se e-učenje ne smije promatrati kao ušteda vremena za nastavnike, dok samo pitanje sigurnosti i privatnosti mogu rezultirati slabijom upotrebom e-ispita.

Prema Ćukušić i Jadrić [3], Bahtijarević-Šiber 1999. kao najveći nedostatak navodi iznimno dugu pripremu materijala za kreiranje jednog sata računalno utemeljenog osposobljavanja. Prilikom odabira platforme, prema Ćukušić i Jadrić [3], nastavnik treba identificirati karakteristike polaznika tečajeva e-učenja te utvrditi zahtjeve korisnika sustava e-učenja. Sustav bi svakako trebao biti stimulirajuća okolina za učenje te bi trebala podržavati suradničko učenje, kao i omogućiti hibridno učenje u kontekstu kombinacija učenja u učionicama uživo, samostalno upravljano učenje, ali i e-učenje u realnom

vremenu putem videokonferencije ili drugih alata. Također je bitno odabrati ispravnu tehniku ocjenjivanja znanja, koju podržava taj sustav, poput zadaća, provjera znanja, kvizova i e-ispita. Nakon samog odabira platforme, nastavnik treba osmisliti i scenarije poučavanja koji će pridonijeti željenim ishodima učenja, zatim ih i pripremiti kako bi tek mogao započeti izradu sadržaja.

Često nastavnici imaju problema s odabirom i izradom sadržaja, a kako bi što učinkovitije i kvalitetnije pripremili sadržaj, moraju biti dobro educirani, odnosno digitalno kompetentni za izradu i pripremu sadržaja.

3. Digitalna kompetencija nastavnika

Osim problema na koje nailaze nastavnici prilikom izrade i odabira sadržaja, često uočavamo probleme s načinom poučavanja. Odabiru se krive metode, ne iskorištava se potencijal opreme i zato je bitno da nastavnici budu kompetentni. Cilj razvoja digitalnih kompetencija nastavnika u školi jest postizanje integracije digitalnih tehnologija u sve vrste poslova koje obavlja nastavnik, kako bi se postigla što veća učinkovitost i djelotvornost procesa te osigurao temelj za njihov daljnji razvoj. Prema Žuvić, Brečko, Krelja Kurelović, Galošević i Pintarić [21] digitalno kompetentan nastavnik posjeduje osviještenost o potrebi integracije digitalne tehnologije, kao i sposobnosti upravljanja procesom integracije digitalnih tehnologija u odgojno-obrazovni proces, sposobnosti aktivnog korištenja digitalne tehnologije u svom odgojno-obrazovnom radu i za vlastiti profesionalni razvoj u cjeloživotnom učenju, sposobnosti odabira najprikladnije digitalne tehnologije za dizajniranje i upravljanje procesima poučavanja i učenja u digitalnom okruženju, uz ostvarivanje planiranih ishoda učenja, sposobnosti korištenja digitalne tehnologije za komunikaciju i suradnju te sudjelovanje na projektima u stručnim zajednicama putem timskog rada, sposobnosti prepoznavanja i rješavanja problema

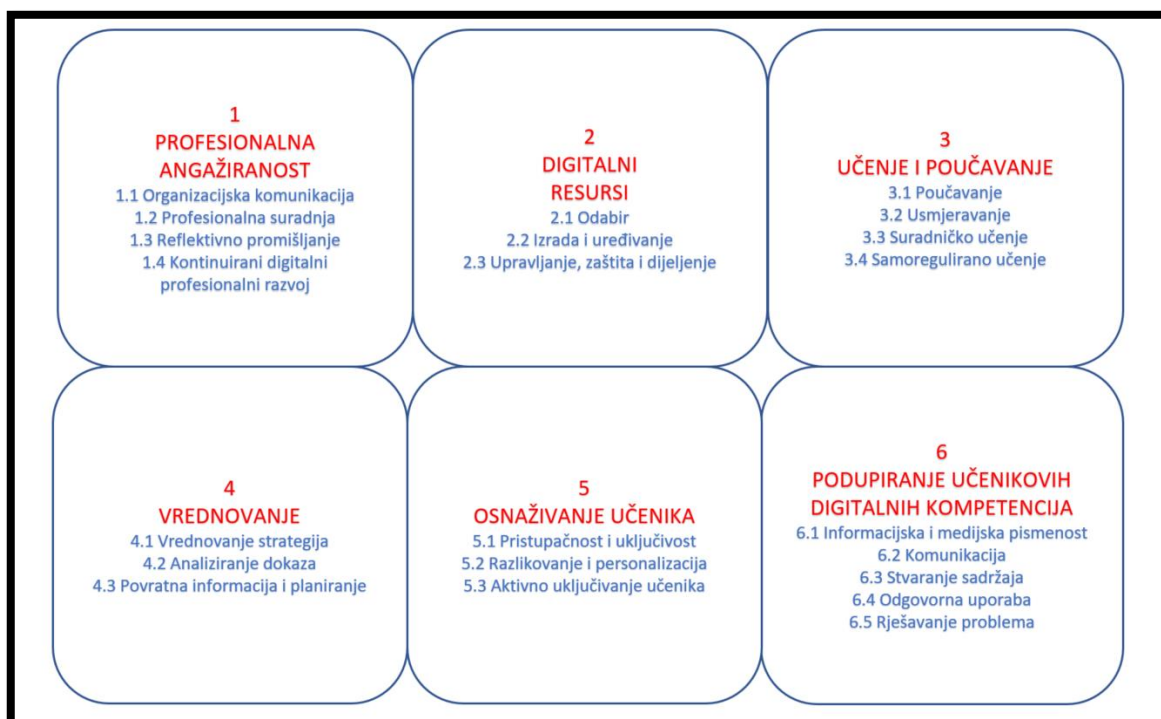
korištenjem digitalne tehnologije i sposobnosti samoprocjene vlastitih digitalnih kompetencija i upravljanja njihovim razvojem. S obzirom na stalne promjene u sektoru obrazovanja, nastavnici konstantno trebaju razvijati svoje kompetencije, a digitalni razvoj stavio je pred nastavnike zadatak učiniti učenike digitalno kompetentnim, a kako bi to postigli upravo nastavnici trebaju imati razvijenu digitalnu kompetenciju.

3.1 Europski okvir digitalne kompetencije nastavnika

Kako bi se bolje razumjele digitalne kompetencije pokrenut je projekt DigComp, čiji je cilj bio identificirati deskriptore digitalne kompetencije. Prema publikaciji DigComp [4], projekt je započeo u siječnju 2011. godine i trajao je do prosinca 2012. godine. Projekt je proveden u sedam faza. Tijekom prve faze stvarala se konceptualna mapa, u drugoj fazi su se izrađivale analize slučajeva, u trećoj fazi je bilo *online* savjetovanje sa svim sudionicima gdje su se prikupljala i strukturirala mišljenja stručnjaka, u četvrtoj fazi su se održavale stručne radionice, dok je u petoj fazi bila izrađena prva draft verzija za konceptualni okvir, u kojem su sažete druga, treća i četvrta faza. U šestoj fazi je bilo veliko savjetovanje sa sudionicima, gdje se postigao i konsenzus te se konačni prijedlog nakon povratnih informacija definirao u sedmoj fazi.

Publikacija DigComp je izdana 2013. godine a u okviru digitalne kompetencije predstavljena su pet područja, informacije, komunikacija, stvaranje sadržaja, sigurnost i rješavanje problema. Iz projekta su se razvijale razne publikacije i strateški dokumenti, pa je tako Europska komisija 2017. godine donijela i Europski okvir za digitalne kompetencije nastavnika. Glavna autorica Okvira digitalnih kompetencija za nastavnike je bila Christine Redecker.

Upravo Okvir digitalne kompetencije za nastavnike [16] ističe točno koja područja i na koji način trebaju razvijati nastavnici. Tako Okvir obuhvaća šest područja kompetencija, uključujući ukupno dvadeset i dvije kompetencije.



Slika 3.1.1. *Europski okvir digitalne kompetencije za nastavnike*

Prvo područje Okvira je profesionalna angažiranost, koje se fokusira na profesionalno okruženje. Drugo područje su digitalni resursi koje se fokusira na izvore, izradu i dijeljenje digitalnih resursa. Treće područje je učenje i poučavanje koje se fokusira na upravljanje upotrebe digitalnih alata u učenju i poučavanju. Četvrto područje je vrednovanje te se fokusira na digitalne alate i strategiju kako povećati vrednovanje. Peto područje je osnaživanje učenika i fokusira se na uporabu digitalnih alata za osnaživanje učenika. Posljednje, šesto područje je podupiranje učenikovih digitalnih kompetencija te se fokusira upravo na podupiranje učenikovih digitalnih kompetencija kao što i sam naziv govori. Upravo od drugog do petog područja čine pedagošku jezgru Okvira te detaljno opisuju kompetencije nastavnika koje moraju posjedovati za poticanje učinkovite, uključive i inovativne strategije učenja, koristeći pritom digitalne alate.

Profesionalna angažiranost

Profesionalna angažiranost, prema definiciji Okvira digitalne kompetencije za nastavnike [16], obuhvaća četiri kompetencije nastavnika: organizacijsku komunikaciju,

profesionalnu suradnju, reflektivno promišljanje i kontinuirani digitalni profesionalni razvoj. Kompetencija organizacijske komunikacije odnosi se na učinkovitu uporabu digitalnih tehnologija s ciljem poboljšanja organizacijske komunikacije s učenicima i roditeljima. Profesionalna suradnja predstavlja uporabu digitalnih tehnologija u svrhu lakše suradnje i razmjene znanja i iskustava s drugim nastavnicima. Reflektivno promišljanje je sposobnost kritičkog procjenjivanja i konstantnog razvijanja vlastite, kao i globalne digitalne pedagoške prakse. Kontinuirani digitalni profesionalni razvoj podrazumijeva upotrebu digitalnih tehnologija za cjeloživotno učenje i profesionalni razvoj nastavnika.

Digitalni resursi

Prema Okviru digitalne kompetencije za nastavnike [16], pri korištenju digitalnih resursa važne su tri kompetencije nastavnika: kompetencija odabira digitalnih resursa, kompetencija izrade i uređivanja digitalnih resursa te kompetencija upravljanja, zaštite i dijeljenja digitalnih resursa. Nastavnici danas imaju na raspolaganju brojne različite digitalno obrazovne resurse za poučavanje. Svaki nastavnik mora prepoznati i odabrati one resurse koji najbolje odgovaraju postavljenim ciljevima učenja i učenicima kojima su namijenjeni. Izrada i uređivanje digitalnih resursa odnosi se na uređivanje i dozvoljenu nadogradnju postojećih resursa te izradu novih digitalnih resursa uzimajući u obzir ciljeve učenja i učenike kojima je sadržaj namijenjen. Odgovorno upravljanje i dijeljenje te zaštita digitalnih resursa podrazumijeva poštivanje autorskih i osobnih prava pri uporabi, mijenjaju i dijeljenju resursa te zaštitu osjetljivih sadržaja.

Učenje i poučavanje

Prema Okviru digitalne kompetencije za nastavnike [16], najvažnija kompetencija nastavnika jest poučavanje, odnosno uređivanje i uporaba digitalnih tehnologija u nastavnom procesu ovisno o specifičnim potrebama svake faze učenja. Uz poučavanje, nastavnik mora usvojiti kompetencije usmjeravanja, suradničkog učenja i samoreguliranog učenja. Digitalno kompetentan nastavnik tako nije u fokusu procesa poučavanja već učenike usmjerava i podržava u samostalnom učenju. Nastavnik također pomoću digitalnih tehnologija različitim suradničkim zadacima potiče i razvija suradničko učenje i

zajedničko stvaranje znanja. Kompetencijom samoreguliranog učenja nastavnik omogućuje učenicima planiranje i praćenje napretka vlastitog učenja.

Vrednovanje

Prema Okviru digitalne kompetencije za nastavnike [16], vrednovanje uključuje tri kompetencije: vrednovanje strategija, analiziranje dokaza i povratna informacija i planiranje. Digitalne tehnologije mogu olakšati i unaprijediti praćenje napretka učenika, i u skladu s povratnim informacijama nastavnicima omogućiti vrednovanje i prilagodbu strategije poučavanja. Vrednovanje strategija odnosi se na uporabu digitalne tehnologije za formativno, odnosno kontinuirano praćenje učenikova napredovanja cijele godine i sumativno vrednovanje koje se odnosi na trenutačno znanje i vještine. Kompetencija analiziranja dokaza, označava prikupljanje i interpretaciju digitalnih dokaza o napretku učenika. Povratna informacija i planiranje omogućuje pružanje pravovremenih i razumljivih povratnih informacija učenicima kao i njihovim roditeljima i prilagođavanje nastavne strategije u svrhu poboljšanja rezultata.

Osnaživanje učenika

Prema Okviru digitalne kompetencije za nastavnike [16], osnaživanje učenika obuhvaća tri kompetencije: pristupačnost i uključivost, razlikovanje i personalizaciju i aktivno uključivanje učenika. Jedna od glavnih zadata digitalnih tehnologija u obrazovanju je prilagodba poučavanja učenicima, poticanje na aktivan samostalni rad i kreativno otkrivanje rješenja. Kompetencije pristupačnosti i uključivosti zahtijevaju dostupnost resursa za učenje svim učenicima, uključujući i one s posebnim obrazovnim potrebama neovisno o njihovim sposobnostima i ograničenjima. Razlikovanje i personalizacija označava uporabu digitalne tehnologije omogućavajući učenicima da napreduju individualno, na različitim razinama i različitim brzinama. Aktivno uključivanje učenika označava uporabu digitalne tehnologije radi poticanja učeničke aktivnosti i kreativnog izražavanja kao i uključivanja u znanstvena istraživanja.

Podupiranje učenikovih digitalnih kompetencija

Prema Okviru digitalne kompetencije za nastavnike [16], čak pet kompetencija sadržano je u podupiranju učenikovih digitalnih kompetencija: informacijska i medijska pismenost, digitalna komunikacija i suradnja, stvaranje digitalnih sadržaja, odgovorna uporaba i rješavanje digitalnih problema. Informacijska i medijska pismenost odnosi se na sposobnost pronalaženja i interpretiranja informacija u digitalnom okruženju te procjene vjerodostojnosti i pouzdanosti pronađene informacije. Digitalna komunikacija i suradnja označava sposobnost odgovornog korištenja digitalne tehnologije za komunikaciju i suradnju. Stvaranje sadržaja označava kompetencije izražavanja putem digitalnih sredstava i kreiranja različitih digitalnih sadržaja što uključuje poučavanje učenika o autorskim pravima i pravilnom referenciranju izvora. Kompetencija odgovorne uporabe odnosi se na poduzimanje mjera kako bi se osiguralo učenikovo fizičko, psihološko i društveno zdravlje tijekom korištenja digitalnih tehnologija, kao i usmjeravanje učenika da koriste digitalne tehnologije sigurno i odgovorno. Rješavanje digitalnih problema uključuje aktivnosti učenika za prepoznavanje i rješavanje tehničkih problema te kreativno snalaženje u novim situacijama.

Prema Okviru digitalne kompetencije za nastavnike [16], stručnost digitalnih kompetencija mjeri se na šest razina, počevši od razine A1, odnosno početnika kojeg u svih šest područja definira svijest, nesigurnost i osnovna uporaba. Početnici su svjesni potencijala digitalnih tehnologija za poboljšavanje poučavanja ali ih vrlo malo koriste, uglavnom samo za pripremu lekcija i organizacijsku komunikaciju. Potrebno ih je potaknuti kako bi proširili svoje znanje i primijenili postojeće digitalne kompetencije. Druga razina je A2, razina istraživača čija je glavna karakteristika volja i želja za istraživanjem i produbljivanjem stručnosti. Istraživači koriste stečene kompetencije u nekim područjima no nedostaje im dosljednost. Na toj razini puno im pomaže usmjeravanje od strane kolega viših razina stručnosti. Treća razina, B1 je razina integratora. Integratori za razliku od početnika i istraživača sposobni su digitalne kompetencije kreativno upotrebljavati u raznim situacijama no još uvijek nemaju sigurnost i rutinu te im nedostaje iskustva i razmjene znanja. Sljedeća je razina stručnjaka, B2. Stručnjaci se pouzdano i efikasno služe brojnim raznovrsnim digitalnim kompetencijama,

sposobni su kritički preispitati izbor alata jer dobro razumiju njegove prednosti i mane. Svjesni su da ne poznaju sve alate i aktivno eksperimentiraju s novima kako bi unaprijedili svoje strategije poučavanja. Peta razina stručnosti je C1, razina vođe. Vođe barataju širokim spektrom digitalnih tehnologija, u svim situacijama znaju odabrati najprikladniju tehnologiju što ih čini idealnim mentorima, vođama ostalim učiteljima. Najviša razina je C2, odnosno pionir, kojeg karakterizira inovativnost, kritičnost prema postojećim digitalnim tehnologijama koje konstantnim istraživanjima unaprjeđuje, aktivno promicanje korištenja digitalnih resursa, inovacije u poučavanju, inovacije u procjenjivanju, inovacije u učeničkom sudjelovanju te korištenje inovacijskih formata u poticanju učeničkih digitalnih kompetencija. Razina pionira pripada najvišim stručnjacima, predvodnicima i inovatorima digitalnih kompetencija.

3.2 Digitalna kompetencija nastavnika u Republici Hrvatskoj

Jedan od najpoznatijih projekata u obrazovanju RH je zasigurno i pilot projekt e-Škole. Pilot projekt e-Škole dio je šireg programa e-Škole, punog naziva *e-Škole: Cjelovita informatizacija procesa poslovanja škola i nastavnih procesa u svrhu stvaranja digitalno zrelih škola za 21. stoljeće*. Prema mrežnoj stranici pilot projekta e-Škole [8], jedan od ciljeva projekta je pilotirati organizacijske, tehnološke i obrazovne koncepte uvođenja IKT-a u škole, dok je svrha projekta uspostaviti sustav digitalno zrelih škola, za što su potrebni digitalno kompetentni nastavnici. Program e-Škole provodi se u više projekata informatizacije školskog sustava, u razdoblju od 2015. do 2022. godine; od pilot projekta čija je provedba započela 2015. godine i traje do 2018. te druge faze projekta čija se provedba planira u razdoblju od 2019. do 2022. godine, a koja će počivati na rezultatima pilot projekta. U pilot projektu e-Škole održano je niz radionica, edukacija, webinara i tečaja u kojima su nastavnici imali mogućnost razvijati i usavršavati svoje digitalne kompetencije.

Prema brošuri *Sustavan razvoj digitalnih kompetencija djelatnika u e-Školama* Hrvatske akademske i istraživačke mreže - CARNET [11], u pilot projektu e-Škole, glavni cilj obrazovanja nastavnika osnovnih i srednjih škola uključenih u projekt, jest sustavan

razvoj digitalnih kompetencija koje su im potrebne za primjenu tehnologije u nastavnom procesu. Razne su digitalne kompetencije prisutne u nastavnika, poput komuniciranja i dijeljenja podataka u digitalnom okruženju, planiranja i primjena digitalnih tehnologija u nastavi, korištenje različitih digitalnih usluga kao što je e-Dnevnik, kreiranje digitalnih sadržaja kao interaktivnih i multimedijских obrazovnih sadržaja i raznih drugih. Stoga i obrazovanje nastavnika obuhvaća razne obrazovne aktivnosti koje će zajedno rezultirati podizanjem njihovih digitalnih kompetencija, čiji je razvoj temelj uspješne primjene tehnologije u nastavnim procesima. Kao jedan od ciljeva u vidu obrazovanja nastavnika, proces obrazovanja u pilot projektu se temelji na četiri koraka:

1. Definiranje koje sve kompetencije nastavnici trebaju imati kako bi bili digitalno kompetentni i mogli primjenjivati digitalnu tehnologiju u svom poslu, što je postignuto razvojem Okvira za digitalnu kompetenciju.

2. Definiranje na koji način će nastavnici usvojiti kompetencije potrebne za primjenu digitalne tehnologije u poslu, što je postignuto razvojem Kurikuluma za unapređenje digitalnih kompetencija u školama.

3. Osmišljavanje obrazovnih sadržaja kojima se razvijaju digitalne kompetencije nastavnika, što se realizira kreiranjem i pilotiranjem obrazovnih sadržaja za radionice, e-tečajeve i webinare, odnosno pripremom i provedbom programa obrazovanja.

4. Podrška nastavnicima, koja se vrši organiziranjem i provedbom stručno-savjetodavne podrške za primjenu digitalne tehnologije u nastavnom procesu i to putem stručnjaka koji posjećuju škole i nastavnike.

Prema podacima s mrežne stranice Hrvatske akademske i istraživačke mreže - CARNET [6], jedna od najposjećenijih konferencija posvećenih obrazovanju i razmjenama informacija i iskustva jest i CARNET-ova korisnička konferencija CUC (*Carnet User Conference*) koja se održava od 1999. godine te se afirmirala kao mjesto okupljanja nastavnika u osnovnim i srednjim školama, koji razne radionice demonstriraju svoje ideje, iskustva i znanja u području IKT-a i uporabe raznih alata, a sve u svrhu stjecanja novih znanja i osobnog razvoja.

4. Primjeri primjene e-učenja u nastavi matematike

4.1 Primjena e-učenja u učenju i poučavanju kvadriranja i potenciranja

Korištenje platformi u nastavi matematike prilagođeno je uzrastima u osnovnoj i srednjoj školi, uz preduvjet poznavanja informatičkih osnova. S obzirom da je platforma zamišljena kao podloga za samostalno potpomognuto učenje, najprimjerenije je za korištenje učenicima viših razreda osnovne škole i učenicima srednje škole. Tako već učenici sedmog i osmog razreda imaju dovoljno kompetencije za korištenje sustava.

Prema aktualnom nastavnom planu i programu za osnovnu školu, kvadriranje i potenciranje obrađuje se u osmom razredu osnovne škole. Tako učenici u nastavnim temama *Kvadriranje racionalnih brojeva*, *Kvadriranje umnoška i količnika*, *Kvadrat zbroja i razlike*. *Razlika kvadrata i Potencije s bazom 10* uče kvadrirati racionalne brojeve i procjenjivati vrijednosti kvadrata, kvadrirati umnožak i količnik te transformirati umnožak kvadrata i količnik kvadrata, kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva, prepoznati

kvadrat zbroja i kvadrat razlike u algebarskim izrazima, rastaviti razliku kvadrata na faktore, potencirati broj 10 prirodnim eksponentom, potencirati broj 10 cjelobrojnim eksponentom i računati s potencijama s bazom 10.

Prema aktualnom planu i programu za gimnazije, kvadriranje i potenciranje se obrađuje u prvom i drugom razredu srednje škole. U prvom razredu gimnazije obrađuje se u sklopu nastavne teme *Potencije i korijeni*, dok se u drugom razredu obrađuje pri uvodu u temu *Eksponecijalne i logaritamske funkcije*.

Od učenika se po završetku osnovne škole očekuje da znaju kvadrirati racionalni broj, procijeniti vrijednost kvadrata, napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška i količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto, kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva, prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike, rastaviti razliku kvadrata na faktore te primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Također se očekuje, što ćemo i detaljnije prikazati kasnije, da znaju potencirati broj 10 prirodnim eksponentom, potencirati broj 10 cjelobrojnim eksponentom, izračunati vrijednost izraza s potencijama s bazom 10, zapisati umnožak u obliku potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom i obrnuto te primijeniti potenciju s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Po završetku prvog razreda srednje škole, od učenika se očekuje da znaju računati s potencijama racionalne baze i cjelobrojnog eksponenta primjenjujući definiciju, svojstva i tehnologiju te primijeniti potencije pri rješavanju problema iz matematike, ostalih obrazovnih područja ili svakodnevnog života.

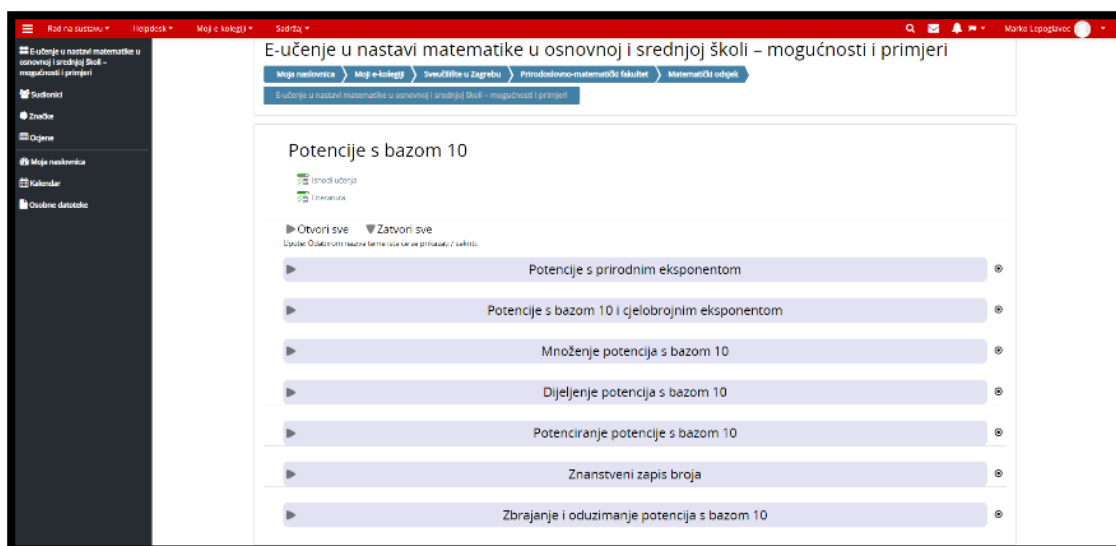
Po završetku drugog razreda srednje škole od učenika se očekuje da znaju računati s potencijama, definirati potencije s realnim eksponentom te istražiti potrebu definiranja potencija s realnim eksponentom, u svrhu uvođenja eksponecijalne funkcije.

Kao primjer primjene e-učenja u nastavi matematike, putem platforme *Merlin*, prikazat će se primjer obrade nastavne teme Potencije s bazom 10. Mogućnosti same platforme Merlin smo ranije specificirali u drugoj cjelini, a sada ćemo se posvetiti samom materijalu za e-učenje koji je izrađen. Sustav je dostupan na poveznici <https://moodle2test.srce.hr/my/> te mu je moguće pristupiti na zahtjev.

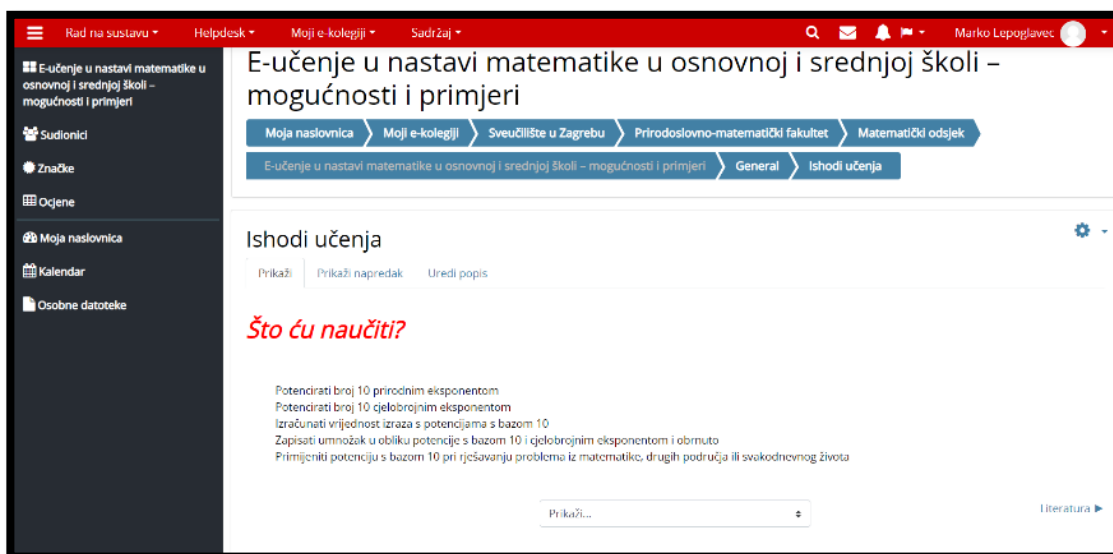
Iz tehničkog aspekta, izrađen materijal ostavlja mogućnosti dorađivanja u kontekstu izravne interakcije, pa su tako u razvoju materijala predviđeni *online* ispiti, forum i okvir za razgovor putem kojeg bi se omogućila izravna komunikacija između nastavnika i učenika. Također se može implementirati i pojmovnik, koji bi imao poveznice na definicije svih korištenih pojmova pri obradi materijala.

Što se tiče postojeće implementacije podataka, najčešće se koristi sadržaj koji je umetnut u platformu i dostupan mrežno svim učenicima. Koristeći grananje lekcija, učenici uvijek prvo moraju preuzeti zadatke i riješiti ih, a zatim tek preuzimaju datoteke s riješenim zadacima radi provjere rješenja. Od učenika se očekuje da prilikom korištenja materijala primjenjuju prethodno stečena znanja, generaliziraju nepotpunom indukcijom do željenih zaključaka i povezuju uzorke rješavanja zadataka.

Prijavom u sustav, učenicima se prikazuju sve nastavne cjeline koje će se obraditi u nastavnoj temi, kao što će sve naučiti te znati nakon nastavne teme.



Slika 4.1.1. Naslovna stranica



Slika 4.1.2. *Ishodi učenja nastavne teme Potencije s bazom 10*

4.1.1 Potencije s prirodnim eksponentom

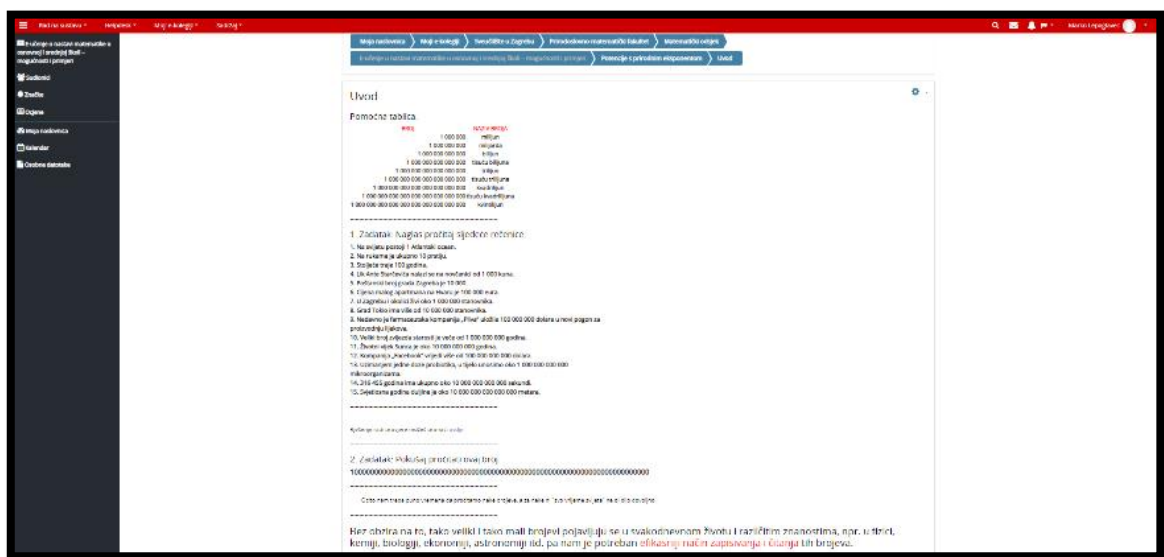
Učenici će nakon provedenih aktivnosti znati zapisati umnoške istih brojeva u obliku potencije s prirodnim eksponentom i obrnuto, potencirati broj 10 prirodnim eksponentom te primijeniti potenciju s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.



Slika 4.1.3. *Potencije s prirodnim eksponentom-naslovnica*

U samom uvodu učenici uočavaju da su im potrebna znanja korištenja potencija. Motivacijski zadatak koristi kako bi učenici uočili da će usvajanjem nastavne teme koja se obrađuje pridonijeti rješavanju situacija iz svakodnevnog života na koje mogu naići. Učenici će, čitajući rečenice koje sadrže zapise "velikih brojeva", "otkriti" potrebu za efikasnijim zapisom "jako velikih" brojeva zapisanih u dekadskom brojevnom sustavu.

Rješenje zadatka je dostupno učenicima, kako je prikazano u Prilogu 1. Od učenika se očekuje prepoznavanje brojeva u pomoćnoj tablici te povezivanje prilikom iščitavanja zadanih rečenica. Rečenice su unaprijed generirane, a doradom se mogu pripremiti u vidu pojedinačnog generiranja i prikazivanja pojedinačnih rješenja kako bi se olakšalo i učenicima koji imaju poteškoća s fokusiranjem. Također učenici mogu samostalno izoštriti i uvećati sliku kako bi prikaz teksta bio pregledniji. Zaključak je istaknut i prikazan drugom bojom.



Slika 4.1.4. Potencije s prirodnim eksponentom-uvod

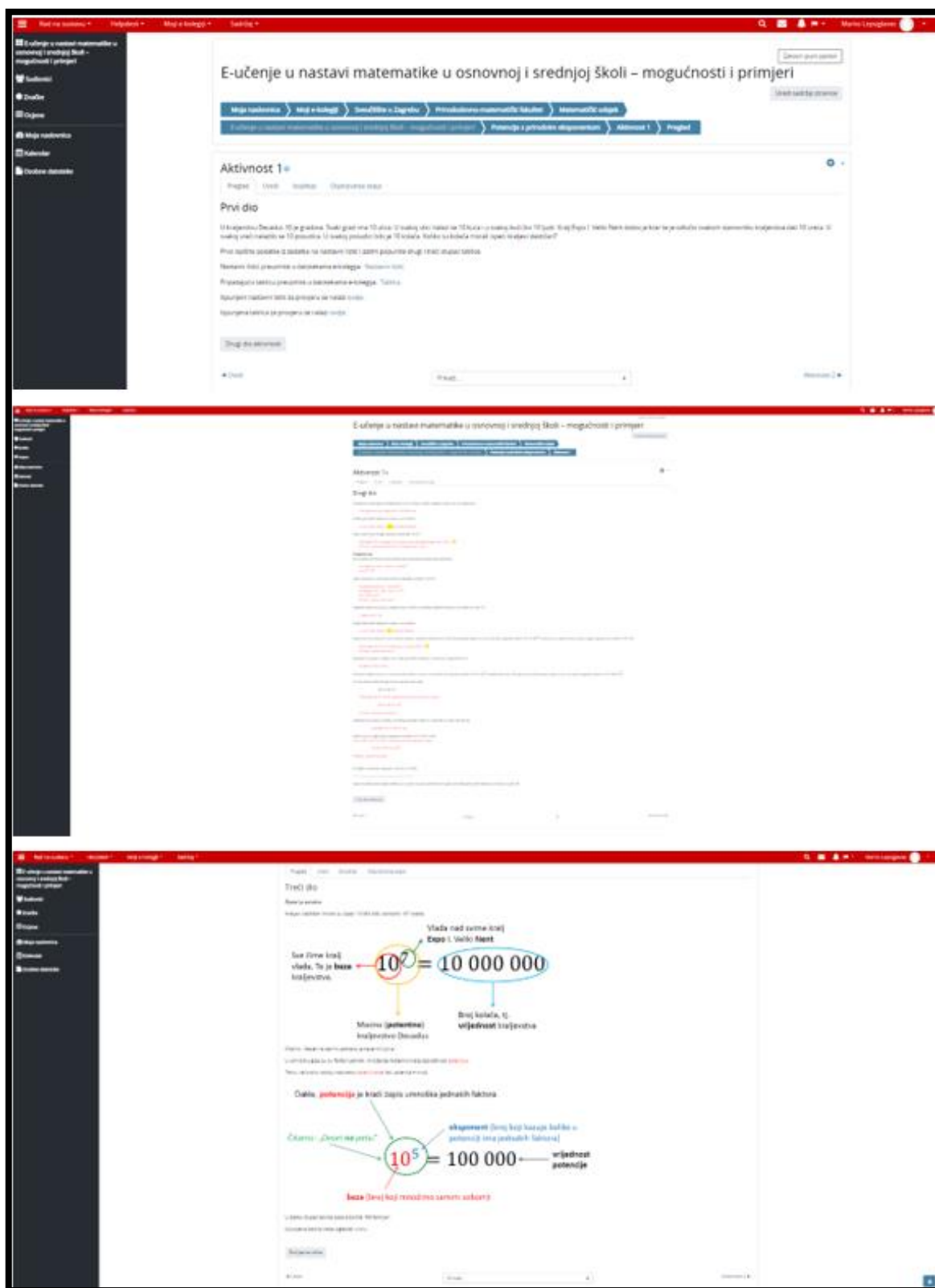
Zatim se u dvije aktivnosti obrađuje sadržajno nastavna cjelina, prije samog uvježbavanja svega naučenog.

U prvoj aktivnosti učenici će "otkriti" potencije s bazom 10 i prirodnim eksponentom većim ili jednakim 2. Učenici rješavaju nastavni listić, kako je prikazano u Prilogu 2. Prvo se prisjećaju kvadriranja i kubiranja te se od učenika očekuje da

generaliziranjem dolaze do zaključka da se kraći zapis može koristiti i za eksponente veće od 3. Popunjavanjem tablice uspoređuju dobivene rezultate po stupcima, pa tako uspoređuju rezultat i broj faktora u obliku umnoška broja 10. Tablica koju učenici ispunjavaju je prikazana u Prilogu 3, a riješeni nastavni listić je prikazan u Prilogu 4.

Nakon ispunjavanja tablice dolaze do definicije potencije te ju definiraju kao kraći zapis umnoška jednakih faktora. Djelomično ispunjena tablica prikazana je u Prilogu 5 koju učenici samostalno ispune prilikom rješavanja nastavnog listića, a potpuno ispunjena tablica je prikazana u Prilogu 6, koju učenici ispune nakon provedene diskusije. Sugestijama se usmjerava učenika do potrebnih zaključaka, pa su tako pitanja označena crnom bojom, dok su odgovori crvenom bojom kako bi se istaknuli i kako bi ih učenici dobro uočili. Također je dodatno korišten i sloj žute boje pri samom procesu zaključivanja i povezivanja pojedinih odgovora. Velikim fontovima i bojama vizualno se pridonosi željenim učincima.

Ubacivanjem zanimljivih činjenica iz stvarnog života može se podići učenikovu zainteresiranost za samu matematičku temu, pa je tako ovdje vidljiv primjer kratke povijesne crtice o iznimno velikom broju. Upravo putem povijesne crtice učenici uočavaju da je zapravo uvijek bilo "problema" s imenovanjem i čitanjem velikih brojeva.



Slika 4.1.5. Potencije s prirodnim eksponentom-aktivnost 1 – 1.dio



Slika 4.1.6. *Potencije s prirodnim eksponentom-aktivnost 1 - 2.dio*

U drugoj aktivnosti, učenici popunjavanjem tablica i uspoređivanjem podataka dolaze do željenih zaključaka. Učenici će "otkriti" da vrijednost potencije broja 10 ima onoliko nula koliki je eksponent potencije (eksponent je veći ili jednak 2).

Od učenika se očekuje da ispunjavanjem nastavnog listića generaliziraju nepotpunom indukcijom, uspoređujući eksponent potencije i broj nula u vrijednosti potencije, dolaze do zaključka da je umnožak n faktora zapravo jednak potenciji koju čitaju deset na n -tu te da bi vrijednost tog umnoška završavala s n nula.

Nastavni listić koji učenici ispunjavaju prikazan je u Prilogu 7, dok je ispunjeni nastavni listić prikazan u Prilogu 8. Pojedini zaključci su istaknuti crvenom bojom, dok je na kraju uvećan font zaključka aktivnosti kako bi učenici znali na čemu je naglasak.

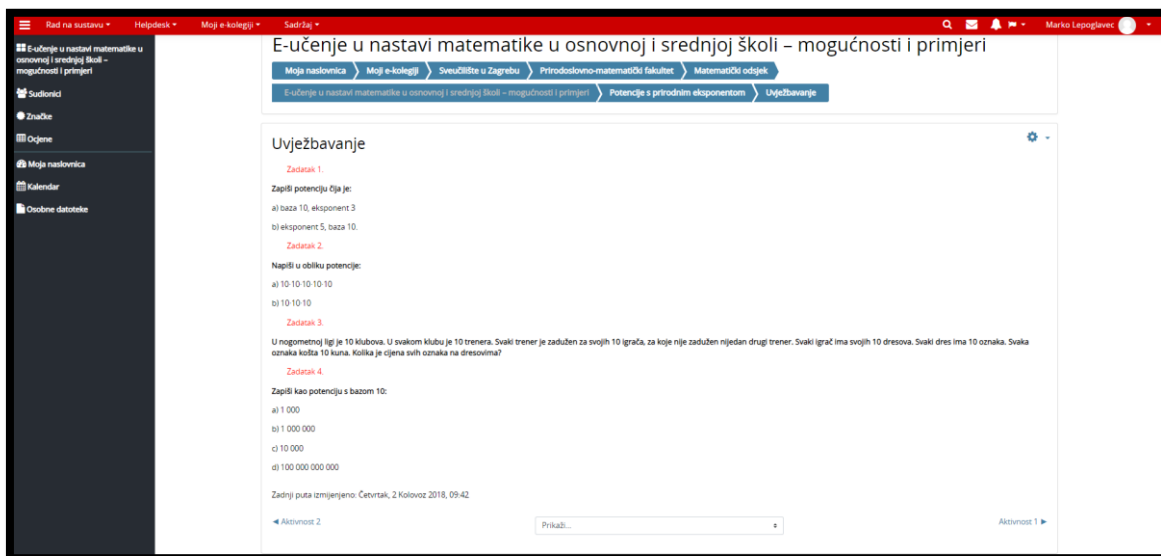


Slika 4.1.7. *Potencije s prirodnim eksponentom-aktivnost 2 - 1.dio*



Slika 4.1.8. *Potencije s prirodnim eksponentom-aktivnost 2 - 2.dio*

Učenici će, rješavajući zadatke u uvježbavanju, usvojiti zapisivanje umnoška istih brojeva u obliku potencija. Od učenika se očekuje da prilikom uvježbavanja koristi sve prethodno formulirane zaključke. Zadaci su pregledni u sustavu te ih učenici prepisuju u bilježnicu, dok je moguća i implementacija zadataka zadanih u uređivaču teksta, kako bi ih rješavali na računali i zatim pospremili u arhivu. S obzirom da je većina testova i dalje uživo na papiru, koristi se i takav princip radi prakticiranja jednakog pristupa.

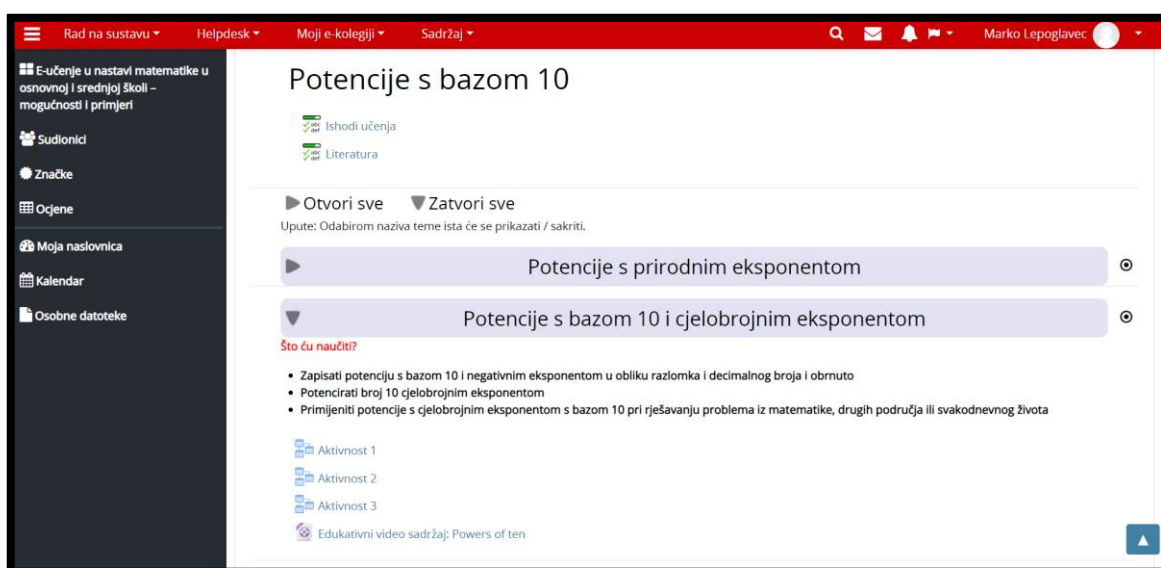


Slika 4.1.9. *Potencije s prirodnim eksponentom-uvježbavanje*

4.1.2 Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom

Učenici će nakon obrađene cjeline znati zapisati potenciju s bazom 10 i negativnim eksponentom u obliku razlomka i decimalnog broja i obrnuto, potencirati broj 10 cjelobrojnim eksponentom te primijeniti potencije s cjelobrojnim eksponentom s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Prethodno usvojena znanja vezana za potencije s bazom 10 i prirodnim eksponentom učenicima će pružiti podlogu za predviđanje zaključaka, s obzirom da su principi zaključivanja analogni onima u prethodnoj cjelini.

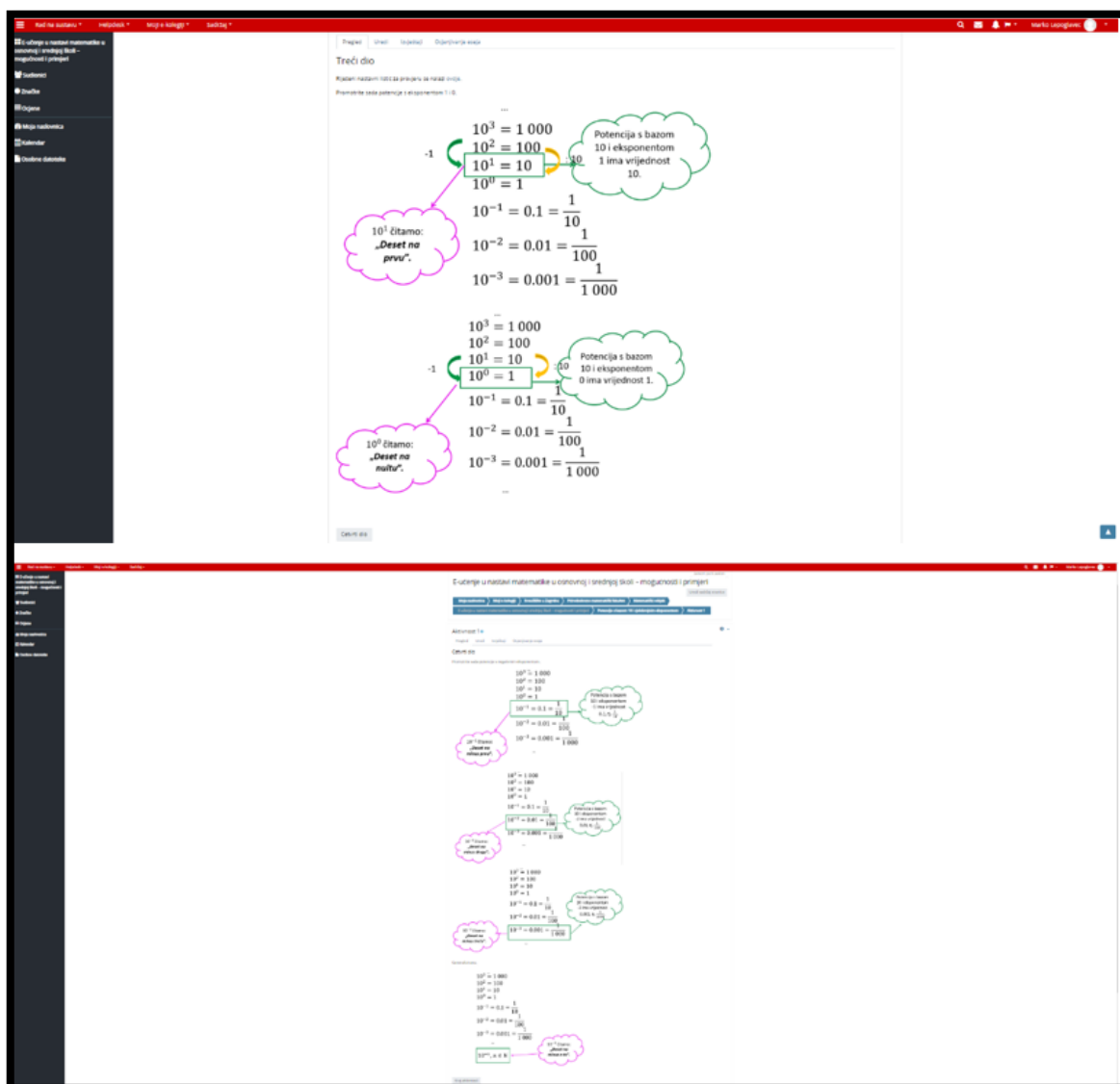


Slika 4.1.10. *Potencije s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentom-naslovna*

Nastavna cjelina obrađuje se u tri aktivnosti, a pri samom kraju se prikazuje i video sadržaj koji učenicima jasnije predočuje razmjere potencije s bazom 10. U prvoj aktivnosti učenici će, uočavanjem pravilnosti u brojevnim nizovima, "otkriti" smisao i vrijednost potencija 10^1 , 10^0 i potencija broja 10 s negativnim cjelobrojnim eksponentom. Prvo ispunjavaju nastavni listić, koji je prikazan u Prilogu 9, čije je rješenje prikazano u Prilogu 10. Promatrajući ispunjenu tablicu, učenici uočavaju da se eksponent potencije smanjuje za 1 iz retka u redak, a da se pritom dekadске jedinice smanjuju 10 puta te prema uočenom pravilu nastavljaju niz.

Očekuje se od učenika da uoče taj prijelaz te da analogiju primjenjuju u daljnjem rješavanju zadataka. Zatim ispunjavaju drugi nastavni listić, koji je prikazan u Prilogu 11, a čije je rješenje prikazano u Prilogu 12. Posebno paze prilikom prijelaza na eksponent jedan, nulu i negativni eksponent, a zatim se od učenika očekuje da generaliziranjem nepotpunom indukcijom donose željeni zaključak za sve negativne eksponente. Posebno su na ekranu raznim bojama istaknute potencije 10^0 i 10^1 te je prikazan tekst kako se čitaju takve potencije. Takav prikaz je nužan jer se učenici prvi puta susreću s takvim potencijama i važno ih je istaknuti kako bi učenici odmah uočili da su eksponenti 0 i 1 različiti u odnosu na ostale, što će kasnije i primijetiti prilikom rješavanja zadataka.

Slika 4.1.11. Potencije s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentom-aktivnost 1 - 1.dio

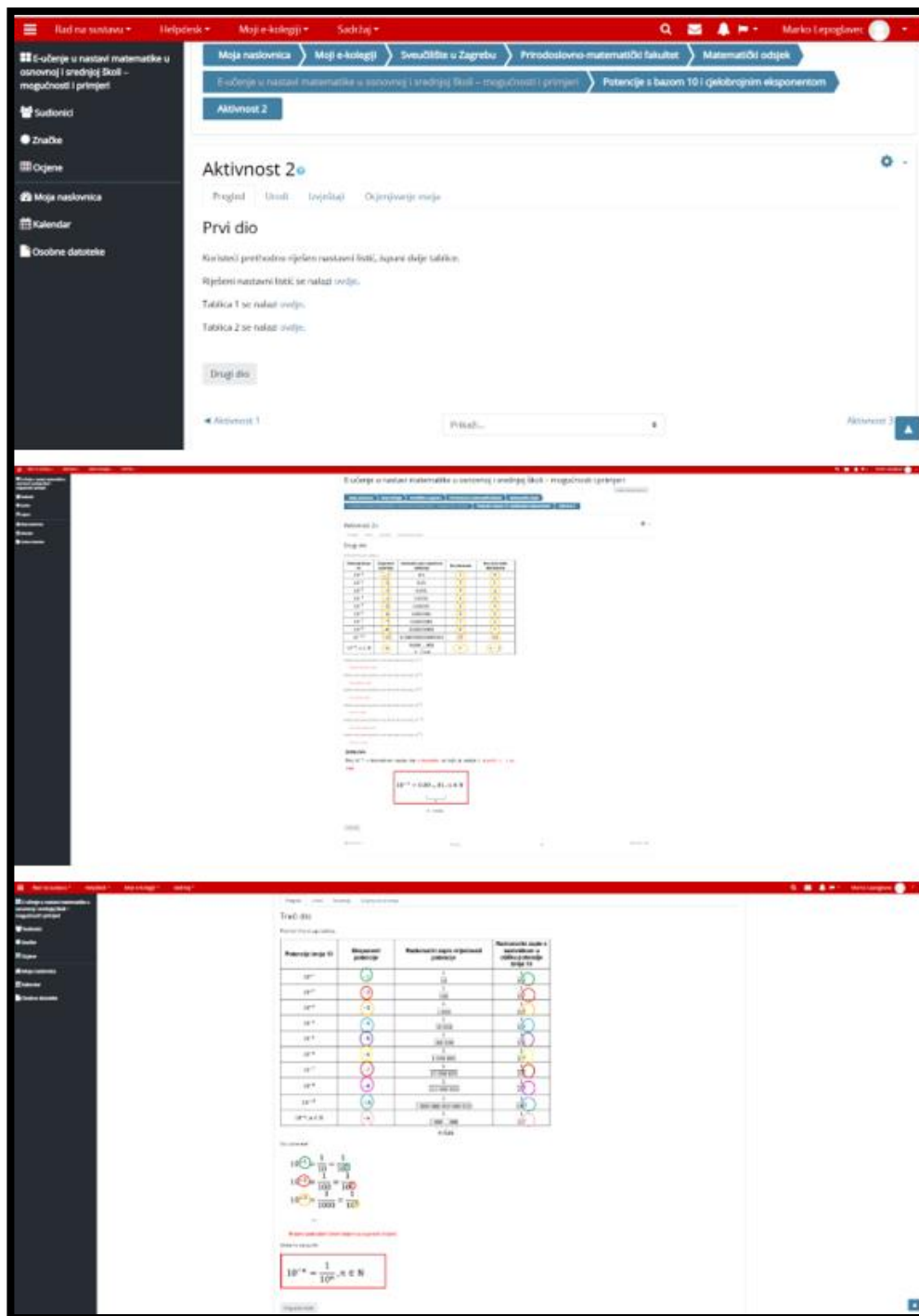


Slika 4.1.12. Potencije s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentom-aktivnost 1 - 2.dio

U drugoj aktivnosti, ispunjavanjem dvije tablice, učenici uspoređuju dobivena rješenja. Tablice su prikazane u Prilogu 13 i Prilogu 14. Od učenika se očekuje povezivanje prethodnih znanja te da će uspješno odgovoriti na sva pitanja. Učenici će "otkriti" vezu potencije broja 10 s negativnim cjelobrojnim eksponentom sa zapisom njezine vrijednosti u decimalnom i razlomačkom obliku. Promatrajući tablicu, uspoređuju eksponent potencije, broj decimala u decimalnom zapisu vrijednosti te potencije, kao i broj nula među decimalama. Generaliziranjem nepotpunom indukcijom zaključuju da broj 10^{-n} u

decimalnom zapisu ima n decimala, od kojih je zadnja 1, a prvih $n - 1$ su nule te da je

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}, n \in \mathbb{N}.$$



Slika 4.1.13. Potencije s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentom-aktivnost 2

U trećoj aktivnosti učenici će "otkriti" da povećanje cjelobrojnog eksponenta potencije broja 10 za 1 rezultira povećanjem vrijednosti te potencije 10 puta. Popunjavanjem tablice promatraju povećanje eksponenta i uspoređuju s vrijednošću potencije. Tablica je prikazana u Prilogu 15. Uočavaju da se eksponent potencije povećava za 1 iz retka u redak, dok se vrijednosti potencije povećavaju 10 puta. Riješena tablica je prikazana u prilogu 16. Učenici generaliziranjem nepotpunom indukcijom zaključuju da ako se eksponent potencije broja 10 poveća za 1, tada se vrijednost potencije poveća 10 puta te zaključak pamte u obliku rekurzije $10^{n+1} = 10 \cdot 10^n$.

The screenshot shows a web-based learning environment. The top navigation bar includes 'Rad na sustavu', 'Helpdesk', 'Moji e-kolegiji', and 'Sadržaj'. The main content area is titled 'Aktivnost 3' and is divided into two sections:

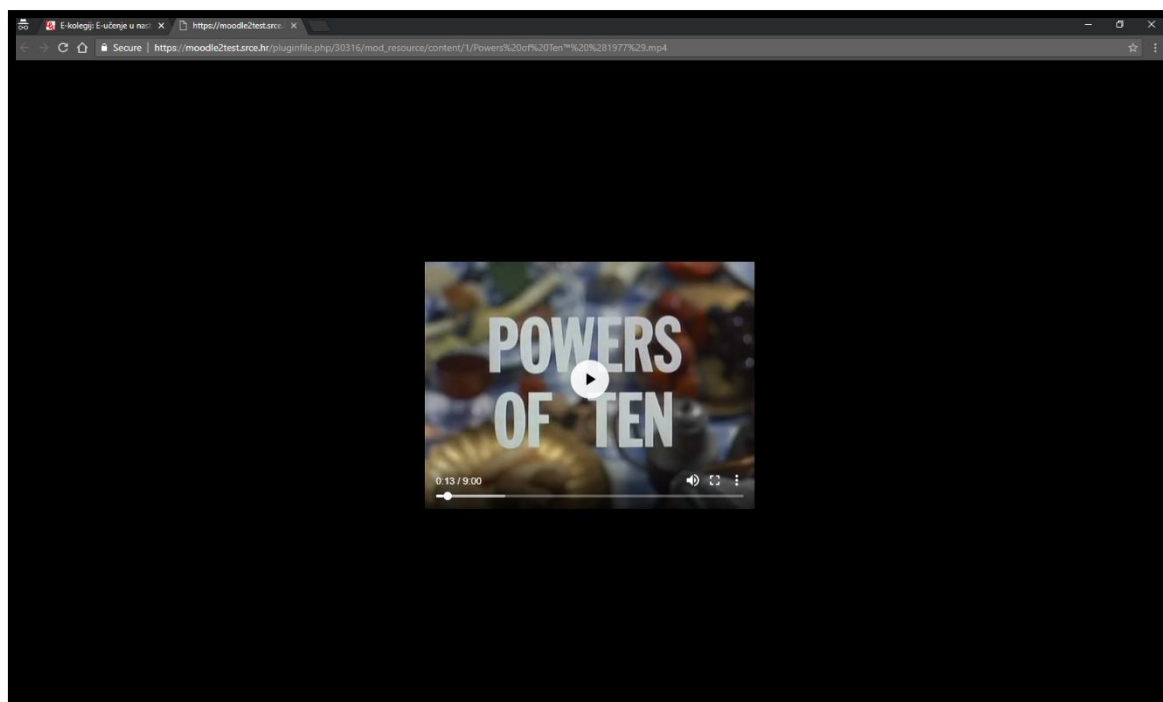
- Prvi dio (First part):** Instructs the user to solve a worksheet and answer questions. A button labeled 'Pitanja' (Questions) is visible.
- Drugi dio (Second part):** Presents a table of powers of 10 for the user to analyze. The table is as follows:

+1	$10^{-5} = 0.00001$	$\cdot 10$
+1	$10^{-4} = 0.0001$	$\cdot 10$
+1	$10^{-3} = 0.001$	$\cdot 10$
+1	$10^{-2} = 0.01$	$\cdot 10$
+1	$10^{-1} = 0.1$	$\cdot 10$
+1	$10^0 = 1$	$\cdot 10$
+1	$10^1 = 10$	$\cdot 10$
+1	$10^2 = 100$	$\cdot 10$
+1	$10^3 = 1\,000$	$\cdot 10$
+1	$10^4 = 10\,000$	$\cdot 10$

 Below the table, a red box contains the text: 'Eksponent potencije se iz retka u redak povećava za 1. Vrijednosti potencija se iz retka u redak povećavaju 10 puta.' Below this, it states: 'Ako se eksponent potencije broja 10 poveća za 1, vrijednost potencije poveća se 10 puta. $10^{n+1}=10 \cdot 10^n, n \in \mathbb{Z}$ '.

Slika 4.1.14. Potencije s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentom-aktivnost 3

Na kraju cjeline učenici gledaju video "*Powers of Ten*", dostupan na besplatnoj *YouTube* platformi, na kojem promatraju vrijednosti potencije u stvarnom životu te koji bi bili realni omjeri, kako bi lakše razumjeli vrijednosti potencija. S obzirom da postoje razni tipovi učenika, a neki od njih su vizualni ili tipovi, dodavanje multimedijских isječaka u samo učenje iznimno doprinosi željenom rezultatu.



Slika 4.1.15. *Potencije s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentom-Powers of ten*

4.1.3 Množenje potencija s bazom 10

Učenici će nakon obrađene cjeline znati pomnožiti potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentima, pomnožiti umnoške racionalnog broja i potencije s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentom te primijeniti množenje potencija s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

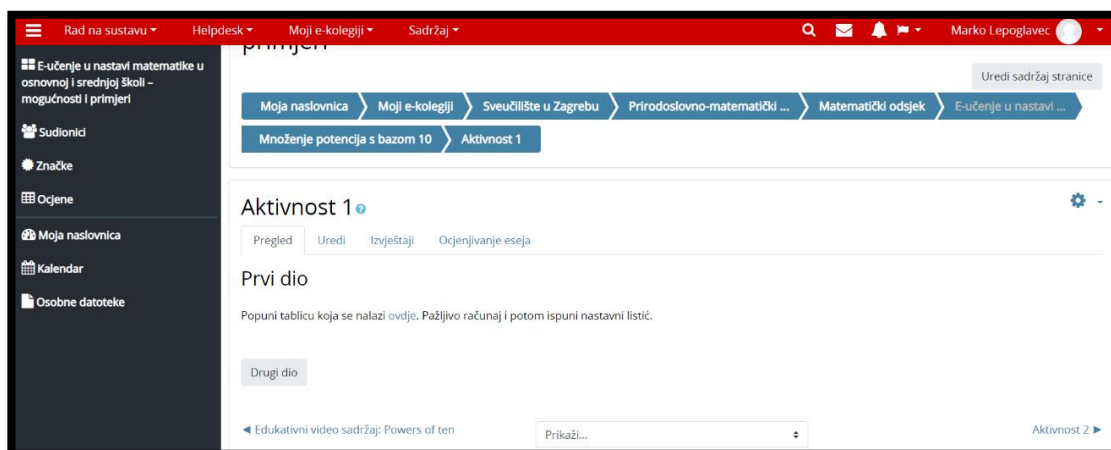


Slika 4.1.16. *Množenje potencija-naslovnica*

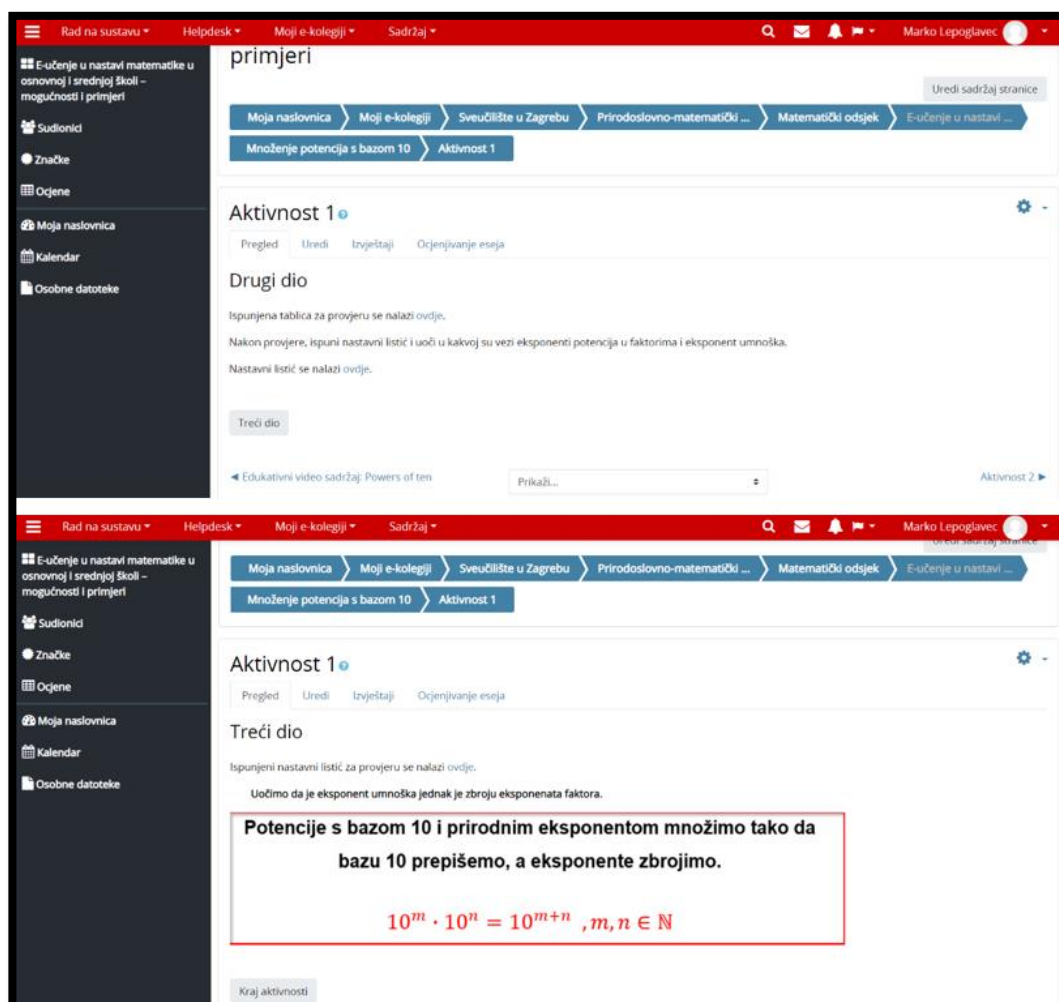
Cjelina se obrađuje u tri aktivnosti te rješavanjem zadataka za uvježbavanje. Raznim vizualnim efektima pridodaje se pažnja i naglasak na određene zaključke. U prvoj aktivnosti učenici će "otkriti" pravilo za međusobno množenje potencija s bazom 10 s prirodnim eksponentima.

Tablica koju učenici ispunjavaju je prikazana u prilogu 17. Nakon ispunjavanja tablice, učenici promatraju vezu eksponenta potencija u faktorima i eksponenta umnoška te dolaze do željenog zaključka. Ispunjena tablica prikazana je u Prilogu 18. Zatim učenici ispunjavaju nastavni listić kojim uočavaju da je eksponent umnoška jednak zbroju eksponenata faktora. Nastavni listić prikazan je u Prilogu 19, a riješeni nastavni listić u Prilogu 20.

Analogijom i generalizacijom te nepotpunom indukcijom zaključuju da se potencije s bazom 10 i prirodnim eksponentom množe tako da se baza 10 prepíše, a eksponenti se zbroje.



Slika 4.1.17. Množenje potencija-aktivnost 1 - 1.dio



Slika 4.1.18. Množenje potencija-aktivnost 1 - 2.dio

The image displays three sequential screenshots of a digital learning interface for 'Aktivnost 2' (Activity 2) on multiplying powers of 10. Each screenshot shows a navigation menu on the left and a main content area on the right.

- Top Screenshot (Prvi dio):** The main content area is titled 'Aktivnost 2' and 'Prvi dio'. It instructs the user to 'Popuni tablicu koja se nalazi ovdje. Pažljivo računaj i potom ispuni nastavni listić.' (Fill in the table that is located here. Calculate carefully and then complete the worksheet.) A 'Drugi dio' button is visible at the bottom.
- Middle Screenshot (Drugi dio):** The main content area is titled 'Aktivnost 2' and 'Drugi dio'. It instructs the user to 'Ispunjena tablica za provjeru se nalazi ovdje. Nakon provjere, ispuni nastavni listić i uoči u kakvoj su vezi eksponenti potencija u faktorima i eksponent umnoška. Nastavni listić se nalazi ovdje.' (The completed table for checking is located here. After checking, complete the worksheet and notice the relationship between exponents of powers in factors and the exponent of the product. The worksheet is located here.) A 'Treći dio' button is visible at the bottom.
- Bottom Screenshot (Treći dio):** The main content area is titled 'Aktivnost 2' and 'Treći dio'. It instructs the user to 'Ispunjeni nastavni listić za provjeru se nalazi ovdje. Prisjetimo se množenja potencija s prirodnim eksponentom. Potencije s bazom 10 i prirodnim eksponentom množimo tako da bazu 10 prepíšemo, a eksponente zbrojimo. $10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}, m, n \in \mathbb{N}$ Uočimo da je eksponent umnoška i kod potencija s cjelobrojnim eksponentom jednak je zbroju eksponenata faktora. Potencije s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentima množimo tako da bazu 10 prepíšemo, a eksponente zbrojimo. $10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}, m, n \in \mathbb{Z}$ ' (The completed worksheet for checking is located here. Let's recall multiplying powers with natural exponents. We multiply powers with base 10 and natural exponents by writing the base 10 and adding the exponents. $10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}, m, n \in \mathbb{N}$ We notice that the exponent of the product is also equal to the sum of the exponents of the factors when the exponents are integers. We multiply powers with base 10 and integer exponents by writing the base 10 and adding the exponents. $10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}, m, n \in \mathbb{Z}$)

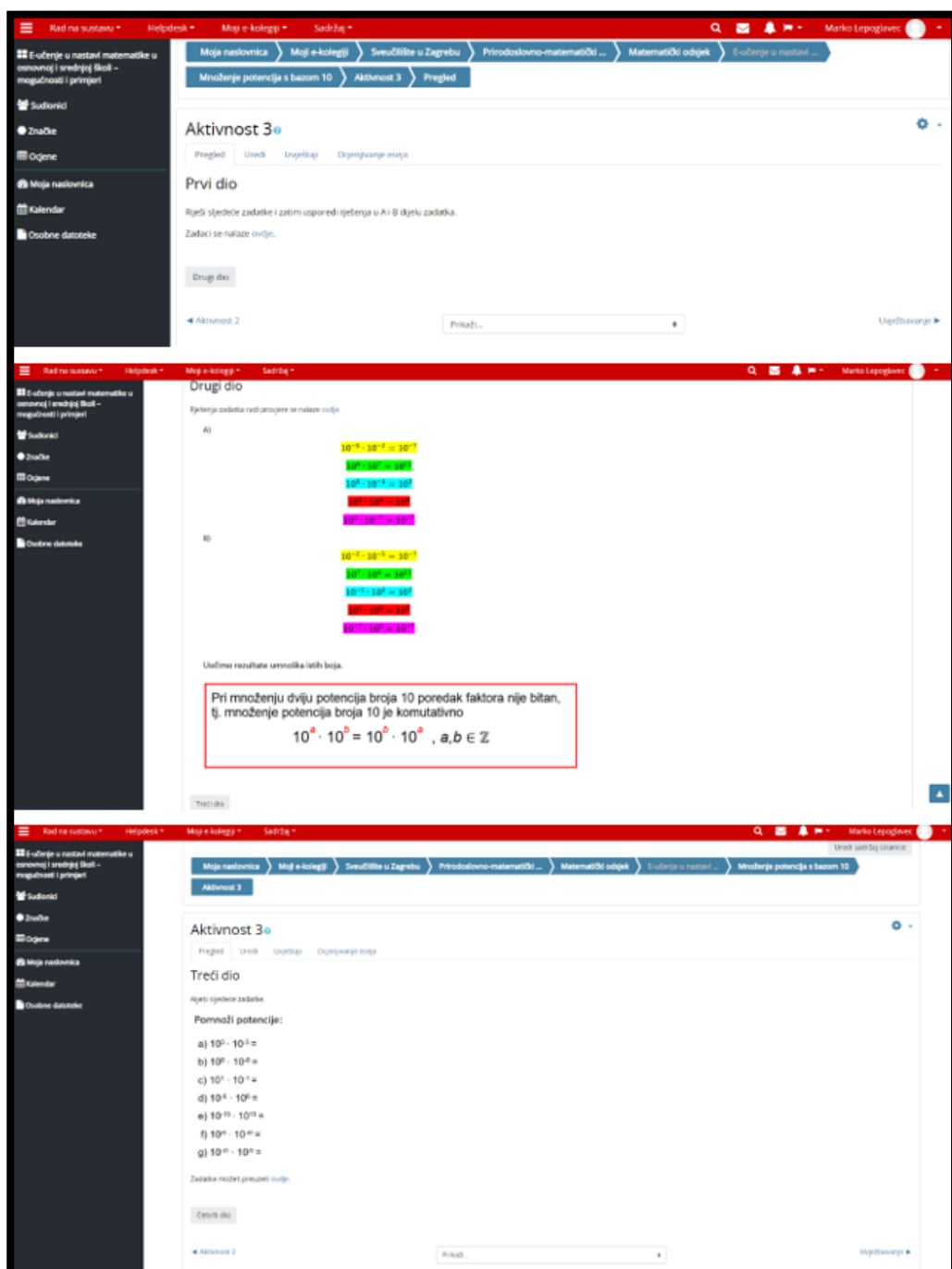
Slika 4.1.19. Množenje potencija-aktivnost 2

Učenici će "otkriti" pravilo za međusobno množenje potencija s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentima. Kao i u prethodnoj aktivnosti, učenici nakon ispunjavanja tablice promatraju vezu eksponenta potencija u faktorima i eksponenta umnoška te dolaze

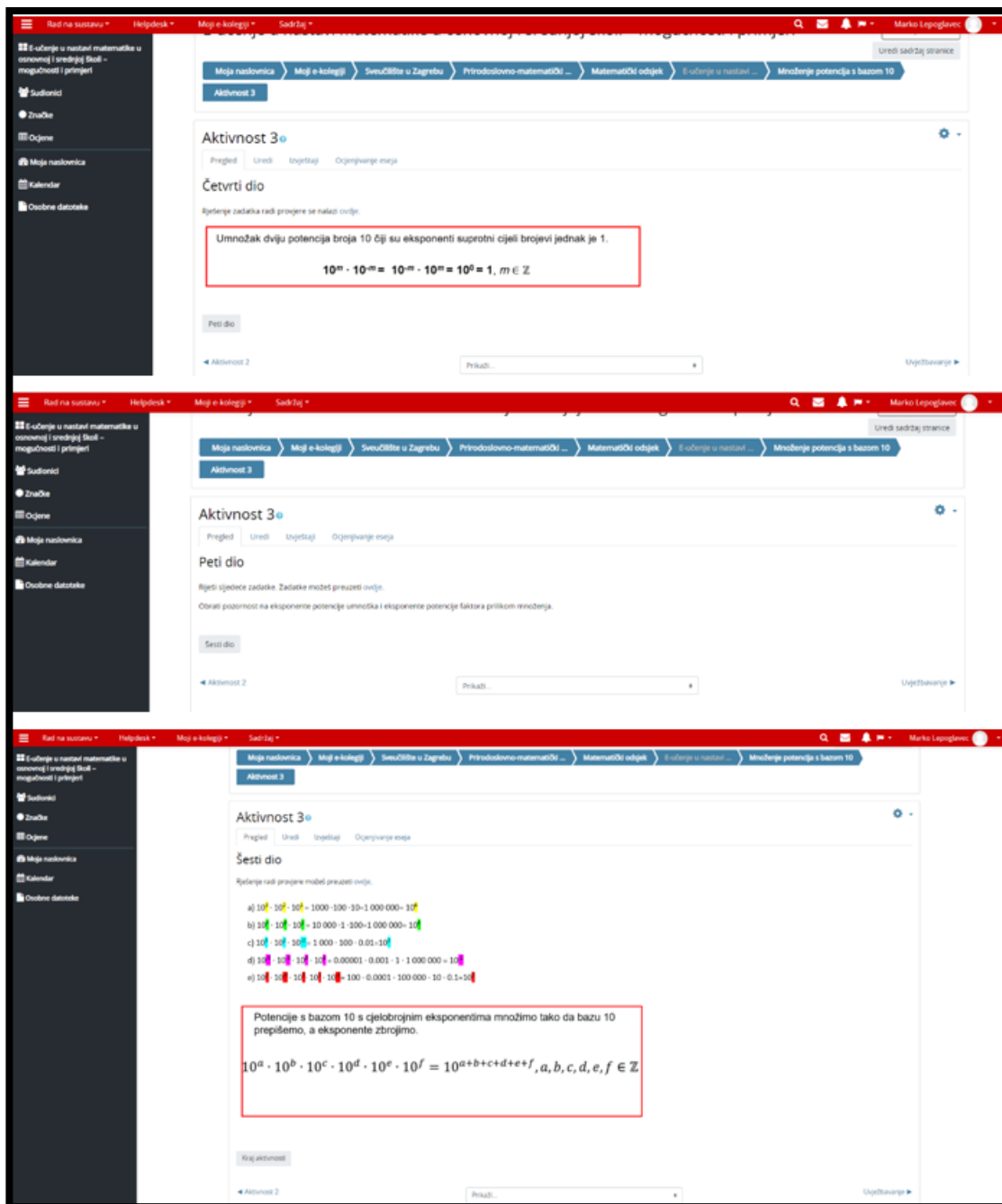
do željenog zaključka. Tablica koju učenici ispunjavaju je prikazana u Prilogu 21, dok je ispunjena tablica prikazana u Prilogu 22. Poučeni iskustvom iz prethodne aktivnosti, unaprijed predviđaju zaključak, koji potvrđuju rezultatima iz tablice. Nakon što ispune tablicu, učenici rješavaju nastavni listić, koji je prikazan u Prilogu 23. Uočavaju da je i kod potencija broja 10 s cjelobrojnim eksponentima, eksponent umnoška jednak zbroju eksponenata faktora. Riješeni nastavni listić prikazan je u Prilogu 24. Analogijom i generalizacijom te nepotpunom indukcijom zaključuju da se potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom množe tako da se baza 10 prepíše, a eksponenti se zbroje, kao i kod potencija s prirodnim eksponentima.

U trećoj aktivnosti učenici će "otkriti" svojstvo komutativnosti množenja potencija s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentima, "otkriti" svojstvo međusobnog množenja potencija s bazom 10 sa suprotnim cjelobrojnim eksponentima, kao i "otkriti" pravilo za množenje triju ili više potencija s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentom. Kod otkrivanja svojstva množenja potencija broja 10 s cjelobrojnim eksponentima, učenici prvo obrađuju svojstvo komutativnosti množenja potencija, zatim množenje potencija sa suprotnim cjelobrojnim eksponentima te u konačnici i množenje tri ili više potencija. Prilikom otkrivanja svojstva komutativnosti, učenici rješavaju zadatke i zatim uspoređuju rješenja u zadacima gdje je zamijenjen redoslijed faktorima i zaključuju da vrijedi svojstvo komutativnosti. Nastavni listić sa zadacima je prikazan u Prilogu 25. Zadaci su napravljeni metodom razlikovanja slučajeva, pa su tako eksponenti u umnošku redom umnošci pozitivnih eksponenata, pozitivnih i negativnih eksponenata, negativnih eksponenata, pozitivnih eksponenata i eksponenta nule, negativnih eksponenata i eksponenta nule te eksponenata nula. Rješenja zadataka prikazana su u Prilogu 26. Pri otkrivanju svojstva množenja potencija sa suprotnim cjelobrojnim eksponentima, učenici rješavaju zadatke zadane tako da je u nekim zadacima prvi eksponent pozitivan broj, a drugi negativan, dok je u drugim zadacima prvo negativan eksponent a drugi pozitivan, kako bi u donošenju zaključka bili svjesni da poredak nije bitan te da i kod takvih potencija vrijedi svojstvo komutativnosti. Zadaci su prikazani u Prilogu 27, dok su rješenja prikazana u Prilogu 28. Zaključuju da je umnožak dviju potencija broja 10 čiji su eksponenti suprotni cijeli brojevi jednak 1, odnosno potenciji 10^0 . Zatim učenici rješavanjem zadataka otkrivaju da

potencije s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentima množimo tako da bazu 10 prepíšemo, a eksponente zbrojimo. Zadaci su prikazani u Prilogu 29, dok su rješenja zadataka prikazana u Prilogu 30.



Slika 4.1.20. Množenje potencija-aktivnost 3 - 1.dio

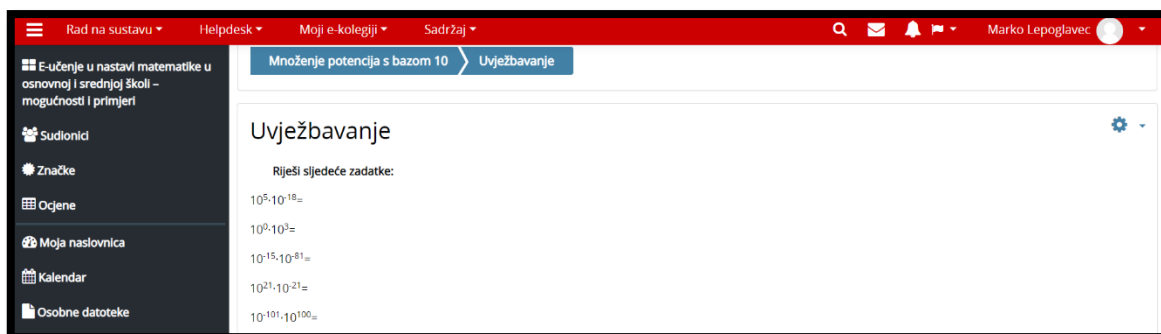


Slika 4.1.21. Množenje potencija-aktivnost 3 - 2.dio

U uvježbavanju učenici će, rješavajući zadatke, usvojiti množenje potencija s cjelobrojnim eksponentima. Prilikom rješavanja zadataka, učenici koriste sva svojstva koja

su ranije usvojili kako bi si pojednostavili proces množenja. Upravo zadaci za uvježbavanje doprinose bržem i efikasnijem rješavanju problemskih zadataka u kojima koristi se množenje potencija.

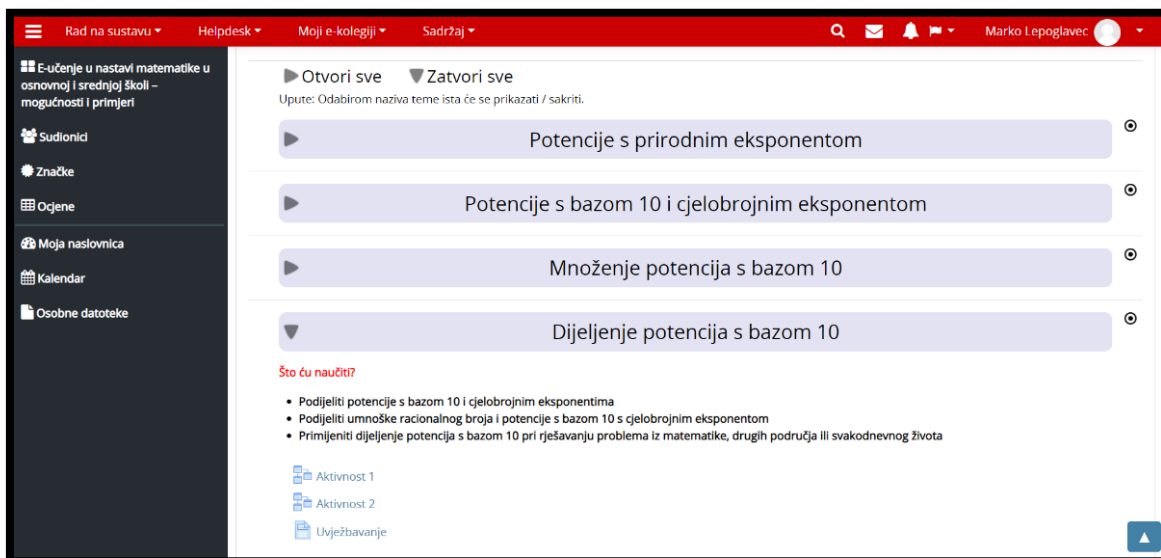
Uz što više vježbanja i korištenja naučenih svojstva, poput svojstva množenja potencija suprotnih eksponenata, uvelike si učenici olakšavaju svoje računanje.



Slika 4.1.22. Množenje potencija-uvježbavanje

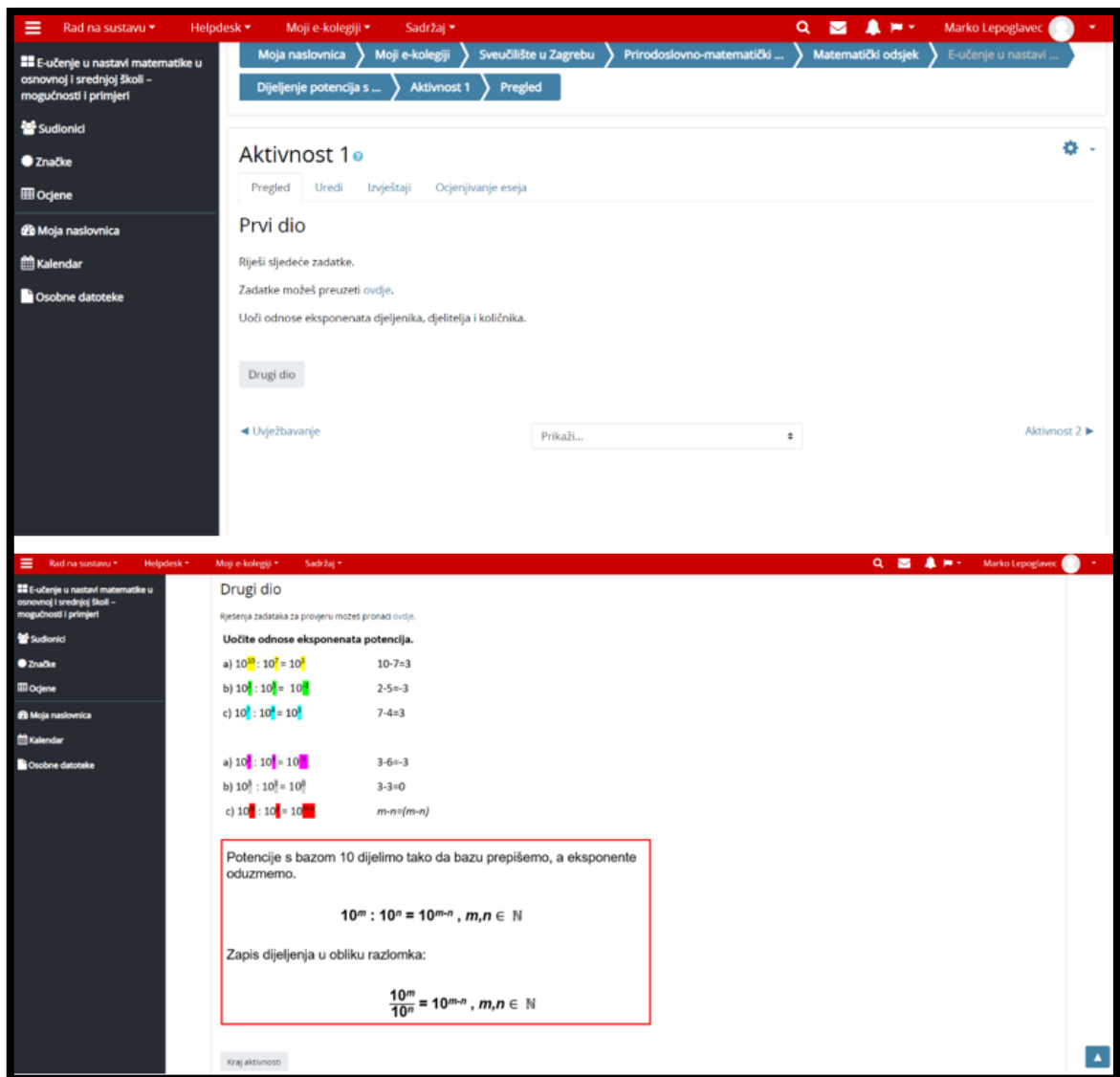
4.1.4 Dijeljenje potencija s bazom 10

Učenici će nakon obrađene cjeline znati podijeliti potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentima, podijeliti umnoške racionalnog broja i potencije s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentom te primijeniti dijeljenje potencija s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.



Slika 4.1.23. *Dijeljenje potencija-naslovnica*

Cjelina se sastoji od dvije aktivnosti i zadataka za uvježbavanje na kraju cjeline. U prvoj aktivnosti učenici će "otkriti" pravilo za dijeljenje potencija s bazom 10 i prirodnim eksponentima. Učenici rješavaju zadatke, unutar kojih se mogu pronaći razni slučajevi odnosa eksponenata potencija. Zadaci su prikazani u Prilogu 31. Nakon rješavanja zadataka, proučavaju odnose eksponenata djeljenika, djelitelja i količnika. Uočavaju da se potencije dijele tako da bazu prepisu, a eksponente oduzmu, odnosno da vrijedi $10^m : 10^n = 10^{m-n}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Rješenja zadataka su prikazana u Prilogu 32.



Slika 4.1.24. Dijeljenje potencija-aktivnost 1

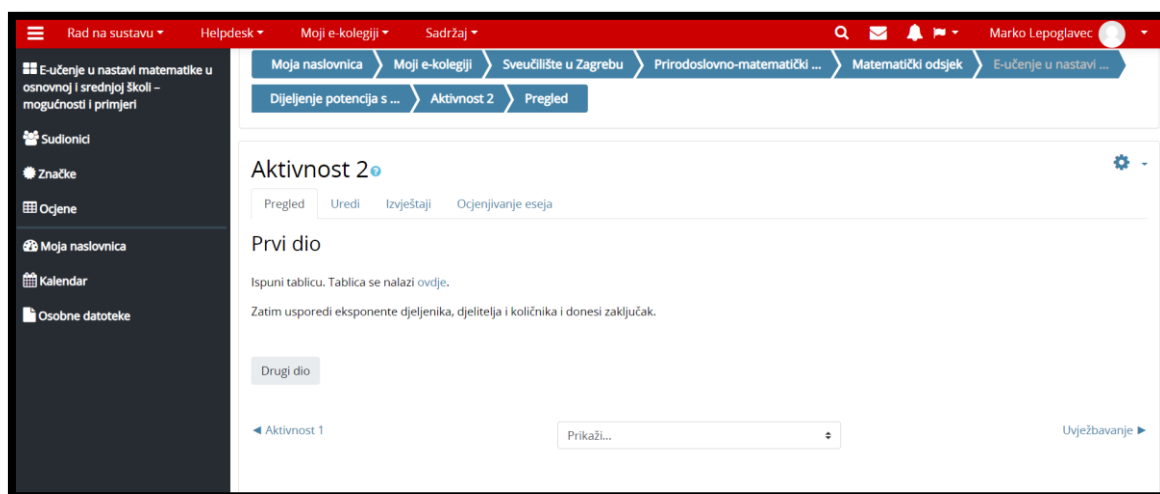
U drugoj aktivnosti učenici će "otkriti" pravilo za dijeljenje potencija s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentima.

Kao u prethodnoj aktivnosti, učenici rješavanjem zadataka proučavaju odnose eksponenata djeljenika, djelitelja i količnika. Zadaci su prikazani u Prilogu 33 te su napravljeni metodom razlikovanja slučajeva, pa su tako eksponenti potencija redom kombinacije pozitivnih eksponenata, pozitivnih i negativnih eksponenata, negativnih

eksponenata, pozitivnih eksponenata i eksponenta nule, negativnih eksponenata i eksponenta nule te eksponenata nula.

Kao i kod potencija s prirodnim eksponentom, dio zadataka učenici rješavaju tako da se potencije s negativnim eksponentom zapisuju u obliku razlomka, a dio tako da se zapisuju u obliku decimalnog broja. Rješenja zadataka su prikazana u Prilogu 34. Uočavanjem odnosa eksponenata, učenici zaključuju da se potencije s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentom dijele tako da se baza 10 prepíše, a od eksponenta djeljenika se oduzme eksponent djelitelja, odnosno, baza 10 se potencira eksponentom koji je jednak razlici eksponenta djeljenika i eksponenta djelitelja.

Takav zaključak prirodnog je slijeda učenicima s obzirom da je pristup rješavanju zadataka analogan ranijem pristupu kod potencija s bazom 10 i prirodnim eksponentima, ali i sličan način uočavanja pravilnosti i donošenja zaključka kao i kod množenja potencija s bazom 10 i cjelobrojnih eksponenata.



Slika 4.1.25. Dijeljenje potencija-aktivnost 2 - 1.dio

Drugi dio

Opisne tablice u ovom projektu nisu podržane.

Opisni eksponentni djelitelji, djelitelji i količnici

	Eksponent djeljenika	Eksponent djelitelja	Eksponent količnika	Rezultat (u obliku potencije broja 10)
$10^5 : 10^2$	5	2	3	10^3
$10^3 : 10^{-2}$	3	-2	5	10^5
$10^{-7} : 10^0$	-7	0	-7	10^{-7}
$10^0 : 10^{-4}$	0	-4	4	10^4
$10^{-6} : 10^4$	-6	4	-10	10^{-10}
$10^0 : 10^0$	0	0	0	10^0

Potencije s bazom 10 s cjelobrojnim eksponentom dijelimo tako da bazu 10 prepišemo, a od eksponenta djeljenika oduzmemo eksponent djelitelja, odnosno, bazu 10 potenciramo eksponentom koji je jednak razlici eksponenta djeljenika i eksponenta djelitelja.

$$10^m : 10^n = 10^{m-n}, \quad m, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}, \quad m, n \in \mathbb{Z}$$

Uočimo!

$$10^m : 10^m = 10^{m-m} = 10^0 = 1, \quad m \in \mathbb{Z}$$

Slika 4.1.26. Dijeljenje potencija-aktivnost 2 - 2.dio

Kao i kod množenja uvježbavanjem će učenici, rješavajući zadatke, usvojiti dijeljenje potencija s cjelobrojnim eksponentima. Prilikom rješavanja zadataka moraju paziti na brzoplete greške kod oduzimanja negativnih brojeva, kao i biti svjesni da ne vrijede svojstva koja vrijede kod množenja potencija.

Rad na sustavu Helpdesk Moji e-kolegiji Sadržaj Marko Lepoglavec

E-učenje u nastavi matematike u osnovnoj i srednjoj školi – mogućnosti i primjeri

Moja naslovnica Moji e-kolegiji Sveučilište u Zagrebu Prirodoslovno-matematički ... Matematički odsjek E-učenje u nastavi ...

Dijeljenje potencija s ... Uvježbavanje

Uvježbavanje

Riješi sljedeće zadatke:

$10^5 : 10^5 =$

$10^0 : 10^3 =$

$10^{15} : 10^{81} =$

$10^{21} : 10^{21} =$

$10^{-101} : 10^{-100} =$

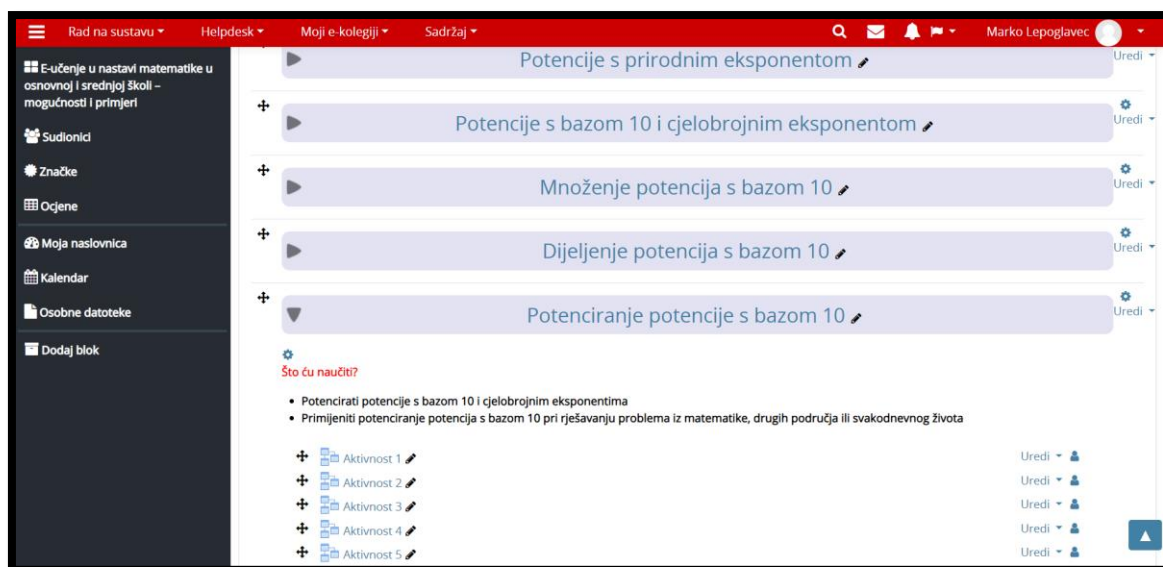
Zadnji puta izmijenjeno: Petak, 24 Kolovoz 2018, 22:41

← Aktivnost 2

Slika 4.1.27. Dijeljenje potencija-uvježbavanje

4.1.5 Potenciranje potencije s bazom 10

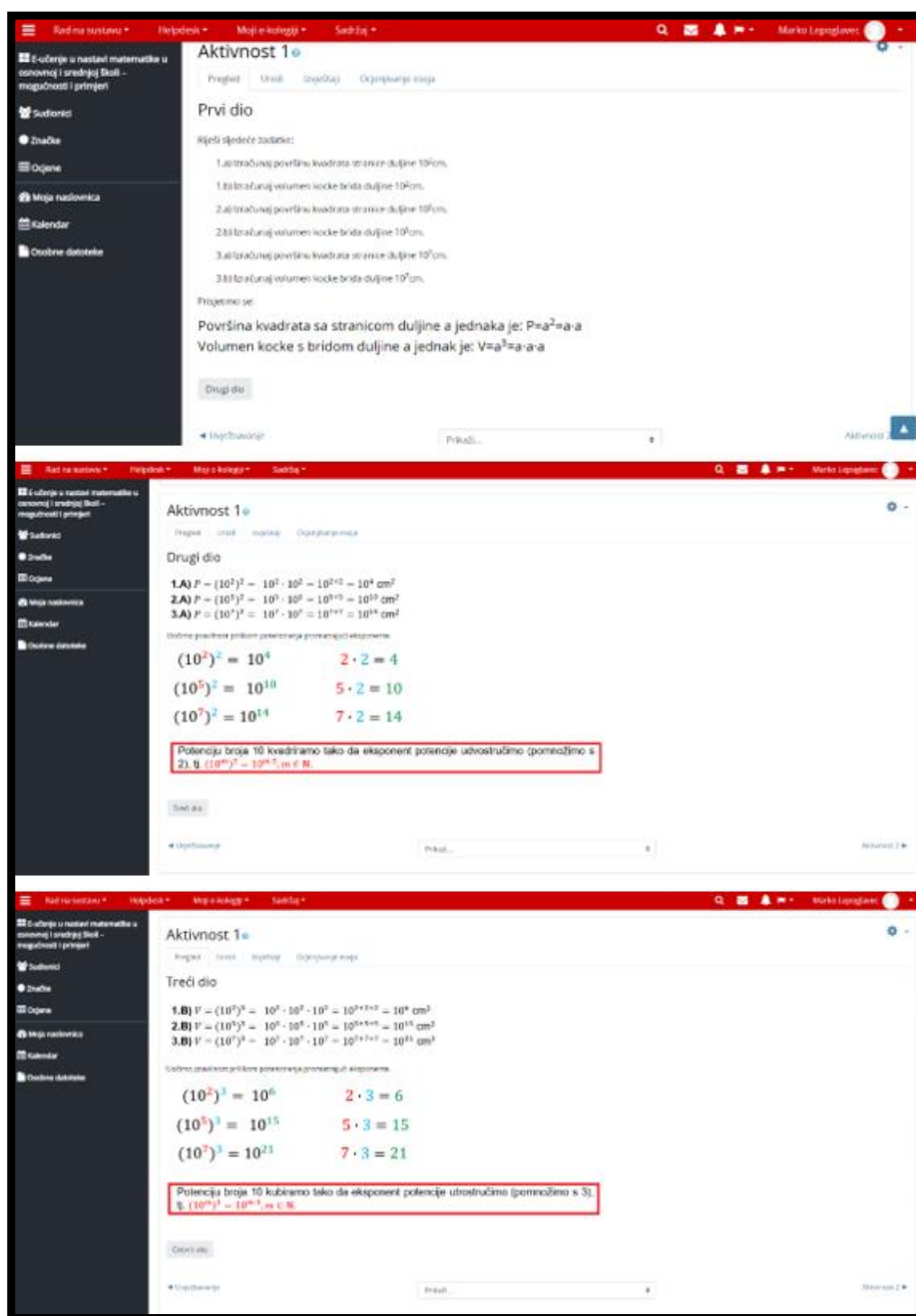
Učenici će nakon obrađene cjeline znati potencirati potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentima te primijeniti potenciranje potencija s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.



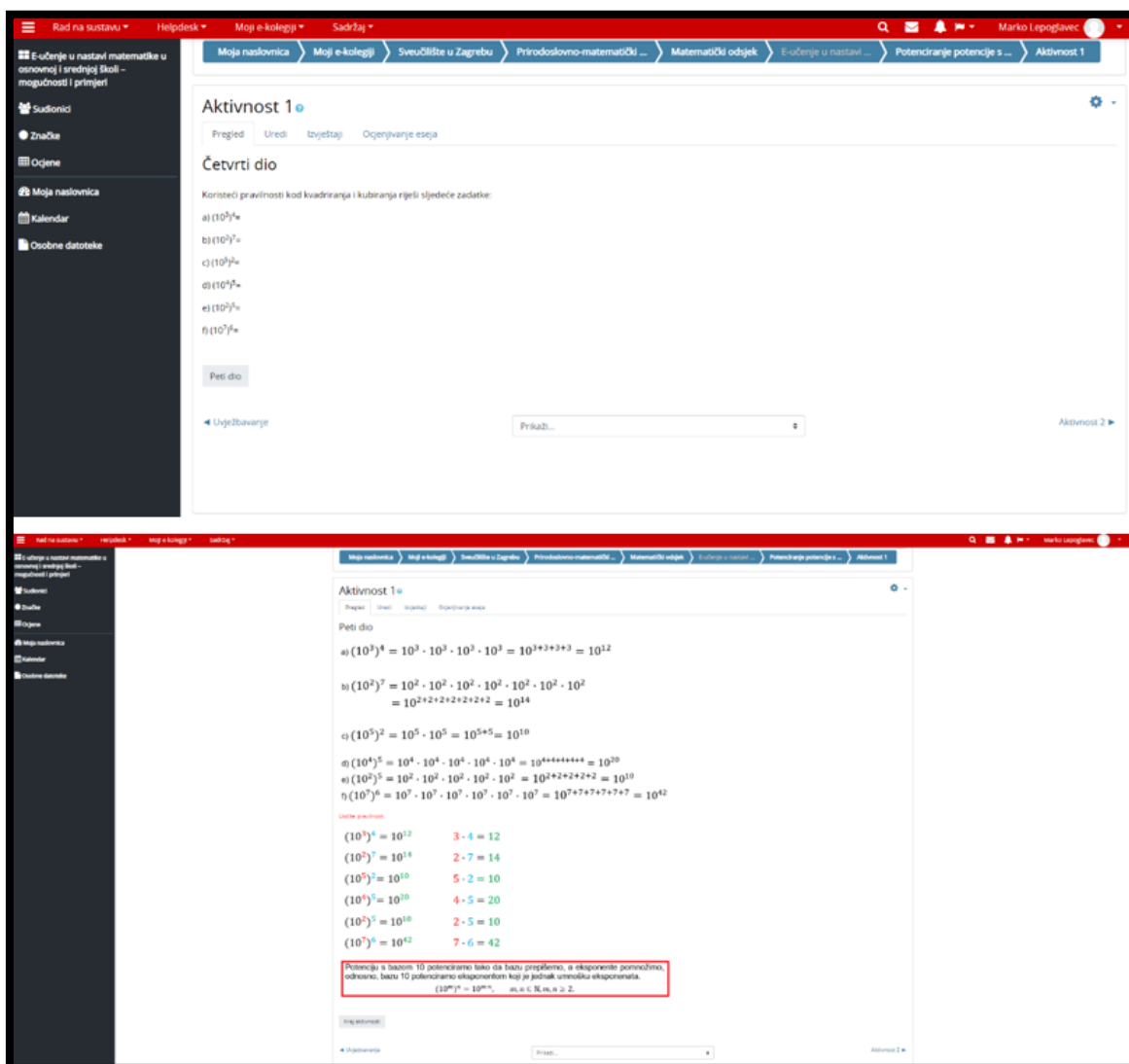
Slika 4.1.28. Potenciranje potencija-naslovnica

Cjelina se sastoji od pet aktivnosti putem kojih učenici usvajaju gradivo potenciranja potencija s bazom 10. U prvoj aktivnosti učenici će "otkriti" kako se računa vrijednost potencije $(10^m)^n$, $m, n \in \mathbb{N}$, $m, n \geq 2$. Kako bi uveli potenciranje potencija, učenici prvo rješavaju sebi poznate zadatke. Tako prvo računaju površinu kvadrata i volumen kocke, s time da su duljine stranica, odnosno brida zadane potencijom. Tako korištenjem formule za računanje površine kvadrata $P = a^2 = a \cdot a$ i korištenjem formule za računanjem volumena $V = a^3 = a \cdot a \cdot a$, prilikom čega a označava stranicu i bridove uvode potenciranje potencije zamjenom oznake a potencijom s bazom 10 i prirodnim eksponentom. Kvadriranje, pa zatim i kubiranje potencije s bazom 10 primjenjuju na nekoliko primjera i dolaze do zaključka da se potencije kvadriraju, odnosno kubiraju tako da se eksponent potencije udvostruči, odnosno utrostruči, tj. pomnoži s 2, odnosno pomnoži s 3. Navedene zaključke za kvadriranje i kubiranje potencija primjenjuju na

eksponente različitih prirodnih brojeva i dolaze do zaključka. Potenciju s bazom 10 potenciramo tako da bazu prepisemo, a eksponente pomnožimo, odnosno, bazu 10 potenciramo eksponentom koji je jednak umnošku eksponenta.



Slika 4.1.29. Potenciranje potencija-aktivnost 1



Slika 4.1.30. *Potenciranje potencija-aktivnost 1 - 2.dio*

U drugoj aktivnosti učenici će "otkriti" kako se računa vrijednost potencije $(10^m)^n$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Učenici rješavaju nastavni listić na način da prvo trebaju uočiti pravilnost u zadacima, u kojima je vanjski eksponent uvijek isti, dok se unutarnji eksponent smanjuje iz retka u redak. Nastavni listić je prikazan u Prilogu 35. Učenici imaju već prethodno iskustva s uočavanjem pravilnosti, pa im ovakav tip aktivnosti ne predstavlja problem pri samostalnom prepoznavanju pravilnosti. Ukoliko ne uoče pravilnost samostalno, korištenjem rješenja nastavnog listića mogu provjeriti koja je pravilnost kako bi nastavili s rješavanjem nastavnog listića. Rješenje nastavnog listića prikazano je u Prilogu 36.

Ispunjavajući nastavni listić, uočavaju pravilnosti koje nastaju smanjivanjem unutarnjeg eksponenta te uspoređujući umnožak eksponenata s lijeve i desne strane jednakosti dolaze do zaključka da je umnožak eksponenata na lijevoj strani jednak eksponentu na desnoj strani. Potencije s unutarnjim eksponentom iz skupa cijelih brojeva, a vanjskim eksponentom iz skupa prirodnih brojeva potenciramo tako da bazu prepíšemo, a eksponente pomnožimo, odnosno, bazu 10 potenciramo eksponentom koji je jednak umnošku eksponenata.

The screenshot shows a web interface for a math activity. The top navigation bar includes 'Moja naslovnica', 'Moji e-kolegiji', 'Sveučilište u Zagrebu', 'Prirodoslovno-matematički...', 'Matematički odsjek', and 'E-učenje u nastavi...'. The main content area is titled 'Aktivnost 2' and has tabs for 'Pregled', 'Uredi', 'Izveštaji', and 'Ocjenjivanje eseja'. Under 'Prvi dio', there are five questions:

1. Što se iz retka u redak događa s unutarnjim eksponentom na lijevoj strani?
2. Što se iz retka u redak događa s vanjskim eksponentom na lijevoj strani?
3. Što se događa s eksponentima na desnoj strani? Što se događa s vrijednosti potencije?
4. Što se dogodi s eksponentom na desnoj strani ako se unutarnji eksponent na lijevoj strani smanji za 1? Što se tad dogodi s vrijednosti potencije? Što zaključujete?
5. Koju pravilnost uočavate između eksponenata na lijevoj strani jednakosti i eksponenta na desnoj strani?

The 'Drugi dio' section shows a table of powers of 10:

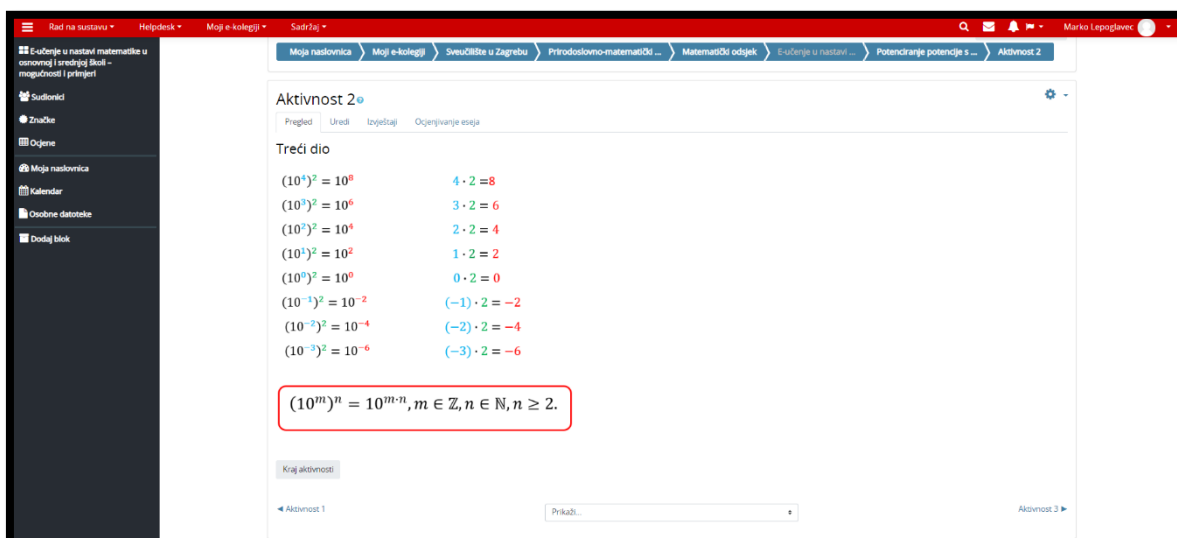
$(10^3)^2 = 10^6 = 100\,000\,000$	↑ 100
$(10^2)^2 = 10^4 = 1\,000\,000$	↑ 100
$(10^1)^2 = 10^2 = 10\,000$	
$(10^0)^2 =$	
$(10^{-1})^2 =$	
$(10^{-2})^2 =$	
$(10^{-3})^2 =$	

Two text boxes explain the patterns:

Što se iz retka u redak događa s unutarnjim, a što s vanjskim eksponentom na lijevoj strani?
Unutarnji eksponenti se smanjuju za jedan, a vanjski ostaju isti.

Što se iz retka u redak događa s vrijednosti potencije na desnoj strani?
Vrijednosti potencije u svakom sljedećem retku se smanje 100 puta.

Slika 4.1.31. Potenciranje potencija-aktivnost 2 - 1.dio



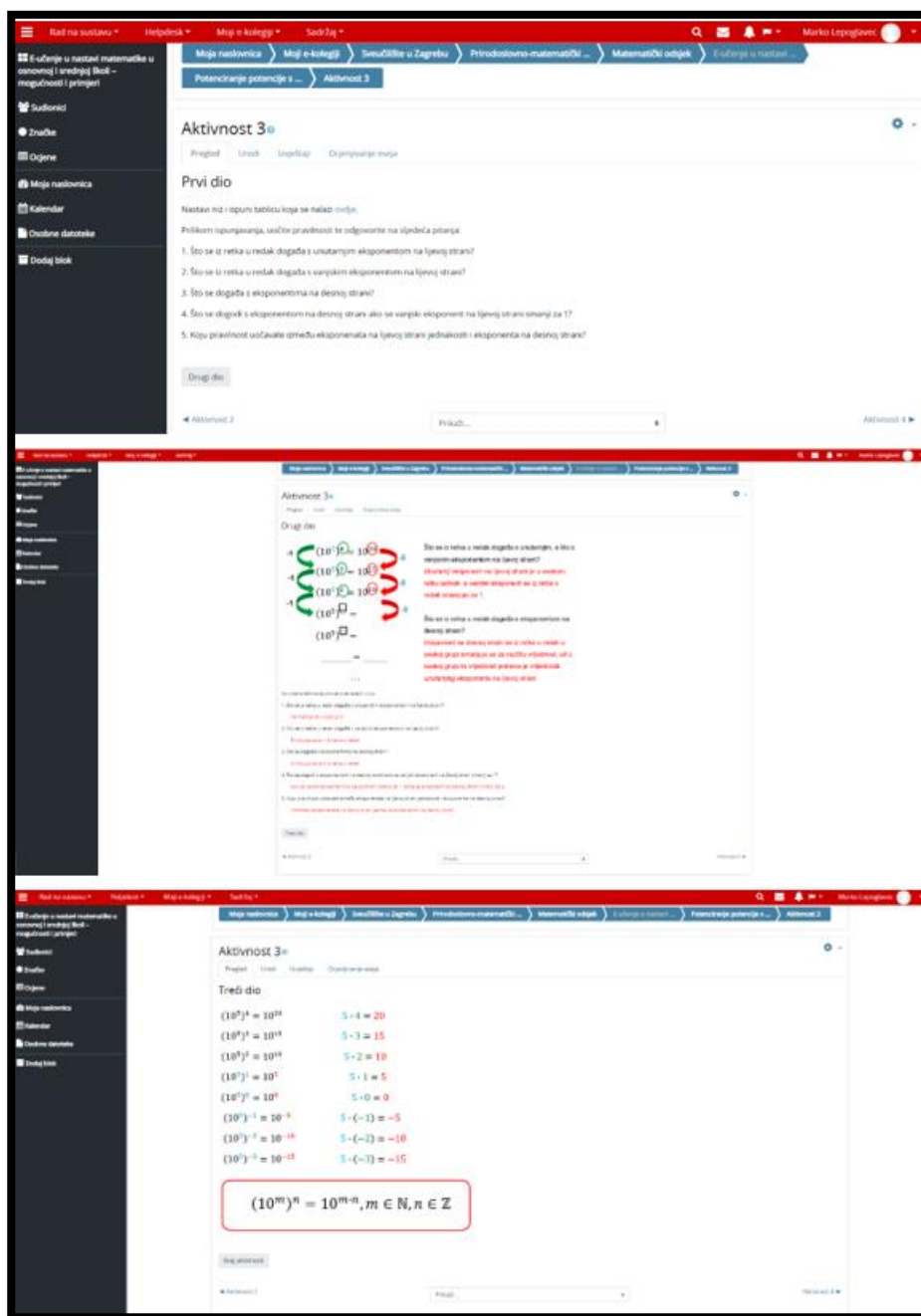
Slika 4.1.32. *Potenciranje potencija-aktivnost 2 - 2.dio*

U trećoj aktivnosti učenici će, uočavanjem pravilnosti u brojnim nizovima, "otkriti" kako se računa vrijednost potencije $(10^m)^n$, $m \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{Z}$.

Učenici rješavaju nastavni listić na način da prvo trebaju uočiti pravilnost u zadacima, u kojima je unutarnji eksponent uvijek isti, dok se vanjski eksponent smanjuje iz retka u redak.

Nastavni listić je prikazan u Prilogu 37. Poučeni iskustvom iz prethodne aktivnosti, učenici samostalno i bez problema prepoznaju pravilnost. Kao u prethodnoj aktivnosti, ispunjavajući nastavni listić, uočavaju pravilnosti koje nastaju smanjivanjem vanjskog eksponenta te uspoređujući umnožak eksponenta s lijeve i desne strane jednakosti dolaze do zaključka da je umnožak eksponenta na lijevoj strani jednak je eksponentu na desnoj strani.

Potencije s vanjskim eksponentom iz skupa cijelih brojeva, a unutarnjim eksponentom iz skupa prirodnih brojeva potenciramo tako da bazu prepisemo, a eksponente pomnožimo, odnosno, bazu 10 potenciramo eksponentom koji je jednak umnošku eksponenta. Rješenje nastavnog listića prikazano je u Prilogu 38.



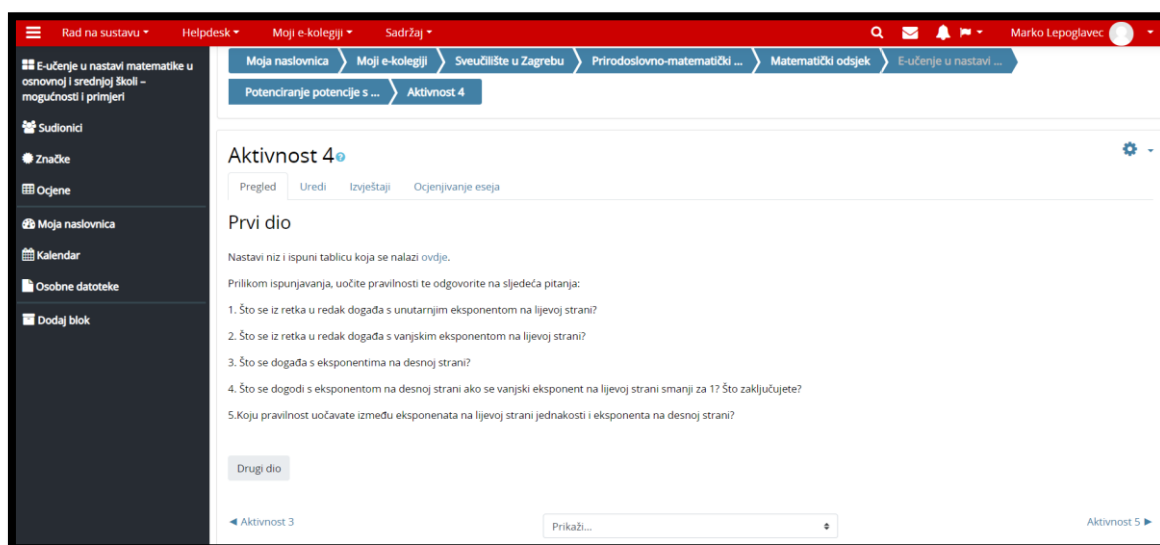
Slika 4.1.33. Potenciranje potencija-aktivnost 3

U četvrtoj aktivnosti učenici će, uočavanjem pravilnosti u brojnim nizovima, "otkriti" kako se računa vrijednost potencije $(10^m)^n$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$. Četvrta aktivnost analogna je drugoj aktivnosti, s tim da je vanjski eksponent negativan broj. Ispunjavajući nastavni listić koji je prikazan u Prilogu 39, uočavaju pravilnosti koje nastaju

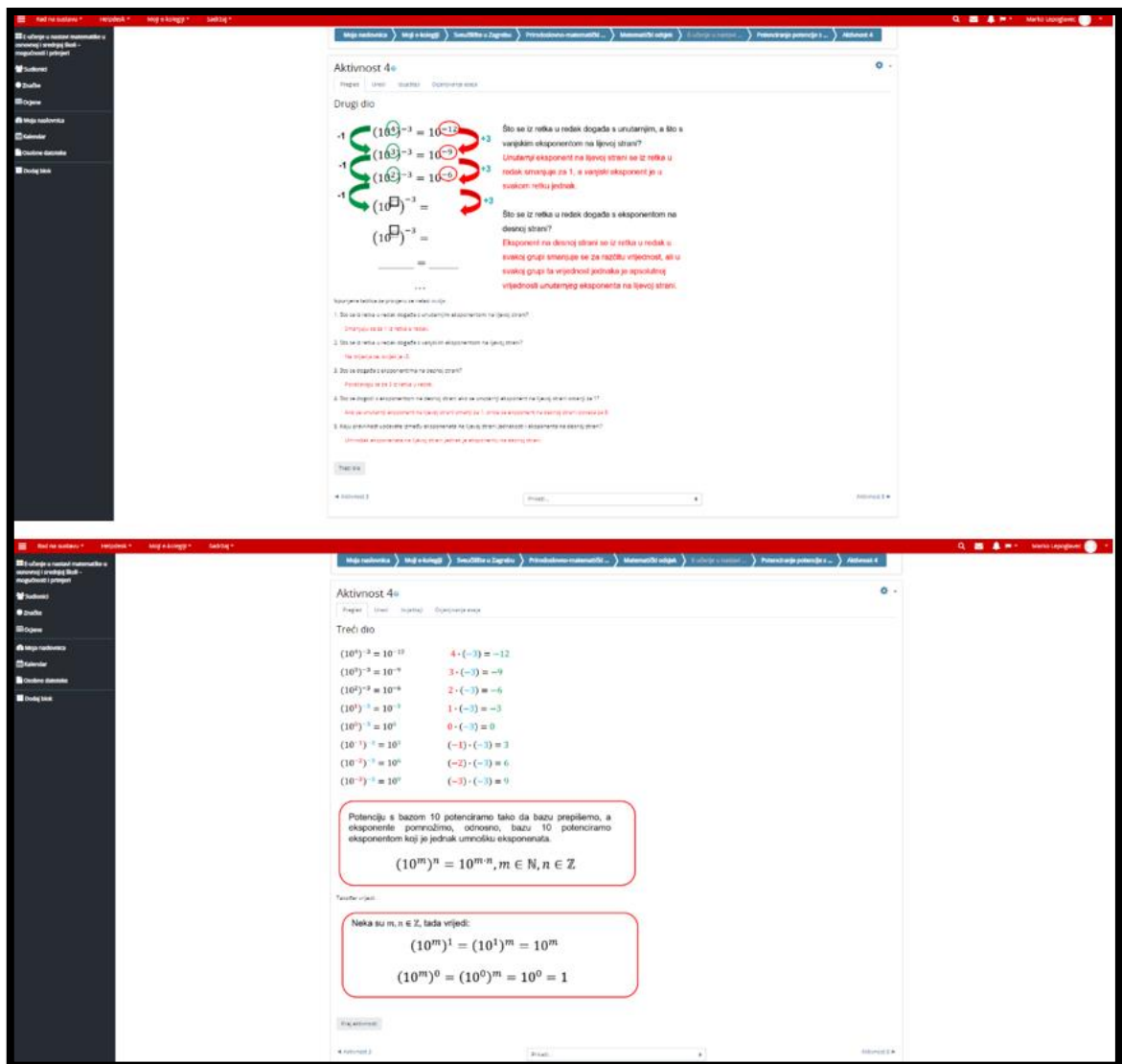
smanjivanjem unutarnjeg eksponenta te uspoređujući umnožak eksponenata s lijeve i desne strane jednakosti dolaze do zaključka da je umnožak eksponenata na lijevoj strani jednak eksponentu na desnoj strani.

Potencije s unutarnjim eksponentom iz skupa cijelih brojeva, a vanjskim eksponentom iz skupa cijelih brojeva potenciramo tako da bazu prepisemo, a eksponente pomnožimo, odnosno, bazu 10 potenciramo eksponentom koji je jednak umnošku eksponenata.

Rješenje nastavnog listića prikazano je u Prilogu 40. Također, sumirajući sve prethodne aktivnosti, posebnu pažnju obraćaju na potencije s eksponentima 0 i 1. Tako uočavaju da ako deset na prvu potenciraju cijelim brojem će dobiti vrijednost broja deset na broj kojim su potencirali te ako potenciraju deset na nultu cijelim brojem će dobiti deset na nultu, odnosno $(10^0)^n = (10^m)^0 = 10^0 = 1$, $m, n \in \mathbb{N}$ i $(10^1)^n = (10^n)^1 = 10^n$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$.



Slika 4.1.34. Potenciranje potencija-aktivnost 4 - 1.dio



Slika 4.1.35. Potenciranje potencija-aktivnost 4 - 2.dio

Učenci će u petoj aktivnosti, rješavajući zadatke i uspoređujući rješenja, "otkriti" svojstvo komutativnosti prilikom potenciranja potencija s cjelobrojnim eksponentima. Prilikom otkrivanja svojstva komutativnosti, učenici rješavaju zadatke i zatim uspoređuju rješenja u zadacima gdje je zamijenjen redoslijed eksponentima i zaključuju da vrijedi svojstvo komutativnosti.

Zadaci, koji su prikazani u Prilogu 41, su napravljeni metodom razlikovanja slučajeva, pa su tako eksponenti u potenciranju redom pozitivni eksponenti, pozitivni i

negativni eksponenti, negativni eksponent, pozitivni eksponenti i eksponent nule, negativni eksponenti i eksponent nule te eksponenti nula.

Uspoređivanjem rješenja zadanih zadataka, koja su prikazana u Prilogu 42, učenici zaključuju da zamjenom mjesta eksponentima pri potenciranju potencije, rezultat ostaje nepromijenjen.

The image consists of two screenshots of a web-based learning management system (LMS) interface. Both screenshots show a navigation menu on the left and a breadcrumb trail at the top: 'Moja naslovnica' > 'Moji e-kolegiji' > 'Sveučilište u Zagrebu' > 'Prirodoslovno-matematički ...' > 'Matematički odsjek' > 'E-učenje u nastavi ...'. The user's name 'Marko Lepoglavec' is visible in the top right corner.

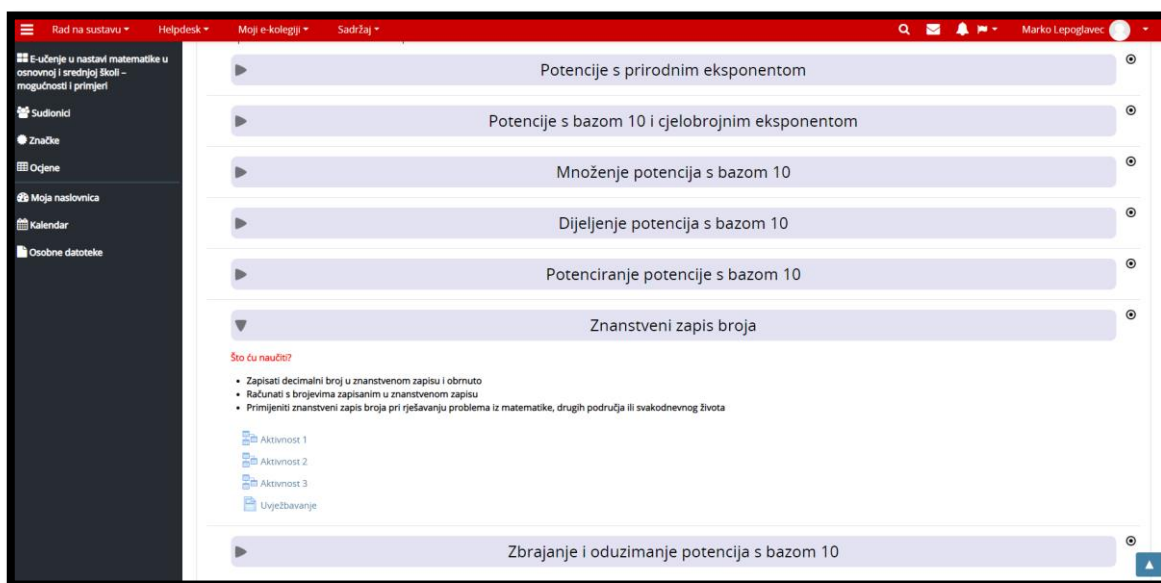
The top screenshot shows the 'Aktivnost 5' (Activity 5) page. The main heading is 'Aktivnost 5'. Below it are tabs for 'Pregled', 'Uredi', 'Izveštaji', and 'Ocjenjivanje esaja'. The section is titled 'Prvi dio' (First part). The text reads: 'Ispuni tablicu i zatim usporedi treći i četvrti stupac. Tablica se nalazi ovdje.' (Fill in the table and then compare the third and fourth columns. The table is located here.) There is a button labeled 'Drugi dio' (Second part) and a navigation arrow pointing to 'Aktivnost 4'. A 'Prikaži...' (Show) button is at the bottom right.

The bottom screenshot shows the same 'Aktivnost 5' page, but the section is titled 'Drugi dio' (Second part). The text reads: 'Ispunjena tablica radi provjere se nalazi ovdje. U zadacima smo potencirali potenciju broja 10. Imali smo zadane jednake eksponente, ali različitim redoslijedom. U recima, u kojima smo imali zadane jednake eksponente, dobili smo i jednaka rješenja. Zamjenom mjesta eksponentima pri potenciranju potencije, rezultat ostaje nepromijenjen.' (The completed table for checking is located here. In the tasks we raised the power of the number 10. We had given equal exponents, but in a different order. In the sentences, in which we had given equal exponents, we got equal solutions. Changing the positions of the exponents when raising a power, the result remains unchanged.) A red box highlights the following theorem: 'Zamjenom mjesta eksponentima pri potenciranju potencije, rezultat ostaje nepromijenjen.' followed by the equation $(10^m)^n = 10^{m \cdot n} = (10^n)^m, m, n \in \mathbb{Z}$. Below this is a 'Kraj aktivnosti' (End of activity) button and a navigation arrow pointing to 'Aktivnost 4'. A 'Prikaži...' (Show) button is at the bottom right.

Slika 4.1.36. Potenciranje potencija-aktivnost 5

4.1.6 Znanstveni zapis broja

Učenici će nakon obrađene cjeline znati zapisati decimalni broj u znanstvenom zapisu i obrnuto, računati s brojevima zapisanim u znanstvenom zapisu te primijeniti znanstveni zapis broja pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.



Slika 4.1.37. Znanstveni zapis broja-naslovnica

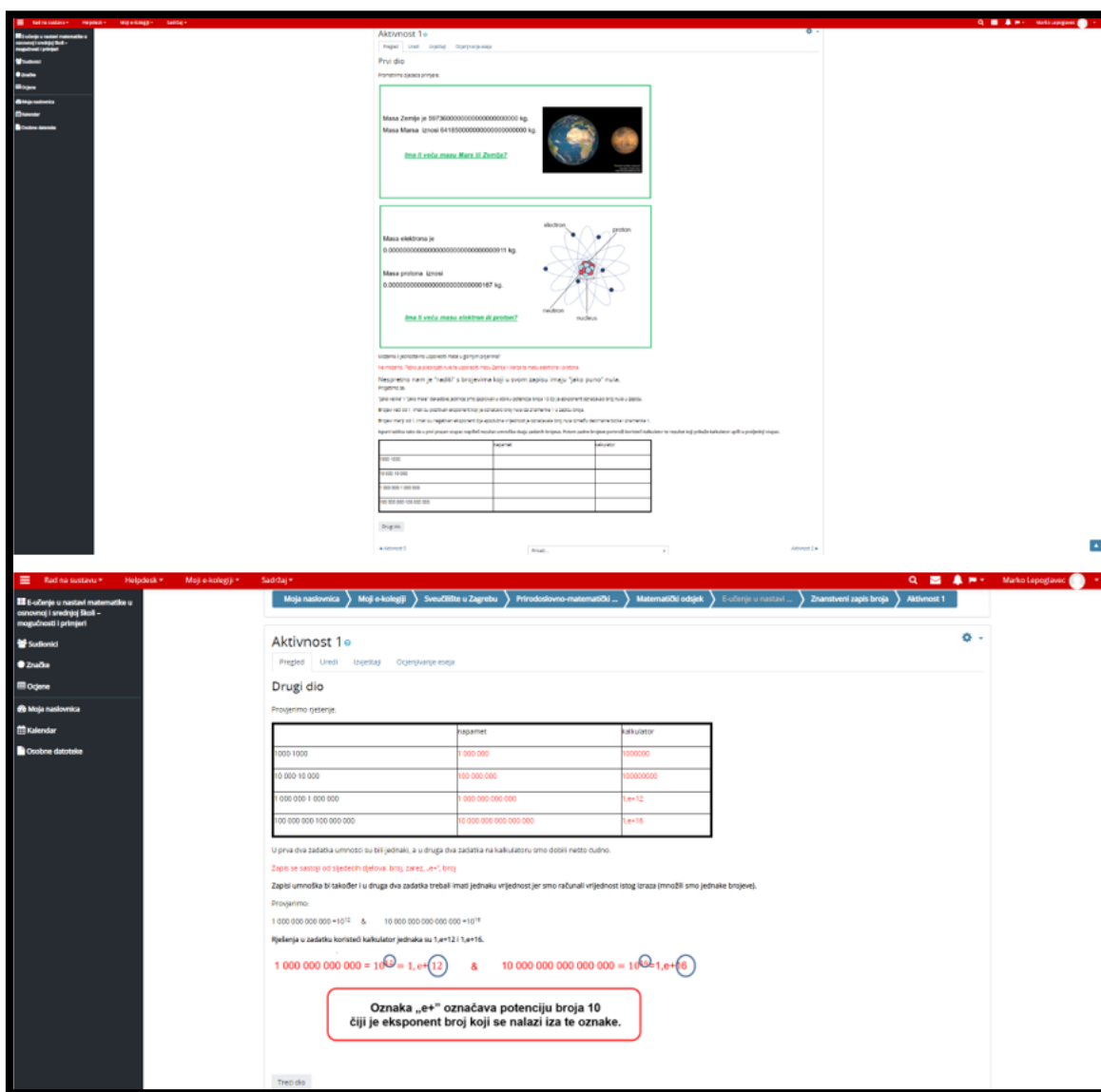
Cjelina se sastoji od tri aktivnosti i zadataka za uvježbavanje. Multimedijske datoteke, poput fotografija često iznimno doprinesu prilikom uočavanja posebnih značajki pojmova.

U prvoj aktivnosti učenici će na primjerima iz svijeta koji ih okružuje, osvijestiti potrebu za jednostavnijim zapisom "jako velikih" i "jako malih" brojeva, "otkriti" značenje "e+" pri zapisu "jako velikih" brojeva i "otkriti" značenje "e-" pri zapisu „jako malih” brojeva. Učenici prvo pokušavaju na primjerima Zemlje i Marsa te elektrona i protona usporediti i "otkriti" tko ima veću masu.

Primjeri iz svakodnevnog života posebno su interesantni učenicima te, kao i ovdje, najčešće se koriste u motivacijskim zadacima kod uvoda u nastavne cjeline. S obzirom na

broj nula u zapisima brojeva, uočavaju potrebu za jednostavnijim zapisom. Ujedno se prisjećaju da su sličan problem imali i s dekadskim jedinicama prije otkrivanja potencija s bazom 10.

Zatim učenici ispunjavaju tablicu u kojoj ručno i putem kalkulatora računaju umnoške dekadskih jedinica. U prva dva primjera rezultati koje su učenici samostalno izračunali i koje im je prikazao kalkulator su jednaki, dok u druga dva primjera kalkulator za "velike" umnoške prikazuje zapis koji se sastoji od broja, zareza, "e+" i broja.



Slika 4.1.38. Znanstveni zapis broja-aktivnost 1 - 1.dio

S obzirom da bi i zapisi umnoška u druga dva primjera trebali biti jednaki učenici pretvaraju vrijednost koju su izračunali u potenciju i zatim uspoređuju s izrazom koji je prikazao kalkulator.

Uočavaju da oznaka "e+" označava potenciju broja 10 čiji je eksponent broj koji se nalazi iza te oznake. Analogno, popunjavanjem nove tablice, koja se sastoji od malih brojeva uočavaju i zaključuju da oznaka "e-" označava potenciju broja 10 čiji je eksponent suprotan broj onom koji se nalazi iza te oznake. Oznaka "e" u zapisu broja na kalkulatoru označava potenciju broja 10 s vrijednošću eksponenta iza oznake.

Treći dio

Ispuni sada sljedeću tablicu po istom principu kao i prvom.

	ručnimet	kalkulator
0.0001 0.0001		
0.00001 0.00001		
0.0000001 0.0000001		
0.000000001 0.000000001		

Zatim usporedi rješenja u trećem i četvrtom stupcu.

Četvrti dio

	ručnimet	kalkulator
0.0001 0.0001	0.00000001	0.00000001
0.00001 0.00001	0.0000000001	0.0000000001
0.0000001 0.0000001	0.00000000000001	1,e-14
0.000000001 0.000000001	0.0000000000000001	1,e-18

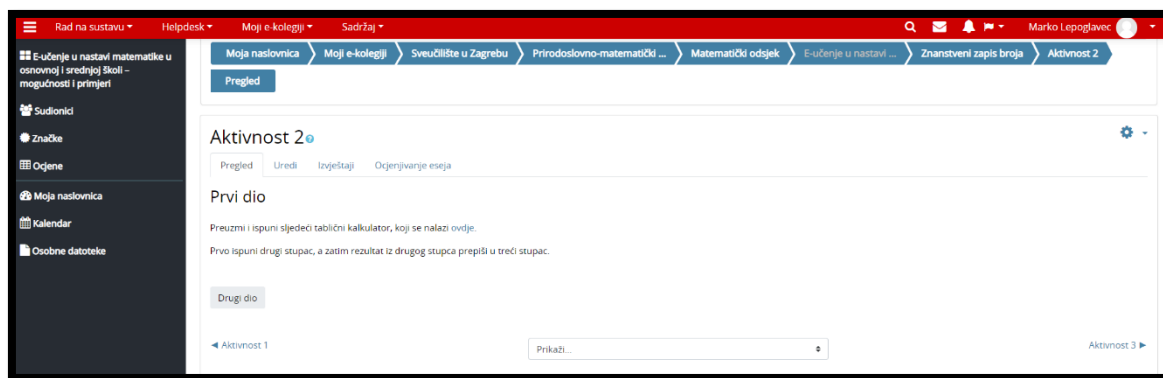
U usporedbi s prethodnom tablicom uočite da su u oba slučaja faktori umnoška bili dekadne jedinice. U prethodnoj tablici faktori su bili veći od 1, a u ovoj su bili između 0 i 1. Isto kao u prethodnoj tablici u prva dva zadatka zapisi su bili jednaki, a u druga dva nisu. Ponovno se pojavio „e“. U prošloj tablici je uz slovo „e“ pisao „-“, a u ovoj uz slovo „e“ piše „-“.

$0.0000000000000001 = 10^{-18} = 1,e-18$

Oznaka „e“ u zapisu broja na kalkulatoru označava potenciju broja 10 s vrijednošću eksponenta zapisanom iza „e“.
Uz pozitivnu vrijednost eksponenta piše se predznak „+“
Uz negativnu vrijednost eksponenta piše se predznak „-“

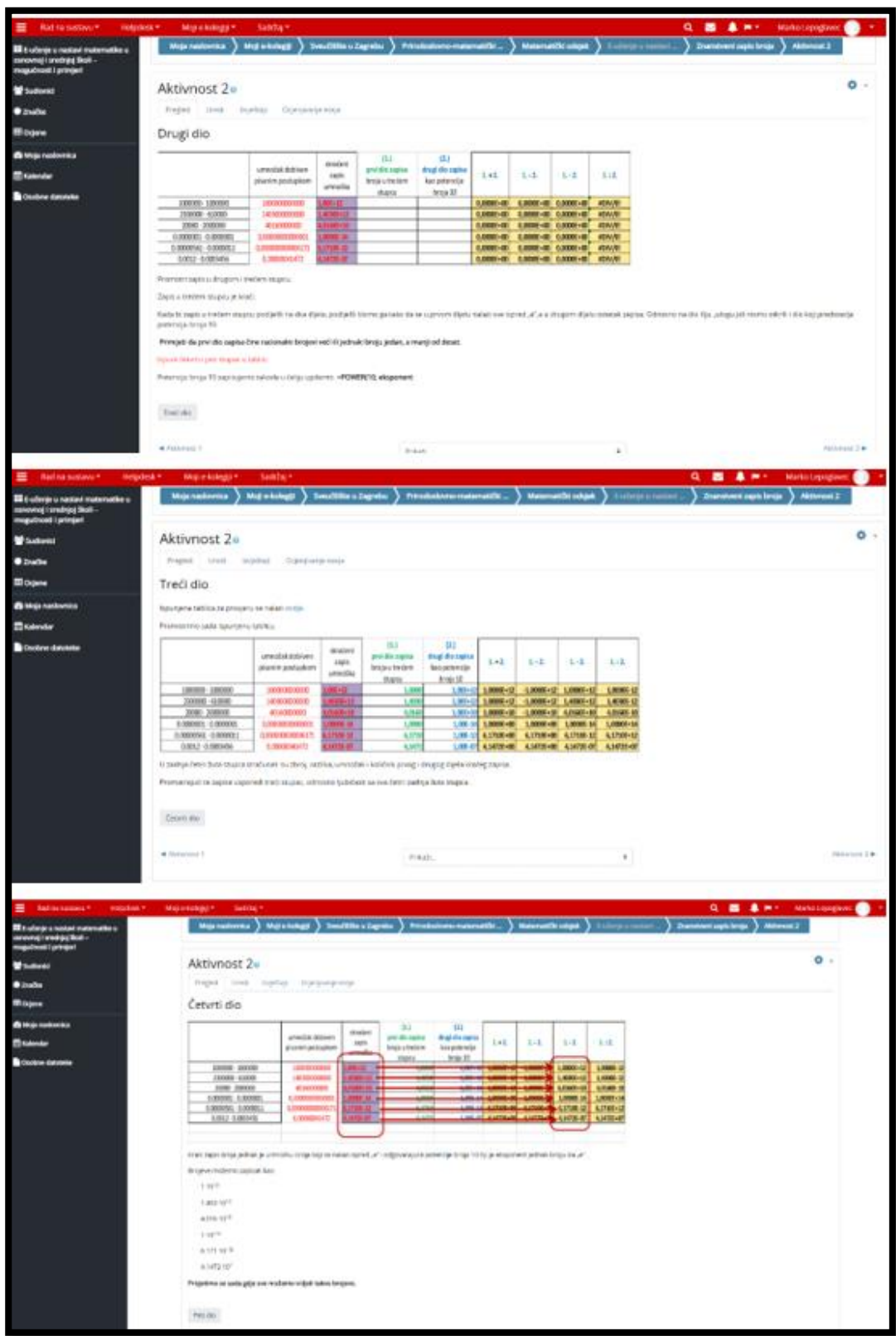
Slika 4.1.39. Znanstveni zapis broja-aktivnost 1 - 2.dio

U drugoj aktivnosti učenici će, radeći u tabličnom kalkulatoru, "otkriti" znanstveni zapis broja. Važno je uz razne multimedijske datoteke, korištenjem platformu imati i različite tipove datoteka kojima se koriste učenici, pa tako učenici, uz uređivač teksta, koriste i tablični kalkulator i sve njegove prednosti. Radni listić prikazan je u Prilogu 43. U prvi stupac učenici zapisuju rezultat koji su ručno izračunali te taj isti broj unose i u sljedeći stupac kako bi ga program pretvorio u skraćeni zapis. Ključan dio aktivnosti je prepoznavanje odvajanja zapisa na sljedeća dva stupca, a učenici se sjećaju definicije oznake "e" i što ona predstavlja.



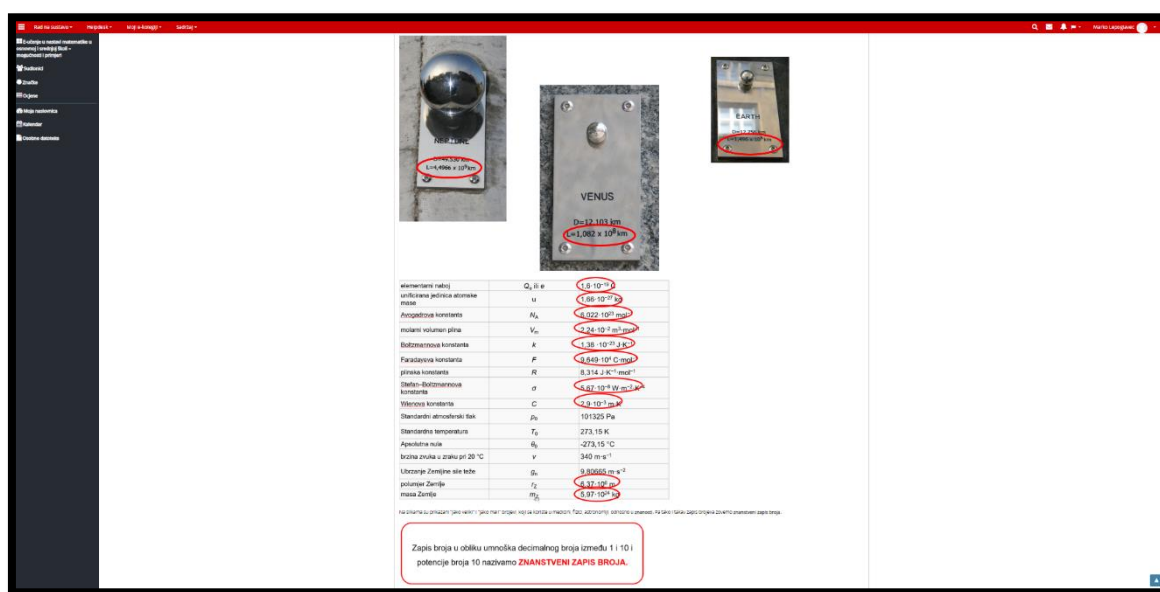
Slika 4.1.40. Znanstveni zapis broja-aktivnost 2 - 1.dio

Tako zapis dijele na dva dijela tako da se u prvom dijelu nalazi sve ispred "e", a u drugom dijelu ostatak zapisa. Odnosno na dio čiju ulogu još nisu otkrili i dio koji predstavlja potenciju broja 10. Kako učenici unose prvi dio zapisa u tablicu i drugi dio zapisa u tablicu, program samostalno računa i popunjava zadnja četiri stupca koji predstavljaju zbroj, razliku, umnožak i količnik između ta dva stupca. Posebno je naznačena uputa kako se upisuje potencija broja 10 u proračunsku tablicu pa je tako istaknuto u zadatku da je u ćeliju potrebno upisati "`=POWER (10; eksponent)`". Nakon što su unijeli sve podatke, uspoređuju skraćeni zapis umnoška i sve zapise koje je računalo samostalno izračunalo i unijelo. Tako uočavaju da je skraćeni dio zapisa jednak umnošku prvog i drugog dijela zapisa.



Slika 4.1.41. Znanstveni zapis broja-aktivnost 2 - 2.dio

Prikaz rješenja radnog listića se nalazi u Prilogu 44. Analogijom i generalizacijom nepotpunom indukcijom dolaze do zaključka da je kraći zapis broja jednak umnošku broja koji se nalazi ispred "e" i odgovarajuće potencije broja 10 čiji je eksponent jednak broju iza "e". Zatim promatraju slike iz svakodnevnog života, koje mogu inače pronaći u medicini, fizici i astronomiji, odnosno području znanosti. Generalizacijom dolaze do zaključka da se takav prikaz brojeva najviše i pronalazi u znanosti i samim time zaključuju da bi takav zapis broja nazvali znanstveni zapisa broja.

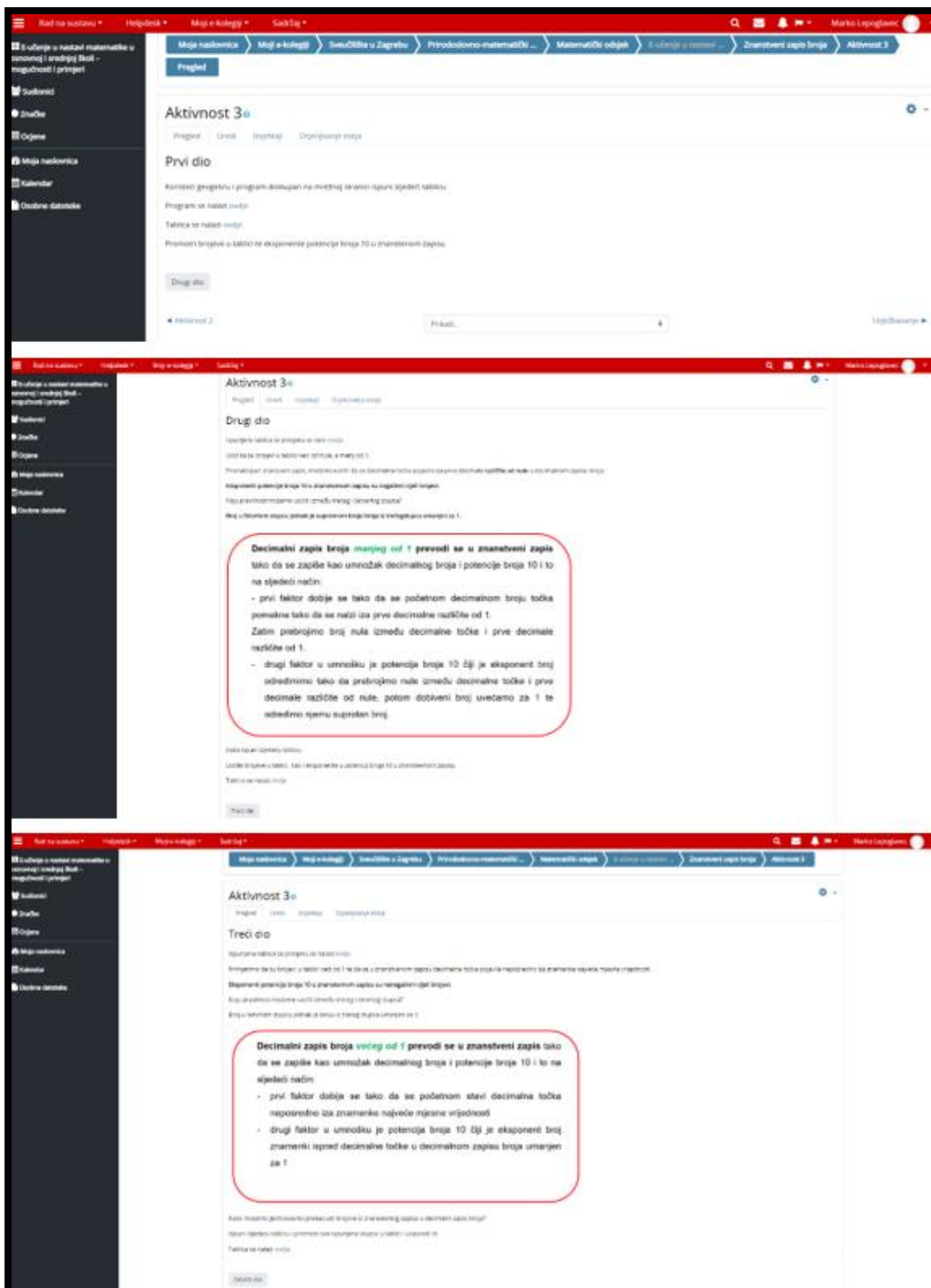


Slika 4.1.42. Znanstveni zapis broja-aktivnost 2 - 3.dio

Učenici će u trećoj aktivnosti "otkriti" značenje postupka prelaska iz decimalnog zapisa broja u znanstveni zapis broja i "otkriti" vezu položaja decimalne točke i eksponenta potencije broja 10 u zapisu broja pri prelasku iz znanstvenog u decimalni zapis broja. Nakon tabličnog kalkulatora u prethodnoj aktivnosti, u ovoj aktivnosti učenici koriste i program *GeoGebra*, jedan od najčešće korištenih alata u nastavi matematike.

Poveznica na program koji koriste je <https://www.geogebra.org/m/RdbzQAkH>, a prikaz programa se nalazi u Prilogu 45. Često koristi se u geometriji radi prikaza konstrukcija pa su tako učenici s programom bili upoznati i u sedmom razredu osnovne škole kada su obrađivali nastavne teme Sličnost trokuta, Mnogokuti te Kružnica i krug, ali

s obzirom na svoj širok spektar, ovdje je iskorišten gotov primjer gdje učenici koriste *GeoGebru* za dobivanje znanstvenog zapisa broja.

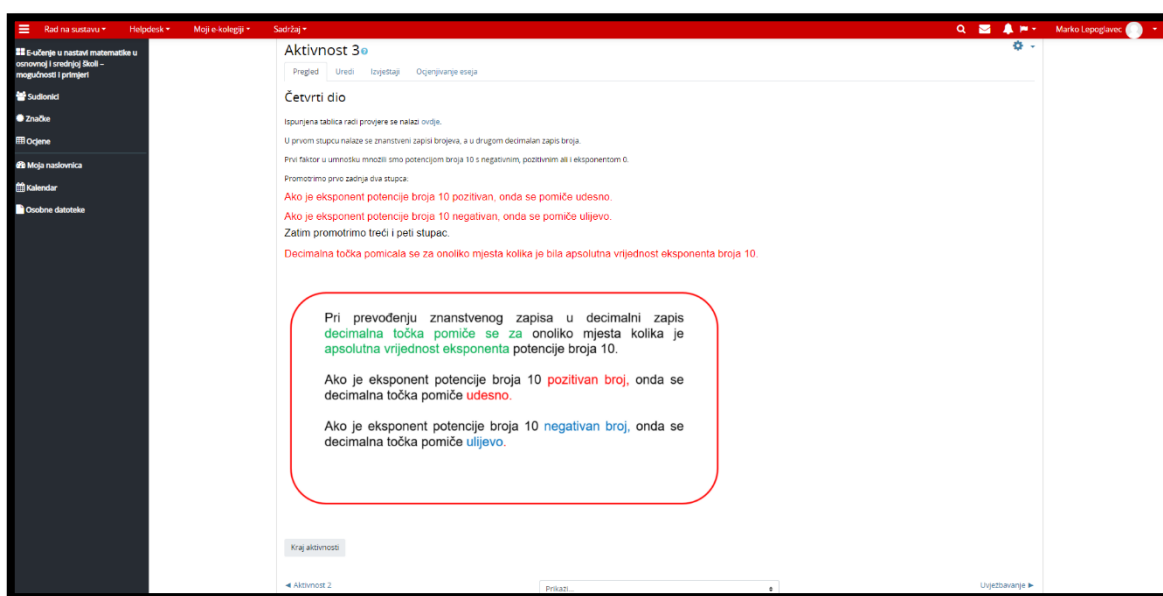


Slika 4.1.43. Znanstveni zapis broja-aktivnost 3 - 1.dio

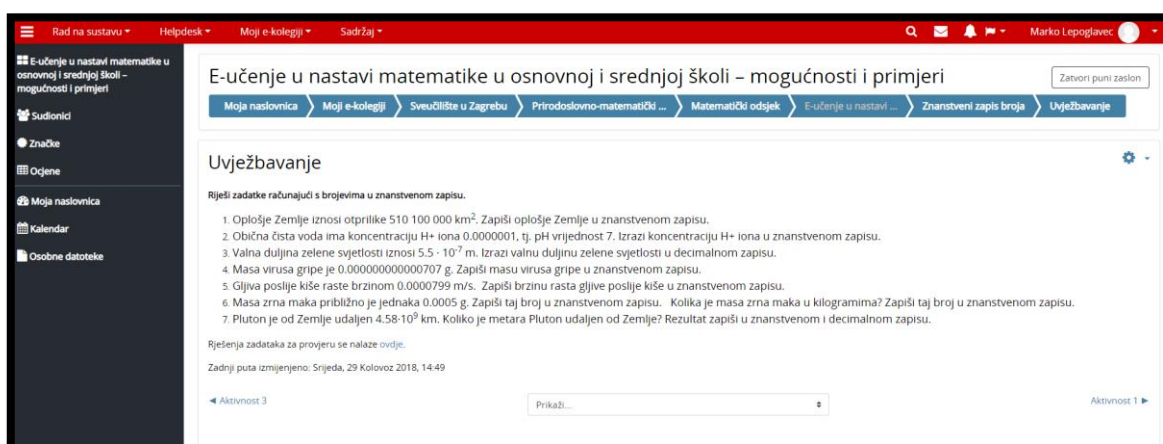
Broj iz prvog stupca upišu u program te *GeoGebra* ispiše na ekranu znanstveni zapis broja. Nakon što ispune prvu tablicu uz pomoć *GeoGebre*, učenici promatraju broj nula između decimalne točke i prve decimale različite od nule u decimalnom zapisu broja te eksponent potencije broja 10 u znanstvenom zapisu broja. Prikaz tablice nalazi se u Prilogu 46, dok se prikaz ispunjene tablice nalazi u Prilogu 47.

Nakon što ispune drugu tablicu, koja je prikazana u Prilogu 48, učenici promatraju gdje se u znanstvenom zapisu pojavila decimalna točka u odnosu na dekadski zapis odgovarajućeg broja te eksponent potencije broja 10 u znanstvenom zapisu. Decimalni zapis broja manjeg od 1 prevodi se u znanstveni zapis tako da se zapiše kao umnožak decimalnog broja i potencije broja 10 i to na način da se prvi faktor dobije tako da se početnom decimalnom broju točka pomakne tako da se nalazi iza prve decimalne različite od 1. Zatim prebrojimo broj nula između decimalne točke i prve decimale različite od 1. Drugi faktor u umnošku je potencija broja 10 čiji je eksponent broj odredimo tako da prebrojimo nule između decimalne točke i prve decimale različite od nule, potom dobiveni broj uvećamo za 1 te odredimo njemu suprotan broj. Decimalni zapis broja većeg od 1 prevodi se u znanstveni zapis tako da se zapiše kao umnožak decimalnog broja i potencije broja 10 i to na način da se prvi faktor dobije tako da se početnom stavi decimalna točka neposredno iza znamenke najveće mjesne vrijednosti, a drugi faktor u umnošku je potencija broja 10 čiji je eksponent broj znamenki ispred decimalne točke u decimalnom zapisu broja umanjen za 1. Prikaz ispunjene tablice nalazi se u Prilogu 49. Kako bi mogli donijeti generalni zaključak kako se prevodi broj iz znanstvenog zapisa u decimalan broj, učenici popunjavaju i treću tablicu te promatraju broj mjesta za koliko se pomaknula decimalna točka, u koju stranu se pomaknula decimalna točka te koji je eksponent potencija broja 10 u znanstvenom zapisu broja. Treća tablica koju učenici popunjavaju je prikazana u Prilogu 50. Uspoređujući te podatke koje dobiju u stupcima, učenici će "otkriti" vezu položaja decimalne točke i eksponenta potencije broja 10 u zapisu broja pri prelasku iz znanstvenog u decimalni zapis broja. Ispunjena treća tablica prikazana je u Prilogu 51. Ako je eksponent potencije broja 10 pozitivan, onda se pomiče udesno, a ako je eksponent potencije broja 10 negativan, onda se decimalna točka pri prevođenju iz znanstvenog zapisa u decimalan zapis pomiče ulijevo.

Decimalna točka pomicala se za onoliko mjesta kolika je bila apsolutna vrijednost eksponenta broja 10. Pri prevođenju znanstvenog zapisa u decimalni zapis decimalna točka pomiče se za onoliko mjesta kolika je apsolutna vrijednost eksponenta potencije broja 10. Ako je eksponent potencije broja 10 pozitivan broj, onda se decimalna točka pomiče udesno. Ako je eksponent potencije broja 10 negativan broj, onda se decimalna točka pomiče ulijevo.



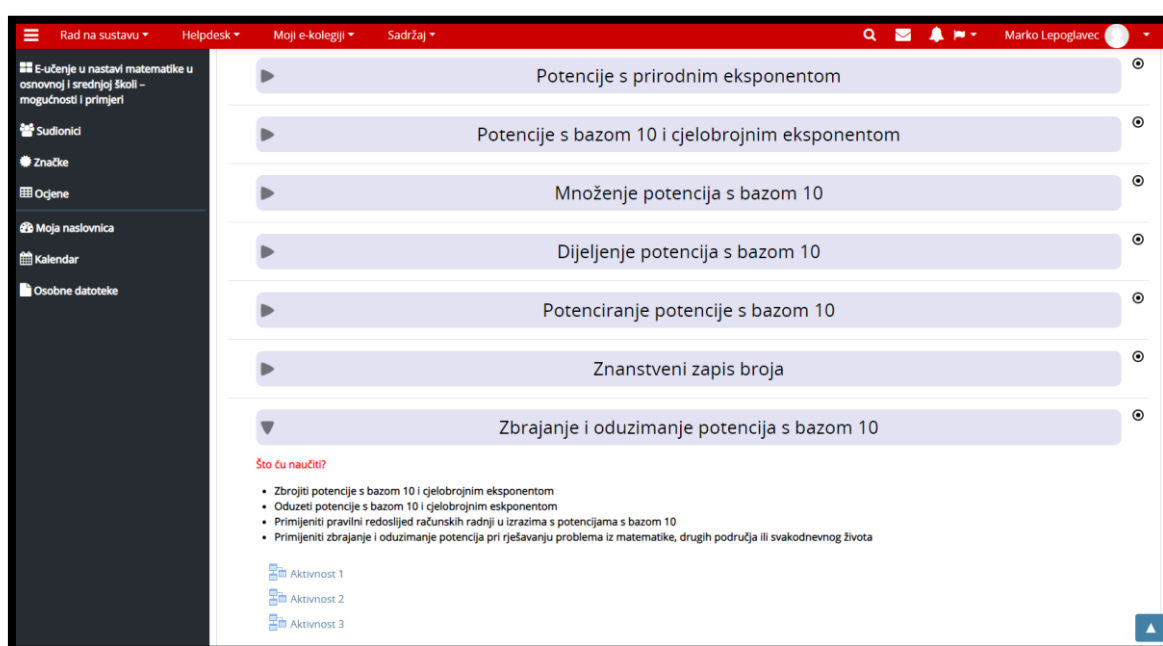
Slika 4.1.44. Znanstveni zapis broja-aktivnost 3 - 2.dio



Slika 4.1.45. Znanstveni zapis broja-uvježbavanje

4.1.7 Zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10

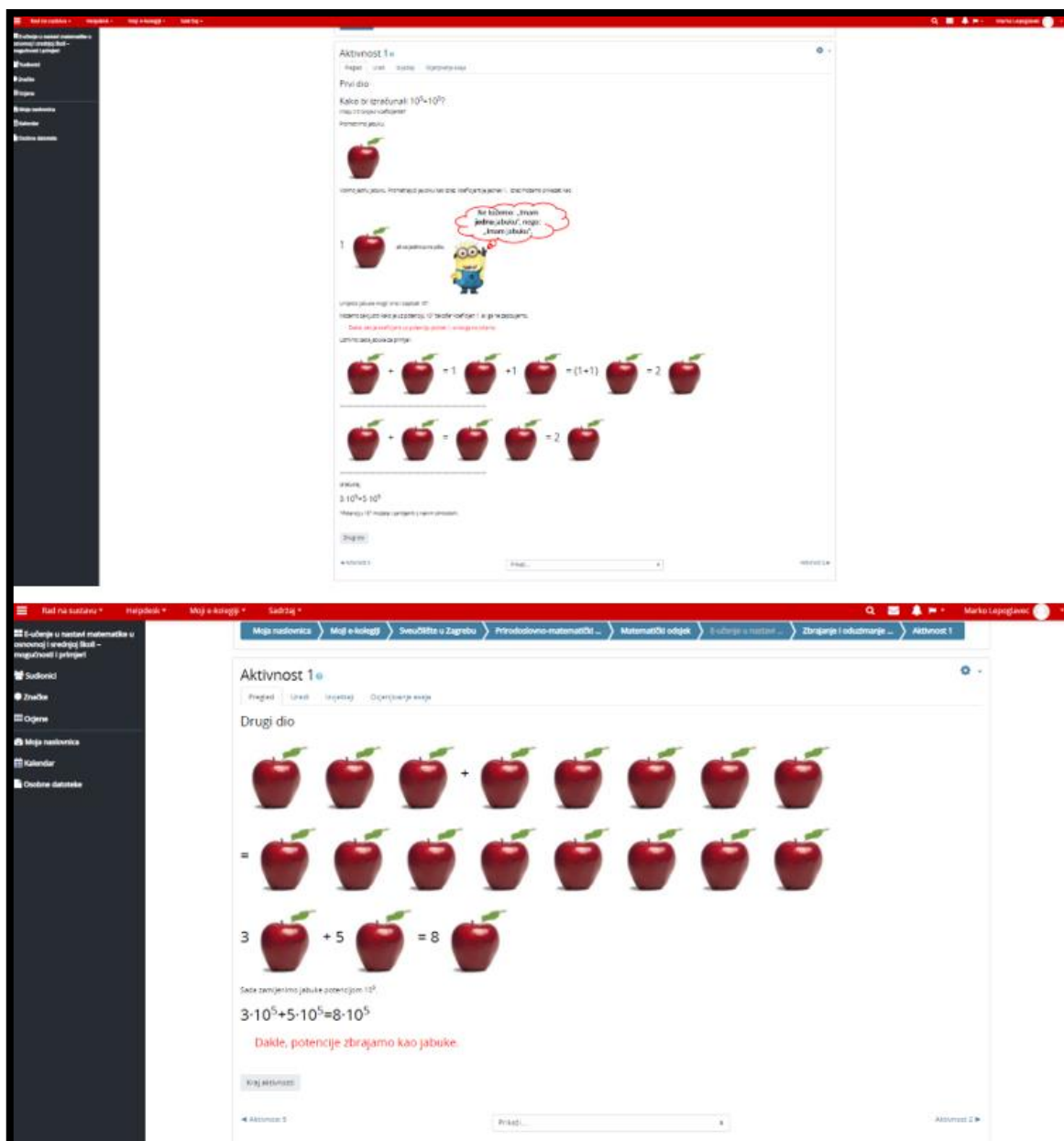
Učenici će nakon obrađene cjeline znati zbrojiti potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom, oduzeti potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom, primijeniti pravilni redoslijed računskih radnji u izrazima s potencijama s bazom 10 te primijeniti zbrajanje i oduzimanje potencija pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.



Slika 4.1.46. Zbrajanje i oduzimanje potencija-naslovnica

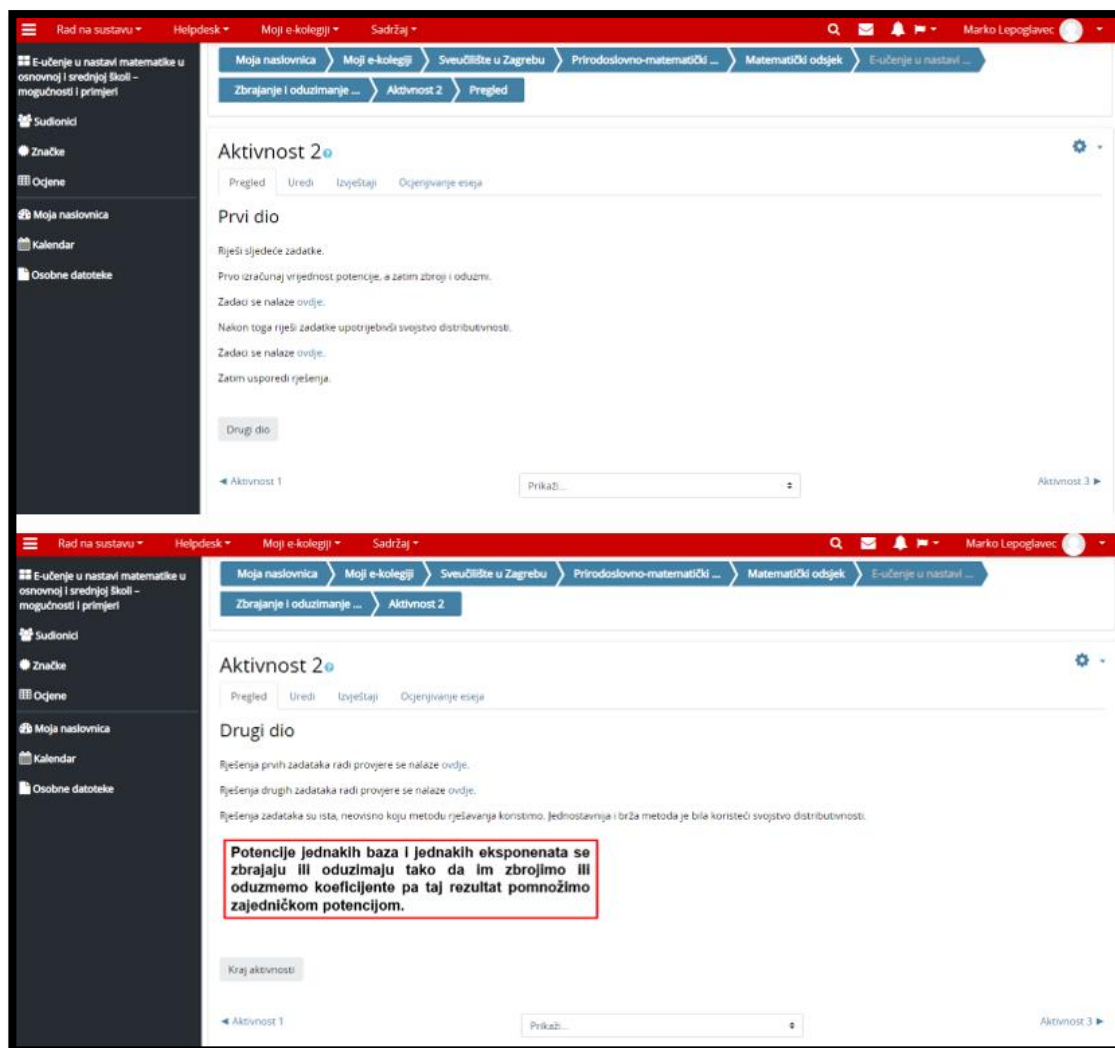
Cjelina se obrađuje u tri aktivnosti uz korištenje dosta vizualizacije radi prepoznavanja. U prvoj aktivnosti učenici će "otkriti" način zbrajanja i oduzimanja potencija s bazom 10 i jednakim eksponentima. Provodeći prvu aktivnost može se uočiti klasičan primjer važnosti korištenja multimedije u nastavi matematike. Pojednostavljenjem prikaza i korištenjem objekata iz stvarnog života dolaze jednostavno do željenog zaključka. Učenici prvo promatraju zapis $10^5 + 10^5$ i razmišljaju imaju li ti brojevi koeficijente. S obzirom da nemaju siguran odgovor na to pitanje gledaju primjer na jabukama. Prikazana je jabuka i napomena da se ta jabuka mogla prikazati i

kombinacijom brojke 1 i slike jabuke, ali da ne kažemo da imamo jednu jabuku, već samo da imamo jabuku. Sada jabuku zamijene s 10^5 i dolaze do zaključka da 10^5 također ima koeficijent 1, ali ga ne zapisuju. Na primjeru zbrajanja jabuka i zadanim zadatkom da zbroje dvije potencije ponovno koriste metodu zamjene i zaključuju da se potencije zbrajaju kao jabuke.



Slika 4.1.47. Zbrajanje i oduzimanje potencija-aktivnost 1

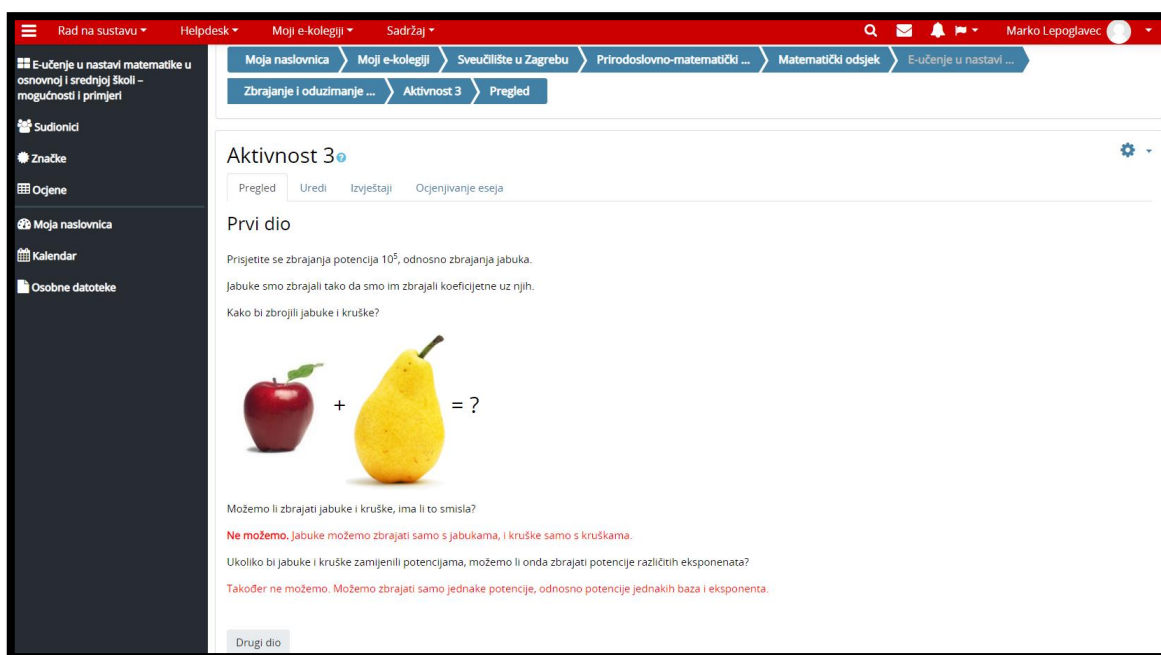
U drugoj aktivnosti učenici će "otkriti" pravilo za zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10 i jednakim eksponentima. Nakon što su u prošloj aktivnosti zaključili da se potencije zbrajaju kao jabuke, u drugoj aktivnosti rješavaju zadatke na način da jedan dio zadataka rješavaju tako da izračunaju vrijednost potencije a zatim zbrajaju i oduzimaju, dok drugi dio zadataka rješavaju koristeći svojstvo distributivnosti.



Slika 4.1.48. Zbrajanje i oduzimanje potencija-aktivnost 2

Prvi nastavni listić prikazan je u Prilogu 53, a drugi nastavni listić u Prilogu 54. Ispunjavanjem dvije tablice istih zadataka, ali na različite načine, učenici uočavaju da su rješenja zadataka iz obje tablice jednaka, neovisno o načinu rješavanja te da su primjenom

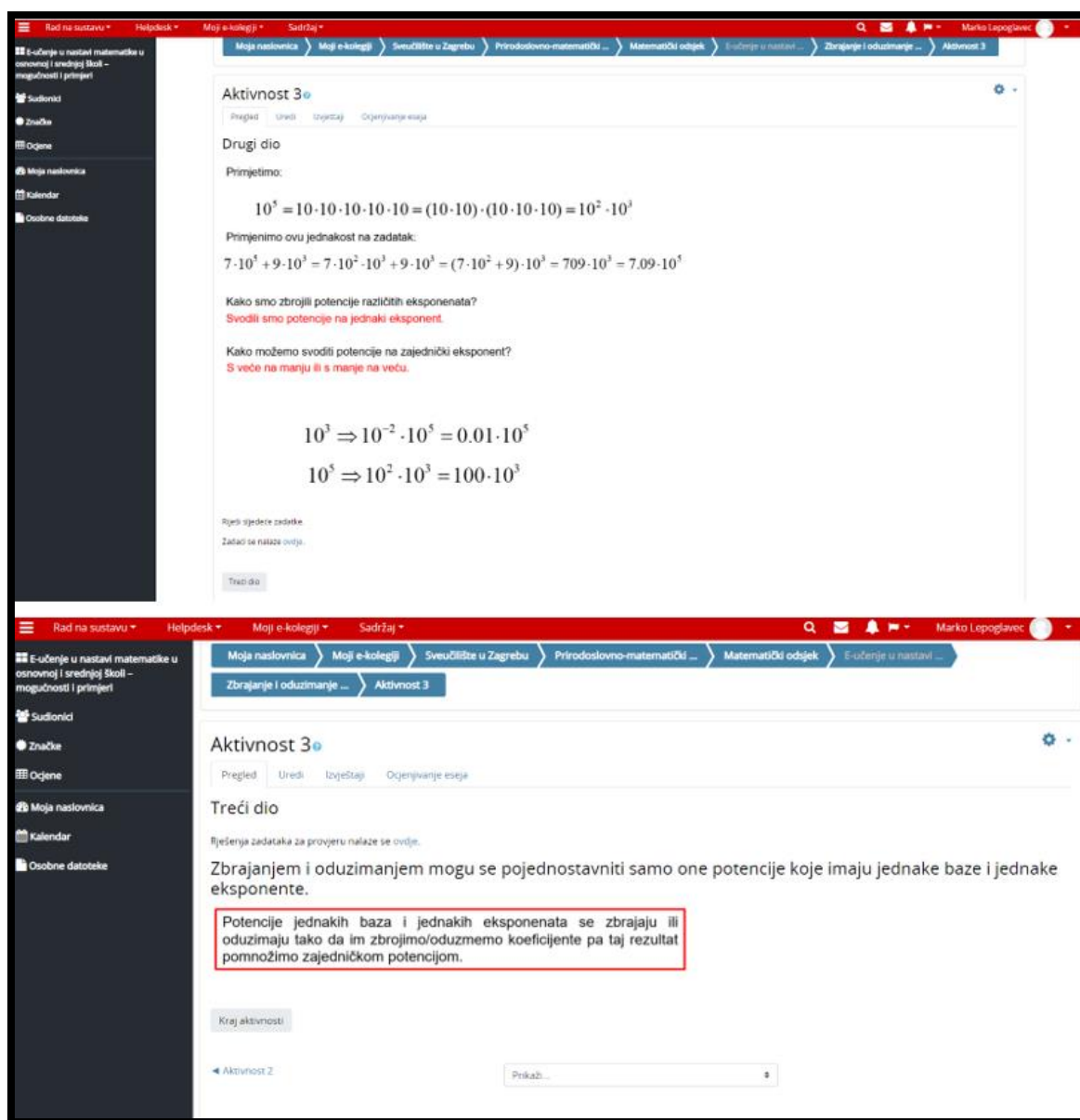
distributivnosti množenja prema zbrajanju (oduzimanju), brže i jednostavnije došli do rješenja. Rješenje prvog nastavnog listića prikazano je u Prilogu 55, a rješenje drugog nastavnog listića u Prilogu 56. Zaključuju da se potencije jednakih baza i jednakih eksponenata zbrajaju ili oduzimaju tako da im zbrojimo ili oduzmemo koeficijente pa taj rezultat pomnožimo zajedničkom potencijom. U trećoj aktivnosti učenici će "otkriti" pravilo za zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10 različitih eksponenata. Kao u prvoj aktivnosti, ovdje se također ponovno uočava značajnost slika i vizualne percepcije. Svi su barem jednom čuli izreku "Ne miješaj kruške i jabuke" pa se upravo prikazom kruški i jabuka kao potencija s različitim eksponentom dolazi do zaključka da se potencije s različitim eksponentom ne mogu zbrajati odnosno sa se mogu zbrajati samo potencije jednakih baza i eksponenata.



Slika 4.1.49. Zbrajanje i oduzimanje potencija-aktivnost 3 - 1.dio

Promatrajući primjer rastave potencije na faktore $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = (10 \cdot 10) \cdot (10 \cdot 10 \cdot 10) = 10^2 \cdot 10^3$ i grupiranja tih faktora zaključuju da se različiti eksponenti mogu svoditi na jednake eksponente i zatim zbrajati potencije. Potencije se mogu svoditi s veće na manju ili s manje na veću kako bi dobili zajednički eksponent. Svodeći potencije s veće na manju ili s manje na veću dobivaju jednake potencije te

rješavanjem zadataka uvježbaju zbrajanje i oduzimanje potencija različitih eksponenata. Zadaci se nalaze u Prilogu 57, a rješenja se nalaze u Prilogu 58.



Slika 4.1.50. Zbrajanje i oduzimanje potencija-aktivnost 3 - 2.dio

Zaključuju da se zbrajanjem i oduzimanjem mogu pojednostavniti samo one potencije koje imaju jednake baze i jednake eksponente. Potencije jednakih baza i jednakih eksponenata se zbrajaju ili oduzimaju tako da im zbrojimo/oduzmemo koeficijente pa taj rezultat pomnožimo zajedničkom potencijom.

4.2 Primjena e-učenja u učenju i poučavanju u geometriji na primjeru trokuta

Korištenje sustava za interaktivno glasovanje u nastavi matematike prilagođeno je svim uzrastima u osnovnoj i srednjoj školi, kao što je prisutno i u visokoškolskom obrazovnom sustavu. Za razliku od korištenja platformi, za koje je ipak potrebno osnovno informatičko obrazovanje, korištenje sustava za interaktivno glasovanje je iznimno jednostavno i često funkcionira na principu odabira ponuđenog odgovora ili unosa tekstualnog odgovora. Kako bi prikazali jednostavnost korištenja sustava za interaktivno glasovanje, kao primjer primjene e-učenja u nastavi matematike, sljedećim aktivnostima prikazat će se uporaba digitalnih alata prilikom otkrivanja pojma trokuta u četvrtom razredu osnovne škole. Upravo je to grupa korisnika koja nema prethodnih iskustva u korištenju sustava za interaktivno glasovanje, kao ni iskustva u korištenju digitalnih tehnologija, a sve aktivnosti su primjerene njihovoj dobi.

Prema nastavnom planu i programu za osnovne škole, učenici se tada prvi puta upoznaju s pojmom trokuta. U prvom razredu učenik razlikuje i crta ravne, izlomljene i zakrivljene crte, ističe točke kružićem, označava točke velikim tiskanim slovom, spaja točke ravnom ili zakrivljenom crtom te prepoznaje, imenuje i razlikuje krug, trokut, pravokutnik i kvadrat. U drugom razredu učenik crta i imenuje dužinu, označava krajnje točke dužine, razlikuje točke koje pripadaju ili ne pripadaju dužini te označava stranice kvadrata, pravokutnika i trokuta kao dužine. U trećem razredu učenik shvaća ravninu kao neograničenu ravnu plohu i shvaća likove kao dijelove ravnine. U četvrtom razredu pri obradi pojma trokuta učenik prepoznaje trokut među geometrijskim objektima, prepoznaje trokut kao dio ravnine, crta trokut, prepoznaje stranice trokuta kao dužine te označava stranice i vrhove trokuta, za koje ćemo u nastavku prikazati aktivnosti. Nastavne teme povezane s trokutom se protežu cijelo obrazovanje, a spomenut ćemo još u osnovnoj školi peti razred, kada učenik crta trokut, pravilno ga označava, razlikuje i imenuje, crta jednakokrani i jednakokranični te pravokutni trokut s pomoću dvaju trokuta, ali i

konstruiraju trokutu opisanu kružnicu te izračunavaju opseg trokuta. U šestom razredu uče odnose stranica i kutova trokuta, sukladnost, usvajaju pojam visine trokuta i računaju površinu trokuta. U osmom razredu primjenjuju Pitagorin poučak na jednakokranični i jednakokračan trokut te rješavaju zadatke koji povezuju visinu i stranicu jednakokraničnog trokuta, odnosno osnovicu, krak i visinu na osnovicu jednakokračnog trokuta.

Sve aktivnosti provedive su korištenjem pametnih uređaja, tableta i računala, a ukoliko učionice nisu opremljene, aktivnosti se mogu provesti i nabavkom naprednih klikera koji imaju i mogućnost unosa tekstualnih odgovora. Od učenika se očekuje proaktivnost i sudjelovanje u provedbi aktivnosti. Takav način provođenja aktivnosti idealan je za sramežljivije učenike i one koji su slabijeg samopouzdanja. Tada ravnopravno sudjeluju u aktivnostima i dolaze do izražaja. Nakon četvrtog razreda osnovne škole, od učenika se očekuje da znaju crtati trokut, isticati i označavati vrhove, stranice i kutove trokuta, uspoređivati duljine stranica trokuta, razlikovati, crtati i imenovati trokute s obzirom na duljine stranica, prepoznavati, imenovati, crtati i pravilno označavati pravokutan trokut te računati opseg trokuta.

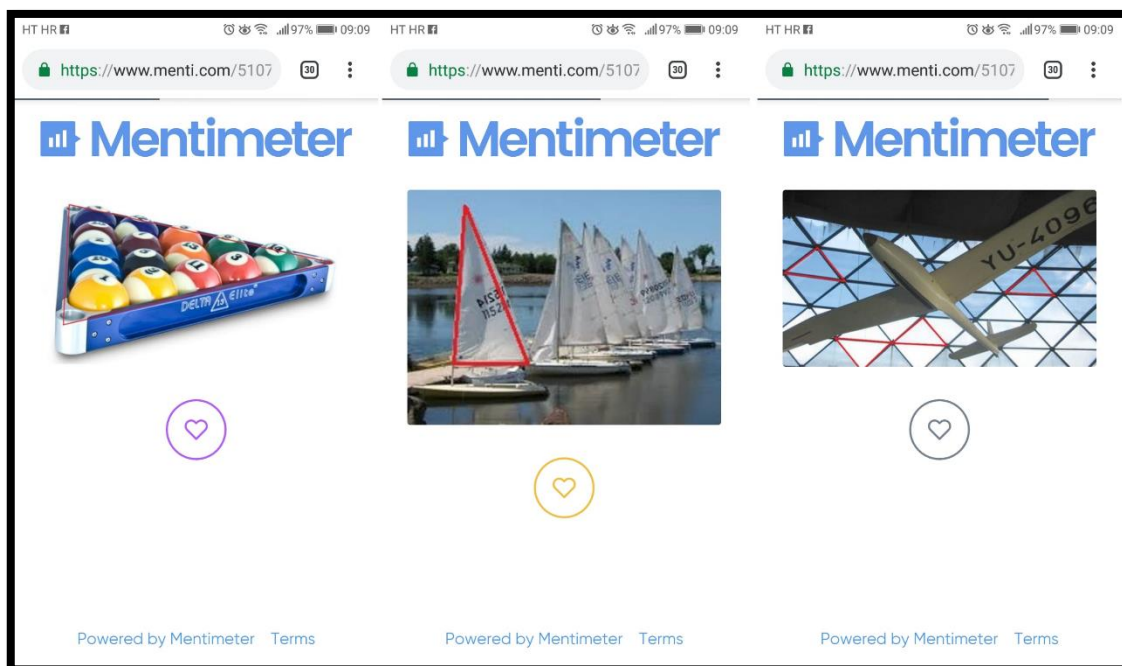
4.2.1 Prepoznajemo trokut

U uvodnoj aktivnosti, učenici će, promatrajući pripremljene digitalne materijale, prepoznati trokut na slikama iz svakodnevnog života. Potreban materijal za provedbu aktivnosti su pripremljeni tableti ili mobilni uređaji za učenike te računalo ili tablet za nastavnika na kojem može provoditi aktivnost. Nastavnik učenicima daje upute za pristup zadatku koristeći alat *mentimeter*. Nastavnik koristeći svoje računalo ili tablet otvara stranicu *mentimeter.com* i koristeći pristupne podatke ulazi u sustav. Nakon odabira željene prezentacije, učenici na svojim uređajima otvaraju stranicu *menti.com* i zatim unose kod koji je pripremio nastavnik. Nakon što su se svi prisutni prijavili u sustav, nastavnik na svom računalu pokreće prezentaciju. Kako nastavnik pokreće prezentaciju, tako se učenicima prikazuju aktivni slajdovi na mobitelima, odnosno tabletima.



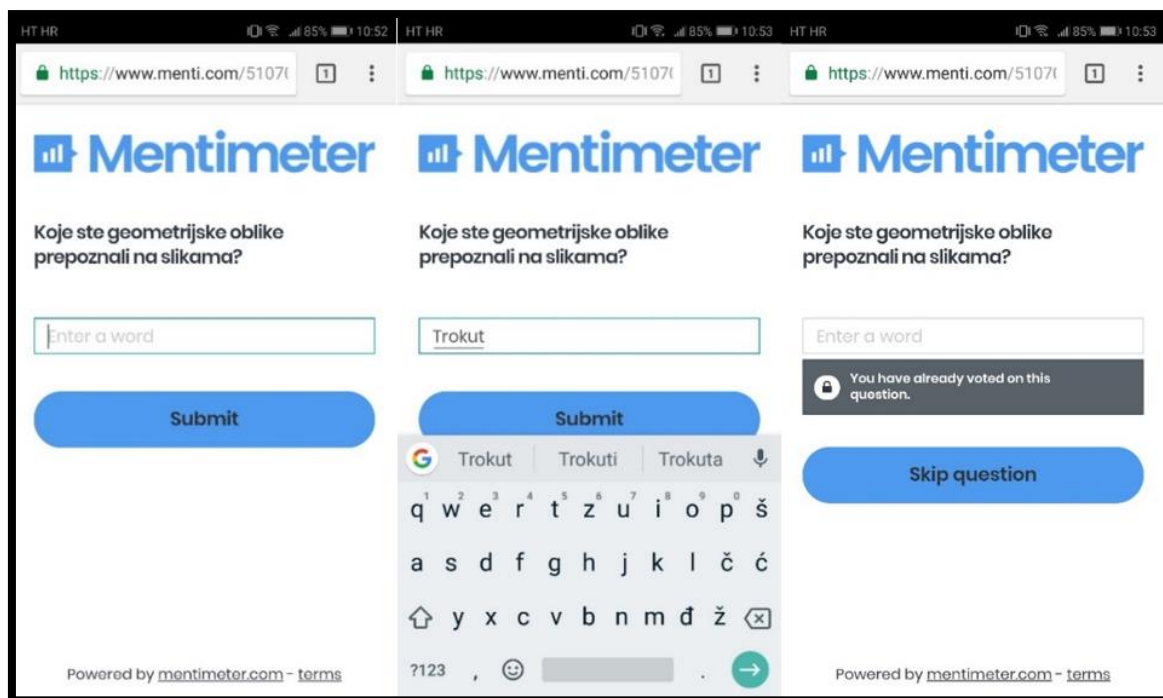
Slika 4.2.1. Prikaz početnog ekrana na uređajima učenika

Nakon što nastavnik pojasni učenicima na što trebaju obratiti pozornost, pokreće sljedećih nekoliko slajdova dok ih učenici pažljivo promatraju. Kako bi nastavnik znao da su svi učenici pripremljeni za aktivnost, koristi povratne informacije putem sustava na način da učenici, kada su spremni, odabirom na emotikon na ekranu daju znak nastavniku da su spremni. Emotikoni mogu biti različitih oblika i boja kako bi zainteresirali učenike.



Slika 4.2.2. Prikaz ekrana učeničkog uređaja sa slikama koje je pripremio nastavnik

Nakon što nastavnik prikaže sve slike i učenici pregledaju iste, nastavnik otvara novi slajd na kojemu se prikazuje pitanje vezano za nastavnu temu. Pitanje je istaknuto dovoljno velikim fontom kako bi svi učenici vidjeli zadano pitanje. To je jedna od prednosti koji alati imaju, jer se ne može dogoditi da učenici iz zadnjih klupa ne vide pitanja jer su daleko, ili pak ne stignu pročitati pitanja.



Slika 4.2.3. Prikaz ekrana s pitanjem i unosom odgovora na uređaju učenika

Učenici zatim unose svoj odgovor te čekaju dok svi učenici ne unesu svoje odgovore. U vrijeme unošenja odgovora, nastavnik moderira te prati unos svih rezultata. Kako bi osigurali što reprezentativnije odgovore, svakom učeniku je omogućeno da pošalje samo jedan odgovor putem svog uređaja. Nakon što svi učenici unesu svoje odgovore, nastavnik prikazuje odgovore koristeći projektor ili pametnu ploču ovisno o mogućnostima u učionici.



Slika 4.2.4. Prikaz odgovora na sučelju nastavnika

Na samom ekranu je vidljivo koliko je učenika odgovorilo na pitanje, kako bi nastavnik imao ispravnu evidenciju te kako bi mogao znati kada su odgovorili točno svi učenici. Ovisno o odgovorima, oni najčešći su istaknutiji od ostalih, pa i sami učenici mogu vidjeti uzorak točnog odgovora. Nakon prikaza odgovora, nastavnik otvara diskusiju i učenici dolaze do zaključka da se na svim slikama nalazi trokut.

4.2.2 Geometrijski lik

Prije same odluke o korištenju digitalnih alata potrebno je odgovoriti na pitanja:

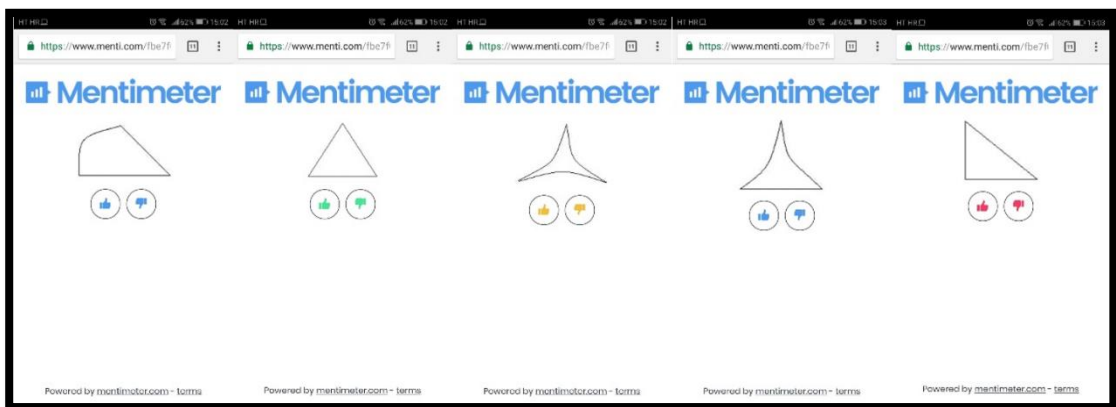
1. Zašto odabirem upravo taj alat?
2. Kako ću ga upotrijebiti?
3. Hoće li taj alat doprinijeti dostizanju ishoda učenja?

Dobra procjena načina provođenja aktivnosti je od iznimne važnosti, pa tako ni digitalni alati nisu uvijek najbolje rješenje. U drugoj aktivnosti, najbolja tehnika provođenja, radi dostizanja željenog ishoda učenja, jest korištenje vizualnih fizičkih pomagala, umjesto digitalnih. Učenici će, radeći samostalno, crtati trokut i time ga prepoznati kao ravninski lik. Potreban materijal za provedbu aktivnosti su modeli

geometrijskih tijela, bilježnica i geometrijski pribor. Nastavnik daje uputu učenicima da u svoje bilježnice, a potom i nekoliko učenika na ploču, nacrtaju nekoliko trokuta. Nakon što su učenici nacrtali trokute, nastavnik pokazuje učenicima modele geometrijskih tijela. U diskusiji s učenicima svaki od modela nazivaju redom piramida, kocka, kvadar, valjak i kugla. Zaključuju da su to objekti koji su dio prostora i koje mogu opipati te kao njihov zajednički naziv zapisuju geometrijska tijela. Zatim nastavnik u diskusiji upita učenike kako nazivamo objekte koje možemo nacrtati na papiru i mogu li opipati te objekte, na što učenici govore da su to geometrijski likovi i da ih ne mogu opipati, već da su geometrijski likovi dijelovi ravnine i da ih samo mogu nacrtati na papiru. Potom nastavnik i učenici nabrajaju osnovne geometrijske likove, poput kruga, kvadrata, trokuta i pravokutnika te učenici zaključuju da je trokut geometrijski lik.

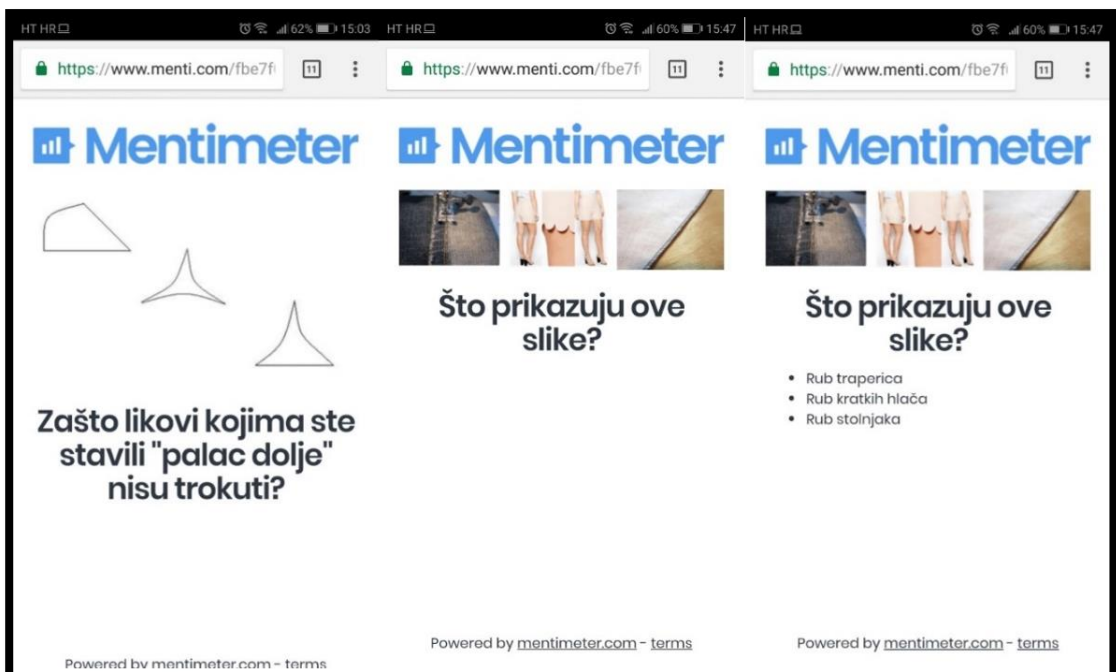
4.2.3 Opisujemo trokut

Učenici će, odgovarajući na pitanja, uočiti koja svojstva mora imati trokut. Potreban materijal za provedbu aktivnosti su pripremljeni tableti ili mobilni uređaji za učenike te računalo ili tablet za nastavnika na kojem može provoditi aktivnost. Nastavnik učenicima daje upute za pristup zadatku koristeći alat *mentimeter*. Nastavnik koristeći svoje računalo ili tablet otvara stranicu *mentimeter.com* i koristeći pristupne podatke ulazi u sustav. Nakon odabira željene prezentacije, učenici na svojim uređajima otvaraju stranicu *menti.com* i zatim unose kod koji je pripremio nastavnik. Nakon što su se svi prisutni prijavili u sustav, nastavnik na svom računalu pokreće prezentaciju. Kako nastavnik pokreće prezentaciju, tako se učenicima prikazuju aktivni slajdovi na mobitelima, odnosno tabletima. Učenici odabirući "palac gore" ili "palac dolje" glasuju nalazi li se na slici trokut ili ne.



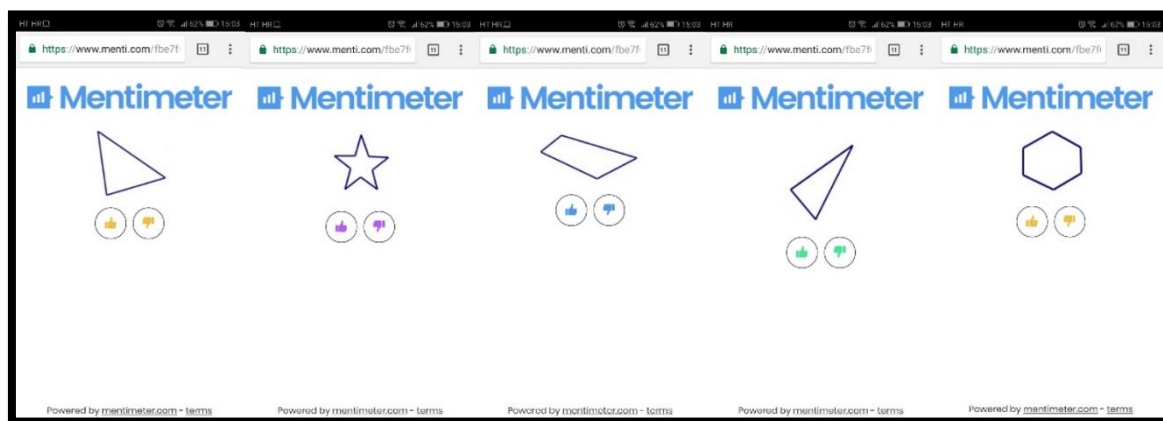
Slika 4.2.5. Prikazi ekrana uređaja učenika sa slikama koje je pripremio nastavnik

Nakon što svi učenici glasuju, nastavnik prikazuje one slike koje su učenici ocijenili s "palac dolje" i otvara diskusiju te pita učenike zašto su označili da ti likovi nisu trokuti. Sustavi za interaktivno glasovanje omogućuju nastavnicima da dobiju povratnu informaciju od svih učenika, a ne samo učenika koji su sigurniji u sebe i samouvjereniji. Samim time aktiviraju se i oni sramežljiviji učenici, a nastavnik dobiva punu sliku i potpunu aktivnost u razredu.



Slika 4.2.6. Prikaz ekrana tijekom diskusije na uređaju učenika

Učenici odgovaraju da su neke od crta bile zakrivljene, a moraju biti ravne. Zatim nastavnik pita kako se nazivaju ravne crte koje imaju dva kraja, na što učenici odgovaraju dužine. Zatim nastavnik, ponovno koristeći *mentimeter*, prikazuje učenicima novu sliku s pitanjem što one prikazuju. Nakon što učenici pregledaju slike odgovaraju da su prikazani rub trapezica, rub kratkih hlača i rub stolnjaka, nakon čega nastavnik prikazuje te iste odgovore ponovno u alatu *mentimeter*. Bitno je prikazati točne odgovore kako bi svi učenici uočili riječ rub, jer je ista važna u daljnjoj diskusiji. Nastavnik nastavlja diskusiju te pita učenike što čini rub trokuta, na što oni odgovaraju da su to dužine. Zatim nastavnik pita što su krajevi tih dužina, na što odgovaraju učenici da su to točke. Konačno, prije zaključka, pita učenike što već znaju o trokutu, na što govore da je trokut geometrijski lik. Zatim nastavnik zapisuje na ploču da je trokut geometrijski lik i da je trokut obrubljen, odnosno omeđen dužinama, dok učenici prepisuju zaključak u bilježnicu. Nakon prvog zaključka, nastavnik nastavlja s aktivnošću u alatu *mentimeter* i ponovno prikazuje novi set slika učenicima, a učenici odabirući "palac gore" ili "palac dolje" glasuju nalazi li se na slici trokut ili ne.



Slika 4.2.7. Prikaz slika na uređajima učenika

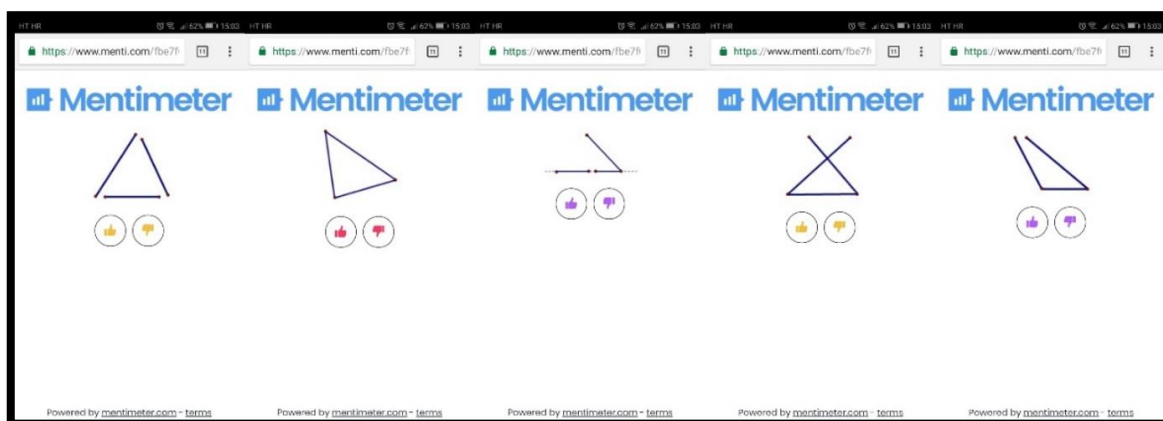
Nakon što svi učenici glasuju, nastavnik prikazuje one slike koje su učenici ocijenili s "palac dolje" i otvara diskusiju te pita učenike zašto su označili da ti likovi nisu trokuti. Tada je prilika ako nastavnik vidi da su se na neka pitanja sporije davali odgovor, da u

diskusiji bude temeljitiji i vrati se na prethodne zaključke, kako ne bi postojala rupa u znanju učenika.



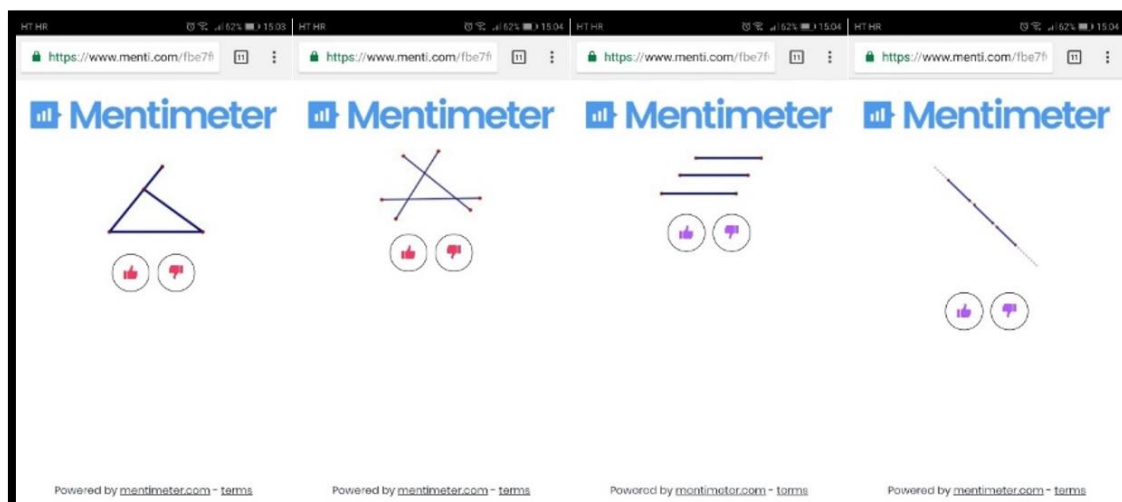
Slika 4.2.8. Prikaz ekrana tijekom diskusije na uređaju učenika

Učenici odgovaraju da su odabrali "palac dolje" zato što je trokut obrubljen, odnosno omeđen s tri dužine, što nastavnik odmah i zapisuje ispod prethodnih zaključka, a učenici prepisuju u bilježnicu.



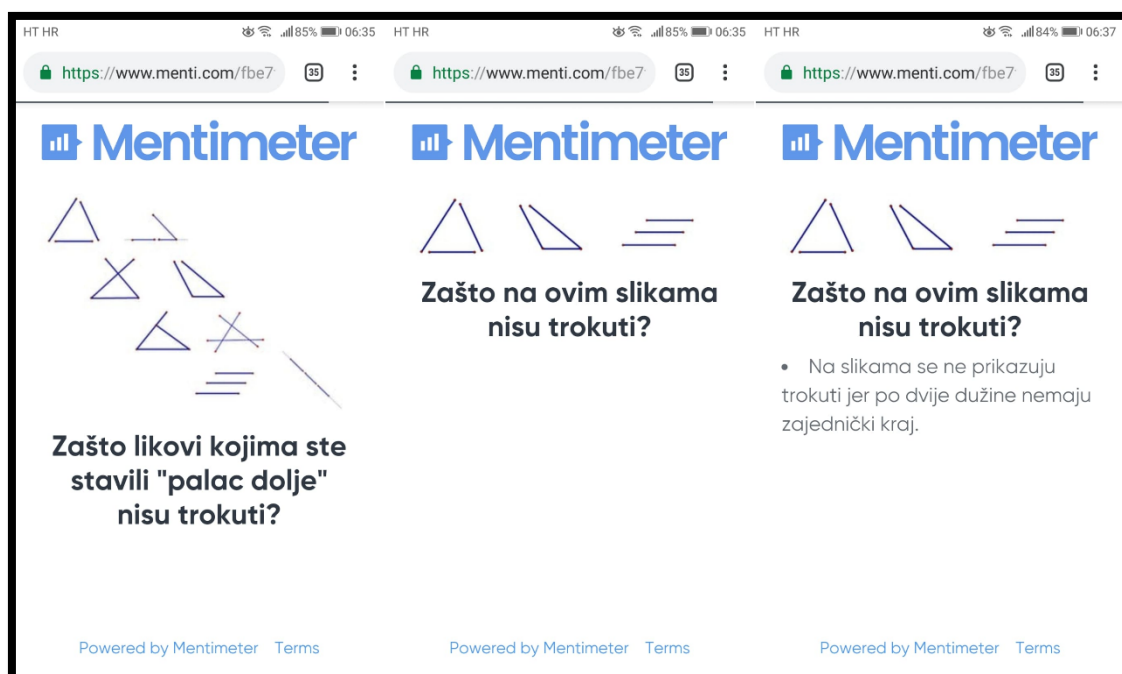
Slika 4.2.9. Prikaz slika na uređajima učenika – 1. dio

Nastavnik nastavlja s aktivnošću u alatu *mentimeter* i ponovno prikazuje novi set slika učenicima, a učenici odabirući "palac gore" ili "palac dolje" glasuju nalazi li se na slici trokut ili ne.



Slika 4.2.10. Prikaz slika na uređajima učenika – 2. dio

Nakon što svi učenici glasuju, nastavnik prikazuje one slike koje su učenici ocijenili s "palac dolje" i otvara diskusiju te pita učenike zašto su sada označili da ti likovi nisu trokuti.



Slika 4.2.11. Prikaz prve grupe likova tijekom diskusije na uređaju učenika

Nakon što nastavnik prikaže svih 8 slika kojima su učenici označili "palac dolje", prikazuje iste grupirano u tri grupe. Nakon što nastavnik prikaže prvu grupu slika i pita učenike zašto iste nisu trokuti, učenici odgovaraju da slike ne prikazuju trokut jer po dvije dužine nemaju zajednički kraj. Potom nastavnik prikazuje navedeni odgovor. Nakon prikaza odgovora, nastavnik prikazuje drugu grupu slika i pita učenike zašto iste ne prikazuju trokute.

HT HR 84% 06:37 HT HR 84% 06:38

<https://www.menti.com/fbe7>

Mentimeter

Zašto na ovim slikama nisu trokuti?

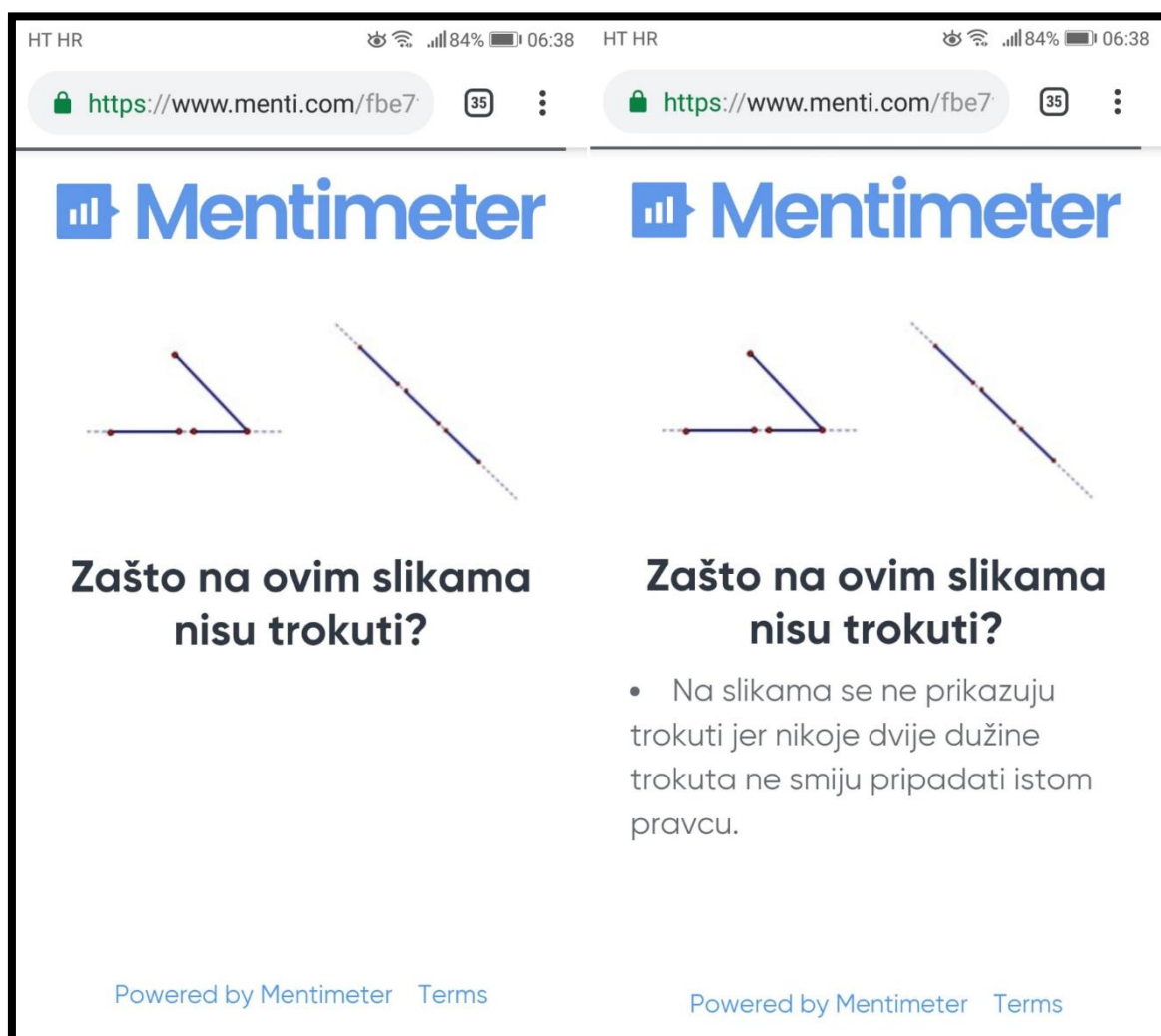
- Na slikama se ne prikazuju trokuti jer se dužine ne smiju presijecati, nego dvije po dvije moraju imati zajednički kraj.

Powered by Mentimeter Terms

Slika 4.2.12. Prikaz druge grupe likova tijekom diskusije na uređaju učenika

Učenici odgovaraju da slike ne prikazuju trokut jer se dužine ne smiju presijecati, nego dvije po dvije moraju imati zajednički kraj. Potom nastavnik prikazuje i odgovor. Nakon

prikaza odgovora, nastavnik prikazuje drugu grupu slika i pita učenike zašto iste ne prikazuju trokute.



Slika 4.2.13. Prikaz treće grupe likova tijekom diskusije na uređaju učenika

Učenici odgovaraju da slike ne prikazuju trokut jer se nikoje dvije dužine trokuta ne smiju pripadati istom pravcu. Potom nastavnik prikazuje i odgovor. Nakon prikaza i odgovora nakon treće grupe slika, nastavnik napominje da su učenici ranije zaključili da se dužine trokuta ne smiju presijecati i upita učenike što znači da se dužine sijeku, na što učenici odgovaraju da to znači da imaju zajedničku točku koja pripada unutrašnjosti barem jedne dužine. Zatim nastavnik napominje da su učenici već ranije uočili da dužine ne smiju

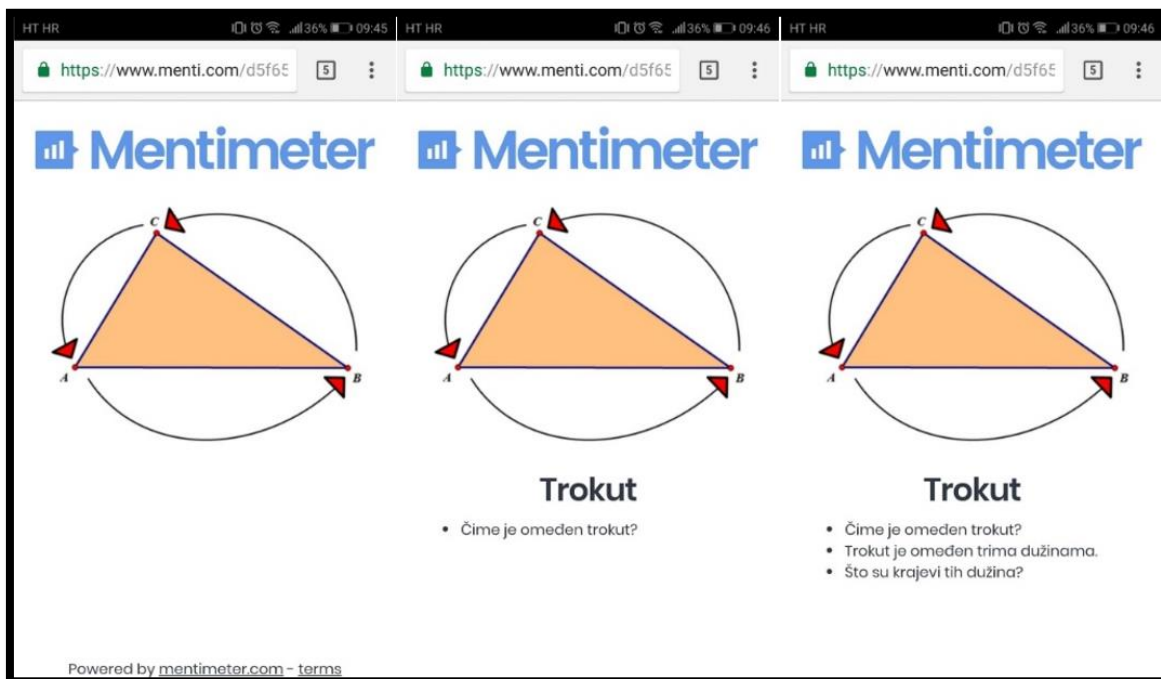
pripadati istom pravcu, pa upita što vrijedi za njihove rubove, na što učenici odgovaraju da rubovi dužina koje obrubljuju trokut ne smiju pripadati istom pravcu. Nastavnik zatim dodaje još tri zaključka te ih zapisuje na ploču kako slijedi. Dužine se ne smiju presijecati, odnosno ne smiju pripadati istome pravcu. Rubovi nikojih dviju dužina koje obrubljuju trokut ne smiju pripadati istome pravcu. Jedine zajedničke točke tih dužina su njihovi rubovi. Sva tri zaključka učenici prepisuju u bilježnicu.

4.2.4 Vrhovi, stranice, simbolička oznaka

Učenici će "otkriti" pojmove i simboličke oznake vezane za trokut. Potreban materijal za provedbu aktivnosti su pripremljeni tableti ili mobilni uređaji za učenike te računalo ili tablet za nastavnika na kojem može provoditi aktivnost. Nastavnik učenicima daje upute za pristup zadatku koristeći alat *mentimeter*.

Nastavnik koristeći svoje računalo ili tablet otvara stranicu *mentimeter.com* i koristeći pristupne podatke ulazi u sustav. Nakon odabira željene prezentacije, učenici na svojim uređajima otvaraju stranicu *menti.com* i zatim unose kod koji je pripremio nastavnik. Nakon što su se svi prisutni prijavili u sustav, nastavnik na svom računalu pokreće prezentaciju.

Kako nastavnik pokreće prezentaciju, tako se učenicima prikazuju aktivni slajdovi na mobitelima, odnosno tabletima. Nastavnik prvo prikazuje trokut i zatim otvara diskusiju postavljenjem pitanja.



Slika 4.2.14. *Trokut – prvi dio*

Nakon što su svi učenici dobro pogledali sliku na svojim tabletima, nastavnik pita čime je omeđen trokut. Učenici odgovaraju da je trokut omeđen dužinama, na što se nastavnik nadovezuje i pita što su krajevi tih dužina.

Učenici odgovaraju da su točke krajevi dužina, na što nastavnik pita kako se označavaju točke. Učenici odgovaraju da se točke označavaju velikim tiskanim slovima. Nastavnik koristi mogućnost predviđanja odgovora u diskusiji, kako bi i učenici koji nisu čuli odgovore imali prikazane na svojim uređajima. Takva značajka je iznimno bitna za učenike koji imaju određenih poteškoća sa sluhom.

The image shows a screenshot of a Mentimeter presentation slide. The slide is titled "Trokut" (Triangle) and features two identical diagrams of a triangle with vertices labeled A, B, and C. The triangle is shaded orange. Below each diagram is a list of five questions in Croatian. The browser address bar shows "https://www.menti.com/d5f65".

Trokut

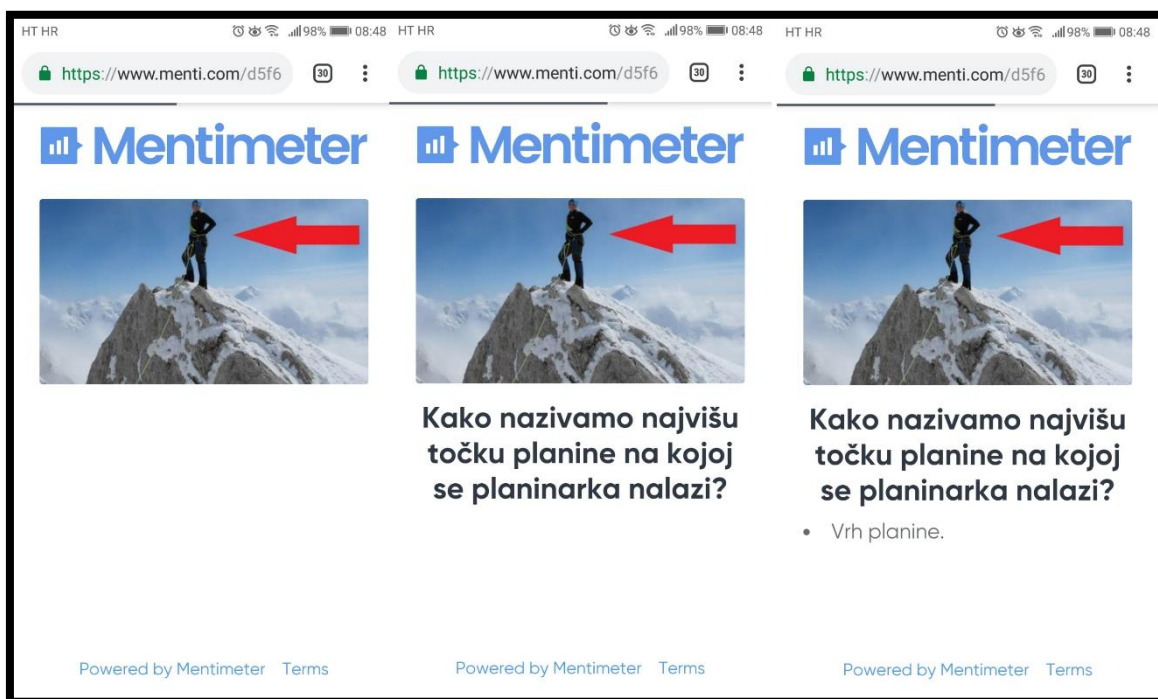
- Čime je omeđen trokut?
- Trokut je omeđen trima dužinama.
- Što su krajevi tih dužina?
- Krajevi dužina su točke.
- Kako označavamo točke?

Trokut

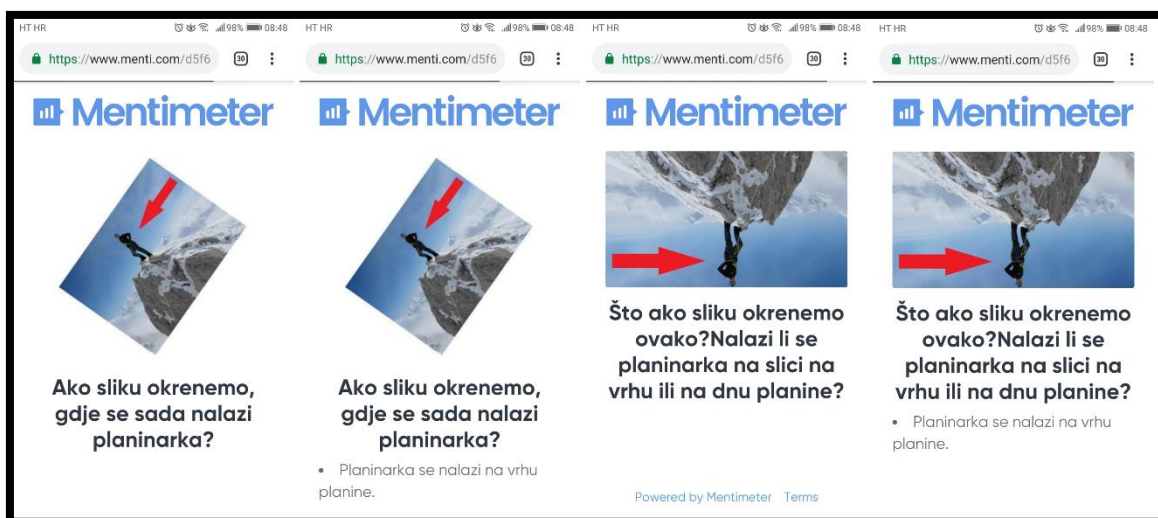
- Čime je omeđen trokut?
- Trokut je omeđen trima dužinama.
- Što su krajevi tih dužina?
- Krajevi dužina su točke.
- Kako označavamo točke?
- Točke označavamo velikim tiskanim slovima.

Slika 4.2.15. Trokut – drugi dio

Nakon što učenici odgovore na sva pitanja, za vježbu crtaju u bilježnicu jedan trokut te ga označavaju. Zatim nastavnik priprema novu sliku, koja je povezana s prirodom i planinama radi demonstracije.



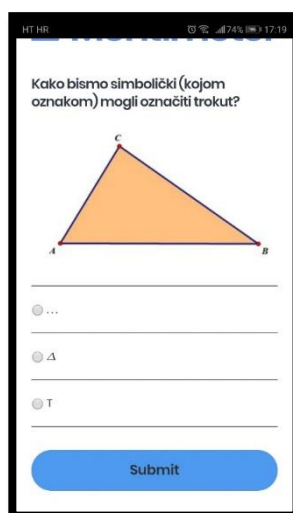
Slika 4.2.16. *Planina*



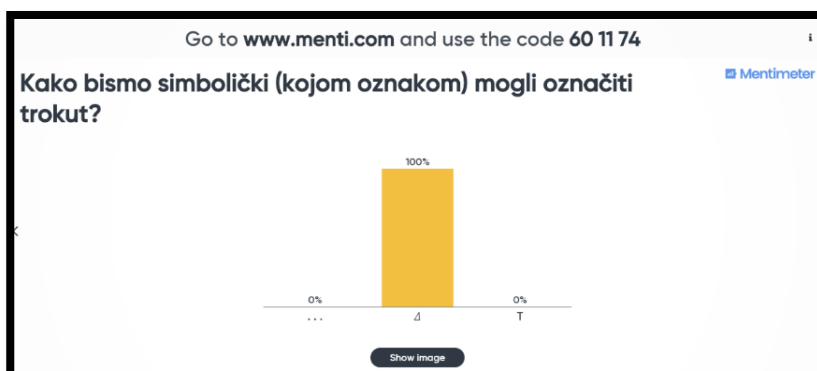
Slika 4.2.17. *Kosa i obrnuta planina*

Nakon što su svi učenici proučili sliku na tabletima, nastavnik pita učenike kako se naziva najviša točka planine, na kojoj se i nalazi planinarka na slici. Učenici odgovaraju da se najviša točka zove vrh planine. Zatim nastavnik rotira sliku za 45° i potom pita

učenike gdje se nalazi planinarka. Učenici ponovno odgovaraju da se planinarka nalazi na vrhu planine. Nastavnik zatim okrene sliku za 180° i zatim upita učenike nalazi li se planinarka na vrhu ili ipak na dnu planine. Učenici ponovno zaključuju da se planinarka i sada nalazi na vrhu planine. Učenici u konačnici zaključuju da kako god okrenuli sliku, vrh planine će i dalje biti vrh te planine. Nastavnik uspoređuje planinu s trokutom i pita učenike što su točke A, B i C trokutu, a učenici odgovaraju da su to vrhovi trokuta. Zatim nastavnik pita koliko trokut ima vrhova, na što učenici govore da trokut ima tri vrha te pita mogu li vrhovi trokuta pripadati istom pravcu, na što učenici govore da ne mogu. Navodeći učenike na simboličku oznaku trokuta, nastavnik govori učenicima da se sjete kako trokut izgleda i postavlja pitanje učenicima kako bi simbolički, odnosno kojom oznakom označili trokut.



Slika 4.2.18. Oznaka trokuta



Slika 4.2.19. Oznaka trokuta - Odgovori

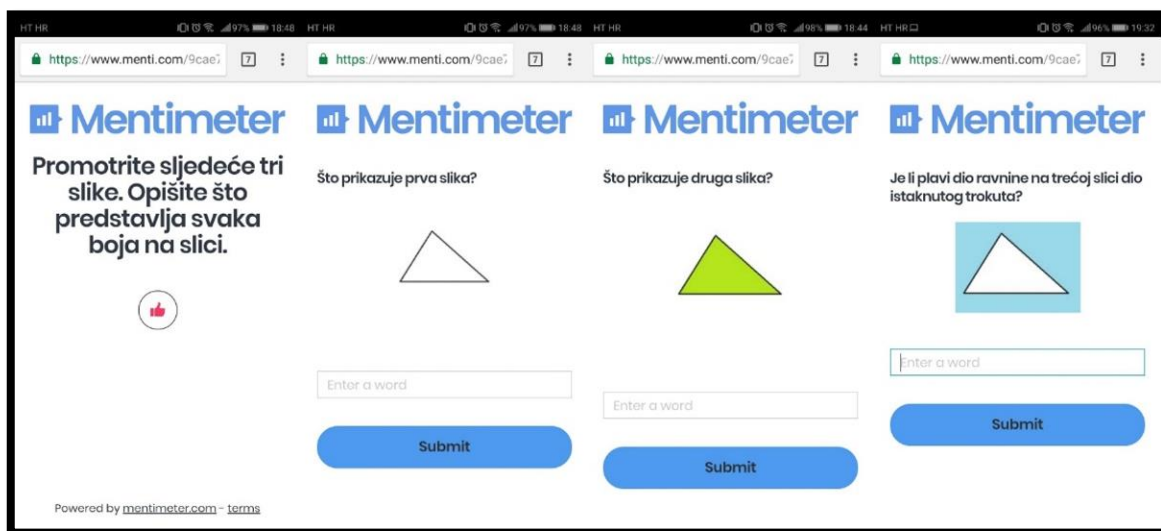
Učenici odgovaraju da bi trokut označili simbolom Δ , na što nastavnik pita učenike kako bi onda simbolički zapisali naznačeni trokut s pripadajućim vrhovima A , B i C . Učenici govore da bi ga zapisali ΔABC te nastavnik zapisuje zaključak na ploču da se trokut s vrhovima A , B i C označava ΔABC ili piše trokut ABC . Zatim nastavnik pita učenike kojim je dužinama omeđen trokut na što odgovaraju dužinama \overline{AB} , \overline{BC} i \overline{AC} , a na pitanje što su te dužine trokutu, odgovaraju da su to stranice trokuta. Nastavnik govori da se nasuprot stranice \overline{AB} nalazi vrh C , nasuprot stranice \overline{BC} nalazi se vrh A , a nasuprot stranice \overline{AC} nalazi se vrh B te pita učenike mogu li protumačiti što bi značilo „nasuprot“. Učenici odgovaraju da je vrh nasuprot stranice vrh koji ne pripada toj stranici i obratno, nasuprotna stranica nekog vrha je stranica koja ne sadrži taj vrh. Nadalje, nastavnik govori da se duljine stranica trokuta označuju malim pisanim slovima tako da se nasuprot vrha A nalazi stranica duljine a , nasuprot vrha B stranica duljine b i nasuprot vrha C stranica duljine c te pita učenike kako bi sada opisali trokut nakon svih donesenih zaključaka. Učenici zapisuju zaključak u bilježnicu:

Neka su A , B i C tri različite točke ravnine koje ne pripadaju istome pravcu (nekolinearne točke). Trokut ABC je dio ravnine omeđen dužinama \overline{AB} , \overline{BC} i \overline{AC} . Dužine \overline{AB} , \overline{BC} i \overline{AC} zovemo stranicama trokuta, točke A , B i C vrhovima trokuta.

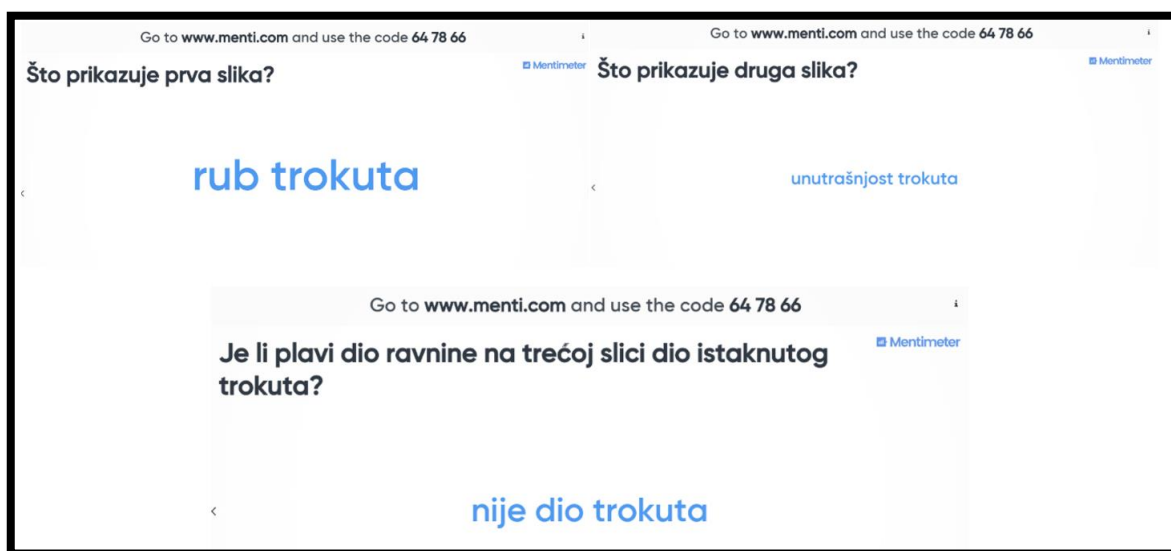
4.2.5 Što pripada trokutu?

Učenici će osvijestiti da se trokut sastoji od točaka. Potreban materijal za provedbu aktivnosti su pripremljeni tableti ili mobilni uređaji za učenike te računalo ili tablet za nastavnika na kojem može provoditi aktivnost. Nastavnik učenicima daje upute za pristup zadatku koristeći alat *mentimeter*. Nastavnik koristeći svoje računalo ili tablet otvara stranicu *mentimeter.com* i koristeći pristupne podatke ulazi u sustav. Nakon odabira željene prezentacije, učenici na svojim uređajima otvaraju stranicu *menti.com* i zatim unose kod koji je pripremio nastavnik. Nakon što su se svi prisutni prijavili u sustav, nastavnik na svom računalu pokreće prezentaciju. Kako nastavnik pokreće prezentaciju,

tako se učenicima prikazuju aktivni slajdovi na mobitelima, odnosno tabletima. Nastavnik prikazuje prezentaciju koju učenici pomno prate i daju povratne odgovore.



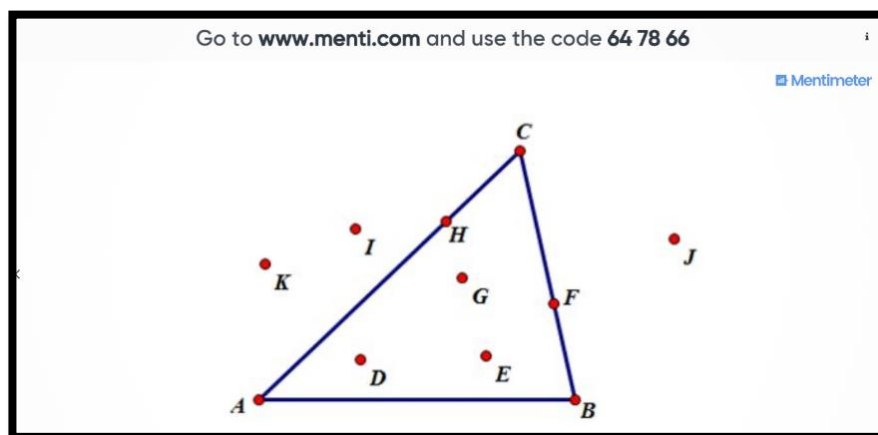
Slika 4.2.20. Upute i pitanja



Slika 4.2.21. Odgovori na pitanja

Nakon uputa, nastavnik je pripremio tri slike uz popratna pitanja na koja učenici odgovaraju. Prvo pitanje odnosi se na crni obrub, drugo na zelenu boju, a treće pitanje na plavu boju. Prilikom zadavanja zadataka u kojima rješenje proizlazi iz boja, potrebno je imati na umu učenike koji ne razlikuju boje. Tako u diskusiji treba definirati slike koje se vizualne boje koriste, ali i naglasiti te opisati sliku, da postoji kontrast i što se točno želi postići slikama.

Na prvoj slici učenici promatraju sliku i odgovaraju da vide rub trokuta. Zatim nastavnik prikazuje drugu sliku i učenici odgovaraju da na istoj vide prikazanu unutrašnjost trokuta. Potom nastavnik prikazuje i posljednju treću sliku te učenici odgovaraju da na slici prikazan plavi dio ne pripada trokutu. Nakon što su učenici odgovorili na sva tri pitanja, nastavnik prikazuje novu sliku trokuta s jedanaest označenih točaka i otvara diskusiju.



Slika 4.2.22. Trokut i točke

Nastavnik pita učenike koje od sljedećih točaka pripadaju trokutu, a učenici prvo govore da su to točke D , G i E . Zatim nastavnik pita učenike što je s točkama koje su na rubu trokuta, na što učenici govore da točke F i H također pripadaju trokutu. Potom nastavnik upita učenike što je s točkama A , B i C , a učenici odgovaraju da su to vrhovi trokuta te i one pripadaju trokutu.

U konačnici tri preostale točke K , I i J ne pripadaju trokutu, a nastavnik upita zašto ne pripadaju, a učenici odgovaraju da se ne nalaze u unutrašnjosti trokuta, niti na njegovom

rubu. Nastavnik upita što je rub trokuta, što sve pripada trokutu i u konačnici od čega se sastoji trokut, a učenici odgovaraju da su rubovi trokuta dužine \overline{AB} , \overline{BC} i \overline{AC} , da trokutu pripadaju točke unutrašnjosti, vrhovi trokuta i točke koje se nalaze na rubu trokuta, odnosno da se trokut sastoji od točaka. Konačno, nastavnik i učenici dolaze do zaključka i isti zapisuju:

Neka su A , B i C tri različite točke ravnine koje ne pripadaju istome pravcu (nekolinearne točke). Trokut ABC je skup svih točaka ravnine omeđenih dužinama \overline{AB} , \overline{BC} i \overline{AC} , uključujući i sve točke tih dužina. Dužine \overline{AB} , \overline{BC} i \overline{AC} zovemo stranicama trokuta, a točke A , B i C vrhovima trokuta.

Zaključak

E-učenje je danas sveprisutno u nastavi matematike. Suvremena nastava danas osim učenika, sadržaja i nastavnika svakako uključuje i korištenje IKT-a. IKT u nastavi matematike je prisutan kako bi olakšao nastavniku i učeniku proces učenja i poučavanja. Koriste se razni sustavi za e-učenje, a sadržaj postaje dostupan svugdje i u bilo koje vrijeme. Nastavnici često koriste IKT prilikom izrade samog sadržaja, ali i u procesu poučavanja. Najčešći oblik je korištenje prezentacija i multimedijских datoteka koje sadržaj pretvaraju interaktivnim. Jedan od poznatijih matematičkih alata je *GeoGebra*, koji radi svoje dinamičnosti, nastavnici koriste prilikom predočavanja raznih slučajeva u zadacima. Također ga koriste i učenici u samostalnom radu, zbog svojih specifikacija, ali i zbog javnog repozitorija, gdje mogu pronaći razne gotove sadržaje koji im mogu pomoći u usvajanju sadržaja. Također je među učenicima iznimno popularna i aplikacija *Photomath*. Samo korištenje *Photomath* aplikacije potpomaže učenicima u usvajanju gradiva prilikom provjere rješenja, kao i detaljno preciziranih postupaka prilikom rješavanja zadataka. Tehnologija je neizbježna i u današnjem nastavnom procesu je postala sastavni dio.

Stoga je iznimno važno biti pripremljen. Nastavnici se moraju stalno usavršavati, a učenici trebaju razvijati svoje digitalne kompetencije. Četiri od šest područja europskog

Okvira digitalnih kompetencija nastavnika pripada nastavnikovim pedagoškim kompetencijama, koje se izravno koriste u poučavanju. Profesionalna angažiranost pripada profesionalnim kompetencijama nastavnika, koje su usmjerene za razvoj nastavnika kao osobe. Dobro pripremljeni i educirani nastavnici su temelj za uspješno obrazovanje. Hrvatska akademska i istraživačka mreža - CARNET pokrenula je 2015. pilot projekt e-Škole. Upravo i sam naziv projekta objašnjava i cilj, a to su digitalno zrele škole, koje će nakon završenog obrazovanja, kao produkt predstaviti i digitalno kompetentne učenike, odnosno građane. Iznimno je važno da obrazovni sustav pruži dovoljnu podršku nastavnicima u razvoju vještina i digitalnih kompetencija kako bi mogli adekvatno koristiti platforme i alate u nastavnom procesu, odnosno uspješno integrirati e-učenje u nastavu. Preduvjeti su stvoreni, a na korisnicima sustava i nadležnim institucijama jest da osiguravanjem resursa osiguraju maksimalnu iskoristivost onog što razvoj tehnologije pruža.

Prilozi

Prilog 1 Potencije s prirodnim eksponentom: uvod

1. Na svijetu postoji 1 Atlantski ocean. (**jedan**)
2. Na rukama je ukupno 10 prstiju. (**deset**)
3. Stoljeće traje 100 godina. (**sto**)
4. Lik Ante Starčevića nalazi se na novčanici od 1 000 kuna. (**tisuću**)
5. Poštanski broj grada Zagreba je 10 000. (**deset tisuća**)
6. Cijena malog apartmana na Hvaru je 100 000 eura. (**sto tisuća**)
7. U Zagrebu i okolici živi oko 1 000 000 stanovnika. (**milijun**)
8. Grad Tokio ima više od 10 000 000 stanovnika. (**deset milijuna**)
9. Nedavno je farmaceutska kompanija „Pliva” uložila 100 000 000 dolara u novi pogon za proizvodnju lijekova. (**sto milijuna**)
10. Veliki broj zvijezda starosti je veće od 1 000 000 000 godina. (**milijarda**)
11. Životni vijek Sunca je oko 10 000 000 000 godina. (**deset milijardi**)
12. Kompanija „Facebook” vrijedi više od 100 000 000 000 dolara. (**sto milijardi**)
13. Uzimanjem jedne doze probiotika, u tijelo unosimo oko 1 000 000 000 000 mikroorganizama. (**bilijun**)
14. 316 455 godina ima ukupno oko 10 000 000 000 000 sekundi. (**deset bilijuna**)
15. Svjetlosna godina duljine je oko 10 000 000 000 000 metara. (**deset tisuća bilijuna**)

Prilog 2 Potencije s prirodnim eksponentom: Nastavni listić

U kraljevstvu Decadus 10 je gradova. Svaki grad ima 10 ulica. U svakoj ulici nalazi se 10 kuća i u svakoj kući živi 10 ljudi. Kralj Expo I. Veliki Nent dobio je kćer te je odlučio svakom stanovniku kraljevstva dati 10 vreća. U svakoj vreći nalazilo se 10 posudica. U svakoj posudici bilo je 10 kolača. Koliko su kolača morali ispeći kraljevi slastičari?

Broj gradova u kraljevstvu:	
Broj ulica u svakom gradu:	
Broj kuća u svakoj ulici:	
Broj ljudi u svakoj kući:	
Broj vreća za jednog stanovnika:	
Broj posudica u svakoj vreći:	

Prilog 3 Potencije s prirodnim eksponentom: Tablica 1

U kraljevstvu ima	Zapis računa u obliku umnoška	Rezultat	Zapis rezultata u obliku umnoška jednakih faktora, od kojih je svaki 10	Broj jednakih faktora umnoška	
Gradova					
Ulica					
Kuća					
Ljudi					
Vreća					
Posudica					
Kolača					

Prilog 4 Potencije s prirodnim eksponentom: Riješeni nastavni listić

U kraljevstvu Decadus 10 je gradova. Svaki grad ima 10 ulica. U svakoj ulici nalazi se 10 kuća i u svakoj kući živi 10 ljudi. Kralj Expo I. Veliki Nent dobio je kćer te je odlučio svakom stanovniku kraljevstva dati 10 vreća. U svakoj vreći nalazilo se 10 posudica. U svakoj posudici bilo je 10 kolača. Koliko su kolača morali ispeći kraljevi slastičari?

Broj gradova u kraljevstvu:	10
Broj ulica u svakom gradu:	10
Broj kuća u svakoj ulici:	10
Broj ljudi u svakoj kući:	10
Broj vreća za jednog stanovnika:	10
Broj posudica u svakoj vreći:	10

Prilog 5 Potencije s prirodnim eksponentom: Djelomično ispunjena tablica 1

U kraljevstvu ima	Zapis računa u obliku umnoška	Rezultat	Zapis rezultata u obliku umnoška jednakih faktora, od kojih je svaki 10	Broj jednakih faktora umnoška	
Gradova	10	10			
Ulica	10-10	100			
Kuća	10-100	1 000			
Ljudi	10-1 000	10 000			
Vreća	10-10 000	100 000			
Posudica	10-100 000	1 000 000			
Kolača	10-1 000 000	10 000 000			

Prilog 6 Potencije s prirodnim eksponentom: Riješena tablica 1

U kraljevstvu ima	Zapis računa u obliku umnoška	Rezultat	Zapis rezultata u obliku umnoška jednakih faktora, od kojih je svaki 10	Broj jednakih faktora umnoška	POTENCIJA
Gradova	10	10	10		10
Ulica	10·10	100	10·10	2	10 ²
Kuća	10·100	1 000	10·10·10	3	10 ³
Ljudi	10·1 000	10 000	10·10·10·10	4	10 ⁴
Vreća	10·10 000	100 000	10·10·10·10·10	5	10 ⁵
Posudica	10·100 000	1 000 000	10·10·10·10·10·10	6	10 ⁶
Kolača	10·1 000 000	10 000 000	10·10·10·10·10·10·10	7	10 ⁷

Prilog 7 Potencije s prirodnim eksponentom: Zadatak 2

	Umnožak u obliku potencije	Eksponent potencije	Vrijednost umnoška	Broj nula umnoška
$10 \cdot 10 =$				
$10 \cdot 10 \cdot 10 =$				
$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$				
$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$				
$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$				

Prilog 8 Potencije s prirodnim eksponentom: Rješenje zadatka 2

	Umnožak u obliku potencije	Eksponent potencije	Vrijednost umnoška	Broj nula umnoška
10·10=	10^2	2	100	2
10·10·10=	10^3	3	1 000	3
10·10·10·10=	10^4	4	10 000	4
10·10·10·10·10=	10^5	5	100 000	5
10·10·10·10·10·10=	10^6	6	1 000 000	6
10·10·10·10·10·10·10=	10^7	7	10 000 000	7

Prilog 9 Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom: Nastavni listić 1

1. Odredi vrijednosti potencija u danom nizu:

$$10^9 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$10^8 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$10^7 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$10^6 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$10^5 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$10^4 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$10^3 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$10^2 = \underline{\hspace{10em}}$$

2. Promotri eksponente potencija u nizu. Kako se mijenjaju iz retka u redak?

3. Promotri vrijednosti potencija u nizu. Kako se mijenjaju iz retka u redak?

Prilog 10 Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom: Rješenje nastavnog listića 1

1. Odredi vrijednosti potencija u danom nizu:

$$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$$

$$10^8 = 100\ 000\ 000$$

$$10^7 = 10\ 000\ 000$$

$$10^6 = 1\ 000\ 000$$

$$10^5 = 100\ 000$$

$$10^4 = 10\ 000$$

$$10^3 = 1\ 000$$

$$10^2 = 100$$

2. Promotri eksponente potencija u nizu. Kako se mijenjaju iz retka u redak?

EkspONENTI potencija se iz retka u redak smanjuju za jedan.

3. Promotri vrijednosti potencija u nizu. Kako se mijenjaju iz retka u redak?

Vrijednosti potencija se iz retka u redak smanjuju 10 puta.

Prilog 11 Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom: Nastavni listić 2

4. Nastavi niz potencija prema uočenim pravilima. Vrijednosti potencija zapiši u obliku decimalnog broja i dekadskog razlomka.

$$10^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$10^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$10^{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Prilog 12 Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom: Rješenje nastavnog listića 2

4. Nastavi niz potencija prema uočenim pravilima. Vrijednosti potencija zapiši u obliku decimalnog broja i dekadskog razlomka.

$$10^1 = 10$$

$$10^0 = 1$$

$$10^{-1} = 0.1 = \frac{1}{10}$$

$$10^{-2} = 0.01 = \frac{1}{100}$$

$$10^{-3} = 0.001 = \frac{1}{1\,000}$$

$$10^{-4} = 0.0001 = \frac{1}{10\,000}$$

$$10^{-5} = 0.00001 = \frac{1}{100\,000}$$

$$10^{-6} = 0.000001 = \frac{1}{1\,000\,000}$$

$$10^{-7} = 0.0000001 = \frac{1}{10\,000\,000}$$

$$10^{-8} = 0.00000001 = \frac{1}{100\,000\,000}$$

Prilog 13 Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom: Tablica 1

Potencija broja 10	Eksponent potencije	Decimalni zapis vrijednosti potencije	Broj decimala	Broj nula među decimalama
10^{-1}				
10^{-2}				
10^{-3}				
10^{-4}				
10^{-5}				
10^{-6}				
10^{-7}				
10^{-8}				
10^{-15}				
$10^{-n}, n \in \mathbb{N}$				

Prilog 14 Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom: Tablica 2

Potencija broja 10	Eksponent potencije	Razlomački zapis vrijednosti potencije	Razlomački zapis s nazivnikom u obliku potencije broja 10
10^{-1}			
10^{-2}			
10^{-3}			
10^{-4}			
10^{-5}			
10^{-6}			
10^{-7}			
10^{-8}			
10^{-15}			
$10^{-n}, n \in \mathbb{N}$			

Prilog 15 Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom: Zadatak 3

Zapiši vrijednosti potencija u decimalnom obliku:

$$10^{-5} =$$

$$10^{-4} =$$

$$10^{-3} =$$

$$10^{-2} =$$

$$10^{-1} =$$

$$10^0 =$$

$$10^1 =$$

$$10^2 =$$

$$10^3 =$$

$$10^4 =$$

$$10^5 =$$

Prilog 16 Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom: Rješenje zadataka 3

Zapiši vrijednosti potencija u decimalnom obliku:

$$10^{-5} = 0.00001$$

$$10^{-4} = 0.0001$$

$$10^{-3} = 0.001$$

$$10^{-2} = 0.01$$

$$10^{-1} = 0.1$$

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1\ 000$$

$$10^4 = 10\ 000$$

$$10^5 = 100\ 000$$

Prilog 17 Množenje potencija s bazom 10: Tablica 1

	Vrijednost svake od potencija u umnošku	Umnožak	Zapis umnoška u obliku potencije broja 10
$10^4 \cdot 10^6$			
$10^1 \cdot 10^4$			
$10^{10} \cdot 10^7$			
$10^5 \cdot 10^3$			
$10^3 \cdot 10^3$			
$10^n \cdot 10^m$ $n, m \in \mathbb{N}$			

Prilog 18 Množenje potencija s bazom 10: Rješenje tablice 1

	Vrijednost svake od potencija u umnošku	Umnožak	Zapis umnoška u obliku potencije broja 10
$10^4 \cdot 10^6$	10 000 · 1 000 000	10 000 000 000	10^{10}
$10^1 \cdot 10^4$	10 · 10 000	100 000	10^5
$10^{10} \cdot 10^7$	10000000000 · 10000000	100000000000000000	10^{17}
$10^5 \cdot 10^3$	100 000 · 1 000	100 000 000	10^8
$10^3 \cdot 10^3$	1 000 · 1 000	1000 000	10^6
$10^n \cdot 10^m$ $n, m \in \mathbb{N}$	100 ... 000 · 1000 ... 0000	100 ... 00	10^{n+m} $n, m \in \mathbb{N}$

Prilog 19 Množenje potencija s bazom 10: Nastavni listić 1

Eksponent prvog faktora	Eksponent drugog faktora	Eksponent umnoška

Prilog 20 Množenje potencija s bazom 10: Rješenje nastavnog listića 1

EkspONENT prvog faktora	EkspONENT drugog faktora	EkspONENT umnoška
4	6	10
1	4	5
10	7	17
5	3	8
3	3	6
n	m	$n+m$

Prilog 21 Množenje potencija s bazom 10: Tablica 2

	Umnožak vrijednosti (u obliku razlomka)	Umnožak vrijednosti (u obliku decimalnog broja)	Rezultat	Rezultat (u obliku potencije broja 10)
$10^5 \cdot 10^2$				
$10^3 \cdot 10^{-2}$				
$10^3 \cdot 10^0$				
$10^{-6} \cdot 10^4$				
$10^{-5} \cdot 10^{-3}$				
$10^{-7} \cdot 10^0$				
$10^0 \cdot 10^7$				
$10^0 \cdot 10^{-4}$				
$10^0 \cdot 10^0$				
$10^a \cdot 10^b$				

Prilog 22 Množenje potencija s bazom 10: Rješenje tablice 2

	Umnožak vrijednosti (u obliku razlomka)	Umnožak vrijednosti (u obliku decimalnog broja)	Rezultat	Rezultat (u obliku potencije broja 10)
$10^5 \cdot 10^2$	$100\ 000 \cdot 100$	$100\ 000 \cdot 100$	10 000 000	10^7
$10^3 \cdot 10^{-2}$	$1\ 000 \cdot \frac{1}{100}$	$1\ 000 \cdot 0.01$	10	10^1
$10^3 \cdot 10^0$	$1\ 000 \cdot 1$	$1\ 000 \cdot 1$	1 000	10^3
$10^{-5} \cdot 10^{-3}$	$\frac{1}{100\ 000} \cdot \frac{1}{1\ 000}$	$0.00001 \cdot 0.001$	0.00000001	10^{-8}
$10^{-7} \cdot 10^0$	$\frac{1}{10\ 000\ 000} \cdot 1$	$0.0000001 \cdot 1$	0.0000001	10^{-7}
$10^{-2} \cdot 10^{-3}$	$\frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1000}$	$0.01 \cdot 0.001$	0.00001	10^{-5}
$10^a \cdot 10^b$	$100 \dots 00 \cdot 1000 \dots 000$	$100 \dots 000 \cdot 100 \dots 000$	100 ... 00	10^{a+b} ,

Prilog 23 Množenje potencija s bazom 10: Nastavni listić 2

EkspONENT prvog faktora	EkspONENT drugog faktora	EkspONENT umnoška

Prilog 24 Množenje potencija s bazom 10: Rješenje nastavnog listića 2

Eksponent prvog faktora	Eksponent drugog faktora	Eksponent umnoška
5	2	7
3	-2	1
3	0	3
-6	4	-2
-5	-3	-8
-7	0	-7
0	7	7
0	-4	-4
0	0	0
a	b	$a+b$

Prilog 25 Množenje potencija s bazom 10: Zadatak komutativnost

Riješi sljedeće zadatke:

A)

$$10^{-5} \cdot 10^{-2} =$$

$$10^4 \cdot 10^7 =$$

$$10^3 \cdot 10^{-1} =$$

$$10^8 \cdot 10^0 =$$

$$10^0 \cdot 10^{-7} =$$

B)

$$10^{-2} \cdot 10^{-5} =$$

$$10^7 \cdot 10^4 =$$

$$10^{-1} \cdot 10^3 =$$

$$10^0 \cdot 10^8 =$$

$$10^{-7} \cdot 10^0 =$$

Prilog 26 Množenje potencija s bazom 10: Rješenje zadatka komutativnost

Riješi sljedeće zadatke:

A)

$$10^{-5} \cdot 10^{-2} = 10^{-7}$$

$$10^4 \cdot 10^7 = 10^{11}$$

$$10^3 \cdot 10^{-1} = 10^2$$

$$10^8 \cdot 10^0 = 10^8$$

$$10^0 \cdot 10^{-7} = 10^{-7}$$

B)

$$10^{-2} \cdot 10^{-5} = 10^{-7}$$

$$10^7 \cdot 10^4 = 10^{11}$$

$$10^{-1} \cdot 10^3 = 10^2$$

$$10^0 \cdot 10^8 = 10^8$$

$$10^{-7} \cdot 10^0 = 10^{-7}$$

Prilog 27 Množenje potencija s bazom 10: Zadatak suprotan koeficijent

Pomnoži potencije:

a) $10^5 \cdot 10^{-5} =$

b) $10^8 \cdot 10^{-8} =$

c) $10^1 \cdot 10^{-1} =$

d) $10^{-6} \cdot 10^6 =$

e) $10^{-15} \cdot 10^{15} =$

f) $10^m \cdot 10^{-m} =$

g) $10^{-m} \cdot 10^m =$

Prilog 28 Množenje potencija s bazom 10: Rješenje zadatka suprotan koeficijent

Pomnoži potencije:

a) $10^5 \cdot 10^{-5} = 10^{5+(-5)} = 10^0 = 1$

b) $10^8 \cdot 10^{-8} = 10^{8+(-8)} = 10^0 = 1$

c) $10^1 \cdot 10^{-1} = 10^{1+(-1)} = 10^0 = 1$

d) $10^{-6} \cdot 10^6 = 10^{(-6)+6} = 10^0 = 1$

e) $10^{-15} \cdot 10^{15} = 10^{(-15)+15} = 10^0 = 1$

f) $10^m \cdot 10^{-m} = 10^{m+(-m)} = 10^0 = 1$

g) $10^{-m} \cdot 10^m = 10^{(-m)+m} = 10^0 = 1$

Prilog 29 Množenje potencija s bazom 10: Zadatak množenje više potencija

Odredi vrijednosti potencija, pomnoži te vrijednosti i rezultat zapiši u obliku potencije broja 10.

a) $10^3 \cdot 10^2 \cdot 10^1 =$

b) $10^4 \cdot 10^0 \cdot 10^2 =$

c) $10^3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-2} =$

d) $10^{-5} \cdot 10^{-3} \cdot 10^0 \cdot 10^6 =$

e) $10^2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^5 \cdot 10^1 \cdot 10^{-1} =$

Prilog 30 Množenje potencija s bazom 10: Rješenje zadatka množenje više potencija

Odredi vrijednosti potencija, pomnoži te vrijednosti i rezultat zapiši u obliku potencije broja 10.

a) $10^3 \cdot 10^2 \cdot 10^1 = 1000 \cdot 100 \cdot 10 = 1\ 000\ 000 = 10^6$

b) $10^4 \cdot 10^0 \cdot 10^2 = 10\ 000 \cdot 1 \cdot 100 = 1\ 000\ 000 = 10^6$

c) $10^3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-2} = 1\ 000 \cdot 100 \cdot 0.01 = 10^3$

d) $10^{-5} \cdot 10^{-3} \cdot 10^0 \cdot 10^6 = 0.00001 \cdot 0.001 \cdot 1 \cdot 1\ 000\ 000 = 10^{-2}$

e) $10^2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^5 \cdot 10^1 \cdot 10^{-1} = 100 \cdot 0.0001 \cdot 100\ 000 \cdot 10 \cdot 0.1 = 10^3$

Prilog 31 Dijeljenje potencija s bazom 10: Zadatak prirodni eksponenti

Zadatak1. Odredi vrijednost svake od potencije u količniku, podijeli ih, količnik zapiši u obliku razlomka, a zatim u obliku potencije.

a) $10^{10} : 10^7 =$

b) $10^2 : 10^5 =$

c) $10^7 : 10^4 =$

Zadatak 2. Odredi vrijednost svake od potencije u količniku, podijeli ih, količnik zapiši u obliku decimalnog broja, a zatim u obliku potencije.

a) $10^3 : 10^6 =$

b) $10^3 : 10^3 =$

c) $10^m : 10^n =$

Prilog 32 Dijeljenje potencija s bazom 10: Rješenje zadatka prirodni eksponenti

Zadatak1. Odredi vrijednost svake od potencije u količniku, podijeli ih, količnik zapiši u obliku razlomka, a zatim u obliku potencije.

$$\text{a) } 10^{10} : 10^7 = \frac{10\,000\,000\,000}{10\,000\,000} = 1\,000 = 10^3$$

$$\text{b) } 10^2 : 10^5 = \frac{100}{100\,000} = \frac{1}{1000} = 10^{-3}$$

$$\text{c) } 10^7 : 10^4 = \frac{10\,000\,000}{10\,000} = 1\,000 = 10^3$$

Zadatak 2. Odredi vrijednost svake od potencije u količniku, podijeli ih, količnik zapiši u obliku decimalnog broja, a zatim u obliku potencije.

$$\text{a) } 10^3 : 10^6 = 1\,000 : 1\,000\,000 = 0.001 = 10^{-3}$$

$$\text{b) } 10^3 : 10^3 = 1\,000 : 1\,000 = 1 = 10^0$$

$$\text{c) } 10^m : 10^n = 1000\dots00 : 1000\dots00 = 10^{m-n}$$

***m* nula *n* nula**

Prilog 33 Dijeljenje potencija s bazom 10: Tablica cjelobrojni eksponenti

	Količnik vrijednosti (u obliku razlomka)	Količnik vrijednosti (u obliku decimalnog broja)	Rezultat	Rezultat (u obliku potencije broja 10)
$10^5 : 10^2$				
$10^3 : 10^{-2}$				
$10^{-7} : 10^0$				
$10^0 : 10^{-4}$				
$10^{-6} : 10^4$				
$10^0 : 10^0$				

Prilog 34 Dijeljenje potencija s bazom 10: Rješenje tablice cjelobrojni eksponenti

	Količnik vrijednosti (u obliku razlomka)	Količnik vrijednosti (u obliku decimalnog broja)	Rezultat	Rezultat (u obliku potencije broja 10)
$10^5 : 10^2$	100000:100	100000:100	1000	10^3
$10^3 : 10^{-2}$	$1000 : \frac{1}{100}$	1000:0.01	100000	10^5
$10^{-7} : 10^0$	$\frac{1}{10000000} : 1$	0.0000001:1	0.0000001	10^{-7}
$10^0 : 10^{-4}$	$1 : \frac{1}{10000}$	1:0.0001	10000	10^4
$10^{-6} : 10^4$	$\frac{1}{1000000} : 10000$	0.000001:10000	0.0000000001	10^{-10}
$10^0 : 10^0$	1:1	1:1	1	10^0

Prilog 35 Potenciranje potencija s bazom 10: Zadatak 1

$$(10^4)^2 = \underline{\quad}$$

$$(10^3)^2 = \underline{\quad}$$

$$(10^2)^2 = \underline{\quad}$$

$$(10^{-1}) = \underline{\quad}$$

$$(10^{-2}) = \underline{\quad}$$

$$(10^{-3}) = \underline{\quad}$$

$$(10^{-4}) = \underline{\quad}$$

$$(10^{-5}) = \underline{\quad}$$

Prilog 36 Potenciranje potencija s bazom 10: Rješenje zadatka 1

$$(10^4)^2 = 10^8$$

$$(10^3)^2 = 10^6$$

$$(10^2)^2 = 10^4$$

$$(10^1)^2 = 10^2$$

$$(10^0)^2 = 10^0$$

$$(10^{-1})^2 = 10^{-2}$$

$$(10^{-2})^2 = 10^{-4}$$

$$(10^{-3})^2 = 10^{-6}$$

Prilog 37 Potenciranje potencija s bazom 10: Zadatak 2

$$(10^5)^4 = \underline{\quad}$$

$$(10^5)^3 = \underline{\quad}$$

$$(10^5)^2 = \underline{\quad}$$

$$(10^{-}) = \underline{\quad}$$

$$(10^{-}) = \underline{\quad}$$

$$(10^{-}) = \underline{\quad}$$

$$(10^{-}) = \underline{\quad}$$

$$(10^{-}) = \underline{\quad}$$

Prilog 38 Potenciranje potencija s bazom 10: Rješenje zadatka 2

$$(10^5)^4 = 10^{20}$$

$$(10^5)^3 = 10^{15}$$

$$(10^5)^2 = 10^{10}$$

$$(10^5)^1 = 10^5$$

$$(10^5)^0 = 10^0$$

$$(10^5)^{-1} = 10^{-5}$$

$$(10^5)^{-2} = 10^{-10}$$

$$(10^5)^{-3} = 10^{-15}$$

Prilog 39 Potenciranje potencija s bazom 10: Zadatak 3

$$(10^4)^{-3} = \underline{\quad}$$

$$(10^3)^{-3} = \underline{\quad}$$

$$(10^2)^{-3} = \underline{\quad}$$

$$(10^{-})^{-} = \underline{\quad}$$

$$(10^{-})^{-} = \underline{\quad}$$

$$(10^{-})^{-} = \underline{\quad}$$

$$(10^{-})^{-} = \underline{\quad}$$

$$(10^{-})^{-} = \underline{\quad}$$

Prilog 40 Potenciranje potencija s bazom 10: Rješenje zadataka 3

$$(10^4)^{-3} = 10^{-12}$$

$$(10^3)^{-3} = 10^{-9}$$

$$(10^2)^{-3} = 10^{-6}$$

$$(10^1)^{-3} = 10^{-3}$$

$$(10^0)^{-3} = 10^0$$

$$(10^{-1})^{-3} = 10^3$$

$$(10^{-2})^{-3} = 10^6$$

$$(10^{-3})^{-3} = 10^9$$

Prilog 41 Potenciranje potencija s bazom 10: Tablica komutativnost

m	n	$(10^m)^n$	$(10^n)^m$
4	7		
-3	6		
8	-9		
-5	-2		
-7	0		
0	-8		

Prilog 42 Potenciranje potencija s bazom 10: Rješenje tablice komutativnost

m	n	$(10^m)^n$	$(10^n)^m$
4	7	10^{28}	10^{28}
-3	6	10^{-18}	10^{-18}
8	-9	10^{-72}	10^{-72}
-5	-2	10^{10}	10^{10}
-7	0	10^0	10^0
0	-8	10^0	10^0

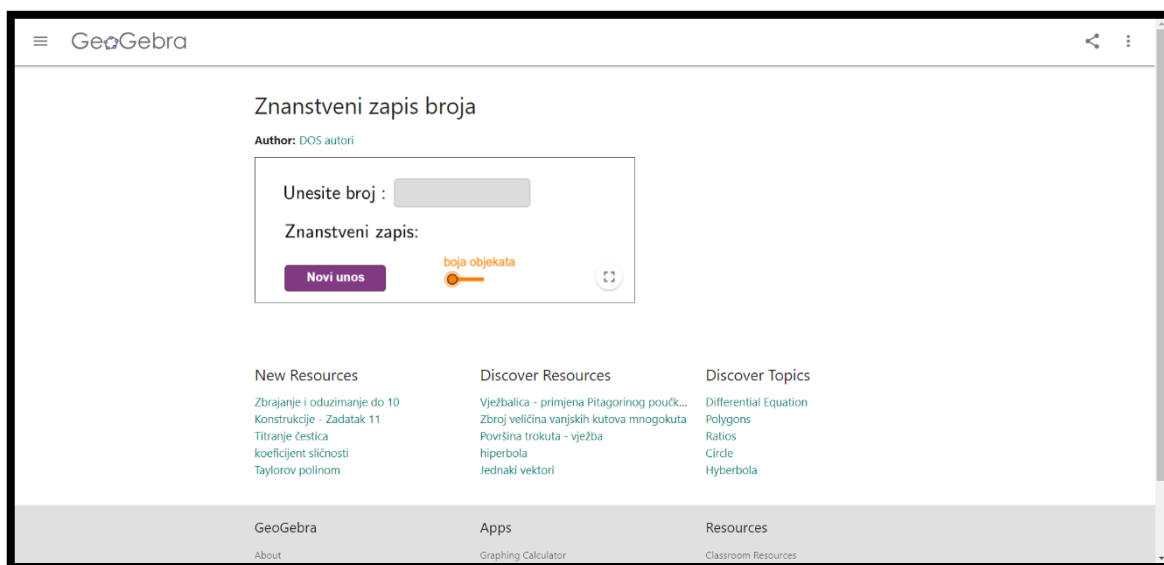
Prilog 43 Znanstveni zapis broja: Radni listić

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1				(1.)	(2.)					
2		umnožak dobiven pisanim postupkom	skraćeni zapis umnoška	prvi dio zapisa broja u trećem stupcu	drugi dio zapisa kao potencije broja 10	1. + 2.	1. - 2.	1. · 2.	1. : 2.	
3	1000000 · 1000000					0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	#DIV/0!	
4	2300000 · 610000					0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	#DIV/0!	
5	20080 · 2000000					0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	#DIV/0!	
6	0.0000001 · 0.0000001					0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	#DIV/0!	
7	0.00000561 · 0.0000011					0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	#DIV/0!	
8	0.0012 · 0.0003456					0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	#DIV/0!	

Prilog 44 Znanstveni zapis broja: Rješenje radnog listića

	B	C	D	E	F	G	H	I
	umnožak dobiven pisanim postupkom	skraćeni zapis umnoška	(1.) prvi dio zapisa broja u trećem stupcu	(2.) drugi dio zapisa kao potencije broja 10	1. + 2.	1. - 2.	1. · 2.	1. : 2.
3	1000000 · 1000000	1000000000000	1,0000E+12	1,00000	1,00E+12	-1,00E+12	1,00E+12	1,00E-12
4	2300000 · 610000	1403000000000	1,4030E+12	1,40300	1,00E+12	-1,00E+12	1,40E+12	1,40E-12
5	20080 · 2000000	40160000000	4,0160E+10	4,01600	1,00E+10	-1,00E+10	4,02E+10	4,02E-10
6	0.0000001 · 0.0000001	0,00000000000001	1,0000E-14	1,00000	1,00E+00	1,00E+00	1,00E-14	1,00E+14
7	0.00000561 · 0.0000011	0,000000000006171	6,1710E-12	6,17100	6,17E+00	6,17E+00	6,17E-12	6,17E+12
8	0.0012 · 0.0003456	0,00000041472	4,1472E-07	4,14720	4,15E+00	4,15E+00	4,15E-07	4,15E+07

Prilog 45 Znanstveni zapis broja: Prikaz programa



Prilog 46 Znanstveni zapis broja: Tablica 1

BROJ	Znanstveni zapis broja	Broj nula između decimalne točke i prve decimalne različite od 0 u decimalnom zapisu broja	Eksponent potencije broja 10 u znanstvenom zapisu broja
0,0000009231			
0,000009231			
0,00009231			
0,0009231			
0,009231			
0,09231			
0,9231			

Prilog 47 Znanstveni zapis broja: Rješenje tablice 1

BROJ	Znanstveni zapis broja	Broj nula između decimalne točke i prve decimalne različite od 0 u decimalnom zapisu broja	Eksponent potencije broja 10 u znanstvenom zapisu broja
0,0000009231	$9,231 \cdot 10^{-7}$	6	-7
0,000009231	$9,231 \cdot 10^{-6}$	5	-6
0,00009231	$9,231 \cdot 10^{-5}$	4	-5
0,0009231	$9,231 \cdot 10^{-4}$	3	-4
0,009231	$9,231 \cdot 10^{-3}$	2	-3
0,09231	$9,231 \cdot 10^{-2}$	1	-2
0,9231	$9,231 \cdot 10^{-1}$	0	-1

Prilog 48 Znanstveni zapis broja: Tablica 2

BROJ	Znanstveni zapis broja	Broj znamenki ispred decimalne točke u decimalnom zapisu broja	Eksponent potencije broja 10 u znanstvenom zapisu broja
9,231			
92,31			
923,1			
9231			
92310			
923100			
9231000			

Prilog 49 Znanstveni zapis broja: Rješenje tablice 2

BROJ	Znanstveni zapis broja	Broj znamenki ispred decimalne točke u decimalnom zapisu broja	Eksponent potencije broja 10 u znanstvenom zapisu broja
9,231	$9,231 \cdot 10^0$	1	0
92,31	$9,231 \cdot 10^1$	2	1
923,1	$9,231 \cdot 10^2$	3	2
9231	$9,231 \cdot 10^3$	4	3
92310	$9,231 \cdot 10^4$	5	4
923100	$9,231 \cdot 10^5$	6	5
9231000	$9,231 \cdot 10^6$	7	6

Prilog 50 Znanstveni zapis broja: Tablica 3

Znanstveni zapis broja	Decimni zapis broja	Broj mjesta za koliko se pomaknula decimalna točka	u koju stranu se pomaknula decimalna točka (desno ili lijevo)	Eksponent potencije broja 10 u znanstvenom zapisu broja
$2.456 \cdot 10^{-5}$				
$2.456 \cdot 10^{-4}$				
$2.456 \cdot 10^{-3}$				
$2.456 \cdot 10^{-2}$				
$2.456 \cdot 10^{-1}$				
$2.456 \cdot 10^0$				
$2.456 \cdot 10^1$				
$2.456 \cdot 10^2$				
$2.456 \cdot 10^3$				
$2.456 \cdot 10^4$				
$2.456 \cdot 10^5$				

Prilog 51 Znanstveni zapis broja: Rješenje tablice 3

Znanstveni zapis broja	Decimlni zapis broja	Broj mjesta za koliko se pomaknula decimalna točka	U koju stranu se pomaknula decimalna točka (desno ili lijevo)	Eksponent potencije broja 10 u znanstvenom zapisu broja
$2.456 \cdot 10^{-5}$	0.00002456	5	lijevo	-5
$2.456 \cdot 10^{-4}$	0.0002456	4	lijevo	-4
$2.456 \cdot 10^{-3}$	0.002456	3	lijevo	-3
$2.456 \cdot 10^{-2}$	0.02456	2	lijevo	-2
$2.456 \cdot 10^{-1}$	0.2456	1	lijevo	-1
$2.456 \cdot 10^0$	2.456	0	-	0
$2.456 \cdot 10^1$	24.56	1	desno	1
$2.456 \cdot 10^2$	245.6	2	desno	2
$2.456 \cdot 10^3$	2456	3	desno	3
$2.456 \cdot 10^4$	24560	4	desno	4
$2.456 \cdot 10^5$	245600	5	desno	5

Prilog 52 Znanstveni zapis broja: Uvježbavanje

1. Oplošje Zemlje iznosi otprilike 510 100 000 km². Zapiši oplošje Zemlje u znanstvenom zapisu.

$$510\,100\,000\text{ km}^2 = 5.101 \cdot 10^8 \text{ km}^2$$

2. Obična čista voda ima koncentraciju H⁺ iona 0.0000001, tj. pH vrijednost 7. Izrazi koncentraciju H⁺ iona u znanstvenom zapisu.

$$0.0000001 = 10^{-7}$$

3. Valna duljina zelene svjetlosti iznosi $5.5 \cdot 10^{-7}$ m. Izrazi valnu duljinu zelene svjetlosti u decimalnom zapisu.

$$5.5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 0.00000055 \text{ m}$$

4. Masa virusa gripe je 0.0000000000000707 g. Zapiši masu virusa gripe u znanstvenom zapisu.

$$0.0000000000000707 \text{ g} = 7.07 \cdot 10^{-15} \text{ g}$$

5. Gljiva poslije kiše raste brzinom 0.0000799 m/s. Zapiši brzinu rasta gljive poslije kiše u znanstvenom zapisu.

$$0.0000799 \text{ m/s} = 7.99 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$$

6. Masa zrna maka približno je jednaka 0.0005 g. Zapiši taj broj u znanstvenom zapisu. Kolika je masa zrna maka u kilogramima. Zapiši taj broj u znanstvenom zapisu.

$$0.0005 \text{ g} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ g}$$

$$0.0005 \text{ g} = 0.0000005 \text{ kg} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ kg}$$

7. Pluton je od Zemlje udaljen $4.58 \cdot 10^9$ km. Koliko je metara Pluton udaljen od Zemlje? Rezultat zapiši u znanstvenom i decimalnom zapisu.

$$4.58 \cdot 10^9 \text{ km} = 4580000000 \text{ km} = 4580000000000 \text{ m} = 4.58 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

Zadatak. Izračunaj vrijednost potencije, zatim zbroji i oduzmi:

a) $3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^2 =$

b) $8 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^4 =$

c) $4 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^3 =$

d) $6 \cdot 10^6 - 7 \cdot 10^6 =$

e) $7 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^5 =$

Zadatak. Izračunaj spretno upotrijebivši svojstvo distributivnosti množenja:

a) $3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^2 =$

b) $8 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^4 =$

c) $4 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^3 =$

d) $6 \cdot 10^6 - 7 \cdot 10^6 =$

e) $7 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^5 =$

Prilog 55 Zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10: Rješenje nastavnog listića 1

Izračunaj vrijednost potencije zatim zbroji i oduzmi:

a) $3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^2 = 3 \cdot 100 + 2 \cdot 100 = 300 + 200 = 500 = 5 \cdot 10^2$

b) $8 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^4 = 8 \cdot 10000 + 5 \cdot 10000 = 130000 = 13 \cdot 10^4$

c) $4 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^3 = 4 \cdot 1000 - 2 \cdot 1000 = 2000 = 2 \cdot 10^3$

d) $6 \cdot 10^6 - 7 \cdot 10^6 = 6 \cdot 1000000 - 7 \cdot 1000000 = -1000000 = -10^6$

e) $7 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^5 = 7 \cdot 100000 - 3 \cdot 100000 + 2 \cdot 100000 = 600000 = 6 \cdot 10^5$

Izračunaj spretno upotrijebivši svojstvo distributivnosti

a) $3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^2 = (3 + 2) \cdot 10^2 = 5 \cdot 10^2$

b) $8 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^4 = (8 + 5) \cdot 10^4 = 13 \cdot 10^4$

c) $4 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^3 = (4 - 2) \cdot 10^3 = 2 \cdot 10^3$

d) $6 \cdot 10^6 - 7 \cdot 10^6 = (6 - 7) \cdot 10^6 = -10^6$

e) $7 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^5 = (7 - 3 + 2) \cdot 10^5 = 6 \cdot 10^5$

Izračunaj:

$$a) 3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^3 =$$

$$b) 8 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^6 + 10^2 =$$

$$c) 5 \cdot 10^9 + 8 \cdot 10^6 - 4 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^9 =$$

$$d) 6 \cdot 10^{10} - 4 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 10^7 - 5 \cdot 10^7 =$$

$$e) 3 \cdot 10^2 - 4 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^5 - 10^2 =$$

$$f) 7 \cdot 10^{-1} + 10^{-1} =$$

$$g) 6 \cdot 10^0 - 8 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^0 =$$

Prilog 58 Zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10: Rješenja zadataka za uvježbavanje

Rješenja:

$$\begin{aligned} \text{a) } 3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^3 \\ &= (3 + 4) \cdot 10^5 + (2 + 7) \cdot 10^3 = 7 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^3 \\ &= (7 \cdot 10^2 + 9) \cdot 10^3 = 709 \cdot 10^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 8 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^6 + 10^2 \\ &= (8 + 1) \cdot 10^2 + (5 + 3) \cdot 10^6 \\ &= 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^6 = 80009 \cdot 10^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 5 \cdot 10^9 + 8 \cdot 10^6 - 4 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^9 \\ &= (5 + 7) \cdot 10^9 + (8 - 4) \cdot 10^6 \\ &= 12 \cdot 10^9 + 4 \cdot 10^6 = 12004 \cdot 10^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 6 \cdot 10^{10} - 4 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 10^7 - 5 \cdot 10^7 \\ &= (6 - 4) \cdot 10^{10} + (2 - 5) \cdot 10^7 = 2 \cdot 10^{10} + (-3) \cdot 10^7 \\ &= 2 \cdot 10^{10} - 3 \cdot 10^7 = 1997 \cdot 10^7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 3 \cdot 10^2 - 4 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^5 - 10^2 \\ &= (3 - 1) \cdot 10^2 - (4 + 5) \cdot 10^5 = 2 \cdot 10^2 - 9 \cdot 10^5 \\ &= -8998 \cdot 10^2 \end{aligned}$$

$$\text{f) } 7 \cdot 10^{-1} + 10^{-1} = 10^{-1} \cdot (7 + 1) = 8 \cdot 10^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } 6 \cdot 10^0 - 8 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^0 \\ &= (6 - 5) \cdot 10^0 + (-8 + 2) \cdot 10^{-2} \\ &= 1 - 6 \cdot 10^{-2} \end{aligned}$$

Literatura

- [1] Klisura T., Lepoglavec M., Pavlešić M., Piškorić D., Seifert M., Stepčić K., pod mentorstvom Čižmešija A., (2015./2016.) Seminarski rad: *Cjelobrojne potencije broja 10 i znanstveni zapis broja. Potencije*, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet
- [2] Košćević K., Lončar M., Polić I-M., Pošpaić A-M., Roić L., Žugaj D., pod mentorstvom Čižmešija A., (2015./2016.) Seminarski rad: *Trokut*, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet
- [3] Ćukušić M., Jandrić M., (2012.), *E-učenje. Koncept i primjena*, Školska knjiga, Zagreb
- [4] Ferrari A., (2013.), *DIGCOMP: A Framework for Developing and Understanding Digital Competence in Europe*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s <http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC83167/lb-na-26035-enn.pdf>
- [5] Gačić M., *Preporuka Europskog parlamenta i savjeta od 18. prosinca 2006. o ključnim kompetencijama za cjeloživotno učenje*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s <https://hrcak.srce.hr/file/92192>

- [6] Hrvatska akademska i istraživačka mreža - CARNET, *CARNET-ova korisnička konferencija CUC*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s https://www.carnet.hr/carnetova_korisnicka_konferencija_cuc
- [7] Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET, *Edutorij*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s <https://edutorij.e-skole.hr>
- [8] Hrvatska akademska i istraživačka mreža - CARNET, *e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot projekt)*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s <https://www.e-skole.hr/hr/e-skole/opis-projekta/>
- [9] Hrvatska akademska i istraživačka mreža - CARNET, *ICT Edu – modul 6: Obrnuta učionica i Google disk*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s http://www.carnet.hr/upload/javniweb/images/static3/91307/File/Google_Drive_Prirucnik.pdf
- [10] Hrvatska akademska i istraživačka mreža - CARNET, *Primjena istraživačke nastave i ISE scenarija učenja*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s <https://www.slideshare.net/IseCroatia/ise-radionica-kolovoz-rujan-2015>
- [11] Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET, *Sustavan razvoj digitalnih kompetencija djelatnika u e-Školama*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s https://www.e-skole.hr/wp-content/uploads/2016/12/Brosura_Sustavan-razvoj-digitalnih-kompetencija-djelatnika-u-skolama.pdf
- [12] Jandrić P., Tomić V., Kralj L. (2016.), *E-učitelj – suvremena nastavna uz pomoć tehnologije*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s https://www.e-skole.hr/wp-content/uploads/2016/12/Prirucnik_e-Ucitelj.pdf
- [13] Ministarstvo znanosti i obrazovanja, *Nacionalni okvirni kurikulum*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s http://mzos.hr/datoteke/Nacionalni_okvirni_kurikulum.pdf
- [14] Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja, *Program za međunarodno vrednovanje učenika*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s <https://pisa.ncvvo.hr/>
- [15] Negulić T., (2017.), *GeoGebra – interaktivna matematika iz svijeta otvorenih tehnologija*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s <https://e-laboratorij.carnet.hr/geogebra-interaktivna-matematika/>

- [16] Redecker C., *European Framework for the Digital Competence of Educators DigCompEdu*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC107466/pdf_digcomedu_a4_final.pdf
- [17] Siemens G., *Instructional Design in Elearning*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s <http://www.elearnspace.org/Articles/InstructionalDesign.htm>
- [18] Sveučilišni računski centar, *Merlin*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s <https://moodle.srce.hr>
- [19] Sveučilište u Zagrebu, *Odluka o oblicima sveučilišne nastave prema razini primjene tehnologija e-učenja*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s http://www.unizg.hr/fileadmin/rektorat/Studiji_studiranje/Studiji/e-ucenje/UNIZG_oblici_svnastave_razine_e_ucenja_20091222s.pdf
- [20] Zelić M., (2016.), *Sustavi e-učenja*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s <https://zir.nsk.hr/islandora/object/etfos:918/preview>
- [21] Žuvić M., Brečko B., Krelja Kurelović E., Galošević D., Pintarić N., *Priručnik za korištenje Okvira za digitalnu kompetenciju korisnika u školi: učitelja/nastavnika i stručnih suradnika, ravnatelja i administrativnog osoblja*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s https://www.e-skole.hr/wp-content/uploads/2016/12/PRIRUCNIK_digitalne_kompetencije.pdf
- [22] Wikipedija, *Coursera* Preuzeto 24. srpnja 2018. s <https://en.wikipedia.org/wiki/Coursera>
- [23] Wikipedija, *GeoGebra priručnik*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s <https://wiki.geogebra.org/hr/Priručnik>
- [24] Mišurac I. (2018.), *Primjena scenarija poučavanja, digitalnih alata i obrazovnih trendova*, Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Preuzeto 24. srpnja 2018. s https://www.e-skole.hr/wp-content/uploads/2016/12/Prirucnik_Scenarij-poucavanja.pdf
- [25] Colburn A., *An Inquiry Primer*. Preuzeto 24. srpnja 2018. s <http://www.experientiallearning.ucdavis.edu/module2/e12-60-primer.pdf>
- [26] Tomić V., Juričić D. (2018.), *Obrazovni trendovi uz potporu digitalnih tehnologija*, Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Preuzeto 24. srpnja 2018. s http://www.smb.hr/libraries/0000/2850/ISTRAZIVACKA_NASTAVA.pdf

[27] Slika 4.2.16.: Planinarka Preuzeto 17. siječnja 2019. s

<https://media.defense.gov/2008/Jul/09/2000694444/-1/-1/0/080708-F-9322E-002.JPG>

[28] Slika 4.2.2.: Biljarski trokut Preuzeto 17. siječnja 2019. s

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b9/Billiard_Rack.jpg

[29] Slika 4.2.2.: Prozori trokut Preuzeto 17. siječnja 2019. s

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/36/Orao_IIC.jpg/1024px-Orao_IIC.jpg

[30] Slika 4.2.2.: Jedrilica trokut Preuzeto 17. siječnja 2019. s

https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQuwhR2R9xFIZRvBH996r9rz00Ql0obBy_oSi9kOwpWX_nQkR95

[31] Slika 4.1.15. Video preuzet 17. siječnja 2019. s

<https://www.youtube.com/watch?v=0fKBhvDjuy0&t=1s>

Sažetak

E-učenje je danas prisutno u obrazovanju i postalo je sastavni dio nastavnog procesa. Upravo e-učenjem, učenici razvijaju svoje digitalne kompetencije, koje su jedne od ključnih kompetencija za cjeloživotno učenje. Upotreba IKT-a u nastavi matematike je u porastu, nastavnici svakodnevno koriste razne alate u pripremi nastavnog sadržaja, poput *GeoGebre*, *Office* alata i slično, ali i tijekom poučavanja, poput sustava za interaktivno glasovanje, kako bi se svi učenici aktivirali i kako bi nastavnici dobili što kvalitetnije povratne informacije. E-učenjem, nastavni sadržaj postaje dostupan svugdje i bilo kada putem platformi koje su besplatne i jednostavne za korištenje. Kako bi učenici kvalitetno razvijali digitalne kompetencije, nastavnici su ti koji moraju biti dobri edukatori. Upravo se nastavnici moraju stalno usavršavati, razvijati svoje digitalne kompetencije, pratiti trendove kako bi učenicima stvorili što bolje i kvalitetnije aktivnosti. Europski parlament prepoznao je digitalnu kompetenciju kao iznimno bitnu te je putem Okvira za digitalnu kompetenciju nastavnika propisao na koji način se nastavnici mogu pripremiti i koje kompetencije trebaju razvijati kako bi učenicima pružili najbolje moguće obrazovanje.

Ključne riječi: e-učenje, IKT, digitalne kompetencije

Summary

E-learning is present in education today and has become an integral part of the teaching process. By e-learning, students develop their digital competences, which are one of the key competences for lifelong learning. The use of ICT in math teaching is on the rise, teachers use a variety of tools to prepare teaching content, such as GeoGebra, Office tools and the like, as well as during teaching, such as the televoting tool, so that all the students activate and teach the teachers what better feedback. With E-learning, content is available everywhere and anytime through platforms that are free and easy to use. In order for students to develop digital competence effectively, teachers are the ones who must be good educators. Teachers need to constantly improve, develop their digital competences, track trends to create better and more quality activities for students. The European Parliament recognized the digital competence as extremely important, and through the Framework for Digital Teacher Competence, it defined how teachers could be prepared and what competences should be developed to provide the students with the best possible education.

Key words: e-learning, ICT, digital competences

Životopis

Rođen sam 21. travnja 1991. u Zagrebu, gdje sam i odrastao sa svojim roditeljima i dva brata. Školovanje sam započeo 1998. u Osnovnoj školi Tituša Brezovačkog u Španskom, a nastavio u jezičnoj gimnaziji Lucijana Vranjanina. Po završetku srednjoškolskog obrazovanja, upisao sam Prirodoslovno-matematički fakultet Sveučilišta u Zagrebu – Matematički odsjek. Tijekom fakultetskog obrazovanja, svoje iskustvo sam obogatio izvannastavnim aktivnostima. Tako sam bio aktivan u studentskom zboru PMF-a, gdje sam i dvije godine obnašao funkciju predsjednika. Kao predsjednik studentskog zbora, redovito sam sudjelovao u radu fakultetskog kolegija i fakultetskog vijeća PMF-a, kao i u kreiranju Strategije razvoja PMF-a za razdoblje 2015.-2020. Angažman sam nastavio i na višoj instanci, pa sam po završetku mandata predsjednika studentskog zbora PMF-a, postao i zamjenik predsjednika studentskog zbora Sveučilišta u Zagrebu. Inicijator sam projekta Primatijada, koja je u međuvremenu postala i dio projekta Stem Games. Brojne aktivnosti i projekti donijeli su mi i nagradu matematičkog odsjeka za iznimne rezultate u izvannastavnim aktivnostima. Također sam dobitnik i dvije Rektorove nagrade, za osmišljavanje i razvoj koncepta višednevne znanstveno-sportske manifestacije Primatijada te za Revitalizaciju sporta na Sveučilištu u Zagrebu. Bio sam član Senata Sveučilišta u

Zagrebu od 2015. do 2017. te sam od 2017. član Ureda za sport Sveučilišta u Zagrebu. Najveći hobi mi je sport, pa sam se uvelike posvetio razvoju akademskog sporta te od 2017. obnašam i funkciju sportskog direktora Zagrebačkog sveučilišnog športskog saveza. Dvije sam godine držao demonstrature iz kolegija Tjelesna i zdravstvena kultura na PMF-u. Aktivizam i rad su mi usađeni, pa većinu svog obrazovanja radim i u Hrvatskoj akademskoj i istraživačkoj mreži – CARNET. Sudjelovao sam aktivno i nizu pripremanja zakonskih akata u Ministarstvu znanosti i obrazovanja u području obrazovanja i pitanja koja se odnose na studente i studentski standard. Pri Ministarstvu sam bio član Povjerenstva za dodjelu prvih državnih stipendija u STEM područjima znanosti, član radne skupine za izmjene i dopune zakona o Hrvatskome kvalifikacijskom okviru te član radne skupine za izradu Nacrta zakona o obavljanju studentskih poslova. Sukreator sam i prve aplikacije za prijavu programa na natječaj Studentskog zbora Sveučilišta u Zagrebu, a od 2016. do 2018. sam bio i član Upravnog vijeća Sveučilišnog računskog centra – SRCE.