Određivanje osnovnih fizikalnih konstanti u modernoj znanosti

Tonejc, Antun

Određivanje osnovnih fizikalnih konstanti u modernoj znanosti*

Dr ANTON TONEJC, Zagreb

Dovoljno je prolistati samo nekoliko knjiga iz područja nuklearne fizike, fizike čvrstog stanja, atomske fizike ili astrofizike da bi se uočilo nekoliko veličina, koje se stalno ponavljaju i imaju uvijek istu vrijednost; to su osnovne fizikalne konstante. Nabrojimo samo nekoliko najpoznatijih: brzina svjetlosti u vakuumu c, elementarni električni naboj e, masa mirujućeg elektrona m_e, Planckova konstanta h, Avogadrova konstanta N_A i gravitaciona konstanta G. U teorijskim jednadžbama često se pojavljuju kombinacije osnovnih konstanti i neke od njih se danas isto tako smatraju osnovnim konstantama. Jedna od najpoznatijih je tzv. kontanta fine strukture α koja je jednaka

$$\alpha = \frac{2 \cdot \pi e^2}{hc}$$

i osnovna je konstanta kvantne elektrodinamike koja opisuje interakciju elementarnih čestica s elektromagnetskim poljima.

Međutim osnovnim konstantama, kao ni bilo kojoj fizikalnoj veličini, ne možemo nikakvim mjerenjima ustanoviti njihovu pravu vrijednost. Pravu vrijednost bilo koje mjerene fizikalne veličine nikako i nikada ne možemo saznati, jer je moramo odrediti mjernim eksperimentom, a rezultat mjerenja uvijek sadrži veću ili manju pogrešku. Jedino što se može učiniti jest da se sazna interval unutar kojeg se s velikom vjerojatnošću nalazi stvarna vrijednost mjerene veličine. U teoriji pogrešaka, za slučaj u kojem nema sistematskih pogrešaka, najbolje približenje stvarnoj vrijednosti, odnosno najbolja procjena neke fizikalne veličine dana je *njenom srednjom vrijednošću* $\bar{x}$ (aritmetička sredina) koja se dobiva iz n puta ponovljenog mjerenja

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \tag{1}$$

Interval unutar kojeg se s velikom vjerojatnošću nalazi prava vrijednost fizikalne veličine x određuje se najčešće pomoću tzv. standardne divijacije aritmetičke sredine ili kraće *nepouzdanosti*. U najjednostavnijem slučaju nepouzdanost M se određuje prema relaciji

$$M = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \tag{2}$$

gdje je n broj učinjenih mjerenja, x_i su pojedinačne izmjerene vrijednosti veličine x čija je srednja vrijednost iz n mjerenja $\bar{x}$. Rezultat mjerenja fizikalne veličine x piše se onda u obliku:

$$x = (\bar{x} \pm M)_n \tag{3}$$

* Podsjećamo čitatelje da je o ulozi konstanti u fizici bilo govora u članku Dr M. Martinisa u broju 1 ove godine.

i čita se: Najbolje približenje stvarnoj vrijednosti fizikalne veličine x je aritmetička sredina $\bar{x}$, a vjerojatnost da se fizikalni veličina x nalazi unutar danih intervala vrijednosti, za interval $\pm M$ iznosi 68,3%, za interval $\pm 2M$ 95,4%, za $\pm 3M$ 99,7%, a za interval $\pm 4M$ vjerojatnost iznosi 99,9%.

S obzirom da statistička sigurnost od 99,7% obuhvaća praktički sve mjerne rezultate, možemo interval $\pm 3M$ zvati maksimalna pogreška.

Mjerodavnu predodžbu o nesigurnosti srednje vrijednosti n puta mjerene fizikalne veličine x pruža nam *relativna nepouzdanost* R definirana omjerom

$$R = \frac{M}{\bar{x}} \cdot 100\,(\%)$$

Međutim, koliko se god pažljivo izvodili eksperimenti i otkrivale sistematske pogreške, uvijek preostaju neke od njih koje se ne mogu uočiti. Zato se preostale sistematske pogreške pokušavaju procijeniti. Tipično mjerenje izgleda ovako:

Pomoću što većeg broja n potpunih mjerenja odredi se niz vrijednosti određene fizikalne veličine x (ovisno o eksperimentu, mjerimo nekoliko dana, tjedana ili mjeseci za redom). Svaki put pomoću relacija (1) i (2) dobivamo određeni rezultat x_j s pripadnom nepouzdanošću M_j. Ako se eksperiment ponovio N puta, konačna srednja vrijednost dobiva se pomoću relacije

$$\overline{X} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{N} x_j/M_j^2}{\sum\limits_{j=1}^{n} 1/M_j^2} \tag{4}$$

a nepouzdanost zbog slučajnih pogrešaka je

$$U_m = \frac{1}{\sqrt{\sum\limits_{j=1}^{N} 1/M_j^2}} \tag{5}$$

Iskusan eksperimentator može često analizom dobivenih rezultata procjeniti nepouzdanost koja dolazi od sistematskih pogrešaka U_{si}, a koja zajedno s U_m daje veličinu U

$$U = \sqrt{U_m^2 + U_{si}^2} \tag{6}$$

koju možemo nazvati *mjerna nesigurnost srednje vrijednosti* $\overline{X}$ ili skraćeno *nesigurnost.*

Relativnu mjernu nesigurnost u definiramo omjerom

$$u = \frac{U}{\overline{X}} \cdot 100\,(\%) \tag{7}$$

i u daljnjem tekstu ćemo je zvati *mjerna greška.* Što je manja mjerna greška neke fizikalne veličine to je mjerenje točnije i obratno. Naravno, rezultati su mnogo realniji ako je mjerena veličina takva, da na njenu vrijednost ne utječe izbor mjesta pa se mogu uspoređivati i kombinirati rezultati mjerenja učinjenih u nizu laboratorija širom svijeta.

Iako je važno što točnije poznavati vrijednosti mjerenih veličina, ovisi o samom problemu, s kojom točnošću odnosno s kolikom je nepouzdanošću dovoljno odrediti neku veličinu (npr. udaljenost, gustoću itd.). Dok prodavač platna može sebi dopustiti nesigurnost do jednog centimetra a sudac kod skoka u vis nekoliko desetinki milimetra, nešto takva je za fizičara kod vrhunskih mjerenja gotovo nezamislivo. Za njega su nekad ogromne nesigurnosti veličine jednog mikrometra ($1\,\mu m = 10^{-6}\,m$). Uzmimo jedan zanimljiv primjer.

Profesor J. Weber, sa Sveučilišta Maryland u SAD, bio je prvi koji je pokušao otkriti gravitacione valove što dolaze iz Svemira. On ispituje učinak koji gravitacioni val određenog impulsa, dolazeći iz centra naše galaksije, ima na aluminijski valjak dužine 1 metar i težine oko 1400 kg. Prema njegovim proračunima, takav bi val uzrokovao pomak cilindra za 10^{-16} m (0,0000000001 mikrometra) Znači da nesigurnost u principu ne bi smjela biti veća od 10^{-17} m. Profesor Weber tvrdi da je uspio detektirati takve pomake (znači gravitacione valove) služeći se piezoelektričnim kristalom, pričvršćenim na cilindar, koji je pretvarao pomake cilindra u električni napon. Učestalost tih valova bila je prosječno jedan na dan.

Međutim, poslije toga nikome nije uspjelo ponoviti njegove eksperimente, te se u zadnje vrijeme pojavljuju teorije prema kojima bi se gravitacioni valovi impulsa kakvog je predvidio Weber mogli pojavljivati najviše jednom godišnje. Tvrdi se osim toga da bi za detekciju učestalijih slabijih valova trebalo načiniti instrument, koji bi bio oko 10^8 (100.000.000) puta osjetljiviji od Weberovog. Iako se tako osjetljiv instrument u prvi čas čini upravo utopijski, istraživači na Sveučilištu Stanford (država Luisiana u SAD) nadaju se da će, konstrukcijom detektora koji bi se sastojao od metalnog cilindra uronjenog u supravodljivu otopinu na temperaturi ispod jednog Kelvina (1°K), postići 1% tražene osjetljivosti u roku manjem od 5 godina.

Vidimo da fizikalne veličine gustoća, udaljenost itd. možemo prema potrebi izmjeriti s vrlo malim pogreškama. Međutim, takve veličine općenito se ne smatraju osnovnim fizikalnim konstantama, jer su suviše vezane za svojstva materijala ili sustava na kojem se vrši mjerenje.

Grana znanosti koja se bavi metodama mjerenja fizikalnih veličina zove se metrologija. Jedan je od glavnih zadataka znanstvene metrologije smanjenje mjerne nesigurnosti U mjerenih veličina pomoću poboljšanja mjernih postupaka, metoda i uređaja. To se naročito odnosi na osnovne fizikalne konstante, čije je poznavanje sa što većom točnošću od bitne važnosti za čitavu fiziku. Naime, kvantitativna predviđanja osnovnih teorija u fizici ovise o numeričkim vrijednostima konstanti, koje se pojavljuju u jednadžbama. Iako se fizika sastoji od na oko potpuno različitih područja kao fizika čvrstog stanja, fizika elementarnih čestica, nuklearna fizika itd., sva su ta područja povezana osnovnim zakonima fizike na kojima su građene i sve pripadne teorije. Ti osnovni principi prisutni su u kvantnoj mehanici, u teoriji relativnosti, statističkoj mehanici i dr., a osnovne su fizikalne konstante — slikovito rečeno — karike koje povezuju različita područja fizike u jednu veliku cjelinu.

Određivanje osnovnih konstanti sa što većom točnošću ne izvodi se samo zbog toga da se iza nekog decimalnog mjesta odredit još po koji broj, nego zato da se pomoću točnijih vrijednosti mogu neke teorije potvrditi, a druge oboriti. Uzmimo vrlo jednostavan primjer. Jedna kozmološka teorija još iz 1964. godine predviđa godišnju promjenu u gravitacionoj konstanti G između 10^{-6} do 10^{-8} %. Međutim, kako to provjeriti kad se tek najnovijim mjerenjima pokušava dobiti vrijednost gravitacione konstante s mjernom greškom oko 10^{-5} %?

Dok se nova, točnije određena, vrijednost neke osnovne konstante prihvati za opću upotrebu, obično prođe nekoliko godina. Najprije se pojavi u nekom znanstvenom časopisu nova izmjerena vrijednost. Obično se to dogodi kada se konstruira bolji instrument ili pronađe nova metoda. Kao odgovor na tu vijest znanstvenici u drugim laboratorijima širom svijeta pokušaju ponoviti pokus. Ako su rezultati pozitivni, tj. postoji slaganje u izmjerenim rezultatima, dobiveni se rezultati sređuju i konačno se upotrebom relacija (4), (5), (6) i (7) dobiva nova vrijednost koju se onda preporuča za opću upotrebu umjesto dotadašnje vrijednosti. Postupak dobivanja konačne vrijednosti ustvari je mnogo kompliciraniji, ali osnovu čine navedene relacije.

Ako se rezultati ponovljenih mjerenja ne slažu onda prođe još nekoliko godina, dok se ne pronađu uzroci neslaganja, što opet često vodi do pronalaženja još boljih metoda i do novih neotkrivenih fizikalnih pojava.

U Tabeli 1. dane su vrijednosti nekih najpoznatijih osnovnih konstanti s njihovim vrijednostima kakve su bile predložene za opću upotrebu 1963. i 1969. godine. Osim toga u tabeli su dane i točnije vrijednosti nekih osnovnih konstanti koje su bile izmjerene poslije 1969. godine. Međutim, te se vrijednosti moraju tek potvrditi ponovljenim mjerenjima, da bi ušle u konačan izbor za točnije osnovne konstante.

Vidimo da su mjerne greške određivanja osnovnih konstanti, osim u slučaju gravitacione konstante, vrlo malene. Najčešće su oko vrijednosti 0,0005% (kao da smo dužinu nogometnog igrališta izmjerili s pogreškom od oko pola milimetra). Postoje i točnije određene konstante kao npr. brzina svjetlosti. Ona je u najnovije vrijeme izmjerena s mjernom greškom od samo 0,0000004 % (kao da smo izmjerili udaljenost između Beograda i Zagreba s pogreškom od oko jednog milimetra) što je upravo iznenađujuće točno mjerenje.

TABELA 1

Konstanta	Oznaka	Jedinica	Vrijednost konstante i pripadna mjerna greška u $^0/_0 \cdot 10^{-4}$ određena					
			1963.		1969.		1973.	
Brzina svjetlosti u vakuumu	c	$10^8\ m \cdot s^{-1}$	$2{,}997925_{\pm 1}$	0,33	$2{,}997925_{\pm 1}$	0,33	$2{,}997924562_{\pm 11}$	0,004
Recipročna vrijednost konstante fine strukture	α^{-1}		$137{,}0399_{\pm 6}$	4,4	$137{,}03602_{\pm 21}$	1,5		
Elementarni električni naboj	e	$10^{-19}\ C$	$1{,}60210_{\pm 2}$	12,5	$1{,}6021917_{\pm 70}$	4,4		
Planckova konstanta	h	$10^{-34}\ J \cdot s$	$6{,}62559_{\pm 16}$	24,1	$6{,}626196_{\pm 50}$	7,5		
Avogadrova konstanta	N_A	$10^{26}\ kmol^{-1}$	$6{,}02252_{\pm 9}$	14,9	$6{,}022169_{\pm 40}$	6,6		
Josephsonov omjer	$2\,e/h$	$10^{14}\ Hz \cdot V$			$4{,}835934_{\pm 11}$	2,2	$4{,}83593589_{\pm 24}$	0,05
Masa mirujućeg elektrona	m_e	$10^{-31}\ kg$	$9{,}10908_{\pm 13}$	14,3	$9{,}109558_{\pm 54}$	5,9		
Faradayeva konstanta	F	$10^7\ C \cdot kmol^{-1}$	$9{,}64870_{\pm 5}$	5,2	$9{,}648670_{\pm 54}$	5,6		
Boltzmanova konstanta	k	$10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$	$1{,}38054_{\pm 6}$	43,5	$1{,}380622_{\pm 59}$	42,7		
Gravitaciona konstanta	G	$10^{-11}\ N \cdot m^2 kg^{-2}$	$6{,}670_{\pm 5}$	749,6	$6{,}6732_{\pm 31}$	464,5	$6{,}674_{\pm 4}$	600,0

Napomena: Radi prostora rezultati su pisani u malo izmijenjenom obliku. Tako npr. rezultat $6{,}62559_{\pm 16}$ znači $6{,}62559 \pm 0{,}00016$.

Nakon 1963. godine smanjene su mjerne greške mnogih konstanti zahvaljujući najviše tzv. Josephsonovom efektu (Brian Josephson, dobitnik Nobelove nagrade za fiziku za 1973. godinu). U slučajevima gdje su eksperimenti ostali, više manje, u istim okvirima, ni rezultati nisu bolji.

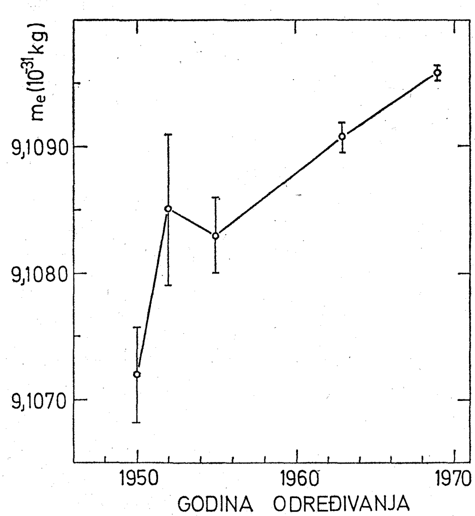
Josephsonov se efekt pojavljuje kada se između dva supravodiča, razdvojenih vrlo tankim slojem izolatora (obično oksidni sloj debljine oko 20 nm = 20 Å), uspostavi razlika napona ΔV. U tom se slučaju između ta dva supravodiča uspostavi izmjenična suprastruja čija je frekvencija ν proporcionalna razlici napona ΔV, a konstanta proporcionalnosti je $2 \cdot e/h$,

$$\nu = \frac{2 \cdot e}{h} \cdot \Delta V. \tag{8}$$

Brojčano to iznosi oko 484 miliona megaherca (MHz) za razliku napona od oko jedan mikrovolt. Eksperimentalna istraživanja raznovrsnih »Josephsonovih spojeva« (npr. Sn-SnO-Sn, Sn-SnO-Pb, Pb-PbO-Pb) osim potvrde relacije (8) pokazala su još da izmjenični Josephsonov efekt ne ovisi ni o vrsti supervodiča, ni o temperaturi (naravno u području supravodljivosti), ni o magnetskom polju te ni o načinu razdvajanja supravodiča (nije važno da li je između njih oksidni sloj ili uobičajeni izolacioni materijal). Drugim riječima, točnost određivanja omjera $2e/h$ ovisi samo o točnosti s kojom možemo izmjeriti razliku napona između dva supravodiča i frekvenciju oscilirajuće suprastruje. Kako se danas modernim elektronskim uređajima može odrediti frekvencija s greškom manjom od 0,0000001 %, a napon s greškom manjom od 0,0001 % dobivamo vrlo točne rezultate za omjer $2e/h$.

Zahvaljujući činjenici da su osnovne fizikalne konstante često međusobno povezane, smanjenje mjerne greške za jednu odmah smanjuje mjernu pogrešku druge konstante. Npr. smanjenje mjerne greške Josephsonovog omjera $2e/h$ odmah znači točniju vrijednost za konstantu fine strukture α. Isto tako točnija vrijednost za e daje odmah točniju vrijednost Faradayeve konstante zbog veze $F = N \cdot e$. To je i jedan od glavnih razloga zašto se gravitaciona konstanta ne može točnije odrediti. Osim što se bit eksperimenta za njeno određivanje nije promjenila već više od 150 godina, gravitacionu konstantu na sadašnjem stupnju znanosti ne možemo izraziti pomoću ostalih osnovnih fizikalnih konstanti.

U tabeli je osim toga unešena vrijednost α^{-1} koja se obično koristi jer je recipročna vrijednost konstante fine strukture α jednostavniji broj za pamćenje (α^{-1} = 137,04 dok je α = 0.0072972).



Sl. 1.

Malo detaljnijom analizom vrijednosti u tabeli uočavamo zanimljivu pojavu. Novim i točnijim mjerenjima ne smanjuje se samo nepouzdanost, već se mijenja i vrijednost osnovnim konstantama. Kao ilustracija prikazano je na sl. 1 kako se je mijenjala mjerena vrijednost za masu mirujućeg elektrona od 1950. do 1970. godine. Kako to objasniti? Da li to znači da se vrijednosti osnovnih konstanti mijenjaju s vremenom, kao što to neke teorije predviđaju? Razlozi leže u različitim uvjetima u kojima se izvode pokusi. Naime, iako su u mjernim nesigurnostima u tabeli obuhvaćene i slučajne i sistematske pogreške, ipak i kod vrhunskih mjerenja preostaju sistematske pogreške koje se teško uočavaju i čije je pronalaženje strahovito »pipav« posao. Naravno, sa sve boljom mjernom tehnikom mnoge do tada neotkrivene sistematske pogreške dolaze na vidjelo i izbjegavaju se, što naravno utječe na dobivene vrijednosti.

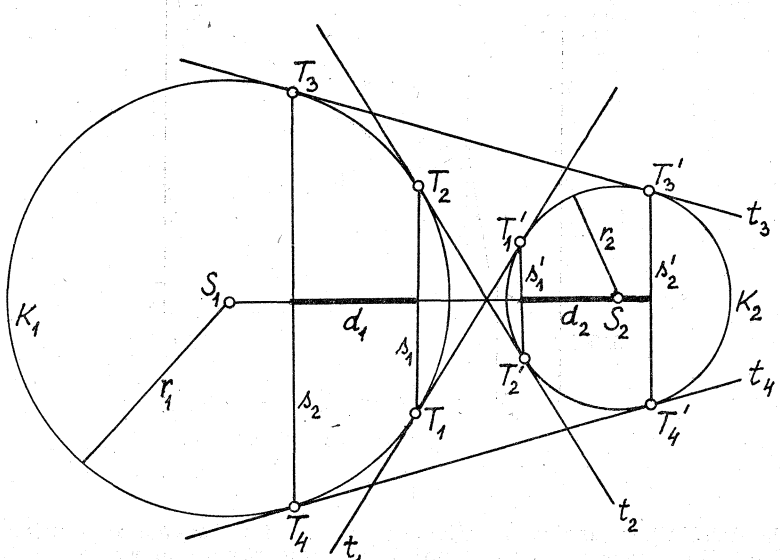
Znači, da se nijedna vrijednost osnovnih fizikalnih konstanti danih u tabeli ne smije uzeti kao nešto 100% točno. Sigurno je da će ponovljeni, bolji eksperimenti dati još bolje i točnije rezultate. Naročito se to poboljšanje može očekivati ako bude otkrivena opet neka nova pojava kao što je to bilo 1962. godine s Josephsonovim efektom.

Nekoliko rješenja jednog planimetrijskog zadatka

VLADIMIR DEVIDÉ, Zagreb

1. Nije rijedak slučaj da se isti matematički zadatak može riješiti na različite načine, pa i različitim metodama. Često će u takvu slučaju svako rješenje dati ne samo *svoj* put do *istog* rezultata, već i neki uvid u sâm problem, koji ostala rješenja možda ne daju. Posebno će npr. jedno rješenje možda biti više »rutinsko«, primjenljivo na rješavanje šire klase zadataka, i kao takvo »jednostavnije«, dok će neko drugo biti specifičnije, bliže prilagođeno samoj naravi problema koji rješavamo, pa će u njegovu svjetlu i rezultat biti manje neočekivan i prirodniji. Na sve ćemo se ovo jo vratiti kasnije, kad budemo imali »ilustrativni primjer« za okolnosti o kojima govorimo: Jedan konkretni planimetrijski zadatak, riješen na tri načina — analitičkom geometrijom, planimetrijski i stereometrijski.

2. U ravnini su dane dvije kružnice K_1 i K_2 (sl. 1), jedna izvan druge, polumjerâ r_1 odnosno r_2, kojima su središta S_1, S_2 udaljena za $\overline{S_1S_2} = c$ $(c > r_1 + r_2)$. Te dvije kružnice imaju četiri zajedničke tangente, t_1, t_2, t_3, t_4; one diraju K_1 redom u T_1, T_2, T_3, T_4 a K_2 redom u T_1', T_2', T_3', T_4'. Tim su točkama u kružnici K_1 odre-



Sl. 1.