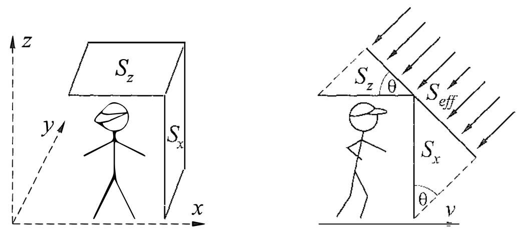
Pokisnuće

Petar Žugec[1]

Evo nečeg primjerenog za kišne dane. Sigurno ste se katkad zapitali koliko biste manje pokisnuli ubrzate li korak po kiši koja upravo započinje. Koliko se uopće isplati požuriti? Sasvim je sigurno da ostanete li stajati na mjestu, pokisnut ćete maksimalno koliko možete. No umjesto neodređenih procjena, dat ćemo jasno i precizno rješenje ovoga problema.



Slika 1. Pojednostavnjena geometrijska razmatranja za izvod ovisnosti pokisnuća.

Tijekom stajanja na kiši koju ne zanosi vjetar tok vode zahvaćamo samo profilom glave i ramena. Trčanjem, pak, frontalno nalijećemo na kapi zahvaćajući ih čitavom površinom tijela, čime se povećava tok kojim smo obliveni u jedinici vremena. No trčanjem do najbližeg utočišta smanjuje se vrijeme koje provodimo na kiši, stoga se postavlja pitanje kakav je odnos tih dviju promjena te koji je njihov krajnji učinak na ukupno pokisnuće? Kako bismo pristupili tom problemu, promotrimo ilustraciju mirujuće osobe sa slike 1. Površina S_z profila glave i ramena te površina S_x presjeka tijela ravninom okomitom na smjer trčanja slikovito su prikazane kao pravokutne. Ovakvim pojednostavnjenjem nimalo ne gubimo na općenitosti jer njihova geometrija nije od važnosti za daljnja razmatranja, već jedino iznosi površina S_x i S_z.

Pretpostavimo sada da kiša brzinom v_0 doista pada vertikalno, odnosno vjetar je ne zanosi ni u kojem smjeru. Kako se tijekom trčanja u sustavu osobe mijenja smjer upada kiše, bitnom postaje efektivna površina S_{eff} čovjekove siluete, okomitoj na dotok kiše. Kao što je vidljivo sa slike 1, do promjene efektivne površine dolazi na način

$$S_{eff} = S_x \sin\theta + S_z \cos\theta. \tag{1}$$

Budući da su u sustavu vanjskog promatrača brzina $\vec{v}_0 = -v_0\hat{z}$ vertikalnog toka kiše i brzina osobe $\vec{v} = v\hat{x}$ okomite, u sustavu osobe iznos ukupne brzine kiše $\vec{v}_k = -(v\hat{x} + v_0\hat{z})$ određujemo Pitagorinim poučkom,

$$v_k = \sqrt{v_0^2 + v^2} \tag{2}$$

dok za kut θ, kao što je označen na slici 1, jednostavno vrijedi

$$\cos\theta = \frac{v_0}{v_k}, \qquad \sin\theta = \frac{v}{v_k}. \tag{3}$$

Uvrštavanjem (3) i (2) u (1) dobivamo

[1] Autor je znanstveni novak na Fizičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, e-pošta: `pzugec@phy.hr`

$$S_{eff} = \frac{S_x v + S_z v_0}{\sqrt{v_0^2 + v^2}}. \tag{4}$$

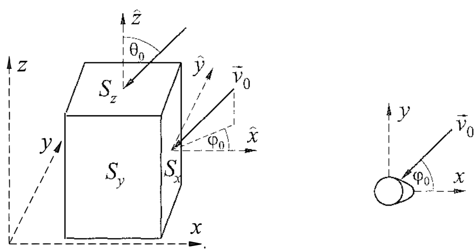
Konačno, kolikom smo količinom kiše obliveni prije dostizanja najbližeg zaklona? Kako je ta količina određena masom vode koja se prolije po nama, uz pretpostavku prosječnog toka kiše (pritoka po površini, u jedinici vremena) problem se svodi na određivanje ukupnog volumena kiše koji zahvatimo. Površina baze stupca vode – stupca pod kutom θ – već nam je poznata kao S_{eff}. Jedino preostaje odrediti "visinu" h stupca, odnosno duljinu koju stupac kiše prebriše dok smo joj izloženi. S obzirom da se stupac pod kutom θ "spušta" na osobu brzinom v_k, a vrijeme t provedeno na kiši iznosi $t = \frac{L}{v}$ – uz L kao udaljenost do najbližega skloništa – sasvim jednostavno slijedi

$$h = v_k t = \frac{\sqrt{v_0^2 + v^2}}{v} L. \tag{5}$$

Naposlijetku, volumen V zahvaćenog stupca kiše jednak je $V = S_{eff} h$, što se uvrštavanjem (4) i (5) svodi na

$$V(v) = L\left(S_x + S_z \frac{v_0}{v}\right). \tag{6}$$

Matematički smo opravdali intuitivnu slutnju iz svakodnevnog iskustva: čim brže bježimo s kiše, tim manje pokisnemo! Unatoč povećanju toka vode koji, krećući se, zahvaćamo u jedinici vremena, ovakav krajnji rezultat izravna je posljedica kraćeg vremena koje provodimo na kiši. No valja primijetiti da, neovisno o brzini trčanja, postoji donja granica na zahvaćeni volumen vode: $V_{\min} = LS_x$. Određen jedino geometrijskim parametrima, ovaj minimum se postiže kad je brzina padanja kiše zanemariva prema brzini trčanja ($v \gg v_0$) te ga možemo pripisati sloju vode izravno pred sobom kroz koji se moramo probiti – sloju koji je za trkača velike brzine "smrznut" u vremenu te se kao takav ne može zaobići.



Slika 2. Geometrija proizvoljnog smjera upada kiše zanošene vjetrom.

Zainteresirani čitatelj može poopćiti prethodni rezultat na slučaj kiše zanošene vjetrom, koja pada iz proizvoljnog smjera. U tu svrhu korisno je parametrizirati smjer kiše na način prikazan slikom 2 – kutom θ_0 s obzirom na vertikalu te otklonom φ_0 u horizontalnoj ravnini, a s obzirom na smjer trčanja osobe (oba kuta definirana su u vanjskom sustavu mirujućeg promatrača). Nekoliko naputaka koji olakšaju rješavanje:

1. rastav brzine kiše po vektorskim komponentama u sustavu mirujućeg promatrača jednak je $\vec{v}_0 = -v_0[\sin\theta_0 \cos\varphi_0, \sin\theta_0 \sin\varphi_0, \cos\theta_0]$;
2. uvjet nalaženja efektivne površine S_{eff} njena je okomitost na tok kiše;
3. kut između vektora koji određuje smjer kiše te vektora okomitog na danu površinu može se odrediti skalarnim produktom vektora.

Traženo rješenje je

$$V(v) = L\left[S_x + \frac{v_0}{v}\left(S_x \sin\theta_0 \cos\varphi_0 + S_y \sin\theta_0 \sin\varphi_0 + S_z \cos\theta_0\right)\right] \tag{7}$$

te je lako provjeriti da se za $\theta_0 = 0$ doista rekonstruira rezultat (6).